2 Vom Experiment zum Computerexperiment

Mathematik und Berechnung sind das eine Standbein moderner Wissenschaft, Empirie in Form von Beobachtung, Experiment und Messung das andere. Um beide miteinander zu verbinden, bedarf es nicht nur geeigneter Rechentechniken wie sie die frühe Neuzeit entwickelt hat, sondern auch einer entsprechend angepassten Forschungslogik und eines Verständnisses dessen, was als real angesehen wird. Wie dem Rechnen, geht auch der empirischen Forschung eine Entwicklungsgeschichte voraus, welche die Voraussetzungen dafür schuf, dass sich Wissenschaft aktiv mit den Phänomenen und Prozessen der Natur auseinandersetzt und diese reproduzierbar macht. Die Geschichte des empirischen Wissens reicht weit ins Mittelalter zurück und dokumentiert die Transformation dessen, was unter wissenschaftlicher Erfahrung und Forschung, aber auch unter Realität und dem Verhältnis des Menschen zur Realität verstanden wurde. Diese Transformation kumuliert in der neuzeitlichen Konzeption des mechanistischen Weltbildes und dessen Verständnis von Empirie als instrumentenvermittelter Beobachtung, Messung und Experiment.

Zu Beginn dieser Entwicklung im frühen Mittelalter sind Experimente, die in die natürliche Ordnung eingreifen, noch undenkbar. Zwar hatte Aristoteles als die maßgebliche philosophische Autorität des Mittelalters 350 v. Chr. bereits empirische Studien betrieben, doch basierten diese vor allem auf Beobachtungen. Zwei Aspekte prägen entscheidend die mittelalterliche Wissenschaftsauffassung und dokumentieren den Unterschied zum Denkstil der Neuzeit und Moderne. Das eine ist die theologische Interpretation der Welt, denn in der Natur zeige sich der Schöpferwille Gottes und diesen galt es in ehrfürchtigem Staunen zu betrachten.[1] „Das Staunen hatte seinen Ursprung in der philosophischen Kontemplation. […] Neugier dagegen war das moralisch zweifelhafte Begehren, Sachen herauszufinden, die einen nichts angingen, seien es die Geheimnisse der Natur oder die der Nachbarn“ (Daston 2001: 81). Neugierde oder gar Eingriffe in die natürliche Ordnung durch Experimente verboten sich daher von selbst und so waren theologischen Spekulationen über Naturphänomene Tür und Tor geöffnet. Aus heutiger Sicht wunderlich anmutende Theorien über die Wasser des Himmels oder die Transmutation unedler Metalle in Gold waren anerkannte und diskutierte Themen. Vor diesem spekulativen Hintergrund ist Albertus Magnus Bemerkung anlässlich der Gründung des ersten Studiums Generale im deutschsprachigen Raum 1248 in Köln zu verstehen: „Wenn wir Naturwissenschaften betreiben, dann müssen wir danach forschen, was auf natürliche Weise in der natürlichen Wirklichkeit geschehen kann, nach den inneren Ursachen der Natur, und nicht nach der Art und Weise erkunden zu suchen, nach der Gott, der Schöpfer, gemäß seinem freien Willen das von ihm geschaffene Wunder vollbringt, um seine Macht zu demonstrieren“ (Albert 1248, übersetzt in: Sturlese, 1993: 344).

Der zweite Aspekt scholastischer Wissenschaftsauffassung zog sich als Disput durch das gesamte Mittelalter und verhandelte die Frage, was als real anzusehen sei: die Allgemeinbegriffe und Prinzipien oder das Einzelne, sinnlich Wahrnehmbare. Setzten sich im so genannten Universalienstreit zunächst die idealistischen Realisten mit ihrer Auffassung durch, die Universalien seien als reale Wesenheiten zu denken, so entwickelten sich ab dem 10. Jahrhundert konträre Ansichten. Die Nominalisten, allen voran Anselm von Canterbury, waren der Auffassung, dass nur Dinge, die wir mit unseren Sinnen wahrnehmen können, real seien. Begriffe hingegen seien nur Bezeichnungen. Diese Via moderna kritisierte die reale Existenz allgemeiner Begriffe, auch die eines Gottes oder

1 „War das Interesse an methodisch strenger Erforschung der Natur schon in der Spätantike auf die Herausarbeitung des Exempelhaften und Wunderbaren zusammengeschrumpft, so verstärkte sich diese Tendenz bei den Kirchenvätern noch. Sie betrachteten die Natur vornehmlich als Symbol der Weisheit Gottes und als einen Weg, der über die Natur hinausführte. Augustinus warnte davor, ihr zu viel Eigeninteresse zuzuwenden. Was wir heute Naturwissenschaft nennen, war in seinen Augen verwerfliche Neugier (curiositas), weil sie nicht darauf abzielte, über die sichtbare Natur hinauszugehen“ (Flasch 1995: 117). Das Mittelalter berief sich bezüglich der Naturerscheinungen vor allem auf Plinius Naturgeschichte aus dem ersten Jahrhunderts n. Chr. Plinius behandelte darin die Kosmologie, die Erdteile, den Menschen, Tiere, Pflanzen und Mineralien.

der Seele.[2] Die Frage nach der Natur der Allgemeinbegriffe war jedoch für die Entwicklung eines wissenschaftlichen Denkens entscheidend, denn sie klärte die Grundlage wissenschaftlicher Erkenntnis und den Gegenstand von Forschung. Solange das Allgemeine die Grundlage bildete, konnte man den Einzeldingen – sei es durch Beobachtung oder Experiment – nichts Interessantes entlocken. Wenn aber die Einzeldinge das Reale waren, dann ließen sich auf dieser Grundlage durch Beobachtung und Experiment wichtige Erkenntnisse gewinnen.

Der Universalienstreit war eng verknüpft mit den maßgeblichen Quellen des mittelalterlichen Denkens, insbesondere mit den Auslegungen der Schriften des Aristoteles und, durch diesen vermittelt, Platons. Da bis weit ins Mittelalter nur die logischen Schriften Aristoteles bekannt waren, konnte sich das Ideal, Erkenntnis aus dem Allgemeinen zu deduzieren, behaupten: Ausgehend von obersten Grundsätzen sollten – wie es die Geometrie mit ihrer Axiomatik seit Euklid praktizierte – mittels Beweise Erkenntnisse deduziert werden.[3] Zwar konnten sinnliche Erfahrungen herangezogen werden, um induktiv zu Axiomen zu gelangen, doch mussten diese, allgemein einsichtige Sachverhalte darstellen. Wissenschaft wurde nicht als Aufzählung einzelner Fakten verstanden, geschweige denn als experimentelle Einzeluntersuchungen. Erst im 12. Jahrhundert drangen über die arabischen Kommentatoren die realwissenschaftlichen Texte des Aristoteles ins mittelalterliche Bewusstsein und damit neue Konzepte wissenschaftlicher Praxis. Aristoteles hatte über Meteorologie, Biologie, Botanik, Medizin, Astronomie und vieles mehr geschrieben und legte dabei ein strukturiertes Vorgehen basierend auf wissenschaftlichen Beobachtungen an den Tag. Als empirischer For-

---

2 Mit ihrem gemäßigten Realismus bemühten sich Albertus Magnus und Thomas von Aquin um einen gangbaren Mittelweg, indem sie dem Allgemeinen keine eigene Realität zusprachen, es aber in den Einzeldingen realisiert sahen. Ohne diese Realisierung in den Einzeldingen sei dass Allgemeine nur ein Gedanke.

3 Die aristotelische Axiomatisierung und die Geometrie Euklids, die als Paradebeispiel der geometrischen Beweiskunst galt, stellten die Grundlage des frühmittelalterlichen Wissenschaftsideals dar. Eingeführt wurde dieses Ideal durch die Kommentare des Proclus Diadochus zu Euklids Werk *Elemente* im 5. Jahrhundert, Boethius Übersetzung der logischen Schriften des Aristoteles im 6. Jahrhundert sowie durch die Übersetzung des fälschlicherweise Aristoteles zugeschriebenen *Liber Causis* im 12. Jahrhundert ins Lateinische (vgl. Schüling 1969; Flasch 1995). „Wissenschaftlich denken, das hieß: die Logik des Aristoteles auf ein gegebenes Feld anwenden" (Flasch 1995: 48). Im Unterschied zu Aristoteles war Platon nur durch Aristoteles Platon-Kritik bekannt. Von den Platonischen Dialogen waren vor dem 12. Jahrhundert nur *Menon*, *Phaidon*, *Timaios* und *Parmenides* ins Lateinische übersetzt.

scher gründete er seine naturwissenschaftlichen Überlegungen auf Faktensammlungen, beispielsweise von Tieren und Pflanzen. Er dokumentierte deren charakteristische Eigenschaften und klassifizierte sie nach gemeinsamen Merkmalen bzw. grenzte sie durch Unterschiede voneinander ab.[4] Auf Basis solcher Faktensammlungen und den daraus gewonnenen Induktionen, gab er dann Erklärungen für mögliche Ursachen der Erscheinungen an. Dabei wurden die Induktionen als Prämissen für deduktive Schlüsse in Form von Syllogismen gewonnen.[5] Auch wenn diese Form der Schlussfolgerung dem antiken Wissenschaftsideal verpflichtet war und neuzeitlichen Ansprüchen nicht genügte, so vermittelten die realwissenschaftlichen Texte des Aristoteles dem späten Mittelalter eine Vorstellung davon, was es hieß, Wissenschaft basierend auf genauen Beobachtungen zu betreiben und empirische Ordnungen vorzunehmen.

Allerdings hatte die aristotelische Naturforschung ihre Grenzen. Obwohl die Praktik recht modern wirkte, die epistemische Verankerung der aristotelischen Naturstudien war es nicht. Aristoteles führte zwar das induktiv-deduktive Schema wissenschaftlicher Forschung in seinen realwissenschaftlichen Schriften ein. Studien der Natur mussten aber allein auf allgemein einsichtige Beobachtungen basieren. Oder, wie Peter Dear es in seiner Studie *Discipline and Experience* beschrieb: „Singular, unusual events were of course noticed and reported, but they were not, by definition, revealing of how nature behaves ‚always or for the most part', as Aristotle said; instead, they might be classified as ‚monsters' or even ‚miracles'" (Dear 1995: 14). Beobachtungen und Experimente mit Hilfe von Instrumenten, die Einblicke in die Natur gaben, die nicht von jedermann nachvollzogen werden konnten, galten im aristotelischen Sinne als nicht wissenschaftlich. Noch im 17. Jahrhundert musste sich Galileo, als er durch sein Teleskop die raue Oberfläche des Mondes und die Jupitermonde entdeckte, gegen die Spekulationen seiner

4 Für Aristoteles wurden Verallgemeinerungen induktiv aus allgemein einsichtigen Sinneserfahrungen gewonnen. Induktionen sind dabei einfache Aufzählung der Art: x_1 hat Eigenschaft P, x_2 hat Eigenschaft P, etc. aus welchen folgt, dass alle x die Eigenschaft P besitzen. Induktionen dienten als Prämissen für Deduktionen. Dieses induktiv-deduktive Schema ist typisch für die aristotelische Realwissenschaft. Es wurde von den mittelalterlichen Philosophen und Naturforschern als Methode der Auflösung und Zusammensetzung der Phänomene betitelt, um die natürlichen Phänomene zu rekonstruieren (vgl. Losee 1977: 17ff).

5 Eine dieser typischen Schlussfolgerungen Aristoteles war, dass alle Lebewesen, die eine Lunge aufwiesen einen Hals haben müssen. Den Grund dafür sah Aristoteles in der Funktionsweise der Lunge. Er hatte in seiner Faktensammlung festgestellt, dass Lebewesen mit Lunge eine Luftröhre aufweisen.

Kollegen zur Wehr setzen. Entsprechend der scholastischen Kosmologie galten die Planeten als perfekte Kugeln und die Erde als das Zentrum des Universums. Raue Oberflächen und Trabanten, die sich um Jupiter bewegen, passten nicht in das Weltbild. In einem Brief an Johannes Kepler amüsierte sich Galileo über einen Kollegen, „professor of philosophy at Pisa labouring before the Grand Duke with logical arguments, as if with magical incantations, to charm the new planets out of the sky" (Galileo, übersetzt in: Roberts 1937: 55).

Doch bereits frühe Experimentatoren wie Roger Bacon, die davon überzeugt waren, dass „wir nur durch die eigene Forschung und durch das Experiment zur Wahrheit gelangen können" (Bacon 1268, übersetzt in: Vogel, 1904: 17) begannen, diese allgemeine Einsichtigkeit in Frage zu stellen. Sie forderten eine Scientia experimentalis, deren Forschungslogik alle unnötigen und komplizierenden Erklärungen und vor allem unbelegten Spekulationen vermeidet. Die den Ursprung von Erkenntnis hinterfragt und diese nur durch direkte Gegenstandserfassung erzielt, indem sie die Verknüpfung der Dinge oder Eigenschaften auf ihre Kausalität hin untersucht. Diese Forderungen verfestigten das Verständnis, dass alles was real sei nicht nur sinnlich wahrnehmbar, sondern auch individuell sei und damit Gegenstand von Erkenntnis. Roger Bacons Auffassung markierte die Wende im mittelalterlichen Naturverständnis und bereitete den Weg für die neuzeitliche Wissenschaft, die sich am deutlichsten zweihundert Jahre später im Wissenschaftsprogramm Francis Bacons artikulierte.[6] Aus der Passivität des Staunens wird nun die Aktivität der forschenden Neugierde, die als intellektuelle Begierde maßgeblich das wissenschaftliche wie technische Handeln bis heute prägt. Denn, so die Meinung Roger Bacons, man könne das induktive Verfahren nur dann erfolgreich anwenden, wenn man ein genaues und umfassendes Tatsachenwissen besäße, und dazu sei aktives und systematisches Experimentieren notwendig. Das Ideal des Erkenntnisfortschritts gründet ebenso in diesem kognitiven Wechsel wie die Idee der Beherrschbarkeit der Natur.

6 Diese Entwicklung zeigte sich auch an den veränderten Studienbedingungen. Galten seit der Antike neben der Theologie das Quadrivium (Arithmetik, Geometrie, Musik und Astronomie) und Trivium (Grammatik, Rhetorik und Dialektik) als klassische Ausbildungsfächer, so kristallisierte sich im 13. Jahrhundert eine neue Einteilung des Studiums in theoretische Philosophie (Naturphilosophie, Mathematik und Metaphysik), praktische Philosophie (Ethik, Ökonomie und Politik) sowie Logik heraus (vgl. Flasch 1995: 306ff).

Sciencia experimentalis

In seiner Fabel *Neu-Atlantis* beschrieb Francis Bacon 1642 eine Institution, die den Zweck habe „die Ursachen des Naturgeschehens zu ergründen, die geheimen Bewegungen in den Dingen und die inneren Kräfte der Natur zu erforschen und die Grenzen der menschlichen Macht so weit auszudehnen, um alle möglichen Dinge zu bewirken" (Bacon 1642/1982: 43). Dazu seien Forschungen in systematischer Form nötig, um „den kausalen Zusammenhang der Dinge möglichst klar darzulegen, der Natur ihre tiefsten Geheimnisse zu entlocken und eine leichtverständliche, eindeutige Auskunft über die unbekannten Bestandteile und Kräfte in den verschiedenen Körpern zu erhalten" (Bacon, 1642/1982: 55). Damit skizzierte Bacon das Programm der neuzeitlichen Wissenschaft, die instrumentelle Beobachtung und Experiment zu ihren Erkenntnismedien machte. War der mittelalterliche Mensch Teil der Schöpfung, die er bestaunte, so begann er jetzt als Homo faber die Natur gezielt zu ergründen, sie zunehmend durch Technik zu beherrschen und ihre Ressourcen auszubeuten. Wissen sollte von nun an nützlich sein und der Verbesserung der Lebensumstände dienen, statt kontemplativ oder moralistisch zu sein. Diese Entwicklung zeichnete sich bereits im Aufstieg des Merkantilismus und der Handelszentren seit 1300 ab sowie durch die pragmatische Position des Franziskanerordens, vor allem aber durch die Ansichten Roger Bacons in Oxford.[7] Doch Nützlichkeit stellt andere Anforderungen an die Produktion und Vermittlung von Wissen, als kontemplatives Staunen oder theologische Dogmen. Auch wenn die frühen Experimente nicht den heutigen Standards entsprechen, so revolutionierten sie doch im Laufe des 17. und 18. Jahrhunderts die wissenschaftliche Erkenntnisproduktion. 1666 beschrieb Robert Hooke in seinem Essay *A General Scheme, or Idea of the Present State of Natural Philosophy, and How its Defects may be Remedied by a Methodological Proceeding in the making of Experiments and collecting Observations, whereby to compile a Natural History, as the Solid Basis for the Superstructure of True Philosophy* unterschiedliche Möglichkeiten der Beobachtung und des Experiments je nach wissenschaftlichem Interesse: „By observing how nature proceeds in distributing the same property in

7 Roger Bacon beschäftigte sich im 13. Jahrhundert als einer der ersten Naturforscher mit experimentellen Studien. Er prangerte „das Schwören auf eine unwürdige und hinfällige Autorität, die Macht der Gewohnheit, die Denkweise der gewöhnlichen großen Masse und die Blindheit gegen die eigene Unwissenheit verbunden mit Prahlerei mit der eigenen Weisheit" (Bacon 1268, übersetzt in: Vogel 1904: 17) als hinderlich für den Erkenntnisfortschritt an.

several bodies [...] by observing the transitions it makes from one property to another [...] by taking notice of all such processes of nature, wherein by the same effective principle it causes quite different products," etc. (Hooke 1666: 992).

Typische Experimente jener Zeit waren Studien zur Lichtbrechung und Optik, zur Bewegung und Geschwindigkeit von Gegenständen, zur Erzeugung eines Vakuums oder zur Funktionsweise des Auges. Experimentieren war zu Beginn der Neuzeit eine Angelegenheit einzelner Naturforscher in privaten Studierzimmern, Universitäten oder Klöstern. Auch waren Experimente oft mit öffentlichen Demonstrationen auf Messen und Märkten verbunden.[8] Forschungsinstitute gab es noch nicht und erst im Laufe des 17. Jahrhunderts begannen sich Gelehrtengesellschaften in Form von Akademien zu etablieren.[9] Mess- und Experimentiergeräte waren ungeeichte Einzelanfertigungen und viele Messgrößen waren noch nicht bekannt. Präzise Beschreibungen und vertrauenswürdige Zeugen waren daher für die Glaubwürdigkeit der experimentellen Resultate von entscheidender Bedeutung. Robert Boyle, einer der erfolgreichsten Experimentatoren jener Zeit, forderte nicht nur von seinen Zeitgenossen, dass sie ihre Experimente präzise beschreiben und dadurch nachvollziehbar und wiederholbar machen sollten.[10] Er selbst wiederholte sein Vakuumexperiment, mit dem er zeigen konnte, dass das Barometer den Druck der Atmosphäre anzeigte und nichts anderes, in Anwesenheit namhafter Forscher wie John Wallis, Seth Ward und Christopher Wren (vgl. Crombie 1994: 954). Diese frühe Experimentalkultur wurde in den bildhaften Darstellungen von Experimenten samt Experimentator und Zuschauer bis weit ins 18. Jahrhundert dokumentiert.

Die Forderung nach der Standardisierung empirischer Forschung spiegelte das zunehmende Verständnis von Wissenschaft als Gemein-

8 „Auch Theater wurden bis weit ins 19. Jahrhundert benutzt, um naturwissenschaftliche Experimentalkunst angemessen in Szene zu setzen, woraus sich schließlich unter Titeln wie Lecture Theatre oder auch Automatical Theatre spezialisierte Einrichtungen entwickelten" (Schramm 2006: XVI).

9 Die Akademien waren Gelehrtengesellschaften, die sich zu Wissenschaftsinstitutionen entwickelten. So wurde die Accademia Nazionale dei Lincei 1603 in Rom, die Deutsche Gesellschaft der Naturforscher Leopoldina 1652 in Schweinfurt und die Royal Society 1660 in London gegründet. Weitere Akademiegründungen folgten wie die Académie des Sciences in Paris 1666, die Akademie der Wissenschaften in Berlin 1700 und andere.

10 Galileo Galilei wurde für seinen Stil bewundert, den Weg der Erkenntnis in seinen Schriften offen darzulegen, so dass dieser nachvollziehbar war, während Isaac Newton – nach der Praktik der antiken Geometer – die gefundenen Resultate diskutierte, ohne ihren Entstehungskontext allzu genau zu beschreiben.

schaftsunternehmen wider, in das sich im Laufe des 17. und 18. Jahrhunderts die einzelnen Naturforscher einordneten. Dazu galt es, die Bedingungen der Erkenntnisproduktion neutral, also kontext- und interpretationsunabhängig, zu gestalten und offenzulegen. Jeder Forscher sollte in der Lage sein, die Experimente, Beobachtungen und Messungen seiner Kollegen zu wiederholen und gegebenenfalls die dazu nötigen Instrumente nachzubauen. Um eine solche Nachvollziehbarkeit zu gewährleisten, bedurfte es einheitlicher Beschreibungsformate, Nomenklaturen und Standards. Zur Durchsetzung dieser Standards waren wissenschaftliche Institutionen, wie eben die Akademien, wissenschaftliche Kommunikations- und Publikationsmedien, wie Briefe, Bücher und Journale,[11] aber auch ein Verständnis von Wissenschaft als intersubjektives und kollaboratives Unternehmen von Nöten. In diesem Wechselspiel von Standardisierung und Institutionalisierung bildete sich nicht nur das neuzeitliche und moderne Wissenschaftsverständnis heraus, sondern auch die Identifikation der Forscher als Scientific Community. Die Glaubwürdigkeit wissenschaftlicher Erkenntnisse löste sich im Zuge dieser Entwicklungen von individuellen Zeugen ab und wurde an Instrumente, Methoden und Standards delegiert.[12] Wissenschaft emanzipierte sich von der Sphäre subjektiver Praktiken zu einem intersubjektiven und reglementierten Unternehmen, das zunehmend Anspruch auf objektives Wissen erhob. Dieser Anspruch fand Ende des 19. Jahrhunderts in der Rede von der exakten Wissenschaft seinen Höhepunkt.

Obwohl dieser Prozess der Standardisierung und Institutionalisierung bis ins 19. Jahrhundert andauerte, war es die maßgebliche Leistung des 17. Jahrhunderts, die Argumentation auf Basis experimenteller Ergebnisse

11 Es ist kein Zufall, dass ab dem 14. Jahrhundert die ersten Papiermühlen in den intellektuellen Zentren gegründet wurden (Bologna 1293, Padua 1340, Troyes 1338, Nürnberg 1390). Mit der Erfindung des Buchdrucks entstanden ab dem 15. Jahrhundert die ersten Druckereien. Um 1500 gab es europaweit bereits mehr als 1.000 Drucker und Verleger, die 27.000 Titel mit einer geschätzten Gesamtauflage von insgesamt eins- bis acht Millionen Bänden druckten. Im 17. Jahrhundert waren bereits über eine Million unterschiedlicher Titel im Umlauf. 1682 erschien mit den Leipziger *Acta eruditorum* das erste wissenschaftliche Journal im deutschsprachigen Raum (vgl. Flasch 1995: 146f; Hiebel 1997: 49ff).

12 „Um die Mitte des achtzehnten Jahrhunderts war das Staunen der Naturphilosophie fremd geworden und noch dazu in schlechte Gesellschaft geraten. … Die Pariser Académie Royale des Science war so besorgt darum, dieser verbreiteten ‚Liebe zum Staunen' keinen Vorschub zu leisten, dass sie sich jahrzehntelang weigerte, Berichten über Meteoriten Glauben zu schenken, weil vom Himmel fallende Steine einen Beigeschmack von Wunderzeichen hatten" (Daston 2001: 92).

wissenschaftlich zu etablieren. Dabei lieferten die instrumentenbasierten Experimente und Beobachtungen eine wachsende Sammlung von Fakten, die es mit Hilfe von Annahmen und Theorien zu erklären galt. Auch hier waren geeignete Praktiken und Standardisierungen gefordert. Erfahrene Experimentatoren wie Robert Boyle kritisierten die Lust ihrer Kollegen an spekulativen Interpretationen magerer, experimenteller Befunde und forderten „that men, in the first place, would forbear to establish any theory, till they have consulted with [...] a considerable number of experiments, in proportion to the comprehensiveness of the theory to be erected on them. And, in the next place, I would have such kind of superstructures looked upon only as temporary ones" (Boyle 1661 in: Crombie 1994: 948). Auch wenn von systematischer, theoriegeleiteter Wissenschaft noch nicht die Rede sein konnte – und dessen waren sich die frühen neuzeitlichen Forscher durchaus bewusst – so stellte die sorgfältige Sammlung von Fakten und Beobachtungen die Grundlage für spätere Systematisierungen dar.[13] Bernard de Fontenelle forderte daher 1709 im Programm der Pariser Académie des Science: „Die Akademie ist auf der ersten Stufe, auf der sie einen großen Bestand von gut begründeten Beobachtungen und Tatsachen sammelt, die eines Tages die Grundlage für ein System sein werden. Denn die systematische Physik muß von der Errichtung ihres Gebäudes solange Abstand nehmen, bis die experimentelle Physik in der Lage ist, sie mit den nötigen Materialien zu versorgen" (Fontenelle 1709, übersetzt in: Böhme, van den Daele, Krohn 1977: 190).

Doch worauf sollte eine systematische Wissenschaft basieren, auf empirischen Ordnungen oder allgemeinen Prinzipien? Für Bereiche, die der direkten Beobachtung zugänglich waren und eine Fülle an Erscheinungen boten wie die Botanik, die Biologie oder die Mineralogie, wurden seit der Antike Versuche unternommen, diese zu klassifizieren. Dabei dienten die empirischen Ordnungen dem Zweck, die unüberschaubare Fülle von Einzelerscheinungen zu strukturieren. Bereits Aristoteles hatte in seinen botanischen Studien über sechshundert Pflanzenarten aufgelistet. Im 17. Jahrhundert waren bereits mehr als sechstausend Pflanzenarten bekannt und bis Mitte des 20. Jahrhunderts waren es achtzehntausend. Anhand von Beobachtungsvariablen bestimmten Botaniker rele-

13 Während den Baconischen Wissenschaften theoretische Entwicklungslinien fehlten – Thomas Kuhn bezeichnete diese Phase in seiner Studie *Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen* als strukturlosen Empirismus (vgl. Kuhn 1962) – sind Astronomie, Mechanik und Optik bereits im 17. Jahrhundert systematische, d.h. theoriegeleitete Wissenschaften, die Empirie mit mathematisierter Theorie verbinden.

vante Merkmale, auf deren Basis sie dann durch Merkmalskombinationen und Unterscheidungen Klassifikationen entwickelten. Dabei kam es vor, dass sich Klassifikationssysteme als hinderlich für den Erkenntnisfortschritt erwiesen.[14] In seiner *Geschichte der Botanik* vom 16. Jahrhundert bis 1860 schrieb Julius Sachs:

„Die Botaniker in den letzten drei Decennien des 17. Jahrhunderts mussten erkennen, daß die von Lobelius und Bauhin aufgestellten Verwandtschaftsreihen auf dem von Caesalpin betretenen Weg durch a priori festgestellte Merkmale nicht charakterisiert und nicht zu einem wohlgegliederten System ausgebildet werden können" (Sachs 1875: 69). „Eine beinahe 300jährige ununterbrochene Arbeit, welche immer wieder von dem selben Grundsatz ausging oder factisch sich doch in dieser Weise beschäftigte, hat den inductiven Beweis geliefert, dass der von Caesalpin [1583] eingeschlagene Weg ein Irrweg ist. Wenn dennoch bei der Verfolgung desselben bis zur Mitte des 18. Jahrhunderts die natürlichen Verwandtschaftsgruppen immer deutlicher hervortreten, so geschah es, weil eben auch der auf einem Irrweg Begriffene nach und nach die Gegend, in welcher er umherirrt, immer besser kennen lernt und endlich ahnt, welcher Weg der richtige gewesen sein würde" (Sachs 1875: 63).[15]

Ein Großteil der beobachteten Phänomene waren jedoch nicht Objekte, sondern Prozesse wie die Brechung des Lichts, die Verbrennung organischer Stoffe oder die Fortpflanzung von Lebewesen. Klassifikationen anhand von Beobachtungsmerkmalen lieferten kaum Informationen, denn Klassifikationen sind lediglich Beschreibungen und keine wissenschaftlichen Erklärungen. Erst empirisch fundierte Modelle und Theorien, basierend auf Experimenten und Messungen, ermöglichten entsprechende Erklärungen der Phänomene und Prozesse, um die zugrundelie-

14 Die frühen botanischen Systeme waren Mischgebilde künstlicher und natürlicher Ordnungen. Erst Carl von Linné beschränkte sich in seiner Abhandlung *Species Plantarum* von 1753 auf eine Art von Systematik. Basierend auf mehr als dreißig verschiedenen Beobachtungsvariablen erarbeitete er ein künstliches System von Klassen und Ordnungen, das sich unabhängig von natürlichen Pflanzenverwandtschaften auf die Form der Pflanzen konzentrierte. Allerdings wurde Linnés künstliches System stark kritisiert, schließlich erhoffte man sich von der natürlichen Ordnung Aufschlüsse über die Entstehung und Entwicklung der Pflanzenarten. Ähnliche Klassifikationen wurden im Laufe des Mittelalters und der Neuzeit für die Welt der Tiere, Gesteine oder chemische Verbindungen in zunehmend umfangreicherer Weise erstellt.

15 Andrea Cesalpino beschrieb in seinem *De Plantis Libri* 1583 bereits 840 Arten. „Caesalpin war der erste, der ein Pflanzensystem nach der Formverschiedenheit und Ähnlichkeit beschrieb ohne auf ihre Eigenschaften und Kräfte zu sehen. Mit ihm beginnt die wahre methodische Systematik" (Schultz 1832: 17-18).

genden Prinzipien zu verstehen. Denn das Ziel der Naturforschung des 17. Jahrhunderts war es, die Gesetze der Natur in ihren Erscheinungen zu erkennen und diese zu formulieren. Vorbild war dabei die Astronomie und ihre Himmelsmechanik, die mit Newtons Mechanik auf die Bewegung aller physischen Objekte anwendbar wird und sich mathematisch formulieren lässt. Doch um „eindeutige Auskunft über die unbekannten Bestandteile und Kräfte in den verschiedenen Körpern zu erhalten“ (Bacon, 1642/1982: 55), müssen die Forscher tiefer blicken als es die Wahrnehmung erlaubt. Sie müssen ihren Blick anders gestalten als das natürliche Sehen, denn „[...]every natural action depends on things infinitely small, or at least too small to strike the sense,“ schrieb Bacon im *New Organon*. „No one can hope to govern or change nature until he has duly comprehended and observed them“ (Bacon 1620/2004: II. Buch VI). Der Wunsch, Einblicke jenseits des direkt Beobachtbaren zu gewinnen, zeigt sich in den verschiedenen Formen des wissenschaftlichen Blicks, die seit der Neuzeit die Forschung maßgeblich bestimmen: Im beobachtenden Blick mit Hilfe von Instrumenten in mikroskopische und makroskopische Bereiche. Im messenden Blick in Bereiche jenseits des Sichtbar- und Wahrnehmbaren. Im experimentellen Blick auf kausale Zusammenhänge. Im theoretischen Blick auf die den Phänomenen zugrunde liegenden Gesetzlichkeiten und schließlich im mathematischen Blick auf allgemein formulierte Prinzipien. Diese Einblicke veränderten das, was wissenschaftlich als real galt und bis heute gilt. Vor allem mit dem Blick auf das Kausale versuchen die Forscher immer tiefer in die Phänomene einzudringen. „In the seventeenth century old practices changed and new ones appeared. Those changing practises represent shifts in the meaning of experience itself – shifts in what people saw when they looked at the events in the natural world“ (Dear 1995: 12-13).

Ohne Instrumente der Messung, der Beobachtung und des Experimentierens sind diese Einblicke nicht denkbar. Die Entwicklung leistungsfähiger und zunehmend genauerer Instrumente spielt daher eine maßgebliche Rolle im wissenschaftlichen Erkenntnisfortschritt, denn verbesserte oder neue Instrumente erlauben Einsichten in neue Bereiche, generieren neue Entdeckungen und erweitern wissenschaftliche Erfahrung. „Das Projekt der neuzeitlichen Wissenschaft leitet seine Macht aus dem spezifisch technologischen Charakter der Darstellungsräume her. Die Kräfte und die Art von Überlegungen, die sie freisetzen, ebenso wie die Regeln, denen sie gehorchen, sind weniger die von cartesischen Subjekten als vielmehr die von technologisch-epistemischen Texturen“ (Rheinberger 2002: 243, 244). Natur wird mit Hilfe experimenteller Versuchsanordnungen, systematischer Beobachtungen und instrumenteller Messungen rekontextualisiert. Der technologische Charakter leitet sich dabei aus den methodischen und reglementierten Praktiken des Forschens ab, die zunehmend an Instrumente delegiert werden. Mit der fortschreitenden Standardisierung und Normierung dieser Praktiken erwirbt die neuzeitliche Wissenschaft die Fähigkeit, aus der Komplexität natürlicher Erscheinungen Phänomene zu isolieren, zu stabilisieren und unter kontrollierten Bedingungen beherrschbar zu machen. Diese ‚Revolution der Denkart', wie Immanuel Kant sie in seiner Vorrede zur *Kritik der reinen Vernunft* 1787 betitelte, setzte ein, als: „Galilei seine Kugeln die schiefe Fläche mit einer von ihm selbst gewählten Schwere herabrollen, oder Torricelli die Luft ein Gewicht, was er sich zum voraus dem einer ihm bekannten Wassersäule gleich dachte, tragen ließ … Sie begriffen, dass die Vernunft nur das einsieht, was sie selbst nach ihrem Entwurf hervorbringt" (Kant 1787/1993: B XIII). Der Preis, den die Naturforschung dafür zahlen muss, ist die zunehmende Abhängigkeit von den immer komplizierter werdenden Apparaten. Die Konstruiertheit wissenschaftlicher Realitäten als Labor-Realitäten entfernt sich im Laufe der Wissenschaftsentwicklung immer weiter von der lebensweltlich erfahrbaren Realität.[16] Aus heutiger Perspektive lässt sich feststellen, dass die „durch die Fundamentalaussagen eines Forschungsprogramms dargestellten Sachverhalte … [sich] in der Regel überhaupt nicht in der ‚unberührten Natur' beobachten [lassen]. Es bedarf äußerst umfangreicher technisch-apparativer Vorkehrungen und die führen meist nicht zu einer vollständigen, sondern nur zu einer angenäherten Realisierung der Fundamentalaussagen eines Forschungsprogramms" (Tetens 1987: 9).

Quantifizierung

Ein maßgeblicher Faktor der Rekontextualisierungen natürlicher Phänomene und Prozesse ist deren Quantifizierung. Quantifizierung schafft Ordnungen als ein Mehr oder Weniger, als ein Wärmer oder Kälter, ein Größer oder Kleiner, oder allgemein, als ein Schwächer oder Stärker einer Intensität. Quantitative Ordnungen unterscheiden sich von qualitativen, insofern sie das Nebeneinander der Zustände in eine Reihenfolge bringen. Qualitative Ordnungen können Klassen und Gruppen mit ähnlichen Merkmalen bilden, aber sie stellen keine Reihenfolgen innerhalb der Klassen oder zwischen diesen dar. Erst die Quantifizierung erlaubt eine

16 Laborforschungen rekonstruieren die aktuellen konstruktiven Prozesse der Forschung anhand von Fallstudien (vgl. beispielsweise Latour, Woolgar 1979; Knorr Cetina 1981; Lynch 1985; Rheinberger 2002).

komparative Ordnung der Phänomene und Prozesse.[17] „Von einer bloß-empirischen, schlechthin ‚gegeben' Vielheit wird ausgegangen: aber das Ziel der theoretischen Begriffsbildung ist darauf gerichtet, sie in eine rational-überschaubare, in eine ‚konstruktive' Vielheit zu verwandeln. Diese Verwandlung ist niemals abgeschlossen – aber sie wird stets von neuem und mit immer komplexeren Mitteln in Angriff genommen. [… Dabei] wird den Phänomenen gewissermaßen gewaltsam ein anderer Ordnungstyp aufgedrückt" (Cassirer 1929/1990: 482), der sie der rationalen Kontrolle zugänglich macht. Historisch zeigt sich dieser Prozess in der Verschmelzung von Beobachtung, Experiment und Messung. Nicht nur entdecken die Astronomen des 16. und 17. Jahrhunderts dank der Fernrohre neue Monde und die Naturforscher mit Hilfe des Mikroskops neue Welten jenseits der natürlichen Wahrnehmungsgrenze.[18] Es dauert nicht lange, bis den Beobachtungen ein geometrisches Ordnungsraster unterlegt wird und diese dadurch metrisiert werden.[19]

Die Phänomene werden mit Hilfe von Messinstrumenten unter diesen neuen, da quantitativen Ordnungstyp subsumiert. Die typischen Messinstrumente der neuzeitlichen Experimentierstuben waren Pendel, Thermometer, Barometer, Luftpumpe, Waage und Kompass.[20] 1667

17 Dabei ist die Quantifizierung eine gängige Praktik, die so alt ist wie die Zahlen. Mit dem aufkommenden Merkantilismus des Mittelalters verstärkte sich jedoch ihr Einfluss auf alle Bereiche der Gesellschaft. „Die Zahlen, die Zählbarkeit der Dinge, die rationale Kontrolle und die Abzweckung auf Nützlichkeit prägte das merkantile Denken in den Handelszentren, die gegen 1300 die kulturelle Führung an sich gerissen hatten. Wenn nun ein Chronist über irgendeinen Vorgang berichtete, z.B. über einen Brückenbau, dann gab er Länge und Breite, Arbeitszeit und Zahl der Arbeiter präzise an" (Flasch 1995: 484). Diese Praktik der rationalen Kontrolle wurde nach und nach in Form von Messung auf die Natur übertragen und ersetzte die qualitativen Erklärungen der aristotelischen Physik.

18 Im 17. Jahrhundert gelangen zahlreiche Entdeckungen mit Hilfe des Teleskops, aber auch des Mikroskops wie beispielsweise die 1661 von Marcello Malpighi dokumentierten mikroskopischen Befunde über die Kapillarendurchströmung in Zellen oder die 1683 von Anthony van Leeuwenhoek an die Royal Society gesandten Zeichnungen von Bakterien.

19 Zu Beginn des 18. Jahrhunderts wurden Mikrometer, feine Raster zur Bestimmung der Größenverhältnisse, mit Mikroskopen kombiniert. Dabei sind Messungen mehr als das Abzählen oder Ordnen sichtbarer Objekte. Sie stellen Vergleiche von Zuständen einer zu messenden Größe quantitativ dar und erfassen nicht sichtbare, oft auch nicht wahrnehmbare Größen der Phänomene und Prozesse. Allgemein gesprochen sind Messungen homomorphe Abbildung von Objekten und Zuständen auf Zahlen (vgl. Suppes, Zinnes 1963). Im einfachsten Falle heißt dies: Je intensiver der gemessene Effekt, desto größer der Zahlwert.

20 Grundlegend für die Entwicklung der neuzeitlichen Wissenschaft war die Verbesserung der Zeitmessung. Galileo hatte in seinen Studien zum Pen-

zählte Thomas Sprat bereits mehr als fünfzig Instrumente, die von Mitgliedern der Royal Society erfunden worden waren (vgl. Letwin 1963). Diese Instrumente wurden zu Beginn vor allem qualitativ genutzt. Aufgrund mangelnder theoretischer Bestimmungen der zu messenden Größen galten die Messungen mehr der experimentellen Untersuchung der Instrumente selbst, als den zu messenden Phänomenen. Erst im Wechselspiel zwischen empirischen Studien, theoretischen Entwicklungen sowie der experimentellen Überprüfung und Normierung der Apparate entwickelten sich die Messinstrumente von einfachen Anzeigen zu komplizierten Apparaten, die immer genauer wurden. So zog sich beispielsweise die Verbesserung der Wärmemessung von Galileos erstem Thermometer um 1600 über mehr als ein Jahrhundert hin, bis 1724 mit dem Gefrierpunkt von Wasser ein geeigneter Fixpunkt für die Vergleichbarkeit der Messungen gefunden worden war. Im Laufe der Zeit konnte Temperatur als Messgröße generalisiert und unabhängig von spezifischen Instrumenten exakt messbar gemacht werden. Dazu waren experimentelle und theoretische Arbeiten von Daniel Fahrenheit zur Konstanz des Eispunktes (1724), von Anders Celsius zur Abhängigkeit des Siedepunktes vom Luftdruck (1742), von Robert Boyle zur Kompressibilität von Flüssigkeiten (1662), von Jean-André Deluc zur Wärmeausdehnung von Flüssigkeiten (1772) und anderen Forschern nötig (vgl. Böhme, van den Daele, 1977: 201ff). Die Instrumentenentwicklung, nicht nur die des Thermometers, unterläuft dabei charakteristische Stadien. Messungen unterschiedlicher Instrumente werden zunehmend miteinander vergleichbar und von den technischen Grenzen einzelner Instrumente unabhängig. Die damals geläufigen Basisgrößen sind die Länge, die Masse und die Zeit. „The numerical measures of angle, length, time and weight or mass continued to be the quantities in terms of which almost all other quantities were measured, even the newly quantified properties of physics such as ‚magnetic intensity' or fluid pressure" (Roche 1998: 52). Beispielsweise definierte Isaac Newton 1687 das Maß der Kraft als Produkt von Masse und Beschleunigung oder Carl Friedrich Gauß bestimmte 1838 die erdmagnetische Intensität durch die Basisgrößen Länge, Masse und Zeit.

Doch Messinstrumente alleine genügen nicht, um quantitativ aussagekräftige Resultate zu erzielen. Dazu bedarf es der Spezifizierung dessen, was aussagekräftig ist. Durchschnittswerte und Naturkonstanten spielen eine

del dessen Eigenschaften für die Zeitmessung entdeckt. Pendelschwingungen wurden zum wichtigsten Instrument wissenschaftlicher Zeitmessung, bis im 20. Jahrhundert Quarzkristallschwingungen und schließlich der Zerfall von Atomen für die Zeitbestimmung genutzt wurden.

entscheidende Rolle, denn sie geben Referenzpunkte zur Beurteilung der Resultate an. Um diese Werte zu ermitteln, bedarf es unzähliger Messungen und Berechnungen auf Basis gut bestätigter Theorien. Zudem wird eine Theorie der Fehlerrechnung benötigt, da jedes Messinstrument innerhalb einer Fehlerspanne operiert.[21] Als Charles Babbage 1832 eine Tabelle mit allen damals bekannten Durchschnittswerten und Konstanten wie astronomische Größen, Atomgewichte, geographische, biologische und andere Größen veröffentlichte, hatte sich die Idee der Quantifizierung der Natur vollends durchgesetzt. Babbage brachte mit seiner Tabelle zum Ausdruck „was vielen seiner Zeitgenossen vorschwebte, nämlich daß man die Welt mit Hilfe einer Reihe von Zahlen definieren könne, und diese Zahlen sollten Konstanten heißen" (Hacking 1996: 387).

Babbages Tabelle dokumentierte nicht nur die zunehmende Vermessung der Natur, sie kondensierte die Arbeit kollaborativer und zunehmend standardisierter Forschung eines ganzen Jahrhunderts.[22] Schon im 17. Jahrhundert wurden von den Akademien, vor allem im Bereich der Meteorologie, groß angelegte Messprogramme initialisiert. So verfasste Robert Hooke bereits 1663 für die Royal Society *A Method for Making a History of the Weather*. Beobachtungsdimensionen wie Temperatur, Niederschlag oder Luftdruck wurden darin ebenso vorgeschrieben wie die Konstruktionen und Skalen der Messinstrumente sowie die tabellarischen Notierungsstandards.[23] Wie aufwendig die Organisation von Messkampagnen war, um geeignete Mittelwerte zu erhalten, zeigen die Aufzeichnungen von Carl Friedrich Gauß, die er in den 1830er Jahren über seine magnetischen Beobachtungen zur Bestimmung der Deklinationen machte. Deklinationen geben den Winkel zwischen der Richtung der magnetischen Feldlinien und der Richtung auf den geographischen Nordpol am Beobachtungsort an. Da sich die Abweichung zwischen dem magneti-

21 1809 gelang es Carl Friedrich Gauß eine solche Fehlertheorie zu formulieren, die er in seinem Werk *Theoria Motus Corporum Coelestium in sectionibus conicis solem ambientium* als Methode der kleinsten Quadrate publizierte (vgl. Gauß 1809, 1816; Knobloch 1992).

22 Die älteste bekannte Naturkonstante ist die Gravitationskonstante (G), die seit 1798 bekannt war. Andere sind die Elementarladung (e), die magnetische Feldkonstante ($\mu 0$), die Lichtgeschwindigkeit (c) oder das Plancksche Wirkungsquantum (h).

23 1781 nahm die Pfälzische Meteorologische Gesellschaft erstmals weltweit synchron Messungen vor. Ende des 19. Jahrhunderts gab es in Europa bereits ein gut ausgebautes Netz an Wettermessstationen. „In principle, everybody was measuring the same quantities. But instruments and practices remained discrepant, and it was enormously difficult to coordinate them. For years, as the Norwegian Vilhelm Bjerknes complained, the failure of coordination appeared on most weather maps in the form of a wholly artifactual cyclon over Strasbourg" (Porter 1995: 27).

schem und dem geographischem Nordpol jährlich um einige Kilometer verschiebt, ändern sich die Deklinationen laufend. Die aktuellen Abweichungen müssen jedoch erfasst werden, um mit einem magnetischen Kompass navigieren zu können. Diese Abweichungen wurden bis ins 15. Jahrhundert als Messfehler gedeutet, da man das Magnetfeld für konstant hielt. Als 1634 Henry Gellibrand in London Messungen durchführte und diese mit Messungen von William Borough aus dem Jahr 1580 und Edmund Gunters Messungen von 1622 verglich (vgl. Gunter 1624a), stellte er die Veränderung der Deklination in London zwischen 1580 bis 1634 um etwa sieben Bogengrad fest und schärfte das Bewusstsein für die Variabilität der Deklinationen (Gellibrand 1935). Zweihundert Jahre nach Gellibrand startete Gauß in Göttingen seine umfangreichen Messungen des Erdmagnetfeldes, um einen *Atlas des Erdmagnetismus* zu erstellen. Unter seiner Leitung führte der Göttinger Magnetische Verein von 1836 bis 1841 eine internationale Messkampagne durch. An den Messungen, deren Vorgehen Gauß 1836 in der Schrift *Das in den Beobachtungsterminen anzuwendende Verfahren* festlegte, beteiligten sich bis zu fünfzig erdmagnetische Observatorien in aller Welt. Auf über achtzehn Seiten diskutierte Gauß die verschiedenen Aspekte, die es zu berücksichtigen galt, um vergleichbare Resultate über einen längeren Messzeitraum zu erzielen: An festgelegten Tagen waren im 5-minütigen Takt Messungen durchzuführen, um jeweils 289 Messresultate zu erhalten. Da die Greenwich Mean Time erst 1884 eingeführt wurde, mussten die an der Messung beteiligten Personen ihre Uhren auf eine bestimmte Zeit ausrichten, in diesem Fall die Göttinger Zeit. Die Anweisungen von Gauß gingen soweit, dass in der wärmeren Jahreszeit vor den Messungen darauf zu achten sei, ob sich „eine Spinne im Kasten“ (Gauß 1836: 551) befände, deren Netz die freie Schwingung der Magnetnadel behindern könne. Auch den Einfluss der Beleuchtung bei nächtlichen Messungen auf das Ablesen der Skala oder die unterschiedlichen Sehschärfen der messenden Personen wurden besprochen.

$15^h\ 29'\ 10''$	865.2		
30	867.5	866.35	
50	866.2	866.85	
30 10	868.0	867.10	867.16
30	867.3	867.65	
50	868.5	867.90	

Abbildung 4: Berechnetes Beobachtungsresultat vom 15. August 1836 für T 15:30:00 Uhr in Göttingen (Gauß 1836: 545)

Ein weiteres Problem ergab sich durch das von Gauß 1832 verbesserte Messinstrument, den Magnetometer. „Bei den viel grösseren Forderungen, die man an die Genauigkeit der Bestimmung durch die jetzt eingeführten Apparate machen kann und machen muss, kann aber von einer solchen unmittelbaren Bestimmung nicht mehr die Rede sein. Es steht nicht in unserer Macht, die Nadel des Magnetometers so vollkommen zu beruhigen, dass gar keine erkennbaren Schwingungsbewegungen zurückbleiben. […] Es werden daher an die Stelle der unmittelbaren Beobachtung solche mittelbaren Bestimmungen treten müssen, zu denen eine vollkommene Beruhigung unnöthig ist“ (Gauß, 1836: 542). Gauß gibt verschiedene Möglichkeiten an, die Abweichungen auszugleichen: Zum einen per Hand, indem man das Minimum und Maximum der Schwingungsbewegung auf der Skala anzeichnet und das Mittel zwischen beiden nimmt. Zum anderen indem man für einige Zeitmomente um den eigentlichen Messzeitpunkt T Messungen durchführt und dann das Mittel als Endresultat daraus errechnet, wie in Abbildung 4 dargestellt. Als Mathematiker plädierte er für letztere Methode. Aufgrund all dieser Unsicherheitsfaktoren ging er davon aus, dass man „eben deshalb […] zu einer genauen Bestimmung der Mittelwerthe erst durch mehrjährige Beobachtungen gelangen [wird] können“ (Gauß 1836: 560). Vier Jahre später veröffentlichte er gemeinsam mit Wilhelm Weber den *Atlas des Erdmagnetismus* mit umfangreichem Kartenmaterial der gemessenen Werte (vgl. Gauß 1840).[24]

Drei Entwicklungen charakterisieren ab Mitte des 19. Jahrhunderts die zunehmende Vermessung der Welt durch die Wissenschaft. Die erste forcierte die Standardisierung der Messresultate durch internationale Kooperationen. Isolierte Messungen und Expeditionen, wie sie beispielsweise Alexander von Humboldt 1799 bis 1804 in Amerika unternahm, lieferten zwar wichtige Erkenntnisse, aber keine international vergleichbaren Messresultate.[25] Carl Weyprecht, Vordenker des 1. Internationalen Polarjahres, formulierte dieses Problem 1875 auf der 48. Versammlung der Deutschen Naturforscher und Ärzte in Graz: „Stellt man die wissenschaftlichen Resultate der vergangenen Expeditionen zusam-

24 Deklinationen werden in Isogonenkarten dargestellt. Eine der ersten Isogonenkarten stammt aus dem Jahre 1753 von Leonhard Euler. Seit 1979 werden die Veränderungen des Erdmagnetfeldes von Satelliten gemessen.

25 Alexander von Humboldt führte bei seiner Expedition in die Neue Welt rund fünfzig Messinstrumente mit sich. Das Resultat seiner Reisen publizierte er unter dem Titel *Voyage aux régions équinoxiales du nouveau continent, fait en 1799, 1800, 1801, 1802, 1803 et 1804* (vgl. Humboldt 1997).

men, so wird man finden, dass sie den darauf verwendeten Mitteln durchaus nicht entsprechen. […] Mit den Mitteln, welche eine einzige neue Expedition zur Erreichung der höchsten Breite kostet, ist es möglich, diese sämtlichen Stationen auf ein Jahr zu beziehen. Die Aufgabe wäre die, mit gleichen Instrumenten zu möglichst gleichen Zeiten durch ein Jahr Beobachtungen anzustellen“ (vgl. Weyprecht 1875). Das 1. Internationale Polarjahr von 1882/1883 bildete den Auftakt zu international koordinierten Messkampagnen, wie sie heute in zahlreichen Wissenschaftsbereichen, insbesondere in der Klimaforschung, die Regel sind.[26]

Die zweite Entwicklung basierte auf internationalen Absprachen und Konventionen zu Maßeinheiten. Am 20. Mai 1875 übernahmen zahlreiche Staaten in der Internationalen Meterkonvention das in Frankreich 1795 eingeführte metrische System. Normale wie das Urkilo oder der Urmeter, die der Kalibrierung von Messgeräten dienen, sollten Messungen weltweit vergleichbar machen.[27] 1884 wurde die Greenwich Mean Time, basierend auf der mittleren Sonnenzeit am Nullmeridian, dessen Verlauf die Internationale Meridian-Konferenz im Oktober 1884 durch das Observatorium in Greenwich festgelegt hatte, zur Weltzeit erklärt.[28] Dadurch ließen sich weltweit Messungen synchronisieren, indem sie von jedem Ort der Welt auf einheitliche und ortsunabhängige Raum-Zeit-Koordinaten bezogen werden konnten. Doch nicht nur die Forschung

26 1932/33 folgte das 2. Internationale Polarjahr und 1957/58 wurden die Messungen im Internationalen Geophysikalischen Jahr auch auf Gebiete außerhalb der Polarregionen ausgedehnt (vgl. Internationales Polarjahr 2008).

27 Metrische Einheiten werden heute im Internationalen Einheitensystem des BIMP Internationales Büro für Maß und Gewicht in Sèvres bei Paris geregelt. Bislang wurden sieben Basiseinheiten eingeführt – Kilo (kg), Meter (m), Sekunde (s), Ampere (A), Grad Kelvin (K), Candela (cd) und Mol (mol) – sowie zahlreiche abgeleitete Einheiten wie Pascal (Pa) für den Druck ($m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$), Hertz (Hz) für die Frequenz (s^{-1}), Coulomb (C) für die elektrische Ladung ($s \cdot A$) oder Newton (N) für die Kraft ($m \cdot kg \cdot s^{-2}$) (vgl. Haustein 2001; BIMP 2009).

28 Bereits 1766 legte der Astronom Nevil Maskelyne seine Berechnungen des *Nautical Almanac* auf die Ortszeit des Observatoriums von Greenwich aus. 1972 wurde die Greenwich Mean Time durch die koordinierte Weltzeit (UTC), die immer noch am Greenwich Nullmeridian ausgerichtet ist, abgelöst. Seit den 1970er Jahren vollzieht sich eine Zeitnormierung ganz anderer Art. Die Zeitdefinition des Computerbetriebssystems UNIX, die seit dem 1. Januar 1970 00:00 h UTC die vergangenen Sekunden zählt, hat sich im Computerbereich als UNIX-Epoche gegen die UTC durchgesetzt. (1218126923 UNIX Zeit entspricht dem 7.8.2008 um 18:25:23 h UTC.) Da die UNIX-Zeit jedoch Schaltsekunden nicht berücksichtigt, sind die Zeitsysteme nicht eindeutig aufeinander abbildbar.

forderte zunehmend Standardisierungen ein. Im Zuge der industriellen Revolution und ihrer technischen Produkte gewannen Normierungen praktisch wie ökonomisch an Bedeutung. Es ist kein Zufall, dass Wissenschaftler und Ingenieure gemeinsam – Karl-Heinrich Schellbach, Werner von Siemens und Hermann von Helmholtz – 1887 in Berlin die Gründung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt vorantrieben.[29] Die Reichsanstalt sollte als Eichamt fungieren und konnte bereits 1893 mit der Durchsetzung der elektrischen Einheiten auf dem Internationalen Elektrischen Kongress in Chicago ihren ersten Erfolg verbuchen (vgl. Vec 2006: 194).

Die dritte Entwicklung zeigte sich darin, dass zunehmend indirekte Messungen, die auf mathematischen Ableitungen basieren, eingeführt wurden. Während direkte Messungen aus dem Vergleich einer Messgröße mit einem vorher definierten Maßstab resultieren, werden indirekte Messungen in Bezug auf eine leicht zugängliche Größe bestimmt oder aus einer Kombination verschiedener Messgrößen abgeleitet.

> „Überall daher, wo physikalische Größen nur auf diesem indirecten Weg gemessen werden können, sind mathematische Hülfsoperationen die Werkzeuge solcher Messung. Weil aber nur an verhältnismässig wenige unter den Erscheinungen, auf deren genaue Kenntnis es uns ankommt, unsere verschiedenen Maße direct angelegt werden können, so fällt die Mehrzahl der physikalisch wichtigen Größen einer indirecten Messung anheim, die in der mathematischen Ableitung der gesuchten Grössen aus anderen durch die directe Messung gefundenen besteht. Da alle physikalischen Maße auf Raummaße zurückführen, so bildet die geometrische Construction den natürlichen Ausgangspunkt dieser Hülfsoperationen, und erst an sie schliessen sich die arithmetischen Verfahrensweisen an, durch welche es schliesslich möglich wird, die gefundenen Größen in bestimmten Zahlenwerthen auszudrücken“ (Wundt, 1894: 416-417).

Ein Beispiel für verschiedene Möglichkeiten der Wärmemessung gibt Carl Runge in seinem Kapitel über *Indirekte Vergleiche und Messungen* in der *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*. Die 1887 vom Comité International des Poids et Mesures festgelegte Definition der Temperatur durch das Wasserstoffthermometer, bezogen auf den Gefrierpunkt von Wasser unter normalem atmosphärischem Druck als Nullpunkt, lässt sich auch als Strahlungsenergie schwarzer Körper be-

29 Für moderne Messsysteme gelten normierte Prüfvorschriften zur Evaluierung der Messabweichungen, um Genauigkeit, Kalibrierung, Wiederholpräzision und Vergleichbarkeit festzulegen. Die seit 1942 bestehende DIN Norm 1319 regelt die *Grundbegriffe der Meßtechnik; Messen, Zählen, Prüfen* (vgl. DIN 2009).

stimmen. „Danach heißen zwei Temperaturen einander gleich, wenn die Energie der Strahlung, welche ein Oberflächenteil des schwarzen Körpers von gegebener Fläche in gegebener Zeit in einem gegebenen Raum entsendet, bei beiden Temperaturen die gleiche ist. Zwei Temperaturunterschiede sollen gleich heißen, wenn die Unterschiede der Strahlungsenergie einander gleich sind“ (Runge 1902: 8). Damit erhält man eine Skala, jedoch keinen Nullpunkt als Referenzpunkt. Beide Skalen – Wasserstoffthermometer und Strahlungsenergiemessung – sind keine ähnlichen Abbildungen aufeinander. „Es zeigt sich aber, dass bei geeigneter Annahme der Nullpunkte die Abbildung durch eine einfache rechnerische Beziehung der Zahlen dargestellt wird, soweit die Beobachtungen reichen. Die Zahlen des Wasserstoffthermometers sind bei geeigneter Annahme der Nullpunkte sehr nahe proportional den vierten Wurzeln der Zahlen aus den Skalen der Strahlungsenergien“ (Runge 1902: 8). Durch dieses indirekte Verfahren lässt sich anhand der Helligkeitsmessung die Temperatur für Körper bestimmen. Vor allem die Astronomie nutzt dieses indirekte Verfahren zur physikalischen Fernerforschung der Sterne. Im 19. und 20. Jahrhundert wurden die unterschiedlichsten Zusammenhänge zwischen Temperatur und physikalischen Effekten entdeckt, wie die Veränderung des elektrischen Widerstandes in Metallen, die Diffusion und der Brechungsindex von Gasen oder die Drehung der Polarisationsebene in Quarz, und für Temperaturmessungen genutzt.

Mathematisierung und Momentum

Quantifizierung, Standardisierung und Koordinierung instrumentenbasierter Einsichten auf Basis immer genauer arbeitender Messinstrumente leiten Mitte des 19. Jahrhunderts einen Wandel der Forschungslogik ein. Während zu Beginn der Neuzeit Beobachtung, Experiment und Messung noch weitgehend voneinander getrennt sind, da die vereinheitlichende Struktur der Quantifizierung noch wenig ausgebildet ist, fallen im Laufe der Wissenschaftsentwicklung alle drei Formen der empirischen Erkenntnisproduktion zusammen. Bei genauer Betrachtung zeigt sich, dass in der Quantifizierung, Standardisierung und Koordinierung empirischer Forschung die zunehmende Mathematisierung der Wissenschaft zur Entfaltung kommt.

„Es ist höchst bemerkenswert,“ schreibt 1947 Max Planck rückblickend auf die Entwicklungen in der Physik, „daß, obwohl der Anstoß zu jeder Verbesserung und Vereinfachung des physikalischen Weltbildes immer durch neuartige Beobachtungen, also durch Vorgänge in der Sinnenwelt, geliefert wird, dennoch das physikalische Weltbild sich in seiner Struktur immer weiter von der Sinnenwelt entfernt, daß es seinen anschaulichen, ursprünglich ganz anthropomorph gefärbten Charakter immer mehr einbüßt, daß die Sinnesempfindungen in steigendem Maße aus ihm ausgeschaltet werden – man denke nur an die physikalische Optik, in der vom menschlichen Auge gar nicht mehr die Rede ist – daß damit sein Wesen sich immer weiter ins Abstrakte verliert, wobei rein formale mathematische Operationen eine stets bedeutendere Rolle spielen und Qualitätsunterschiede immer mehr auf Quantitätsunterschiede zurückgeführt werden“ (Planck 1947a: 14).[30]

Die Voraussetzung für die von Max Planck angesprochene Mathematisierung der Physik liegt in der Transformation der Mathematik zu Beginn der Neuzeit. Diese lässt sich am plakativsten als Transformation von der geometrischen Anschaulichkeit und Konstruierbarkeit in die abstrakte Darstellung der Algebraisierung und Arithmetisierung der Geometrie charakterisieren. Oder mit den Worten von Felix Klein gesprochen:

„Gemeinhin verbindet man mit dem Begriffe der Mathematik schlichtweg die Idee eines streng logisch gegliederten auf sich selbst ruhenden Systems, wie uns ein solches etwa in der *Geometrie* des Euklid entgegentritt. Indes ist der Geist, aus dem die moderne Mathematik geboren wurde, ein ganz anderer. Von der Naturbeobachtung ausgehend, auf Naturerklärung gerichtet, hat er ein philosophisches Prinzip, das *Prinzip der Stetigkeit* an die Spitze gestellt. So ist es bei den großen Bahnbrechern bei Newton und Leibniz, so ist es das ganze 18. Jahrhundert hindurch, welches für die Entwicklung der Mathematik recht eigentlich ein Jahrhundert der Entdeckungen gewesen ist. Allmählich erst erwacht wieder eine strenge Kritik, welche nach der logischen Berechtigung der kühnen Entwicklungen fragt“ (Klein 1895: 232).

Diese Transformation spielt für die Entwicklung der neuzeitlichen Naturwissenschaft eine ebenso große Rolle wie die Einführung des Experiments. Der Auftakt zu dieser Entwicklung liegt in der Ablehnung des vorherrschenden, auf der klassischen Geometrie basierenden Wissenschaftsideals. Die experimentellen Naturforscher wenden sich am Beginn der Neuzeit nicht nur gegen die theologischen Spekulationen, sondern auch gegen die Demonstratio more geometrico, also die aus geoem-

30 Zwar hatte Planck bereits die weit reichenden Folgen der Mathematisierung, die Formulierung des Quantenprinzips (vgl. Planck 1900) und des Relativitätsprinzips (vgl. Einstein 1905), vor Augen. Vorbereitet wurde diese Entwicklung eines neuen Forschungsstils jedoch bereits Mitte des 19. Jahrhunderts, beispielsweise in Wilhelm Webers Arbeiten zur Elektrodynamik, der wiederum die erdmagnetischen Forschungen von Gauß zum Vorbild nahm (vgl. Weber 1846).

trischen Axiomen abgeleiteten Folgerungen. In seinen *Hydrostatical paradoxes* von 1666 formulierte Robert Boyle diese Auffassung deutlich. „And, about the very Subjects we are now upon, the following Paradoxes will discover so many mistakes of eminent writers, that pretend to have Mathematically demonstrated what they teach, that it cannot but make wary Naturalists [...] be somewhat diffident of Conclusions, whose proofs they do not well understand. And it cannot but, to such, be of great satisfication to find the things, that are thought them, verified by the visible testimony of Nature herself" (Boyle 1666: Einleitung). Experimentelle Physik – Pneumatik, Hydrostatik, Elektrizitätslehre, Wärmelehre, etc. – bleibt bis ins 19. Jahrhundert qualitativ orientiert. „Unlike physico-mathematics, experimental physics was not presented in a mathematical framework until the nineteenth century" (Roche 1998: 51).

Zum anderen wird in der Astronomie und später in der Mechanik die Mathematisierung den Beobachtungen angepasst, indem geometrische Modelle induktiv aus den Daten gewonnen werden. Noch in seinem Frühwerk, *Mysterium Cosmographicum* von 1596, versuchte Johannes Kepler die Harmonie des Kosmos geometrisch-spekulativ auf Basis der Platonischen Körper zu erklären.[31] Doch schon in seiner *Astronomia Nova* trug er 1609 dem Problem Rechnung, dass Tycho Brahes Beobachtungsdaten der Marsumlaufbahn, in die er als dessen Nachfolger 1602 Einsicht erhalten hatte, nicht mit den von Claudius Ptolemäus berechneten epizyklischen Bahnen übereinstimmten.[32] In jahrelangen Be-

31 Im *Timaeus* beschrieb Platon fünf regelmäßige Körper als Erklärungsgrundlage der Materie und ihrer Eigenschaften – Tetraeder (Feuer), Würfel (Erde), Oktaeder (Luft), Ikosaeder (Wasser), Dodekaeder (Himmelsmaterie) – und folgte damit der pythagoreischen Tradition mathematisch-spekulativer Naturtheorien. „Greek geometers and applied mathematicians found many ways of applying geometry to nature and to artifacts, without sacrificing its ideal character. All of the Greek exact sience and arts, including the Pythagorean science of musical harmonics, geometrical astronomy, solar horology, geodesy, cartography, ray optics, the theory of machines, the determination of centers of gravity and hydrostatics were heavily geometrical" (Roche 1998: 38).

32 Claudius Ptolemäus hatte in den dreizehn Büchern des *Almagest* ca. 150 n. Chr. versucht, die Beobachtungsdaten mit dem aristotelischen, geozentrischen Modell kreisförmiger Planetenbahnen zur Deckung zu bringen. Dazu konzipierte er ein epizyklisches Modell, in dem die Planeten kleine Kreise entlang eines größeren Kreises durchlaufen. Das ptolemäische Epizykloiden-Modell deckte sich weitgehend mit der Mess(un)genauigkeit der antiken Beobachtungsdaten. Auch Nikolaus Kopernikus konzipierte sein heliozentrisches Modell als epizyklisches Modell. Erst Johannes Kepler führte 1609 die ellipsenförmige Bahn aufgrund wesentlich genauerer Beobachtungsdaten der Planetenbewegung ein.

rechnungen extrahierte Kepler aus Brahes Beobachtungsdaten die tatsächliche Gestalt der Planetenbahn des Mars und passte schließlich die Geometrie als Modell ellipsenförmiger Bahnen den Beobachtungen an. Resultat seiner Bemühungen waren die ersten beiden Keplerschen Gesetze, auf deren allgemeiner Herleitung Newton später seine Mechanik aufbaute. Diese induktive Vorgehensweise Keplers revolutionierte die Astronomie und im Anschluss daran die Mechanik. In diesem Sinne ist auch Galileos Auffassung zu deuten, wenn er die Ordnung der Phänomene durch Mathematik gestaltet sieht. „Philosophie steht in diesem großen Buch – ich meine das Universum – das stets offen vor uns liegt; aber wir können es erst verstehen, wenn wir Sprache und Buchstaben verstehen, in denen es geschrieben ist. Es ist in der Sprache der Mathematik geschrieben," formulierte Galileo 1623 im *Il Saggiatore*, „seine Buchstaben sind Dreiecke, Kreise und andere geometrische Figuren, ohne die es dem Menschen unmöglich ist, ein einziges Wort daraus zu verstehen" (Galileo 1623, übersetzt in: Losee 1977: 25, 26). Selbst wenn sich die geometrisch inspirierten Modelle zunehmend den Beobachtungsdaten anpassen, so verdeutlicht Galileos Bemerkung doch den hohen Idealisierungsgrad dieser Modelle aufgrund ihrer idealisierten Elemente.

Der wirklich revolutionäre Schritt, hin zu einer neuzeitlichen und modernen Form der Mathematisierung von Wissenschaft, basierte jedoch auf der Integration neuer Konzepte in die Geometrie und damit auf ihrer Transformation in Analytische und Differential Geometrie. Diese Entwicklung setzt ein, als sich Naturforscher und Mathematiker zunehmend für die konzeptuelle Handhabung von Bewegung interessieren. Statt der statischen, auf Endlichkeit und Anschaulichkeit konzentrierten klassischen Geometrie mit ihrem Ideal der Konstruierbarkeit verhaftet zu bleiben, werden nun die Konstruktionsmechanismen selbst – Herstellung geometrischer Figuren mit Zirkel und Lineal auf Papier – mit Hilfe der Algebra operationalisiert. Dazu müssen die, zuvor per Hand ausgeführten oder gedachten Bewegungen, in typographische Operationen übersetzt werden. Vorbild sind zeichenbasierte, sukzessive Bewegungen in Form von Zahlen und Reihenbildung. Voraussetzung dafür ist die Verknüpfung der beiden mathematischen Darstellungssysteme – konstruktive Geometrie einerseits, operative Algebra und Arithmetik andererseits – wie sie 1637 von René Descartes in seiner *Geometrie* vorgeschlagen wurde, indem er auf das im 16. Jahrhundert von Francois Vieta eingeführte Rechnen mit Buchstaben zurückgreift. Dies führt zur algebraischen und arithmetischen Generierung geometrischer Figuren in der Weise, dass „die verschiedenen Gestalten der ebenen Kurve dadurch entstehen," schreibt Ernst Cassirer in seiner Untersuchung zu *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, „daß wir einem bestimmten Punkt, den wir als Grundelement fixieren, relativ zu einer vertikalen und einer horizontalen Achse, verschiedene Arten des Fortschritts vorschreiben. Aus der Festhaltung und Vereinigung dieser Fortschrittsarten muß sich die Bestimmtheit der Linien, die auf diese Weise als ‚Bahnen' von Punkten erzeugt werden, zuletzt vollständig und eindeutig ableiten lassen. […] Die anschauliche geometrische Linie löst sich kraft dieses Verfahrens in eine reine Wertfolge von Zahlen auf, die durch eine bestimmte arithmetische Regel miteinander verknüpft sind" (Cassirer 1910: 94, 95). Die Bewegung der Punkte – ob als sinnliche Vorstellung oder geometrisches Konstruieren – wird zu einer aufeinander bezogenen, regelbasierten Relation innerhalb eines, durch Koordinaten metrisierten Raumes. Descartes gelingt damit die Kalkülisierung der Geometrie als typographisches Operieren.[33] Doch er lässt nur solche Kurven gelten, die sich durch arithmetische Regeln konstruieren lassen. So genannte transzendente Kurven werden von ihm explizit ausgeschlossen. Damit wird der Anwendungsbereich dieser frühen analytischen Geometrie erheblich eingeschränkt.

Der nächte Schritt besteht deshalb darin, den Verlauf einer Bahn aus dem Punkt selbst heraus zu bestimmen, wobei die Verlaufsbestimmung über die arithmetische Operationalität hinausgeht. Dazu bedarf es zum einen der Durchdringung des Zahlenbegriffs mit dem Funktionsbegriff, der neue Relationen zwischen den Größen ermöglicht. Tatsächlich taucht der Begriff ‚Function' erstmals 1694 bei Leibniz auf und nimmt in den folgenden Diskussionen mit Jakob Bernoulli und später durch Leonhard Euler allmählich Gestalt an (vgl. Leibniz 1694; Euler 1748). Zum anderen muss sich die Vorstellung durchsetzen, dass geometrische Figuren wie Linien, Flächen und Körper aus unendlich vielen Punkten ohne Größen bestehen.[34] Akzeptiert man diese Vorstellung und damit die Lockerung des Exaktheitsanspruches der endlichen Geometrie – denn die neuen Relationen sind nur dann handhabbar, wenn unendlich

33 „So, wie die Einführung des Ziffernrechnens die Zahlbildung ablöste vom Zählen und zurückführte auf das regelgeleitete Herstellen von Ziffernkonfigurationen, wird die Bildung von Typen geometrischer Gegenstände zurückgeführt auf das regelgeleitete Erzeugen von Buchstabenkonfigurationen. Konstruieren wird zum typographischen Operieren" (Krämer 1991: 151).

34 Der Umgang mit infinitesimalen Größen bleibt nicht unwidersprochen. Beispielsweise greift George Berkeley in seiner Streitschrift *The analyst: or a discourse addressed to an infidel mathematician* die neue Mathematik und Naturlehre von Newton und Leibniz heftig an (vgl. Berekeley 1734/1951).

kleine Terme in den Berechnungen vernachlässigt werden können – dann werden Abstraktionen für Näherungsverfahren, wie die von Isaac Barrow geschilderte, möglich: „Wenn in die Berechnung ein unendlich kleines Stück einer Curve eingeht, so wird stattdessen ein richtig gewähltes Stück der Berührungslinie oder irgend eine wegen der unendlichen Kleinheit des Curvenstücks gleichwerthige gerade Strecke genommen“ (Barrow 1670, übersetzt in: Cantor 1901: 135).

Doch noch fehlt ein Kalkül zur Erzeugung solcher Kurvengebilde. Ein derartiger Algorithmus muss folgendes leisten: „Die Synthese […] unendlich vieler Richtungsbestimmtheiten zu einem einheitlichen, bestimmten Gebilde“ zusammenzufassen (Cassirer 1910: 97). Interessanterweise haben sich zwei unterschiedliche Betrachtungsweisen der symbolbasierten Generierung von Kurven herausgebildet, die in jeweils eigener Weise den neuen Begriff des Infinitesimalen begreifen: Entweder lässt sich eine Kurve aus der Bewegung eines Punktes entstehend denken oder als unendliches Vieleck permanenter Richtungsänderungen. Newtons Momentum und dessen Fluxionen[35] sowie Leibniz' infinitesimale Dreieckchen dokumentieren diese verschiedenen Denkansätze, die Ende des 17. Jahrhunderts zu einem Kalkül der Infinitesimalrechnung führen. Während Newton, durch physikalische Überlegungen inspiriert, die Momentangeschwindigkeit eines bewegten Körpers mit Hilfe seiner Fluxionsmethode zu ermitteln sucht, geht Leibniz geometrisch anhand des Tangentenproblems vor. „Am 29. October 1675 erfolgt der grosse Schritt der Erfindung des neuen Algorithmus [durch Leibniz]. […] es wird nützlich sein ∫ statt omnia zu schreiben, um die Summe einer Gesamtheit zu bezeichnen. Hier zeigt sich, heisst es in der an demselben Tag geschriebenen Fortsetzung weiter, eine neue Gattung des Calcüls, sei dagegen ∫l = ya gegeben, so biete sich ein entgegengesetzter Calcül mit der Bezeichnung l = ya/d […]: Wie nämlich ∫ die Abmessung vermehrt, so vermindert sie *d*. ∫ aber bedeutet Summe, *d* Differenz“ (Cantor 1901: 166).[36] Mit diesem Kalkül eröffnet sich der Bereich transzenden-

35 Die Geschwindigkeitsveränderung der einzelnen Fluenten heißen bei Newton Fluxionen und sind Ableitungen der Momentangeschwindigkeit.

36 Zwischen Newton und Leibniz kam es zu einem Streit, wer der Erfinder des Differentialkalküls sei. Newton stellte seine Schrift *De methodis serierum et fluxionum* 1671 fertig, die jedoch erst 1736 veröffentlicht wurde. In dieser Schrift wie auch in seinem Hauptwerk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* von 1687 beschreibt er die Fluxionsrechnung. Leibniz konzipierte 1673 in seiner Schrift *Novae methodus pro maximis et minimis* die Differentialrechnung, die im Oktober 1684 in den Acta eruditorum erschien. Jason Bardi beschreibt in seiner Studie *The Calculus Wars* detailliert die Verwicklungen zwischen Newton und Leibniz (vgl. Bardi 2006). Auch Moritz Cantor beschreibt in seinen vierbändigen Vorlesungen

ter Gleichungen, in die unendlich kleine Größen eingehen und die Leibniz mit seinem ‚nouveau calcul des transcendantes' zu konstruieren in der Lage ist.[37] Der Preis ist der Verlust der Anschaulichkeit dieser Kurven, die sich nur noch algebraisch begreifen lassen, sowie die Aufgabe des Exaktheitsanspruches der antiken Geometrie. Zudem sind viele Regeln der Infinitesimalrechnung nur durch Intuition und Praktikabilität motiviert. Erst im 19. Jahrhundert versucht man, die Infinitesimalrechnung in der für die Mathematik übliche logischen Strengen zu begründen.

Nichtsdestotrotz schafft die Transformation der Geometrie die Grundlagen der neuzeitlichen und modernen Mathematisierung der Wissenschaft, welche es erlauben, die physikalischen Grundbegriffe in ihrer relationalen Veränderlichkeit zu erfassen, in mathematische Formeln zu übersetzen und analytisch zu behandeln. Physikalische Phänomene werden nicht mehr qualitativ, sondern quantitativ in einem raum-zeitlichen Raster als reine Wertefolgen von Zahlen verortet erfasst. Ihre relationale Veränderlichkeit wird in Form quantitativer Bilder – zumeist als Kurvenverläufe für einfache Abhängigkeiten – darstellbar und operational handhabbar. Bereits Isaac Barrow nutzte in seinen *Lectiones opticae et geometricae* von 1670 quantitative Bilder zur Versinnbildlichung physikalischer Vorgänge. Senkrecht zur Zeitlinie gezogene Geraden dienten ihm zur Veranschaulichung von Momentangeschwindigkeiten, die je nach Geschwindigkeit eine unterschiedliche Länge aufweisen. Dabei ergeben die geometrische Darstellung der Zeitlinie und einiger Augenblicksgeschwindigkeiten eine Zusammenschau der vollzogenen Bewegung: beispielsweise bei gleichförmig abnehmender Geschwindigkeit ein spitz zulaufendes Dreieck. Ungleichförmige und zusammengesetzte Bewegungen hingegen erzeugen komplexere Gebilde, für die Barrow

zur *Geschichte der Mathematik* ausführlich die Entstehung der Infinitesimalrechnung inklusive des Prioritätenstreites der Anhänger von Newton und Leibniz (vgl. Cantor 1901: Abschnitt XVII). Interessant ist folgende Einschätzung Cantors: „Wir haben das Hauptgewicht auf die Bezeichnung legen zu müssen geglaubt. Das steht im Zusammenhang mit unserer wiederholt ausgesprochenen Ansicht, dass die Infinitesimalbetrachtungen selbst schon vor Newton und Leibniz so weit gediehen waren, dass es hauptsächlich auf die Erfindung einer zweckmäßigen Bezeichnung ankam, ehe wesentliche Fortschritte möglich waren" (Cantor 1901: 167). Es ist Leibniz' Notation, die sich durchsetzt.

37 Diese Kurven sind zum Teil visuell nicht mehr darstellbar. Sie sprengen den Darstellungsbereich der Geometrie, lösen die Analysis von der geometrischen Anschaulichkeit und verhelfen der algebraischen Formel zur Autonomie.

die Tangentenberechnung, eine Vorform der Infinitesimalrechnung, nutzte.[38]

Einen ersten Höhepunkt findet diese physico-mathematische Betrachtungsweise in Newtons *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (vgl. Newton 1687). Physikalische Vorgänge werden als Wechselwirkungen von Raum, Zeit und Materiepunkten betrachtet. Entsprechend des Trägheitsgesetzes bewegen sich diese, zu Körpern zusammengefassten Materiepunkte auf determinierten Bahnen im metrisierten Raum, seien es Planeten, Billardkugeln oder Sandkörnchen. Newton orientierte sich dabei an Descartes mechanistischem Konzept, auch wenn er Begriffe wie den der Bewegung neu fasste. „Die ‚Errungenschaften' dieses Weltbildes [von Descartes] waren: ein neuer Begriff der Materie (Extension als physische Substanz), die Beseitigung des Unterschieds von himmlischer und irdischer Physik, die Errichtung eines neuen Erklärungsideals (physische Prozesse galten als erklärt, wenn sie auf Stoffprozesse zurückgeführt waren), die Formulierung universeller Prinzipien für diese Erklärungen (Erhaltung der Bewegungsgröße, Trägheitsgesetz)" (Böhme 1977: 242). Die Bahnen der Materialpunkte werden mit Hilfe der Fluxionsmethode näherungsweise berechenbar. „Die Einheit," schreibt Newton, „für die Augenblicksveränderung ist Oberfläche wo es um Körperinhalte, Linie wo es um Flächenräume, Punkt wo es […] um Längen sich handelt, und ich scheue mich nicht von Punkten oder unendlich kleinen Linien als Einheiten zu reden" (Newton 1669, übersetzt in: Cantor 1901: 160). Die Geometrie erlaubt es Newton, die physikalischen Begriffe als Maße – bezogen auf Raum und Zeit – zu definieren. Dadurch wird es möglich, „den alten Begriff der Kraft zu mathematisieren, indem ihr Maß definiert wird als das Produkt von Masse und Beschleunigung oder nach der ursprünglichen Form Newtons $F = m\check{s}$ ($\check{s}$ = zweite Ableitung des Weges), woraus dann bei Leibniz die Formel für die ‚lebendige Kraft' $K = mv^2$ geworden ist. Dabei sind Masse sowie Geschwindigkeit und Beschleunigung zunächst durchaus als kontinuierliche Größen gedacht und werden auch mathematisch als solche behandelt" (von Fritz 1971: 103). Erst wenn diese physikalischen Konzepte als raum-zeitlich differenzierbar aufgefasst werden, beginnt das Prinzip der Stetigkeit, das Felix Klein als das philosophische Prinzip der neuzeitlichen und modernen Mathematik der Naturerklärung bezeichnete, in

38 Barrow stand in engem Kontakt mit Newton und kannte dessen Fluxionsmethode lange bevor diese veröffentlicht wurde. Die Tangentenbestimmung wie von Barrow vorgeschlagen war bereits seit der Antike bekannt und wurde von Pierre de Fermat in *De maximis et minimis* 1629 algebraisch formuliert.

Form von Differentialgleichungen die Physik zu durchdringen. Diese Entwicklung findet 1788 mit Joseph-Louis Lagranges *Mécanique analytique* und 1798-1825 mit Pierre de Laplaces *Traité de mécanique céleste* einen vorläufigen Abschluss. In Lagranges Werk wird die Analysis auf die Theorie bewegter Körper in Form unzähliger Differentialgleichungen angewandt, ohne jegliche geometrische Darstellung.

Die Folge dieser neuen Forschungslogik ist nicht nur ihre zunehmende Unanschaulichkeit, sondern die Identifikation von wahrem Wissen mit mathematisch explizierbarem und berechenbarem Wissen, die zur dominanten Struktur der physikalischen Interpretation von Wirklichkeit wird: Empirische Einzeldaten lassen sich unter Gesetze subsumieren, die mit Hilfe mathematischer Gleichungen strukturiert, in die Zukunft extrapolierbar werden. ‚Hypotheses non fingo!' konstatierte Newton zur Rechtfertigung seiner mathematischen Annahmen. Damit kehrt sich die auf Aristoteles gründende Methode der Auflösung und Zusammensetzung der Phänomene in eine induktiv-deduktive Rekonstruktion der Phänomene. „When the Fellows adopted Newton as their champion, the mathematical sciences achieved their final triumph over scholastic natural philosophy. But in the process, those sciences had themselves mutated into something new, because explicitly experimental. When John Wilkins spoke of ‚Physico-Mathematicall-Experimentall Learning' as the intended business of the new Royal Society, he invoked a form of knowledge that Newton´s work would be the first fully to exemplify" (Dear 1995: 247). Die Richtigkeit dieses Weltbildes scheint sich 1848 eindrucksvoll zu bestätigen, als Urban Le Verrier, allein auf Basis von Berechnungen, den Planeten Neptun entdeckte. Le Verrier hatte die Planetenbahn des Uranus unter der Annahme des Einflusses eines bis dahin unentdeckten Planeten per Hand berechnet. Seine Prognose wurde mit der tatsächlichen Entdeckung des Planeten Neptuns innerhalb einer Nacht von dem Astronomen Johann Galle des Berliner Observatoriums bestätigt (vgl. Galle 1846).

Die Metrisierung der physikalischen Begriffe, die Mathematisierung der physikalischen Theorie sowie die Erweiterung der Geometrie durch die Infinitesimalrechnung koordinieren Experiment, Messung und Theorie im selben Darstellungsraum: einem durch Koordinaten metrisierten, rein symbolischen Raum der Mannigfaltigkeiten. Allerdings erweitert sich dieser Symbolraum auf Seiten der mathematisierten Theorie durch immer komplexere Formen seiner Generierung in zunehmend abstrakterer Weise, während der empirische Anschauungsraum der orthogonalen Dreidimensionalität der euklidischen Geometrie verhaftet bleibt. Dies erlaubt einerseits die Konstitution neuer physikalischer Konzepte, bedarf aber andererseits der Anpassung an die Struktur des empirischen Anschauungsraumes mit seiner Dreidimensionalität, die in den Netzen der Messpunkte und im experimentellen Setting erhalten bleibt. Je weiter jedoch die Mathematik in das Abstrakte vordringt, desto verwickelter wird das Kopplungsverhältnis zwischen empirischem Datenraum und physico-mathematischem Theorieraum. Die Folge ist Mitte des 19. Jahrhunderts die Zuspitzung der physico-mathematischen Forschungslogik im hypothetisch-deduktiven Forschungsstil der modernen Physik und Ingenieurswissenschaften. Dieser Forschungsstil setzt Experimentalforschung mit Präzisionsmessung gleich. Eindrucksvoll belegt wird dies durch den von Carl Friedrich Gauß 1838 in seiner *Allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus* beschrieben Zweck seiner Messungen.

„Vom höheren Standpunkt der Wissenschaft aus betrachtet ist aber diese möglichst vollständige Zusammenstellung der Erscheinungen auf dem Wege der Beobachtung noch nicht das eigentliche Ziel selbst: man hat damit nur ähnliches gethan, wie der Astronom, wenn er z.B. die scheinbare Bahn eines Kometen auf der Himmelskugel beobachtet hat. Man hat nur Bausteine, kein Gebäude, so lange man nicht die verwickelten Erscheinungen einem Princip unterwürfig gemacht hat. Und wie der Astronom, nachdem sich das Gestirn seinen Augen entzogen hat, sein Hauptgeschäft erst anfängt, gestützt auf das Gravitationsgesetz aus den Beobachtungen die Elemente der wahren Bahn berechnet, und dadurch sogar sich in den Stand setzt, den weiteren Lauf mit Sicherheit anzugeben: so soll auch der Physiker sich die Aufgabe stellen, […] die die Erscheinungen des Erdmagnetismus hervorbringenden Grundkräfte nach ihrer Wirkungsart und nach ihren Grössenwerthen zu erforschen, die Beobachtungen so weit sie reichen, diesen Elementen unterwerfen, und dadurch selbst wenigstens mit einem gewissen Grade von sicherer Annäherung die Erscheinungen für die Gegenden, wohin die Beobachtung nicht hat dringen können, zu anticipiren“ (Gauß 1838: 122).

Das Unterwerfen der gemessenen Beobachtungen unter die mathematisierte Theorie ermöglicht es der physikalischen Forschung, hypothetische Annahmen aufzustellen. Dadurch wird das ontologische Primat der Empirie desavouiert und das Verhältnis von Theorie und Empirie bestimmt sich neu, denn die Annahmen sind nicht mehr zwingend an vortheoretische Beobachtungen gebunden. Sie müssen jedoch durch quantitative Prognosen der mathematisierten Theorie in der messenden Experimentalforschung bestätigt werden. Extrapolation wird im Zuge dieser Entwicklung zu einem wichtigen Forschungsinstrument, um quantifizierbare Prognosen aus der Theorie ableiten zu können. Wissen schaffen wird zunehmend zu einem Unterfangen der ins Unbekannte und in die Zukunft projizierenden Mathematik. „Wir [Mathematiker] sind daran gewöhnt zu extrapolieren; das ist ein Mittel, die Zukunft aus der Vergangenheit und aus der Gegenwart abzuleiten“ (Poincare 1914: 17). Quantitative Prognose und Experimente als Präzisionsmessungen verzahnen sich dabei „zu einem eng verknüpften Forschungsprozeß. […] Die Antwort, die das Experiment gibt, ist nicht mehr ein einfaches ‚ja‘ oder ‚nein‘, vielmehr ein gemessener Zahlenwert, der immer in gewissem Grade vom Erwartungswert differiert“ (Stichweh 1984: 232, 233).[39] Statt eines experimentellen Gelingens oder Fehlschlagens tritt nun die exakte Messung. Exakt, insofern Wissenschaft „allenthalben mit Maß und Zahl [rechnet]“ (Planck, 1941: 5), aber von da an auch den Grenzen der Präzision unterworfen ist, denn Messungen sind immer mit Fehlern behaftet und Infinitesimalberechnungen sind immer nur Näherungsverfahren. Tatsächlich wird das Ringen um Präzision zu einem entscheidenden Charakteristikum moderner Wissenschaft bis heute. 1835 schreibt Heinrich Wilhelm Dove in seinem Buch *Über Maass und Messen*: „Die Wahrscheinlichkeit der aus vielen Beobachtungen abzuleitenden Bestimmungen muss daher das Resultat einer Rechnung sein, welche lehrt, aus lauter unrichtigen Beobachtungen, nicht das richtige Resultat abzuleiten, denn dies ist unmöglich, sondern eins, welches wahrscheinlicher ist, als eine einzelne Beobachtung. Die Beobachtungskunst verdankt ihre hohe Vollendung in neuerer Zeit vielleicht eben so sehr der Entwickelung der sich auf sie beziehenden mathematischen Methoden, als der technischen Vervollkommnung der Beobachtungsmittel“ (Dove 1935: 166). Die Geschicklichkeit des Experimentators wird durch die theoretischen und mathematischen Kenntnisse erweitert, wenn nicht sogar abgelöst, denn Messfehler lassen sich mithilfe der Mathematik im Voraus berechnen und der Versuchsaufbau exakt planen. Fehlertheorie und Kontrollmessungen – Messungen unter Beibehaltung des Versuchsaufbaus bei variierenden Experimentalbedingungen – werden zu grundlegenden Bestandteilen des Messexperiments. Was Gauß 1832 mit seinen magnetischen Messungen vorexerzierte, wird Mitte des 19. Jahrhunderts zur beherrschenden Forschungslogik der experimentellen Naturwissenschaften. Diese neue Weise des Experimentierens birgt jedoch die Gefahr in sich, den Zufall als Möglichkeit neuer Entdeckungen zu eliminieren. Zum einen lassen sich Variationen als wahrscheinliche Beobachtungsfehler deklarieren und nicht als Hinweise auf bislang unbe-

39 Rudolf Stichweh beschreibt in seiner Studie *Zur Entstehung des modernen Systems wissenschaftlicher Disziplinen: Physik in Deutschland 1740 – 1890* den Prozess der Mathematisierung der Physik, der im hypothetisch-deduktiven Forschungsstil gipfelt, als Folge institutioneller Entwicklungen in der Physik und Mathematik in Deutschland (vgl. Stichweh 1984; Hempel, Oppenheim 1948).

kannte Effekte. Zum anderen führt die Planung und Vorausberechnung der Experimente mehr oder weniger zu den erwarteten Resultaten.[40]

Mit Experimenten rechnen

Die Möglichkeit, Beobachtungen aus Theorien zu prognostizieren und anhand von Messexperimenten zu verifizieren, lässt sich nur für einige Wissenschaftsbereiche und insbesondere nur für einfache Phänomene erfolgreich anwenden. Für komplexe Vorgänge ist es wesentlich schwieriger, Prognosen abzuleiten. Entweder weil es keine allgemeine Theorie dafür gibt und man nur empirische Gesetze mit beschränkter Reichweite kennt. Oder weil die mathematischen Gleichungen der allgemeinen Theorie zu komplex sind und sich aus ihnen keine mathematischen Lösungen und damit quantitative Prognosen analytisch deduzieren lassen. Die Folge ist eine Spaltung in theoretische Forschung und experimentelle Anwendungsforschung wie sie für zahlreiche Bereiche der Physik des 19. Jahrhunderts charakteristisch ist. Die wachsende Bedeutung technischer Entwicklungen in dieser Zeit verstärkte diese Kluft zunehmend. Ein typisches Beispiel für diese Situation ist die Strömungsdynamik. „More than a hundred years after Beroulli's and Euler's work, hydrodynamics and hydraulics were certainly no longer regarded as synonymous designations for a common science. Hydrodynamics had turned into a subject matter for mathematicians and theoretical physicists – hydraulics became technology. Aerodynamics, too, became divorced from its theoretical foundations in hydrodynamics. […] In all these areas of application, air resistance was the central problem. Aerodynamic theory could not provide a single formula that accounted for the various practical goals. Therefore, empirical formulae derived from experimental investigations were introduced for each special area" (Eckert 2006: 25, 26). Das Scheitern der theoretischen Strömungsdynamik, die empirischen Gesetze zu generalisieren, gründete in deren stark idealisierten Modellen. Diese mathematischen Modelle beschrieben das Verhalten idealer Fluide und vernachlässigten dabei die Dichteänderungen, die Reibung sowie die Bildung von Wirbeln. Die grundlegende Bewegungsgleichung für idealisierte Strömungsprozesse wurde 1755 von Leonhard Euler in seiner Schrift *Principes généraux du mouvement des fluides* formuliert. Sie basiert auf Newtons zweitem Axiom $F = dp/dt$, das den Einfluss von

40 Phänomennahe Experimente, die weniger auf Messung, denn auf unerwartete Effekte und Phänomene ausgerichtet sind, bleiben daher weiterhin Bestandteil der Experimentalkultur. Beide Experimentalstile prägen die moderne Physik wie auch andere naturwissenschaftliche Disziplinen.

Kräften (F) auf die zeitliche Veränderung (d*t*) von Impulsen (d*p* als Produkt von Masse *m* und Geschwindigkeit *v*) beschreibt. Die so genannte Euler-Gleichung formuliert die Bewegung reibungsfreier Fluide in Form eines partiellen Differentialgleichungssystems erster Ordnung. Doch mit dieser Gleichung für ideale Gase sind nur wenige praktische Probleme darstellbar. Daher fügte Claude M. Navier 1822 einen weiteren Term hinzu, der Eulers Gleichung in eine Beschreibung für viskose Fluide überführte. Viskosität ist die innere Reibung eines Fluids, die von dünn- bis zähflüssig reichen kann, und als Stoffkenngröße eine wichtige Rolle spielt.[41]

Unabhängig von Navier formulierte George G. Stokes 1845 in seiner Abhandlung *On the theories of the internal friction of fluids in motion* die Viskosität als ‚tangential force', wie in Abbildung 5 dargestellt. „In reflecting on the principles according to which the motion of a fluid ought to be calculated when account is taken of the tangential force, and consequently the pressure not supposed the same in all directions, I was led to construct the theory [...] which consists of equations (13), and of the principles on which they are formed" (Stokes 1885: 76). „These equations [13] are applicable to the determination of the motion of water pipes and canals, to the calculation of the effect of friction on the motions of tides and waves, and such questions" (Stokes 1845: 93).[42] In seinem *Report on recent researches in hydrodynamics* präsentierte Stockes 1846 auf dem Treffen der British Association in Cambridge seine entscheidenden Ideen, die zur Navier-Stokes-Gleichung als der grundlegenden Gleichung der Strömungsmechanik bis heute führte.

„M. Navier was, I believe, the first to give equations for the motion of fluids without supposing the pressure equal in all directions. His theory is contained in a memoir read before the French Academy in 1822. He considers the case of a homogeneous incompressible fluid. He supposes such a fluid to be made up of ultimate molecules, acting on each other by forces which, when the molecules are at rest, are functions simply of the distance, but which, when the molecules recede from, or approach to each other, are modified by these circumstances, so that two molecules repel on each other less strongly when they are receding, and more strongly when they are approaching, that they do when

41 Beispielsweise ist die Viskosität von Wasser 1,002, die von Quecksilber 1,55 und die von Glyzerin 1480,0. Die zweite Stoffkenngröße ist die Dichte. In der Regel geht man von räumlich und zeitlich konstanter Dichte eines Fluids aus.

42 „I afterwards found that Poisson had written a memoir on the same subject, and on referring to it I found that he had arrived at the same equations. The method which he employed was however so different from mine that I feel justified in laying the latter before this Society" (Stokes 1885: 77).

they are at rest“ (Stokes 1846: 182). „In a paper read last year before the Cambridge Philosophical Society, I have arrived at the equations of motion in a different manner. The method employed in this paper does not necessarily require the consideration of ultimate molecules. Its principle feature consists in eliminating from the relative motion of the fluid about any particular point the relative motion which corresponds to a certain motion of rotation, and examining the nature of the relative motion which remains. The equations finally adopt in the case of a homogeneous incompressible fluid, and of an elastic fluid in which the change of density is small, agree with those of Poisson“ (Stokes 1846: 184, 185).

$$\rho\left(\frac{Du}{Dt}-X\right)+\frac{dp}{dx}-\mu\left(\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{d^2u}{dy^2}+\frac{d^2u}{dz^2}\right)=0,\ \&c.\ldots(13),$$
$$\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}=0.$$

Abbildung 5: Bewegungsgleichung unter Berücksichtigung der Viskosität μ (Stokes 1845: 93)[43]

Die Navier-Stokes-Gleichung beschreibt in Form einer nichtlinearen partiellen Differentialgleichung zweiter Ordnung die Änderung des Betrags und der Richtung der Geschwindigkeit eines Fluidelements gewisser Masse in Abhängigkeit von den einwirkenden Kräften wie Druck, Schwerkraft und Viskosität. Charakteristisch für die Ablenkung eines Fluids ist seine Trägheit, die von seiner Dichte bestimmt ist.[44] Die Komplexität dieser Gleichung hat jedoch zur Folge, dass sie nur für seltene Fälle analytisch zu lösen ist. „Könnte man diese Gleichungen allgemein analytisch lösen, so ergäben sich ungeahnte Einblicke in die Natur von Strömungen und Turbulenzen; man würde vieles verstehen, was uns heute noch rätselhaft ist. Hier stehen wir vor einer Situation, in der die Unzulänglichkeit mathematischer Methoden den physikalischen Fort-

43 „Let us now consider in what case it is allowable to suppose μ to be independent of the pressure. It has been concluded by Dubuat, from his experiments on the motion of water in pipes and canals, that the total retardation of the velocity due to friction is not increased by increasing pressure. The total retardation depends, partly on the friction of the water against the sides of the pipe or canal, and partly on the mutual friction, or tangential action, of the different portions of the water. Now if these two parts of the whole retardation were separately variable with p, it is very unlikely that they should when combined give a result independent of p. The amount of internal friction of the water depends on the value of μ. I shall therefore suppose that for water, and by analogy for other incompressible fluids, μ is independent of the pressure” (Stokes 1885: 92, 93).

44 Die Volumenkraft eines inkompressiblen, elektromagnetisch neutralen und makroskopischen Fluids wird durch die SI-Einheit N/m3 = kg s^{-2} m^{-2} dargestellt.

schritt ernsthaft behindert“ (Bergmann 1998: 478, 479). Da eine allgemeine Lösung der Navier-Stokes-Gleichung nicht zu erwarten war – und bis heute auch nicht zu erwarten ist – musste sich die Physik mit numerischen Berechnungen der Gleichung für spezifische Rand- und Anfangsbedingungen, mit idealisierten Modellen oder mit experimentellen Resultate begnügen. Beispielsweise beschreibt Stokes Law den speziellen Fall des Widerstandes einer Kugel in einer Flüssigkeit mit konstanter Fließgeschwindigkeit. Die Idealisierung des Reibungswiderstandes vernachlässigt jedoch die Bildung von Wirbeln, ein wichtiges Phänomen jeder Strömung. Verwirbelungen konnten nur auf Phänomenebene beobachtet, aber nicht mathematisch beschrieben werden. Einer der erfolgreichsten Experimentatoren in diesem Gebiet, Osborn Reynolds, konstatierte: „Now the reason why mathematicians have thus been baffled by the internal motions of fluids appears to be very simple. Of the internal motions of water or air we can see nothing. On drawing the disc through the water there is no evidence of the water being in a motion at all, so that those who have tried to explain these results have had no clue; they have had not only to determine the degree and direction of the motion, but also its character“ (Reynolds 1877: 185).

Mithilfe von Rauch, dem Einspritzen einer farbigen Flüssigkeit in einen Wassertank oder mit Seifenblasen machte man in aufwendigen Experimenten das Verhalten turbulenter Strömungen sichtbar und analysierbar. In den Proceedings der Philosophical Society of Manchester vom Februar 1877 werden die Experimente von Reynolds beschrieben: „Professor Osborn Reynolds exhibited various forms of vortex motion in a large glass tank by means of colour, or bubbles of air, the vortex lines behind an oblique vane, the vortex ring behind a circular disc, the vortex rings caused by raindrops, and the vortex rings caused by a puff of water. The various ways in which these vortices move were also shown“ (Reynolds 1877a: 183). Reynolds gelang es mit diesen Experimenten den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung aufzuklären. Durch das Studium der Größen der Navier-Stokes-Gleichung konnte er eine dimensionslose Verhältniszahl, die so genannte Reynoldszahl, ableiten. Diese Zahl gibt das Verhältnis zwischen kinetischer Energie und Reibungsenergie an und charakterisiert den Zustand einer Strömung: Mit zunehmender Reynoldszahl überwiegt der Anteil der kinetischen Energie. Ab einer Reynoldszahl von 10^3 verhält sich die Strömung, abhängig von den Randbedingungen, turbulent. Für eine unendlich große Reynoldszahl geht die Navier-Stokes-Gleichung in die Euler-Gleichung für idealisierte Fluide ohne Reibung über, die Viskosität spielt keine Rolle mehr.[45] Trotz dieser Erfolge gibt es bis heute keine hinreichende Theorie der Turbulenz und man behilft sich mit unterschiedlichen Turbulenzmodellen.[46] Die zunehmende Bedeutung technischer Entwicklungen und das Problem der Turbulenz vergrößerte die Spaltung zwischen Theorie und experimenteller Forschung. In einem Lehrbuch für Flugzeugbau von 1929 heißt es:

„A broad discussion of the motion of air under the influence of friction is of little real use. We discuss as briefly as possible a few terms often found and enter into the practical part of the theory, - the model rules. The simple model rules are only approximations, but as such they are of immense practical use, and they refer to all kinds of flow, not only to theoretical ones. They are used by employing coefficients of the air forces, assumed to be constant. The model rules that include friction deal with the variations of these coefficients. They occur chiefly in connection with the interpretation of model tests, a subject of great practical importance. [...] Our knowledge of the surface air friction is wholly based on experience, but the model rules suggest a convenient formula for its magnitude“ (Munk 1929: 137).

Wissenschaft und Technik fanden sich in der Zwickmühle zwischen Idealisierung und Komplexität, zwischen Stagnation der Analytik und dem Mangel an Rechenkraft gefangen. Die Anwendungsforscher waren gezwungen, das Dilemma durch experimentell gewonnene Gleichungen und Koeffizienten zu überbrücken. Sie mussten mit Experimenten rechnen, wollten sie neue und dringend benötigte Erkenntnisse gewinnen, auch wenn diese nur eine eingeschränkte Reichweite besaßen. „In 1896 a textbook on ballistics lists in chronological order 20 different ‚laws of air resistance,' each one further divided into various formulae for different ranges of velocity. […] No physical theory could provide a logical framework for justifying these empirical ‚laws'“ (Eckert 2006: 26). Der Nachteil dieser spezifischen Gleichungen in Form empirischer, also analoger Berechnungen lag in ihrer Beschränkung auf die analysierten Fall-

45 Beispielsweise hat ein Flugzeugrumpf eines modernen Passagierflugzeugs bei einer Geschwindigkeit von 300 m/s eine Reynoldszahl von 109. Eine Schnecke hingegen kommt auf Re = 2 und verursacht kaum Turbulenzen.

46 „Die Schließungsannahmen zur Beschreibung der Reynoldsschen Spannungen werden als ‚Turbulenzmodell' bezeichnet, die nach empirischen Annahmen in Hierarchien gegliedert sind. Man unterscheidet algebraische Modelle, die eine turbulente Zähigkeit beschreiben, Eingleichungsmodelle, in denen die Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie gelöst wird, Zweigleichungsmodelle, die die Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie und eine zum Teil mit empirischen Ansätzen entwickelte Differentialgleichung zur Beschreibung der turbulenten Dissipationsrate (k-ϵ-Modell) beinhalten“ (Hoßfeld 1996: 20).

studien. Sie gaben keinen mathematisch verallgemeinerten Einblick in die grundlegenden Probleme der Strömungsdynamik. „The practical importance of such questions as those above mentioned [magnitude and form of an aqueduct] has made them the object of numerous experiments, from which empirical formulae have been constructed. But such formulae, although fulfilling well enough the purposes for which they were constructed, can hardly be considered as affording us any material insight into the laws of nature; nor will they enable us to pass from consideration of the phenomena from which they were derived to that of others of a different class, although depending on the same causes“ (Stokes 1845: 76).

Zur Bestimmung der empirischen Gleichungen und ihrer Reichweite wurden immer aufwendigere Experimente durchgeführt. Ab Ende des 19. Jahrhunderts kamen Windkanäle in Gebrauch, um numerische Informationen unter variierenden Bedingungen zu gewinnen. Mangels theoretisch anwendbarer Ansätze und mangels Rechenkapazitäten wurden Windkanäle als Analogrechner benutzt. Dafür wurden neue Messinstrumente entwickelt. Beispielsweise benutzten Forscher an der Universität Delft in den 1920er Jahren Modelle aus Draht, um die Windgeschwindigkeit an deren Oberfläche im Windkanal zu messen. Dabei machten sie sich das Prinzip zunutze, dass der elektrische Widerstand des Drahtes von dessen Temperatur abhängt. Die Abkühlung durch den Luftstrom gibt indirekt Aufschluss über die Windgeschwindigkeiten. „The velocity of the air stream, therefore, can be electronically monitored by accounting for the ensuing changes in electrical resistance. This method has already been described before the First World War, but only with the use of extremely thin wires (with a diameter of approximately 0.015 mm) and sophisticated electronic circuits did it become feasible for measurements of velocity fluctuations“ (Eckert 2006: 109). Doch auch wenn diese empirischen Ergebnisse für die praktischen Anwendungen unverzichtbar waren, die numerische Darstellung auf Basis physikalischer Größen war ungenau. „The validity of such estimates is at any rate limited by the wide variety of existing analog devices, which use a great number of different mechanical, elastic, and electrical methods of expressing and of combining quantities as well as mixtures of these, together with most known methods of mechanical, electrical and photo electrical control and amplification. Moreover, all analogy machines have a marked tendency towards specialized, one-purpose characters“ (Goldstine, von Neumann 1946: 9).[47]

47 Eine einfache Weise die Ableitung einer Funktion analog zu berechnen ist die Verwendung von Elektrizität. „If the form of a varying current through a pure inductance represents a function, the voltage across the inductance

Beispielsweise erzeugten die ersten Windtunnel keine gleichförmig strömenden Luftmassen, sondern turbulente Ströme. Solange es sich um kleine Testmodelle oder langsame Strömungsgeschwindigkeiten handelte, konnten die Effekte der turbinenerzeugten Turbulenzen vernachlässigt werden. Doch mit höheren Geschwindigkeiten und größeren Modellen wirkte sich die Konstruktion der Windtunnel auf die Resultate aus. Die Frage, wie zuverlässig die gewonnen Daten für die Ableitung empirischer Gleichungen waren, wurde daher zu Beginn der 1920er Jahren laut. In einem Bericht des US-amerikanischen NACA National Advisory Committee for Aeronautics von 1925 hieß es: „The data collected here [Langley Laboratory] must be considered, primarily, as data concerning the tunnel, and not the models tested here“ (Reid 1925: 219). Zudem war es nicht möglich, die Ströme der verschiedenen Windtunnel zu standardisieren, d.h. dasselbe Modell erzeugte in verschiedenen Tunneln unterschiedliche Ergebnisse. Die Ironie dabei war, dass das zu untersuchende Phänomen, die Turbulenz verursacht durch die Testmodelle, als Turbulenz des erzeugten Windstromes zum Problem der Experimentaleinrichtung wurde. Da es immer noch an einer allgemeinen Theorie der Turbulenz fehlte, waren die Forscher gezwungen, ihre Windtunnel auf Basis empirischer Versuche zu verbessern und die Experimente trotzt allem zum Rechnen zu nutzen. Denn der Zweck dieser Experimente war es nicht, theoretische Annahmen zu verifizieren, sondern „to replace a computation from an unquestioned theory by direct measurement. Thus wind tunnels are, for example, used at present, at least in large parts, as computing devices of the so-called analogy type […] to integrate the non-linear partial differential equations of fluid dynamics“ (Goldstine, von Neumann 1946: 4).

Doch in den 1940er Jahren begann sich ein neuer Weg abzuzeichnen. „It seems clear, however, that digital wind (in the Wiener – Caldwell terminology: counting) devices have more flexibility and more accuracy, and could be made much faster under present conditions. We believe, therefore,“ schreibt John von Neumann – Computerpionier wie Erfinder der Computersimulation – 1946 in seinem grundlegenden Bericht *On the Principles of large Scale Computing Machines*, „that it is now time to concentrate on effecting transition to such devices, and that this will increase the power of the approach in question to an unprecedented extent“ (Goldstine, von Neumann 1946: 4). Die Resultate der Computerexperimente, so hoffte er, sollten wesentlich akkurater und problemlos

represents the derivative. Unfortunately it is not easy either to cause a current to vary precisely in a prescribed manner, nor to measure precisely a varying voltage. [...] None of these applications require the precision desirable in mathematical instruments” (Bush 1936: 657).

miteinander vergleichbar sein. Damit sollte nicht nur in der Strömungsdynamik ein Meilenstein gesetzt werden. „Das Schisma zwischen der Ingenieurshydraulik und der theoretischen Hydrodynamik der Physiker (‚Tabellenkunde gegen realitätsferne Theorie') wurde lange nicht überwunden. […] Erst die numerische Simulation eröffnete die Möglichkeit, die Hydrodynamik realer Fluide auch praktisch anzuwenden" (Malcherek 2001: 37). Die Idee, nicht mit Experimenten zu rechnen, sondern mit Rechnern zu experimentieren hat ihren Ursprung in dem Schisma von Theorie und Anwendung, das für viele Bereiche der Natur- und Technikwissenschaften zu Beginn des 20. Jahrhunderts kennzeichnend war. Die Entwicklung automatischer Rechenmaschinen geht auf die Notwendigkeit numerischer Simulationen zurück und diese treiben bis heute die Entwicklung der Supercomputer an.

John von Neumanns digitaler Windkanal

Zu Beginn der computerbasierten Simulation taucht ein Name wiederholt auf: John von Neumann, ein ungarischer Mathematiker, der 1929 in die Vereinigten Staaten emigrierte. Von Neuman war während des Zweiten Weltkrieges in das Manhattan-Projekt involviert, er publizierte 1944 zusammen mit Oskar Morgenstern *The Theory of Games and Economic Behavior*, er entwarf die grundlegende Architektur moderner Computer und er entwickelte eine Methode, um Differentialgleichungen auf Computern zu berechnen. Aus seiner Feder stammten maßgebliche Beiträge zur Quantenmechanik, zur Mengenlehre und zur Statistik. Von Anfang an war sich von Neumann über die Bedeutung automatischer Rechenmaschinen für Wissenschaft und Technik bewusst und er forcierte daher in den 1940er Jahren die Entwicklung von Rechnern wie ENIAC Electronic Numerical Integrator and Calculator, EDVAC Electronic Discrete Variable Computer und NORC Naval Ordnance Research Calculator. Herman Goldstine, Offizier der U.S. Army und Koordinator des ENIAC Projekts, nannte John von Neumann den Doyen der Computerentwicklung wie auch der numerischen Simulation. Goldstine hatte von Neumann 1943 in Los Alamos kennen gelernt. Von Neumann war dort für die Berechnung von partiellen Differentialgleichungen kugelförmiger Explosionswellen zuständig, die zu komplex waren, um sie algebraisch lösen zu können. In Los Alamos entwickelte er sich zu einem der ersten Experten in der numerischen Simulation komplexer Differentialgleichungen, damals allerdings noch als Berechnungen per Hand. „The blackboard was filled with very complicated equations that you could encounter in other forms in other offices," beschrieb Stanislav Ulam die Situation 1943 in Los Alamos. „This sight scared me out of my wits: looking at these I felt that I should never be able to contribute even an epsilon to the solution of any of them. But during the following days, to my relief, I saw that the same equations remained on the blackboard. I noticed that one did not have to produce immediate solutions. […] Little as I already knew about partial differential equations or integral equations, I could feel at once that there was no hope of solution by analytical work that could yield practical answers to the problems that appeared“ (Ulam 1980: 95).

Im selben Jahr, 1943, begann eine Gruppe von Wissenschaftlern und Ingenieuren an der Moore School of Engineering der Universität von Pennsylvania den Rechner ENIAC zu entwickeln. Herman Goldstine war der verantwortliche Koordinator seitens der U.S. Army, J. Presper Eckert der Chefingenieur, John Mauchly sein Assistent und J.G. Brainerd der Projektmanager. „The ENIAC was an electronic calculator that inaugurated the era of digital computing in the United States. Its purpose was to calculate firing tables for the U.S. Army, a task that involved the repetitive solution of complex mathematical expressions“ (Ceruzzi 1998: 15). Ziel war es, einen elektronischen Computer zu bauen, der auf Basis einfachster Rechenregeln komplexere Funktionen für die Lösung von Differentialgleichungen ausführen sollte. „The arithmetic design of ENIAC was influenced mainly by two kinds of calculators: mechanical desk calculators, electrically powered and hand operated; and electromechanical card operated IBM machines“ (Burks 1980: 315). ENIAC war für seine Zeit ein unglaublich schneller Computer, basierend auf 18.000 Vakuumröhren, dessen Leistungsfähigkeit jedoch durch mangelnde Speicherkapazitäten limitiert wurde.[48] Nur zwanzig Dezimalzahlen konnten im Computer abgespeichert werden. Zwischen- und Endresultate mussten auf Lochkarten gestanzt werden und das Programm wurde durch Steckverbindungen manuell für jedes Programm aufs Neue ausgeführt. Das manuelle Programmieren und das Stanzen der Lochkarten verlangsamte ENIAC erheblich und inspirierte von Neumann, der 1944 von Goldstine als Experte für das Lösen von Differentialgleichungen in das ENIAC Team geholt worden

48 „John [Mauchly] and Pres [Eckerts] proposed to achieve this very high computing speed by operating vacuum-tube circuits at 100,000 pulses/sec. [...] The first development task on the ENIAC project was to design reliable counters that worked at 100,000 pulses/sec and to show by test that switching circuits could work at a comparable speed. The final ENIAC operated at 100,000 pulses/sec and this became the first computer to exploit fully the vacuum-tube technology of the time” (Burks, 1980: 314). J. Presper Eckert und John W. Mauchly verließen 1946 das ENIAC Team, um die Eckert-Mauchly Computer Corporation zu gründen und UNIVAC Universal Automatic Computer zu bauen.

war, zu der Idee, Programme und Daten im selben Speicher abzuspeichern. In einem Bericht von 1945 an die U.S. Army, *First Draft of a Report on the EDVAC*, schlug von Neumann deshalb mit EDVAC ein Nachfolgemodell für ENIAC vor. Neben zahlreichen Verbesserungen sollte EDVAC einen umfangreichen Speicher für Programme wie Daten erhalten, die so genannte von-Neumann-Architektur. Arthur W. Burks, Herman H. Goldstine und John von Neumann beschrieben später das neue Design detailliert in dem Artikel *Preliminary Discussions of the Logical Design of an Electronic Computing Instrument*, der seither als einer der wegweisenden Publikationen der Computerentwicklung gilt (vgl. Burks, Goldstine, von Neumann 1946).

John von Neumanns Motivation automatische Rechner zu bauen, lag in der Überwindung der Begrenzung der analytischen Methode bei der Lösung nicht-linearer Differentialgleichungen. Um Computer jedoch experimentell nutzen zu können, beispielsweise als digitalen Windkanal, bedarf es einer Mathematik, die an die Arbeitsweise der Computer angepasst ist. Denn die Berechnungen der Gleichungen müssen in Einzelschritte zerlegt werden, damit der Computer sie schrittweise ausführen kann. Diese Form der Mathematik existierte bis in die 1940er Jahre nur rudimentär. Zwar gab es Erfahrungen für die arbeitsteilige Berechnung einfacher Gleichungen, seit Berechnungen in größerem Umfange an menschliche Computer delegiert wurden. David A. Grier beschreibt in seinem Buch *When Computers were human* die Geschichte dieser zunehmenden Arbeitsteilung sowie ihrer praktischen Anforderungen, beispielsweise in der Astronomie.

„[Andrew] Crommlin, with the assistance of an observatory colleague, Phil Crowell (1879 – 1949), identified the basic differential equations that described the path of the comet and created a computing plan for the Greenwich Observatory computing staff. The computing plan had certain similarities to the plan that Clairaut had used in 1757. It located all the key objects in space and described the forces acting between them. At each step of the calculation, the computers advanced the comet, Saturn, Jupiter, and the other planets forward by a small distance. They did not worry about elliptical orbits but instead followed the direction of the forces. Once they had moved the objects, they had to recalculate all the forces. It was a slow and methodological process, one that required much grinding of Brunsvigas and other calculating machines“ (Grier 2005: 121).

Doch die Methoden, die gebraucht wurden, um umfangreiche Berechnungen an einen automatischen Rechner zu delegieren, stellten eine weitaus größere Herausforderung dar als die ‚computing plans', die vor Erfindung der Computer entworfen und ausgeführt wurden. Denn es ging nicht nur um ausgefeilte Berechnungspläne in Form maschinentauglicher Algorithmen, die angaben, wie die Berechnungen schrittweise auszuführen seien oder wie Daten abgerufen und gespeichert werden. Es ging um neue Methoden einer diskreten und an Maschinen delegierbaren Mathematik.

Im Falle von Differentialgleichungen, die das Verhalten von Systemen in einem Raum-Zeit-Kontinuum beschreiben, bedeutet dies, dass Menschen oder Computer, je nach Leistungskapazität, nur einige wenige Raum-Zeit-Punkte näherungsweise berechnen können. Ende der 1940er Jahre entwickelte von Neumann die Differenzenmethode für den Computer weiter. Diese Methode ersetzt die Differentiale der Differentialgleichungen durch Differenzenquotienten und wurde erstmals 1759 von Joseph-Luis Lagrange verwendet. Dadurch werden die Gleichungen für ein Gitter an Berechnungspunkten berechenbar.[49] Durch die schiere Rechengewalt erhoffte sich von Neumann wissenschaftliche Durchbrüche, die durch die Stagnation der analytischen Methode bisher unerreichbar waren. Noch in Los Alamos schrieb er bezüglich der numerischen Simulation von Wellengleichungen: „The solution of hyperbolic equations with more than two independent variables would afford a great advance to fluid dynamics since most problems there involve two or three spatial variables and time, i.e. three or four independent variables. In fact the possibility of handling hyperbolic systems in four independent variables would very nearly constitute the final step in mastering the computational problems of hydrodynamic“ (Goldstine, von Neumann 1946: 12).

Obwohl diese Prognose zu optimistisch war,[50] zeichnete sie den Weg vor, den die computerbasierte Simulation in den folgenden Jahren und Jahrzehnten nehmen sollte. Rechengeschwindigkeit wurde dabei zum entscheidenden Kriterium der neuen Simulationswissenschaften und ist es bis heute.[51] Denn um beispielsweise die möglichen Kurvenbahnen der

49 „In fact, in an early paper (1759) we see him [Lagrange] solving linear difference equations with constant coefficients with the help of the so-called characteristic equation” (Goldstine 1977: 145). Später wurde die Differenzenmethode von den Human Computing Laboratories zur Berechnung verschiedenster Tabellen benutzt. Beispielsweise organisierte Gertrude Blanch 1941 „a series of eight mathematics courses. [...] The final course presented the methods of the planning committee: matrix calculations, the theory of differences, and special functions“ (Grier 2005: 259).

50 „The intrinsic difficulties of science have delayed the attainment of the goal. The coupling between very short and very long length scales within a single problem, and the proliferation of degrees of freedom are examples typical of these difficulties. Their importance was not fully appreciated by von Neumann” (Glimm 1990: 186).

51 Bereits die Rechengewalt dieser ersten elektronischen Computer war überzeugend im Kampf gegen die Begrenzungen der analytischen Mathematik. Gleichwohl ließ die Kritik an dieser Art, Mathematik zu betreiben, nicht lange auf sich warten. Bereits zu Beginn der 1940er Jahre in Los

Masseteilchen (Trajektorien) entsprechend der Wellengleichungen im dreidimensionalen Raum näherungsweise berechnen zu können, bedarf es unzähliger Rechenoperationen, wie in Abbildung 6 dargestellt und von John von Neumann und Herman Goldstine vorgerechnet: „For such problems the number of multiplications rises enormously due to the number of lattice points. It is not unreasonable to consider between 106 and 5 x 106 multiplications for a 3-variable problem and between 2.5 x 107 and 2.5 x 108 multiplications for a 4-dimensional situation. Hence these are roughly equivalent to 1,300 to 6,700 trajectories and to 33,000 to 330,000 trajectories" (Goldstine, von Neumann 1946: 12). Erfahrenes Rechenpersonal benötigte per Hand sieben Personenstunden, um die 750 Operationen für die Berechnung einer einzigen Trajektorie auszuführen. Der Differential Analyzer, ein mechanischer Analogrechner, der zwischen 1928 und 1932 von Vannevar Bush am MIT Massachussets Institute of Technology gebaut und betrieben wurde, benötigte zehn bis zwanzig Minuten für dieselbe Berechnung (vgl. Bush 1931, 1936). ENIAC konnte die 750 Operationen in 2,25 Sekunden ausführen.

Computer	**1 Trajektorie = 750 Operationen**	**3D (Ebene/Zeit) ø 4.000 Traj. = 3 Mio. Op.**	**4D (Raum/Zeit) ø 165.000 Traj. = 124 Mio. Op.**
Per Hand	7 std.	3,2 Jahre	131,8 Jahre
Analogrechner Dif. Analyzer 1932	15 min.	41,5 Tage	4,7 Jahre
Digitalrechner ENIAC 1946	2,25 sec.	2,5 std.	4,3 Tage
Parallelrechner BlueGene/L 2007	1,5 piko sec.	6 nano sec.	0,25 mikro sec.

Abbildung 6: Entwicklung der Rechengeschwindigkeit am Beispiel der Berechnungen nach John von Neumann 1948 (Gramelsberger 2008)

Eine diskrete und an Maschinen delegierbare Mathematik geht jedoch mit dem basalen Konzept der Neuzeit – dem Prinzip der Stetigkeit wie

Alamos, als man die numerischen Berechnungen per Hand anstelle der analytischen Theorie vorantrieb, zeigte sich die Spaltung zwischen Numerikern und Analytikern. Stanislav Ulam, ein Kollege von John von Neumann in Los Alamos, stellte fest: „Proceeding by ‚brute force' is considered by some to be more lowbrow" (Ulam 1980: 94). Nichtsdestotrotz ging man im ENIAC-Team davon aus, dass die Praktikabilität und Kosteneffizienz schneller automatischer Rechner entscheidende Kriterien der zukünftigen Entwicklung von Wissenschaft und Technik seien.

Felix Klein es 1895 genannt hatte – anders um, als die analytische Methode. Denn grundsätzlich stellt die numerische Simulation eine Approximation dar. Es lässt sich nicht immer beweisen, dass die numerische Simulation einer Gleichung sich der exakten, aber unbekannten Lösung stetig annähert oder ob überhaupt eine Lösung existiert.[52] Ob die berechneten Punkte der exakten und kontinuierlichen Lösung tatsächlich nahe kommen, ist nicht einfach zu entscheiden. Daher erhalten praktische Kriterien wie die Stabilität der Lösung eine grundlegende Bedeutung. „Der Laxsche Äquivalenzsatz sagt aus, daß der Nachweis der numerischen Stabilität die notwendige und hinreichende Bedingung für die Konvergenz der Lösung darstellt, wenn die Differenzenapproximation konsistent formuliert ist. Unter einer konsistenten Formulierung versteht man, daß die Differenzenapproximation wieder in die zu approximierende Differentialgleichung übergeht, wenn die Abstände der Gitterpunkte gegen Null streben. Eine Differenzenapproximation wird numerisch stabil genannt, wenn bei der Auflösung der resultierenden Differenzengleichungen Abbruch-, Rundungs- und Verfahrensfehler nicht beliebig anwachsen“ (Krause 1996: 15).[53] Verhält sich die Lösung nicht stabil, ist sie entweder falsch oder man hat es mit einer mehrdeutigen Lösung zu tun. Bei der Diskretisierung, also der Umwandlung einer Differential- in eine Differenzengleichung, gilt es, Stabilitätskriterien zu befolgen, damit die berechneten Näherungswerte aussagekräftig sind. Dazu müssen die zeitlichen und räumlichen Auflösungen der Berechnungen aufeinander abgestimmt sein. 1947 beschrieb von Neumann diese Erkenntnis in dem Bericht *On the Numerical Solution of Partial Differential Equations of Parabolic Type*.

„A method is described for solution of parabolic differential equations by calculating routines involving stepwise integration of both variables. The main features of the method arise from manipulation introduced to avoid instabilities that generally appear when partial differential equations are converted into difference equations“ (von Neumann, Richmyer 1947: 652). „The difference equations may be unstable, that is, under some circumstances irregularities

52 Beispielsweise deutet „alles darauf hin, daß die Lösungen der Navier-Stokes-Gleichungen echt mehrdeutig sind. Die Gründe dafür werden derzeit im Rahmen der Nichtlinearen Dynamik und Chaostheorie erforscht“ (Malcharek 2001: 51).

53 Stabilität bedeutet, dass ein numerisches Verfahren gegenüber kleinen Änderungen der Daten (Eingabedaten wie auch Rundungsfehlern) unempfindlich ist. Weitere Kriterien sind die Kondition und die Konsistenz eines numerischen Verfahrens. Die Kondition beschreibt die Abhängigkeit der Lösung von den Eingabedaten, die Konsistenz bedeutet, dass das numerische Verfahren tatsächlich das gegebene Problem löst und kein anderes.

may be amplified and grow without limit as time goes on; a solution of (2) [Differenzengleichung] does not in general approach a solution of (1) [Differentialgleichung] as the mesh is made finer and finer unless a certain restriction […] is applied to the relation between Δ_y [Abstand der Berechnungspukte] and Δ_t [zeitliche Auflösung] at each stage of the limiting process. […] The condition for stability (condition that all disturbance get smaller as *t* increases) is clearly that the real part of *ά* should be negative for all real *β*, or that the quantity $e^{ά\Delta t}$ […] should be lie between -1 and +1. […] if Δ_y is chosen *very small* in the interest of accuracy, Δ_t must be chosen *very very small* in the interest of stability" (von Neumann, Rich**t**myer 1947: 653, 654).

Stabilitätsbedingungen sind bis heute für explizite Verfahren der numerischen Simulation von Differentialgleichungen zu befolgen.[54] Werden sie nicht berücksichtigt, verhält sich die Simulation instabil, da sich Fehler aufsummieren können. Damit laufen die Resultate ins Fiktive. Computerbasierte Berechnungen können verschiedenen Fehlerquellen unterliegen, wobei einige dieser Fehler unvermeidbar sind. Beispielsweise ergeben sich zwangsläufig Fehler durch die Ungenauigkeiten der Eingabedaten. „Any uncertainty of all these inputs (data as well as equations) will reflect itself as an uncertainty (of the validity) of the results. […] This type of error is absolutely attached to any mathematical approach to nature, and not particularly characteristic of the computational approach" (Goldstine, von Neumann 1946: 16). Eine weitere Fehlerquelle liegt in der Natur der Simulation selbst, da die Diskretisierung als Verfahren mathematisch nicht eindeutig ist. Unter Umständen kann die gewählte Differenzenapproximation zu falschen Lösungen führen. Schließlich ist zu beachten, „that no machine, no matter how it is constructed, is really carrying out the operations of arithmetic in the rigorous mathematical sense" (Goldstine, von Neumann 1946: 16). Computer verwenden endliche Zahlen, die in ihrer Genauigkeit begrenzt sind. Rundungsfehler können sich daher auf die Berechnungen auswirken. Es bedarf daher der Untersuchung des Lösungsverhaltens simulierter Gleichungen anhand der durchgeführten Simulationsläufe. Hier zeigt sich aber auch der Erkenntnisgewinn von Computerexperimenten, denn dieser liegt im Studium des Lösungsverhaltens komplett mathematisierter, diskretisierter und in Algorithmen formulierter Modelle. Dies ist eine relativ neue und durch die Effizienzsteigerung der Computer zunehmend die Naturwissenschaft dominierende Erkenntnisstrategie. Diese Ver-

54 Die explizite Methode nutzt für die Berechnung von t_{n+1} nur die Werte t_n. Die implizite Methode hingegen nutzt für die Berechnung für t_{n+1} die Werte t_n und t_{n+1}. Die Stabilitätsbedingungen sind nur für explizite Simulationsverfahren zu berücksichtigen. John von Neumann konzipierte auch ein implizites Verfahren (vgl. von Neumann, Richmyer 1947).

wendungsweise des Computers, wie John von Neumann sie in den 1940er Jahren vorschlug, markierte den Beginn der Überwindung der Stagnation in der Analysis und setze damit den Auftakt zur Nutzung von Computerexperimenten in den Wissenschaften.

„John von Neumann wollte den ‚digitalen Windkanal'! Er erwartete, daß wirklich effiziente digitale Hochleistungsrechner den toten Punkt bei den rein analytischen Methoden zur Behandlung nichtlinearer Probleme überwinden und daß aus der derart numerisch erschlossenen Hydrodynamik die mathematische Durchdringung des Gebietes der nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen stimuliert werden könnte, indem sich aus den Computerresultaten jene heuristischen Fingerzeige ergäben, die von jeher in allen Bereichen der Wissenschaft den Schlüssel für entscheidende mathematische Ideen liefern könnten. In gewissem Sinne klingen seine damaligen Argumente jung und vertraut, denn die weltweit initiierten nationalen Förderprogramme des Höchstleistungsrechnens folgen dieser Zielsetzung, allerdings nicht nur mit dem Blick auf Strömungsprobleme, sondern auf der breiten Ebene der Computational Sciences & Engineering" (Hoßfeld 1996: 4).