

Mathematische Opazität

Über Rechtfertigung und Reproduzierbarkeit in der Computersimulation

Abstracts

Epistemische Opazität, so die These von Paul Humphreys, stellt eine neuartige Form der Intransparenz in der Computersimulation dar: Wissenschaftler seien nicht mehr in der Lage, alle Schritte ihrer Simulationsmethode nachzuvollziehen und zu rechtfertigen. Humphreys' These ist von anderen Autoren zwar häufiger in deren Argumentation übernommen worden; jedoch wurden die ihr anhaftenden Unklarheiten selten thematisiert, noch gar versucht, sie zu beseitigen. Der vorliegende Aufsatz verfolgt diese Absicht. Zu diesem Zweck werden drei Formen von Opazität (technische, soziale und mathematische) unterschieden und ihre jeweilige Relevanz für die Computersimulation untersucht. Dabei kommt den in der Computersimulation eingesetzten Gleichungen und Gleichungssystemen, so die hier zugrundeliegende Hypothese, eine besondere Bedeutung zu: Mathematische Opazität zeigt sich als in der Tat neuartige methodische Intransparenz, wogegen die soziale und technische Opazität zwar hochrelevant, aber nicht exklusiv für die Computersimulation sind. Der Aufsatz schließt Überlegungen zur Erkennbarkeit von Opazität und zu Strategien des Umgangs mit ihr an.

According to Paul Humphreys, epistemic opacity constitutes a novel type of lack of transparency in computer simulation: Scientists are no longer able to understand and justify all steps of their simulation method. Humphreys' thesis has been adopted by other authors in their argumentation. But the ambiguities attached to it were seldom addressed or their elimination tried. Our paper pursues this intention. For this purpose, three forms of opacity (technical, social and mathematical) are distinguished and their respective relevance for computer simulation is investigated. In this respect, the equations and equation systems used in computer simulation are of particular importance as our underlying hypothesis is. Mathematical opacity is revealed as a novel methodological lack of transparency, whereas social and technical opacity are highly relevant but not exclusive for computer simulation. The paper concludes on the identifiability of opacity and the strategies for dealing with it.

Einleitung

Eine der aufregendsten, aktuellen philosophischen Debatten kreist um die Frage, ob die Computersimulation die Wissenschaft grundlegend verändert.¹ Bis ins 20. Jahrhundert war es gleichsam eine Selbstverständlichkeit, dass sich Wissen aus zwei

1 Vgl. Roman Frigg, u.a.: »The philosophy of simulation. Hot new issues or same old stew?«, in: *Synthese* 169 (2009), Heft 3, S. 593–613 und Eric B. Winsberg: *Science in the age of computer simulation*, Chicago, London 2010, S. 1.

Quellen speist: Erfahrung und Theorie.² Auch der zunehmende Einsatz von Mess-technik, wie groß die Effekte auf die Wissenschaft auch sein mögen, ändert daran nichts. Mit der Computersimulation dagegen entstand die Anmutung eines neuartigen, dritten Zugangs. Viele der anfänglichen Debatten kreisten entsprechend um Vergleiche: Ist die Computersimulation ein Experiment oder ist sie ausgeführte Theorie? Oder handelt es sich bei ihr um etwas Neuartiges?

Paul Humphreys hat zu dieser Debatte einen vielbeachteten Beitrag geliefert. Seine These lautet: Computersimulation führt ein *neuartiges* Phänomen in die Wissenschaft ein: epistemische Opazität. Die Computersimulation stellt für Humphreys eine Methode dar, zu welcher Wissenschaftler ein anderes Verhältnis haben. Mag Natur opak sein, so ist es deshalb doch die empirische Methode nicht. Die Computersimulation dagegen, so Humphreys, verändert das Verhältnis der Wissenschaftler zu ihrer Methode: Diese seien nicht mehr in der Lage, ihre methodischen Schritte in der Simulation vollends zu überblicken und zu rechtfertigen.³ Wird die szientifische Methode im Simulationsbereich jedoch intransparent, dann ist auch nicht mehr klar, was ein korrektes Simulationsresultat ist.

Diese These Humphreys' mag zunächst wie eine bloße theoretische Idee erscheinen (wir werden auf Humphreys' Begründungen und Ausführungen erst später im Detail eingehen). Jedoch zeigen sich in der Simulationspraxis Anzeichen dafür, dass die beteiligten Wissenschaftler, ohne den entsprechenden Terminus zu verwenden, mit einer Opazität, welche die Methode betrifft, zu kämpfen haben.

Als Beispiel sei hier eine Simulation aus der Klimaforschung präsentiert.⁴ Dabei wurde das identische Programm auf der identischen Maschine mit identischen Rand- und Anfangsbedingungen vier Mal ausgeführt. Es wäre zu erwarten, dass jeder Programmlauf zum selben Ergebnis führt. Die Graphiken zeigen die Verteilung von Wasserdampf in der Atmosphäre im selben räumlichen Bereich in der Nähe des Äquators. Wie zu sehen ist, weisen die Ergebnisse der vier Läufe jedoch nicht nur leicht quantitative, sondern qualitative Abweichungen auf. Diese verbleiben innerhalb bestimmter Grenzen wie die ähnlichen Strukturen der vier Resultate zeigen.

2 Vgl. Kants Formulierung in der *Kritik der reinen Vernunft* von den »zwei Grundquellen« der Erkenntnis (B74).

3 Zunächst von Humphreys formuliert in seinem Buch *Extending Ourselves* (Paul Humphreys: *Extending ourselves. Computational science, empiricism, and scientific method*, New York 2004, S. 147–151) sowie dann in einem Aufsatz (Paul Humphreys: »The philosophical novelty of computer simulation methods«, in: *Synthese* 169 (2009), Heft 3, S. 615–626), der eine Replik auf Frigg und Reiss darstellt.

4 Thomas Ludwig: Reproducibility in Science, Computer Science & Climate Science. News from Computational Climate Science, talk at the German Leogang HPC workshop, 6.–8. März, 2017, Leogang, Österreich.

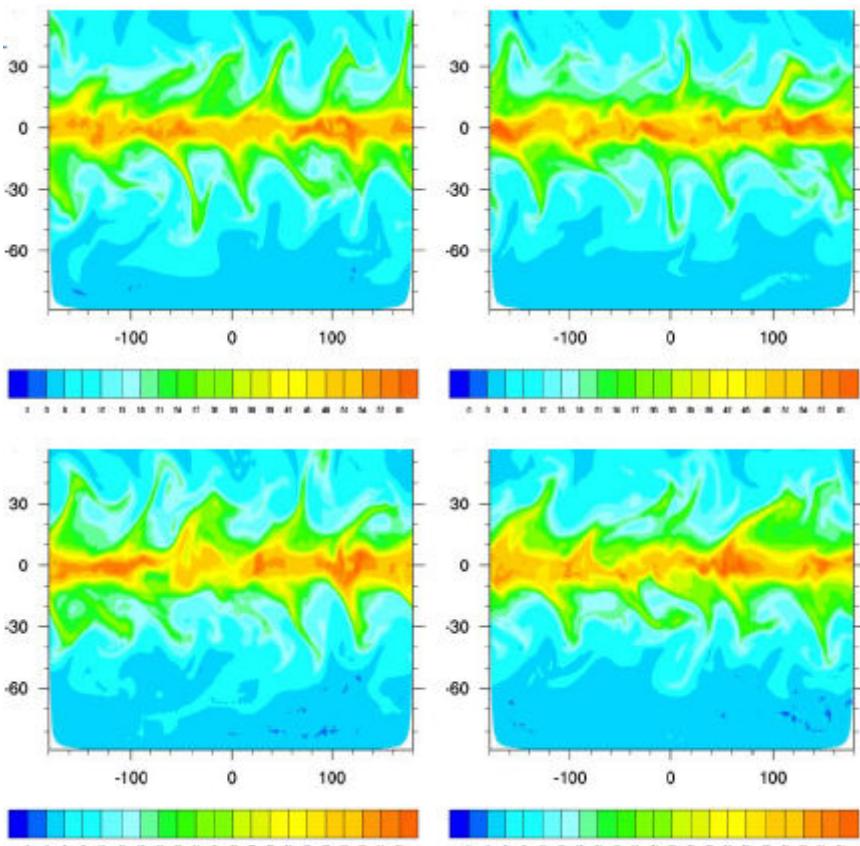


Abbildung 1: Die unterschiedliche Verteilung von Wasserdampf in vier theoretisch identischen Klimasimulationen (Ludwig 2017)

Unklar bleibt laut Ludwig der Grund für die signifikanten Abweichungen in den vier Ergebnissen.⁵ Für die beteiligten Wissenschaftler sind diese Unterschiede nicht reproduzierbar. Zudem sind sie nicht eindeutig erklärbar. Zwar lassen sich Vermutungen über mathematische (Instabilitäten des Verfahrens) oder technische Gründe (unterschiedliche Rundungen in den Berechnungen) anstellen, eine finale Erklärung ist jedoch aktuell zumindest nicht gegeben. Erschwert wird die Suche nach einer Erklärung durch zwei prinzipielle Limitierungen: Erstens ist eine manuelle Kontrollrechnung angesichts des hohen Berechnungsaufwands nicht möglich. Zweitens ist ein

5 Ebd.

Vergleichslauf mit dem gleichen Programmcode sowie den gleichen Anfangs- und Randbedingungen auf einer anderen Maschine nicht zielführend, weil dann erneut unklar wäre, welche Simulation die korrekte Lösung darstellte und welche als »Abweichung« zu gelten hätte. Die methodische Opazität der Simulation stellt hier also, wie von Humphreys beschrieben, die Wissenschaftler vor ein Rätsel. Daran änderte auch eine vielleicht einst gefundene Erklärung nichts. Selbst wenn sich in der Zukunft etwa zeigen würde, dass die Unterschiede auf einen Programmierfehler zurückgingen, so zeigt das Beispiel doch sehr gut das grundlegende Problem auf: Die Simulation ist opak, für die beteiligten Wissenschaftler sind die Schritte im Simulationsprozess nicht im Einzelnen nachvollziehbar.

Lässt sich über die methodische Opazität in der Computersimulation mehr sagen, als dass sie sich einer Einsicht entzieht und deren Resultate daher nicht vollständig nachvollziehbar sind? Hier lohnt die Analogie zum Nichtwissen, über das sich ja auch mehr sagen lässt, als dass etwas nicht gewusst wird.⁶ Wir gehen also im Folgenden davon aus, dass es nicht prinzipiell hoffnungslos ist, die Entstehung von methodischer Opazität zu verstehen. Dafür müssen wir sie jedoch präziser begreifen. Hier setzen wir an.

Humphreys' These einer epistemischen Opazität wurde häufig übernommen und in andere Argumentationszusammenhänge eingebaut.⁷ Sie war der Startpunkt für weiterführende Überlegungen zu epistemischer Opazität; was jedoch selten geschah, war die Unklarheit von Humphreys' These zum Thema einer Untersuchung zu machen.⁸ Dies unternehmen wir in unserem Beitrag, der fünf Fragen diskutieren wird:

- Gibt es epistemische Opazität in der Computersimulation?
- Ist diese *spezifisch* (exklusiv) für die Computersimulation?

6 Vgl. dazu auch: Alexander Friedrich, u.a. (Hg.): *Technisches Nichtwissen. Jahrbuch Technikphilosophie 3*, Baden-Baden 2017.

7 Vgl. unter anderem Jaakko Kuorikoski: »Simulation and the Sense of Understanding«, in: Paul Humphreys, u.a. (Hg.): *Models, simulations, and representations*, New York 2012, S. 168–186; Nicole Saam: »Understanding social science simulations. Distinguishing two categories of simulations«, in: Michael Resch, u.a. (Hg.): *Science and Art of Simulation I (SAS). Exploring – Understanding – Knowing*, Berlin, Heidelberg 2017, S. 67–84 und Till Grüne-Yanoff: »Seven Problems with Massive Simulation Models for Policy Decision-Making«, in: Michael Resch, u.a. (Hg.): *Science and Art of Simulation I (SAS). Exploring – Understanding – Knowing*, Berlin, Heidelberg 2017, S. 85–101.

8 Vgl. Anouk Barberousse, u.a.: »About the warrants of computer-based empirical knowledge«, in: *Synthese* 191 (2014), Heft 15, S. 3595–3620; John Symons, u.a.: »Can we trust Big Data? Applying philosophy of science to software«, in: *Big Data & Society* 3 (2016), Heft 2, S. 1–17; Julian Newman: »Epistemic Opacity, Confirmation Holism and Technical Debt. Computer Simulation in the Light of Empirical Software Engineering«, in: Fabio Gadducci, u.a. (Hg.): *History and Philosophy of Computing. Third International Conference, HaPoC 2015*, Pisa 2016, S. 256–272; Johannes Lenhard: *Mit allem rechnen – zur Philosophie der Computersimulation*, Berlin, Boston 2015 und Andreas Kaminski: »Der Erfolg der Modellierung und das Ende der Modelle. Epistemische Opazität in der Computersimulation«, in: Andreas Brenneis, u.a. (Hg.): *Technik – Macht – Raum. Das Topologische Manifest im Kontext interdisziplinärer Studien*, Wiesbaden 2017.

- Wenn ja: Was ist opak an der Computersimulation und welche Konsequenz hat dies?
- Wie bzw. wodurch entsteht Opazität in der Computersimulation?
- Welche Strategien eines Umgangs mit ihr bestehen?

Wir gehen davon aus zeigen zu können, dass es epistemische Opazität gibt, dass diese aber in verschiedenen Formen auftritt und nur eine davon exklusiv in der Computersimulation gegeben ist. Daher werden wir in Abschnitt zwei zunächst einige der Unklarheiten in Humphreys' Darstellung thematisieren und eine Unterscheidung von sozialer, technischer und mathematischer Opazität treffen. Nur die mathematische Opazität ist exklusiv in der Simulation gegeben.⁹ Abschnitt drei diskutiert ihren Ursprung. Die Abschnitte vier bis fünf loten dann unterschiedliche Modi mathematischer Opazität und Möglichkeiten eines Umgangs mit ihr aus.

Formen der Opazität

Paul Humphreys' Studien zur Computersimulation erfolgen im Kontext einer historischen These: Menschen würden zunehmend vom Zentrum des Forschungsprozesses an seinen Rand gedrängt. Zunächst erweiterten Beobachtungs- und Messinstrumente, so die in *Extending Ourselves* formulierte Perspektive, die Wahrnehmungsfähigkeiten. Durch die Informationstechnik würden anschließend die intellektuellen Fähigkeiten von technischen Ensembles übernommen und, zumindest in bestimmten Hinsichten, gesteigert.¹⁰ Dieser Prozess der kognitiven Leistungssteigerung geht mit Kosten einher. Eine Zuspitzung dieses historischen Prozesses markiert der Begriff »epistemische Opazität«:

»Here a process is epistemically opaque relative to a cognitive agent X at time t just in case X does not know at t all of the epistemically relevant elements of the process. A process is essentially epistemically opaque to X if and only if it is impossible, given the nature of X, for X to know all of the epistemically relevant elements of the process«.¹¹

Der Begriff bezeichnet das *Verhältnis* eines Subjekts zu einem Prozess, für das an diesem Prozess bestimmte Elemente nicht einsichtig sind.¹² Dies kann auf zweierlei Weise nach Humphreys der Fall sein: Entweder kann diese Intransparenz durch Wis-

9 Betont werden sollte, dass die anderen Formen der Opazität damit keineswegs an Bedeutung verlieren. Im Gegenteil sind sie hochrelevant für die Computersimulation und stellen enorme praktische und philosophische Herausforderungen dar. In anderen Arbeiten werden wir sie verfolgen. Hier dagegen konzentrieren wir uns auf die mathematische Opazität.

10 Vgl. Humphreys: *Extending ourselves*.

11 Humphreys: »The philosophical novelty of computer simulation methods«, in: *Synthese* 169, S. 615–626, hier S. 618.

12 Epistemische Opazität wird von Humphreys daher in unserer Interpretation, wenngleich nicht ausdrücklich, aber seinem Sinne nach, als ein »Reflexionsbegriff« eingeführt. Reflexionsbe-

senszuwachs abgebaut werden, dann ist die epistemische Opazität relativ (zu einem jeweiligen Zeitpunkt). Oder es ist nicht möglich, sie aufzulösen, dann ist sie, in Humphreys' Sprachgebrauch, essentiell und das heißt notwendig (für das jeweilige Subjekt).

Epistemische als methodische Opazität

Humphreys spricht zwar äußerst allgemein von Prozessen, die opak sind oder nicht. Aus dem Kontext seiner Argumentation wird jedoch deutlich, dass er einen einzigen Prozess betrachtet: das wissenschaftliche Vorgehen. Mit anderen Worten: Epistemische Opazität ist methodische Opazität. Es ist daher wichtig, sie nicht mit zwei anderen Arten von Opazität zu vermengen. (1) Sie ist von der Opazität der Natur als dem klassischen epistemologischen Topos unterschieden. Dass Natur opak ist, war schon immer ein Thema der Erkenntnistheorie. Ihre Opazität sollte gerade durch Erkenntnisbemühungen überwunden werden. Wenn die wissenschaftliche Methode dagegen opak wird, ist der Erkenntnisprozess selbst betroffen. Es steht in Frage, inwieweit Erkenntnis möglich ist, sofern die Rechtfertigung durch einen einsichtigen Prozess konstitutiv für sie ist. (2) Epistemische Opazität ist von probabilistischen Urteilen zu unterscheiden. Letztere sind, sofern sie methodisch korrekt gebildet wurden, nämlich vollkommen nachvollzieh- und rechtfertigbar. Zwar kommtt probabilistischen Urteilen ein gewisser Mangel an Bestimmtheit zu; dieser betrifft aber weder die Methode noch das Urteil als Resultat des methodischen Vorgehens. Vielmehr lässt sich über den Gegenstand keine größere Bestimmtheit in der Aussage gewinnen.

Ein neuartiges Phänomen, exklusiv in der Computersimulation

Epistemische als methodische Opazität verstanden, verbindet sich bei Humphreys mit zwei weiteren, miteinander zusammenhängenden Behauptungen: nämlich (1) der These, dass epistemische Opazität *exklusiv* oder spezifisch für die Computersimulation ist, und (2) dass die Computersimulation *deshalb neuartige* Phänomene hervor-

griffe werden von Objektbegriffen unterschieden. Letztere weisen einen direkten Gegenstandsbezug auf, wogegen Reflexionsbegriffe Vorstellungen von Vorstellungen darstellen. Vgl. zu Reflexionsbegriffen bei Kant: Michael Nerurkar (2008): »Was sind Reflexionsbegriffe?«, *Internetproceeding der DGPhil im Rahmen des XXI. Deutschen Kongresses für Philosophie* ›Lebenswelt und Wissenschaft‹, 2008, <http://www.dgphil2008.de/programm/sektionen/abstract/nerurkar.html> (aufgerufen: 27.06.2011) und zu ihrer Anwendbarkeit im Kontext der Technikphilosophie Christoph Hubig: »Natur« und »Kultur«. Von Inbegriffen zu Reflexionsbegriffen«, in: *Zeitschrift für Kulturphilosophie* 5 (2011), Heft 1, S. 97–119.

bringt, die sich *nicht* auf ältere Fragestellungen, insbesondere der Rolle von Modellen in der Wissenschaft, reduzieren lassen. Denn genau das behaupten Frigg und Reiss, gegen die sich Humphreys damit wendet: dass Computersimulation keine eigenen und neuen wissenschaftsphilosophischen Fragen hervorgebracht hätte.¹³

Quellen der Opazität

Wodurch entsteht Opazität in der Computersimulation? Humphreys nennt zwei Quellen:

»Many, perhaps all, of the features that are special to simulations are a result of this inability of human cognitive abilities to know and understand the details of the computational process. The computations involved in most simulations are so fast and so complex that no human or group of humans can in practice reproduce or understand the processes«.¹⁴

(1) Rechengeschwindigkeit und (2) Komplexität sind nach Humphreys der Ursprung methodischer Intransparenz in der Computersimulation. Bezuglich des ersten Punkts ist klar: Die Anzahl der an Rechenoperationen in einer typischen Simulationsstudie ist so groß,¹⁵ dass kein Wissenschaftler in der Lage ist, sie nachzurechnen. Die zweite Quelle wird recht vage als Komplexität bestimmt. Angesichts dessen ist es nahelegend, Humphreys Ausführungen in *Extending Ourselves* heranzuziehen, die in diesem Punkt detaillierter sind.

»There are at least two sources of epistemic opacity. The first occurs when a computational process is too fast for humans to follow in detail. This is the situation with computationally assisted proofs of mathematical theorems such as the four-color theorem. The second kind involves what Stephen Wolfram has called computationally irreducible processes, processes that are of the kind best described, in David Marr's well-known classification, by Type 2 theories. A Type 1 theory is one in which the algorithms for solving the theory can be treated as an issue separate from the computational problems that they are used to solve. A Type 2 theory is one in which a problem is solved by the simultaneous action of a considerable number of processes whose interaction is its own simplest description. Epistemic opacity of this second kind plays a role in arguments that connectionist models of cognitive processes cannot provide an explanation of why or how those

13 Vgl. Frigg, u.a. und Reiss: »The philosophy of simulation. Hot new issues or same old stew?«, in: *Synthese* 169, S. 593–613.

14 Humphreys: »The philosophical novelty of computer simulation methods«, in: *Synthese* 169, S. 615–626, hier S. 618 f.

15 In einer typischen Simulation am Höchstleistungsrechenzentrum Stuttgart (HLRS) werden 1.6×10^{17} Rechenoperationen vollzogen. Dieses Problem taucht auch in den Klimasimulationen, die zu Beginn dargestellt wurden, auf. Die Abweichungen der vier Simulationsläufe können weder vierfach noch einfach manuell nachberechnet werden, um die Ergebnisse zu verstehen. Es sind schlicht viel zu viele Rechenschritte.

processes achieve their goals. The problem arises from the lack of an explicit algorithm linking the initial inputs with the final outputs, together with the inscrutability of the hidden units that are initially trained.«¹⁶

Die von Humphreys hier genannten, aber kaum erläuterten Überlegungen David Marrs und Stephen Wolframs weisen eine Gemeinsamkeit auf. Die mathematische Struktur des Modells ist in dem Sinne komplex, dass der Einfluss, den ein Element auf das Gesamtverhalten hat, nicht einsichtig ist. An die Stelle der *Einsicht* tritt daher das *Ausrechnen*.¹⁷ Diesen Unterschied zwischen Einsicht und Ausrechnen schien der Physiker Richard Feynman im Sinne zu haben, als er erläuterte, was er als das Verstehen einer Gleichung begreift:

»I understand what an equation means if I have a way of figuring out. So if we have a way of knowing what should happen in given circumstances without actually solving the equations, then we ›understand‹ the equations, as applied to these circumstances.«¹⁸

Um diesen Unterschied zu kennzeichnen, unterscheiden wir im Folgenden zwei Verhaltensweisen zu mathematischen Modellen. Die eine bezeichnen wir als *internalistisch*: Sie ist gekennzeichnet durch ein Verständnis der Struktur. Das Verstehen einer mathematischen Struktur zeigt sich darin, dass erkannt wird, wie ein Element andere und das Modellverhalten insgesamt bestimmt. Eine *externalistische* Verhaltensweise zu einem mathematischen Modell liegt dagegen dann vor, wenn dessen Dynamik ausgerechnet wird, um sie zu erkennen. Diese terminologische Unterscheidung werden wir an einem späteren Zeitpunkt noch detaillieren, um von ihr Gebrauch zu machen. Im Kern wird unser Argument zur Rolle mathematischer Opazität in der Computersimulation daran entwickelt. Wir werden zu zeigen versuchen, dass epistemische Opazität in der Computersimulation par excellence mathematische Quellen hat. Diese werden durch den Übergang von einer internalistischen zur externalistischen Mathematik eröffnet. Bevor wir so weit sind, müssen wir jedoch zunächst einige Unklarheiten in Humphreys' Überlegungen diskutieren und beseitigen.

Zwei Probleme in Humphreys' Argumentation

Die Probleme in Humphreys' Ansatz lassen sich zwei Gruppen zuordnen. Das erste Problem betrifft die behauptete Exklusivität epistemischer Opazität in der Computersimulation; das zweite betrifft die Strategien der Rechtfertigung der Ergebnisse von Computersimulationen. Wir beginnen mit dem ersten Problemkreis.

16 Humphreys: *Extending ourselves*, S. 148–149.

17 Vgl. dazu Kaminski: »Der Erfolg der Modellierung und das Ende der Modelle«, in: Brenneis u.a. (Hg.): *Technik – Macht – Raum*.

18 Zitat von Richard Feynman, zitiert nach Lenhard: *Mit allem rechnen – zur Philosophie der Computersimulation*, S. 99.

Humphreys nimmt an, dass die Computersimulation neuartige Probleme aufwirft, weil sie epistemisch opak ist. Das legt nahe, dass epistemische Opazität ein Phänomen ist, das spezifisch für die Computersimulation ist und ausschließlich in ihr auftritt. Diese Implikation von Humphreys' These wird aber von zwei Seiten in Frage gestellt:

Von der sozialen Epistemologie: Die so genannte Philosophie der Zeugenschaft hat zu einer weitreichenden Korrektur an der klassischen, auf das Individuum fokussierten Epistemologie geführt. In der klassischen Epistemologie ist Erkenntnis auf *ein* Individuum bezogen, welches den Anspruch, eine wahre und begründete Überzeugung zu haben, dann erheben darf, wenn es qua eigener Autorität diesen Anspruch rechtfertigen kann. Eine Rechtfertigung qua eigener Autorität kann entweder durch *eigene* Erfahrung oder durch *eigenes* Nachdenken erfolgen.¹⁹ Die Philosophie der Zeugenschaft hat demgegenüber geltend gemacht, dass die meisten Wissensansprüche von dem, was andere Personen behaupten, abhängen, und zwar entweder direkt (A sagte mir, dass *p*) oder informell vermittelt (durch geteilte Abduktionsstrategien, Klassifikationen, so genanntes Hintergrundwissen).²⁰ Keine Person weiß ausschließlich qua eigener Autorität, dass es Bakterien gibt, dass Japan ein Inselstaat ist oder in welcher Stadt sie geboren wurde.

Diese Abhängigkeit eigener Wissensansprüche von denen anderer zeigt sich deutlich in der modernen Forschungspraxis. Ingenieurwissenschaftliche, medizinische oder naturwissenschaftliche Forschung findet in der Regel in Teams mit verteilten Kompetenzen statt und/oder beruht auf Voraussetzungen, die andere erarbeitet haben.²¹ Damit entstehen für den einzelnen Wissenschaftler weiträumige opake Felder: Zwar verfügt er über eine Einsicht in seinen Beitrag, aber dieser stellt nur einen Teil eines Ganzen dar, das weder er noch andere überblicken; denn für jene anderen gilt das Gleiche: Die Gewinnung von Messdaten, das Verständnis für die jeweilige Messtechnik, die mathematischen Fähigkeiten, die Einsicht in die Gegenstandstheo-

19 Den beiden traditionell als Quellen des Wissens erachteten Formen, wie sie zu Beginn des Aufsatzes angeführt wurden.

20 Vgl. aus der großen Menge an Literatur zu dem Thema zumindest zwei Monographien, welche einen guten Überblick über die Diskussion bieten: Cecil A. J. Coady: *Testimony. A philosophical study*, Oxford, NY 1992 und Paul Faulkner: *Knowledge on Trust*, Oxford 2015.

21 Vgl. etwa John Hardwig: »Epistemic dependence«, in: *Journal of Philosophy* 82 (1985), Heft 7, S. 335–349; Karin D. Knorr-Cetina: *The Manufacture of Knowledge. An Essay on the Constructivist and Contextual Nature of Science*, Burlington 1981 und Bruno Latour, u.a.: *Laboratory life. The construction of scientific facts*, Princeton, NJ 1986. – Die These ist allerdings bereits von der frühen Soziologie formuliert worden. Vgl. etwa Georg Simmel: »Die Arbeitsteilung als Ursache für das Auseinandertreten der subjektiven und der objektiven Kultur«, in: Georg Simmel: *Schriften zur Soziologie*, Frankfurt am Main 1900, S. 95–128 und Max Weber: »Ueber einige Kategorien der verstehenden Soziologie«, in: Max Weber: *Gesammelte Aufsätze zur Wissenschaftslehre*, hrsg. v. Johannes Winckelmann, Tübingen 1913, S. 427–474.

rie oder den jeweiligen experimentellen Aufbau sind in der Regel auf viele einzelne verteilt. Diese soziale Organisation des Erkenntnisprozesses lässt sich für Simulationsstudien auf eindringliche Weise demonstrieren, aber eben *nicht nur für diese*. Damit steht dann jedoch in Frage, inwiefern die epistemische Opazität ein Phänomen ist, das exklusiv oder auch nur von besonderer Bedeutung im Bereich der Computersimulation ist.

Von der Technikphänomenologie: Der Philosoph und Mathematiker Edmund Husserl zeigte, dass und warum die Geschichte der Mathematik einer zunehmenden Technisierung unterliegt, lange vor der Erfindung und Verwendung von Sachtechnik (Rechentafeln, Rechenschiebern, Handrechenmaschinen, Computern etc.).²² Husserls für diese Geschichte geprägter Technikbegriff zielt auf zwei Leistungen ab, welche Technik auszeichnen, und die beide die Form einer Entlastung haben. Technik zeichnet sich dadurch aus, dass sie verwendet werden kann, ohne dass ein Wissen (a) von ihrem Entstehungs- und (b) ihrem Begründungskontext gegeben sein muss, d.h. ohne wissen zu müssen, von wem eine mathematische Technik entwickelt wurde und warum sie als Werkzeug >funktioniert< (d.h. ohne den Beweis zu kennen), kann diese verwendet werden (sofern die Voraussetzungen gegeben sind). So muss man nicht wissen, dass Pythagoras ein Mathematiker war und worin der geometrische Beweis für den Satz des Pythagoras besteht. Man kann mit ihm, wenn die Länge der Katheten in einem rechtwinkligen Dreieck bekannt ist, die Hypotenuse berechnen, ohne sich damit beschäftigen zu müssen. Diese doppelte Entlastung, diese Legitimierung von Nichtwissen gilt für alle mathematischen Techniken – aber nicht nur für diese: Husserls Technikbegriff erfasst Leistungen, welche Technik generell eignen. Was für die Geschichte der Mathematik gilt, gilt für die Geschichte der meisten Wissenschaften; sicherlich jedoch zumindest der Natur- und Ingenieurwissenschaften. In Form von Intellektual- und Sachtechniken werden Formen (Theoreme und Sätze, Klassifikationen, Daten und Archive, Mess- und Beobachtungsapparate etc.) weitergereicht, welche von den jeweiligen Forschern in ihre Argumentation eingesetzt werden analog einem Zahnrad in einem Getriebe. Für diese >wandernden< Formen gilt nun jedoch, was bereits im Kontext der sozialen Epistemologie deutlich wurde: Der einzelne Wissenschaftler ist nicht in der Lage und muss es auch nicht sein, die ganze Kette, an welcher er ein Argument entwickelt, zu überblicken. Viele Elemente >setzt er ein<, sie bleiben jedoch, was ihre Funktionsweise und Rechtfertigung angeht, opak.

Beide Punkte stellen die Exklusivität von epistemischer Opazität nicht nur in Frage, sie lassen sie zu einer generellen Erscheinung in Wissenschaft und Alltag werden. Es ließe sich zwar – mit den Klassikern der Soziologie – behaupten, dass die Opazität von Natur zunehmend in methodische Opazität umgewandelt wird. Dabei

22 Vgl. Edmund Husserl: *Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzendentale Phänomenologie. Eine Einleitung in die phänomenologische Philosophie*, Den Haag 1976.

handelte es sich um eine relative Opazität: relativ zu einem Zeitpunkt für ein Individuum, das mit Max Weber zusammen berechtigterweise daran glaubt, dass es *im Prinzip* die Prozesse sich einsichtig machen und nachvollziehen könne.

Humphreys selbst sieht diesen Zusammenhang zwischen sozialer Epistemologie, Technik, epistemischer Opazität und Moderne. In gewisser Weise liegt er auf der historischen Linie, welche er in *Extending Ourselves* zieht: Der Mensch wird aus dem Zentrum des szientifischen Prozesses an den Rand gedrängt:

»Technological enhancements of our native cognitive abilities are required to process this information, and have become a routine part of scientific life. In all of the cases mentioned thus far, the common feature has been a significant shift of emphasis in the scientific enterprise away from humans because of enhancements without which modern science would be impossible. For convenience, I shall separate these enhancements into the computational and the noncomputational, beginning with the latter. This division of convenience should not conceal the fact that in extending ourselves, scientific epistemology is no longer human epistemology«.²³

In seinem Aufsatz *The philosophical novelty of computer simulation methods* von 2009 geht er sogar explizit auf den Zusammenhang von epistemischer Opazität und sozialer Epistemologie ein. Er bleibt jedoch vage, warum diese seine These von der Neuartigkeit nicht in Frage stellen sollte:

»Although there are parallels with the switch from an individualist epistemology, within which a single scientist or mathematician can verify a procedure or a proof, to social epistemology, within which the work has to be divided between groups of scientists or mathematicians, so that no one person understands all of the process, the sources of epistemic opacity in computational science are very different«.²⁴

Humphreys schließt hieran ein Beispiel an, welches die Intransparenz in agentenbasierten Simulationen thematisiert. Offensichtlich geht es ihm darum, dass nicht jede epistemische Opazität einen sozialen Ursprung hat. Welche allerdings diesen Ursprung haben, lässt Humphreys offen.

Lösungsvorschlag: Die Unterscheidung sozialer, technischer und mathematischer Opazität

Um an dieser Stelle weiterzukommen, führen wir die Unterscheidung dreier Formen epistemischer Opazität ein: Sozialer, technischer und mathematischer. Wir gehen davon aus, dass die ersten beiden zwar hochrelevant für die Computersimulation sind, jedoch nur die dritte exklusiv in ihr und einigen Formen maschinellen Lernens auf-

23 Humphreys: *Extending ourselves*, S. 8.

24 Humphreys: »The philosophical novelty of computer simulation methods«, in: *Synthese* 169, S. 619.

tritt. Wichtig ist es vorab, den Status dieser Unterscheidung zu klären. Denn die Unterscheidung könnte so verstanden werden, als gäbe es verschiedene Sorten von Opazität. Diese Interpretation ließe aber in unlösbare Probleme, wie am Verhältnis von sozialer und technischer Opazität gezeigt werden kann: Die soziale Arbeitsteilung zwischen Wissenschaftlern resultiert häufig in Technik, welche zwischen Forschungsprojekten, Communities und technischen Ensembles kursiert – ein Modul wird beispielsweise aus einer Softwarebibliothek gelinkt. Handelt es sich hierbei um soziale oder um technische Opazität? Auf den ersten Blick ist diese technisch, sie geht jedoch zurück auf Prozesse der sozialen Arbeitsteilung. Ließe sich dann die technische nicht allgemein auf die soziale Opazität reduzieren – schließlich ist Technik ihr Resultat? Dieser Gedanke blendet aus, dass die soziale Arbeitsteilung sowohl eine Technik darstellt als auch auf Technik basiert und mit Technik vollzogen wird: Einzelne Gruppen erarbeiten mittels Technik neue Technik. Diese Interpretation der Unterscheidung droht sich daher in Ursprungsparadoxien zu verirren. Statt als sortale wird die Unterscheidung daher hier als aspektuale verstanden.²⁵ Dabei geht es um Gesichtspunkte, von denen ausgehend sich die Entstehung von Opazität thematisieren lässt. Dies wird gerade mit Blick auf den Zusammenhang von Technik und Mathematik noch von Bedeutung sein.

Dabei gilt es jedoch festzuhalten: Die Forscher sind prima facie mit *einer* Opazität konfrontiert, in der mathematische und technisch-soziale Opazität ineinander spielen. Sie zu unterscheiden stellt bereits einen Schritt der Klärung dar, der jedoch nicht in ihre Auflösung mündet. Denn es wird sich zeigen, dass es eine mathematisch *entstehende* Opazität in der Computersimulation gibt, diese jedoch auf technische Weise *gelöst* wird; was jedoch nicht bedeutet, dass sie aufgelöst wird.²⁶ Daher lässt sich die mathematische Opazität *nicht* auf die technische reduzieren. Mit anderen Worten: Die Krise der Wissenschaft in der Computersimulation ist nicht mehr (ausschließlich) die Krise, der sich Edmund Husserl konfrontiert sah. Für Husserl war das Therapeutikum gegen die Intransparenz und Sinnverschiebung in der Ge-

-
- 25 Bei einer sortalen Unterscheidung gäbe es verschiedene Entitäten, die einer (und nur einer) der Sorten von Opazität zugeordnet werden würden. Etwas könnte demnach nicht zugleich mathematisch und sozial opak sein. Bei einer aspektuellen Unterscheidung ist dies zugelassen, da es sich um Gesichtspunkte handelt, unter denen etwas betrachtet wird. Diese Gesichtspunkte können gewechselt werden. Um ein damit verbundenes mögliches Missverständnis zu vermeiden: Dies bedeutet dann keineswegs, dass immer alle Formen von Opazität gegeben sein müssen. Die »Idee«, welche mit einem Gesichtspunkt verbunden wird, kann unerfüllt bleiben; aber es ist denkbar, dass etwas in einer Hinsicht eine soziale und in einer anderen Hinsicht eine technische Opazität aufweist.
- 26 Auch wenn wir die Unterscheidung als eine aspektuelle interpretieren, bedeutet dies nicht, dass jeder Gegenstand sinnvoll unter jedem Gesichtspunkt betrachtet werden kann. Es gibt Gesichtspunkte, die mehr oder weniger angemessen sind bzw. von einem Gegenstand mehr oder weniger »erfüllt« werden. Dies ist von Bedeutung, da es sonst zu einem Widerspruch mit der Behauptung kommt, dass mathematische Opazität exklusiv in der Computersimulation ist. Könnte jeder Gesichtspunkt immer genauso gut in einen anderen überführt werden, wäre die mathematische Opazität genauso gut als sozial oder technisch zu bezeichnen.

schichte der Mathematik und wissenschaftliche Methode noch die Reaktivierung. Der Sinn der Techniken kann zur Einsicht gebracht, ihre Genese und Funktionsweise prinzipiell nachvollzogen, die technische Opazität also sukzessive aufgelöst werden. Das gilt unseres Erachtens für die mathematische Opazität nicht; zumindest steht häufig nicht fest, ob es Möglichkeiten ihrer Auflösung gibt, wie wir noch zeigen werden. Es geht also um etwas anderes als Umstellung der Mathematik auf ein Operieren mit Symbolen. Dies ist zwar entscheidend für die technische Behandlung der opaken Gleichungssysteme, es ist jedoch nicht der Ursprung der mathematischen Opazität.

Das zweite Problem: Begründungsstrategien

Die zweite Problemgruppe betrifft Begründungsstrategien. Humphreys spricht davon, dass nicht alle ›relevanten‹ Elemente eines methodischen Vorgehens einsichtig nachvollzogen und begründet werden können, wenn ein Prozess opak ist. Dies wirft zumindest zwei Fragen auf:

Ist es relevant, alle Rechenschritte nachzuvollziehen? Humphreys legt dies nahe, wenn er die Rechengeschwindigkeit als Quelle der Opazität anführt. Jedoch ist es alles andere als klar, warum jede Berechnung nachvollzogen werden müsste. Selbst wenn einzelne Fehler auftreten, müssen diese keineswegs relevant sein für das Gesamtergebnis (fast alle Ergebnisse von Gleitkommaoperationen sind nur approximativ korrekt), sofern ein iteratives Verfahren vorliegt, das unabhängig von einem Startwert sukzessive den Fehler reduziert, bis die Ungenauigkeit der Gleitkommaoperationen eine weitere Reduktion verhindern. Dies hängt stark vom jeweiligen Forschungsinteresse und der Fehlerart ab. Ein Fehler in einer Klimasimulation könnte darin bestehen, dass ein lokaler Wert (leicht) falsch berechnet wird – ohne weitergehende Konsequenzen, weil das Simulationsmodell ohnehin nur eine diskrete Approximation (mithin fehlerbehaftet) ohne Fehlerabschätzung darstellt. Gleichwohl greift dieser Einwand gegen Humphreys zu kurz: Zwar müssen nicht alle Fehler relevant sein. Aber: Es ist nicht bekannt, welche Fehler relevant sind und welche nicht. Dass eine solche Ein- und Übersicht über relevante und irrelevante Fehler fehlt, ist die Konsequenz aus der epistemischen Opazität.

Problematischer dürfte der zweite Punkt sein. Humphreys scheint Rechtfertigung mit Einsicht gleichzusetzen. Damit verkennt er jedoch, dass andere Begründungsstrategien an die Stelle der Einsicht treten können. Nicht jegliche Form der Rechtfertigung muss durch den einsichtigen Nachvollzug eines Prozesses erfolgen.

Humphreys nimmt eine naheliegende Unterscheidung nicht auf, welche unseres Erachtens zugleich die Rolle der Mathematik in der Computersimulation zu begreifen hilft. Wir nehmen hier Bezug auf die Unterscheidung internalistischer und externalistischer Begründungsstrategien. Die Debatte um diese unterschiedlichen Rechtfertigungsstrategien ist (in der Nachfolge von Gettier) sehr differenziert worden. Im vorliegenden Kontext wollen wir darunter Folgendes verstehen: Internalistische Rechtfertigungsstrategien beruhen auf der *Einsicht* in den Zusammenhang von Elementen. Der Prototyp dessen sind das Argument und der mathematische Beweis. Externalistische Rechtfertigungsstrategien beruhen auf der *Verlässlichkeit* eines Prozesses. Es handelt sich bei ihnen um Bewährtheits- oder Gelingenskriterien.²⁷

Diese Unterscheidung von internalistischen und externalistischen Rechtfertigungsstrategien verbinden wir mit der Unterscheidung internalistischer und externalistischer Umgangsweisen mit mathematischen Modellen, kurz internalistischer und externalistischer Mathematik: Internalistische Umgangsweisen erfolgen unter dem Gesichtspunkt internalistischer Rechtfertigungen, externalistische führen entsprechend zu externalistischen Begründungen. In der Computersimulation sind externalistische Verhaltensweisen zu den mathematischen Modellen, d.h. deren computerbasierte algorithmische Lösung, und externalistische Begründungen von größerer Bedeutung. Die Gründe dafür und ihre Folgen werden im nächsten Abschnitt diskutiert.

Genese mathematischer Opazität

Die bisherigen Überlegungen haben eine Unterscheidung verschiedener Formen von Opazität erbracht. Während die soziale und technische Opazität generelle Erscheinungen darstellen, die zwar hochrelevant für den Bereich der Computersimulation sind, aber keineswegs exklusiv darin auftreten, verhält es sich anders mit der mathematischen Opazität. Sie gilt als Kandidat für ein spezifisch in der Computersimulation auftretendes Phänomen.²⁸ Um ihre Genese zu verstehen, führen wir zwei Unter-

27 Vgl. etwa Alvin I. Goldman: »What is Justified Belief?«, in: George Pappas (Hg.): *Justification and Knowledge*, Dordrecht 1979, S. 1–25 sowie Alvin I. Goldman: »Internalism, Externalism, and the Architecture of Justification«, in: *Journal of Philosophy* 106 (2009), Heft 6, S. 309–338; Kent Bach: »A Rationale for Reliabilism«, in: *Monist* 68 (1985), Heft 2, S. 246–263 und Roderick M. Chisholm: *Theory of knowledge*, Englewood Cliffs, NJ 1989.

28 Wir denken, dass sie in der Computersimulation und im maschinellen Lernen vorkommt. Denn beide beruhen auf einer externalistischen Mathematik, deren Leistung externalistisch begründet wird.

scheidungen ein: internalistische und externalistische Umgangsweisen mit und Rechtfertigungsweisen von mathematischen Modellen. Computersimulationen operieren externalistisch mit mathematischen Modellen, entsprechend erfolgt ihre Rechtfertigung (überwiegend) externalistisch.

Es gilt nun das Verständnis mathematischer Opazität zu vertiefen. Dies soll geschehen, indem wir uns einzelnen methodischen Schritten zuwenden und untersuchen, wie mathematische Opazität im Simulationsprozess entsteht.

Wie es zum Übergang von einer internalistischen zur externalistischen Mathematik kommt

Wir betrachten, wie angekündigt, gleichungsbasierte Simulationsmethoden.²⁹ Dabei spielen partielle Differentialgleichungen eine herausragende Rolle.³⁰ Sie dienen dazu, die physikalischen Eigenschaften von Systemen in hoher Genauigkeit und großer Allgemeinheit zu beschreiben. Der großen Bedeutung dieser vergleichsweise einfach formulierten Gleichungen korrespondiert eine nicht minder große Schwierigkeit, ihre Lösungen für reale Umgebungen (Geometrien und Randbedingungen) analytisch zu ermitteln. Analytische Lösungen beruhen auf einer internalistischen Einsicht, auf einem Verständnis des Gleichungssystems. Die meisten dieser partiellen Differentialgleichungen sind in den vergangenen 200 Jahren für die Praxis, basierend auf Experimenten formuliert worden. Seitdem sind jedoch nur vereinzelt analytische Lösungen oder eingeschränkte Klassen solcher für sie gefunden worden. Diese gelten zudem typischerweise nur für die je ausgewählten Randbedingungen, die stark variieren können. Selbst wenn die Gleichungen jeweils nur wenige Parameter enthalten, steigt die in der Einfachheit verborgene Komplexität zusätzlich, wenn diese Parameter nicht konstant sind, sondern funktionell von der Umgebung abhängen.

Sollen durch Simulation die Lösungen dieser Gleichungen eine Vorhersage über das Verhalten der realen Umwelt ermöglichen, so helfen die analytischen Lösungen also nur punktuell weiter. Dies schränkt den potentiellen Erkenntnisgewinn entschie-

29 Vgl. für eine Übersicht und Einführung Nico Formanek: »Methoden der Computersimulation und Modellierung«, in: Christian Bischof, u.a. (Hg.): *Computersimulationen verstehen. Ein Toolkit für interdisziplinär Forschende aus den Geistes- und Sozialwissenschaften*, Darmstadt 2017, S. 17–33.

30 Dazu zählen die Gleichungen der Elastizitätstheorie, die kompressiblen und inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen, die Diffusions-, Wärmeleitungs-, Poisson- und Laplace-, die Helmholtz-, die Maxwell-, die Wellen- und schließlich die Schrödinger-Gleichung, ferner die Hamilton-Gleichungen und deren Vereinfachungen, Spezialisierungen, Kombinationen. Vgl. für eine Einführung zu partiellen Differentialgleichungen, ihren Eigenschaften und den Umgang mit ihnen in der Computersimulation Michael Herrmann: »Die Simulationspipeline bei gleichungsbasierten Simulationen«, in: Christian Bischof u.a. (Hg.): *Computersimulationen verstehen. Ein Toolkit für interdisziplinär Forschende aus den Geistes- und Sozialwissenschaften*, Darmstadt 2017, S. 35–102.

den ein. Moderne Rechner ändern nichts an diesen Limitierungen, auch wenn Programme, die symbolische Algebra unterstützen, hilfreich sein mögen. Rechner helfen aber auf einem anderen Weg: Statt die Gleichungssysteme internalistisch zu betrachten, werden sie externalistisch gelöst; die partielle Differentialgleichung wird durch eine geeignete diskrete und endliche Approximation ersetzt, dadurch öffnet sich der Weg zu einer Berechnung. Dies geht jedoch mit Kosten einher, die für den Übergang von internalistischen zu externalistischen Umgangsweisen kennzeichnend sind: Mit dem funktionalen Zusammenhang von Randbedingungen und Lösung fällt auch das Erkenntnispotential ihres internalistischen Verständnisses weg.³¹

Der externalistischer Umgang mit mathematischen Modellen als Quelle von Opazität

Es kommt nun darauf an, diesen Unterschied zwischen einer internalistischen und der externalistischen Umgangsweise mit mathematischen Modellen zu begreifen. Die Erklärung, warum es in der Computersimulation zu mathematischer Opazität kommt, ist an diesen Übergang gebunden. Einführend charakterisierten wir eine Verhaltensweise als *internalistisch*, wenn sie durch ein Verständnis der Struktur eines Gleichungssystems gekennzeichnet ist: Das Verstehen einer mathematischen Struktur zeigt sich darin, dass erkannt wird, wie ein Element andere und das Modellverhalten insgesamt bestimmt. Eine *externalistische* Verhaltensweise zu einem mathematischen Modell liegt dagegen dann vor, wenn dessen Dynamik ausgerechnet werden muss, um sie zu erkennen.

Betrachten wir den sehr einfachen Fall einer Parabel $f(x) = ax^2$. Das Verhalten der Funktion lässt sich internalistisch einsichtig machen. Es kann leicht erkannt werden, wie der Funktionswert sich in Abhängigkeit von a und x verhält. Statt die Gleichung zu analysieren und ihre Struktur zu verstehen, können selbstverständlich auch Werte eingesetzt werden, so dass ihr Verhalten einfach ausgerechnet wird. In diesem Beispiel ist es also möglich zwischen beiden Verhaltensweisen, der internalistischen und der externalistischen, zu »springen«. Bei mathematisch komplexeren Gleichungssystemen ist dies nicht oder nur partiell möglich. Ihr Verhalten entzieht sich der internalistischen Einsicht und damit dem analytischen Verständnis. Sie können nur (approximativ) ausgerechnet werden. Als Beispiel für ein Gleichungssystem, bei dem die internalistische Betrachtung an Grenzen stößt, können die Lorenz-Gleichungen genannt werden:³²

31 Immerhin können die analytischen Lösungen zur Kontrolle der Approximationen verwendet werden.

32 Auf diese gehen wir später nochmals ein. Michael Herrmann gebührt dabei Dank für hilfreiche Erläuterungen.

$$\begin{aligned}x'_{(t)} &= -\sigma x_{(t)} + \sigma y_{(t)} \\y'_{(t)} &= p x_{(t)} - y_{(t)} - x_{(t)} z_{(t)} \\z'_{(t)} &= -\beta z_{(t)} + x_{(t)} y_{(t)}\end{aligned}$$

Die drei miteinander gekoppelten Gleichungen (die abhängigen Variablen sind jeweils Element der anderen Gleichungen) beschreiben Strömungsprozesse, also die Dynamik von Gasen und Flüssigkeiten. Dabei bezeichnen $y'_{(t)}$ und $z'_{(t)}$ die horizontale sowie vertikale Temperaturänderung und $x'_{(t)}$ die konvektive Luftbewegung. Die Gleichungen stellen ein System von gewöhnlichen nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung dar und sind eine Ableitung aus den Navier-Stokes-Gleichungen. Bemerkenswert an den Gleichungen ist nun, dass unter der Annahme bestimmter Rand- und Anfangsbedingungen Lösungen approximiert werden können, diese jedoch extrem instabil sind.³³ In vielen Fällen können dabei Attraktoren, Grenzwerte, die typischerweise stabile Fixpunkte sind, auftreten. Durch sie wird die Dynamik gedämpft und kommt schließlich zum Erliegen.

Es gibt jedoch so genannte »seltsame Attraktoren«, welche die Eigenschaft aufweisen, dass kleine Änderungen des Anfangszustandes große Änderungen im Systemverhalten zeitigen. Prominentestes Beispiel ist der Lorenz-Attraktor, der bei der Modellierung von Luftströmungen in der Atmosphäre entdeckt wurde und bei der Lösung der angegebenen Differentialgleichungen auftritt. Das Vorliegen eines seltsamen Attraktors (obwohl nicht zwingend seine Form) kann zwar unter bestimmten Bedingungen durch eine mathematische Analyse identifiziert werden; dies bedeutet aber nicht, dass damit auch das Verhalten des Systems prognostiziert werden kann. Es handelt sich zwar um ein deterministisches System, aber die Möglichkeit durch internalistische Einsicht zu bestimmen, was sich in einem solchen System ereignen wird, ist versperrt. Immerhin kann durch internalistische Analyse erkannt werden, dass etwas »Seltsames« vorliegt. Das erkennbare Verhalten muss (approximativ) errechnet, also externalistisch zur Darstellung gebracht werden.

Es ist von zentraler Bedeutung für unsere Argumentation, dass die Gleichungssysteme,³⁴ welche in der Computersimulation den Kern mathematischer Modelle bilden, kaum, und wenn überhaupt, dann nur als vereinfachte Modelle in ihrem Lö-

33 Diese Gleichungen markieren die Theorie komplexer dynamischer Systeme sowie des deterministischen Chaos.

34 Wir konzentrieren uns in unserem Aufsatz auf gleichungsbasierte Simulationen, sind jedoch zuversichtlich, dass unsere Ergebnisse auf andere Simulationsmethoden und auf unterschiedliche (jedoch nicht alle!) maschinelle Lernsysteme übertragbar sind. Dabei ist zu beachten, dass prinzipiell natürlich auch sehr einfache mathematische Modelle auf Hochleistungsrechnern gelöst werden könnten. Dies stellt jedoch unseres Erachtens keinen sinnvollen Einwand gegen unsere Argumentation dar. Denn faktisch werden solche Gleichungssysteme computerunterstützt gelöst, deren Lösbarkeit »manuell« Probleme bereitet; und der Sinn der Technisierung und damit externalistischen Umgangsweise mit mathematischen Modellen besteht darin, dass sie internalistisch schwer, wenn überhaupt lösbar sind.

sungsverhalten internalistisch nachvollzogen werden können (in der Hoffnung, dass sich das weiter vereinfachte Modell in allen Teilen des Computermodells nachvollziehen lässt). Daher werden sie externalistisch »gelöst«. Die Lorenz-Gleichungen betrachten wir als *einen* Fall par excellence, um den Übergang von einer internalistischen zur externalistischen Mathematik zu exemplifizieren. Gleichwohl könnte der Eindruck entstehen, dass unser Beispiel der Lorenz-Gleichungen zwar gut gewählt ist, um die externalistische Mathematik zu illustrieren, das Beispiel jedoch recht speziell ist und also in Frage steht, wie repräsentativ es für den Umgang mit mathematischen Modellen in der Computersimulation ist. Die Lorenz-Gleichungen beschreiben jedoch Strömungsverhalten und damit einen großen Bereich von Systemen. Viele andere nichtlineare Systeme lassen sich durch die Wahl ihrer bestimmenden Parameter dazu bringen, solcher Art seltsames Verhalten zu zeigen. Lassen wir uns dennoch weiter auf den genannten Einwand ein: Unser Punkt ist, dass in vielen Fällen *a priori* nicht bekannt ist, welche Eigenschaften ein mathematisches Modell aufweist (Bifurkationen, Singularitäten, seltsame Attraktoren). Genau das bedeutet: Es ist opak. Und selbst wenn die Eigenschaften durch analytische Verfahren bestimmt werden können (wie im Fall des seltsamen Attraktors), ist das nicht gleichzusetzen mit einer Prädiktionsmöglichkeit des Systemverhaltens. Opazität tritt also auf zwei Ebenen auf: Es ist nicht immer bekannt, (1) welche Eigenschaften ein mathematisches Modell aufweist und selbst, wenn diese bestimmt werden können, steht damit nicht fest, (2) wie sich diese konkret auf das Systemverhalten auswirken. Während (1) noch durch soziale Arbeitsteilung gelöst werden könnte (Mathematiker, welche die Eigenschaften von Modellen untersuchen), bietet dies für (2) keine Handhabe. Die externalistische Lösung ist – zumindest beim Stand der derzeitigen mathematischen Techniken – unumgänglich.

Angesichts der immensen Zeit, die dafür manuell benötigt würde, sowie angesichts der damit einhergehenden erwartbaren Anzahl an Fehlern wird die externalistische Lösung des mathematischen Modells computerbasiert algorithmisch vollzogen. Dies wäre, wie noch zu sehen sein wird, kein besonderes Problem, wenn die errechnete Lösung des Gleichungssystems auf einem anderen numerischen Wege auf Plausibilität getestet werden könnte. Erfüllt die Lösung das Gleichungssystem mit der erhofften Genauigkeit? Exaktheit ist wegen der Unschärfe der Gleitkommazahlen nicht zu erwarten. Wie weit weicht die Lösung von gemessenen Daten oder den Lösungen anderer Modellierungsansätzen ab? Können die Unterschiede erklärt werden? Wie empfindlich ist die Lösung gegenüber Änderungen von Parametern? Können mit anderen Methoden Fehlerschranken berechnet werden? Dieser Übergang von einer internalistischen zu einer externalistischen Verhaltensweise zu mathematischen Modellen, kurz von einer internalistischen zu einer externalistischen Mathematik, ist verbunden mit einem Übergang in die externalistische Rechtfertigung.

Die Diskretisierung von gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen führt bewusst zu Algorithmen, die nur approximative, eben fehlerbehaftete Lösungen liefern können. Dabei geschieht etwas Bemerkenswertes: Mathematik gilt als reine, das heißt als erfahrungsfreie Wissenschaft.³⁵ Dies gilt jedoch nur für die internalistische Mathematik. Die in der Computersimulation operationalisierte externalistische Mathematik erfordert ein Erfahrungswissen.³⁶ Erkennbar wird dies anlässlich der Rechtfertigung der jeweiligen Approximation. Die Güte der Approximation kann *a priori* nämlich nur in Ausnahmefällen mit technisch hinreichender Genauigkeit abgeschätzt werden, in den intendierten Berechnungsfällen aber nicht. Solche Ausnahmefälle, in denen die mathematisch korrekte Lösung bekannt ist, verhelfen zur Verifikation des Modells, der Implementierung des Algorithmus und ersten Einschätzungen seiner praktischen Verwendbarkeit hinsichtlich Ressourcenverbrauch und Genauigkeit. Weder Aussagen der Konvergenz (die diskreten Lösungen nähern sich der tatsächlichen Lösung der Differentialgleichung bei Verfeinerung des Rechennetzes an) noch der Stabilität (es existiert genau ein Grenzwert für sukzessiv verfeinerte Rechennetze und dieser wird approximiert) sind in relevanten komplexen Anwendungsfällen *beweisbar*, das heißt internalistisch begründet möglich. Der Entwurf der Diskretisierung erfolgt über Ansätze vereinfachter Probleme, die eine mathematische Analyse erlauben, welche gleichwohl noch immer bedeutende Schwierigkeiten enthalten kann. Die programmtechnische Realisierung des Algorithmus erlaubt nur eine *externalistische* Begründung, das heißt: Sie beruht auf Verlässlichkeit, *Erfahrungswerte* fließen ein. Erst im Nachhinein stellt sich die Qualität der Approximation in Relation z.B. zu Messungen in einzelnen Berechnungsfällen heraus. Die Beurteilung der Eignung des Algorithmus für Anwendungsfälle ist daher ein Prozess handwerklicher Erfahrung.³⁷

-
- 35 (Reine) Mathematik ist keine Erfahrungswissenschaft. Sobald eine Aussage bewiesen ist, gilt diese unter den angegebenen Voraussetzungen. Vorwissen, Erfahrung der Person, die zum Urteil geführt haben, werden unwesentlich. Sie werden wieder wichtig in der Interpretation der Aussage in Relation zu einem realen Gegenstand, der zu der Aussage geführt haben oder auch ein vollständig anderer sein mag. Der Übergang von einer internalistischen zu einer externalistischen Umgangsweise mit mathematischen Gleichungen stellt unseres Erachtens einen Übergang in die Erfahrung dar.
 - 36 Sicherlich erfordert mathematische Anschauungen viel Erfahrung von geübten Mathematikern. Aber es handelt sich dabei um eine Anschauung reiner Strukturen. Diese werden durch Einübung zunehmend besser verständlich. Anders im Kontext der Computersimulation: Erfahrung bedeutet hier ein Wissen um die Verlässlichkeit von Prozeduren.
 - 37 Netze mit guter Qualität zu erzeugen ist eine arbeitsintensive, handwerkliche Aufgabe, die Erfahrung erfordert. Dem entspricht das Ziel, Netze automatisch zu erzeugen unter Kontrolle der sich entwickelnden Lösung. Die Idee, ein Netz fein genug zu machen, steht im Widerspruch zum Wunsch, den Aufwand der Berechnung und der Auswertung zu begrenzen.

Folgen der Umstellung von einer internalistischen zu einer externalistischen Mathematik

Die Diskretisierung parametrisiert das zu lösende Problem zusätzlich durch die Wahl des Rechennetzes. Unter Umständen entstehen durch ein Netz mit lokal zu geringer Auflösung approximative Lösungen, deren Fehler größer ist als der erwartete mit ungewollten Artefakten, die als solche nicht unmittelbar erkennbar sind. Zeitlich instabile Lösungen können produziert werden, wo ein anderes Netz stabile erzeugen würde und umgekehrt. Ein feineres Netz löst feinere Strukturen auf, die auf größeren verloren gehen. Aktuelle (2017) Ozeansimulationen zeigen beispielsweise ungleich mehr Wirbel in den wesentlichen globalen Strömungen als solche, die in den 1980er Jahren berechnet wurden, allein weil die damals weniger entwickelten Computer feinere Netze nicht zuließen. Noch feinere Auflösungen würden noch weitere kleinere Wirbel zeigen. Die wichtige Frage ist, ob diese bessere Auflösung schließlich zu einer deutlichen Änderung der globalen Strömungen in der Simulation führt, also der wichtige globale Fehler unvertretbar groß ist. Diese Fragestellung gilt für alle Strömungssimulationen. Die Feinstruktur der Strömung mag unwichtig sein für bestimmte technische Realisierungen, sie ist es aber nicht für das Spektrum der erzeugten akustischen Schwingungen, bedeutend für die Akzeptanz des Lärms eines startenden Flugzeugs zum Beispiel. In der mathematischen Opazität bleibt verborgen, ob und wenn ja, welche Phänomene durch eine bessere Diskretisierung getilgt werden oder erscheinen.

Wohlgestellte vs. nichtwohlgestellte Probleme

Die Folgen mathematischer Opazität können am deutlichsten durch die Unterscheidung wohlgestellter und nichtwohlgestellter Probleme charakterisiert werden. Ist ein interessierendes Problem *wohlgestellt*, dann ziehen schwache Änderungen in den spezifizierenden Parametern sowie Anfangs- oder Randbedingungen nur schwache Änderungen in den Lösungen nach sich. In solchen Fällen darf vom diskretisierten Problem zumindest erwartet werden (obwohl ein mathematischer *Beweis* aussteht), dass sich seine Lösungen ebenfalls gutartig verändern, wenigstens solange das Berechnungsnetz eine hinreichende detaillierte Auflösung besitzt. Viele wichtige Probleme der realen Welt sind aber nicht wohlgestellt; so auch die Probleme, die durch nichtlineare partielle Differentialgleichungen beschrieben werden. Dazu gehören die Strömungsmechanik im Allgemeinen und die Wetter- und Klimavorhersage im Besonderen. Wir gewinnen damit eine wichtige Erklärung zur Entstehung mathematischer Opazität in der Computersimulation. So kann eine kleine Änderung in den Anfangsbedingungen einer Wetersimulation eine wesentliche Änderung der Vorhersa-

ge nach sich ziehen, obwohl die Gleichungen selber einen stetigen Charakter haben. Bei vielen Systemen beobachtet man beim Überschreiten bestimmter Parameterwerte eine grundlegende Änderung der Lösungsstruktur. Das heißt, es können an singulären Punkten, in denen das System lokal seinen Charakter ändert (die Funktionalmatrix ist nicht regulär) Verzweigungen (Bifurkationen) auftreten, die in Abhängigkeit kleinstter Unterschiede verschiedene Lösungszweige nach sich ziehen. Durch Ensembles mit mehreren einzelnen Simulationen wird versucht, die mögliche Vielfalt einzugrenzen und über statistische Analyse Wahrscheinlichkeiten zu berechnen, um den Raum aller möglichen Zustände des Systems in verschiedene Gebiete gruppieren zu können, in denen man das Verhalten der Lösungen besser charakterisieren kann. Diese Vorgehensweise ist dem deterministischen Ansatz fremd.

Mathematische, soziale und technische Opazität am Beispiel der Klimasimulation

Diese Erklärung lässt sich auf das eingangs genannte Phänomen der abweichenden Ergebnisse der wiederholt durchgeführten Klimasimulationsrechenläufe anwenden. *Generell* sind Abweichungen hier nicht verwunderlich, weil die diskretisierten Gleichungen nicht wohlgestellt sind. Das führte in den 1960er Jahren E.N. Lorenz zu dem schon erwähnten nach ihm benannten Attraktor, der den Verlauf aller approximativen Trajektorien im Phasendiagramm einer vereinfachten Strömungsgleichung mit nur drei Freiheitsgraden und drei Parametern zeigt. Das ist für nichtlineare Iterationen ein allgemeines Phänomen. Einer einzelnen Trajektorie zu folgen wäre im Sinne einer Vorhersage nicht sinnvoll, weil eine andere zunächst eng benachbarte von dieser schließlich deutlich abweichen würde. Eine Simulation kann also kein sinnvolles präzises Ergebnis im Sinn einer guten Vorhersage bei nicht scharf definierten Anfangswerten liefern. Sie liefert aber mit dem Attraktor eine Eingrenzung der möglichen Ergebnisse über alle Zeiten hinweg. Das Auftreten solcher »seltsamen Attraktoren« ist nicht einfach vorherzusagen. Es ist nicht klar, ob der Attraktor der Differentialgleichung und der des diskretisierten Gegenstücks sich entsprechen. In diesem Sinn wird auch der deterministische Ansatz des Laplace'schen Dämons in Frage gestellt.

Irritierend sind die Abweichungen *in diesem Falle* dennoch, weil dasselbe Programm auf demselben Rechner mehrere Male unter gleichen Bedingungen gelaufen ist. Sind die Abweichungen also Resultat eines Programmfehlers, z.B. einer unbeabsichtigt zufällig initialisierten Variable, die einen so geringen Einfluss hat, dass sie das Ergebnis zwar ändert, aber nicht unsinnig ändert? Mit Mühe kann ein solcher Fehler gefunden werden, kaum jedoch in einem Programm mit hunderttausenden Zeilen Code, das von Dutzenden von Programmierern geschrieben wurde.

Möglich ist auch, dass eine aus Effizienzgründen zufällig sich verändernde Reihenfolge im parallelen Programmablauf zu leicht veränderten, aber zunächst tolerablen lokalen Ergebnissen der Gleitkommaarithmetik führt, die dann jedoch wegen der Nichtwohlstellung in deutlichen Veränderungen des Gesamtergebnisses resultiert. Die Verdeutlichung solcher Abweichungen mag sinnvoll sein, um wie mit Ensembles einer größeren Anzahl von Läufen, die gewollt unterschiedliche Anfangszustände und Parameter haben,³⁸ die Spannbreite des chaotischen Verhaltens zu zeigen. Das chaotische Verhalten selbst kann also immerhin in seiner Ausbreitung eingegrenzt werden (z.B. handelt es sich um einen Attraktor mit quasiperiodischen Eigenschaften oder einen seltsamen Attraktor) und taugt deshalb sehr wohl für eine Vorhersage, wenn der Zufall über Ensembles von Berechnungen zu Hilfe genommen wird, um das deterministische Chaos einzuzgrenzen. Dabei ist der Charakter des deterministischen Chaos ein anderer als die statistische Analyse nach einer Vielzahl von Einzelexperimenten, hier der Simulationen. Deterministische chaotische Systeme können erkennbaren Regeln unterliegen, die selber einen nichtchaotischen Charakter haben.

Das Programmsystem (hier IKON), an dessen Entwicklung viele wissenschaftliche Mitarbeiter an mehreren Standorten arbeiten, eine Quelle sozialer Opazität,³⁹ hat darüber hinaus einen technisch opaken Charakter; das unterliegende Modell der Atmosphären- und Ozeangleichungen eine notwendige mathematische Opazität im Sinne der theoretisch nicht sinnvoll vorhersagbaren Trajektorien. Das diskretisierte Modell weist zusätzlich unbekannte Quellen möglicher nichtlinearer parameterabhängiger Instabilitäten auf, die durch ihre Vielzahl als einzelne unkenntlich werden und deren Charakter nicht unmittelbar beschrieben werden kann. Das sind mathematische Opazitäten, deren Charakter möglicherweise notwendig oder relativ sein kann. Es ist noch nicht bekannt, welche Modi die jeweilige Opazität aufweist. Wenn das für die abgebildeten verschiedenen Lösungen zunächst dominante Problem geklärt und beseitigt werden könnte, bliebe unklar, welches weitere Problem welche weiteren möglichen Störungen verursacht.

38 Siehe z.B. http://www.dwd.de/DE/forschung/wettervorhersage/num_modellierung/04_ensemble_methoden/ensemble_vorhersage/ensemble_vorhersage_node.html (aufgerufen: 25.04.2017)

39 In der handwerklich geprägten Programmierung mit häufig vielen Programmierern muss eine sozio-technische Opazität durch die pure Menge des erzeugten Textes mit seinen vielfachen wechselseitigen Bezügen hingenommen werden. Programmierfehler sind häufig nicht einfach zu entdecken. Möglich ist, dass Fehler erst nach langer Benutzung in Erscheinung treten und als solche erkannt werden. Möglich ist auch, dass Fehler als Feature der Simulation erscheinen, als unverstandene Artefakte. Möglich ist ebenfalls, dass Fehler allein in einer nicht entdeckten arithmetischen Ungenauigkeit bestehen. Vgl. dazu auch Symons, u.a.: »Can we trust Big Data?«, in: *Big Data & Society* 3.

Kann mathematische Opazität erkannt werden? Wir betrachten diesen Fall zunächst analog zu Nichtwissen. Demnach kann Nichtwissen gewusst oder ungewusst, auflösbar oder prinzipiell sein. Analog bestehen Chancen, das Vorliegen mathematischer Opazität zu erkennen, was – wie am Beispiel des seltsamen Attraktors verdeutlicht – nicht mit einer Auflösung gleichzusetzen ist. Erkennbar ist also zunächst, dass eine mathematische Opazität vorliegt. Im nächsten Schritt stellt sich die Frage, ob die Gründe der Opazität erkannt werden können, ob also deutlich gemacht werden kann, welche Umstände eine völlige Erkenntnis der mathematischen Probleme unmöglich machen. Zunächst könnte man argumentieren, dass die bisher diskutierten Quellen mathematischer Opazität zwar derzeit bestehen, dass sie aber grundsätzlich durch bessere mathematische Forschung aufgelöst werden können. Gehen wir zu dem Beispiel von Ludwig zurück,⁴⁰ so würde das bedeuten, dass nicht nur mathematische Opazität, sondern alle Formen auftretender Opazität untersucht und aufgelöst werden müssten.

Modi mathematischer Opazität

Die bisherigen Überlegungen führen zur Idee unterschiedlicher Modi mathematischer Opazität. Humphreys unterscheidet essentielle und relative Opazität. Die Differenz nehmen wir auf und verfeinern sie. Mathematische Opazität im Kontext der Computersimulation kann einen der folgenden Modi aufweisen:

- a. *Bewiesene Opazität*: Es gibt Beweise dafür, dass die mathematische Opazität nicht aufgehoben werden kann. Der seltsame Attraktor ist ein Beispiel dafür. Das Vorliegen eines seltsamen Attraktors mag demonstriert werden können, das ändert nichts daran, dass seine Dynamik der internalistischen Einsicht entzogen bleibt.
- b. *Ungeklärte Opazität*: Es steht nicht fest, ob die mathematische Opazität bestimmter Gleichungssysteme beseitigt werden kann. Bis heute ist beispielsweise mathematisch nicht sicher, ob die dreidimensionalen Navier-Stokes-Gleichungen eine stetige Lösung über längere Zeiten aufweisen.
- c. *Praktisch-notwendige Opazität*: Zwar wäre es prinzipiell möglich, die Opazität zu beseitigen, aber die praktischen Schwierigkeiten dafür sind so groß, dass es gegenwärtig nicht oder kaum praktikabel erscheint, Transparenz herzustellen. Der Beweis des vier-Farben-Theorems ist ein Beispiel dafür. Er besteht aus

⁴⁰ Ludwig: *Reproducibility in Science, Computer Science & Climate Science*, Vortrag in Leogang 08.03.2017.

zwei Teilen. Der erste bestimmt die Form der Demonstration (des Arguments) und ist strikt internalistisch, der zweite Teil, die Berechnung, ist dagegen externalistisch und führt eine praktisch-notwendige Opazität ein.

- d. *Aufhebbare mathematische Opazität*: Diese Opazität kann beseitigt werden. Hier nähert sich die mathematische der sozialen oder technischen Opazität an. Denn ihre Aufhebung besteht in der Regel darin, die technische Black Box auszuleuchten; oder die Experten zu finden, welche die Eigenschaften eines Gleichungssystems verstehen.

Diese Opazitätsmodi lassen sich in der Computersimulation an verschiedenen Stellen identifizieren:

Zunächst liegt die Opazität in der mathematischen Natur der betrachteten Gleichungen. Da wir die analytische Lösung der Gleichungen nicht kennen, können wir auch keine Aussage über die Lösung dieser Gleichungen machen, möglicherweise kann ein Beweis über Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen geführt werden, ohne diese jedoch zu kennen.

Die Opazität in der numerischen Methode, die zur Lösung der Gleichungen eingesetzt wird, ist zunächst als eine aufhebbare anzusehen. Da wir die Methode entwickeln, können wir bewusst bei der Konstruktion des numerischen Verfahrens auf die Vermeidung der Opazität achten. Die Mathematik kann sozusagen eine transparente numerische Methode entwickeln. In der Praxis sind numerische Verfahren jedoch oft nicht vom mathematischen Ansatz konzipiert, sondern pragmatisch-ingenieurwissenschaftlich geprägt. Dadurch entsteht eine mathematische Opazität, die jedoch durch mathematische Untersuchung der numerischen Verfahren prinzipiell aufgelöst werden kann.

Im Algorithmus wird die numerische Methode für ein Programm umgesetzt. Die numerische Methode wird in Arbeitsschritte zerlegt, die ein Computer einzeln ausführen kann. Theoretisch ist eine derartige Umsetzung möglich. Praktisch jedoch kommt es durch die Zerlegung in eine Reihe von Arbeitsschritten zu einer Fraktionierung der numerischen Methode. Die mathematischen Folgen dieser Zerlegung sind schwer sichtbar bzw. nachvollziehbar zu machen, insbesondere, da in diesem Schritt der Übergang zur technischen Opazität der eigentlichen Berechnung erfolgt.

In der eigentlichen Berechnung treffen wir auf eine technische Opazität, die nur noch in der mathematischen Beschränktheit der Zahlendarstellung auch Einflüsse der mathematischen Opazität zeigt.

Konsequenzen und Strategien

Wir haben in unserer Untersuchung gezeigt, dass die Simulation tatsächlich von verschiedenen Formen und Modi der Opazität geprägt ist. Insbesondere konnten wir

zeigen, dass mathematische Opazität in der Computersimulation zu einem zentralen, praktischen Problem wird. Das Beispiel der Klimasimulation zeigt anschaulich,⁴¹ wie sich die Opazität auswirken kann, sodass die Korrektheit des Ergebnisses nicht nachvollzogen bzw. nicht festgestellt werden kann; folglich ist auch nicht klar, welches der simulierten Ergebnisse als korrekt bezeichnet werden kann. Möglicherweise sind alle Ergebnisse innerhalb des Modells korrekt.

Opazität, wie von uns beschrieben, sorgt also dafür, dass mindestens ein Teil des Prozesses der Simulation für den Simulanten verborgen bleibt. Logischerweise bleibt dieser Teil auch für jeden anderen Wissenschaftler verborgen, der den Prozess der Simulation eines konkreten Problems nachvollziehen möchte. Damit entzieht sich die Simulation in gewisser Weise der traditionellen Vorstellung von Wissenschaftlichkeit, bei der die Schritte, die zur Erkenntnis führen (logische Schlussfolgerung, Experiment), prinzipiell nachvollziehbar sein müssen. In anderer Form tritt diese Veränderung als Problem der Reproduzierbarkeit von Simulationsresultaten auf. Reproduzierbarkeit stellt neben Nachvollziehbarkeit eines der wichtigsten wissenschaftlichen Gütekriterien dar.

Grundsätzlich bestehen zwei Möglichkeiten des Umgangs mit dem Opazitätsproblem. Wir können einerseits versuchen, Methoden zu entwickeln, um der Opazität zu begegnen. Bei einer sozialen und technischen Opazität ist dies in Grenzen vorstellbar. Die soziale Opazität mag zumindest durch eine Veränderung der sozialen Organisation von Wissenschaft gelindert werden können.⁴² Die Informatik kann ihrerseits Methoden entwickeln, um der technischen Opazität zu begegnen bzw. um ihre Folgen sichtbar zu machen. Die mathematische Opazität hingegen kann nicht einfach durch Entwicklung neuer Methoden verringert oder aufgehoben werden. Zwar ist grundsätzlich nicht auszuschließen, dass zukünftige mathematische Forschung Teile der mathematischen Opazität beseitigt, doch ist nicht mit einer vollständigen Auflösung der mathematischen Opazität zu rechnen.

Alternativ bleibt der Wissenschaft, sich mit der mathematischen Opazität vertraut zu machen und sich darüber im Klaren zu sein, dass aufgrund ihres Auftretens die Computersimulation eine neue Art der wissenschaftlichen Erkenntnis ist, deren Grenzen am jeweiligen Anwendungsfall immer wieder auszuloten sind. In diesem Sinn wäre Computersimulation definitiv als eine dritte Säule der Wissenschaft zu betrachten, die nicht einfach als Spezial- (Computerexperiment) oder Mischfall (Theorieexperiment) dem klassischen methodischen Tableau eingegliedert werden kann.

41 Ludwig: *Reproducibility in Science, Computer Science & Climate Science*, Vortrag in Leogang 08.03.2017.

42 Vgl. Petra Gehring: »Doing Research on Simulation Sciences? Questioning Methodologies and Disciplinary Differences«, in: Michael Resch, u.a. (Hg.): *Science and Art of Simulation I (SAS). Exploring – Understanding – Knowing*, Berlin, Heidelberg 2017, S. 9–21.

