

Fortschritt-Berichte VDI

VDI

Reihe 18

Mechanik/
Bruchmechanik

Nr. 352

Dipl.-Ing. Univ. Johannes Hartmann,
Graz

Simulation von Rissen in höchstfesten Stahlblechen mit einem Trefftz-Element für Mixed-Mode- Beanspruchungen

Simulation von Rissen in höchstfesten Stahlblechen mit einem Trefftz-Element für Mixed-Mode-Beanspruchungen

Johannes Hartmann

18. Februar 2018

An der Montanuniversität Leoben eingereichte Dissertation zur
Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der
montanistischen Wissenschaften



Montanuniversität Leoben

Fortschritt-Berichte VDI

Reihe 18

Mechanik/
Bruchmechanik

Dipl.-Ing. Univ. Johannes Hartmann,
Graz

Nr. 352

**Simulation von Rissen
in höchstfesten
Stahlblechen mit
einem Trefftz-Element
für Mixed-Mode-
Beanspruchungen**

VDI verlag

Hartmann, Johannes

Simulation von Rissen in höchstfesten Stahlblechen mit einem Trefftz-Element für Mixed-Mode-Bearbeitungen

Fortschr.-Ber. VDI Reihe 18 Nr. 352. Düsseldorf: VDI Verlag 2019.

158 Seiten, 91 Bilder, 12 Tabellen.

ISBN 978-3-18-335218-0, ISSN 0178-9457,

€ 57,00/VDI-Mitgliederpreis € 51,30.

Für die Dokumentation: Hybrides Trefftz-Element – T-vollständige Lösungen – Strip-Yield-Modell
– Mode-III-Riss – Konforme Abbildung – Funktionentheorie

In der vorliegenden Arbeit wird ein spezielles hybrides Trefftz-Element zur Simulation von Rissen in dünnwandigen Strukturen unter Modus-III-Beanspruchung entwickelt. Die Elementformulierung basiert auf analytischen Lösungen für die Kirchhoff-Platte unter exakter Erfüllung der Randbedingungen an den Rissufern. Mit Hilfe der Funktionentheorie werden daraus T-vollständige homogene Ansatzfunktionen entwickelt, die später leicht mit partikulären Ansatzfunktionen erweitert werden können. Des Weiteren wird in der Arbeit ein Versuchskonzept entwickelt und umgesetzt, mit dem Risswachstum unter Modus-III-Belastung effizient untersucht werden kann. Numerische Tests zeigen schließlich eine sehr gute Übereinstimmung der entwickelten Elementformulierung mit hochauflösten FE-Detailsimulationen. Abschließend wird aufbauend auf den Ergebnissen der Arbeit ein Konzept zur Simulation von Risswachstum mit kommerziellen expliziten FE-Solvieren vorgestellt.

Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter www.dnb.de abrufbar.

Bibliographic information published by the Deutsche Bibliothek

(German National Library)

The Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie
(German National Bibliography); detailed bibliographic data is available via Internet at
www.dnb.de.

Dissertation Montanuniversität Leoben 2019

© VDI Verlag GmbH · Düsseldorf 2019

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Fotokopie, Mikrokopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, im Internet und das der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 0178-9457

ISBN 978-3-18-335218-0

Danksagung

Mein Dank gilt an erster Stelle Prof. Reinhard Pippa für die hervorragende Betreuung bei der Umsetzung der vorliegenden Arbeit. Desweiteren möchte ich mich bei Prof. Thomas Antretter für die zügige Durchsicht des Entwurfs und konstruktive Gespräche über die weitere Umsetzung meiner Ideen bedanken. Unverzichtbare Hilfe bei der Entwicklung der numerischen Modelle habe ich von Thomas Heubrandtner und Karlheinz Kunter erhalten, bei denen ich mich für die ausgezeichnete Zusammenarbeit bedanke. Auch wenn ich nur zeitweise zur Durchführung von Versuchen in Leoben sein konnte, habe ich mich am Erich Schmid Institut stets wohl gefühlt und interessante Diskussionen und Gespräche geführt. Stellvertretend für die Unterstützung, die ich hier von allen Seiten erfahren habe, möchte ich mich bei Peter Kutleša, Viktoria Schratt und Franz Hubner bedanken. Last, but not least möchte ich mich für die schöne Zeit in der Arbeitsgruppe Materials & Forming bedanken. Dort habe ich die persönlichen und fachlichen Rahmenbedingungen vorgefunden, die mir die Umsetzung dieser Arbeit ermöglicht haben.

Johannes Hartmann

Acknowledgements

Diese Arbeit entstand am VIRTUAL VEHICLE Research Center in Graz, Österreich. Der Autor bedankt sich für die Förderung im Rahmen des COMET K2 Competence Centers for Excellent Technologies Programms des Österreichischen Bundesministeriums für Verkehr, Innovation und Technologie (bmvit), des Österreichischen Bundesministeriums für Wissenschaft, Forschung und Wirtschaft (bmfwf), der Österreichischen Forschungsförderungsellschaft mbH (FFG), des Landes Steiermark sowie der Steirischen Wirtschaftsförderung (SFG).

Ebenfalls dankt er den unterstützenden Firmen und Projektpartnern Audi AG und Magna Steyr Engineering AG & Co KG sowie dem Erich-Schmid-Institut für Materialwissenschaft der Österreichischen Akademie der Wissenschaften.

Für Ardark und Armin.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
2 Aktueller Stand von Forschung und Technik	4
2.1 Strukturbauenteile aus höchstfestem Stahl	5
2.2 Crashsimulation mit der expliziten FEM	7
2.3 Risse mit hoher Spannungslokalisierung	12
2.4 Kriterien für Rissfortschritt	15
2.5 Methoden zur Simulation von Rissen	17
2.6 Spezielle hybride Trefftz-Elemente	20
3 T-vollständige Lösung des Modus III-Rissproblems	23
3.1 Kinematik und Verzerrungstensor	23
3.2 Elastisches Potential der Platte	27
3.3 Darstellung in kartesischen Koordinaten	30
3.4 Prinzip vom Minimum der potentiellen Energie und Randwertproblem	31
3.5 Komplexe Lösung der Bipotentialgleichung	33
3.6 Komplexe Darstellung des Verzerrungstensors und der Randgrößen	35
3.7 Darstellung mit komplexen Potentialen	36
3.8 Von-Mises-Spannung in komplexer Darstellung	37
3.9 Randbedingungen am Rissufer	37
3.10 Komplexe Darstellung der Randbedingungen	39
3.11 Integrale Form der komplexen Randbedingung	40
3.12 Entfaltung der Rissufer durch konforme Abbildung	41
3.13 Lösung unter Berücksichtigung der Randbedingungen	42
4 Hybride Formulierung des Riss spitzen elements	44
4.1 Erweitertes Potential mit Langrangemultiplikatoren	45
4.2 Erweitertes Potential nach dem Prinzip von Hu-Washizu	47
4.3 Herleitung mit dem Satz von Betti	48
4.4 Matrixdarstellung des erweiterten Potentials	49
4.5 Konstruktion der Verschiebungsrahmen	51
4.6 Berechnung des Koeffizientenvektors	55
4.7 Berechnung der Starrkörperbewegung	56
4.8 Freie Randknoten	58
4.9 Algorithmus zur Simulation von Rissfortschritt	59
5 Ermittlung von Materialdaten	63
5.1 Beschreibung des Risswiderstands durch CTOA	64
5.2 Versuchsaufbau	68
5.3 Auswertungsalgorithmus für CTOA	73

5.4	Ergebnisse der Versuche	80
5.5	Rissfortschrittskriterium für die Simulation	83
5.6	Zusammenfassung und Diskussion	86
6	Modellvalidierung	88
6.1	Verifikation der Implementierung des T-Elements	88
6.2	Validierung der T-Elementformulierung	93
6.3	Beispiel für die gekoppelte Simulation	97
6.4	Erweiterung zum Mixed-Mode-Element	105
6.5	Gekoppelte Simulation mit Rissfortschritt	108
6.6	Diskussion der Validierungsergebnisse	111
7	Zusammenfassung	113
A	Weitere Auswertungsergebnisse	115
A.1	Weg-, Kraft- und Potentialverläufe der Versuche	115
A.2	Validierungsbeispiel mit unsymmetrischer Belastung	117
A.3	Weiteres Validierungsbeispiel	120
A.4	Polygonförmiges Element	123
A.5	Gekoppelte Simulation mit unregelmäßigem Netz	127
A.6	Ebene Spannungsanteile des Schalenelements	129
A.7	Einzelschritte der Gesamtsimulation	130
A.8	Elastische Verzerrungsenergie	132
A.9	Plattentheorien im Vergleich	132

Notation

a	Risslänge
A	komplexes holomorphes Potential
A_n	Koeffizienten der Reihendarstellung von A
B	komplexes holomorphes Potential
C	Dämpfungsmaatrix
D	Plattenbiegesteifigkeit
E	Elastizitätsmodul
f_c	Eckkraft
\hat{f}_c	vorgegebene Eckkraft
F	Einzelkraft
\mathbf{f}	Knotenkraftvektor
\mathfrak{G}	Energiefreisetzungsrat
K	Spannungsintensitätsfaktor
K_c	kritischer Spannungsintensitätsfaktor
\mathbf{K}	Gesamtsteifigkeitsmatrix
\mathbf{K}_T	T-Elementsteifigkeitsmatrix
l_e	Elementkantenlänge
M_n	Biegemoment
M_s	Torsionsmoment
\mathbf{M}	konsistente Massenmatrix
\mathbf{M}	Momentenvektor
$\hat{\mathbf{M}}$	vorgegebener Momentenvektor
\mathbf{n}	Einheitsnormalenvektor
n	komplexe Darstellung des Einheitsnormalenvektors
n_{max}	berücksichtigte Ordnungen der Reihendarstellung von A
n_c	Ecken auf Γ
n_s	Ecken auf Γ_s
n_{int}	Ecken auf Γ_{int}
n_N	Knotenzahl des T-Elements
N_i	i-ter Elementknoten des T-Elements
$p(x, y)$	Flächenlast
$\mathbf{P}(u)$	verschiebungsbhängige Steifigkeitsmatrix
Q	Querkraft
\hat{Q}	vorgegebene Querkraft
r_p	Radius der plastischen Zone
R_{gen}	allgemeiner Risswiderstand
D_{gen}	allgemeine Rissbelastung
\mathbf{s}	Einheitstangentialvektor
s	komplexe Darstellung des Einheitstangentialvektors

t	Plattendicke
\mathbf{u}	Knotenverschiebungsvektor
$\hat{\mathbf{u}}$	vorgegebener Knotenverschiebungsvektor
$\tilde{\mathbf{u}}$	Verschiebungsrahmen
$\dot{\mathbf{u}}$	Knotengeschwindigkeitsvektor
$\ddot{\mathbf{u}}$	Knotenbeschleunigungsvektor
$\hat{\mathbf{v}}$	vorgegebener Knotengeschwindigkeitsvektor
V	Ersatzquerkraft
\hat{V}	vorgegebene Ersatzquerkraft
$w(x, y)$	Durchbiegung der Platte
\hat{w}	vorgegebene Durchbiegung
δ_t	CTOD
δ_{tc}	critical CTOD
Δa	Rissverlängerung
Δt	Zeitschrittweite
Δz	Probenauslenkung in z -Richtung
$\nabla w(x, y)$	Gradient von w
$\nabla \hat{w}$	vorgegebener Gradient von w
ϵ	Verzerrungstensor
γ_t	CTOA
γ_{tc}	critical CTOA
γ_{IIIc}	critical CTOA for mode III
Γ	Rand des Lösungsgebiets Ω
Γ_c	Rissufer im Gebiet Ω_T
Γ_{FEc}	Rissufer im Gebiet Ω_{FE}
Γ_{int}	Kopplungsrand von $\Omega_T \cup \Omega_{FE}$
Γ_s	Spannungsrand
Γ_u	Verschiebungsrand
Γ_T	Rand von Ω_T
ν	Querdehnzahl
Π	elastisches Potential der Platte
Π^L	erweitertes Potential mit Langrangemultiplikatoren
Π^{ext}	erweitertes elastisches Potential nach Hu-Washizu
σ_F	Fließspannung
σ_v	von-Mises-Spannung
$\Omega = \Omega_T \cup \Omega_{FE}$	Lösungsgebiet
Ω_T	T-Elementgebiet
Ω_{FE}	FE-Lösungsgebiet
σ	Spannungstensor
τ	Cauchyscher Spannungvektor
(\cdot)	elementweise komplexe Konjugation
$(\cdot)^* := \overline{(\cdot)}^T$	adjungierte (transponiert-konjugierte) Matrix

AHSS	advanced high strength steel
CFL-Bedingung	Courant-Friedrichs-Lowy-Bedingung
CTOA	crack tip opening angle
CTOD	crack tip opening displacement
DGL	Differentialgleichung
DIC	digital image correlation
EPBM	elastisch-plastische Bruchmechanik
ESZ	ebener Spannungszustand
Euro NCAP	european new car assessment programme
EVZ	ebener Verzerrungszustand
FE	finite Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
LEBM	linear-elastische Bruchmechanik
RWP	Randwertproblem
VCCT	virtual crack closure technique
T-Element	Trefftz-Element
XFEM	extended finite element method

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein spezielles hybrides Trefftz-Element zur Simulation von Rissen in dünnen Platten unter Modus III-Belastung entwickelt. Das Element wird zur Erweiterung etablierter Modus I/II-Elemente verwendet und kann zur Simulation beliebiger Belastungen an der Riss spitze im Rahmen der linear-elastischen Bruchmechanik eingesetzt werden.

Die Elementformulierung basiert auf der bekannten analytischen Lösung der Bipotentialgleichung aus der Kirchhoffsschen Plattentheorie. Mit Hilfe der Funktionentheorie wird die allgemeine Lösung an das spezielle Problem einer Platte mit Innenriss angepasst, so dass die Spannungsrandbedingungen entlang des Rissufers exakt erfüllt werden. Die Verschiebungsrandbedingungen am verbleibenden Elementrand werden durch ein erweitertes elastisches Potential berücksichtigt. Die freien Parameter des Lösungsansatzes ergeben sich schließlich aus der Minimierung des erweiterten Potentials. Die Validierung der neu entwickelten Elementformulierung zeigt die Konvergenz der Lösung bei Erhöhung der Anzahl der berücksichtigten Ordnungen des Lösungsansatzes gegen die Vergleichslösung aus einem feinvernetzten Finite-Elemente-Modell.

In der linear-elastischen Theorie sind die Freiheitsgrade für Modus I/II- und Modus III-Belastung entkoppelt und das Mixed-Mode-Element ergibt sich durch Zusammenfügen beider Anteile. Für die Simulation von Risswachstum in einem Bauteil wird das Trefftz-Element innerhalb eines Finite-Elemente-Modells eingesetzt. Die Standardelemente im Bereich der Riss spitze werden dabei durch das spezielle Element ersetzt. Bei Risswachstum breitet sich der Riss zunächst innerhalb des Elementgebiets aus und bei Bedarf wird das Trefftz-Element automatisch in Richtung des fortschreitenden Risses neu positioniert. Dabei werden weitere Standardelemente ersetzt und das Element bewegt sich im weiteren Verlauf des Rissfortschritts mit der Riss spitze durch das Finite-Elemente-Netz.

Zur Simulation von Risswachstum wird der materialspezifische Risswiderstand benötigt. Für größere Rissverlängerungen unter Modus III-Beanspruchung stehen keine standardisierten Verfahren zur Ermittlung des Risswiderstands zur Verfügung. Daher wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine direkte Auswertung der verformten Rissflanken durchgeführt, wozu das 3D-Bildkorrelationsverfahren eingesetzt wird. Mit Hilfe eines neu entwickelten Auswertungsalgorithmus wird aus den damit gemessenen Geometriedaten der Verlauf des Rissfortschritts und der Rissöffnungswinkel berechnet. Daraus kann der kritische Spannungsintensitätsfaktor K_{IIIc} mit Hilfe einer Detailsimulation des Versuchsaufbaus gewonnen werden. Als Rissfortschrittskriterium wird dann der aktuell vorliegende Spannungsintensitätsfaktor direkt aus dem Trefftz-Element berechnet und mit dem experimentell ermittelten Risswiderstand verglichen.

Der Rissfortschrittsalgorithmus für die gekoppelte Simulation von Bauteilen mit dem Trefftz-Element im Rahmen der expliziten Finite-Elemente-Methode wird am Beispiel der durchgeföhrten Versuche getestet. Insgesamt zeigt sich dabei, dass das vorgestellte Verfahren erfolgreich zur Simulation von Rissfortschritt in einem Bauteil eingesetzt werden

kann. Abschließend werden Konzepte für eine Weiterentwicklung der Elementformulierung vorgestellt. Eine Möglichkeit zur Erweiterung des Einsatzgebiets stellt dabei die Modellierung risseschließender Kräfte am Rissufer durch partikuläre Lösungsansätze dar, wie sie zum Beispiel beim Dugdale-Modell auftreten.

Abstract

Within the present work, a special purpose hybrid Trefftz-element for mode III cracks in thin plates is developed. The element is used as an extension of well-established mode I/II elements. Therefore, the proposed element enables the simulation of arbitrary mixed mode crack tip loading within the framework of linear elastic fracture mechanics.

The element formulation is based on the analytical solution of the bipotential equation of the Kirchhoff plate theory. Using complex analysis the general solution is adapted to fulfill the natural boundary conditions at the crack edges, too. The essential boundary conditions along the remaining part of the element boundary are taken into account for by an extended elastic potential. The remaining degrees of freedom of the solution are calculated from the minimization of the extended potential. Validation of the element formulation shows convergence of the solution to the finite element reference solution by increasing the number of orders included in the calculation.

Within linear elastic theory mode I/II is decoupled from mode III, and the mixed mode Trefftz element is formed by assembling both parts into one element. For the simulation of crack growth in a structural component the special purpose element is used within a standard finite element model, where some of the elements are replaced by the Trefftz element. The crack starts growing inside the element at first and after some crack growth the element position is changed in the direction of crack growth, replacing additional standard elements. Along with the growing crack the Trefftz element can move through the entire structure.

For a crack growth algorithm the specific resistance of the material against crack growth is needed as well. Since there are no appropriate standard procedures for the evaluation of the mode III fracture resistance available, within this work a direct evaluation of the deformed crack edges is performed. The data acquisition is carried out using three dimensional digital image correlation. With a newly developed evaluation algorithm, crack propagation and crack tip opening angle are calculated from the geometry data. Using these results the critical stress intensity factor K_{IIIc} is found by performing a detailed simulation of the experiment. For the evaluation of the crack growth criterion the actual stress intensity factor is calculated from the Trefftz mixed mode element and compared to the critical value of the material obtained from experiments.

Finally, the proposed algorithm is demonstrated by the simulation of a simple structural component within an explicit finite element analysis. It is shown, that the concept is capable of simulating the crack behaviour accurately. Finally, future enhancement of the crack propagation algorithm with a crack tip plasticity model is outlined.

