

# Fortschritt-Berichte VDI

VDI

Reihe 1

Konstruktions-  
technik/  
Maschinen-  
elemente

Nr. 443

Dipl.-Ing. Markus Kellermeyer,  
Rosenheim

## Robust Design Optimierung endlosfaserverstärkter Verbundbauteile

Lehrstuhl für  
**Konstruktionstechnik**  
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg  
Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack





# **Robust Design Optimierung**

## **endlosfaserverstärkter Verbundbauteile**

Der Technischen Fakultät  
der Friedrich-Alexander-Universität  
Erlangen-Nürnberg  
zur  
Erlangung des Doktorgrades Dr.-Ing.

vorgelegt von

**Markus Kellermeyer**  
aus Raubling

Als Dissertation genehmigt  
von der Technischen Fakultät  
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung: 18. Juni 2018

Vorsitzender des Promotionsorgans: Prof. Dr.-Ing. Reinhard Lerch  
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack  
Prof. Dr.-Ing. Dieter Krause

# Fortschritt-Berichte VDI

## Reihe 1

Konstruktionstechnik/  
Maschinenelemente

Dipl.-Ing. Markus Kellermeyer,  
Rosenheim

Nr. 443

Robust Design Optimierung  
endlosfaserverstärkter  
Verbundbauteile

Lehrstuhl für

**Konstruktionstechnik**

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg  
Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartack



Kellermeyer, Markus

## **Robust Design Optimierung endlosfaserverstärkter Verbundbauteile**

Fortschr.-Ber. VDI Reihe 1 Nr. 443 . Düsseldorf: VDI Verlag 2018.

160 Seiten, 79 Bilder, 4 Tabellen.

ISBN 978-3-18344301-7, ISSN 0178-949X,

€ 57,00/VDI-Mitgliederpreis € 51,30.

**Für die Dokumentation:** Robust Design Optimization – Faserverbundwerkstoffe – Feldstatistik – Sensitivitätsstudie – Robustheitsbewertung – klassische Laminattheorie – Pretest Analyse – Abgleich – Kalibrierung

Die vorliegende Arbeit richtet sich an Ingenieure der virtuellen Produktentwicklung. Sie zeigt ein Vorgehen basierend auf der Finiten-Elemente-Methode welches den Produktentwickler unterstützt, in der frühen Phase der Entwicklung einen bestehenden Lagenaufbau eines endlosfaserverstärkten Verbundbauteils im Sinne einer geringen Gesamtmasse bei gleichzeitiger Gewährleistung einer definierten Sicherheit zu verbessern. Die Arbeit beschreibt dabei die dazu notwendigen Kalibrierungen unter Verwendung von skalaren Größen sowie streuenden Feldern sowie das iterative Vorgehen der Robust Design Optimierung. Diese ist auf eine zeitsparende Vorgehensweise sowie auf die Gewährleistung einer ausreichenden Genauigkeit ausgelegt, um den Einsatz für industrielle Bauteile zu ermöglichen. Abschließend werden Praxisbeispiele vorgestellt, getestet und bewertet.

### **Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter [www.dnb.de](http://www.dnb.de) abrufbar.

### **Bibliographic information published by the Deutsche Bibliothek**

(German National Library)

The Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie (German National Bibliography); detailed bibliographic data is available via Internet at [www.dnb.de](http://www.dnb.de).

## Vorwort

Das Anfertigen einer Dissertation erfordert Einsatz, Begeisterung aber vor allem eine rundum gute Unterstützung. Da diese Arbeit im Rahmen einer externen Promotion am Lehrstuhl für Konstruktionstechnik (KTmfk) der Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg während meiner Festanstellung bei der CADFEM GmbH entstand, bin ich gleich mehreren Personen zu Dank verpflichtet.

Besonders möchte ich mich bei meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack für seine hervorrangende Unterstützung sowie sein Vertrauen bedanken. Der notwendige Spielraum zur Entfaltung kombiniert mit seinem Auge für das Wesentliche waren stets entscheidende Gründe für den Erfolg dieser Arbeit. Auch danke ich recht herzlich Herrn Prof. Dr.-Ing. Dieter Krause für seine unkomplizierte Bereitschaft das Korreferat zu übernehmen.

Eine durchgehend starke Unterstützung erfuhr ich durch meinen Arbeitgeber. Danke an Erke Wang – seine begeisternde und motivierende Art ist einzigartig und hat für mich absoluten Vorbildcharakter. Herrn Dr.-Ing. Jürgen Vogt, Herrn Dr.-Ing. Matthias Hörmann und Herrn Dr.-Ing. Marold Moosrainer bin ich zu tiefstem Dank für ihr Engagement bei der Finanzierung, der fachlichen Beratung, dem notwendigen Freiraum zum Anfertigen dieser Arbeit sowie ihrer zwischenmenschlichen Empathie verpflichtet.

Mein Dank richtet sich auch an all meine Wegbegleiter, welche auf vielfältigste Art zum Gelingen beigetragen haben. Besonders erwähnen möchte ich die Familie Müller, Dr.-Ing. Sebastian Wolff, Dr.-Ing. Thomas Most, Dr.-Ing. Dirk Götze, Dr.-Ing. Daniel Klein, Dipl.-Ing. Christian Witzgall, Dipl.-Ing. Thomas Rathert, Dr.-Ing. Benjamin Schleich, Dr.-Ing. Georg Gruber, Dipl.-Ing. (FH) Jörg Corpus und v.a. Herrn Dr.-Ing. Martin Perterer für seine Unterstützung zur finalen Anwendung in der Praxis.

Zuletzt möchte ich meiner Familie danken - meinen Eltern Annelies und Werner für ihre unermüdliche Unterstützung sowie ihren hundertprozentigen Rückhalt, meinem Bruder Andreas für seine ansteckende Begeisterung für Technik. Aber vor allem auch meiner lieben Frau Magdalena. Dir danke ich ganz besonders für deine Geduld, dein Verständnis und deine Kraft, die du noch zusätzlich während deines Referendariats und der Schwangerschaft unserer Tochter Josephine für mich aufgebracht hast!

Raubling, im Juni 2018

Markus Kellermeyer

- Meiner Familie -

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung .....</b>	<b>1</b>
1.1 Das Potential von Faserverbundwerkstoffen und Versuche es auszuschöpfen ..	1
1.2 Herausforderung .....	2
1.3 Aufgabenstellung und Gliederung der Arbeit.....	3
<b>2 Stand der Forschung und Technik .....</b>	<b>5</b>
2.1 Allgemeines zu faserverstärkten Verbundwerkstoffen .....	5
2.2 Herstellverfahren endlosfaserverstärkter Verbundbauteile.....	5
2.3 Einführung in die Finite-Elemente-Methode.....	6
2.4 Finite-Elemente Formulierungen für faserverstärkte Verbundwerkstoffe.....	7
2.4.1 Analytische Ebenen zur Abbildung von Faserverbundstrukturen .....	8
2.4.2 Geschichtete Volumenelemente .....	9
2.4.3 Kontinuumsschalen.....	10
2.4.4 Schalelemente .....	11
2.5 Die klassische Laminattheorie .....	11
2.6 Berechnung von interlaminaren Spannungen.....	16
2.7 Bruchkriterien / Versagenshypthesen .....	17
2.7.1 Allgemeines zur Bewertung der Festigkeit einer Faserverbundstruktur .....	17
2.7.2 Nichtinteraktive Versagenskriterien .....	19
2.7.3 Interaktive Versagenskriterien mit Interpolation .....	20
2.7.4 Interaktive und versagensmodenbezogene Kriterien .....	23
2.7.5 Zusammenfassung .....	28
2.8 Globale Sensitivitätsstudien für numerische Modelle.....	29
2.8.1 Samplingverfahren .....	29
2.8.2 Regressionsmodelle.....	31
2.8.3 Studie der Einflüsse .....	31
2.8.4 Optimale Metamodelle und Bewertung der Prognosefähigkeit .....	35
2.9 Optimierungsverfahren .....	36
2.9.1 Überblick .....	36
2.9.2 Mehrzieloptimierung .....	37
2.9.3 Optimierungsverfahren .....	38

2.10	Virtuelle Toleranzanalyse.....	42
2.10.1	Aufgabe der Toleranzanalyse.....	42
2.10.2	Statistische Charakterisierung streuender skalarer Variablen.....	43
2.10.3	Durchführung varianzbasierter Robustheitsbewertungen.....	45
2.11	Numerische Abbildung von Degradationsfeldern .....	47
2.11.1	Materialbeschreibung mit variablen Feldern .....	47
2.11.2	Übertragung von Degradationsbereiche auf FE-Netze .....	47
2.12	Zufallsfelder.....	48
2.12.1	Die Auto-Kovarianz-Matrix.....	49
2.12.2	Spektraldekomposition.....	50
2.12.3	Korrelationslänge .....	52
2.12.4	Überprüfung der Genaugigkeit .....	53
<b>3</b>	<b>Anforderungen an die RDO von endlosfaserverstärkten Verbundbauteilen.....</b>	<b>54</b>
3.1	Zeitfaktor .....	54
3.2	Genaugigkeit.....	55
3.3	Diskussion bisheriger Vorgehensweisen und Schlussfolgerungen .....	55
<b>4</b>	<b>Konzept zur Kalibrierung und Robust Design Optimierung .....</b>	<b>58</b>
4.1	Konzept im Überblick .....	58
4.1.1	Schematischer Ablauf .....	58
4.1.2	Begleitendes Beispiel.....	60
4.1.3	Einordnung des Konzepts bzgl. der Phasen der Produktentwicklung .....	62
4.2	Hinweise zum Aufbau eines geeigneten Simulationsmodells .....	63
4.3	Optimierungs-, Kalibrierungs- und Streuparameter.....	65
4.4	Kalibrierung.....	66
4.4.1	Pretest Analyse .....	66
4.4.2	Versuchsdurchführungen .....	69
4.4.3	Abgleich von Versuch und Simulation .....	71
4.5	Sensitivitätsstudie von endlosfaserverstärkten Verbundbauteilen .....	75
4.6	Vorüberlegungen zur Optimierung .....	84
4.7	Bewertung der Prognosefähigkeit der Versagenskriterien .....	87
4.8	Anpassen der Optimierungsverfahren an die Charakteristik von Faserverbundaufgaben .....	88
4.9	Robust Design Optimierung.....	91

<b>5 Softwaretechnische Umsetzung .....</b>	<b>96</b>
5.1 Notwendige Schritte zur Umsetzung des Konzepts.....	96
5.2 Hinweise zur Infrastruktur für eine effiziente, simultane Berechnung.....	98
<b>6 Umsetzung und Validierung an Beispielen .....</b>	<b>100</b>
6.1 Fallbeispiel: Drapiertes Schalenmodell.....	100
6.1.1 Kalibrierung der Drapiersimulation .....	101
6.1.2 Abgleich von Versuch und Simulation bzgl. mechanischer Kennwerte ....	105
6.1.3 Robustheitsbewertung und Handlungsempfehlungen .....	108
6.1.4 Schlussfolgerungen .....	109
6.2 Fallbeispiel: Frontstruktur Rallye 450.....	110
6.2.1 Überblick über die durchgeführten Schritte.....	112
6.2.2 Simulation der Versuchslastfälle.....	112
6.2.3 Verwendung von Feldstatistik zur Beschreibung von Streuungen.....	114
6.2.4 Pretest Analyse .....	115
6.2.5 Versuchsdurchführungen .....	116
6.2.6 Kalibrierung der Simulationen an die Versuchsergebnisse .....	118
6.2.7 Robust Design Optimierung .....	120
6.2.8 Gegenüberstellung der Ergebnisse und Rechenzeiten .....	127
<b>7 Bewertung des Analysekonzepts .....</b>	<b>129</b>
7.1 Diskussion der Genauigkeit .....	129
7.2 Möglichkeit der schrittweisen Erweiterung der Aufgabe.....	131
<b>8 Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>133</b>
<b>9 Literaturverzeichnis .....</b>	<b>135</b>

## Nomenklatur

### Abkürzungen

AFK	Aramidfaserverstärkter Kunststoff
APDL	ANSYS Parametric Design Language
ARSM	Adaptive Antwortflächenverfahren / Adaptive Response Surface Method
CAD	Computer Aided Design
CDF	Kumulative Verteilungsfunktion / Cumulative Density Function
CFK	Carbonfaserverstärkter Kunststoff
CLT	Klassische Laminattheorie
CMS	Component Mode Synthesis
CoD	Coefficient of Determination
CoI	Coefficient of Importance
CoP	Coefficient of Prognosis
CoV	Variationskoeffizient / Coefficient of Variation
DOE	Design of Experiments
DP	Designpunkt
EA	Evolutionärer Algorithmus
F-CoP	Field Coefficient of Prognosis
FEM	Finite-Elemente-Methode
FG	Freiheitsgrad
FKV	Faser-Kunststoff-Verbund
GFK	Glasfaserverstärkter Kunststoff
IRF	Inverser Reservefaktor
LaRC	NASA Langley Research Center
LHS	Latin Hypercube Sampling
MoP	Metamodel of optimal Prognosis
MOR	Model Order Reduction
MoS	Sicherheitsspanne / Margin of Safety
MP	Messpunkt
MSV	Mehrschichtverbund
MW	Mittelwert
OG	Obere Grenze

---

PDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion / Probability Density Function
PSO	Partikelschwarmoptimierung
RB-GT	Roadbook-Grundträger
RDO	Robust Design Optimierung
RF	Reserve Faktor
RVE	Repräsentatives Volumenelement
SA	Standardabweichung
UD	Unidirektional
UG	Untere Grenze
ZF	Zufallsfeld
ZFB	Zwischenfaserbruch
ZFM	Zufallsfeldmodell

## Formelzeichen

Symbol	Bedeutung	Einheit
$A$	Scheibensteifigkeitsmatrix	-
$ABD$	Laminatsteifigkeitsmatrix	-
$B$	Koppelsteifigkeitsmatrix	-
$b$	Breite des MSV-Elements	mm
$C_{HH}$	Koeffizient der Auto-Kovarianz-Matrix	-
$D$	Plattensteifigkeitsmatrix	-
$E$	E-Modul	MPa
$f$	Zielfunktion	-
$F_{12}$	Kopplungskoeffizient des Tsai-Wu Kriteriums	-
$F_X$	kumulative Verteilungsfunktion	-
$g$	Gleichheitsnebenbedingung	-
$H$	Zufallsfeld	-
$h$	Ungleichheitsnebenbedingung	-
$L_c$	Korrelationslänge	mm
$m$	Anzahl der Nebenbedingungen	-
$n$	Anzahl der Eingangsparameter	-
$N$	Anzahl der Designpunkte	-
$P$	Wahrscheinlichkeit	-

---

$p$	Anstiegsparameter	-
$q$	Quantilwert	-
$R$	Festigkeitsgrenzwert	MPa
$s$	Schiefe / Ortsvariable	- / mm
$s_{i,1}$ und $s_{i,2}$	Anfangsrichtungen beim Drapieren	-
$t_k$	Schichtdicke	mm
$u$	Verschiebung	mm
$u_i$	Pseudozufallszahlen	-
$V_X$	Variationskoeffizient	-
$W_i$	Wichtungsfaktor	-
$X$	Streuende Größe	-
$\bar{X}$	Mittelwert	-
$x$	Deterministische Größe	-
$\hat{n}$	Kraftfluss	N/mm
$\hat{m}$	Momentenfluss	Nmm/mm
$\alpha$	Winkelabweichung	°
$\varepsilon$	Dehnung	-
$\varepsilon_{rel}$	Relativer Fehler	-
$\phi$	Basisfunktion	-
$\varphi$	Lagenwinkel	°
$\gamma$	Gleitung	-
$\kappa$	Wölbung / Krümmung	-
$\mu_x$	Mittelwert	-
$\nu$	Querkontraktionszahl	-
$\rho_j$	Korrelationskoeffizient	-
$\sigma$	Spannung	MPa
$\sigma_x$	Standardabweichung	-
$\xi$	Verhältnis /Einfluss	-
$\Gamma$	Normierungsfaktor	-

**Indizes**

1,2,3	Richtungen bezogen auf das lokale Koordinatensystem der Schicht
$\parallel, \perp$	in Faserrichtung, quer zur Faserrichtung
x,y,z	Richtungen bezogen auf das globale Koordinatensystem des Laminats
$\Delta$	Größen bezogen auf das Laminat
(+),(-)	Zug, Druck
f,m	Faser, Matrix
g,h	Gleichgewichts- und Ungleichgewichtsbedingung

## Zusammenfassung

Bei lastgerechter Auslegung können mit endlosfaserverstärkten Verbundwerkstoffen Bauteile mit hoher Leichtbaugüte entwickelt werden. Die Vorteile, welche sich durch die hohe Festigkeit bei gleichzeitig geringem Gewicht ergeben, rechtfertigen trotz der im Vergleich zu traditionellen Werkstoffen oft höheren Herstellkosten in immer mehr Industriezweigen ihren Einsatz. Jedoch gehen mit den Möglichkeiten, die mechanischen Eigenschaften lokal gezielt beeinflussen zu können, auch kompliziertere Wirkzusammenhänge einher, welche Konstruktionen deutlich herausfordernder machen. Auch können die durch die oft manuellen Herstellverfahren bedingten Streuungen einen großen Einfluss auf die Eigenschaften des Endprodukts haben.

Aus diesem Grund ist das Ziel dieser Arbeit, auf Basis der Finite-Elemente-Methode (FEM) ein Vorgehen zu erarbeiten, welches den Produktentwickler in der frühen Entwicklungsphase unterstützt, einen bestehenden Lagenaufbau im Sinne einer geringen Gesamtmasse bei gleichzeitiger Gewährleistung einer definierten Sicherheit zu verbessern. Dazu wird im ersten Schritt das Vorgehen für Kalibrierungen von Simulationsmodellen endlosfaserverstärkter Bauteile erarbeitet, bei welchem sowohl streuende skalare Größen als auch streuende Felder über den Abgleich mit Versuchen an die realen Gegebenheiten angepasst werden. Um unnötige Iterationen bei der Abstimmung zwischen Versuch und Simulation zu sparen, wird erläutert, wie für solch einen Abgleich mittels Pretest Analyse die aussagekräftigsten Messpunkte im Vorfeld ermittelt werden können. Aus den Ergebnissen mehrerer Kalibrierungen wird die Streucharakteristik abgeleitet und für den weiteren Verlauf zur Verfügung gestellt. Im zweiten Schritt wird die Robust Design Optimierung (RDO) durchgeführt, bei welcher der Lagenaufbau unter Vorgabe von Zielen so optimiert wird, dass gleichzeitig unter den im ersten Schritt ermittelten Eingangsstreuungen die Sicherheit des Designs gewährleistet werden kann. Dieser iterative Prozess ist so gestaltet, dass eine hohe Genauigkeit bei möglichst geringem Zeitaufwand erreicht wird, um den Einsatz für industrielle Bauteile zu ermöglichen.

Abschließend wird das Vorgehen an Praxisbeispielen getestet und bewertet. Für die Beurteilung des Vorgehens bei der Kalibrierung wird die Simulation eines von Hand gefertigtes drapiertes Schalenmodell angepasst und anschließend durch eine Robustheitsbewertung Handlungsempfehlungen zur Verbesserung der Sicherheit erarbeitet. Als zweites Beispiel werden Simulationen von aus CFK gefertigten Roadbook-Grundträgern der Firma KTM Technologies mit mehreren gefertigten Prüflingen kalibriert und anschließend den iterativen Schritten der Robust Design Optimierung unter Berücksichtigung eines neuen Lastfalls unterzogen. Die Ergebnisse dienen abschließend ebenfalls zur Festlegung konkreter Handlungsempfehlungen.

## Abstract

Components made of continuous fiber-reinforced plastics can reach a great light-weight potential if the material is aligned with the direction of the force. The advantages that come along with the high stiffness at low mass justify the use in a wide range of industry although the manufacturing cost might be higher than for other conventional materials. But with the possibilities to locally influence the mechanical properties there are complicated mechanisms that must be handled and that can be quite challenging for constructions. And also the manufacturing processes which are often done by hand can have significant scatter that might influence the product performance in a negative way.

For this reason the objective of this work is to develop an approach based on the finite element method that supports the product developer in the early embodiment design stage to improve an existing layer stack in terms of low weight while keeping the probability of failure low. For this purpose the calibration procedure for simulations of continuous fiber-reinforced plastics is shown first. Here, scalar entities as well as spatially varying fields are adapted to match the behavior of the product under real-world conditions. In order to save unnecessary iterations while calibrating simulations to experimental results, pretest analyses are described which can be used to determine the most informative measurement points in advance. From the results of several calibrations the scatter characteristics will be derived and made available for the next step. In the second step the robust design optimization is carried out where the layer stack is changed in such a way that predefined objectives are met as good as possible and the safety can be guaranteed for the scatter conditions gained from the first step. This is an iterative process which is done with the aspect of keeping the total calculation time low while guaranteeing a high accuracy as these are the prerequisites to allow the use in praxis.

Finally, the approach is tested and evaluated with practical examples. To judge about the calibration procedure the simulation of a draped shell structure that is made by hand will be adapted and recommendations to improve safety will be made based on the results of a robustness evaluation. The second example is a CFK roadbook base carrier from the company KTM Technologies. Simulations are set up and calibrated with experimental results of several parts. Finally a robust design optimization for a new load case is done where the results are changes in the layer stack as well as insights in how to decrease the probability of failure.



## 1 Einleitung

### 1.1 Das Potential von Faserverbundwerkstoffen und Versuche es auszuschöpfen

Faserverbundwerkstoffe werden heutzutage in breiten Teilen der Industrie verwendet und leisten einen wertvollen Beitrag, um Bauteile hoher Effizienz fertigen zu können. Durch Kombination von Faser- und Matrixwerkstoffen kann eine besonders hohe mechanische Belastbarkeit bei geringer Dichte erreicht werden, was einen großen Mehrwert im Leichtbau mit sich bringt. Während früher v.a. die Luft- und Raumfahrtindustrie über diese Gewichtersparnis große Vorteile durch die Reduzierung von Betriebskosten erreichen konnte, erweitern sich heutzutage die Anwendungsbereiche v.a. auf die Automobilbranche [SLK13], Windkraftanlagen [Eyb13], Sport- und Freizeitartikel [DBH12], dem Anlagenbau [BRP15] den Motorsport [FPC14] sowie den Marinebereich [Rei14][Sob10]. Dabei ist diese Erkenntnis nicht neu. Schon 1921 hielt GRIFFITH in [Gri21] fest, dass Werkstoffe in Faserform eine höhere Steifigkeit und Festigkeit als in kompakter Form aufweisen - ein Phänomen, welches sich auch in vielen Bereichen der Natur beobachten lässt. Dabei können die besten Eigenschaften dann erreicht werden, wenn die lasttragenden Fasern entsprechend dem Kraftfluss ausgerichtet sind, was gut in Knochen, Bäumen oder Pflanzen zu erkennen ist. In der Industrie haben sich Verfahren von spritzgegossenen, kurzfaserstärkten Kunststoffen bis hin zu endlosfaserverstärkten Verbundwerkstoffen etabliert und versprechen auch für die nächsten Jahre ein stabiles Wachstum in diesem Bereich. So belief sich beispielsweise der weltweite Bedarf an Carbonfasern nach dem Marktbericht 2016 des CCev [KKW16] auf ca. 58 Tsd. Tonnen und auch die Wachstumsrate ist mit einer Prognose von 10% bis 13% für die nächsten Jahre sehr vielversprechend. Durch die hohen Herstellkosten kann ein Wettbewerbsvorteil gegenüber anderen konventionellen Materialien jedoch nur dann erreicht werden, wenn der Werkstoff optimal ausgelegt ist. Dazu wurden in der Vergangenheit oft viele Einzelmaßnahmen ausprobiert, durch welche das Produkt mühevoll über viele iterative Schritte verbessert wurde. Bei richtiger Anwendung kann heutzutage über die Finite-Elemente-Methode (FEM) dieser Entwicklungsprozess von Produkten deutlich beschleunigt werden, da sie die Voraussage des Verhaltens noch vor dem Bau eines ersten Prototyps mittels Computersimulationen ermöglicht. Damit kann nicht nur der teure und zeitintensive experimentelle Erfahrungsgewinn in großen Teilen ersetzt, sondern darüber hinaus tiefgreifende Wirkzusammenhänge über Sensitivitätsstudien erkannt und für numerische Opti-

mierungen genutzt werden. Die Verwendung dieser Methoden unterscheidet sich jedoch im Detail in Abhängigkeit des Anwendungsfeldes und erfordert noch in manchen Fällen weitere Anpassungen, um in der Praxis zielgerichtet eingesetzt werden zu können. Speziell für Faser-Kunststoff-Verbunde (FKV) wurden zur Untersuchung des Werkstoffverhaltens Verfahren wie die klassische Laminattheorie entwickelt, welche ein Verständnis für komplexe Strukturen in kürzester Zeit ermöglicht. Beim Streben nach dem Optimum werden dabei oft alle verfügbaren Reserven eines solchen Mehrschichtverbunds (MSV) ausgenutzt, was unter Umständen zu sehr sensiblen Strukturen führen kann, bei welchen unter streuenden Bedingungen mit einer hohen Versagenswahrscheinlichkeit zu rechnen ist. Vor allem bei manuell gefertigten Faserverbundwerkstoffen können Ungenauigkeiten im Herstellprozess einen erheblichen Einfluss auf das Verhalten der Struktur haben. Dies spiegelt sich z.B. in Ereignissen wie gebrochenen Rotorblättern von Windkraftanlagen wieder [Qui10][You17] und kann hohe Folgekosten mit sich bringen. Unter diesem Aspekt ist also nicht nur eine Verbesserung der Produktperformance, sondern auch eine gleichzeitige Minimierung der Versagenswahrscheinlichkeit mehr als erstrebenswert.

## 1.2 Herausforderung

Ein Grund, weshalb noch nicht das komplette Potential der Faserverbundtechnik genutzt wird, liegt laut PUCK an den langen Entwicklungszeiten und zu hohen Entwicklungskosten [Puc01]. Zudem erschweren ein analytisch schwer greifbares Materialverhalten sowie die Herausforderung, die Richtige aus unzähligen vorliegenden Versagenshypothesen zu wählen, die Umsetzung in der Praxis. Es gibt sehr gute Werke über die Auslegung von Faserverbundwerkstoffen (z.B. [Sch07]), welche einen Konstrukteur nach einer nicht zu unterschätzenden Einarbeitungsphase in die Lage versetzen, das Potential des Werkstoffs gut zu nutzen. Jedoch ist PUCK in seiner Aussage zuzustimmen, dass das „*Festigkeitsverhalten der Faser-Matrix-Laminate, insbesondere wenn es sich um vielschichtige Laminate handelt, analytisch außerordentlich schwer zu erfassen ist*“ [Puc01]. Dies liegt mitunter daran, dass sehr viele Abhängigkeiten in der Struktur vorhanden sind, welche durch lokale Variationen von Parametern wie Winkeln oder Dicken allein nicht erkannt werden können, jedoch zum Verständnis der Versagensmechanismen und damit für Schlussfolgerungen zur Umgestaltung eines Lagenaufbaus sehr wichtig wären. Auch neigt ein gut ausgelegter Lagenaufbau zu mehreren potentiellen Versagensorten, welche - je nachdem welche Bedingungen im Herstellprozess herrschten - sich als kritisch oder unproblematisch herausstellen können. Für parametrische Optimierungen ist es durchaus eine Herausforderung, eine gezielte Verbesserung eines Designs durch entsprechende Modifikationen im Lagenaufbau zu ermitteln, wenn diese Wirkzusammenhänge unbekannt sind und auch die für eine geschickte Definition des Optimierungsproblems kritischen Stellen des Versagens im Vorfeld nicht ordentlich separiert werden. Folglich ist sehr viel dem Zufall überlassen, einen verbes-

sernen Lagenaufbau herbeizuführen oder es sind mehrere hundert bis tausend FEM-Berechnungen bei einer herkömmlichen Optimierungsstrategie notwendig.

### 1.3 Aufgabenstellung und Gliederung der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist es daher, ein neues, zeitsparendes Vorgehen zu erarbeiten, welches den Produktentwickler in der frühen Entwicklungsphase unterstützt, einen bestehenden Lagenaufbau aus endlosfaserverstärkten Verbundwerkstoffen im Sinne einer geringen Gesamtmasse bei gleichzeitiger Gewährleistung einer definierten Sicherheit des Produkts zu verbessern. Damit steht neben dem wirtschaftlichen Vorteil, welcher sich aus einem geringeren Gewicht ergibt (z.B. Treibstoffkosten) ebenfalls der Vorteil reduzierter Folgekosten aufgrund streuungsbedingter Produktausfälle im Fokus. Um dabei reale Bedingungen zu berücksichtigen, werden Methoden zum Abgleich von Simulation und Versuch (Kalibrierung) für endlosfaserverstärkte Verbundbauteile erläutert, welche u.a. die Grundlage für die Durchführung einer iterativen Robust Design Optimierung bilden.

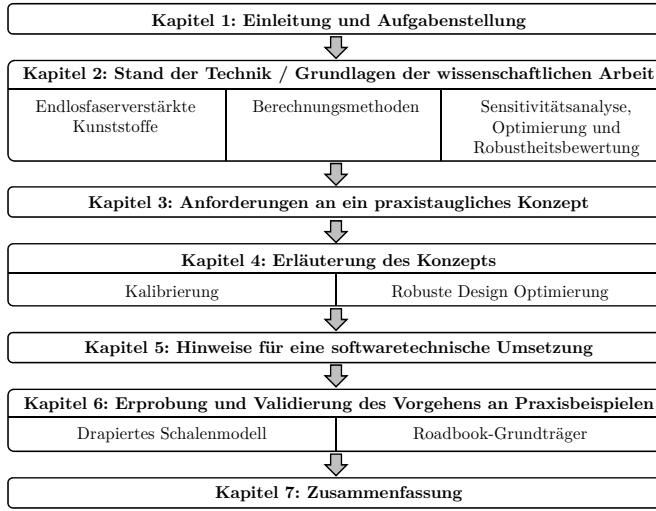


Bild 1.1: Gliederung der Arbeit

Hierfür wird zunächst in Kapitel 2 der aktuelle Stand der Forschung und Technik zusammengefasst, auf welchem die wissenschaftliche Arbeit aufbaut. Dazu gehören die wichtigsten Grundlagen und Herstellverfahren endlosfaserverstärkter Verbundwerkstoffe sowie die Möglichkeiten der Berechnung und Auswertung mit der Finite-Elemente-Methode. Nach der Erläuterung globaler Sensitivitätsanalysen werden Optimierungsverfahren behandelt und ein Verständnis für Robustheitsbewertungen

geschaffen. Kapitel 3 beschreibt die Anforderungen, welche ein Konzept erfüllen muss, um auch den Aufgaben in der Praxis gerecht zu werden. Das Konzept, bestehend aus Kalibrierung und Robust Design Optimierung, wird in Kapitel 4 präzisiert und dabei von einem anschaulichen Beispiel begleitet. Für die Umsetzung ist die Integration in eine Softwareumgebung notwendig, deren wichtigste Aspekte sowie Hinweise für eine geeignete Infrastruktur zur Berechnung in Kapitel 5 kompakt zusammenfasst sind. In Kapitel 6 erfolgt die Erprobung der Schritte des Konzepts an zwei Praxisbeispielen mit Diskussion der Erkenntnisse. Die Arbeit schließt in Kapitel 7 mit einer Zusammenfassung sowie einem Ausblick ab.

## 2 Stand der Forschung und Technik

### 2.1 Allgemeines zu faserverstärkten Verbundwerkstoffen

Faserverstärkte Verbundwerkstoffe bestehen grundsätzlich aus zwei unterschiedlichen Komponenten – der Faser und der Matrix. Dabei dient die Faser als Verstärkung zur Übertragung des im Bauteil herrschenden Kraftflusses und die Matrix als Bettungsmasse, um hauptsächlich die Position der Fasern zu fixieren. Aufgrund ihrer unterschiedlichen Aufgaben unterscheiden sich auch ihre Materialeigenschaften sehr deutlich. Je nach Richtung der Fasern kann das anisotrope Verhalten der Faser-Kunststoff-Verbunde im Vergleich zu konventionellen Materialien ausgenutzt werden, um über eine belastungsgerechte Auslegung die Anforderungen des damit zu fertigenden Produkts bei deutlich geringerem Gewicht zu erfüllen. Man unterscheidet grundlegend in Abhängigkeit von der Länge der Fasern zwischen kurzfaser- (bis zu 1mm) langfaser- (bis zu 50mm) und endlosfaserverstärkten (mehr als 50mm) Kunststoffen [Sch07]. Für die Fasern gebräuchliche Materialien sind Kohlenstofffasern/Carbonfasern (CFK), Glasfasern (GFK) oder Aramidfasern (AFK), wohingegen die Matrix meist aus Epoxidharz, Polyesterharz oder einem Thermoplast besteht [Kos00]. Im Sinne einer guten Handhabung und Qualität werden oft eine Reihe von vorgetränkten Halbzeugen – sogenannte Prepregs – angeboten. Dies sind überwiegend endlosfaserverstärkte, vorgefertigte, meist gewebte Matten, welche eine bidirektionale oder multiaxiale Lastübertragung erlauben und den Herstellprozess deutlich beschleunigen können.

Für die Fertigung endlosfaserverstärkter Bauteile gibt es einige Herstellverfahren, von welchen nachfolgend die wichtigsten kurz erwähnt werden. Eine sehr anschauliche Beschreibung ist ebenfalls in [LM16] zu finden.

### 2.2 Herstellverfahren endlosfaserverstärkter Verbundbauteile

Die Fertigungsprozesse lassen sich in manuelle und maschinelle Herstellverfahren einteilen. Beim sogenannten Handlegeverfahren werden Fasermatten per Hand in eine vorgefertigte Negativform platziert, mit Harz getränkt und mit Hilfe einer Rolle angepresst. Nachdem mehrere Schichten auf diese Art aufgetragen wurden, können die überstehenden Ränder des entstandenen Mehrschichtverbunds (MSV) abgeschnitten werden und die dünnwandige Struktur durch die chemischen Reaktionen im Harz aushärten. Man spricht hier von einer offenen Verarbeitung, da das

Werkstück während der Aushärtung der freien Atmosphäre ausgesetzt ist. Bei geschlossenen Verfahren wird der MSV in eine Vakuumfolie verpackt und Unterdruck erzeugt. Dies führt zu einem Zusammenpressen der Schichten, was eine noch höhere Qualität garantiert. Oft wird dabei zwischen Vakuumfolie und getränkten Fasermatten noch ein Absaugvlies verlegt, so dass überschüssiges Harz aufgenommen werden kann. Die Aushärtung erfolgt anschließend meist in einem Autoklaven, bei welchem über mehrere Stunden ein hoher Druck und eine hohe Temperatur aufgebracht werden. Diese Verfahren erlauben es, sehr individuelle Lagenaufbauten und auch sehr große Werkstücke zu fertigen. Jedoch ist der zeitliche Aufwand sehr hoch, weshalb für Großserienproduktionen oft auch andere automatisierbare Methoden wie Wickelverfahren zum Einsatz kommen. Bei diesen Techniken werden Endlosfaserstränge straff um einen Kern gewickelt, wobei durch die maschinelle Umsetzung eine hohe Platziergenauigkeit möglich ist. Nach der anschließenden Tränkung mit Harz oder Harzinjektion kann ein aus Hartschaum gefertigter Kern anschließend aufgelöst werden, wenn er nicht mehr benötigt wird [Pet94]. Häufige Anwendungen sind meist zylinderartige Strukturen aufgrund ihrer für das Wickeln vorteilhaften Geometrie. In dieser Arbeit steht der manuelle Herstellprozess im Vordergrund. Hier ist es möglich, ohne großen Aufwand Parameter wie die Anzahl der Schichten, die Positionierung und Orientierung der Schichten, die Dicken sowie die Schichtreihenfolgen zu variieren. Jedoch gehen diese manuellen Arbeitsschritte mit hohen Streuungen einher. SCHÜRMANN spricht von Abweichungen von  $+/-5^\circ$  zu den Soll-Winkeln, mit welchen für normale Ansprüche zu rechnen ist [Sch07]. Zu den tatsächlichen Streuungen und Varianzen fehlen jedoch oft die Angaben.

### 2.3 Einführung in die Finite-Elemente-Methode

Um Bauteile noch vor ihrer ersten Herstellung virtuell bewerten zu können wird die Finite-Elemente-Methode seit Jahrzehnten als etabliertes, numerisches Berechnungsverfahren verwendet. Dabei blickt diese computerunterstützte Vorgehensweise auf eine über 60-jährige Entwicklungsgeschichte zurück, in welcher ausgehend von der Strukturmechanik der Einsatz für immer mehr Physikdomänen realisiert wurde. Dabei besteht die Grundidee der Finite-Elemente-Methode darin, dass das Gesamtmodell durch eine Diskretisierung in endlich viele differentiell kleine Teilbereiche – den sogenannten Elementen – eingeteilt wird. Von diesen kann das Strukturverhalten mithilfe von Differentialgleichungen beschrieben werden, für derer Berechnung numerische Lösungsverfahren verwendet werden. Diese arbeiten meist iterativ unter Verwendung von Ansatzfunktionen sowie vorgegebenen Freiheitsgraden in Form von Randbedingungen, um die zu Beginn noch unbekannten Freiheitsgrade der Struktur zu ermitteln. In der Strukturmechanik ist die primäre unbekannte Größe das Verschiebungsfeld, welches durch jeweils drei Verschiebungsfreiheitsgrade  $u_x$ ,  $u_y$  und  $u_z$  an den elementverbindenden Knoten beschrieben wird.

Es kann aus der Steifigkeitsmatrix sowie den extern angreifenden Kräften berechnet werden (1.1). Ist das Verschiebungsfeld bekannt, so lässt sich daraus durch das Ableiten nach den Ortsvariablen ( $\underline{\underline{D}}$ ) das Dehnungsfeld  $\underline{\varepsilon}$  sowie die existierenden Spannungen  $\underline{\sigma}$  über eine Materialmatrix  $\underline{\underline{M}}$  berechnen. Im Gegensatz zu den Verschiebungen werden diese beiden abgeleiteten Größen an den sogenannten Gaußpunkten berechnet – Integrationspunkte, welche entsprechend der Gauß'schen Integrationsregel um ca. 25% der Knotendistanz einer Elementkante versetzt nach innen liegen.

$$\begin{aligned}\underline{\mathbf{u}} &= \underline{\underline{K}}^{-1} \cdot \mathbf{F}_{\text{ext}} \\ \underline{\varepsilon} &= \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\mathbf{u}} \\ \underline{\sigma} &= \underline{\underline{M}} \cdot \underline{\varepsilon}\end{aligned}\tag{1.1}$$

Speziell für dünnwandige Strukturen – wie dies bei Faserverbundbauteilen der Fall ist – wurden vereinfachende Ansätze entwickelt, welche unter Berücksichtigung verschiedener Annahmen eine schnelle Berechnung der Strukturen erlauben. Die Basis für biegebeanspruchte Platten bildet dabei die Kirchhoff'sche Plattentheorie, welche auf folgenden drei Grundannahmen basiert:

- Alle Punkte auf einer Normalen in Dickenrichtung besitzen die gleiche Durchbiegung.
- Auch bei der deformierten Platte sind die Querschnitte senkrecht zur Mitttelebene der Platte.
- Es herrscht der ebene Spannungszustand, das heißt, dass die Normalspannung in Dickenrichtung zu Null angenommen wird.

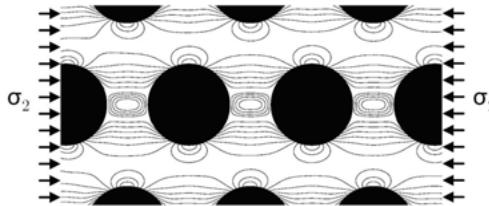
Ebenso wurden für viele andre Anwendungsgebiete spezialisierte Verfahren entwickelt, was eine rasante Verbreitung in Industriebereichen wie beispielsweise der Luft- und Raumfahrt, der Automobilindustrie, dem Bauwesen, der Konsumgüterindustrie oder der Medizintechnik nach sich zog.

## 2.4 Finite-Elemente Formulierungen für faserverstärkte Verbundwerkstoffe

Und auch für faserverstärkte Verbundbauteile ist es mithilfe der Finite-Elemente-Methode möglich, die durch die in Kapitel 2.2 genannten Herstellverfahren erzeugten Strukturen in ihrem mechanischen Verhalten per Simulation nachzustellen und damit Produkte noch vor dem ersten Prototyp virtuell zu entwickeln. Im Folgenden soll auf die wesentlichen Punkte eingegangen werden, mittels welcher solche Simulationen möglich werden.

### 2.4.1 Analytische Ebenen zur Abbildung von Faserverbundstrukturen

Die Mechanismen, welche sich in Faserverbundstrukturen abspielen, sind äußerst kompliziert, lokal und vielschichtig, was sehr gut an dem in Bild 2.1 dargestellten Spannungsverlauf eines quer zur Faserrichtung beanspruchten Laminats zu erkennen ist.



**Bild 2.1: Spannungsverlauf in einer Matrix eines Mehrschichtverbunds**

Somit können auch nicht die aus den metallischen Werkstoffen bekannten Modellierungen wie bilineare oder multilineare isotrope Verfestigung und Bewertungen nach Streckgrenzen oder maximalen Zugfestigkeiten verwendet werden, was in der Folge die Einführung neuer Methoden erfordert. Für die Beschreibung des mechanischen Verhaltens dieser Verbundstrukturen gibt es dafür unterschiedliche numerische Ansätze auf mikroskopischer, mesoskopischer oder makroskopischer Ebene [FY01]. In der Mikroskala wird die Morphologie der Faserverbundstruktur komplett diskretisiert, um Eigenschaften wie beispielsweise die Entstehung von Mikrorissen im Detail untersuchen zu können, aber auch um durch eine anschließende Homogenisierung sogenannte Repräsentative Volumenelemente (RVE) [ATL99] [AP95][BJL99] für die Makroebene zu erzeugen. Diese sehr realitätsnahe Skala erfordert jedoch zugleich den mit Abstand größten numerischen Aufwand um die mechanischen Eigenschaften abzubilden. Deutlich effizienter ist die Darstellung in der Mesoskala – das sogenannte Laminatlevel - in welcher nur noch die einzelnen Schichten eines Laminats diskretisiert werden. Hier reichen die Angaben der richtungsabhängigen Materialeigenschaften der jeweiligen Schichten des Laminats sowie ihre Dicken aus. Auf dieser Ebene können bereits Verformungen, Dehnungen und Spannungen der Struktur ausgewertet werden, was für die meisten Anwendungen das angestrebte Ziel ist. In der Makroskala wird der FKV auf Bauteilebene abgebildet. In diesem Fall muss selbst der Lagenaufbau nicht mehr im Detail abgebildet werden. Stattdessen werden die Eigenschaften des Laminats durch Vorgabe der sogenannten ABD Matrix (siehe Kapitel 2.5) hinterlegt. Damit gelingt bereits eine realistische Repräsentation der Steifigkeit, um beispielsweise das Beulverhalten einer Struktur untersuchen zu können. Für eine Auswertung des Versagens ist diese Skala jedoch nicht mehr geeignet.



**Bild 2.2:** Schematische Darstellung verschiedener analytischer Ebenen zur Abbildung von Faserverbundstrukturen in der Simulation

In den folgenden Kapiteln ist die schnelle Auswertung des Versagens des Mehrschichtverbunds mit entscheidend, wofür die Mesoskala beim Entwerfen und Dimensionieren am besten geeignet ist. Für die Abbildung in dieser Skala gibt es verschiedene FE-Elemente und Ansätze [WR02], welche kurz erläutert werden sollen.

#### 2.4.2 Geschichtete Volumenelemente

Die Abbildung über geschichtete Volumenelemente ist zwar numerisch aufwändig, aber vor allem für dicke Laminate sehr genau. Diese 3D-Kontinuumselemente besitzen dabei ausschließlich drei Freiheitsgrade (FG) pro FE-Knoten und können als quadratische Elemente mit Mittelknoten oder als lineare Elemente ohne Mittelknoten abgebildet werden. Aufgrund der Möglichkeit, mit quadratischen Elementen abgeleitete Größen wie Spannungen oder Dehnungen als lineare Verläufe über das Element abzubilden, sind diese in den meisten Anwendungen den linearen Elementen zu bevorzugen. Diese haben ihre Vorteile beispielsweise in der numerischen Stabilität bei der Abbildung von Degradation, was bedeutet, dass auch bei stark abgeminderten Materialeigenschaften unter Belastung immer noch eine Formstabilität der Elemente sichergestellt werden kann. Bei hohen Anforderungen an die Ergebnisgüte steigt jedoch die Anzahl der Freiheitsgrade sehr stark an. Der Lagenaufbau kann diesen Solidelementen als Eigenschaft hinterlegt werden, indem einzelne Schichten durch die Vorgabe von anisotropen Materialeigenschaften, Orientierungen über Elementkoordinatensysteme, Lagendicken sowie der Anzahl der zu verwendenden Integrationspunkte definiert werden. Vorsicht ist jedoch geboten bei einer zu groben Vernetzung - v.a. über die Dicke - da künstliche Versteifungseffekte - sogenanntes Locking - das Ergebnis verfläschken können. Das bedeutet, dass die Elemente verschiedene Verschiebungszustände unter bestimmten Belastungsszenarien nicht korrekt abbilden können. Manchen dieser Lockingeffekte kann vorgebeugt werden. So wird das sogenannte volumetrische Locking verhindert, indem mit reduzierter Integration - sprich mit weniger Gaußpunkten - gearbeitet wird. Da dies aber weitere Probleme mit sich bringen kann, sollte auf diesen Ansatz verzichtet werden und das Laminat mit mindestens zwei Elementen über die Dicke vernetzt werden.

### 2.4.3 Kontinuumsschalen

Mit sogenannten „Shell-like Solid“ Elementen (Bild 2.3) stehen 3D-Kontinuumselemente zur Verfügung, welche im Gegensatz zu den normalen Volumenelementen bereits mit linearen Ansatzfunktionen und nur einem Element über Dicke das Verhalten dünner bis mäßig dicker Strukturen bei verhältnismäßig grober Vernetzung gut abbilden können (Bild 2.4). Sie arbeiten ebenfalls mit reinen Verschiebungsformulierungen und haben damit wie Solidelemente nur drei Verschiebungsfreiheitsgrade pro Knoten.

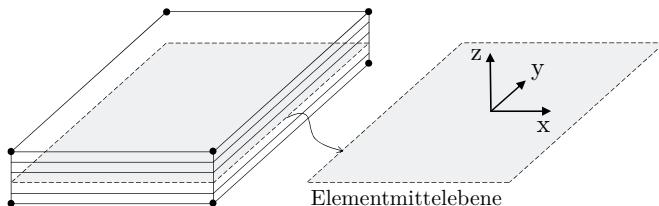


Bild 2.3: Darstellung eines Shell-like Solid Elements mit fünf Schichten

Die bei einer solchen Diskretisierung in normalen Volumenelementen auftretenden künstlichen Versteifungseffekte werden über zusätzliche Implementierungen ausgeglichen. So wird das sog. „Thickness Locking“ durch erweiterte Dehnungsansätze [SR90][SAT93] vermieden und „Shear Locking“ durch die Ansätze von BATHE/DVORKIN [BD86] unterbunden. Des Weiteren wird statt der in Schalenelementen üblichen Kirchhoff Theorie die Reissner-Mindlin Theorie (siehe auch [KI00]) verwendet, bei welcher ein Ebenbleiben der Querschnitte nicht mehr zwangsläufig gefordert wird, um auch Schubverformungen bei Biegung korrekt abilden zu können. Shell-like Solid Elemente sind multilayerfähig und können damit durch Vorgabe generalisierter Querschnittsdefinitionen den Lagenaufbau abbilden. Dies sind ebenfalls Dickenvorgaben, Orientierungen, Materialeigenschaften sowie die Anzahl der Integrationspunkte.

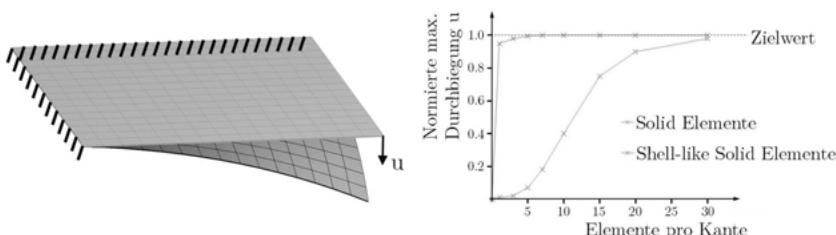


Bild 2.4: Vergleich der Performance von Shell-like Solid Elementen mit herkömmlichen Solid Elementen

In der Praxis sind diese Elemente zu empfehlen, wenn eine Anbindung an andere Kontinuumselemente von entscheidender Bedeutung ist und die Bewertung der Steifigkeit der Struktur im Vordergrund steht. Ist eine Auswertung der Spannung entsprechend der in Kapitel 2.5 beschriebenen klassischen Laminattheorie erforderlich, so sollten diese Elemente nicht verwendet werden, da die Annahmen der Kirchhoff Theorie vorauszusetzen sind. Eine weitere Einschränkung ist, dass für die Verwendung dieser Elemente ein vernetzbares Volumen vorliegen muss, was in der Praxis vor allem für kompliziertere Strukturen eine Herausforderung sein könnte.

#### 2.4.4 Schalenelemente

Mit Schalenelementen können ähnlich wie mit Volumen- und Shell-like Solid Elementen die Schichten des Laminats als Eigenschaften hinterlegt werden. Die Vernetzung wird auf Basis hinterlegter Schalenkörper durchgeführt, wobei die fehlenden geometrischen Dicken den Elementen als Eigenschaften hinterlegt werden. Dies lässt schnelle und unkomplizierte nachträgliche Änderungen im Lagenaufbau zu.

Im Gegensatz zu den 3D-Kontinuumselementen ist das Schalenelement zumeist linear und besitzt pro FE-Knoten sechs Freiheitsgrade (FG) - drei Verschiebungsfreiheitsgrade sowie drei Rotationsfreiheitsgrade, um die Verdrehungen korrekt abbilden zu können bzw. um eine konsistente Assemblierung der globalen Steifigkeitsmatrix zu gewährleisten. Die bereits erwähnten Lockingeffekte lassen sich ebenfalls weitestgehend durch erweiterte Elementtechnologien vermeiden, welche in den meisten FE-Programmen zuverlässig und automatisch gesetzt werden. Auf Basis der im nächsten Kapitel beschriebenen klassischen Laminattheorie können unter Verwendung von Schalenelementen verschiedenste Versagenshypthesen für bis zu mäßig dicke Laminate berechnet werden. Aufgrund der guten Auswertemöglichkeiten sowie der einfachen Modellierung bieten Schalenelemente für dünne Laminate die ideale Voraussetzung, um eine schnelle Bewertung einer Struktur durchführen zu können. Kritische Bereiche sind Randbedingungen sowie Anbindungen an Solidelemente. Bei den Verbundkontakten ist v.a. auf eine korrekte Anbindung der rotatorischen Freiheitsgrade der Schalen zu den Verschiebungsfreiheitsgraden der 3D-Kontinuumselemente zu achten. In diesen Zonen sollten zudem keine abgeleiteten Ergebnisgrößen ausgewertet werden.

### 2.5 Die klassische Laminattheorie

#### Anwendungsgebiet und Annahmen

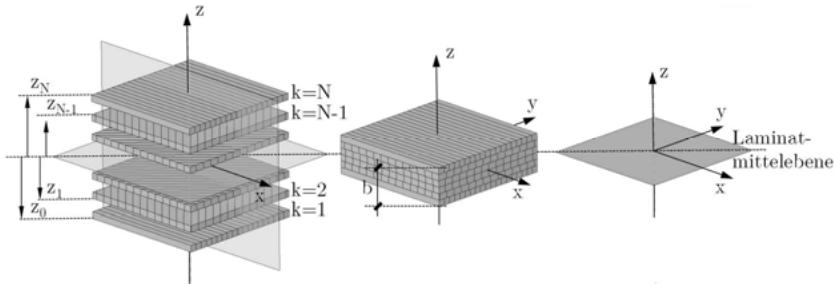
Die klassische Laminattheorie (classical laminate theory / CLT) ist ein Berechnungsverfahren, um Steifigkeiten, Verformungen und Spannungen in einem mittels Schalenelementen abgebildeten Mehrschichtverbund (MSV) / Laminat zu ermitteln. Sie ist in vielen Berechnungsprogrammen implementiert und erlaubt eine schnelle

Auslegung bei guter Genauigkeit. Der MSV kann dabei inhomogen aufgebaut sein, was bedeutet, dass seine Lagen bestehend aus unidirektionalen (UD) Schichten oder Geweben in ihren Materialeigenschaften, Orientierungen, Dicken sowie in ihrer Anzahl variieren können. Auf Basis der Spannungen in den Einzelschichten können Versagenshypthesen berechnet werden, welche Aufschluss über die Versagensgrenzen sowie teilweise auch über die Versagensart im MSV geben. Durch das fest definierte Vorgehen in der CLT lässt sich das Verfahren in der FEM automatisiert auf komplexe Modelle anwenden, um tiefergehende Aussagen über das Gesamtverhalten endlosfaserverstärkter Verbundbauteile zu treffen. Durch verschiedene Annahmen und Vereinfachungen ist die CLT ein äußerst effizientes Verfahren, welches gute Abschätzungen in kurzer Rechenzeit erlaubt. Dabei ist jedoch zu beachten, dass sich das Anwendungsgebiet auf dünne Strukturen beschränkt, was bedeutet, dass die Dicke des MSV im Vergleich zu den Flächenabmessungen des Bauteils so klein ist, dass die Normalspannungen und Schubspannungen senkrecht zur Mittelebene als vernachlässigbar angenommen werden können. Des Weiteren werden in den Anwendungen nur kleine Verformungen, kleine Dehnungen sowie keine verstifende Effekte durch Eigenspannungen (entspricht der Berechnung nach der Theorie I. Ordnung) erwartet. Für die Dicken der Elemente wird angenommen, dass sie während der kompletten Berechnung konstant und senkrecht zur Mittellebene bleiben. Das Werkstoffgesetz wird als linear elastisch idealisiert und auch dynamische Effekte sollten nicht die Struktur dominieren. Zusammenfassend sind das die Kriterien, welche auch mit der in Kapitel 2.3 bereits erwähnten Kirchhoff'schen Plattentheorie beschrieben werden. Darüber hinaus gilt die sogenannte Passbedingung [Sch07], was bedeutet, dass die einzelnen Schichten fest miteinander verbunden sind und sich nicht relativ zueinander verschieben können.

### Definitionen

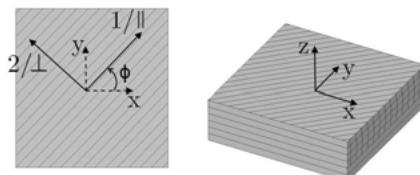
Es gibt in der Literatur gebräuchliche Definitionen, welche für eine einheitliche Beschreibung der in der CLT notwendigen Schritte sehr hilfreich sind und aus diesem Grund auch hier kurz erläutert werden sollen. Dazu zeigt Bild 2.5 den Aufbau eines Laminats in Explosionsansicht, zusammengesetzt sowie als Vereinfachung mit einem Schalelement.

Die Nummerierung der N Schichten erfolgt in die positive z-Richtung und ist unabhängig von der Bezugsebene von unten nach oben zu definieren. Die Dicken der einzelnen Schichten lassen sich durch die im Bild dargestellten z-Koordinaten beschreiben. So hat die k-te Schicht eine Dicke  $t_k$  von  $z_k - z_{k-1}$ .



**Bild 2.5:** Schichtrandabstände und Schichtennummerierung eines Laminats aus N Schichten

Bei den Orientierungen wird zwischen Schichten und Laminat unterschieden. Während die Materialeigenschaften der einzelnen Schichten auf die jeweiligen lokalen Koordinatensysteme bezogen und mit den Indizes  $1/\parallel$ ,  $2/\perp$  und  $3$  angegeben werden, so werden die Materialeigenschaften des gesamten Laminats auf das globale Koordinatensystem bezogen und mit den Indizes  $x$ ,  $y$  und  $z$  festgelegt. Größen, welche sich auf das gesamte Laminat beziehen, werden durch den Index  $\wedge$  („Dach“) gekennzeichnet.

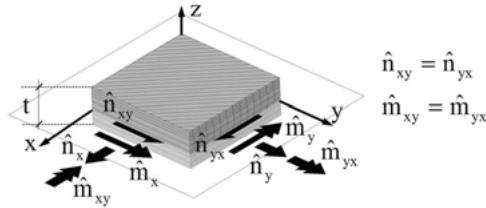


**Bild 2.6:** Orientierungen der Schichten und Laminate

Für das Gleichgewicht eines MSV-Elements werden nicht wie üblich innere Kräfte und Momente, sondern auf die Breite  $b$  bezogene innere Kraftflüsse  $\hat{n}$  und Momentenflüsse  $\hat{m}$  betrachtet, da die Dicke als im Verhältnis zur Fläche sehr klein angenommen wird.

$$\hat{n} = \frac{\hat{N}}{b} \quad \text{und} \quad \hat{m} = \frac{\hat{M}}{b} \quad (1.2)$$

Damit ergeben sich die in Bild 2.7 dargestellten Größen an den Schnittufern eines Laminatausschnitts:



**Bild 2.7:** Benennung der Schnittkraft- und Schnittmomentenflüsse an einem Laminatausschnitt nach [Sch07]

#### Vorgehen in der CLT

Aus anisotropen Werkstoffen ist bekannt, dass das Materialverhalten durch eine Matrix  $E$  bestehend aus 21 Termen beschrieben werden kann. Vergleicht man diese mit der Materialmatrix  $Q$  einer einzelnen Schicht, welche durch unidirektionale Fasern verstärkt wird, so erkennt man in (1.3), dass nur noch vier Terme für die Beschreibung notwendig sind. Mit der neuen Bezeichnung  $Q$  soll deutlich gemacht werden, dass reduzierte Steifigkeiten vorliegen, welche das orthotrope Materialverhalten der UD-Schicht im ebenen Spannungszustand beschreiben. Das bedeutet, dass Normalspannungen keine Schiebung und Schubspannungen keine Dehnung erzeugen.

$$\underline{E} = \begin{bmatrix} E_{11} & & & \\ E_{21} & E_{22} & & \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} & \\ E_{41} & E_{42} & E_{43} & E_{44} \\ E_{51} & E_{52} & E_{53} & E_{54} \\ E_{61} & E_{62} & E_{63} & E_{64} \\ & & & E_{55} \\ & & & E_{65} \\ & & & E_{66} \end{bmatrix} \quad \text{sym} \quad \underline{Q} = \begin{bmatrix} E_{||} & v_{||} E_{||} & 0 \\ \frac{v_{||} E_{||}}{1 - v_{||} v_{||}} & \frac{E_{||}}{1 - v_{||} v_{||}} & 0 \\ \frac{v_{||} E_{\perp}}{1 - v_{||} v_{||}} & \frac{E_{\perp}}{1 - v_{||} v_{||}} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Diese Werkstoffdaten können in der Praxis durch Zugversuche an den Einzelschichten ermittelt werden. Sind die Matrizen  $Q_k$  aller  $k$  Schichten bekannt, so kann die sogenannte ABD Matrix des Laminats hergeleitet (1.7) und damit die CTL über folgende Schritte durchgeführt werden:

- (i) Transformation aller Schichtsteifigkeiten von ihren lokalen Koordinatensystemen in das globale Koordinatensystem des Laminats ( $Q_k \rightarrow \hat{Q}_k$ )
- (ii) Berechnung der ABD Matrix des Laminats
- (iii) Invertieren der ABD Matrix
- (iv) Berechnung der globalen Dehnungen und Krümmungen im Laminat

- (v) Transformation der globalen Dehnungen und Krümmungen in das lokale Koordinatensystem jeder einzelnen Schicht
- (vi) Berechnung der Spannungen einer jeden einzelnen Schicht
- (vii) Verwenden der Spannungen in Versagenshypothesen

Es ist zu erkennen, dass Steifigkeiten, Spannungen und Versagenshypothesen in den lokalen Koordinatensystemen der Schichten berechnet werden, wohingegen die Dehnungen und Krümmungen im Koordinatensystem des Laminats ermittelt werden. Im Sinne der Passbedingung wird dadurch sichergestellt, dass über den kompletten Querschnitt ein durchgehender linearer Dehnungsverlauf vorherrscht. Für die Steifigkeiten und Spannungen – und respektive auch für die Versagenshypothesen – können durch die schichtbezogene Berechnung hingegen Sprünge zwischen den Schichten auftreten.

Die in Punkt (ii) genannte ABD Matrix beschreibt die Steifigkeit des gesamten Laminats und besteht aus einer Scheibensteifigkeitsmatrix A, einer Plattensteifigkeitsmatrix D und der Koppelsteifigkeitsmatrix B mit folgenden Einträgen:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \hat{Q}_{ij,k} t_k \quad (1.4)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^N \hat{Q}_{ij,k} t_k \left( \frac{t_k^2}{12} + \left( z_k - \frac{t_k}{2} \right)^2 \right) \quad (1.5)$$

$$B_{ij} = - \sum_{k=1}^N \hat{Q}_{ij,k} t_k \left( z_k - \frac{t_k}{2} \right) \quad (1.6)$$

Dabei repräsentieren die Einträge  $A_{ij}$  die Scheiben- oder Membransteifigkeiten,  $D_{ij}$  die Platten- oder Biegesteifigkeiten und  $B_{ij}$  die Kopplungssteifigkeiten.

Mit der invertierten ABD Matrix lässt sich zwischen den Verzerrungen der Mittel-ebene des MSV und den Kraftflüssen und -momenten an den Schnittufern des MSV folgende Beziehung formulieren:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{16} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{n}_x \\ \hat{n}_y \\ \hat{n}_{xy} \\ \hat{m}_x \\ \hat{m}_y \\ \hat{m}_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Damit liegt über den kompletten Laminatquerschnitt ein durchgehender linearer Verzerrungsverlauf vor. Für die Berechnung der Spannung wird die Verzerrung wieder in das lokale Koordinatensystem umgerechnet und mit der entsprechenden Schichtsteifigkeit multipliziert.

## 2.6 Berechnung von interlaminaren Spannungen

Spannungen in der Ebene sowie Querschubspannung können mit der CLT gut und präzise berechnet werden. Kurz vor dem spannungsfreien Rand können sich jedoch zum Teil ebenfalls sehr hohe Spannungen ausbilden [MB04]. Die Ursache liegt in den verschiedenen Querkontraktionen der Schichten, welche wiederum aus den unterschiedlichen Lagenorientierungen zueinander resultieren [Sch07]. Aufgrund dieser versuchen sich die Schichten relativ zueinander zu verschieben, was jedoch durch die Verbindung über die Grenzschicht verhindert wird. Somit bauen sich - wie in Bild 2.8 erkennbar - Spannungen auf, welche einerseits in den Grenzflächen senkrecht zur Ebene wirken (sogenannte „Schälspannungen“ bzw.  $\sigma_{33}$ ) sowie Schubspannungen zwischen den Schichten (interlaminare Schubspannungen bzw.  $\sigma_{23}$ ). Sie setzen sich auch in die Schichten selbst fort, klingen dort jedoch schnell ab. Diese interlaminaren Spannungen werden laut [MB07] umso dominanter, je dickwandiger und gekrümmter Strukturen werden. Mit Solidelementen könnten diese ebenfalls numerisch abgebildet werden, jedoch steigt der Aufwand durch die benötigte Anzahl an Freiheitsgraden extrem stark an und stellt somit in vielen Fällen keine praxisnahe Möglichkeit mehr dar. Als Alternative stellt ROOS in [RKE07] eine Möglichkeit für die Ermittlung der Schälspannungen in Schalenelementen vor. Sein Ansatz leitet dabei die Spannungen aus den bereits berechneten Verschiebungsfreiheitsgraden ab. ROHWER [Row88] und ROLFES [RR97] zeigen, wie interlaminare Schubspannungen in Schalenelementen berechnet werden können. Mit ihren Ansätzen gelingt es, die interlaminaren Spannungen unter Verwendung von Schalenelementen mit ausreichender Genauigkeit zu berechnen. Diese können im schlimmsten Fall zu Delamination führen und sollten deswegen vor allem bei dickwandigen, stark gekrümmten Strukturen mit berücksichtigt werden.

Konstruktiv vermeiden lassen sich diese interlaminaren Spannungen laut SCHÜRMANN [Sch07], wenn die Dicken der Halbzeuge gering gehalten werden oder die Krümmungsradien nicht zu eng gestaltet werden, da damit der Hebelarm der Schubkräfte klein gehalten werden kann. Somit wäre ein Laminataufbau bestehend aus vielen dünnen Schichten im Sinne einer geringen interlaminaren Spannung einem Aufbau mit wenigen dicken Schichten zu bevorzugen. Auch haben große Steifigkeitsunterschiede zwischen den Schichten einen Einfluss, so dass auch durch eine geschickte Wahl der Faserorientierungen dem Effekt entgegengewirkt werden kann. In der Praxis sind auch weitere Maßnahmen wie Randeinfassungen denkbar.

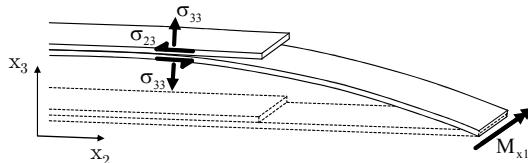


Bild 2.8: Interlaminare Spannungen im Bereich der Delamination

## 2.7 Bruchkriterien / Versagenshypothesen

### 2.7.1 Allgemeines zur Bewertung der Festigkeit einer Faserverbundstruktur

Ein Versagen in einer Schicht des Laminats ist zunächst keine Katastrophe. Da alle Schichten mit einem bestimmten Anteil die Kräfte und Momente übertragen, kommt es bei einem Schichtversagen zunächst zu einer Umlagerung der Kraft- und Momentenflüsse. Man spricht von Schichtversagen bzw. „first ply failure“ [CDS97]. Erst wenn auch die letzte Schicht versagt, kommt es zu einem kompletten Versagen des Laminats („last-ply failure“) [SKW97]. In den meisten Applikationen ist jedoch das Schichtversagen das Kriterium zur Auslegung eines Bauteils, weshalb dafür viele empirische Versagenshypothesen entwickelt wurden. Dies macht die Entscheidung jedoch schwer, die richtige Hypothese für die richtige Situation zu finden. Diskussionen über allgemeine Regeln, welches Kriterium in welcher Situation verwendet werden sollte, halten immer noch an [Roh12]. Mehrere Studien bewerten die Zuverlässigkeit der weit über 100 verfügbaren Versagenshypothesen, deren Vielfalt z.B. in [HKS11] dargestellt und kritisch diskutiert wird. So werden heutzutage mittels FE-Programmen mehrere Versagenskriterien gleichzeitig automatisiert ausgewertet und die Umhüllende aller kritischsten Versagenswerte in einer Darstellung dem Berechnungsingenieur zur Verfügung gestellt. Für die Darstellung der Bruchkriterien werden typischerweise drei Formulierungen gewählt:

1. Der Reservefaktor (RF) - er zeigt mit

$$RF = \frac{F_{\text{krit}}}{F} \quad (1.8)$$

den „Abstand“ zum Versagen. Bei einem Wert zwischen 0 und 1 kommt es zu einem Versagen der Schicht.

2. Über den inversen Reservefaktor (IRF) mit

$$IRF = \frac{F}{F_{\text{krit}}} \quad (1.9)$$

lässt sich darstellen, zu wie viel Prozent die Schicht bzgl. eines vorgegebenen Versagenswerts bereits ausgelastet ist. Liegt dieser Wert über 1, so ist von einem Versagen der Schicht auszugehen.

### 3. Die Sicherheitsspanne (MoS) mit

$$\text{MoS} = \text{RF} - 1 \quad (1.10)$$

ist eine alternative Darstellung, um den Abstand zum Versagen darzustellen. Liegt dieser zwischen -1 und 0, so versagt die Schicht.

Sie alle errechnen sich aus einem vom Spannungszustand abhängigen kritischen Grenzwert  $F_{\text{krit}}$ , welcher von Hypothese zu Hypothese unterschiedliche Werte annehmen kann. Zum besseren Verständnis hilft die Analogie mit der Fließgrenze eines metallischen Werkstoffs. So lassen sich die entsprechenden Bruchkurven (und -körper) der verschiedenen Versagenskriterien von Faserverbundstrukturen ebenfalls in Spannungsdiagrammen veranschaulichen. Jedoch wird - im Gegensatz zum Fließen des Metallwerkstoffs - angenommen, dass bei Überschreiten der Bruchzone sofort ein spröder Bruch eintritt. Die Bruchkurven sind dabei meist geschlossen und werden in den folgenden Abschnitten im ebenen Spannungszustand dargestellt. In der Literatur sind Darstellungen im ebenen Spannungszustand als Gegenüberstellung von  $\sigma_2$  und  $\tau_{12}$  bzw. von  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  üblich. Die jeweils dritte Komponente wird dann mit dem Wert 0 angenommen. Das erlaubt bei manchen Bruchkriterien zusätzlich die anschauliche Darstellung der Versagensform. In der in Bild 2.9 abgebildeten exemplarischen Darstellung einer solchen Bruchkurve können die Versagensformen und Grenzwerte schnell abgelesen werden.

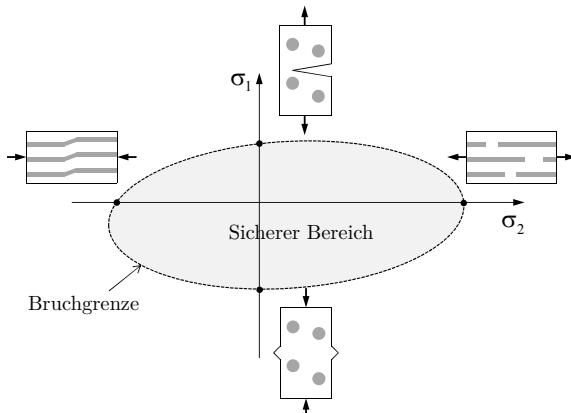


Bild 2.9: Schematische Darstellung einer Bruchkurve

Generell ist für den Berechnungsingenieur die Verwendung von Versagenskriterien maßgeblich davon abhängig, welche Grenzwerte für die Faserverbundschichten zur Verfügung stehen. Nachfolgend werden die gängigsten Bruchkriterien kurz beschrieben und abschließend ihre Bruchkurven dargestellt.

## 2.7.2 Nichtinteraktive Versagenskriterien

Nichtinteraktive Versagenskriterien werden entweder über die Spannungen oder die Dehnungen definiert. Sie haben den Vorteil der mathematisch sehr einfachen und damit gut nachvollziehbaren Formulierung, sowie einen sehr geringen experimentellen Aufwand zur Bestimmung der notwendigen Grenzwerte. In den Kriterien werden für jede Schicht die Hauptspannungen bzw. Hauptdehnungen mit den jeweiligen immer positiv anzugebenden Grenzwerten im Hauptkoordinatensystem der Schichten verglichen. Dabei können die Versagensgrenzen aus uniaxialen Belastungen ermittelt werden. Der Maximalwert dieser Verhältnisse wird als Wert des Bruchkriteriums definiert. Somit lautet das Spannungskriterium, welches für jede Schicht im ebenen Spannungszustand angewendet wird wie folgt:

$$f_\sigma = \max \left( \left| \frac{\sigma_1}{R_{\parallel}} \right|, \left| \frac{\sigma_2}{R_{\perp}} \right|, \left| \frac{\tau_{12}}{R_{\perp\parallel}} \right| \right) \quad (1.11)$$

mit

$$\sigma_1 \geq 0 : R_{\parallel} = R_{\parallel}^{(+)}; \quad \sigma_1 < 0 : R_{\parallel} = R_{\parallel}^{(-)} \quad (1.12)$$

$$\sigma_2 \geq 0 : R_{\perp} = R_{\perp}^{(+)}; \quad \sigma_2 < 0 : R_{\perp} = R_{\perp}^{(-)} \quad (1.13)$$

Die im Nenner befindlichen Werte  $R_{\parallel}^{(+)}, R_{\parallel}^{(-)}, R_{\perp}^{(+)}, R_{\perp}^{(-)}$  und  $R_{\perp\parallel}$  stellen dabei die Versagensgrenzen für die Zug- und Druckspannungen in und quer zur Faserrichtung sowie für die interlaminare Scherfestigkeit dar. Mit den Indizes (+) und (-) wird die Unterscheidung zwischen Zug und Druck gekennzeichnet. Werte gängiger Faserverbundwerkstoffe können oftmals öffentlicher Literatur entnommen werden, wie z.B. aus [Puc01]:

	$R_{\perp}^{(-)}$	$R_{\perp}^{(+)}$	$R_{\perp\parallel}$
Carbonfaser	230 MPa	50 MPa	100 MPa
Glasfaser	145 MPa	45 MPa	65 MPa

Für dieses Spannungskriterium ist es aber wichtig, festzuhalten, dass die Spannungskomponenten unabhängig voneinander sind. Das bedeutet, dass eine Spannung in eine Richtung das Material in die anderen Richtungen nicht beeinflusst. Diese Nichtberücksichtigung stellt eine nicht unerhebliche Einschränkung dar.

Das Dehnungskriterium definiert sich durch:

$$f_{\varepsilon} = \max \left( \left| \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon R_{\parallel}} \right|, \left| \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon R_{\parallel}} \right|, \left| \frac{\gamma_{12}}{\varepsilon R_{\perp\parallel}} \right| \right) \quad (1.14)$$

mit

$$\varepsilon_1 < 0 : {}^e R_{\parallel} = {}^e R_{\parallel}^{(-)}; \quad \varepsilon_1 > 0 : {}^e R_{\parallel} = {}^e R_{\parallel}^{(+)} \quad (1.15)$$

$$\varepsilon_2 < 0 : {}^e R_{\perp} = {}^e R_{\perp}^{(-)}; \quad \varepsilon_2 > 0 : {}^e R_{\perp} = {}^e R_{\perp}^{(+)} \quad (1.16)$$

Sollen die Dehnungen über die Spannungskomponenten beschrieben werden, so ergibt sich  $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_{\parallel}} - v_{\perp\parallel} \frac{\sigma_2}{E_{\perp}}$  und  $\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_{\perp}} - v_{\perp\parallel} \frac{\sigma_1}{E_{\parallel}}$ . Man erkennt in Bild 2.10, dass

durch die Querdehnung auch die Interaktion der Spannungskomponenten in einem gewissen Maß erfasst wird.

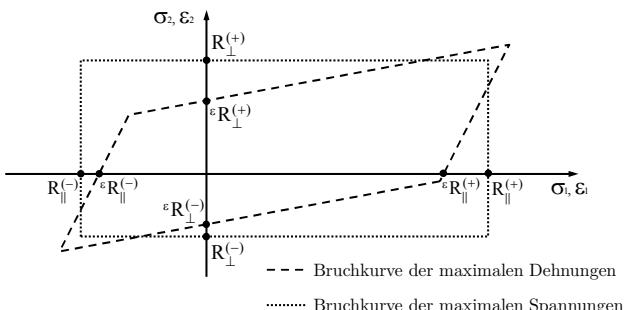


Bild 2.10: Bruchkurven der maximalen Spannungen bzw. Dehnungen

Diese immerhin geringe Spannungsinteraktion reicht jedoch in den meisten Fällen noch nicht aus, um die tatsächlichen Interaktionen realitätsnah abzubilden und gilt daher wie das Spannungskriterium als ungenau. Dies wird in den folgenden Bruchkriterien deutlich besser abgebildet.

### 2.7.3 Interaktive Versagenskriterien mit Interpolation

In quadratischen Fehlerkriterien werden alle Spannungs- oder Dehnungskomponenten in einem Ausdruck zusammengefasst. Sie sind ebenfalls sehr einfach in der Handhabung und werden oft auch als globale Bruchkriterien bezeichnet [Kob11]. Ihre Formeln basieren auf Kurvenanpassung und sind damit nicht physikalisch basiert. Von Nachteil ist, dass sie nicht nach Versagensart unterscheiden. In allgemeiner Schreibweise lassen sich quadratische Fehlerkriterien im ebenen Spannungszustand wie folgt darstellen:

$$f_q = F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 \quad (1.17)$$

Auf Basis dieser Gleichung werden für  $F_{11}$ ,  $F_{22}$ ,  $F_{66}$ ,  $F_{12}$ ,  $F_1$  und  $F_2$  je nach Definition unterschiedliche Werte eingesetzt. Die gängigsten quadratischen Fehlerkriterien sollen in den nächsten Punkten dargestellt werden.

### 2.7.3.1 Tsai-Wu

Das quadratische Fehlerkriterium nach TSAI-WU [TW71] berücksichtigt richtungsabhängige Materialfestigkeiten und wird für den ebenen Spannungszustand mit nur einer Gleichung formuliert:

$$f_{TW} = \frac{1}{R_{\parallel}^{(+)} R_{\parallel}^{(-)}} \sigma_1^2 + \frac{1}{R_{\perp}^{(+)} R_{\perp}^{(-)}} \sigma_2^2 + \frac{1}{R_{\perp\parallel}^2} \tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + \left( \frac{1}{R_{\parallel}^{(+)}} - \frac{1}{R_{\parallel}^{(-)}} \right) \sigma_1 + \left( \frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - \frac{1}{R_{\perp}^{(-)}} \right) \sigma_2 \quad (1.18)$$

Während sich alle Grenzfestigkeitswerte der entkoppelten Spannungsterme aus uniaxialen Belastungen bestimmen lassen, kann der Kopplungskoeffizient  $F_{12}$  nur über biaxiale Versuchsszenarien ermittelt werden, welche sehr aufwändig sind. In vielen Fällen wird dieser Wert deswegen über Curve Fitting ermittelt. Des Weiteren wird  $F_{12}$  für das Tsai-Wu Kriterium typischerweise dimensionslos angegeben, was durch die Multiplikation mit dem Normalisierungsfaktor  $nf = \frac{1}{\sqrt{(R_{\parallel}^{(+)} R_{\parallel}^{(-)} R_{\perp}^{(+)} R_{\perp}^{(-)})}}$  gelingt.

Aufgrund fehlender Versuchsdaten werden jedoch in der Praxis für  $F_{12}$  häufig die Werte 0 oder  $-\frac{1}{2\sqrt{(R_{\parallel}^{(+)} R_{\parallel}^{(-)} R_{\perp}^{(+)} R_{\perp}^{(-)})}}$  verwendet. Es wird an dieser Stelle jedoch

darauf hingewiesen, dass eine derartige Annahme die Bewertung der Ergebnisse nicht unerheblich beeinflussen kann. Bild 2.11 zeigt, dass sich durch die Variation des Werts  $F_{12}$  sowohl die elliptische Form der Bruchkurve als auch der Winkel der Hauptdiagonalen ändern.

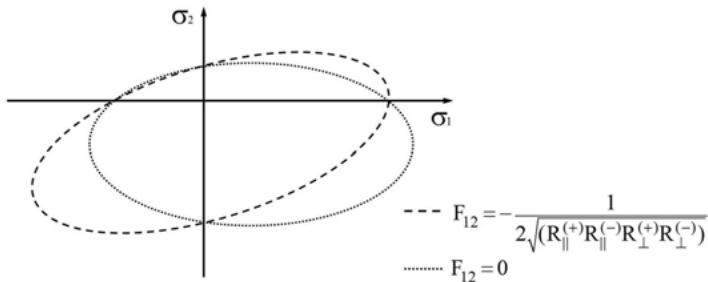


Bild 2.11: Darstellung der Tsai-Wu Bruchkurve im ebenen Spannungszustand unter Verwendung verschiedener  $F_{12}$ -Werte

Eine Auskunft über den Bruchmodus liefert dieses Kriterium jedoch nicht, was eine Einschränkung beim Ziehen von Schlussfolgerungen mit sich bringt.

### 2.7.3.2 Tsai-Hill

Das Tsai-Hill Kriterium basiert auf dem von Mises Kriterium für Metalle und unterscheidet sich in seiner Definition je nachdem ob eine unidirektionale (UD) oder eine gewebte Schicht vorliegt [Jon99].

Für UD-Schichten wird die Versagensgrenze im ebenen Spannungszustand ( $\sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$ ) wie folgt berechnet:

$$f_{TH,UD} = \frac{1}{R_{\parallel}^2} \sigma_1^2 + \frac{1}{R_{\perp}^2} \sigma_2^2 + \frac{1}{R_{\perp\parallel}^2} \tau_{12}^2 - \frac{1}{R_{\parallel}^2} \sigma_1 \sigma_2 \quad (1.19)$$

Für gewebte Laminatschichten wird der rechte Term modifiziert:

$$f_{TH,gewebt} = \frac{1}{R_{\parallel}^2} \sigma_1^2 + \frac{1}{R_{\perp}^2} \sigma_2^2 + \frac{1}{R_{\perp\parallel}^2} \tau_{12}^2 - \left( \frac{1}{R_{\parallel}^2} + \frac{1}{R_{\perp}^2} \right) \sigma_1 \sigma_2 \quad (1.20)$$

Für  $R_{\parallel}$  und  $R_{\perp}$  werden - je nachdem, ob eine positive oder negative zugehörige Spannungskomponente vorliegt - die entsprechenden Grenzwerte aus (1.12) und (1.13) eingesetzt. Genau wie bei TSAI-WU wird nicht zwischen den Versagensmoden unterschieden.

### 2.7.3.3 Hoffman

Als letztes interaktives Versagenskriterium soll die Beschreibung nach HOFFMAN vorgestellt werden:

$$f_{Hoffman} = \frac{\sigma_1^2}{R_{\parallel}^{(+)} R_{\parallel}^{(-)}} + \frac{\sigma_2^2}{R_{\perp}^{(+)} R_{\perp}^{(-)}} + \frac{\tau_{12}^2}{R_{\perp\parallel}^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{R_{\parallel}^{(+)} R_{\parallel}^{(-)}} + \frac{\sigma_1}{R_{\parallel}^{(+)} R_{\parallel}^{(-)}} + \frac{\sigma_2}{R_{\perp}^{(+)} R_{\perp}^{(-)}} \quad (1.21)$$

Es ist auch hier zu erkennen, dass alle Spannungskomponenten in dieses Kriterium einfließen, jedoch ebenfalls nicht zwischen den Versagensmoden unterschieden wird. Deswegen wird dieses Kriterium genauso wie TSAI-WU und TSAI-HILL weniger genau sein und eingeschränkten Aufschluss über die Ursache des Versagens liefern. Der Vorteil liegt jedoch in der überschaubaren Vorgabe der Grenzwerte  $R_{\parallel}$ ,  $R_{\perp}$  und  $R_{\perp\parallel}$ . Die nicht berücksichtigten Versagensmoden werden in der nächsten Gruppe (Kapitel 2.7.4) mit einbezogen.

## 2.7.4 Interaktive und versagensmodenbezogene Kriterien

### 2.7.4.1 Hashin

HASHIN [Has80] war der erste, der versuchte, die Mohr'schen Festigkeitshypothesen auf UD-Laminate zu übertragen und unterscheidet bei seinem Kriterium zwischen Faserbruch und Zwischenfaserbruch (ZFB). Unter dem ZFB wird nach [Puc01] eine Werkstofftrennung zwischen Faser (f) und Matrix (m) verstanden, bei der die komplette UD-Schicht durchtrennt wird. HASHIN's Formeln basieren dabei auf experimentellen Untersuchungen:

$$\sigma_1 \geq 0 : f_{f, \text{Hashin}} = \left( \frac{\sigma_1}{R_{\parallel}^{(+)}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{12}}{R_{\perp\parallel}^{(-)}} \right)^2 \quad (1.22)$$

$$\sigma_1 < 0 : f_{f, \text{Hashin}} = -\frac{\sigma_1}{R_{\parallel}^{(-)}} \quad (1.23)$$

$$\sigma_2 \geq 0 : f_{m, \text{Hashin}} = \left( \frac{\sigma_2}{R_{\perp}^{(+)}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{12}}{R_{\perp\parallel}^{(-)}} \right)^2 \quad (1.24)$$

$$\sigma_2 < 0 : f_{m, \text{Hashin}} = \left( \frac{\sigma_2}{2R_{\perp\parallel}^{(-)}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{12}}{R_{\perp\parallel}^{(-)}} \right)^2 + \left[ \left( \frac{R_{\perp}^{(-)}}{2R_{\perp\parallel}^{(-)}} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_2}{R_{\perp}^{(-)}} \quad (1.25)$$

$$f_{\text{Hashin}} = \max(f_{f, \text{Hashin}}, f_{m, \text{Hashin}}) \quad (1.26)$$

Wie in Gleichung (1.22) und (1.23) zu erkennen ist, wird bei Faserbruch zwischen Zug- und Druckbeanspruchung unterschieden. Dadurch wird den teils großen Unterschieden von Faserzugfestigkeit und Faserdruckfestigkeit Rechnung getragen. Und auch für das Matrixversagen entsprechend (1.24) und (1.25) wird Zug- und Druckbelastung gesondert behandelt.

### 2.7.4.2 Puck

PUCK griff HASHIN's Idee auf und unterscheidet bei seinen Kriterien ebenfalls zwischen Faserbruch und Zwischenfaserbruch. Er löst sich von dem Gedanken, sich von dem duktilen Verhalten von Metallen leiten zu lassen und entwickelt seine Kriterien auf Basis des Sprödbruchcharakters von Faserverbundwerkstoffen.

#### Einfaches Puckkriterium

Im sogenannten einfachen Puckkriterium werden der Bruch der Faser und das Versagen der Matrix einbezogen:

$$f_{Puck,f,einfach} = \frac{|\sigma_1|}{R_{\parallel}} \quad (1.27)$$

$$f_{Puck,m,einfach} = \left( \frac{\sigma_2}{R_{\parallel}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{12}}{R_{\perp\parallel}} \right)^2 \quad (1.28)$$

Für  $R_{\parallel}$  und  $R_{\perp}$  werden die Gleichungen (1.12) und (1.13) verwendet.

$$f_{Puck,einfach} = \max(f_{Puck,f,einfach}, f_{Puck,m,einfach}) \quad (1.29)$$

### Angepasstes Puckkriterium

Im angepassten Puckkriterium berechnet sich der Faserbruch  $f_f$  analog zu Gleichung (1.27). Das Matrixversagen ergibt sich jedoch wie folgt:

$$f_{Puck,m,angepasst} = \left( \frac{\sigma_2^2}{R_{\perp}^{(+)} R_{\perp}^{(-)}} \right)^2 + \frac{\tau_{12}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \left( \frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} + \frac{1}{R_{\perp}^{(-)}} \right) \sigma_2 \quad (1.30)$$

Damit ergibt sich:

$$f_{Puck,angepasst} = \max(f_{Puck,f,einfach}, f_{Puck,m,angepasst}) \quad (1.31)$$

### Wirkebenenbezogenes Kriterium nach PUCK

Bei diesem Kriterium wird wie bei MOHR angenommen, dass die Bruchgrenze durch die Spannungen in einer Wirkebene bestimmt wird. Dabei muss diese Wirkebene nicht unbedingt in der Ebene der Belastung liegen.

Bei diesem Kriterium berechnet sich der Faserbruch  $f_f$  ebenfalls wie in Gleichung (1.27).

Der Zwischenfaserbruch wird ausschließlich durch  $\sigma_2$  und  $\tau_{12}$  verursacht.

Desweiteren ist die Angabe von sogenannten Anstiegsparametern  $p$  erforderlich, welche die Neigung der Bruchkurve festlegen:

$$p_{\perp\parallel}^{(-)}, p_{\perp\parallel}^{(+)}, p_{\perp\perp}^{(-)}, p_{\perp\perp}^{(+)}$$

Die Notwendigkeit dieser zusätzlichen Parameter könnte in der Praxis ein Hindernis darstellen, da sie aus einer ausreichenden Anzahl an Bruchversuchen experimentell ermittelt werden müssen. Für gängige Materialien wie Carbonfaser- oder

Glasfaserschichten sind diese Parameter jedoch frei verfügbar. So empfiehlt PUCK in [Puc01] z.B. folgende Werte:

	$p_{\perp\parallel}^{(-)}$	$p_{\perp\parallel}^{(+)}$	$p_{\perp\perp}^{(-)}$	$p_{\perp\perp}^{(+)}$
Carbonfaser	0.3	0.35	0.25..0.3	0.25..0.3
Glasfaser	0.25	0.3	0.2..0.25	0.2..0.25

Zur Berechnung des Matrixversagens nimmt PUCK drei Ursachen an. Mode A beschreibt das Versagen der Matrix aufgrund von Zugspannungen. In Mode B sind die Druckspannungen für einen Bruch verantwortlich. Und in Mode C kommt es zu einem Versagen aufgrund der Schubspannungen. Sie werden in Form einer Fallunterscheidung bei der Berechnung der Bruchkurve berücksichtigt und sind im Folgenden für den ebenen Spannungszustand und der Wirkebene bei  $0^\circ$  dargestellt.

Mode A gilt, wenn  $\sigma_2 \geq 0$  :

$$f_{\text{Puck,m,Mode A}} = \frac{1}{R_{\perp\parallel}} \left( \sqrt{\left( \frac{R_{\perp\parallel}}{R_{\perp}^{(+)}} - p_{\perp\parallel}^{(+)} \right)^2 \sigma_2^2 + \tau_{21}^2} + p_{\perp\parallel}^{(+)} \sigma_2 \right) \quad (1.32)$$

Mode B gilt, wenn  $\sigma_2 < 0$  und  $0 \leq \left| \frac{\sigma_2}{\tau_{21}} \right| \leq \frac{\frac{R_{\perp\parallel}}{2p_{\perp\parallel}^{(-)}} \left( \sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^{(-)} \frac{R_{\perp}^{(-)}}{R_{\perp\parallel}}} - 1 \right)}{\left| R_{\perp\parallel} \sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^{(-)}} \right|} :$

$$f_{\text{Puck,m,Mode B}} = \frac{1}{R_{\perp\parallel}} \left( \sqrt{\tau_{21}^2 + (p_{\perp\parallel}^{(-)} \sigma_2)^2} + p_{\perp\parallel}^{(-)} \sigma_2 \right) \quad (1.33)$$

Mode C gilt, wenn  $\sigma_2 < 0$  und  $0 \leq \left| \frac{\tau_{21}}{\sigma_2} \right| \leq \frac{\left| R_{\perp\parallel} \sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^{(-)}} \right|}{\frac{R_{\perp\parallel}}{2p_{\perp\parallel}^{(-)}} \left( \sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^{(-)} \frac{R_{\perp}^{(-)}}{R_{\perp\parallel}}} - 1 \right)} :$

$$f_{\text{Puck,m,Mode C}} = \frac{\tau_{21}^2}{4R_{\perp\parallel}^2 (1 + p_{\perp\parallel}^{(-)})^2} \frac{R_{\perp}^{(-)}}{(-\sigma_2)} + \frac{(-\sigma_2)}{R_{\perp}^{(-)}} \quad (1.34)$$

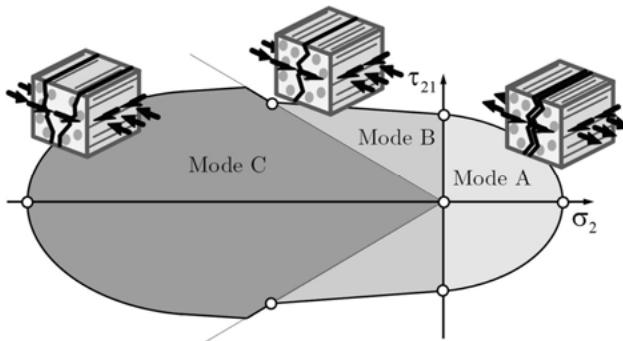


Bild 2.12: Versagensmoden nach PUCK im ebenen Spannungszustand für  $\sigma_1 = 0$

Wenn  $\sigma_1$  Werte knapp vor der Festigkeitsgrenze  $R_{\parallel}^{(+)}$  oder  $R_{\parallel}^{(-)}$  liegen, so kommt es bereits vor dem kompletten Versagen der Fasern zu Rissen einzelner Fasern, was wiederum zu kleinen Mikroschäden in der Matrix führt. Dies bewirkt ebenfalls eine Reduktion der Zwischenfaserbruchfestigkeit  $R_{\perp\parallel}$  [Kob11]. Deswegen stellte PUCK in [Puc96] einen Schwächungsfaktor  $f_{w1}$  vor, welcher diese Art der Degradation von  $R_{\parallel}^{(+)}$ ,  $R_{\parallel}^{(-)}$  und  $R_{\perp\parallel}$  berücksichtigt. Der Index 1 verdeutlicht dabei nochmal, dass es sich um eine Abschwächung aufgrund der Spannung in Faserrichtung handelt.  $f_{w1}$  berechnet sich dabei in Abhängigkeit von positiver bzw. negativer Faser- spannung unterschiedlich:

$$f_{w1} = \begin{cases} \sqrt{1 - c(|\sigma_1| - sX)^2}, & \text{für } |\sigma_1| > sX \\ 1, & \text{für } |\sigma_1| \leq sX \end{cases} \quad (1.35)$$

mit  $c = \frac{1 - M^2}{[(1-s)X]^2}$

Dabei steht X für die Festigkeitsgrenzen  $R_{\parallel}^{(+)}$  oder  $R_{\parallel}^{(-)}$  und M bzw. s sind Degradationsfaktoren. In Bild 2.12 ist für den Mode B ein Knick zu erkennen. Dieser ergibt sich aus einer Koppelbedingung, welche in (1.33) enthalten ist [PKK02].

$$\frac{p_{\perp\parallel}^{(+)}}{R_{\perp\parallel}^A} = \frac{p_{\perp\parallel}^{(-)}}{R_{\perp\parallel}^A} \quad \text{mit} \quad R_{\perp\parallel}^A = \frac{R_{\perp\parallel}}{2p_{\perp\parallel}^{(-)}} \left( \sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^{(-)} \frac{R_{\perp\parallel}^{(-)}}{R_{\perp\parallel}}} - 1 \right) \quad (1.36)$$

Der Index A steht hierbei für „action plane“ und kennzeichnet damit, dass der Bruchwiderstand infolge Quer-/Quer-Schubbeanspruchung in der Wirkebene betrachtet wird. Diese Koppelgleichung ist laut PUCK zwar nicht physikalisch begründet, reduziert jedoch den Rechenaufwand und wird aufgrund der sehr kleinen

Abweichungen zu der Formulierung ohne Koppelgleichung in Kauf genommen [Kob07].

Zusammenfassend liefert das bruchebenenbezogene PUCK Kriterium durch seine Unterscheidung in Faserbruch und Zwischenfaserbruch sehr genau Ergebnisse. Jedoch kann der experimentelle Aufwand zur Ermittlung der Anstiegsparameter in der Praxis eine Hürde darstellen. Für gängige Faserverbundwerkstoffe sind diese jedoch bekannt und öffentlich zugänglich, so dass dieses Kriterium in fast jeder kommerziellen Software enthalten ist und breiten Anklang in den Anwendungen findet.

#### 2.7.4.3 LaRC

Das LaRC (NASA Langley Research Center) Kriterium [DCR05] basiert auf den Ansätzen von HASHIN und PUCK und unterscheidet zwischen Faser- und Matrixversagen. In Anlehnung an bruchmechanischen Überlegungen korrigiert es dabei mittels des sogenannten „in-situ-Effekts“ die Basisfestigkeiten, um die Einflüsse der umgebenden Schichten zu berücksichtigen. Das heißt, dass die Basisfestigkeiten in Abhängigkeit von den Winkeln und der Anzahl der benachbarten Schichten sowie der eigenen Dicke unterschiedlich festgelegt werden. Die Festigkeitsgrenzen bei Querzug- und Schubbelastung sind damit im Vergleich zu einer unidirektionalen Einzelschicht höher. Bei der Berücksichtigung der eigenen Schichtdicken wird zwischen den Definitionen „dünn“ und „dick“ unterschieden. Der Übergang liegt dabei laut [DN03] und [PDC05] bei einer Schichtdicke von 0,7mm. Die neuen Festigkeiten werden im Folgenden in-situ-Festigkeiten genannt.

Für dicke Schichten gelten folgende (modifizierte) Basisfestigkeiten:

- Die Längszugfestigkeit bleibt unverändert

$$R_{\parallel,\text{LaRC}}^{(+)} = R_{\parallel}^{(+)} \quad (1.37)$$

- Die in-situ Querzugfestigkeit berechnet sich mit

$$R_{\perp,\text{in-situ}}^{(+)} = 1.12\sqrt{2}R_{\perp}^{(+)} \quad (1.38)$$

- Und die in-situ Schubfestigkeit ergibt sich aus

$$R_{\perp\parallel,\text{in-situ}} = \sqrt{2}R_{\perp\parallel} \quad (1.39)$$

Für dünne Schichten gelten folgende modifizierte Basisfestigkeiten:

- In-situ Querzugfestigkeit:

$$R_{\perp,\text{in-situ}}^{(+)} = \sqrt{\frac{8G_{lc}^L}{\pi t 2 \left( \frac{1}{E_2} - \frac{v_{21}^2}{E_1} \right)}} \quad (1.40)$$

- In-situ Schubfestigkeit:

$$R_{\parallel,\text{in-situ}} = \sqrt{\frac{8G_{lc}^L G_{12}}{\pi t}} \quad (1.41)$$

Dabei sind  $G_{lc}^L$  und  $G_{12}$  die benötigten kritischen Energiefreisetzungsarten für Rissfortpflanzung in Longitudinal- bzw. Transversalrichtung [Kob07]. Sie müssen experimentell bestimmt werden.

### 2.7.5 Zusammenfassung

Die von HINTON und KADDOUR [HKS11] erdachte und durchgeführte World Wide Exercise (WWFE-I und WWFE-II) führt mehrstufige Studien durch, um die Genauigkeit der existierenden Versagenskriterien zu bewerten. Man kann keinem dieser Kriterien die Tauglichkeit absprechen. Jedes bietet Vor- und Nachteile. In Bild 2.13 sind verschiedene Bruchkurven dargestellt. Dabei wird in einem ebenen Spannungszustand die Schubspannung mit 0 definiert und es liegt eine UD-Schicht vor. Man erkennt, dass sie teilweise sehr stark voneinander abweichen. Die markierte Fläche ist der von allen Kriterien als sicher definierte Bereich. Es soll zeigen, dass der pauschale Ansatz, alle Kriterien auf einmal zu berücksichtigen, das tatsächliche Versagen zwar überschätzt, jedoch die Gefahr einer Fehleinschätzung minimiert wird. Die Frage, ob dieser pauschale Ansatz für eine Optimierung und Robustheitsbewertung geeignet ist, wird in Kapitel 4 anhand der Prognosefähigkeiten dieser Versagenskriterien geklärt.

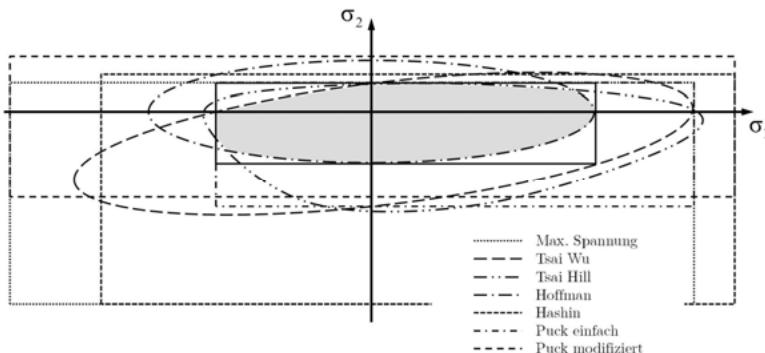


Bild 2.13: Gegenüberstellung mehrerer Bruchkurven

## 2.8 Globale Sensitivitätsstudien für numerische Modelle

Sensitivitätsstudien helfen, die globalen Wirkzusammenhänge zwischen Eingangs- und Ausgangsparameter zu verstehen und leisten einen wichtigen Beitrag, anstehende Optimierungsaufgaben zu vereinfachen. In den nächsten Abschnitten werden die einzelnen Schritte für die erfolgreiche Erstellung, Durchführung und Bewertung von globalen Sensitivitätsstudien gezeigt.

### 2.8.1 Samplingverfahren

Samplingverfahren werden auch als Design of Experiments (DOE) bezeichnet und werden für die Erzeugung verschiedener Parameterkonstellationen benötigt, welche berechnet bzw. experimentell bestimmt werden sollen. Dabei wird zwischen systematischen und stochastischen Samplingverfahren unterschieden [Jur07].

#### Systematische Sampling Verfahren

Systematische Samplingverfahren werden oft für Optimierungen verwendet. Sie sorgen durch eine gitterähnliche Anordnung für eine gleichmäßige Aufteilung von Designpunkten (DP) in einem N-dimensionalen Raum. Bild 2.14 zeigt gängige systematische DOE im Überblick im 3-dimenionalen Raum.

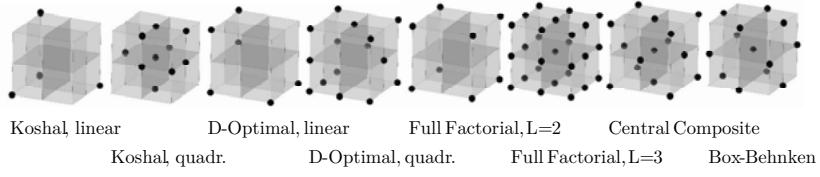


Bild 2.14: Gängige systematische DOE dargestellt im 3-dimenionalen Raum

Ihr Einsatzbereich ist durch die Anzahl der Eingangsparameter beschränkt, da in hochdimensionalen Räumen durch das teilweise exponentielle Verhalten eine unverhältnismäßig hohe Anzahl an Stützstellen notwendig wäre. So würde beispielsweise ein Central Composite DOE mit  $N=2^n+2n+1$  bei nur  $n=15$  Eingangsparameter  $N=32799$  Designpunkte erzeugen.

#### Stochastische Samplingverfahren

Die Monte Carlo Simulation erstellt im Gegensatz zu den systematischen DOE die Parameterkonstellationen stochastisch. Nach Vorgabe der Anzahl an gewünschten Samples  $N$  wird eine im Intervall  $[0,1]$  gleichmäßig verteilte pseudo-zufällige Zahlenmenge  $u_i$  mit  $i=1..N$  erzeugt [Rub81]. Diese werden anschließend über die Inverse einer vorgegebenen kumulativen Verteilungsfunktion  $F_x$  in den gewünschten Raum

transformiert. Somit können Designpunkte sowohl für Sensitivitätsanalysen als auch für Robustheitsbewertungen erzeugt werden.

Eine Erweiterung der Monte Carlo Simulation ist das erstmals in [MBC79] beschriebene Latin Hypercube Sampling, mit welchem die Anzahl der notwendigen Designpunkte reduziert werden kann und sichergestellt wird, dass auch bei einer geringen Anzahl an DP die Wahrscheinlichkeit von Clusterbildungen so gut wie auszuschließen ist. Dazu wird jeder Eingangsparameter unabhängig von seiner tatsächlichen Verteilung zunächst als gleichwertig betrachtet. Der Wertebereich eines jeden der  $n$  Eingangsparameter wird anschließend in  $N$  Klassen mit der jeweils gleichen Wahrscheinlichkeit  $1/N$  aufgeteilt. Somit entstehen  $N^n$  Hypercubes, in welchen jeweils ein Sampling per Zufall erzeugt wird (Bild 2.15). Um verbleibende lineare Eingangskorrelationen weitestgehend zu eliminieren, kann zusätzlich noch ein in [IC82] vorgeschlagenes Verfahren basierend auf einer Cholesky Zerlegung verwendet werden. Korrelationen höherer Ordnung werden damit jedoch nicht beseitigt. Deswegen können nach der Samplingerstellung über Optimierungsalgorithmen abschließend die Abstände zwischen den Punkten maximiert werden.

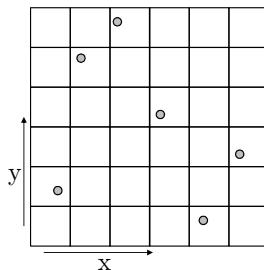


Bild 2.15: Latin Hypercube Sampling für  $N=6$  Designpunkte im 2-dimensionalen Raum

Da sowohl bei Monte Carlo Simulationen als auch bei Latin Hypercube Samplings die Erzeugung der Punkte auf der Vorgabe einer fixen Anzahl  $N$  basiert, ist eine nachträgliche, zusätzliche Sampleerzeugung immer mit Sorgfalt zu betrachten. So werden statistisch gesehen die Eingangskorrelationen von  $N$  Samples basierend auf der Vorgabe von  $N$  Samples immer geringer sein, als die Eingangskorrelationen von  $N$  Samples unter der Vorgabe von  $N-M$  Samples plus  $M$  im Nachgang erstellten Samples. Weitere Optimierungsalgorithmen versuchen jedoch nachträglich hinzugefügte Designpunkte mit maximalem Abstand zu bereits existierenden Designpunkten zu erzeugen. In der Praxis ist dies notwendig bzw. oft unumgänglich.

## 2.8.2 Regressionsmodelle

Mit den beschriebenen DOE Methoden gelingt ein gleichmäßig verteilter, punktueler Informationsgewinn in einem vorgegebenen Wertebereich. Jedoch sind mit dieser digitalen Werteerhebung noch keine Aussagen in einem kontinuierlichen Parameterraum möglich. Dies realisieren geeignete Regressionsmodelle, welche auf Basis eines DOE erzeugt werden und die Eigenschaften zwischen den berechneten bzw. gemessenen Punkten ohne weitere Simulationen abschätzen können. In der Literatur werden sie auch als Metamodelle, Antwortflächen, Ersatzmodelle oder Verhaltensmodelle bezeichnet. Ein Regressionsmodell gilt dann als geeignet, wenn durch sie berechnete Prognosen mit dem tatsächlichen Modellverhalten gut übereinstimmen. Im Sinne des Rechenaufwands bzw. Versuchsaufwands müssen Regressionsmodelle diese Genauigkeitsanforderung bereits bei einer möglichst geringen Anzahl an Designpunkten im DOE erfüllen, was nur durch eine systematische Vorgehensweise gelingt. Wenn ein geeignetes Modell zur Beschreibung der Wirkzusammenhänge gefunden wurde, so kann es in Sensitivitätsanalysen [SSI16][KGW15][SSC15], sowie in Robustheitsbewertungen [CTP01][YCY04][YG04][RS04], Optimierungen [BDF99][GW98][SBG03] oder Co-Simulationen [VM14] verwendet werden. Je nach Anzahl der Eingangsparameter, Grad der Nichtlinearität oder vorhandenen Koppeltermen eignen sich unterschiedliche Formulierungen, wie z.B. glättende Antwortflächen (Polynomregressionen, Moving Least Square Ansätze mit exponentieller Gewichtung, Kriging, Neuronale Netze, Support Vektor Regressionen) oder interpolierende Antwortflächen (Moving Least Square Ansätze mit geregelter Gewichtung).

## 2.8.3 Studie der Einflüsse

In kleinen Dimensionen ( $n < 5$ ) können auf Basis repräsentativer Regressionsmodelle bereits Wirkzusammenhänge zwischen Eingangs- und Ausgangsparameter ohne weitere Hilfsmittel erkannt werden. Um diese greifbar mit Zahlen zu hinterlegen, werden in der Literatur lokale Sensitivitäten auf Basis von Ableitungen berechnet. So kann eine Ausgangsgröße  $y$  abgeleitet nach einer Eingangsgröße  $x$  einen quantitativen Hinweis darauf geben, wie empfindlich der Wirkzusammenhang dieser beiden Größen ist. In höher-dimensionalen Parameterräumen sind jedoch aufgrund des ansonsten steigenden Rechenaufwands, sowie den globalen, nichtlinearen und teils gekoppelten Wirkzusammenhängen erweiterte statistische Auswertungen zur Beurteilung der Korrelationen unumgänglich. Vorbereitend für Kapitel 4 werden aus diesem Grund nachfolgend weitere varianz-basierte Methoden zur Identifizierung von globalen Sensitivitäten dargestellt. Mit den daraus gewonnenen Informationen können zielgerichtete Optimierungseinstellungen getroffen werden.

### Korrelationskoeffizienten

Korrelationskoeffizienten  $\rho_{ij}$  werden berechnet, um basierend auf statistischen Größen lineare oder quadratische Abhängigkeiten zwischen zwei Parametern  $x_i$  und  $x_j$  zu ermitteln. Dabei kann es sich sowohl um Eingangs- als auch Ausgangsparameter handeln. Sie werden aus den über die N Designpunkte erhobenen Mittelwerte  $\mu_{x_i}$  und  $\mu_{x_j}$  sowie den Standardabweichungen  $\sigma_{x_i}$  und  $\sigma_{x_j}$  der jeweiligen Parameter berechnet.

$$\mu_{x_i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_{i,k} \quad \text{und} \quad \sigma_{x_i} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_{i,k} - \mu_{x_i})^2} \quad (1.42)$$

$$\mu_{x_j} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_{j,k} \quad \text{und} \quad \sigma_{x_j} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_{j,k} - \mu_{x_j})^2} \quad (1.43)$$

$$\rho_{ij,\text{linear}} = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{k=1}^N (x_{i,k} - \mu_{x_i})(x_{j,k} - \mu_{x_j})}{\sigma_{x_i} \sigma_{x_j}} \quad (1.44)$$

Ihr Wertebereich linearer Korrelationskoeffizienten liegt zwischen -1 und +1. Negative Korrelationskoeffizienten verdeutlichen, dass mit steigender Größe  $x_i$  die Größe  $x_j$  tendenziell sinkt. Bei positiven Korrelationswerten steigen die Werte der Größe  $x_j$  bei steigendem  $x_i$ . Je näher die Werte bei -1 bzw. +1 liegen, desto stärker sind diese Wirkzusammenhänge. Dadurch, dass diese Werte aus der Statistik des kompletten DOE erhoben werden, spricht man im Gegensatz zu den gradientenbasierten Werten von globalen Sensitivitäten. Das heißt, dass der berechnete Korrelationswert zweier Größen auch von den Einflüssen anderer Parameter, welche am DOE beteiligt waren, abhängig ist. Für quadratische Zusammenhänge werden die Koeffizienten wie folgt berechnet:

$$\rho_{ij,\text{quadr.}} = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}_k(x_i) - \mu_{\hat{y}(x_i)})(x_{j,k} - \mu_{x_j})}{\sigma_{\hat{y}(x_i)} \sigma_{x_j}} \quad (1.45)$$

Wobei  $\hat{y}(x_i)$  von einem quadratischen Fit für die Variable  $x_j$  über den Bereich der Variable  $x_i$  abgegriffen wird und somit von  $x_j$  abweichen kann.  $\mu_{\hat{y}(x_i)}$  stellt den Mittelwert dieser von der Regression abgegriffenen Werte dar. Als Ergebnis kann  $\rho_{ij,\text{quadr.}}$  im Wertebereich zwischen 0 und +1 liegen. Je größer der Koeffizient, desto stärker ist die quadratische Korrelation (siehe Bild 2.16).

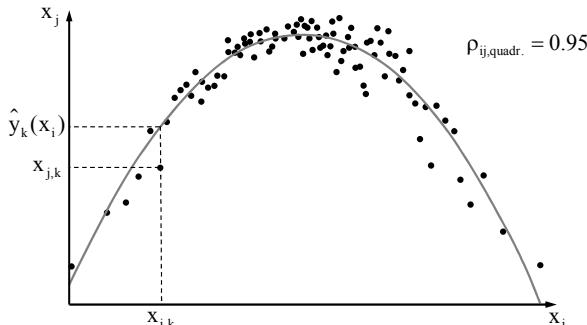


Bild 2.16: Quadratischer Fit über  $k=100$  Samples zur Ermittlung des quadratischen Korrelationskoeffizienten  $\rho_{ij,quadr.}$  für  $x_i$  und  $x_j$

Alle Korrelationskoeffizienten für  $n$  Parameter können abschließend für eine bessere Übersicht in einer linearen bzw. quadratischen Korrelationsmatrix mit jeweils  $N = \frac{1}{2}n(n - 1)$  Einträgen zusammengefasst werden.

Diese Korrelationseinträge werden umso repräsentativer, je mehr Samples zu ihrer Berechnung beitragen. Zur Beurteilung der Glaubwürdigkeit können Vertrauensintervalle [Fis55] berechnet werden. Dafür wird jedem Wert ein Intervall zugewiesen, innerhalb welchem der tatsächliche Wert mit einem Signifikanzlevel von z.B. 95% liegt. Mit zunehmender Anzahl an Samples wird dieses Intervall enger und die Aussage damit glaubwürdiger. So sollte die Anzahl der Samples so groß sein, dass beispielsweise eine angenommene Korrelation von 0.7 tatsächlich mit einem Signifikanzlevel von 95% in einem Intervall von 0.65 bis 0.75 liegt [Roo10].

#### Bestimmtheitsmaß

Um festzustellen, wie viel der Variabilität eines Ausgangsparameters durch die Variabilität mehrerer Eingangsparameter beschrieben werden kann, kann das Bestimmtheitsmaß  $R_j^2$  (Coefficient of Determination / CoD) für einen Ausgangsparameter  $j$  berechnet werden [MR03]:

$$R_j^2 = \frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}_k(x_i) - \mu_{x_j})^2}{\sum_{k=1}^N (x_{j,k}(x_i) - \mu_{x_j})^2} \quad (1.46)$$

Es ergibt sich aus einem gefitteten Regressionsmodell  $\hat{y}_k$  und berechnet im Zähler die Abweichung dieses Regressionsmodells vom Mittelwert sowie im Nenner die tatsächliche Abweichung vom Mittelwert. Liegt der Quotient nahe bei 1, so liegen

die tatsächlichen Designpunkte sehr nah an der Regression. Damit gelingen zwei wichtige Punkte:

- Es kann ein Maß bestimmt werden, welches aussagt, wie viel Variabilität einer Ausgangsgröße mit einem entsprechenden Regressionsmodell erklärt werden kann
- Es können diejenigen Eingangsparameter identifiziert werden, welche zur Beschreibung der Variabilität der Ausgangsparameter beitragen

Für die Regressionsmodelle werden entweder lineare, quadratische oder andere Polynomfunktionen verwendet. Bleibt  $R_j^2$  kleiner als 1, so ist der übrige Anteil  $(1 - R_j^2)$  ein Maß für die noch nicht erklärten Wirkzusammenhänge. Für eine vernünftige Auswertung der Ausgangsgrößen sollte dieser Anteil nicht zu groß sein (z.B.  $1 - R_j^2 < 0.2$ ).

#### Coefficient of Importance (CoI)

Bei dem Bestimmtheitsmaß wird ermittelt, mit wie viel Prozent eine Ausgangsgröße durch mehrere Eingangsgrößen erklärt werden kann. Mit dem in [MW11] beschriebenen Coefficient of Importance (CoI) kann hingegen ermittelt werden, wie groß der Einfluss eines jeden einzelnen Eingangsparameters - herausgenommen aus vielen Eingangsparametern - ist:

$$\text{CoI}_{y,\bar{x}} = R_{y,\bar{x}}^2 - R_{y_i,\bar{x}-x_i}^2 \quad (1.47)$$

Dabei stellt  $R_{y,\bar{x}}^2$  das Bestimmtheitsmaß für die Ausgangsvariable  $y_i$  unter Berücksichtigung aller Eingangsparameter  $\bar{x}$  und  $R_{y_i,\bar{x}-x_i}^2$  das Bestimmtheitsmaß für die Ausgangsvariable  $y$  unter Berücksichtigung aller Eingangsparameter  $\bar{x}$  aber ohne  $x_i$  dar. Ist die Differenz groß, so ist auch der lineare, quadratische oder auch nichtlineare Einfluss von  $x_i$  auf  $y$  groß. Entgegen dem CoD können mit dem CoI gekoppelte Einflüsse gefunden werden. So haben möglicherweise zwei Eingangsvariablen separat betrachtet einen geringen Einfluss auf eine Ausgangsgröße, jedoch bei gemeinsamer Variation einen sehr großen.

Ein Vorteil der bislang genannten Bewertungskriterien ist, dass Sie bereits während der in vielen Fällen zeitintensiven Designpunterzeugung erhoben werden können. Sind die Vertrauensintervalle ausreichend eng, bzw. sind die Koeffizienten ausreichend hoch, so kann die Berechnung der Parameterkonstellationen vorzeitig abgebrochen werden. Dabei ist die Anzahl der tatsächlich notwendigen Samples von der Anzahl der wichtigen Eingangsparameter abhängig. Da diese von Beginn an nicht bekannt sind, ist eine konkrete Angabe für die notwendige Anzahl an Samples

nicht vor der Berechnung möglich. Aus diesem Grund wird wie bereits in 2.8.1 beschrieben ein noch nicht ausreichendes Start-DOE oft nachträglich um weitere DP ergänzt. Neben diesen Kriterien helfen auch weitere optische Ansichten wie Anthill- oder Parallelplots dem Anwender, auffällige Korrelationen wie beispielsweise Verzweigungen, Sprünge, Nichtlinearitäten oder Insellösungen (Bild 2.17) zu erkennen.

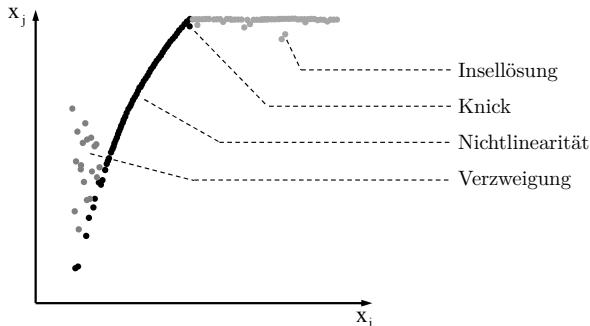


Bild 2.17: Veranschaulichender Anthillplot aus einer Sensitivitätsstudie für eine Eigenwertanalyse einer Klebeverbindung mit Mode Switching

## 2.8.4 Optimale Metamodelle und Bewertung der Prognosefähigkeit

Das Bestimmtheitsmaß CoD und damit auch der CoI basieren auf einem Regressionsmodell, dessen Qualität ausschließlich an den Orten der berechneten Punkte überprüft wird. Für Polynomfunktionen ist dies durchaus vertretbar, jedoch ist es erstrebenswerter, ein Maß zu finden, bei welchem auch Prognosen an nicht berechneten Stellen bewertet werden können. Zumal bei bestimmten Regressionsmodellen wie Kriging die Bestimmtheitsmaße immer 1 sein werden, da jeder Punkt exakt gefittet wird. Aus diesem Grund wird als Erweiterung zum CoD bzw. CoI der Coefficient of Prognosis (CoP) [MW11] eingeführt. Er basiert auf dem Metamodel of optimal Prognosis (MoP), auf welches zunächst eingegangen wird.

### Metamodelle mit maximaler Prognosefähigkeit

Zur Erzeugung eines möglichst prognosefähigen Metamodells sind grundsätzlich drei Schritte erforderlich:

1. Ermittlung der einflussreichsten Eingangsparameter basierend auf unterschiedlichen Filterlimits für CoD/CoI zur Reduzierung des Parameterraums
2. Unterschiedliches Splitten des DOE in Supportpunkte zur Erzeugung eines Metamodells und Verifikationspunkte zum Testen des Metamodells
3. Erzeugung unterschiedlicher Antwortflächenmethoden auf Basis der Supportpunkte im reduzierten Parameterraum

Durch Variationen in jedem dieser drei Punkte entstehen N unterschiedliche Metamodelle, welche immer jeweils durch die Testpunkte in ihrer Prognosefähigkeit überprüft werden können. Dabei wird ein Maß berechnet, welches im Gegensatz zu den bisherigen Maßen auf einen Wert skaliert wird, welcher zwischen 0 und +1 liegt, um somit eine direkte prozentuale Aussage über die Prognosefähigkeit der Antwortfläche zu bekommen:

$$\text{CoP}_i = \left( \frac{\mu(Y_{\text{Test}} \hat{Y}_{\text{Test}})}{\sigma_{Y_{\text{Test}}} \sigma_{\hat{Y}_{\text{Test}}}} \right)^2 \quad \text{mit } i \in 1..N \quad (1.48)$$

$Y_{\text{Test}}$  sind dabei die tatsächlichen Ausgangsgrößen der Testpunkte und  $\hat{Y}_{\text{Test}}$  die von den Metamodellen abgegriffenen Ausgangsgrößen. Das Metamodell mit der besten Prognosefähigkeit wird als MoP (Metamodel of optimal Prognosis) und das zugehörige Prognosemaß als CoP (Coefficient of Prognosis) bezeichnet. Mit dieser Strategie können beliebige Antwortflächenverfahren einbezogen werden und damit alle Arten von Nichtlinearitäten in einem gewissen Maß erfasst werden. Es ersetzt die durch den CoD und CoI gewonnenen Erkenntnisse und kann ebenfalls während der Designpunktterzeugung erhoben werden.

## 2.9 Optimierungsverfahren

### 2.9.1 Überblick

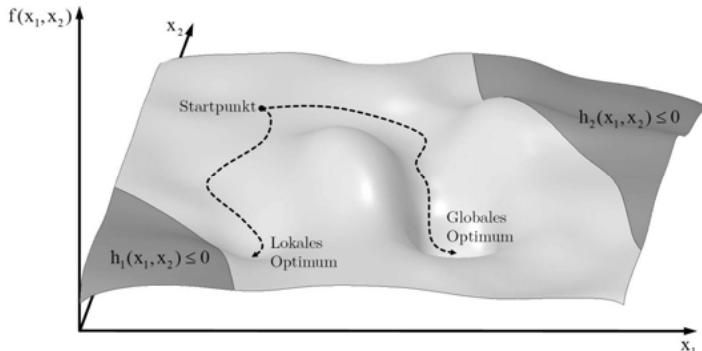
In parametrischen Optimierungen gilt es, ein bestmöglichstes Ergebnis für eine Zielfunktion zu ermitteln, welche in Abhängigkeit von im Vorfeld festgelegten Designvariablen definiert ist (1.49). Mathematisch wird diese Zielfunktion dabei immer minimiert, was eventuell eine Umformulierung des tatsächlichen Ziels erfordert. Zusätzlich müssen bei beschränkten Optimierungsproblemen Zwangsbedingungen eingehalten werden. Sie können als Gleichheits- (1.50) oder Ungleichheitsnebenbedingungen (1.51) vorliegen. In Aufgaben aus der Finite-Elemente-Methode treten in den meisten Fällen Ungleichheitsnebenbedingungen definiert aus Ausgangsgrößen auf. Als weitere Bedingungen werden auch die Designvariablen nur in einem Wertebereich mit oberer und unterer Grenze variiert und können dabei als kontinuierlich, diskret oder binär betrachtet werden.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min \quad (1.49)$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad \text{mit } i = 1..m_g \quad (1.50)$$

$$h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad \text{mit } i = 1..m_h \quad (1.51)$$

Für eine erfolgreiche und schnelle Optimierung können die Erkenntnisse aus bereits durchgeführten Sensitivitätsanalysen genutzt werden, um beispielsweise die Anzahl der Eingangsparameter auf die einflussreichsten zu beschränken oder um geeignete Startdesigns für eine Optimierung auszuwählen. V.a. die ansonsten in einer Optimierung notwendige hohe Anzahl an Designpunkten und die damit verbundenen Rechenzeiten rechtfertigen in fast allen Anwendungen eine vorgesetzte Sensitivitätsstudie.



**Bild 2.18:** Lokales und globales Optimum in einer gradientenbasierten Optimierung

Die richtige Wahl eines geeigneten Optimierungsverfahrens, sowie die Definition des Optimierungsproblems selbst hängen dabei von unterschiedlichen Punkten ab, welche für endlosfaser verstärkte Verbundwerkstoffe in Kapitel 4 genauer erläutert werden. Die Bandbreite an Veröffentlichungen zu Optimierungsverfahren ist sehr umfangreich und teilweise sehr anwendungsbezogen. Im Hinblick auf die späteren Betrachtungen sollen in diesem Abschnitt deswegen v.a. deterministische und stochastische Optimierungsverfahren erläutert werden.

### 2.9.2 Mehrzieloptimierung

In Fällen, in welchen mehrere Ziele gleichzeitig erreicht werden sollen, spielt die Definition des Optimierungsproblems eine entscheidende Rolle. V.a. wenn Zielfunktionen in Konflikt miteinander stehen - man spricht in diesem Fall von Pareto Optimierung - sind vier Vorgehensweisen denkbar:

- Es wird jedes Ziel in einer separaten Funktion definiert. Als Ergebnis wird sich wahrscheinlich kein eindeutiges Optimum einstellen, da bei Verbesserung der einen Zielfunktion die andre/andren verschlechtert wird/werden. Die Kompromisslösung wird nach der Rechnung von einer Paretofront gewählt.

- Die wichtigste Zielfunktion wird beibehalten, weitere Zielfunktionen werden zu Zwangsbedingungen umformuliert
- Alle Zielfunktionen  $f_i$  werden in einer Zielfunktion  $p$  zusammengefasst, wobei die einzelnen Terme mit Wichtungsfaktoren  $W_i$  priorisiert werden. Bei von der Größenordnung sehr unterschiedlichen Termen sollten diese zusätzlich mit einem Wert  $\Gamma_i$  normiert werden. Dafür kann das jeweilige Ergebnis des Startdesigns bzw. der jeweilige Mittelwert aus einer Sensitivitätsstudie verwendet werden. Für die Zielformulierung in einer Funktion wird oft die Tschebyschew-Norm verwendet,

$$p(f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)) = \left( \sum_{i=1}^m W_i \left( \frac{|f_i(x) - F_i|}{\Gamma_i} \right)^r \right)^{\frac{1}{r}} \quad (1.52)$$

wobei  $F_i$  die zu erreichenden Größen der einzelnen Zielfunktionen repräsentiert. Wird  $r=2$  gewählt, so liegt die euklidische Abstandsfunktion vor. In der Praxis besteht die Schwierigkeit, sinnvolle Gewichtungsfaktoren  $W_i$  für die Terme zu finden, so dass oft ein iteratives Vorgehen notwendig ist. Aus Zeitgründen kann dieses aber statt mit den FE-Rechnungen auf den in der Sensitivitätsstudie erzeugten prognosefähigen Antwortflächen durchgeführt werden. Dies ist dann möglich, wenn für jede zur Formulierung der Optimierungsaufgabe notwendigen Ausganggröße eine separate Antwortfläche erzeugt wurde und nicht nur eine Antwortfläche für die komplette gewichtete Zielformulierung vorliegt.

- Es gelingt, die einzelnen Zielfunktionen in Kosten umzurechnen und diese in einen Gesamtkostenbetrag zusammenzufassen. Somit liegt wieder eine Einzieloptimierung vor.

### 2.9.3 Optimierungsverfahren

#### Deterministische Ansätze

In deterministischen Optimierungen werden sehr häufig Gradienteninformationen ermittelt, um eine Suchrichtung zum nächstliegenden (lokalen) Optimum festzulegen. Aus den sehr vielen Verfahren sind folgende in der Praxis bewährte Methoden zu nennen:

- Downhill Simplex Methoden aus der Kategorie der Hill Climbing Methoden werden in [NM07] beschrieben und arbeiten grundsätzlich in vier Schritten. Aus einem  $n$ -dimensionalen Simplex wird über eine *Reflektion* die Richtung entgegengesetzt dem Schlechtesten der Designs daraufhin überprüft, ob eine Verbesserung erzielt werden kann. Ist dies der Fall wird per *Expansion* die

Suchweite vergrößert. Eine *Kontraktion* der Suchdistanz findet statt, wenn die Reflektion nicht erfolgreich war. Ist auch die Kontraktion nicht erfolgreich, so findet ein *Schrumpfen* des Simplex statt.

- Gradientenbasierte Verfahren werden sehr gut in [Kel99] zusammengefasst. Darüberhinaus ist das NLPQL Verfahren [Sch01] hervorzuheben, welches auf quasi-Newton Methoden basiert und für eine geringe Anzahl an Eingangsparameter sowie einigermaßen glatte Antwortflächen eine extrem schnelle optimale Lösung erzielt. Es setzt dabei voraus, dass sowohl die erste als auch die zweite Ableitung an einer lokalen Stelle bekannt sind. Dabei wird die zweite Ableitung aufgrund des ansonsten großen numerischen Aufwands aus den ersten Ableitungen der vorherigen Schritte approximiert. Das Verfahren ist nur für kontinuierliche Parameter geeignet und setzt voraus, dass die Gradienten immer erfolgreich berechnet werden können. Es darf also zu keineren Designausfällen kommen.
- Adaptive Antwortflächenverfahren (Adaptive Response Surface Method / ARSM) werden z.B. in [AEV01] beschrieben. Auf Basis eines schematischen DOE um einen definierten Startpunkt wird eine polynomisierte Antwortfläche mit einem eingeschränkten Wertebereich erzeugt. Das auf diesem Metamodell ermittelte beste Design dient als Mittelpunkt für ein neues DOE mit schrumpfendem (oder bei Bedarf wachsendem) Wertebereich für die Eingangsparameter. Über mehrere Iterationen kann somit das Optimum immer mehr eingegrenzt und vor allem das Modellverhalten im Bereich des Optimums sehr gut abgebildet werden. Durch die Verwendung von polynomisierten Antwortflächen können desweiteren Effekte wie numerisches Rauschen rausgefiltert werden. ARSM eignet sich sehr gut, um einen globalen Trend zu erfassen, kann mit kontinuierlichen sowie sortierbaren diskreten Eingangsparametern umgehen und eignet sich für eine moderat große Anzahl an Eingangsparametern ( $n < 20$ ).

### Stochastische Ansätze

Im Gegensatz zu deterministischen Verfahren liefern stochastische Ansätze bei gleichen Startbedingungen stets unterschiedliche optimale Lösungen bei ebenfalls variierendem Rechenaufwand. Die Überprüfung der Effizienz ist deswegen ebenfalls nur statistisch ermittelbar. Am bekanntesten sind populationsbasierte Optimierungsalgorithmen, welche nach dem Prinzip der natürlichen Selektion arbeiten. In der Praxis haben sich u.a. folgende Algorithmen bewährt:

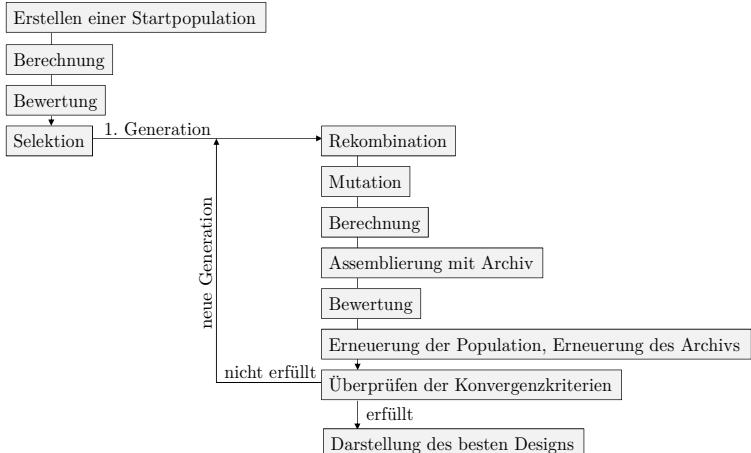
- Evolutionäre Algorithmen (EA) imitieren Prozesse aus der Evolution. Verschiedene Variationen sind in der Literatur zu finden, aber fast allen ist gemeinsam, dass von Generation zu Generation eine Selektion, eine Rekombi-

nation und eine Mutation stattfinden. Häufig werden genetische Algorithmen mit evolutionären Strategien kombiniert, um sowohl den globalen als auch lokalen Raum nach optimalen Designs abzusuchen. Als Basis dienen dazu die Arbeiten von HOLLAND [Hol75], GOLDBERG [Gol89], RECHENBERG [Rec79], SCHWEFEL [Sch81] und FOGEL [Fog66].

Um eine Startpopulation festzulegen, greifen auch viele Methoden auf eine zufallsbasierte Designerstellung zurück. Typischerweise liegen jedoch bereits Designs durch eine vorangeschaltete Sensitivitätsstudie vor, aus welchen eine geeignete Startpopulation manuell ermittelt werden kann.

Bild 2.19 stellt den prinzipiellen Ablauf eines global und lokal agierenden evolutionären Algorithmus dar. Genetische Informationen werden durch ein Archiv repräsentiert. In ihm werden über die Generationen hinweg die besten Designs zur Berücksichtigung in nachfolgenden Iterationen gespeichert. Folgende als wichtig erachtete Möglichkeiten für Detaileinstellungen in den Bereichen Population, Selektion, Rekombination und Mutation zeigen die Vielfalt dieser Algorithmen, aber gleichzeitig auch die Schwierigkeit, die richtigen Einstellungen für die entsprechende Optimierungsaufgabe zu bestimmen:

1. Startpopulation
  - a. Zufallsbasiertes Festlegen der Startpopulation
  - b. Manuelles Festlegen der Startpopulation
2. Selektion
  - a. Sortieren der Designs nach ihrer Fitness
  - b. Sortieren der Designs nach dem Rang ihrer Fitness
  - c. Anzahl der zu selektierenden Designs (Eltern)
  - d. Einfluss bei Verletzung von Zwangsbedingungen bei der Selektion
3. Rekombination
  - a. Jeder Parameter kann potentiell mit jedem andern Parameter ausgetauscht werden. Eine vorgegebene Wahrscheinlichkeit entscheidet darüber.
  - b. Gruppenbildung von Parametern. Die Gruppen werden untereinander ausgetauscht. Der Benutzer entscheidet über die Anzahl der Gruppen.
  - c. Arithmetisch - vom Benutzer kann der Anteil zum Parameter austausch festgelegt werden
4. Mutation
  - a. Mutationstyp
  - b. Mutationsrate
  - c. Standardabweichung der Verteilungskurve



**Bild 2.19: Generelles Ablaufschema eines evolutionären Algorithmus**

- Bei Partikelschwarmoptimierungen (PSO) zeigen sich ebenfalls verschiedene Variationen, welche z.B. in [CR06] aufzeigt werden. Allgemein lässt sich sagen, dass die PSO das soziale Verhalten eines Schwärms imitiert. Durch einen regelmäßigen Austausch von Informationen kann der Schwarm seine Suche auf interessante Stellen konzentrieren, die ein potentielles Optimum darstellen. Auch hier wird also mit einer Population gearbeitet. Eine Weiterentwicklung wird einerseits durch das persönliche Verhalten eines jeden Individuums sowie durch das Gesamtverhalten des Schwärms beeinflusst. Dabei finden eine Selektion, eine Bewegung und eine Mutation statt. Die Selektion dient zur Ermittlung guter Positionen, in welche der Schwarm gelenkt werden kann. Sie ist in diesem Fall besonders wichtig bei Paretoaufgaben. Mit der Bewegung kann eine neue Suchrichtung ermittelt werden und die Mutation ist ähnlich wie bei einem evolutionären Algorithmus zu sehen. Folgende wichtige Variationsmöglichkeiten sollen wieder aufzeigen, dass bereits die Grundvariante der PSO sehr variabel einstellbar ist und damit ebenfalls auf die Optimierungscharakteristik der Aufgabe angepasst werden kann:

1. Startpopulation
  - a. Zufallsbasiertes Festlegen der Startpopulation
  - b. Manuelles Festlegen der Startpopulation
2. Selektion

- a. Ermittlung der Fitness nach einer sogenannten „strict dominance-based methode“
- b. Ermittlung der Fitness nach einer sogenannten „dominance based fitness method“
3. Bewegung
  - a. Suchstrategie
  - b. Persönlicher Anteil bei der Definition der neuen Suchrichtung (am Anfang und am Ende der Optimierung)
  - c. Persönliche Beschleunigung und Schwarmbeschleunigung bei der neuen Suche (am Anfang und am Ende der Optimierung)
5. Mutation
  - a. Mutationstyp
  - b. Mutationsrate
  - c. Standardabweichung der Verteilungskurve

Die PSO ist ebenfalls für diskrete Parameter geeignet und kann mit mehreren Zielfunktionen sowie Zwangsbedingungen gute Lösungen finden, was sie für Faserverbundoptimierungen zu einer attraktiven Alternative macht. Sie konzentriert sich anders als der evolutionäre Algorithmus auf eine ausgeprägte Darstellung einer möglichen Pareto Front, betreibt die Suche nach möglichen anderen Optima jedoch nicht so intensiv wie der EA.

## 2.10 Virtuelle Toleranzanalyse

### 2.10.1 Aufgabe der Toleranzanalyse

In einer Toleranzanalyse (Robustheitsbewertung) können auf Basis eines DOE Wirkzusammenhänge zwischen streuenden Eingangsparametern und dadurch variierenden Ausgangsparametern identifiziert werden. Sie wird in der Praxis eingesetzt, um die Zuverlässigkeit bzw. Robustheit eines typischerweise optimierten Designs zu überprüfen, zu verstehen und daraus geeignete Änderungen am Designentwurf oder die gezielte Beeinflussung wesentlicher Eingangsstreuungen abzuleiten. Ausgangsparameter optimierter Designs reagieren oft sehr sensativ auf streuende Variablen, welche beispielsweise in folgenden Bereichen vorzufinden sind:

- Materialschwankungen
- Geometrieabweichungen
- Prozessparameter im Herstellungsverfahren
- Umwelteinflüsse
- Belastungen bei nicht ordnungsgemäßem Einsatz
- Wechselnde Randbedingungen

Zur Untersuchung der daraus resultierenden skalaren Ausgangsvariationen können varianzbasierte oder wahrscheinlichkeitsbasierte Methoden angewandt werden [Buc09]. Sie unterscheiden sich im Rechenaufwand und in der Genauigkeit. Für das in Kapitel 4 verwendete Konzept wurden aufgrund der deutlich geringeren Rechenzeit varianzbasierte Robustheitsbewertungen verwendet, weshalb diese nachfolgend genauer erläutert werden. Wenn die Streuung ortsabhängig ist, so können die Methoden mit Zufallsfeldern erweitert werden. Dies wird in Kapitel 2.12 genauer erläutert.

### 2.10.2 Statistische Charakterisierung streuender skalarer Variablen

Eine streuende Größe  $X$  kann durch eine kumulative Verteilungsfunktion  $F_X(x)$  (cumulative density function/ CDF) beschrieben werden, wobei  $x$  den zu  $X$  zugehörigen deterministischen Wert darstellt. An dieser Funktion kann abgelesen werden, wie viele der berechneten Daten unterhalb eines bestimmten Werts  $x_0$  liegen.

$$F_X(x) = P[X < x] \quad \text{mit} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0 \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} F_X(x) = 1 \quad (1.53)$$

Als erste Bewertungsgröße der Streuung können Quantile  $q$  verwendet werden. Sie erfordern immer die Angabe einer gewünschten Wahrscheinlichkeit  $p$  und ermitteln den kritischen Wert, welcher mit dieser Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird.

$$q(X, p) = F_X^{-1}(p) \quad (1.54)$$

Häufig werden Quantilwahrscheinlichkeiten von 0.135% bzw. 99.865% verwendet.

Wird die CDF nach ihrer Variable  $x$  abgeleitet, so ergibt sich die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (probability density function/PDF)  $f_X(x)$ .

$$f_X(x) = \frac{\partial F_X(x)}{\partial x} \quad (1.55)$$

Mithilfe dieser PDF wird der Mittelwert  $\bar{X}$  der Größe  $X$  berechnet:

$$\bar{X} = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (1.56)$$

Ist der Mittelwert bekannt, so wird die Varianz  $\sigma_X^2$  und respektive die Standardabweichung  $\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2}$  wie folgt formuliert:

$$\sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{X})^2 f_X(x) dx \quad (1.57)$$

Die Standardabweichung ist ein gutes Maß, um die Variation einer Variablen zu quantifizieren. Da sich die Streuung ausgedrückt durch einen fixen Wert für eine Standardabweichung jedoch in Relation zu einem großen Mittelwert anders verhält, als zu einem sehr kleinen Mittelwert, wird abschließend noch der Begriff des Variationskoeffizienten (Coefficient of Variation/CoV)  $V_x$  eingeführt:

$$V_x = \frac{\sigma_x}{\bar{X}} \quad (1.58)$$

Weil er als eine über den Mittelwert normierte Größe berechnet wird, kann er auch als Prozentangabe für die Streuung einer jeden beliebigen Größe verstanden werden. Mittels des CoV können damit Ausgangsstreuungen mit Eingangsstreuungen für eine erste Abschätzung verglichen werden. Ist der CoV bei Ausgangsgrößen signifikant größer als der CoV der Eingangsstreuungen, so kann dies bereits ein Hinweis auf Instabilitäten des optimierten Designs sein.

Eine konkrete Aussage, ob eine berechnete Ausgangsstreuung als zulässig oder nicht zulässig betrachtet wird, liefert das Sigma-Level. Dabei wird dem Mittelwert die  $k$ -fache Standardabweichung hinzugefügt und das Ergebnis mit einem Grenzwert  $x_{krit}$  verglichen. Ein Design gilt dann als zulässig, wenn

$$E[X] + k\sigma_x \leq x_{krit} \quad (1.59)$$

Für das Level  $k$  wird typischerweise ein Wert zwischen 2 und 6 gewählt. Die varianzbasierten Methoden eignen sich aufgrund der durch die Approximation mit einer PDF angenäherten Lösung nur im 2- bis 3-Sigma Bereich.

Die anfangs erwähnte kumulative Verteilungsfunktion bzw. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion wird aus einer Stichprobe mit  $N$  Samples erzeugt. Dabei eignen sich in einem „best fit“ unterschiedliche Verteilungstypen - welche in [MR03] gut zusammengefasst werden - unterschiedlich gut. Die wichtigsten Verteilungsfunktionen sind:

- Betaverteilung
- Exponentialverteilung
- Fisher-Tippetverteilung
- Frechétverteilung
- Gammaverteilung
- Gleichmäßige Verteilung
- Gumbelverteilung
- Lognormalverteilung
- Normalverteilung
- Rayleighverteilung
- Weibullverteilung

Über die statistischen Momente 3. und 4. Ordnung können die dimensionslosen Bezugswerte Schiefe  $s$  und Wölbung  $\kappa$  der Verteilungskurven beschrieben werden [Buc09].

$$s = \frac{E[(X - \bar{X})^3]}{\sigma_x^3} \quad (1.60)$$

$$\kappa = \frac{E[(X - \bar{X})^4]}{\sigma_x^4} - 3 \quad (1.61)$$

Desweiteren werden bei manchen Prozessen Designs manuell ab einem bestimmten Grenzwert aussortiert, so dass oben genannte Funktionen auch als abgeschnittene Verteilungsfunktionen definiert werden können.

### 2.10.3 Durchführung varianzbasierter Robustheitsbewertungen

Für die Durchführung einer Robustheitsbewertung werden zunächst jegliche Informationen über Streuungen zusammengetragen, welche evtl. Einfluss auf die zu untersuchenden Produkteigenschaften haben könnten. In vielen Fällen sind die exakten Eingangsstreuungen aufgrund zu weniger Messungen nicht genau bekannt. Hier empfiehlt es sich, konservative Verteilungen (meist Normal-Verteilungen oder Log-normal-Verteilungen) aus ähnlichen Größen zu verwenden. Ist über die Streuung nichts bekannt, so sollte für eine erste Bewertung eine gleichmäßige Verteilung verwendet werden. Es sei angemerkt, dass die Ergebnisse einer solchen ersten Robustheitsbewertung Aufschluss darüber geben können, für welche Größen sich eine genauere Ermittlung der Eingangsstreuung lohnen würde, um ein qualitativ besseres Ergebnis in einer zweiten Robustheitsbewertung zu erhalten. Nach der Definition der Eingangsstreuungen über Verteilungsfunktionen, welche über die Messungen gefittet wurden, können Versuchspläne erstellt werden. In Frage kommen Monte Carlo Samplings oder die bereits in Kapitel 2.8.1 erwähnten Latin Hypercube Samplings, welche v.a. bei vielen wichtigen Eingangsstreuungen deutlich weniger Designpunkte für eine qualitativ gleichwertige Aussage über die Ausgangsstreuungen benötigen. Es sollten mindestens so viele Samples erzeugt werden wie Eingangsparameter vorliegen. Empfehlenswert ist aber eine doppelt so große Menge. Unter 50 Samples ist eine Auswertung ebenfalls zu hinterfragen. Diese N Samples werden zunächst gleichmäßig verteilt in einem  $[0,1]$  Intervall als Pseudo-Zufallszahlen  $u_i$  mit  $i=1\dots N$  erstellt und anschließend über die Inverse der entsprechenden kumulativen Verteilungsfunktion  $F_x^{-1}$  der Eingangsparameter zu einer streuenden Samplingverteilung transformiert (siehe Bild 2.20):

$$x_i = F_x^{-1}(u_i) \quad (1.62)$$

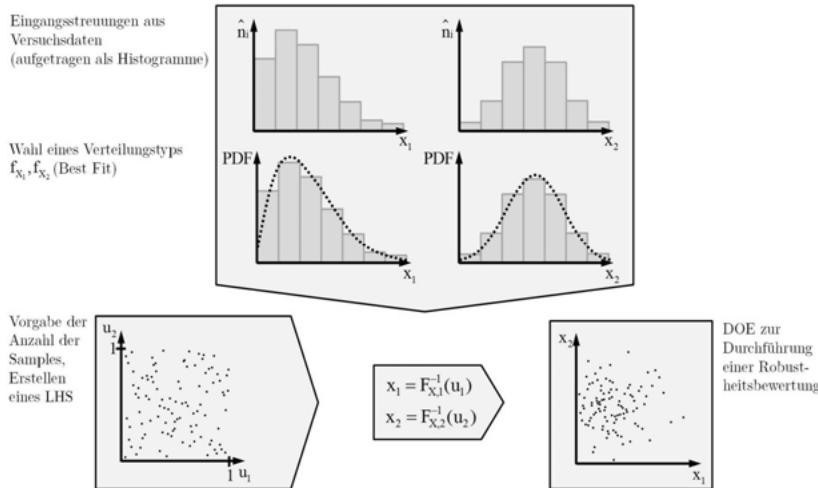


Bild 2.20: Erstellung eines DOE zur Durchführung einer Robustheitsbewertung

Liegen nach der Berechnung des DOE die Ergebnisse der zu betrachtenden Produkteigenschaften vor, so kann erneut eine Verteilungsfunktion zur Approximation der Ergebnisse gefittet werden, um alle Größen aus Kapitel 2.10.2 darauf auszuwerten. Da im Ergebnis einer varianzbasierten Robustheitsbewertung mit einem Näherungsmodell gearbeitet wird, ist die Bewertung seltener Ergebnisse mit Vorsicht zu genießen, da die Vertrauenswürdigkeit mit zunehmendem Sigma-Level abnimmt. Als weiteres schnelles Kriterium dient der Vergleich des deterministischen Ergebnisses des Referenzdesigns (meist das optimierte Design) mit dem Mittelwert der Robustheitsbewertung. Eine große Abweichung deutet auf einen großen Einfluss der Eingangsstreuungen hin. Eine kleine Abweichung heißt jedoch nicht zwangsläufig, dass die Eingangsstreuungen keinen Einfluss haben. Als weiteres Bewertungskriterium kann das in Kapitel 2.8.4 beschriebene MoP und der zugehörige Prognosewert verwendet werden. Mit ihnen gelingt die Aussage, wie viel der Wirkzusammenhänge über ein Approximationsmodell beschrieben werden können. Dieser Wert sollte für eine zuverlässige Auswertung der Einflüsse der Eingangsstreuungen auf die Ausgangsstreuungen mehr als 80% betragen. Sollte der Wert kleiner sein, so empfiehlt sich beispielsweise eine Erhöhung der Anzahl der Samples im DOE, um auszuschließen, dass die Zusammenhänge aufgrund einer nicht ausreichenden Qualität des Approximationsmodells erklärt werden können. Erhöht sich der Wert auch dann nicht, so liegen nicht erklärbare Wirkzusammenhänge vor. Dies kann z.B. numerisches Rauschen sein. Basieren die Ergebnisse der Robustheitsbewertung auf experimentellen Daten, so könnten die Ursachen für einen niedrigen CoP Versuchsungenauigkeiten, schlecht erfasste Eingangsstreuungen oder im DOE nicht berücksichtigte aber wichtige Eingangsstreuungen aufgrund weiterer Umweltein-

flüsse sein. Das heißt, dass der CoP zusätzlich ein sehr gutes Maß ist, um die Qualität einer Versuchsdurchführung (bei ausreichend durchgeführten Versuchen) zu quantifizieren.

Wird zusätzlich zu den Streuungen der Ergebnisgrößen auch eine örtliche Variation beobachtet, so reichen die bislang beschriebenen skalaren Betrachtungen nicht mehr aus. In diesem Fall können die Methoden mit den in Kapitel 2.12 erläuterten Zufallsfeldern erweitert werden.

## 2.11 Numerische Abbildung von Degradationsfeldern

### 2.11.1 Materialbeschreibung mit variablen Feldern

In manchen Anwendungen reicht es nicht aus, das Materialverhalten örtlich unabhängig zu definieren. Verschiedene Einflüsse, welche aus dem Herstellprozess, der Montage oder den Einsatzbedingungen kommen können, machen es notwendig, die Materialdaten in Abhängigkeit von Parametern örtlich variabel festzulegen. Bekannte Anwendungen sind beispielsweise Werkstücke aus dem Spritzguss, bei welchen die Materialeigenschaften stark von den Prozessparametern des Einspritzvorgangs (z.B. Einspritzgeschwindigkeit, -winkel und -position) abhängig sind. Hier werden aus den daraus resultierenden Faserorientierungen, Eigenspannungen und mikromechanischen Daten über Homogenisierungsmethoden effektive Materialeigenschaften für jede einzelne Stelle des Bauteils berechnet. Auch im Bereich der Biomechanik ist z.B. zur Beschreibung von Knochengewebe eine örtlich stark variierende Steifigkeit zu definieren [PBS09]. Diese wird mittels der sogenannten Hounsfield-Skala aus der Röntgendichte eines CT-Scans umgerechnet und als variables Feld in die FE-Struktur eingebracht [SWR13].

### 2.11.2 Übertragung von Degradationsbereiche auf FE-Netze

Zur Abbildung von degradierten Strukturbereichen werden typischerweise die effektiven Materialdaten durch eine Reduktion der isotropen oder orthotropen Elastizitätseigenschaften mittels eines Skalierungsfaktors berechnet. Verschiedene Interpolationsverfahren können zum Einsatz kommen, um gemessene bzw. berechnete punktuelle Informationen auf ein anders gestaltetes FE-Netz zu mappen. Hierzu liefert [Ami02] eine gute Übersicht. Bei der sogenannten „Nearest Neighbor Method“ werden einem jeden Knoten des Zielnetzes die nächstgelegenen, punktuellen Informationen des berechneten / gemessenen Degradationsfeldes zugewiesen. Sie rechnet schnell und eignet sich sehr gut, wenn die Netze eine örtlich gleichmäßige Verteilung aufweisen. Liegen an vielen Orten des Zielnetzes in nächster Umgebung keine Informationen vor, so können auch geostatistische Verfahren wie Kriging verwendet werden, um die erforderliche Information unter Verwendung von umlie-

genden Bereichen über Approximationsmodelle anzunähern. Dies ist jedoch bei großen Feldern deutlich zeitaufwändiger.

Wichtig ist die anschließende Überprüfung der Ungenauigkeiten, welche durch den Mappingprozess entstehen können. Eine schnelle und bewährte Methode ist, die durch das Mapping erhaltenen Ergebnisse wieder auf das Ursprungsnetz zurück zu interpolieren. Durch Vergleich des Originals mit den zweifach gemappten Daten können lokale Fehler abgeschätzt und Einstellungen der Interpolationsalgorithmen angepasst werden. Eine weitere Möglichkeit ist, die Ergebnisse einer Sensitivitätsstudie zu betrachten. Ist der CoP für jeden Knoten des Zielnetzes – zusammengefasst im sogenannten F-CoP (Feld-CoP) hoch, so können grobe Fehler aufgrund des Mappings ebenfalls ausgeschlossen werden, da andernfalls keine Beschreibbarkeit für die Wirkzusammenhänge mehr vorliegen würde. Durch die Betrachtung des CoP auf dem Feld können ebenfalls die Orte identifiziert werden, an welchen ausreichende Prognosen mit Metamodellen nicht gelingen würden und somit auch Mappingfehler identifiziert werden.

Nichts desto trotz ist es für die berechneten Daten zu bevorzugen, das gleiche Netz zur Erzeugung der Degradationsbereiche wie für die Auswertung der physikalischen Eigenschaften zu verwenden, um eine evtl. Fehlerquelle durch Mapping komplett ausschließen zu können.

Die Umsetzung der Übertragung von Degradationsfeldern auf eine FE-Struktur in einer Softwareumgebung wird in Kapitel 5 genauer erläutert.

## 2.12 Zufallsfelder

Die Verwendung von Zufallsfeldern ist in mehreren Anwendungsgebieten bereits erfolgreich eingesetzt worden [NWB09][BW10][SW12][Wol14][RWS15]. Dabei kann die Motivation unterschiedlich sein. Zum einen eignen sie sich, um den Informationsgewinn für Sensitivitätsstudien von lokalen Stellen auf ganze Felder zu erweitern und zum anderen, um eine geringe Anzahl an experimentellen Messfeldern durch sogenannte synthetische Felder für anschließende Robustheitsbewertungen zu erweitern.

Für den ersten Punkt wäre mit den herkömmlichen Methoden aus Kapitel 2.8.3 ein enormer numerischer Aufwand zu betreiben. Selbst bei kleinen Modellen mit weniger als 10.000 FE-Knoten könnten die im Produktentwicklungsprozess geforderten Zeiten nie erfüllt werden. Mit den Zufallsfeldern gelingt es jedoch, die Anzahl der Zufallsvariablen eines ganzen Feldes auf eine kleine Anzahl an Zufallsamplituden herunterzubrechen. Mit diesen wenigen skalaren Werten kann oftmals die fast vollständige Variabilität des Feldes abgebildet werden und somit eine sekundenschnelle Bewertung der Struktur erfolgen.

Die in Kapitel 4 verwendeten Zufallsfelder basieren dabei auf der Eigenwertzerlegung der Auto-Kovarianz-Matrix, welche im Folgenden noch genauer beschrieben wird. Die dabei ermittelten Basisfunktionen (Scatter Shapes) sind orthogonal zueinander und können entsprechend gewichtet und aufsummiert neue Zufallsfelder erzeugen. Die Anzahl der Basisfunktionen wird dabei auf ein Maß beschränkt, bei dem es gelingt die Beschreibbarkeit des Felds noch mit ausreichender Genauigkeit zu gewährleisten. Hierbei spielen aufgabenbezogene Praxiserfahrungen eine wichtige Rolle.

### 2.12.1 Die Auto-Kovarianz-Matrix

Zur Beschreibung der Auto-Kovarianz-Matrix wird angenommen, dass ein örtliches Feld vorliegt, welches durch eine 3-dimensionale Punktwolke beschrieben wird. An dessen Ortskoordinaten werden an  $N$  Feldproben die jeweiligen Eigenschaften berechnet bzw. gemessen, so dass für jeden dieser Punkte daraus statistische Maße wie Mittelwerte oder Standardabweichungen berechnet werden können. Dieses Feld, dem diese Maße zugeordnet werden, wird Zufallsfeld  $H(x,y,z)$  genannt. Zwar wird man erkennen, dass diese statistischen Maße von Punkt zu Punkt unterschiedlich sind, jedoch ist in Abhängigkeit vom Abstand der Punkte zueinander eine gewisse Korrelation zu erkennen. So ist die Differenz dieser Maße bei benachbarten Punkten tendenziell geringer als bei weit voneinander entfernten Punkten. Diese offensichtlichen, ortsabhängigen, statistischen Zusammenhänge zwischen den Punkten werden in der sogenannten Auto-Kovarianz-Matrix zusammengefasst. Dabei soll „Auto“ verdeutlichen, dass die Maße in einem kontinuierlichen Raum erhoben werden.

BUCHER verdeutlicht dies in [Buc09] zum besseren Verständnis und zum Klären der Terme am 1-dimensionalen Fall (Bild 2.21).

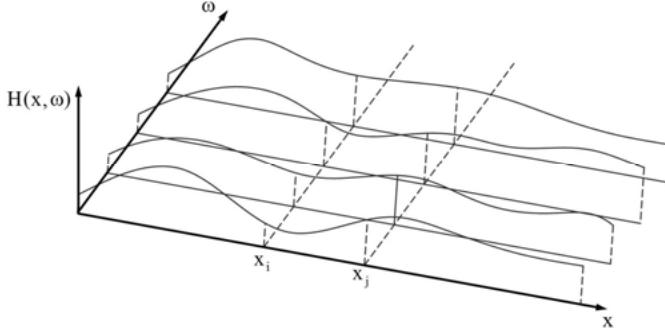


Bild 2.21: Zufallsfeld nach [Buc09]

Das Zufallsfeld (ZF)  $H(x)$  wird durch einen Vektor  $\vec{x}$  repräsentiert, dessen Einträge jeweils mit statistischen Werten hinterlegt sind. Diese werden aus einer beschränkten Menge  $D$  aus  $N \in \omega$  Ausführungen erhoben.

$$H(\vec{x}, \omega) \in \mathbb{R}; \quad \forall \omega \in \mathbb{N}_{>0}; \quad \forall \vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in D \subset \mathbb{R}^n \quad (1.63)$$

Die Mittelwerte werden für jeden Vektoreintrag  $x_n$  separat über die  $N$  Ausführungen berechnet. Damit ergibt sich die Mittelwertfunktion  $\bar{H}(x)$ :

$$\bar{H}(x) = E(H(x)) \quad (1.64)$$

Daraus können die Koeffizienten der Auto-Kovarianz-Matrix berechnet werden. Sie stellen ein Maß dafür dar, wie stark zwei Einträge  $x_i$  und  $x_j$  des Vektors  $\vec{x}$  miteinander korrelieren und werden wie folgt formuliert:

$$C_{HH}(x_i, x_j) = E(((H(x_i) - \bar{H}(x_i))(H(x_j) - \bar{H}(x_j))) \quad (1.65)$$

Für den Fall, dass  $x_i = x_j$  gewählt wird, ergibt sich für die Einträge auf der Diagonalen mit  $C_{HH}(x_i, x_i) = E(((H(x_i) - \bar{H}(x_i))^2)$  die Varianz von  $x_i$ .

BUCHER erklärt weitere Eigenschaften der Auto-Kovarianz-Matrix, welche für die Umsetzung bei numerischen Methoden wichtig sind. So ist sie symmetrisch, da die Kovarianz zwischen  $x_i$  und  $x_j$  gleich der Kovarianz zwischen  $x_j$  und  $x_i$  ist. Und sie ist auch positiv definit. Das heißt, dass die quadratische Form bei beliebigen Vektoren immer ein positives Ergebnis liefert. Damit kann bei der Zerlegung der Matrizen der Aufwand halbiert werden.

## 2.12.2 Spektraldekomposition

Mit der Auto-Kovarianz-Matrix liegen Feldzusammenhänge der statistischen Maße vor. Damit zu arbeiten bedeutet aber einen großen numerischen Aufwand. Zur Reduktion ist beispielsweise die Hauptkomponentenanalyse ein probates Mittel. Auch in anderen Gebieten wird sie erfolgreich eingesetzt. So können beispielsweise harmonische oder lineare transiente Analysen deutlich schneller über modale Superpositionen durchgeführt werden [Bat96], mit Model Order Reduction (MOR) das piezoelektrische oder das thermomechanische Verhalten für Modelle mit hohem Detailierungsgrad zeiteffektiv abgebildet werden [RK06] oder mittels Component Mode Synthesis (CMS) mit sogenannten Superelementen die entscheidenden statischen und dynamischen Eigenschaften in kondensierter Form für anschließende nichtlineare transiente Analysen extrahiert werden [Cra87][CB68].

Das Prinzip basiert dabei immer auf der Eigenwertzerlegung. Durch Überlagerung von im Vorfeld berechneten gewichteten Eigenvektoren kann das tatsächliche Strukturverhalten schnell und effektiv beschrieben werden. Je mehr Eigenwerte

dabei verwendet werden, desto genauer und lokaler wird das tatsächliche Verhalten repräsentiert.

Für die in Kapitel 4 verwendeten Zufallsfelder wird eine Eigenwertzerlegung der Auto-Kovarianz-Matrix mit der Karhuen-Love Expansion durchgeführt. Ähnlich wie bei einer Fourierihendarstellung wird das Zufallsfeld dabei als Linearkombination von unendlich vielen orthogonalen Basisfunktionen dargestellt. Dabei sind die Koeffizienten statistisch äquivalente, unkorrelierte Zufallsvariablen  $c_k$  und die Basisfunktionen  $\phi_k$  örtliche Formfunktionen.

$$H(x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \phi_k(x) \quad (1.66)$$

Das Zufallsfeld wird nicht mehr durch die Einträge des Vektors  $\vec{x}$  aus (1.63) definiert, sondern als Zufallsfeldmodell (ZFM) durch die Koeffizienten  $c_k$ . Da bei FENetzen für das Feld keine kontinuierliche, sondern eine diskrete Darstellung mit N Netzknoten bzw. Gaußpunkten vorliegt, kann Gleichung (1.66) auch wie folgt dargestellt werden:

$$H_i = E(H_i) + \sum_{k=1}^m \phi_{ik} c_k \quad \text{mit } i = 1..N \quad (1.67)$$

Die Anzahl der Formfunktionen sollte begrenzt werden, um die unbekannten Größen  $c_k$  auf ein vernünftiges Maß zu beschränken. Man erkennt ebenfalls, dass für die Eigenwertzerlegung zunächst die Mittelwerte abgezogen werden, um sie anschließend für den Erhalt physikalisch richtiger Felder  $H_i$  wieder hinzuzufügen.

Die Gültigkeit dieses Vorgehens basiert auf Annahmen, welche WOLFF in [Wol13] wie folgt zusammenfasst:

- Der Verteilungstyp der einzelnen Punkte des Felds ist für jeden Punkt der gleiche.
- Die Erzeugung einer Zufallsvariable könnte durch Einschränkungen im Herstellungsprozess begrenzt sein.
- Die Inhomogenität des Feldes wird ausschließlich durch unterschiedliche Mittelwerte und Standardabweichungen an den einzelnen Punkten beschrieben.
- Die örtliche Korrelation wird durch Autokorrelationsfunktionen definiert, z.B.  $C(d) = C_{HH}(x_1, x_2)$ , wobei  $d$  für die Distanz von zwei Punkten steht.
- Die örtliche Korrelation wird in einem standard-normalen Raum definiert.

Das Feld wird nun also über wenige Koeffizienten  $c_k$  beschrieben, wobei diese nicht zueinander korreliert sind. Da somit keine Eingangsparameterkorrelationen vorlie-

gen, können über DOE mittels dieser Koeffizienten Datensätze zur anschließenden Sensitivitätsstudie erzeugt werden. Jeder Zufallsvariable  $c_k$  kann eine Basisfunktion zugeordnet werden, so dass sich ein Zusammenhang zwischen örtlicher Variation und Produkteigenschaft herstellen lässt.

### 2.12.3 Korrelationslänge

In 2.12.1 wurde bereits erwähnt, dass eine Abhängigkeit in den statistischen Eigenschaften benachbarter Punkte besteht. Um diese zu konkretisieren, wird zusätzlich der Begriff der Korrelationslänge  $L_c$  eingeführt. Sie beschreibt den Abstand, innerhalb welchem Mittelwerte und Standardabweichungen der Punkte wie stark miteinander korreliert sind. Über eine vom Abstand zweier Punkte abhängige Funktion können von kleinwelligen bis hin zu großflächigen Zusammenhängen damit statistisch korrelierte Felder erzeugt werden. Ginge die Korrelationslänge gegen Unendlich, so entstünde eine Struktur ohne statistische Schwankungen. Geht sie gegen Null, so besteht keinerlei Korrelation. Jedes statistische Maß wäre vollkommen unabhängig.

Zwei sehr gängige Korrelationsfunktionen  $C_1$  und  $C_2$  sind in [Wen04] benannt:

$$C_1(x_1, x_2) = \exp\left(-\frac{d(x_1, x_2)}{L_c}\right) \quad (1.68)$$

$$C_2(x_1, x_2) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d(x_1, x_2)}{L_c}\right)^2\right) \quad (1.69)$$

Hier bezeichnet  $d$  den Abstand zweier Punkte und  $L_c$  die Korrelationslänge. In beiden Fällen nimmt die Abhängigkeit exponentiell ab. Mit der Korrelationslänge kann die Stärke dieser Abnahme gesteuert werden. Bild 2.22 zeigt den Einfluss von  $L_c$  auf (1.68) und (1.69).

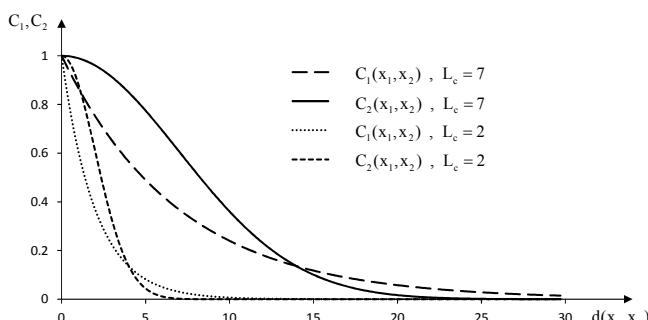


Bild 2.22: Einfluss der Korrelationslänge auf die statistische Abhängigkeit benachbarter Punkte

### 2.12.4 Überprüfung der Genauigkeit

Über eine Spektraldekomposition würde ein Feld nur dann exakt abgebildet werden, wenn es durch unendlich viele orthogonale Basisfunktionen repräsentiert wird, wobei im Bereich der FE die Anzahl tatsächlich durch die Knotenmenge beschränkt ist. Im Sinne des Rechenaufwands sollten jedoch nur einige wenige Terme verwendet werden, um die Anzahl der unbekannten Amplituden für die nachfolgenden Untersuchungen so gering wie möglich zu halten. In vielen Fällen gelingt es bereits mit 20 bis 30 Basisfunktionen, die kumulative Variabilität des Feldes in ausreichender Genauigkeit zu beschreiben. Mit zunehmender Anzahl könnten immer mehr lokale Effekte in das Zufallsfeldmodell integriert werden, jedoch würde dies in der FEM ab einem bestimmten Punkt nur noch zur Abbildung von numerischem Rauschen führen. Anders ausgedrückt bedeutet das frühzeitige Abschneiden der Serien das Eliminieren numerischen Rauschens, was durchaus wünschenswert ist.

Durch diese Ersparnis entstehen Abweichungen zwischen Zufallsfeld und Zufallsfeldmodell, welche zur Abschätzung der späteren Ergebnisqualität erfasst werden müssen. Als globales Fehlerkriterium kann die Summe der Eigenwerte verwendet werden. Sie besagt, zu wie viel Prozent das Zufallsfeldmodell die totale Variabilität des tatsächlichen Zufallfelds abbilden kann. Eine lokale Aussage ist damit jedoch nicht möglich, wäre jedoch wichtig für die Bewertung interessanter Hot Spots. Dies gelingt mit dem Vergleich der lokalen Standardabweichungen des Zufallfelds und des Zufallsfeldmodells (Bild 2.23). Weiteres wird durch das Abscheiden der Serien nicht mehr die komplette Standardabweichung abbilden. Somit ist der Quotient aus  $\frac{\sigma_{ZFM}}{\sigma_{ZF}}$  ein Maß für die lokale Qualität des Zufallsfeldmodells.

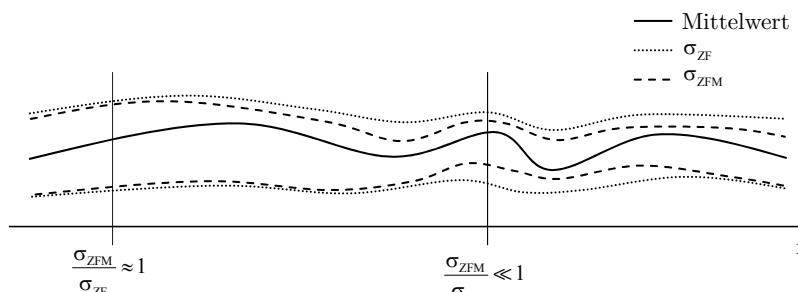


Bild 2.23: Schematische Darstellung des lokalen Fehlerkriteriums von Zufallsfeldmodellen

### 3 Anforderungen an die RDO von endlosfaserverstärkten Verbundbauteilen

Komplizierte Wirkzusammenhänge in endlosfaserverstärkten Verbundbauteilen machen es dem Entwickler schwer, ein ganzheitliches Bild für das Produktverhalten zu erfassen, um gezielte Maßnahmen für eine Verbesserung des Lagenaufbaus zu ergreifen. Und dabei sollte auch der Einfluss von Fertigungsabweichungen auf Änderungen im Lagenaufbau verstanden werden, um die Sicherheit des Produkts im Einsatz zu gewährleisten. Ein Konzept, welches den Entwickler hierbei unterstützt, sollte bestimmte Voraussetzungen erfüllen, um auch in der Praxis erfolgreich eingesetzt werden zu können. Dazu zählen eine zeitsparende Methode, eine ausreichende Genauigkeit sowie ein allgemeingültiges und gut verständliches Vorgehen, um eine Anwendung auf verschiedenen Gebieten zu ermöglichen. Diese Voraussetzungen werden nachfolgend erläutert und anhand bisheriger Vorgehensweisen diskutiert.

#### 3.1 Zeitfaktor

Um das streuende Verhalten von Strukturen durch Simulationen zu erfassen, ist es unumgänglich, mehrere Stichproben zu berechnen und diese auszuwerten. Ebenso ist es notwendig, für Optimierungen mehrere FE-Rechnungen durchzuführen, um die Wahrscheinlichkeit hoch zu halten, einen potentiell guten „Kandidaten“ zur Überprüfung in der Robustheitsbewertung zu finden. Die RDO ist ein iterativer Prozess, der im ständigen Wechselspiel mit Optimierung und Robustheitsbewertung arbeitet. Demzufolge sind sehr viele Rechnungen zu erwarten, was mit den derzeitig verfügbaren Methoden in vielen Fällen zu einem für Projekte nicht vertretbaren Aufwand führt. Vor allem für komplexe, zeitintensive Simulationsmodelle stoßen die gängigen Vorgehensweisen aufgrund der komplizierten Wirkzusammenhänge in Faserverbundstrukturen an ihre Grenzen. Ein Konzept muss also unbedingt den Faktor Zeit bei der Berechnung einer robusten und optimierten Faserverbundstruktur in den Vordergrund stellen. Dazu gilt es, genau festzulegen, wo die Untersuchungen für die Bewertung der Robustheit stattfinden sollten und vor den Optimierungen zunächst die Wirkzusammenhänge und die Optimierungscharakteristik zu verstehen, um zeitsparende Verbesserungen zu erzielen. In vielen Branchen gilt ein Konzept dann als geeignet, wenn die benötigten Rechnungen innerhalb von 16 Stunden durchgeführt werden können. Das ist der typische Zeitraum zwischen dem Ende und Anfang eines Arbeitstags. Aus diesem Grund gilt auch für das nachfolgende Konzept, alle Schritte so zu optimieren und aufeinander abzustimmen,

dass keine unnötigen Berechnungen durchgeführt werden müssen. Des Weiteren sollten Berechnungen simultan möglich sein. Natur inspirierte Optimierungsalgorithmen können beispielsweise in Abhängigkeit der Größe einer Generation nur bis zu einem bestimmten Grad parallelisiert werden. Das Konzept soll alternative Vorgehensweisen vorstellen.

### 3.2 Genauigkeit

Die Gefahr bei dem Versuch, die Rechenzeit zu minimieren, ist, dass ebenfalls an der Genauigkeit der Ergebnisse gespart wird und die tatsächlich zu untersuchenden Effekte durch numerisches Rauschen überdeckt werden. Im schlechtesten Fall werden Auswertungen falsch interpretiert und dadurch unbrauchbar. Aus diesem Grund ist es wichtig, während allen Schritten mit Kontrollgrößen die aktuelle Genauigkeit und Glaubwürdigkeit von Ergebnissen zu überprüfen. Tatsächlich können diese Maße als Antwort für die Frage dienen, wie viele Rechnungen mindestens nötig sind. Auch ist der Vergleich zu den in realen Versuchen gemessenen Größen entscheidend. Werden Versuche für Modellkalibrierungen oder für Ermittlungen von Streuungen mit großen Messungenaugkeiten durchgeführt, so kann der Anspruch an sehr genaue Ergebnisse aus der Simulation ebenfalls angepasst werden. Um eine hohe Genauigkeit für die simulationsbasierten Ergebnisse zu erzielen, ist besonders auf die Orte der Auswertung, die Diskretisierung der Simulationsmodelle, die Anzahl an notwendigen Designpunkten für glaubwürdige Statistiken sowie die Prognosefähigkeit von Metamodellen zu achten.

### 3.3 Diskussion bisheriger Vorgehensweisen und Schlussfolgerungen

Bei der Studie bisheriger Vorgehensweisen fällt auf, dass fast ausschließlich evolutionsäre Optimierungsalgorithmen zur Verbesserung von Faserverbundstrukturen zum Einsatz kommen und skalare Parameter die Basis für die Bewertung ihrer Robustheit bilden. Die Methoden ähneln oft denen, welche auch in anderen Gebieten der RDO verwendet werden. Nur selten ist eine Anpassung von Konzepten auf die Charakteristik endlosfaserverstärkter Verbundwerkstoffe zu erkennen. Jedoch geben viele Arbeiten einen guten Aufschluss über die Schwierigkeiten, die auftreten können.

LEE vergleicht in [LPK08] die Robustheit zweier gefertigter Yachten. Dabei werden Laminatwinkel, Materialeigenschaften sowie Dicken als skalare, streuende Parameter betrachtet. Als Kriterium wird das Beulverhalten beider Yachten untersucht und die Robustheit mit und ohne Vorschädigung der Struktur ausgewertet. Positiv hervorzuheben ist, dass dabei globale Robustheitsbewertungen verwendet werden und versucht wird, ein gut verständliches Maß zur Bewertung der Robustheit bzw.

zum Vergleich zu erarbeiten. Die Kombination aus Optimierung und Robustheitswertung steht dabei noch nicht im Vordergrund. Diese Kombination greift AWAD in [AG10] auf. In diesem Ansatz wird ein Sandwich Paneel einer Mehrzieloptimierung unterzogen, in welcher das Gewicht minimiert und die Eigenfrequenzen maximiert werden sollen. Das Ergebnis, welches auf der Paretofront gewählt wird, wird auf seine Robustheit durch das Einbringen von Streuungen für die Schichtdicken überprüft. Auch wenn hier noch kein Wechselspiel zwischen Optimierung und Robustheitsbewertung zum Einsatz kommt ist positiv hervorzuheben, dass das Simulationsmodell an das Verhalten aus dem Versuch angepasst wird, um eine solide Basis für die Untersuchung zu gewährleisten.

[BAA15] konzentriert sich auf das Einbringen von sehr vielen Optimierungszielen und Zwangsbedingungen. Dabei wird beispielsweise die Versagenshypothese nach Tsai-Wu und das Beulverhalten der Struktur betrachtet. Die Vorgehensweise wird an einem sehr einfachen Modell vorgestellt. Für komplexere Modelle verspricht [CFB00] ein sehr zeitsparendes Vorgehen. Sein gut strukturierter Ansatz basiert auf der Erzeugung von Antwortflächen, auf welchen Robustheitsbewertungen durchgeführt werden. Gerechtfertigt wird das Vorgehen durch die unverhältnismäßig hohe Rechenzeit, welche bei der Robustheitsbewertung komplexer Strukturen mit vielen Parametern benötigt wird. Jedoch ist die dafür ausschlaggebende Überprüfung der Qualität der Antwortflächen sehr wichtig, v.a. wenn Sigma-Level mit guter Qualität ausgewertet werden sollen. Hier könnte der Fokus der Arbeit noch etwas stärker gesetzt werden, um eine gesicherte Aussage zu ermöglichen.

Bezüglich der Robustheitsbewertungen besteht bei allen betrachteten Vorgehen Bedarf für eine allumfassende Berücksichtigung streuernder Parameter. Des Weiteren sollten die Aufgaben viel mehr auf experimentell abgesicherten Simulationen basieren, da sehr sensible Reaktionen auf Eingangsstreuungen ansonsten von der Aussage sehr fragwürdig werden können. Auch sollten mehr Kontrollen während des Vorgehens die Qualität des Endergebnisses absichern. So werden oft Ergebnisse erzeugt, deren Aussagekraft nur schwer nachzuvollziehen ist.

Im Bereich der Designverbesserung werden die traditionellen Optimierungsmethoden meist ohne Anpassung an die Aufgabe verwendet. Hier kann deutlich mehr Potential ausgeschöpft werden, wenn die Modellcharakteristik vor der Optimierung herausgearbeitet wird und die Formulierung des Optimierungsproblems entsprechend gestaltet wird. Das iterative Wechselspiel zwischen einer Optimierung und Robustheitsbewertung wird allgemein als schwer umsetzbar beschrieben, da der Aufwand für die benötigten Berechnungen sehr hoch ist.

Diese Punkte sind eine weitere Motivation für diese Arbeit, um in der Praxis umsetzbare Lösungen zu finden. Zusammenfassend müssen folgende Fragen beantwortet werden:

1. Wie lässt sich die Optimierungscharakteristik endlosfaserverstärkter Verbundbauteile erfassen und damit der Rechenaufwand einer RDO bis auf ein wirtschaftlich vertretbares Maß reduzieren?
2. Wie können die fertigungsbedingten, streuenden Eigenschaften dieser Bauteile mit experimentell und numerisch vertretbarem Aufwand erfasst und damit in den iterativen Prozess der RDO integriert werden?
3. Mit welchen Methoden kann die Genauigkeit der einzelnen Schritte einer RDO abgesichert werden?

## 4 Konzept zur Kalibrierung und Robust Design Optimierung

### 4.1 Konzept im Überblick

Im Folgenden wird die Kalibrierung sowie die Robust Design Optimierung für endlosfaserverstärkte Verbundbauteile erarbeitet, wobei die zu klassischen Aufgaben wesentlichen Unterschiede dargestellt, untersucht und in einem Gesamtkonzept berücksichtigt werden. Dazu wird zunächst ein Überblick über die dafür notwendigen Schritte gegeben, das Konzept bzgl. Phasen der Produktentwicklung eingeordnet und anschließend im Detail beschrieben.

Die wichtigsten Fragen, welche eine Umsetzung einer solchen Aufgabe für praxisnahe Anwendungen bislang unmöglich machen und beantwortet werden müssen, sind:

- Welche Schritte müssen durchgeführt und welche Aspekte berücksichtigt werden, wenn die Simulation eines endlosfaserverstärkten Verbundbauteilen mit Versuchen kalibriert werden soll?
- Wie können zur Durchführung einer RDO alle fertigungsbedingten Toleranzen in endlosfaserverstärkten Verbundbauteilen abgebildet werden, ohne dabei die Simulationen in nicht mehr vertretbare Berechnungszeiten zu treiben?
- Wie kann die Optimierungscharakteristik endlosfaserverstärkter Verbundbauteile erarbeitet und im Sinne schnellerer, zielgerichteter Optimierungsalgorithmen genutzt werden?

#### 4.1.1 Schematischer Ablauf

Das Vorgehen lässt sich in zwei Bereiche aufteilen – die Modellkalibrierung, um ein realitätsnahes, virtuelles Abbild des existierenden Faserverbundbauteils zu schaffen, sowie die darauf aufbauende Robust Design Optimierung, um ein optimiertes und gleichzeitig sicheres Produkt zu entwickeln. Beide sind in Bild 4.1 im Detail dargestellt.

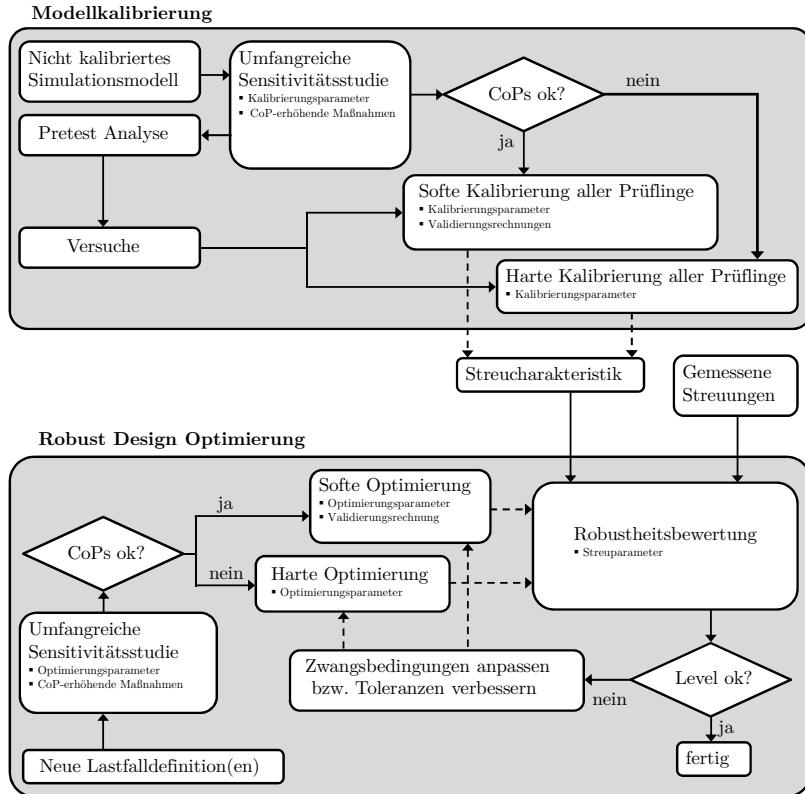


Bild 4.1: Ablaufschema eines Konzepts zur Robust Design Optimierung endlosfaser verstärkter Verbundbauteile

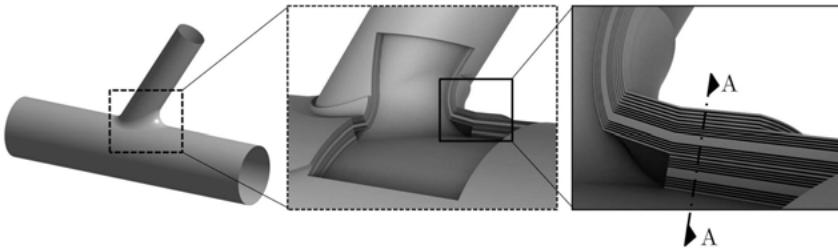
In der Modellkalibrierung werden zunächst für festgelegte, repräsentative Versuchslastfälle Simulationsmodelle erzeugt, welche aufgrund der noch teils unbekannten Eigenschaften als unkalibriert gelten. Nach Festlegung von skalaren Kalibrierungsparametern sowie örtlich variablen Degradationsbereichen werden umfangreiche Sensitivitätsanalysen als Basis einer Pretest Analyse durchgeführt, mittels welcher Messstellen identifiziert werden können, an welchen ein vielversprechender und aussagekräftiger Vergleich zwischen Simulationen und Versuchen gelingt. Der Versuchsaufbau findet in Abstimmung mit dem Simulationsmodell statt und liefert für mehrere Prüflinge an den identifizierten Messstellen für jedes Lastfallszenario die über die Kalibrierungen zu erreichenden Größen. Dabei werden die Versuche mehrfach wiederholt, um ein Vergleichsmaß für die Streuungen im Versuch zu erhalten. Die bereits durchgeföhrten Simulationen aus der Sensitivitätsanalyse bilden die Basis für Metamodelle, um die im Abgleich notwendigen Optimierungen zeitspa-

rend ohne FE-Rechnungen durchführen zu können. Für jeden Prüfling findet anschließend eine Kalibrierung statt, mit dem Ziel, die Differenz zwischen Mittelwert aus Versuch und Simulationsergebnis an jedem Messpunkt zu minimieren. Die für diese Abgleiche notwendigen Wertebereiche der Parameter werden als Streucharakteristik verwendet und dienen neben evtl. vorhandenen gemessenen Streuungen als Basis für die in der RDO notwendigen Robustheitsbewertungen.

Die RDO wird für Lastfallszenarien durchgeführt, welche durch die Versuchslastfälle repräsentiert werden. Durch umfangreiche Sensitivitätsstudien werden Wirkzusammenhänge zwischen festgelegten Optimierungsparametern und den für die Problemstellung in der Optimierung notwendigen Ausgangsparametern berechnet. Dabei werden Maßnahmen erläutert, die es möglich machen, Metamodelle mit hohen Prognosefähigkeiten für die Vergleichsgrößen zu erzeugen, um Designvorschläge mit zeitsparenden, soften Optimierungen zu erreichen. Mit den Möglichkeiten, schnelle Optimierungen und aussagekräftige Robustheitsbewertungen durchzuführen zu können, wird das Design über ein iteratives Vorgehen so angepasst, dass optimierte Strukturen mit geringen Ausfallswahrscheinlichkeiten entstehen. Dazu wird der Lagenaufbau entsprechend geändert bzw. gezielte Empfehlungen für die Verbesserung von herstellungsbedingten Abweichungen ausgesprochen.

#### 4.1.2 Begleitendes Beispiel

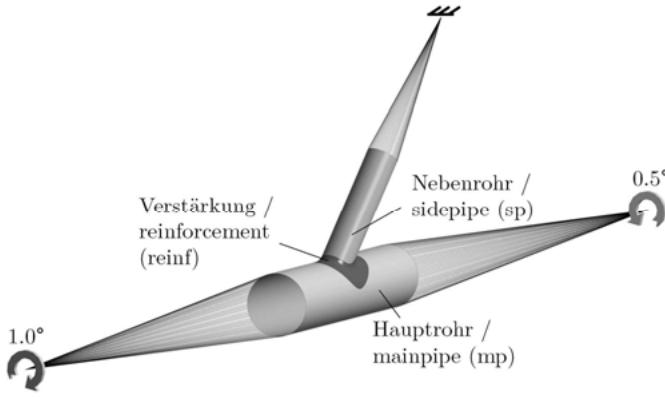
Begleitend für eine anschaulichere Beschreibung des Vorgehens wird eine Rohrverzweigung gefertigt aus CFK vorgestellt (siehe Bild 4.2). Dabei wird ein Nebenrohr an ein Hauptrohr angebunden und eine gute Verbindung durch zusätzliche weitere Lagen in einem Verstärkungsbereich sichergestellt. Diese Rohrverzweigung weist dabei für Faserverbundwerkstoffe typische Merkmale auf, welche die Wichtigkeit der einzelnen Schritte nochmal hervorheben.



**Bild 4.2: Lagenaufbau einer Faserverbundrohrverzweigung**

Die Unterteilung zur Definition der Laminatbereiche sowie die Randbedingungen können Bild 4.3 entnommen werden. Bild 4.4 fasst den Lagenaufbau, Parameterbezeichnungen (*Parametertyp\_Parameterbereich\_Plynummer/Stackup*), Grenzen der Optimierungs- bzw. Kalibrierungsparameter sowie die streuenden Bedingungen für

die weiteren Betrachtungen zusammen. Die Werte sind von den Größenordnungen realistisch, jedoch als fiktiv zu verstehen. Die Messdaten für das Kapitel der Modellkalibrierung werden ebenfalls angenommen.



**Bild 4.3:** Bereichsaufteilung sowie Randbedingungen der Faserverbundrohrverzweigung

MW/UG..OG/ SA

MW/UG..OG/ SA

0 / -20 .. 20 / 1.5	angle_sp_ply2	angle_reinf_ply4	0 / -20 .. 20 / 1.5
0 / -20 .. 20 / 1.5	angle_stack_ply6	45 / 25 .. 65 / 1.5	
45 / 25 .. 65 / 1.5	angle_stack_ply5	-45 / -65 .. -25 / 1.5	
-45 / -65 .. -25 / 1.5	angle_stack_ply4	0 / -20 .. 20 / 1.5	
-	angle_stack_ply3		
45 / 25 .. 65 / 1.5	angle_stack_ply3	angle_sp_stack	0 / -20 .. 20 / 1.5
-45 / -65 .. -25 / 1.5	angle_stack_ply2		
0 / -20 .. 20 / 1.5	angle_stack_ply1	angle_mp_ply2	0 / -20 .. 20 / 1.5
0 / -20 .. 20 / 1.5	angle_sp_ply1	angle_stack_ply6	0 / -20 .. 20 / 1.5
0 / -20 .. 20 / 1.5	angle_mp_stack	angle_stack_ply5	45 / 25 .. 65 / 1.5
		angle_stack_ply4	-45 / -65 .. -25 / 1.5
		-	
		angle_stack_ply3	45 / 25 .. 65 / 1.5
		angle_stack_ply2	-45 / -65 .. -25 / 1.5
		angle_stack_ply1	0 / -20 .. 20 / 1.5
		angle_mp_ply1	0 / -20 .. 20 / 1.5

- Epoxy Carbon UD (230 GPa) Prepreg, t=0.5mm
- Epoxy Carbon Woven (230 GPa) Prepreg, t=1.0mm
- Honeycomb, t=5mm

**Bild 4.4:** Lagenaufbau durch Schnitt A-A aus Bild 4.2 mit Benennungen der Winkelparameter der Prepregs und Stackups sowie Angabe der Mittelwerte (MW) in Grad, der unteren (UG) und oberen Grenzen (OG) für die Betrachtung als Optimierungsparameter sowie die Standardabweichungen (SA) der Winkel für die Betrachtung als stochastische Parameter

#### 4.1.3 Einordnung des Konzepts bzgl. der Phasen der Produktentwicklung

Die Wege von der Idee zu einem fertigen Produkt sind vielfältig und erfordern oft die Realisierung verschiedenster Funktionen, derer Möglichkeiten zur Umsetzung zahlreich sind. Zur Unterstützung des Produktentwicklers wurden Vorgehensmodelle entwickelt, welche als Leitfaden zur Orientierung dienen. Weit verbreitet ist beispielsweise das Vorgehensmodell nach PAHL/BEITZ [PB05], welches den Entwicklungsprozess in die vier Stufen „Planen“, „Konzipieren“, „Entwerfen“ und „Ausarbeiten“ aufteilt. Während in der Planungsphase aus einer Idee die notwendigen Anforderungen an das zukünftige Produkt festgehalten werden, dient die Konzeptphase zur Erarbeitung prinzipieller Lösungen für die Realisierung der Aufgabe. In der Entwurfsphase werden konkrete Lösungsvorschläge erarbeitet, wobei Berechnungsmethoden wie die FEM im Sinne des *Predictive Engineering* einen wichtigen Beitrag leisten, um frühzeitig die Auswirkungen des konstruktiven Handelns zu erkennen [War00]. In dieser Phase ist auch das folgende Konzept einzuordnen. Es leistet dabei einen wichtigen Beitrag, das Potential eines Lösungsvorschlags auszuschöpfen und dabei auch bereits streuende Bedingungen im Herstellprozess im Konstruktionsentwurf mit zu berücksichtigen. In der Ausarbeitungsphase wird u.a. die Dokumentation erstellt. Im Fall der endlosfaserverstärkten Verbundbauteile können dies sogenannte Plybooks sein, welche die erarbeiteten Handlungsanweisungen für den Herstellprozess beinhalten.

Nach der VDI 2211 [VDI2211] können zudem die in der Entwurfsphase benutzten rechnerunterstützten Berechnungsmethoden durch die sogenannte ABC Methode in verschiedene Kategorien eingeteilt werden, welche sich nach den Kriterien Ergebnisgüte und Zeitaufwand orientieren.

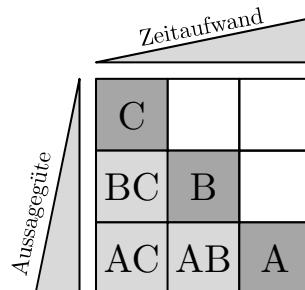
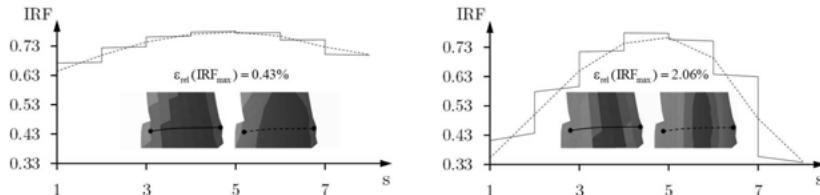


Bild 4.5: Klassifizierung der Simulationsmethoden (Darstellung nach VDI 2211 und [Gru14])

Dabei werden in der Gruppe A Methoden verwendet, welche einen hohen zeitlichen Aufwand fordern, aber auch eine hohe Ergebnisqualität ermöglichen. Sie setzen zudem oft ein tiefergehendes, fundiertes Expertenwissen voraus. Methoden der Gruppe B sind kategorisiert durch eine durchschnittliche Berechnungszeit bzw. Ergebnisgüte, wohingegen die Methoden in Gruppe C bei geringem Zeitaufwand Ergebnisse zur quantitativen Einschätzung liefern. Die Methoden aus Gruppe B und C sind für Designingenieure geeignet und werden in dem Konzept verwendet. Neben der Identifizierung von Wirkzusammenhängen zur Formulierung einer zielführenden Optimierungsaufgabe werden auch Sigma-Level zur Abschätzung der Sicherheit des Produkts erarbeitet.

## 4.2 Hinweise zum Aufbau eines geeigneten Simulationsmodells

Für die Durchführung einer Robust Design Optimierung von Faserverbundwerkstoffen sind viele Rechenläufe notwendig. Auch wenn durch das vorgestellte Konzept die Rechenzeit so gering wie möglich gehalten wird, lohnt sich trotzdem eine Vorstudie des Simulationsmodells, um einen guten Kompromiss aus Genauigkeit und Gesamtrechendauer zu erzielen. Unabhängig von der Hardwareleistung wird die Rechenzeit maßgeblich von den zu lösenden Gleichungssystemen und damit von der Anzahl der Freiheitsgrade (FG) im System bestimmt. Eine Reduktion der FG durch eine Vergrößerung des Netzes ist jedoch nur in einem solchen Maß erlaubt, dass die zu messenden Variabilitäten und Streuungen nicht durch numerisches Rauschen überlagert werden. Diese Anforderung ist dabei stark großen- und ortsbabhängig. Zur Untersuchung werden dazu oft Vergleichsrechnungen durchgeführt, in welchen die Beziehung zwischen der Elementgröße und der berechneten Ausgangsgröße in Diagrammen gegenübergestellt wird, was jedoch viele Vergleichsrechnungen erfordert und auch keine Ortsabhängigkeit berücksichtigt. Eine schnellere Möglichkeit für die Beurteilung abgeleiteter Größen wie den IRF nach Kapitel 2.7 bietet der Vergleich von ungemittelten Elementlösungen – also den Lösungen an den Integrationspunkten der Elemente – mit den auf die FE-Knoten gemittelten Lösungen. Mit zunehmender Steigung der Gradienten der abgeleiteten Größen ist eine feinere Vernetzung erforderlich, damit sich ungemittelte und gemittelte Lösung annähern und gleichzeitig den tatsächlichen Verlauf richtig wieder spiegeln. Diese Bewertung ist schnell, gut und automatisierbar, berücksichtigt jedoch noch nicht, dass bei Variantenstudien die Gradienten variabel sind. So können an den gleichen Orten sowohl sehr lokale Versagensbereiche mit steilen Gradienten als auch großflächige Versagensbereiche mit flachen Gradienten auftreten.



**Bild 4.6:** Auswertung des IRF für ungemittelte Element- und gemittelte Knotenlösungen auf variablen Spannungsgradienten entlang eines Pfads mit Ortsvariable  $s$  sowie Angabe des relativen Fehlers  $\epsilon_{\text{rel}}$  an der Maximalstelle

Wenn das Netz für die folgenden Variantenstudien konstant gehalten werden soll - was zu empfehlen ist, um eine weitere Verfälschung durch ansonsten notwendige Interpolationsalgorithmen zu vermeiden - so sollte sich der Feinheitsgrad des Netzes nach dem steilsten, potentiell auftretenden Spannungsgradienten orientieren. Zudem gibt die in Kapitel 4.7 vorgestellte Bewertung abschließenden Aufschluss, ob das gewählte Netz den Ansprüchen für eine qualitativ ausreichende Bewertung genügt, da numerisches Rauschen aufgrund einer zu groben Diskretisierung nicht erklärbare Wirkzusammenhänge zwischen den Parametern erzeugt und somit die Prognosefähigkeit eines Metamodells automatisch fällt. Des Weiteren ist auf eine Auswertung in Bereichen von Randbedingungen zu verzichten. Auf der einen Seite können durch die fixe Vorgabe von Freiheitsgraden Singularitäten auftreten und auch bei einer Vorgabe einer nachgiebigen Lagerung kann in der Regel die Steifigkeit nicht gut genug abgeschätzt werden, um eine sinnvolle lokale Auswertung zu ermöglichen. Das bedeutet, dass aus Bewertungssicht solch kritische Bereiche mit mindestens 3-4 Elementreihen Abstand ausgeschlossen werden sollten.

Für die Definition des Lagenaufbaus ist ein objektorientierter, stark dem Herstellungsprozess folgender Ansatz zielführend, welcher anschließend auf das FE-Netz interpoliert wird. Auf Basis von Materialdefinitionen und Elementorientierungen werden Gewebe definiert, welche bei Bedarf zu weiteren Stackups zusammengefasst werden können. Diese Gewebe und Stackups können anschließend bereichsbezogen für den tatsächlichen Lagenaufbau verwendet werden. Sind einem Bereich somit mehrere Schichten zugeordnet, so werden diese trotzdem mit nur einem (geschichteten) FE-Element (siehe Kapitel 2.4.4) abgebildet. Materialdaten werden auf mesoskopischer Ebene definiert, das heißt, dass Faser und Matrix mit einer homogenisierten Materialdefinition abgebildet werden. Diese beinhaltet die Dichte, die orthotropen E-Modul Werte, Querkontraktionszahlen sowie Schubmodule. Im Falle von Temperatureinflüssen sind zusätzlich noch die Werte der orthotropen Wärmeausdehnungskoeffizienten anzugeben. Für die Bewertung des Versagens sind entsprechend Kapitel 2.7 Grenzwerte sowie weitere für das jeweilige Versagenskriterium erforderliche Parameter zu hinterlegen.

Und zu guter Letzt muss für eine RDO eine Simulation batchfähig sein, das heißt, dass ohne manuellen Eingriff mit einem Programmaufruf definierte Größen wie Verformungen oder Versagenswerte berechnet werden können.

### 4.3 Optimierungs-, Kalibrierungs- und Streuparameter

Werden die in Kapitel 4.2 genannten Punkte umgesetzt, so gelingt die Berechnung eines fix festgelegten Simulationsmodells und mit den Ergebnissen kann bereits ein tieferer Einblick als mit Versuchen gewährt werden. Um jedoch den ganzen Vorteil von Simulationen ausspielen zu können, werden desweiteren noch die Möglichkeiten schneller Modelländerungen eingeführt, womit die Frage „Was wäre wenn?“ beantwortet werden kann. Dabei gelingt eine Variabilität des FE-Modells durch die Definition von Parametern. Als physikalische Parameter werden solche bezeichnet, über welche ein direkter Bezug zu einem Verhalten des Modells hergestellt werden kann. In vielen Fällen gelingt dies bereits durch die Vorgabe von skalaren Parametern. Dabei ist der Zweck von Parametern differenziert zu sehen und rechtfertigt eine Gruppierung wie folgt:

- Optimierungsparameter, welche das Design gezielt verändern sollen, um die definierten Zwangsbedingungen einzuhalten und die festgelegten Ziele zu verbessern.
- Streuparameter, mit welchen Unsicherheiten im Modell berücksichtigt werden können, um die Streuungen der Ausgangsgrößen zu ermitteln. Dies können die Optimierungsparameter selbst sowie weitere Parameter sein.
- Kalibrierungsparameter, welche verwendet werden, um nur vage bekannte bzw. unbekannte Modelleigenschaften durch den Abgleich mit realen Versuchen zu ermitteln.

Optimierungsparameter in Faserverbundstrukturen sind beispielsweise Faserwinkel, Gewebedicken, Materialeigenschaften, Bereichsdefinitionen, formgebende Parameter oder Lagenreihenfolgen. Bis auf letzteres können alle Parameter auch als Streuparameter betrachtet werden - zusätzlich zu örtlich variierenden Größen, welche ebenfalls zur Variabilität beitragen. So können beispielsweise örtlich variierende Schwächungen bedingt durch den Herstellprozess selbst, bei der Nachbearbeitung oder durch äußere Einflüsse auftreten. Eine Simulation dieser Degradationen - sprich in ihren Materialeigenschaften geminderte Bereiche - wäre möglich, jedoch vom Rechenaufwand nicht zu vertreten. Diese Bereiche können alternativ mit Zufallsfeldern über wenige Amplituden beschrieben werden. Diese Zufallsfelder sind nebst den anderen genannten Streuparametern auch Kalibrierungsparameter, sofern ihr exakter Wert über gesondert durchgeführte Messungen noch nicht genau bekannt bzw. überhaupt nicht bekannt ist.

Wie in Bild 4.4 zu entnehmen ist, können auch gekoppelte Parametereinflüsse auftreten. Die Endwinkelposition einer Lage wird zum einen durch den Winkel für ein Stackup sowie den Winkel des darin enthaltenen Gewebes bestimmt. Es kann angenommen werden, dass die Wichtigkeit des einen Parameters nur bei gleichzeitiger Variation des anderen Parameters groß werden könnte. Dass schon die Auswirkungen der Variation von nur einzelnen Parametern schwer vorherzusagen sind, lässt beispielsweise der ebenfalls in Bild 4.4 dargestellte Parameter *angle\_stack\_ply6* annehmen. Eine Winkeländerung kann eine Entlastung für das Hauptrohr bedeuten, jedoch gleichzeitig zu einer Schwächung des Nebenrohrs führen, was bei entsprechenden Spannungsüberlagerungen zu einem positiven oder negativen Gesamtergebnis führen könnte. Werden zahlreiche Parameter gleichzeitig variiert, so ist es ohne die Untersuchung mittels globaler Sensitivitätsstudien unmöglich die Wirkzusammenhänge zu verstehen.

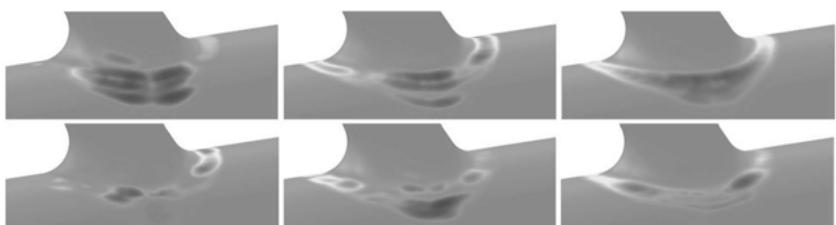
## 4.4 Kalibrierung

Bevor jedoch solche Wirkzusammenhänge untersucht werden können, sollte sichergestellt werden, dass die Simulationsmodelle das reale Verhalten korrekt wiederspiegeln. Aus diesem Grund werden im ersten Arbeitsabschnitt Simulationen endlosfaserverstärkter Verbundbauteile zunächst mit Versuchen abgeglichen. Hierbei werden Kalibrierungsparameter des Simulationsmodells so angepasst, dass sie annähernd identische Ergebnisse wie im Versuch berechnen. Die Ergebnisse der Kalibrierung dienen auf der einen Seite dazu, die Simulationsmodelle für die späteren Lastfälle in ihrer Genauigkeit zu verbessern und auf der anderen Seite die Streucharakteristik aus mehreren Proben abzuleiten. Neben dem aufgebauten, parametrisierten Simulationsmodell sind drei weitere Schritte erforderlich: die Pretestanalyse zur Ermittlung der aussagekräftigsten Messstellen, Versuche mit Messungen an genau diese Stellen sowie der Abgleich von Versuch und Simulation.

### 4.4.1 Pretest Analyse

Für die Durchführung einer Kalibrierung eines Composite-Simulationsmodells sind die Orte, an welchen Simulationen und Versuche miteinander verglichen werden sollen, von entscheidender Bedeutung. Es müssen ausschließlich die Stellen gewählt werden, welche für die nachfolgenden Betrachtungen maßgeblich sind. So würden beispielsweise Messstellen, welche auf Basis des Verformungsbilds resultierend aus einem Biegemoments ermittelt werden, keinen Sinn machen, wenn weitere Untersuchungen für eine Belastung durch Innendruck anstehen. Neben der Erhöhung der Genauigkeit des Simulationsmodells ist das Ziel dieses Abgleichs, die durch die Produktion oder Nachbearbeitung auftretenden Streuungen zu ermitteln, um sie anschließend für eine RDO nutzen zu können. Deswegen sollten für die Kalibrierung auch die Verformungen an den Orten verglichen werden, an welchen die höchste Varianz zu erwarten ist. Da nun aber eine hohe Varianz auch mit einem

sehr kleinen Mittelwert hoch werden könnte und diese im Versuch durch die auftretenden Messungenauigkeiten möglicherweise nicht mehr exakt genug erfasst werden könnten, werden stattdessen die Orte der größten Standardabweichungen ermittelt. Dort kann eine große Streubreite in den Versuchen angenommen werden, was Messergebnisse bzgl. Messungenauigkeiten weniger sensitiv macht. Nun ist zu Beginn nichts über dieses statistische Maß bekannt, womit demzufolge auch diese aussagekräftigsten Orte nicht bekannt sind. Deswegen wird mit einer Voranalyse auf Basis der zu Beginn bestmöglichen Annahmen über auftretende Streuungen die Standardabweichung auf der kompletten Struktur ermittelt. Für die Rohrverzweigung wird exemplarisch angenommen, dass Materialeigenschaften im Bereich der Überlappungszonen nicht dem Ideal entsprechen. Bei einem manuellen Herstellprozess könnte es passieren, dass die Lagen nicht perfekt miteinander verbunden sind, zumal die Krümmung an den Ausrundungen den Krümmungen des Haupt- und Nebenrohrs entgegengesetzt gerichtet sind. Auch Faltenbildungen könnten in diesen Bereichen auftreten. Diese potentiell degradierten Bereiche werden also auf Basis von Annahmen festgelegt, wofür synthetische Zufallsfelder eingeführt werden. Durch die Vorgabe von Amplituden können wie in Bild 4.7 dargestellt unterschiedliche - aber vor allem mathematisch beschreibbare - Degradationsfelder generiert werden.



**Bild 4.7:** Synthetische Degradationsfelder mit unterschiedlichen Amplituden

Sie werden den Materialeigenschaften in Form eines Faktors überlagert. Dabei gilt der Faktor für ein komplettes FE-Element, das heißt, dass alle Schichten in einem Element in ihren Eigenschaften gleichermaßen reduziert werden. Je mehr Zufallsamplituden und Basisfunktionen verwendet werden, desto lokaler könnten Degradierungsbereiche ausfallen, da auch die Eigenvektoren zunehmend lokaler werden. Da jedoch ohnehin kein genaues Verhalten bekannt ist, werden für das Verzweigungsrohr lediglich die ersten 20-30 Eigenvektoren verwendet und damit verstärkt ein eher globales Verhalten abgebildet. Eine visuelle Kontrolle kann dabei helfen, sicherzustellen, ob die vermuteten Degradationsformen damit abbildungbar wären. Zusätzlich werden die Faserwinkel und Schichtdicken bedingt durch den Herstellprozess als unsicher angenommen. Für die Materialeigenschaften wird - da immer die gleichen Prepregs verwendet werden - angenommen, dass ihre Varianz sehr klein ist gegenüber den genannten Unsicherheiten, weshalb sie konstant gehalten werden.

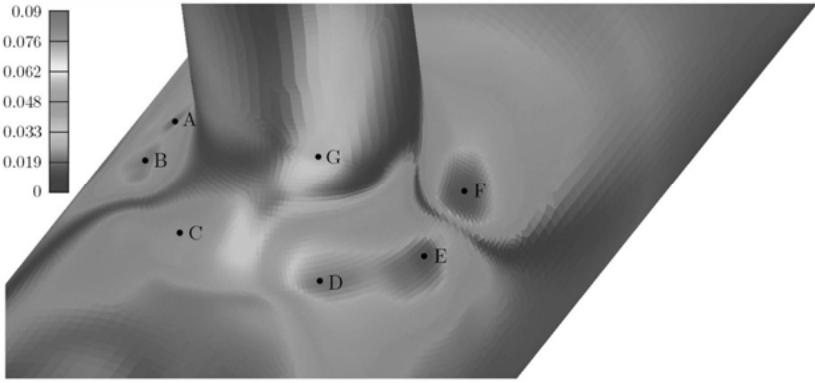
Mit diesen Eingangsparametern und ihren Grenzen kann ein DOE mittels eines Latin Hypercube Samplings generiert werden. Die Anzahl der benötigten Samples hängt dabei von der Anzahl der verwendeten Eingangsparameter ab und sollte so gewählt werden, dass die in Kapitel 2.8.3 eingeführten Vertrauensintervalle erfüllt sind.

Tabelle 4.1: Mittelwerte und auf Erfahrungswerte basierende Grenzen der Kalibrierungsparameter

Kalibrierungsvariable	Mittelwert	untere Grenze .. obere Grenze
angle_stack_ply1	0	-8 .. 8
angle_stack_ply2	-45	-53 .. -37
angle_stack_ply3	45	37 .. 53
angle_stack_ply4	-45	-53 .. -37
angle_stack_ply5	45	37 .. 53
angle_stack_ply6	0	-8 .. 8
angle_sp_stack	0	-8 .. 8
angle_sp_ply1	0	-8 .. 8
angle_sp_ply2	0	-8 .. 8
angle_mp_stack	0	-8 .. 8
angle_mp_ply1	0	-8 .. 8
angle_mp_ply2	0	-8 .. 8
angle_reinf_ply1	0	-8 .. 8
angle_reinf_ply2	-45	-53 .. -37
angle_reinf_ply3	45	37 .. 53
angle_reinf_ply4	0	-8 .. 8
t_woven	1	0.975 .. 1.025
t_UD_pipes	0.5	0.475 .. 0.525
t_UD_reinf	0.5	0.475 .. 0.525
alle Scatteramplituden	0	-1 .. 1

Fasst man für die Rohrverbindung die bis zu 30 Amplitudenparameter, 16 Winkelparameter (vergleiche Bild 4.4) sowie 3 Dickenparameter ( $t\_woven$ ,  $t\_UD\_pipes$  und  $t\_UD\_reinf$ ) zusammen, so ergeben sich bis zu 49 Eingangsparameter. Um die Vertrauensintervalle eng zu halten, werden 200 Modelle mit jeweils unterschiedlichen Parameterkonstellationen erstellt und berechnet. Die Grenzen werden anders als in der Optimierung entsprechend Tabelle 4.1 enger gesetzt und stehen für den vermuteten Variationsbereich der sich aufgrund des Herstellungsprozesses einstellen könnte. Als Ergebnis der Berechnungen liegt anschließend für jeden Designpunkt ein Verformungsfeld in Form einer Punktwolke vor. Dabei ändern sich nur die

Verformungswerte, nicht jedoch die Ortskoordinaten der Punkte, da das Netz konstant gehalten wird. Als letzten Schritt können die statistischen Maße für jeden einzelnen FE-Knoten ermittelt und in einem Gesamtplot dargestellt werden. Für die Rohrverzweigung ergeben sich für die Standardabweichung der Verformung unterschiedlich interessante Bereiche, welche mithilfe einer Hot Spot Detektion schnell ermittelt werden.



**Bild 4.8:** Standardabweichung der Verformungswerte in mm von 200 Designkonstellationen sowie Hot Spots für die experimentelle Auswertung

Auf Basis dieses Ergebnisses und zusammen mit den im Versuch vorherrschenden Bedingungen können für die Kalibrierung interessante Messstellen festgelegt werden. Es sollten möglichst viele Messstellen gewählt werden, um eine eindeutige Parameterkonstellation zu erhalten. Werden beispielsweise nur ein oder zwei Messstellen für die Kalibrierung verwendet, so ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass es mehrere unterschiedliche Parameterkonstellationen gibt, welche zwar das Gesamtverhalten der Struktur unterschiedlich beeinflussen, jedoch an den gewählten Punkten die gleichen Ergebnisse liefern. Für die weiteren Betrachtungen wird für die (fiktiven) Versuche der Rohrverzweigung angenommen, dass sieben Messuhren zur Verfügung stehen, weshalb sieben Hot Spots ermittelt werden (Bild 4.8). Dies sollte mehr als ausreichend sein, um eine eindeutige Parameterkonstellation zu bekommen. Der Test, ob es nicht doch mehrere Lösungen gibt, erfolgt in Kapitel 4.4.3.

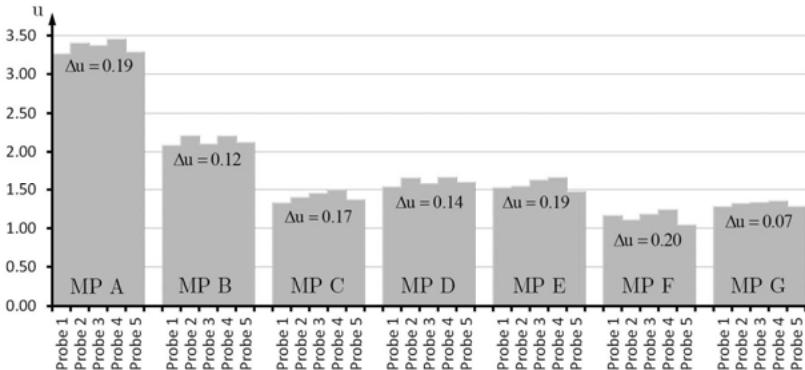
#### 4.4.2 Versuchsdurchführungen

Durch die Pretest Analyse und unter Berücksichtigung einer guten Zugänglichkeit im Versuch werden die für das Belastungsszenario geeigneten Messstellen ermittelt. Das Ziel der Versuchsdurchführungen ist es, an mehreren Proben an genau diesen Stellen die Verformungswerte bei immer gleichbleibendem Belastungsszena-

rio zu bestimmen. Die Ergebnisse können anschließend in der Kalibrierung zur Formulierung einer Zielfunktion verwendet werden (1.70). Zwischen den Proben werden sich in den Messungen Abweichungen in den Ergebnissen ergeben, welche sich einerseits aus den streuenden Bedingungen beim Herstellprozess sowie den schwankenden Materialeigenschaften der Rohrverzweigungen ergeben und andererseits auf Streuungen in der Versuchsdurchführung zurückzuführen sind. Es muss das Ziel sein, zweiteres auf ein Minimum zu reduzieren. Als Anhaltspunkt für die erforderliche Messgenauigkeit können die Ergebnisse der Pretest Analyse herangezogen werden. So ist auf Basis der angenommenen Streuungen für die Messpunkte bereits die voraussichtliche Streubreite ohne Messfehler bekannt. Für Punkt F beträgt die Standardabweichung beispielsweise 0.09mm, das heißt, dass ca. 95% (entspricht dem 2-Sigma Bereich) der Verformungswerte in einem Variationsbereich von 0.36mm zu erwarten sind. Somit wäre eine Messgenauigkeit von 0.01mm sicherlich ausreichend, um die tatsächlich zu messende Variation noch sinnvoll auswerten zu können. Für einen kleineren Variationsbereich - welcher beispielsweise an der Messtelle G zu erwarten ist - können Messfehler einen größeren Einfluss auf das tatsächlich zu messende Ergebnis haben. Dies wird in der anschließenden Kalibrierung über Wichtungsfaktoren berücksichtigt.

Messfehler können je nach Belastungsszenario und Messeinrichtung unterschiedliche Ursachen haben. So können die Orte der Messung ungewünscht variieren, Messgenauigkeiten der Messuhren eine Rolle spielen oder äußere Umwelteinflüsse das Ergebnis verfälschen. Zur Erfassung der Messfehler sollten für jede Probe mehrere Messungen durchgeführt werden. Sind viele Messungen möglich, so kann für den Fehler erneut die Standardabweichung zur Gegenüberstellung berechnet werden. Sollten wenige Messungen vorliegen, so ist alternativ auch die Bandbreite der gemessenen Werte als konservatives Vergleichsmaß mit der tatsächlich zu bestimmenden Streubreite ausreichend.

Für das Rohrverzweigungsbeispiel wird angenommen, dass für fünf unterschiedlich gefertigte Proben an den sieben ermittelten Messstellen jeweils sechs Messungen durchgeführt werden. Auf Basis der in Bild 4.9 dargestellten (angenommenen) Versuchsergebnisse wird die anschließende Kalibrierung vorgeführt. Der durch die sechs fiktiven Messungen ermittelte Messfehler wird als deutlich geringer als die mit  $\Delta u$  gekennzeichneten maximalen Abweichungen in den Messpunkten angenommen (Messfehler /  $\Delta u < 0.1$ ).



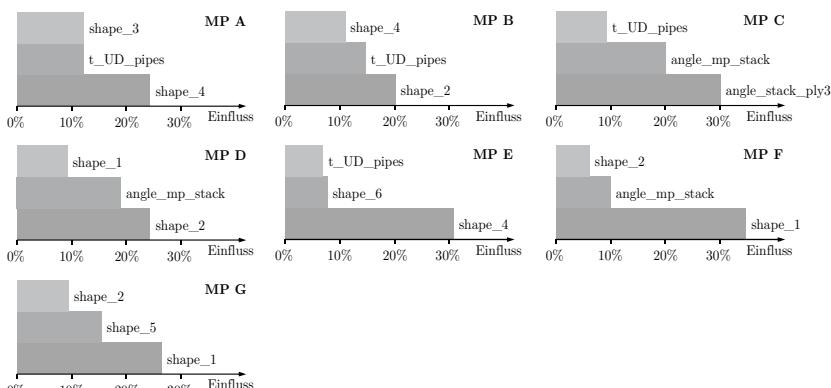
**Bild 4.9:** Mittelwerte der Verschiebungen in mm aus jeweils sechs Messungen an sieben Messpunkten (MP) für fünf gefertigte Proben. Die maximalen Abweichungen in den Messpunkten werden jeweils mit  $\Delta u$  angegeben.

#### 4.4.3 Abgleich von Versuch und Simulation

Nun liegen die in Bild 4.9 angegebenen Messwerte sowie das in Kapitel 4.2 beschriebene Simulationsmodell vor. Die nicht komplett bekannten Kalibrierungsparameter Faserwinkel, Materialdicken sowie die Amplituden der Degradationsfelder werden im Folgenden über einen Abgleich von Versuch und Simulation bestimmt. In Kurzem beschrieben werden hierbei die Kalibrierungsparameter über einen evolutionären Optimierungsalgorithmus so angepasst, dass die Ergebnisse an den sieben Messstellen im Simulationsmodell mit denen im Versuch so gut wie möglich übereinstimmen. Da insgesamt fünf Proben vorliegen, werden also fünf voneinander unabhängige Kalibrierungen durchgeführt. Zunächst werden die in dem Versuch eingemessenen Messstellen auf das Simulationsmodell übertragen, indem die Verformungsergebnisse an den jeweils nächstliegenden FE-Knoten abgespeichert werden sollen. Mehrere hundert Rechnungen würden folgen, was einem hohen Zeitaufwand mit sich bringen würde. Um dies zu vermeiden, wird im Folgenden beschrieben, wie durch ein alternatives Vorgehen eine Kalibrierung deutlich schneller gelingt.

Bereits in der Pretest Analyse wurde unter Variation der Kalibrierungsparameter ein Latin Hypercube Sampling (LHS) erstellt und aus den gespeicherten Vektoren der Verformungswerte können die Informationen an den Messstellen jederzeit abgegriffen werden. Mit anderen Worten beinhaltet das LHS bereits das diskrete Antwortverhalten der Messstellen. Nun hängen die für den Abgleich notwendigen Optimierungsläufe entscheidend von der Anzahl der Kalibrierungsparameter ab. Je mehr unbekannte Größen anzupassen sind, desto mehr Rechenläufe sind notwendig. Es lohnt sich also, vor der Optimierung zunächst die entscheidenden Kalibrie-

rungsparameter zu identifizieren, mittels welcher die Verformungswerte an den Messstellen am meisten beeinflusst werden können. Eine solche Sensitivitätsstudie wird also die nicht maßgeblichen Kalibrierungsparameter identifizieren, damit sie für einen effizienten Abgleich konstant gehalten werden können. Dazu werden für die Sensitivitätsstudie für jede Messstelle gemäß den in Kapitel 2.8.3 erläuterten CoD und CoI unter Verwendung von variablen Filterlimits wichtige von unwichtigen Parametern getrennt, das bestehende LHS wie in Kapitel 2.8.4 beschrieben in Supportpunkte und Testpunkte aufgeteilt und Metamodelle unterschiedlicher mathematischer Ansätze unter Verwendung der Supportpunkte über die nur wichtigen Parameterräume aufgespannt. Die Testpunkte werden zur Überprüfung der Prognosefähigkeit verwendet, das Metamodell mit der höchsten Prognosefähigkeit gespeichert und zur Studie der Einflüsse verwendet. Bild 4.10 zeigt die jeweils drei wichtigsten Kalibrierungsparameter, mittels welcher die Messungen auch in dem Simulationsmodell am besten erreicht werden können. Dabei ist beispielsweise zu erkennen, dass die Variabilität an Messpunkt C durch Anpassen von Lagenwinkel und -dicke erreicht werden kann, wohingegen die Verformungen an Messpunkt G fast ausschließlich durch die Degradationen beeinflusst wird.



**Bild 4.10:** Einflüsse der Kalibrierungsparameter auf die sieben Messstellen des Verzweigungsrohrs

Durch die Überprüfung der Prognosefähigkeit der jeweils verwendeten Metamodelle wird zudem sichergestellt, dass die Wirkzusammenhänge in ausreichendem Maß erkannt werden. Für das Modell liegen diese CoP-Werte für jeden Messpunkt über 90% und sind damit ausreichend hoch, um sie auch für die nächsten Schritte weiterzuverwenden. Es folgt die Definition der Zielfunktion, welche zusätzlich die Zuverlässigkeit der gemessenen Werte – bedingt durch die Messungenauigkeiten – berücksichtigen soll. Das heißt, dass Messungen mit kleinen Werten weniger stark gewichtet werden sollten, da das Verhältnis aus Messfehler zu Messwert größer ist. Folgende Zielfunktion wird gewählt:

$$f(x_{i,red}) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( (u_{sim}(x_{i,red}) - u_{exp}) \frac{\Delta u_{exp,i}}{\Delta u_{exp,max}} \right)^2} \rightarrow \min \quad (1.70)$$

$\Delta u_{exp,i}$  stellt den Wertebereich dar, der sich über die Mittelwerte der Messungen aller Proben an der Messstelle i ergibt,  $\Delta u_{exp,max}$  ist der maximale Wertebereich aller N Messstellen und die Simulationen werden nur im reduzierten Parameterraum  $x_{i,red}$  ausgeführt. Mit  $\Delta u_{exp,i}$  und  $\Delta u_{exp,max}$  werden Gewichtungsfaktoren berechnet, welche die zunehmende Bedeutung von Messfehlern bei sehr kleinen Verformungen berücksichtigen.

Da die Prognosefähigkeiten der Metamodelle der Messstellen ausreichend hoch sind, können diese statt der FE-Simulationen für die Optimierungsläufe verwendet werden. Damit gelingt eine Kalibrierung der jeweiligen Proben in nur wenigen Sekunden. Das erzielte Ergebnis wird mit einer einmaligen FE-Berechnung nochmals überprüft. Die Wahrscheinlichkeit ist hoch, dass die interpolierten Ergebnisse der Metamodelle (Softdesign) mit den tatsächlichen Ergebnissen der Simulation (Harddesign) übereinstimmen. Eine absolute Garantie ist es jedoch nicht. Damit ist gemeint, dass das Verhaltensmodell im Schnitt gute Prognosewerte liefert, das jedoch nicht ausschließt, dass an lokalen Stellen eine große Abweichung zum Harddesign vorliegen könnte. Dies ist häufig an den Rändern des Metamodells zu beobachten. In diesem (nicht sehr wahrscheinlichen) Fall kann das DOE im Bereich des potentiellen Optimums durch ein Verengen der Wertebereiche der Eingangsparameter zusätzlich über weitere DOE Punkte verfeinert und ein neues globales Metamodell gebildet werden. Sollten die Messergebnisse auch mit dieser Verfeinerung nicht erreicht werden können, dann ist das Simulationsmodell nicht in der Lage, alle tatsächlich auftretenden Effekte abzubilden. So könnten mögliche Degradationsbereiche oder andere Kalibrierungsparameter vergessen worden sein. In diesem Fall ist das Vorgehen unter Einbeziehung der fehlenden Kalibrierungsparameter zu wiederholen.

In dem Rohrverbindungsmodell ergibt sich das in Bild 4.11 dargestellte Kalibrierungsergebnis:

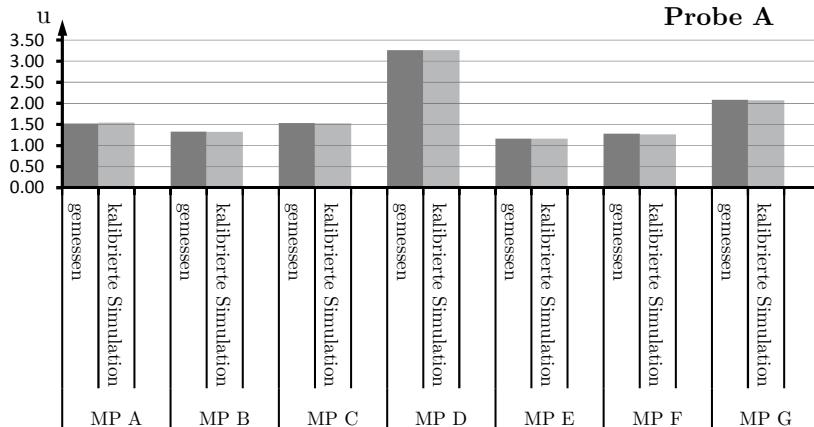


Bild 4.11: Verformungswerte der Versuche und Simulation in mm an den Messstellen der kalibrierten Probe A

Sicherzustellen ist, dass die eigentlich zu messenden, herstellungsbedingten Abweichungen nicht zu stark durch Messfehler sowie nicht ausreichend kalibrierte Simulationsmodelle überlagert werden. Zur Kontrolle hilft eine Gegenüberstellung. Für das Beispiel gelingt mit dem Simulationsmodell für Probe A im Schnitt eine Annäherung an die Versuchsergebnisse auf 0.5% bezogen auf die absoluten Verformungswerte. Dieser Simulationsfehler entspricht im Schnitt 6.4% des gemessenen, herstellungsbedingten Wertebereichs und bestätigt damit die Genauigkeitsansprüche für eine aussagekräftige Bewertung. Tabelle 4.2 fasst die Kalibrierungsergebnisse aller fünf Proben zusammen.

Tabelle 4.2: Auswertung der Kalibrierungsergebnisse für alle Proben

	Probe 1	Probe 2	Probe 3	Probe 4	Probe 5
Abweichung der Simulation vom experimentell ermittelten Wert (=Simulationsfehler)	0.5%	0.7%	0.4%	0.6%	0.3%
Simulationsfehler bezogen auf den gemessenen herstellungsbedingten Wertebereich	6.4%	9.2%	3.5%	6.0%	3.4%

Mit den kalibrierten Simulationsmodellen liegen nicht nur die Informationen an den Messstellen vor, sondern alle notwendigen Ergebnisgrößen für die komplette Struktur sowie die statistisch erhebbaren Größen, welche nachfolgend für die RDO genutzt werden können.

## 4.5 Sensitivitätsstudie von endlosfaserverstärkten Verbundbauteilen

Mithilfe des kalibrierten Simulationsmodells kann nachweislich die Steifigkeit des realen Bauteils unter Berücksichtigung herstellungsbedingter Abweichung abgebildet werden. Aufbauend auf diesem Simulationsmodell sollen im nächsten Schritt über Sensitivitätsstudien Erkenntnisse gewonnen werden, welche für die Entscheidungsfindung bei der Faserverbundoptimierung bzgl. eines oder mehrerer festgelegter Lastfälle hilfreich sind. Dabei gilt es, mit möglichst wenigen Rechenläufen maximalen Informationsgewinn zu erhalten. Somit ist das Ziel dieser Sensitivitätsstudien ein tieferes Verständnis für die Wirkzusammenhänge in den Faserverbundbauteilen zu erhalten, damit die Optimierungsaufgabe zu formulieren und desweiteren maximal prognosefähige Metamodelle zu erzeugen, um den Rechenaufwand für die anstehenden Optimierung deutlich zu verringern. Dazu helfen die in Kapitel 2.8 vorgestellten Methoden. Faserverbundbauteile weisen dabei eine ganz eigene Charakteristik auf, welche mit den nachfolgenden Punkten erarbeitet wird. Die Variationsgrenzen werden deutlich größer als bei der Kalibrierung gesetzt (Bild 4.4) und entsprechen dem Wertebereich, innerhalb welchem auch eine Umsetzung in der Fertigung möglich wäre. Jedoch werden in der Sensitivitätsstudie die Parameter als kontinuierlich angenommen, auch wenn sich für manche Parameter - beispielsweise für die Lagendicken - in der Herstellung nur diskrete Werte abbilden ließen. Für die Ermittlung der Wirkzusammenhänge können diese theoretischen Zwischenwerte sehr hilfreich sein und es stellt kein Hindernis dar, in einer nachfolgenden Optimierung diese Parameter wieder als diskrete Werte zu betrachten.

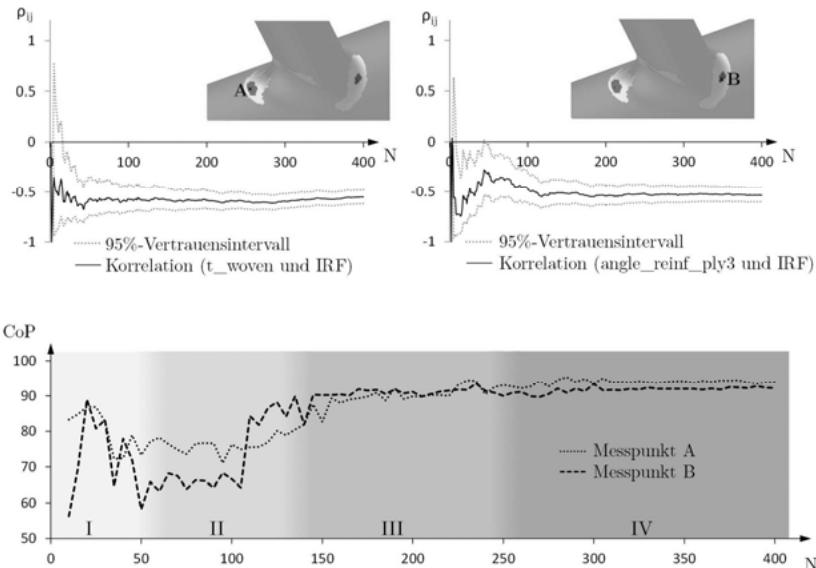
### Benötigte Anzahl der Designpunkte für eine glaubwürdige statistische Auswertung

Die Sensitivitätsstudie basiert auf einem im Vorfeld definierten DOE - typischerweise einem Latin Hypercube Sampling mit zusätzlicher Optimierung zur Abstandsmaximierung der Designpunkte. Die Auswertungen beruhen auf der Annahme, dass keine Korrelationen zwischen den Eingangsparameter vorliegen. Es gilt deswegen, diese so gut wie möglich zu minimieren. Dies gelingt umso besser, je mehr Samples generiert werden. Dabei verfälschen ungewünschte Eingangskorrelationen einflussreicher Eingangsparametern die Eingangs-Ausgangs-Korrelationen deutlich stärker, jedoch sind genau diese Parameter vor der Sensitivitätsstudie noch nicht bekannt. Zur Bewertung, ob die gewählte Anzahl an Designpunkten in einem LHS DOE ausreichend war, können die in Kapitel 2.8.3 erwähnten Vertrauensintervalle helfen. Statistische Maße werden umso glaubwürdiger, je mehr Proben zur Auswertung vorliegen. Eine hundertprozentige Aussage wird jedoch nie möglich sein. So ist es gängig, Ergebnisse als Intervallbereiche mit einer 95%-Wahrscheinlichkeit zu formulieren. D.h., dass in 5% der Fälle die Aussage falsch ist, dass der tatsächlich vorherrschende Wert in einem Intervall  $[X_1, X_2]$  liegt. Mit

zunehmender Anzahl an Samples wird dieses Intervall kleiner, so dass die Aussage konkreter wird.

An der Rohrverzweigung soll dies verdeutlicht werden. Hier liegen 19 Eingangsparameter vor und untersucht werden die zwei kritischsten Stellen für den inversen Reservefaktor (IRF) des Bruchkriteriums „Maximale Spannung“. In Abhängigkeit von der Anzahl der berechneten Samples wird in Bild 4.12 das Vertrauensintervall für die Bewertung von linearen Korrelationen des IRF zu den jeweils wichtigsten Eingangsparametern an den zwei kritischsten Punkten dargestellt. Für Bereich A stellt sich eine negative Korrelation zwischen der Dicke des gewebten Prepregs und dem Versagen ein, das heißt, wenn die Dicke kleiner wird, so steigt der IRF stark an. Für Bereich B geht eine negative Winkeländerung des dritten Winkels der Verstärkungszone mit einem starken Steigen des IRF einher. Diese Erkenntnisse sind bereits nach ungefähr 30 Designrechnungen deutlich sichtbar, die Stärke der Korrelation ist aber zu diesem Zeitpunkt noch schwer abzuschätzen, was durch noch relativ große Vertrauensintervalle erkannt werden kann. Mit zunehmender Anzahl an Berechnungen stellt sich an beiden Orten der Wert bei ca. -0.5 ein und die Vertrauensintervalle verengen sich. Nach ungefähr 150 Rechnungen bleibt der Korrelationswert stabil und auch weitere Rechnungen können die Vertrauensintervalle nicht mehr merklich verbessern. Diese Werte und Vertrauensintervalle können während den Rechnungen verfolgt werden und liefern damit wichtige Informationen über die Aussagekraft einzelner Korrelationen. Um die Auswertestellen nicht nur bzgl. einzelner Parameter sondern ganzheitlich bewerten zu können, kann der in Kapitel 2.8.4 vorgestellte CoP verwendet werden. Er beschreibt mit einem Prozentmaß die erklärbaren Wirkzusammenhänge zwischen allen Eingangs- und dem jeweiligen Ausgangsparameter. Hier gilt ebenfalls: je mehr Samples berechnet werden, desto klarer können erkannte Wirkzusammenhänge beschrieben werden, was mit einem Steigen des CoP einhergeht. Bedingt durch Effekte wie numerisches Rauschen wird jedoch ab einem bestimmten Punkt ein weiterer Anstieg der Samplezahl nur noch zu einer Stagnation des CoP Werts führen, das heißt, dass kein Informationsgewinn, sondern nur noch zusätzlicher Rechenaufwand generiert wird. Die verbleibende Abweichung zu den angestrebten 100% stellt die nicht erklärbaren Wirkzusammenhänge dar und sollte so klein wie möglich sein. In Bild 4.12 ist im unteren Bereich die Entwicklung des CoP für die beiden kritischen IRF Stellen zu erkennen. Sind noch nicht viele Designpunkte vorhanden, so sollten die CoP Werte noch nicht ausgewertet werden. In diesem Fall werden Metamodelle über die wenigen Punkte aufgespannt und repräsentieren nicht das tatsächliche Verhalten. Liegen sehr viele Validierungspunkte aus Zufall ebenfalls in der Nähe des Metamodells, so stellt sich ein künstlich hoher CoP Wert ein. Diese Wahrscheinlichkeit wird mit zunehmender Anzahl immer geringer. Gut erkennbar sind diese unrealistisch hohen CoPs durch ein ständiges Springen wie es in Zone I beobachtet werden kann. Aus diesem Grund sollten immer unabhängig von der Anzahl der Parameter mindestens 60 Rechnungen durchgeführt werden. In Zone II ist zu erkennen, dass der CoP

zwar sehr niedrig, aber deutlich stabiler ist. Mit zunehmenden Rechnungen steigt die Prognosefähigkeit des jeweils verwendeten Metamodells. In Zone III erreicht der CoP einen realistischen Wert von 80% und indiziert, dass ab diesem Punkt Wirkzusammenhänge vernünftig ausgewertet werden können. Mit zusätzlichen Rechnungen steigt der Wert weiter und liefert somit noch prognosefähiger Metamodelle und Wirkzusammenhänge. Ab Zone IV ist kein Anstieg mehr zu erkennen, der CoP stagniert, das heißt, dass ab ca. 250 Rechnungen keine besseren Informationen mehr gewonnen werden können.



**Bild 4.12:** Verlauf der Vertrauensintervalle und CoP-Werte in Abhängigkeit von der Anzahl der Rechnungen

Schlussfolgerung: Die Anzahl der in einem DOE benötigten Designs ist nicht von der Anzahl der Eingangsparameter sondern von der Anzahl der wichtigen Eingangsparameter abhängig ist. Je mehr davon existieren, desto mehr Samples werden für eine vertrauenswürdige statistische Auswertung der Wirkzusammenhänge benötigt. Da diese wichtigen Parameter im Vorfeld nicht bekannt sind, lässt sich keine exakte Angabe für die notwendige Anzahl an Designpunkten vor der Rechnung vorhersagen. Zielführend ist es, die Anzahl der N Designpunkte großzügig einzustellen und während den Rechnungen die Vertrauensintervalle sowie den CoP über die bereits erstellten Samples zu beobachten. Tabelle 4.3 zeigt einen Vorschlag für die Anzahl der Samples in Abhängigkeit der Anzahl der Eingangsparameter mit der Annahme, dass mit dem ersten Lagenaufbau bereits ein gutes und ausgewogenes

Konzept vorliegt. In diesem Fall ist davon auszugehen, dass viele wichtige Parameter einen Beitrag zur Beschreibbarkeit der Ausgangsgrößen leisten und somit auch eine etwas größere Samplezahl notwendig ist.

Tabelle 4.3: Empfohlene Anzahl an Samples für Simulationen endlosfaserverstärkter Verbundbauteile in Abhängigkeit der Anzahl der Eingangsparameter

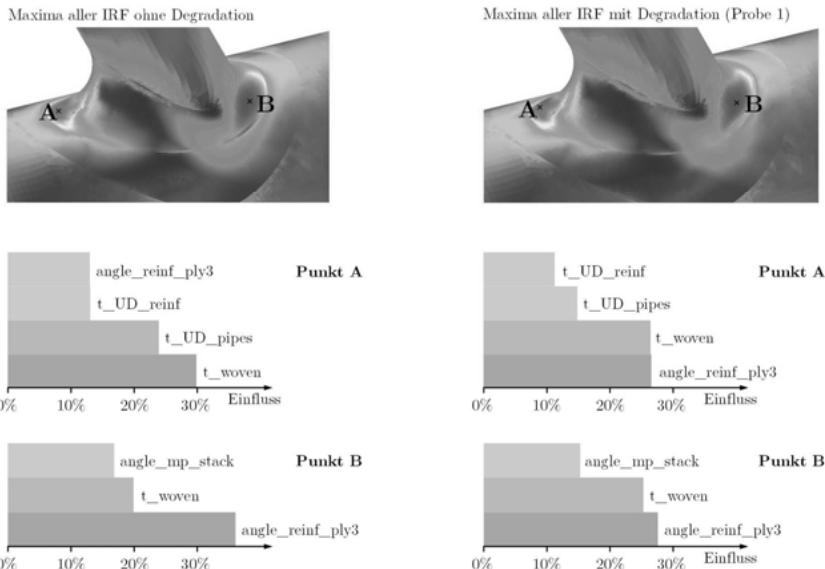
Anzahl der Eingangsparameter	Anzahl der Samples
<10	>60
<20	>150
<60	>250
<100	>350

Ist für den CoP keine merkliche Änderung mehr zu verzeichnen, so kann die Sensitivitätsstudie vorzeitig beendet und ausgewertet werden. Mehrere Modelle haben gezeigt, dass für das Erkennen tatsächlicher Wirkzusammenhänge von Versagenskriterien endlosfaserverstärkter Verbundbauteile - unter Berücksichtigung der noch folgenden Punkte - ein CoP Wert von mindestens 80% genügt. In der Praxis wird sich die Samplezahl einerseits nach dieser Vorgabe richten, aber andererseits auch je nach Verfügbarkeit von Rechenressourcen, Lizenzen und Zeit ausgedehnt werden. Sollte die zu Beginn erzeugte Anzahl an Samples nicht ausreichend sein, so können auch im Anschluss weitere Samples hinzugefügt werden. Diese neuen Samples sind so zu erzeugen, dass ihr Abstand zu den bereits bestehenden Designpunkten maximal ist, um Eingangskorrelationen zu vermeiden. Es ist jedoch anzumerken, dass ein DOE, welches über mehrere Schritte erstellt wird, bei gleicher Anzahl an Designpunkten nicht die Qualität eines DOE erreicht, welches in einem Schritt erzeugt wurde, da eine Abstandsmaximierung zwischen den Punkten nur bei einer gleichzeitigen Sampleerstellung optimal gelingen kann.

#### Einfluss der Degradation auf die Ergebnisse der globalen Sensitivitätsanalyse

Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse sind stark von der Wahl der Grenzen der Eingangsparameter abhängig. Generell gilt, je größer der Variationsbereich, desto größer kann der Einfluss auf einen Ausgangsparameter werden. Eine Sensitivitätsanalyse mit durchgehend engem Variationsraum kann zudem im Vergleich zu einer Sensitivitätsanalyse mit durchgehend sehr großen Grenzen komplett unterschiedliche Ergebnisse liefern. In der Kalibrierung war zu beobachten, dass sowohl die als Kalibrierungsparameter gewählten Optimierungsparameter als auch die Amplituden der Degradationsfelder gleichermaßen Einfluss auf die zu kalibrierenden Ausgangsgrößen hatten. Für die der Optimierung vorausgeschaltete Sensitivitätsanalyse werden die Variationsbereiche typischerweise sehr viel größer gesetzt - im Beispiel wurden diese mehr als verdoppelt - und es ist also davon auszugehen, dass die Ein-

flüsse dieser Parameter die Degradationseffekte deutlich überlagern. Auch wenn eine Änderung der Absolutbeträge der Einflüsse zu erwarten ist, so kann angenommen werden, dass die quantitative Bewertung der Einflüsse weiterhin Bestand hat. Am Beispiel des Verzweigungsrohrs wird zur Verdeutlichung eine Sensitivitätsstudie unter Berücksichtigung sowie unter Vernachlässigung der Degradation untersucht und verglichen.



**Bild 4.13:** Einfluss der Degradation auf die Sensitivitäten der IRF Werte

In Bild 4.13 sind die Einflüsse mit einem Beitrag von mehr als 10% dargestellt. Verglichen werden die wichtigsten Hot Spots A und B - links ohne und rechts mit Degradation. Die Umhüllenden aller maximalen IRF weisen in beiden Fällen nur sehr leichte Unterschiede auf und wie zu erwarten verhalten sich auch die qualitativen Einflüsse auf die Hot Spots leicht unterschiedlich. Während sich der Rang der Einflüsse für Punkt B nicht ändert, so ist für Punkt A zu beobachten, dass der Einfluss des dritten Winkelparameters der Verstärkung unter Berücksichtigung von Degradation zunimmt. Auch bleibt festzuhalten, dass sich sowohl mit als auch ohne Degradation dieselben aus den insgesamt 19 Eingangsparametern als wichtige Eingangsparameter etablieren. Dies trifft auch in einer weiteren Vergleichsrechnung für die kalibrierten Degradationen von Probe 2 bis 5 zu. Somit kann eine Sensitivitätsstudie ohne Degradation zur Untersuchung der Wirkzusammenhänge als Vorstufe der Optimierung genutzt werden. Zusätzlich ist zu empfehlen, die Einflüsse nach ihrem Wichtigkeitsstatus zu beurteilen und qualitative Bewertungen nicht zu überschätzen.

Schlussfolgerung: Degradation kann die qualitativen Ergebnisse der Sensitivitätsstudie beeinflussen, die quantitativen Wirkzusammenhänge bleiben jedoch bestehen. Aufgrund der typischerweise deutlich größeren Variationsgrenzen für die Optimierungsparameter können deswegen Sensitivitäten ohne Berücksichtigung von streuenden Einflüssen als Vorstufe der Optimierung bewertet werden.

### **Örtliche Aufteilung der für die Optimierung notwendigen Ausgangsparameter**

Für die Definition von Zielfunktion(en) und Zwangsbedingung(en) sind Ausgangsparameter notwendig, mit deren Hilfe die entsprechenden Terme formuliert werden können. Genau diese Parameter sind die interessanten Größen, welche in der Sensitivitätsanalyse untersucht werden sollten und für die eine hohe Erklärbarkeit gefordert ist. Das bedeutet auch, dass bereits vor der Untersuchung Überlegungen zur Definition der Optimierungsaufgabe notwendig sind. Statistische Feldgrößen können dabei sehr hilfreich sein. Für den IRF wäre es zunächst denkbar, einen globalen maximalen Wert für das komplette IRF Feld festzulegen. Ändern sich Eingangsparameterkonstellationen, so können sich jedoch die Orte der Maximalwerte deutlich ändern. In diesem Fall würden mehrere Versagensmechanismen mit nur einem Wert beschrieben werden. Das würde dazu führen, dass die jeweiligen Einflüsse der Versagensmechanismen ebenfalls zusammengefasst werden und damit sehr viele einflussreiche Eingangsparameter für die Beschreibung identifiziert werden würden. Dies wiederum hätte eine deutlich höhere Anzahl an Rechenläufen für eine aussagekräftige Bewertung zur Folge. Im schlimmsten Fall können sich Einflüsse von Parametern gegenseitig aufheben und - da diese Parameter in der Folge nicht mehr als wichtig erkannt werden - zu einem niedrigeren CoP führen. Aus diesem Grund ist es dringend zu empfehlen, vor der Parametrisierung der Ausgangsgrößen die Existenz mehrerer Versagensmechanismen zu identifizieren. Das heißt, dass das DOE zunächst ohne Definition von Ausgangsparametern durchgeführt wird und stattdessen für jede Designkonstellation die kompletten Felder der für die Optimierung notwendigen Größen gespeichert werden. Über diese Felder können die maßgeblichen Orte identifiziert werden, an welchen die Ausgangsparameter nachträglich eingeführt und bewertet werden. Als Resultat ist mit höheren, oder im schlechtesten Fall mit gleichen CoP Werten zu rechnen.

Für die Rohrverbindung wird mittels der durch die DOE bereits erzeugten IRF Felder die Umhüllende der Maximalwerte erzeugt. Mittels eines Traffic Light Plots wie in Bild 4.14 können die Bereiche visualisiert werden, welche versagen (rot) bzw. welche eine Auslastung von über 90% erfahren könnten (gelb). Rechts sind die Elemente zu sehen, welche im kompletten DOE einen maximalen IRF Wert enthalten haben. Dabei tritt das Versagen zu 90% an Stelle A, zu 9% an Stelle B und zu 1% an Stelle C auf. Man kann hier von verschiedenen Versagensmechanismen ausgehen, welche separat betrachtet werden sollten. So sind auch die Einflüsse auf die drei Bereiche unterschiedlich.



Bild 4.14: Traffic Light Plot zur Identifizierung kritischer Stellen (links) und Elemente der maximalen IRF des DOE (rechts)

In Tabelle 4.4 ist zu sehen, dass es Eingangsparameter gibt, mit welchen gezielt ein Versagensmechanismus beeinflusst werden kann. Mit der Dicke des Epoxy Carbon Prepregs, welches an jeder Stelle der Rohrverzweigung vertreten ist, kann ausschließlich das Versagen an der Auswertestelle A beeinflusst werden, ohne starke Änderungen in Bereich B und C zu erzeugen. Damit ist sie eine wichtige Größe, mit welcher die Struktur im Falle eines unzureichenden Sigma-Levels an Stelle A entlastet werden könnte. Gleichermaßen gilt für den Winkel des Stackups, welches im Hauptrohr verlegt wird, sowie den Winkel der ersten Lage des Stackups. Mit beiden Größen kann gezielt die Stelle B entlastet werden, ohne den IRF im Bereich A und C zu stark zu beeinflussen. Der Winkel der ersten Lage des Nebenrohrs hat ausschließlich einen sehr dominanten Einfluss auf die Versagensstelle C und mit der Dicke der gewebten Lage - welche ebenfalls in allen Bereichen verlegt ist - können z.B. im Sinne der Verbesserung der Steifigkeit oder Minimierung der Masse Eigenschaften der Struktur geändert werden, ohne einen evtl. kritischen IRF in Zone C hervorzurufen.

Tabelle 4.4: Sensitivitäten und Prognosefähigkeiten an den Auswertestellen

	t_woven	t_UD_pipes	t_UD_reinf	angle_mp_stack	angle_stack_ply1	angle_stack_ply2	angle_stack_ply3	angle_sp_stack	angle_reinf_ply2	angle_reinf_ply3	CoP
<b>IRF (global)</b>	30%	23%	11%	7%		5%	7%		7%	11%	87%
<b>IRF (A)</b>	24%	20%	11%	5%		4%	6%		4%	27%	92%
<b>IRF (B)</b>	15%	4%	5%	19%	8%	6%	8%		8%	39%	91%
<b>IRF (C)</b>		6%				5%		74%	6%		91%

Der Einfluss des Winkels der dritten Lage der Verstärkung ist nicht in der Auswertung des globalen IRF, jedoch bei der separaten Auswertung an Stelle A und B zu beobachten. In Bild 4.15 sind die jeweiligen Korrelationen als Anthillplots und Trendlinie dargestellt. Zwischen besagtem Winkel und Zone A besteht ein positiver Zusammenhang, das bedeutet, dass der IRF Wert verbessert werden kann, wenn

die Lage in die negative Richtung gedreht wird. Auf der anderen Seite würde durch die negative Korrelation im zweiten Anthillplot eine Verschlechterung in Zone B herbeigeführt werden. Im Anthillplot des globalen IRF kann gut erkannt werden, dass sich beide Mechanismen überlagern und sich gegenseitig aufheben. Damit würde dieser wichtige Wirkzusammenhang nicht erkannt und könnte in den Folgeschritten nicht genutzt werden.

Für den CoP liegen für die örtlich getrennte Betrachtung deutliche höhere Werte als bei der globalen Betrachtung vor, da hierbei die Mechanismen der jeweiligen Orte nur durch die tatsächlich relevanten Eingangsgrößen beschrieben werden.

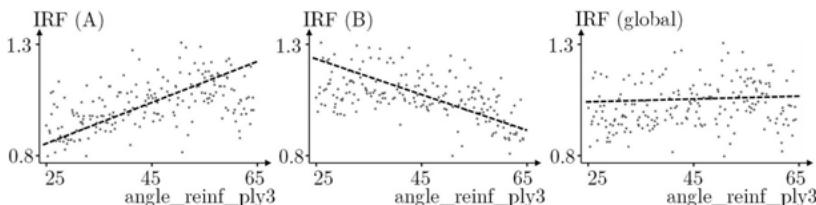


Bild 4.15: Einfluss des Winkels der dritten Lage der Verstärkungszone dargestellt in Anthillplots

Schlussfolgerung: Ausgangsgrößen, welche zur Formulierung von Zielfunktionen und Zwangsbedingungen notwendig sind, sollten immer entsprechend den vorherrschenden Mechanismen örtlich getrennt betrachtet werden. Für die Identifizierung dieser maßgeblichen Orte hilft die Erstellung einer Feldstatistik als Vorstufe der Sensitivitätsstudie. Ein gutes Maß zur Bewertung ist der CoP Wert, welcher sinkt, je mehr Mechanismen vermischt werden. Bei örtlicher Trennung der Ausgangsgrößen können mehr Wirkzusammenhänge erkannt und damit eine bessere Grundlage für die Optimierung geschaffen werden. Der numerische Aufwand erhöht sich durch die örtliche Trennung dabei nicht.

### Ausreißer identifizieren und verwerfen

Die Erzeugung eines optimalen Metamodells wird immer unter Berücksichtigung aller Designkonstellationen ermittelt. Dabei dient jeder Designpunkt entweder als Supportpunkt, mittels welchem das Metamodell erstellt wird oder als Testpunkt, mittels welchem die Qualität getestet wird. Designpunkte mit unrealistisch hohen oder niedrigen Ausgangsparametern können aus diesem Grund das Metamodell selbst stark verzerrten, so dass auch eine Bewertung durch realistische Designpunkte ausgedrückt durch den CoP automatisch sinkt oder die Qualität eines tatsächlich repräsentativen Metamodells erzeugt durch realistische Designpunkte durch Ausreißer zu niedrig bewertet wird. Dieser Effekt wird für den CoP des maximalen

IRF an Stelle A unter der Annahme, dass Designpunkt 1 (DP1) einen unphysikalischen Ausreißer darstellt. In Bild 4.16 ist dargestellt, dass der CoP umso mehr sinkt, je größer die Distanz des Ausreißers zum restlichen DOE wird. Dabei beschreibt  $\xi$  das Verhältnis von DP1 zum maximalen Wert der übrigen Designpunkte. Es ist zu erkennen, dass der Ausreißer die Statistik eines DOE sehr viel deutlicher beeinflusst, je weniger DOE Rechnungen durchgeführt werden. Liegen sehr wenige Berechnungen vor, so fällt der CoP Wert schon bei geringen Ausreißern unter 80%.

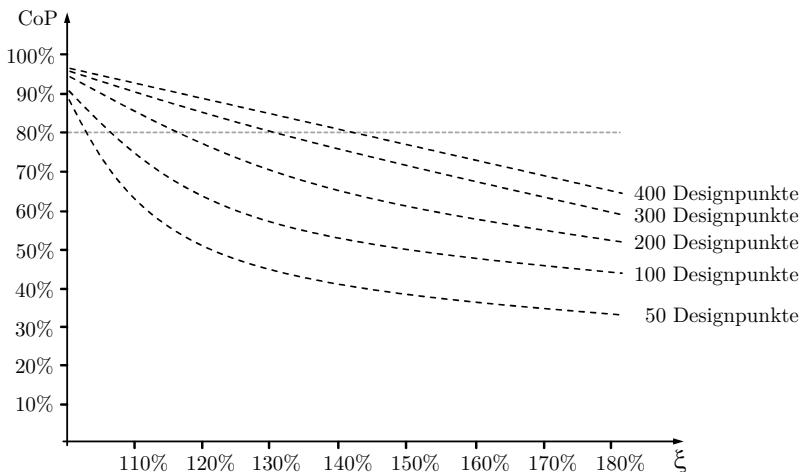


Bild 4.16: Entwicklung des CoP in Abhängigkeit der Distanz eines unphysikalischen Ausreißers zum Maximalwert des restlichen DOE

Schlussfolgerungen: Stark abweichende vereinzelte Werte der Ausgangsparameter sollten immer auf ihre Plausibilität geprüft werden, da diese die Gesamtstatistik schon bei verhältnismäßig geringen Abweichungen stark beeinflussen können. Zum Erkennen eignen sich während des DOE erstellte aussagekräftige Bilder, das Auswerten komprimierter 3D Plots oder das erneute Nachrechnen und Bewerten in der Simulationsumgebung. Ursachen für Ausreißer können Singularitäten, Netzprobleme, Probleme mit Zahlenkonventionen oder starke örtliche Sprünge sein. Stellt sich ein Ausreißer als unphysikalisch heraus, so ist er vor der Erzeugung des Metamodells unbedingt aus der Statistik zu entfernen. Sollte ein physikalisch sinnvoller Ausreißer den CoP verschlechtern, so empfiehlt es sich, den Bereich um den Ausreißer durch ein Sampling mit entsprechenden enger gesetzten Grenzen zu ergänzen, um den Bereich um den Ausreißer für das Metamodell feiner aufzulösen. Damit wird der CoP Wert wieder ansteigen.

## 4.6 Vorüberlegungen zur Optimierung

In Kapitel 4.5 wurden viele Untersuchungen durchgeführt, anhand welcher wichtige Informationen für eine schnelle und zielgerichtete Optimierung gewonnen werden können. Grundsätzlich können zwei Arten von Optimierungsstrategien verfolgt werden - eine sogenannte harte Optimierung, bei welcher viele FE-Rechnungen durchgeführt werden, sowie eine sogenannte weiche Optimierung, bei welcher Optimierungsläufe auf zuvor erstellten Metamodellen durchgeführt werden und das vorgeschlagene Ergebnis mit einer richtigen FE-Rechnung überprüft wird. Wie im letzten Kapitel gezeigt, können sehr aussagekräftige Metamodelle für Faserverbundaufgaben erzeugt werden, wenn bestimmte Punkte beachtet werden. Neben einer ausreichenden Anzahl an Designpunkten, dem Verwerfen von Ausreisern und einem sinnvoll diskretisierten Netz ist v.a. die örtliche Trennung der für die Optimierung wichtigen Ausgangsgrößen von enorm wichtiger Bedeutung. Je größer die Prognosefähigkeit der Metamodelle, desto aussichtsreicher ist eine weiche Optimierung, was bedeutet, dass für das Finden eines optimalen Designs für die anschließende Robustheitsbewertung möglicherweise nur eine einzige FE-Rechnung notwendig ist. Da in der RDO meist 2-5 Optimierungsläufe benötigt werden, lohnt es sich, in eine hohe Prognosefähigkeit im Vorfeld zu investieren. Nebst den Metamodellen können Wirkzusammenhänge, welche zwischen den Parametern gefunden wurden, genutzt werden, um geschickte Startdesigns für die Optimierung vorzugeben. In fast allen Faserverbundaufgaben ist von einem starken örtlichen Wechsel des maximalen Versagenskriteriums auszugehen, weshalb auch für die Optimierungsdefinition viele Zwangsbedingungen bzgl. der Bruchkriterien zu setzen sind. Mehrere Beispiele haben zudem gezeigt, dass viele lokale Optima existieren. Schon diese zwei Gründe sprechen für einen evolutionären Algorithmus, da als naturinspiriertes Optimierungsverfahren eine hohe Wahrscheinlichkeit besteht, mehrere potentielle Optima zu erkennen. Diese wäre auch mit einer Partikelschwarmoptimierung denkbar, jedoch hat bereits SCHNEIDER in [SOB10] gezeigt, dass die Effizienz bei vielen Zwangsbedingungen mit einem evolutionären Algorithmus deutlich besser ist. Der Nachteil einer im Vergleich zu anderen Optimierungsverfahren höheren Anzahl an benötigten Rechnungen kann vernachlässigt werden, wenn prognosefähige Metamodelle gefunden werden. Für den Fall, dass alle Maßnahmen, um dieses zu erarbeiten, fehlschlagen, können Optimierungseinstellungen im Sinne eines guten Kompromisses zwischen Anzahl der Rechenläufe und Verbesserung des Ziels gefunden werden. Eine Studie hierzu wird in Kapitel 4.8 vorgestellt. Des Weiteren ist in diesem Fall die Wahl geschickter Startdesigns ebenfalls von entscheidender Bedeutung.

In Faserverbundaufgaben sind Eingangsparameter sehr häufig in ihren Einflüssen gekoppelt, was bedeutet, dass beispielsweise der Einfluss eines Winkelparameters mit zunehmender Lagendicke steigt oder dass der Winkel einer einzelnen Lage nur bei gleichzeitiger Variation eines Stackupwinkels einflussreich wird. Es ist zielfüh-

rend, anhand solcher Erkenntnisse möglichst unterschiedliche Startdesigns festzulegen. Das heißt, dass die Werte der einflussreichsten Eingangsparameter bei einem Vergleich möglichst unterschiedlich sein sollten. Zur Findung geeigneter Startdesigns kann in folgenden Schritten vorgegangen werden:

1. Gleichzeitige Darstellung aller Rechnungen aus der Sensitivitätsstudie
2. Formulierung der zu minimierenden Zielfunktion
3. Definition aller potentiell kritischen Zwangsbedingungen
4. Deaktivierung aller Designs, welche mindestens eine der Zwangsbedingungen verletzen
5. Reduktion des Variationsbereichs der Zielfunktion (z.B. von 100% auf 20%)
6. Deaktivierung aller Designs außerhalb des neuen Variationsbereichs
7. Reduktion bzw. Anpassung des Variationsbereichs der Eingangsparameter auf die verbleibenden Samples
8. Festlegung der Anzahl der Startdesigns
9. Abstandsmaximierung für die Eingangsparameterwerte für alle verbleibenden Designs nach folgender Formel:

$$\sum_{i=1}^M \xi_i \left( \sum_{j=1}^{N-1} \left( \frac{1}{\Delta u_i} \left( \frac{\Delta u_i}{N-1} - \Delta u_{i,j} \right) \right)^2 \right) \rightarrow \min \quad (1.71)$$

mit    M = Anzahl der wichtigen Parameter  
       N = Anzahl der Startdesigns  
        $\xi_i$  = CoP(X<sub>i</sub>) = Einfluss des Parameters i

Mit diesem Vorgehen wird berücksichtigt, dass v.a. für die einflussreichsten Eingangsparameter eine gleichmäßige Verteilung der Werte vorliegt. Für die Rohrverbindung werden vier Startdesigns für einen anschließenden evolutionären Algorithmus gewählt, welche die im Bild 4.17 dargestellten Parameterkonstellationen aufweisen. In diesem parallelen Koordinatenplot sind im Sinne einer besseren Übersicht nur die drei wichtigsten der insgesamt acht wichtigen Eingangsparameter sowie die zwei kritischsten der insgesamt 10 potentiell für die Festigkeit kritischen Orte als IRF Werte dargestellt. Gut zu erkennen ist die v.a. gleichmäßige Verteilung der Werte des Eingangsparameters t\_UD\_pipes, welcher mit einer Wichtung von 54% in der Zielfunktion gefordert war. Für die weiteren Parameter ist durch die geringere Gewichtung keine vergleichbar gleichmäßige Verteilung mehr gegeben. Die Zwangsbedingungen sind teils nur knapp nicht verletzt. Unter Berücksichtigung der auch nicht dargestellten Zwangsbedingungen lässt sich kein bester Kandidat bzgl. aller Kriterien ermitteln, was ein Indiz für mehrere potentiell optimale Kandidaten ist.

Für den Fall, dass in Schritt 4 nur eine geringe Anzahl an Designs verbleibt, kann die Grenze in Schritt 5 höher gesetzt werden. Sollten nach Schritt 4 keine Designs verbleiben, so sind die Abstände zu den Versagensgrenzen zu überprüfen. Sind diese durchgehend zu groß, so ist der ursprüngliche Lagenaufbau generell zu überdenken. Sind die Versagensgrenzen nur knapp überschritten, so können die Versagensgrenzen stufenweise niedriger gesetzt werden, um für die Optimierung Startdesigns zu identifizieren, welche zumindest nahe am gültigen Bereich liegen. In diesem Fall ist eine manuelle Auswahl zu bevorzugen.

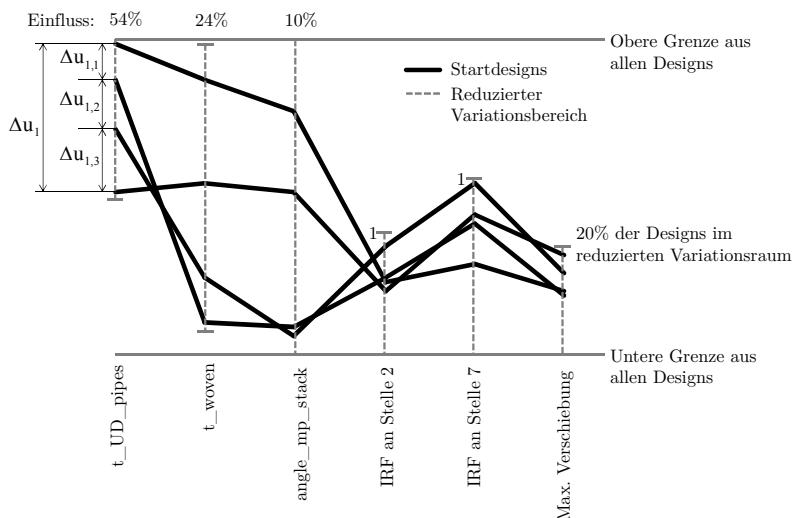


Bild 4.17: Vier ermittelte Startdesigns mit möglichst unterschiedlichen Eigenschaften

Nebst den bis zu diesem Punkt aufgeführten Vorüberlegungen sind mit Sicherheit auch aufgabenunabhängige Gegebenheiten von Belang. So spielen die Verfügbarkeit von Hardwareressourcen, Lizenzen sowie verfügbare Zeit eine wichtige Entscheidungsrolle. So ist es nicht das Ziel, das beste potentiell mögliche Design zu finden, sondern das bestmögliche unter den gegebenen Umständen. Eine Generation mit 16 Eltern wäre eine ungeschickte Wahl, wenn für die Rechnung lediglich 14 Prozessoren und Lizenzen genutzt werden könnten, da die Erhebung neuer Designs erst nach vollständiger Berechnung der aktuellen Generation durchgeführt werden kann. Konkret würde dies bedeuten, dass für jede 2. Generation nur 14% der verfügbaren Rechenressourcen genutzt würden. Es macht also nicht nur Sinn, die Einstellungen des evolutionären Algorithmus auf die Optimierungscharakteristik der Faserverbundaufgabe sondern auch auf diese Punkte abzustimmen. In Kapitel 4.6

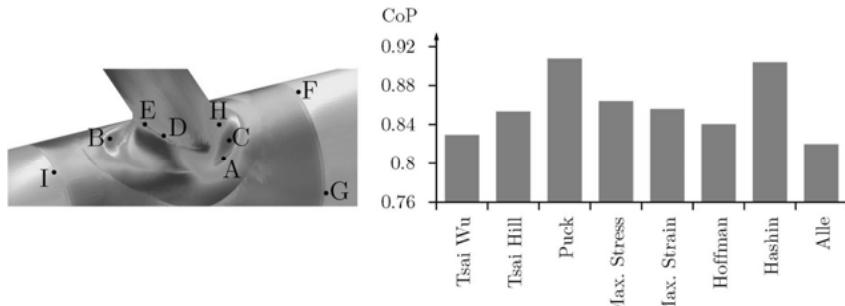
wird deswegen gezeigt, wie der Berechnung in seiner Entscheidung für die richtigen Einstellungen unterstützt werden kann.

## 4.7 Bewertung der Prognosefähigkeit der Versagenskriterien

In Kapitel 2.7 wurden gängige Bruchkriterien zur Bewertung der Festigkeit vorgestellt. Die richtige Wahl des geeigneten Bruchkriteriums ist äußerst schwierig und setzt ein tiefes Verständnis der mathematischen Beschreibungen voraus. Sehr oft werden deswegen alle verfügbaren Bruchkriterien gleichzeitig ausgewertet und eine Umhüllende aller Maximalwerte, welche pro Element auftreten, dargestellt. Eine allgemeine Aussage, welches Kriterium das Beste ist, soll hier nicht gemacht werden. Vielmehr ist davon auszugehen, dass jedes Kriterium situationsbedingt Vorteile und Nachteile aufweist. Für die RDO ist die Beschreibbarkeit der Ausgangsgröße von entscheidender Bedeutung. Das bedeutet auch, dass wenn ein Kriterium mit einem Metamodell hoher Prognosefähigkeit beschrieben werden kann, es in der Lage ist, die tatsächlichen Wirkzusammenhänge sehr gut zu beschreiben. Es macht also Sinn, im Rahmen der Sensitivitätsstudie parallel eine Bewertung der Bruchkriterien bzgl. ihrer Beschreibbarkeit durchzuführen. Dazu können die ohnehin durchzuführenden Designpunkte des DOE genutzt werden. Für die Rohrverbindung werden die IRF Werte nach Tsai Wu, Tsai Hill, Puck, maximale Spannung, maximale Dehnung, Hoffman und Hashin an den für die spätere Optimierung relevanten Stellen verglichen. Dabei sind auch Orte einzubeziehen, deren Wert in der Sensitivitätsstudie die kritische Grenze nicht überschritten hat, da Streuungen die Festigkeiten noch deutlich mindern könnten. Die Werte werden dabei aus 250 Rechnungen abgegriffen, da in der Studie von Bild 4.12 zu erkennen war, dass sich zu diesem Punkt mit Sicherheit ein stabiler CoP Wert eingestellt hat. Die Schritte zur Ermittlung des finalen Versagenskriteriums lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Speichern der IRF Felder aller Versagenskriterien während der Berechnung des DOE der Sensitivitätsstudie
- Überlagerung aller Felder und Ermittlung der Maximalwerte pro Element
- Hot Spot Detektion zur Identifizierung potentiell kritischer Bereiche
- Ermittlung der CoP Werte für jeden Ort und für jedes Versagenskriterium
- Berechnung des Mittelwerts über die Orte für jedes Bruchkriterium

Nach der Durchführung dieser Schritte ergibt sich der Vergleich in Bild 4.18:



**Bild 4.18:** Links: Neun Hot Spots ermittelt aus allen maximalen IRF Werten. Rechts: Durchschnittliche Prognosefähigkeit der Bruchkriterien an den relevanten Stellen

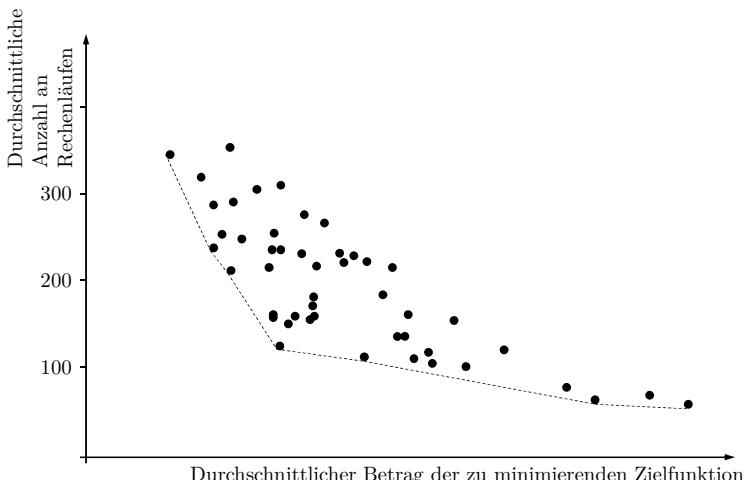
Es ist zu erkennen, dass die Bewertung nach Puck in den kritischen Orten im Schnitt die beste Prognosefähigkeit aufweist - gefolgt von Hashin. Auch bei der einzelnen Betrachtung der Orte ergibt sich das gleiche Bild. Ebenfalls zu erkennen ist, dass ein Vermischen aller Bruchkriterien zu einem - wie in Kapitel 4.5 beschrieben - deutlich niedrigeren Wert des CoP führt. In den weiteren Betrachtungen wird für die Rohrverzweigung nur noch das Bruchkriterium „Puck“ berücksichtigt. Das garantiert vor allem prognosefähige Metamodelle, spart aber auch Berechnungszeit und Festplattenspeicher. Der numerische Aufwand erhöht sich durch die Ermittlung des prognosefähigsten Bruchkriteriums nicht. Aus diesem Grund sollte auf diesen Schritt nicht verzichtet werden.

#### 4.8 Anpassen der Optimierungsverfahren an die Charakteristik von Faserverbundaufgaben

Für eine typische Faserverbundaufgabe wird im Folgenden eine Entscheidungshilfe erstellt, die es dem Nutzer ermöglicht, in Abhängigkeit seiner verfügbaren Hardware-/Lizenzzressourcen sowie seiner verfügbaren Zeit die richtigen Einstellungen für den evolutionären Algorithmus im Sinne einer bestmöglichen Erreichung des Ziels zu finden. Vorausgesetzt wird, dass sich die für Lagenaufbauten typischen örtliche Sprünge sowie die häufige Verletzung von Versagenskriterien einstellen. Das bedeutet, dass ein bereits gut durchdachter Lagenaufbau zu optimieren ist. Dazu werden einmalig etliche Rechnungen durchgeführt, mit dem Ziel, die Beziehungen der Optimierungseinstellungen zu der Rechenzeit und der Zielfunktion im gültigen Bereich zu beschreiben. Auf Basis dieser Rechnungen werden Metamodelle für die Einstellungen erzeugt, mittels welcher der Berechner eine gute Entscheidung für die Einstellungen treffen kann. Da es sich bei evolutionären Algorithmen um stochastische Verfahren handelt, welche in einem gewissen Maß dem Zufall unter-

liegen, müssen für eine aussagekräftige Bewertung mehrere Rechenläufe durchgeführt werden. Bei der Frage der Anzahl der notwendigen Rechenläufe kann wieder auf die Prognosefähigkeit der Metamodelle gesetzt werden. Folgende Schritte werden durchgeführt:

1. Festlegung der zu setzenden Optimierungseinstellungen
2. Festlegung der Grenzen für die Optimierungseinstellungen
3. Erstellen eines DOE mit ausreichender Anzahl an Designpunkten für eine prognosefähige Auswertung
4. Durchführung einer Optimierung für jede durch das DOE erstellte Einstellungskombination
5. Überprüfung der Prognosequalität der resultierenden Metamodelle für die Parameter „Anzahl der Rechenläufe“ und „Betrag der erreichten Zielfunktion im gültigen Bereich“
6. Für den Fall, dass die Prognosefähigkeit in Punkt 5 unter 85% liegt, wird Schritt 4 solange wiederholt, bis die Prognosefähigkeit über 85% liegt

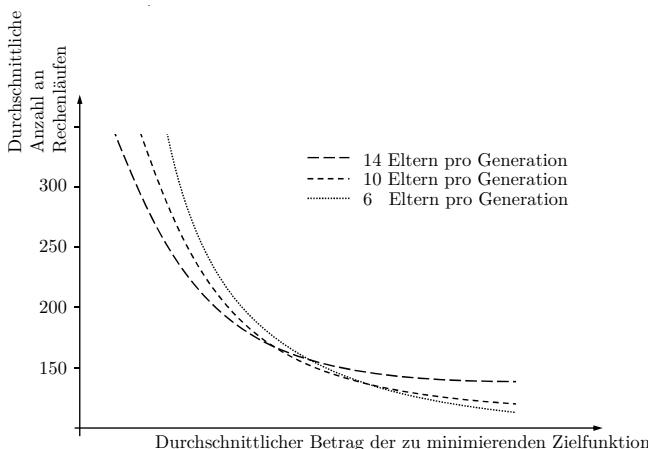


**Bild 4.19:** Darstellung der Anzahl der durchschnittlichen Rechenläufe und des im Durchschnitt erreichbaren Ziels unter Verwendung der im DOE erzeugten Optimierungseinstellungen

Für fünf Optimierungseinstellungen, nach welchen sich die Startdesigns, die Population und die Mutation beeinflussen lassen, wurde ein DOE aus 50 Samples erstellt. Nach dem oben genannten schrittweisen Vorgehen wurden 45 Rechnungen für dieses DOE wiederholt, bis die Forderung in Punkt 6 erfüllt war. Nach fünf

weiteren Wiederholungen – d.h. insgesamt 50 berechneten DOE – kann für das Metamodell der „Anzahl der Rechenläufe“ eine Prognosequalität von 89% und für das Metamodell der erreichten Zielfunktion – in diesem Fall die Minimierung der Masse – eine Prognosequalität von 86% festgehalten werden. Das Ergebnis aus insgesamt ca. 730.000 Rechenläufen ist in Bild 4.19 zusammengefasst.

Da diese Darstellung nur punktuelle Informationen liefert, können für die gewünschte Entscheidung Optimierungen auf den Metamodellen durchgeführt werden. Damit wird durch Vorgabe der zu investierenden Rechenläufe die Optimierungseinstellung gefunden, welche versucht ein optimales Ergebnis unter Einhaltung der gewünschten Rechenläufe zu erzielen. Die tatsächliche Anzahl der Rechenläufe unterliegt wieder den zufallsbedingten Schwankungen des Algorithmus. Gleichzeitig ist es damit möglich die vorhandene Hardware sowie Lizenzen in die Entscheidung mit einzubinden. In Bild 4.20 ist zu erkennen, dass die Paretofronten je nach fixer Wahl der Anzahl der Eltern unterschiedlich verlaufen. Stehen beispielsweise bei ausreichender Hardware 30 Rechenlizenzen zur Verfügung, wäre eine erste sinnvolle Wahl z.B. die Verwendung von 6 oder 10 Eltern, um die Ressourcen ohne Leerlauf einzusetzen. Anhand des Diagramms kann abgelesen werden, dass sich bei Vorgabe von mehr als 140 Rechenläufen ausschließlich Optimierungseinstellungen ergeben, welche mit 10 Eltern oder mehr arbeiten.



**Bild 4.20:** Eignung der Anzahl der Eltern in Abhängigkeit von der Anzahl der gewünschten Rechenläufe

Es bleibt jedoch anzumerken, dass diese Strategie zwar die Wahrscheinlichkeit erhöht, in den geforderten maximalen Rechenläufen ein bestmögliches Ergebnis zu erzielen, jedoch unterliegen die naturinspirierten Algorithmen durch ihr teils zu-

fallsbedingtes Vorgehen einem gewissen Maß an Streuung. Das Verwenden dieses Vorgehens wird sich somit umso deutlicher bewähren, je mehr Optimierungen durchgeführt werden müssen.

## 4.9 Robust Design Optimierung

Für die RDO stehen mit den Kalibrierungen die Abschätzungen der Streubreiten der Degradationsfelder zur Verfügung. Des Weiteren sind die Streuungen weiterer Parameter wie Lagenorientierungen, Dicken oder Materialparameter aus Stichproben bekannt. Zusammen mit der Möglichkeit, qualitativ hochwertige, softe Optimierungen durchzuführen, können die iterativen Schritte der RDO berechnet werden.

Das Ziel der Robust Design Optimierung ist dabei die Ermittlung des besten Designs, welches den Anforderungen an die Sicherheit genügt. Dabei werden diese oft mit Ausfallswahrscheinlichkeiten oder einem Sigma-Level angegeben. Das Konzept in dieser Arbeit ist für ein maximales Level von 3-Sigma geeignet. Höhere Sigma-Level erfordern erweiterte Ansätze, welche z.B. in [Buc09] behandelt werden und deutlich mehr Rechenzeit in Anspruch nehmen. Um die Sicherheit zu erhöhen, können zwei Ziele verfolgt werden:

1. Verschiebung der Mittelwerte der Versagenskriterien der kritischen Orte in den sicheren Bereich
2. Verkleinern der Standardabweichungen der Versagenskriterien der kritischen Orte

Für ersteres wird typischerweise ein neues Optimum aus modifizierten Zwangsbedingungen berechnet. Dabei ist ein iteratives Verfahren anzuwenden, da sich die Ausgangsstreuungen bei neuen Parameterkonstellationen anders verhalten können. Für zweiteres werden die Einflüsse der Eingangsstreuungen in einer Robustheitsbewertung ermittelt und gezielt im Herstellprozess verbessert.

In dem Ablaufschema aus Bild 4.21 ist zu sehen, dass die RDO im besten Fall auf der in Kapitel 4.5 beschriebenen, umfangreichen Sensitivitätsstudie basiert. Diese wird für einen oder mehrere neue Lastfälle sowie unter Verwendung der Optimierungsparameter erzeugt. Als CoP-erhöhende Maßnahmen seien nochmal die örtliche Trennung der Versagenskriterien, die Bestimmung des prognosefähigen Versagenskriteriums sowie die Eliminierung unphysikalischer Ausreißer als die wichtigsten genannt.

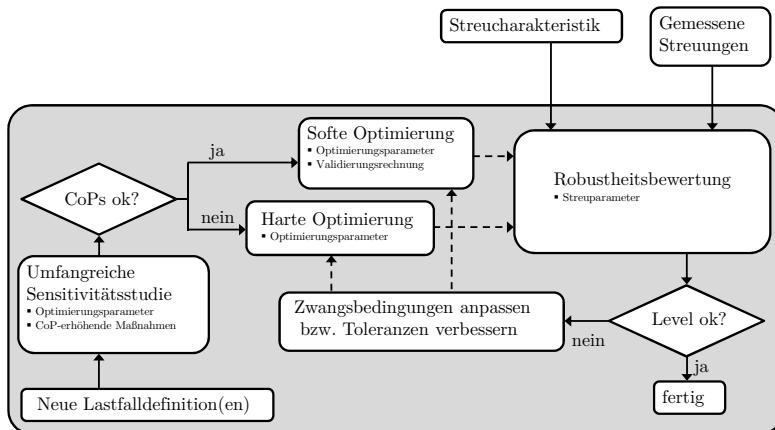


Bild 4.21: Ablaufschema der Robust Design Optimierung

Es ist zu empfehlen mit CoP Werten größer als 90% zu arbeiten, um möglichst identische Ergebnisse in Metamodellen und Simulationen zu erzielen. Ist dies der Fall, so können die Optimierungen über diese Ersatzmodelle berechnet und mit einer einzigen Validierungsrechnung nochmal bestätigt werden. Gelingt es nicht, die CoP Werte auf dieses Maß zu bringen, so sind alternativ noch immer Optimierungen mit FE-Rechnungen möglich. Dies bedeutet jedoch einen enormen Rechenaufwand. Für die erste Optimierung werden dabei die Grenzen an den N Versagensorten auf die tatsächlichen Versagensgrenzwerte gesetzt sowie das Ziel - bzw. die Ziele zusammengefasst in einer Funktion - hinterlegt.

$$h_i(x_1, x_2, \dots, x_m) = IRF_i(x_1, x_2, \dots, x_m) - x_{i,lim} \leq 0 \quad \text{mit } i = 1..N \quad (1.72)$$

$$g(x) \rightarrow \min \quad (1.73)$$

Der erste optimierte Kandidat wird anschließend einer Robustheitsbewertung unterzogen, in welcher die für die Abbildung der Degradationen wichtigsten Ansatzfunktionen über die Amplitudenbereiche der Kalibrierung sowie die bekannten streuenden Parameter variiert werden. Anhand des Rohrbeispiels ergeben sich mit dem Ziel der Massenreduktion im ersten Lauf folgende Werte an den kritischen Orten:

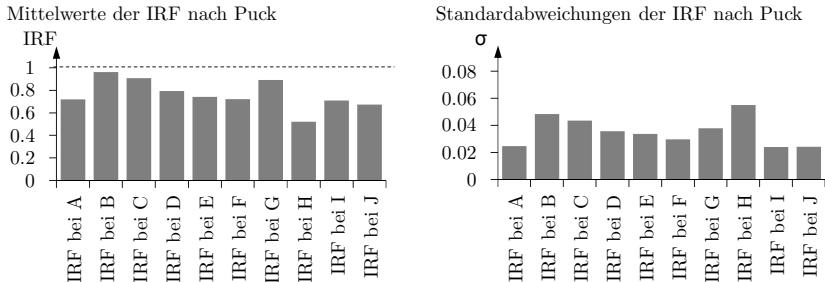


Bild 4.22: Ergebnisse der ersten Robustheitsbewertung

Sollte das geforderte Sigma-Level für alle Zwangsbedingungen die kritische Grenze nicht überschreiten, so ist die RDO bereits nach dieser ersten Iteration abgeschlossen. Dies ist jedoch sehr unwahrscheinlich, weshalb sich in den meisten Fällen weitere Iterationen anschließen. Ist die Sicherheit des Designs noch nicht gewährleistet, so werden die Zwangsbedingungen für eine erneute Optimierung angepasst oder die wichtigsten Eingangsstreuungen identifiziert und im Herstellprozess verbessert. Da zweiteres mit zusätzlichen Kosten verbunden ist, sollte die Ermittlung eines neuen Kandidaten mit modifizierten Zwangsbedingungen zunächst Priorität haben. Dazu werden die Versagensgrenzen aller N Kriterien, welche das geforderte Sigma-Level nicht erfüllen, wie folgt verschoben:

$$h'_i(x_1, x_2, \dots, x_m) = IRF_i(x_1, x_2, \dots, x_m) - [x_{0,i} - (\bar{x}_i + Z\sigma_i - x_{lim,i})] \leq 0 \quad (1.74)$$

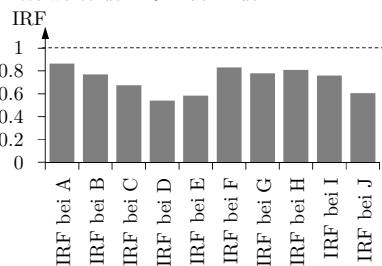
mit  $i = 1..N$  und  $Z = 2..3$

Dabei stellt  $x_0$  den IRF Wert des Nominaldesigns,  $\bar{x}$  den Mittelwert und  $\sigma$  die Standardabweichung aus der gerade durchgeführten Robustheitsbewertung dar. Für das Beispiel erfüllen die IRF Werte an den Orten B, C und G nicht die Anforderungen an ein 3-σ Design, so dass ihre Zwangsbedingungen wie folgt angepasst werden:

$$\begin{aligned} h'_B &= IRF_B - [x_{0,B} - (\bar{x}_B + 3\sigma_B - x_{lim,B})] = IRF_B - 0.85 \leq 0 \\ h'_C &= IRF_C - [x_{0,C} - (\bar{x}_C + 3\sigma_C - x_{lim,C})] = IRF_C - 0.76 \leq 0 \\ h'_G &= IRF_G - [x_{0,G} - (\bar{x}_G + 3\sigma_G - x_{lim,G})] = IRF_G - 0.89 \leq 0 \end{aligned} \quad (1.75)$$

Die Zwangsbedingungen der anderen IRF Werte werden beibehalten. Daraus ergibt sich ein neuer Designvorschlag, für welchen erneut eine Robustheitsbewertung durchgeführt wird. In Bild 4.23 ist das Ergebnis dieses zweiten Iterationsschritts zusammengefasst:

Mittelwerte der IRF nach Puck



Standardabweichungen der IRF nach Puck

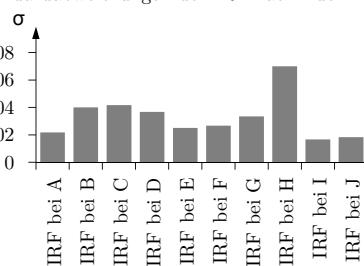


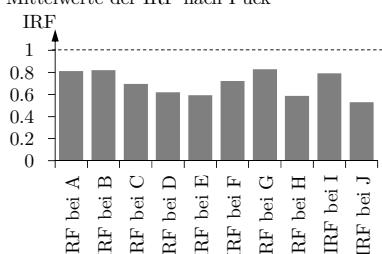
Bild 4.23: Ergebnisse der zweiten Robustheitsbewertung

Nach Überprüfung der Sigma-Level erfüllen die nach dem ersten Schritt kritischen Orte B, C und G die Anforderungen, jedoch wird an Stelle H die geforderte Ausfallswahrscheinlichkeit leicht überschritten. Ihre Zwangsbedingung wird wie folgt geändert:

$$h''_H = \text{IRF}_H - [\bar{x}_{0,H} - (\bar{x}_H + 3\sigma_H - x_{\text{jim},H})] = \text{IRF}_H - 0.66 \leq 0 \quad (1.76)$$

Eine Robustheitsbewertung des damit ermittelten dritten Kandidaten ergibt folgende Werte:

Mittelwerte der IRF nach Puck



Standardabweichungen der IRF nach Puck

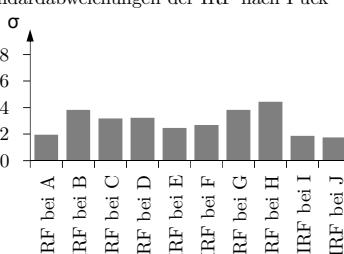


Bild 4.24: Ergebnisse der dritten Robustheitsbewertung

Damit liegen alle IRF Werte im sicheren Bereich und die RDO gilt als beendet. Die Entwicklung der Werte wird in Bild 4.25 zusammengefasst:

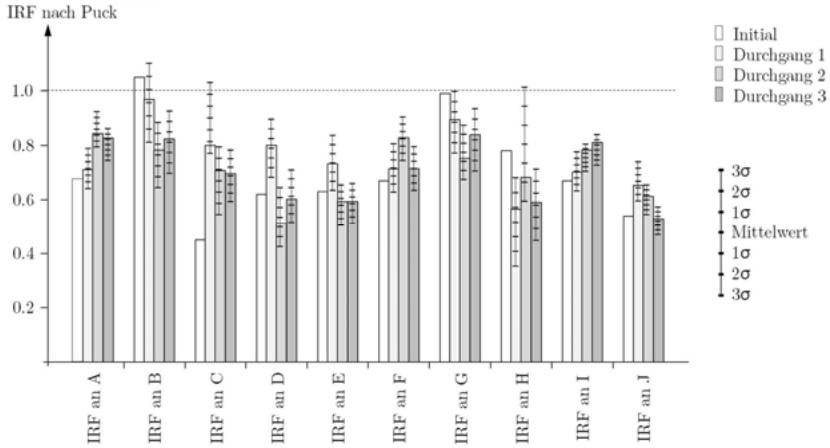


Bild 4.25: Übersicht über die Entwicklung der IRF Werte während den Iterationen der RDO

Da mit jedem Schritt die Aufgabenstellung restriktiver wird, ist auch das Ziel der Massenreduktion unter den härter werdenden Bedingungen immer schwerer zu erreichen. So ist zu erwarten, dass die Masse Schritt für Schritt steigt, wenn die Ausfallswahrscheinlichkeit gleichzeitig sinken soll. Für das Beispiel ergeben sich für Masse und Versagenswahrscheinlichkeit in dem Beispiel folgende Verläufe:

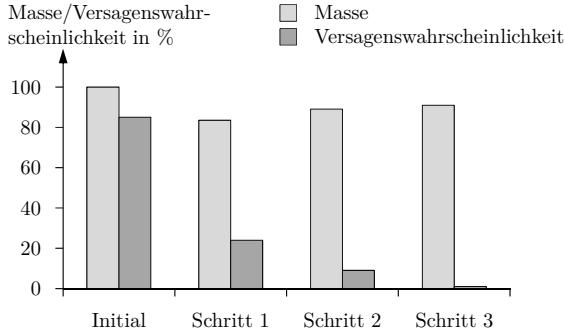


Bild 4.26: Entwicklung der Masse und der Versagenswahrscheinlichkeit während der RDO

## 5 Softwaretechnische Umsetzung

Das folgende Kapitel soll die wesentlichen Punkte der erfolgreichen softwaretechnischen Umsetzung des Konzepts zeigen. Für die nach dem aktuellen Stand der Technik verfügbaren Werkzeuge wird auf die Programme *ANSYS*, *optiSLang* sowie *Statistics on Structures* zurückgegriffen. Auf wichtige Befehle wird jeweils in Klammern sowie durch eine andere Schriftformatierung hingewiesen.

### 5.1 Notwendige Schritte zur Umsetzung des Konzepts

#### Simulationsmodell im Überblick

Die Simulationen, die Faserverbunddefinitionen und -auswertungen sowie die Parametrisierung der Eingangs- und Ausgangsparameter werden mittels *ANSYS* sowie ergänzenden python-Skripten erzeugt. Die Bereichsaufteilung für die Lamineate erfolgt durch Prägen der Oberflächen des Schalenmodells und dient als Basis für die Definition eines objektorientierten Lagenaufbaus. Die anschließende Vernetzung orientiert sich an der hinterlegten, aus Flächen bestehenden CAD Struktur und ist mit dem Lagenaufbau verknüpft. Lastdefinition und das Aufbringen der Lagerungen werden geometriebezogen festgelegt und intern auf dem hinterlegten Netz interpretiert. Anschließend wird das automatisch erzeugte ASCII Deck an den Solver übergeben, welcher die Matrizen löst und die Ergebnisse als binäres und ascii-basiertes Format in einem Arbeitsverzeichnis ablegt. Diese Abläufe sind automatisiert, so dass durch die Definition von Parametern über Tabellen unterschiedliche Ausführungen als Stapelverarbeitung berechnet werden können. Für die Auswertung der Versagenskriterien werden die binären Ergebnisdateien eingelesen und die benötigten Felder mittels python-Skripte in ASCII Dateien exportiert.

#### Interpretation des Lagenaufbaus aus Sicht von Schalenelementen

Der Aufbau des Laminats orientiert sich stark an dem Herstellprozess. So werden zunächst Materialeigenschaften für Halbzeuge definiert. Zusammen mit einer Dickenangabe werden auch in der Praxis verfügbare Gewebe angelegt. Diese können anschließend zu einem Lagenaufbau mit entsprechenden Orientierungen relativ zueinander zusammengefasst werden. Für die weiteren Schritte stehen damit Gewebe und fertige Lagenaufbauten zur Verfügung. Im nächsten Schritt werden Koordinatensysteme erzeugt, welche zusammen mit Interpolationsregeln benutzt werden, um für einzelne elementbezogene Bereiche Referenzrichtungen festzulegen. Diesen ori-

entierten Bereichen werden unter Vorgabe weiterer Relativwinkel die zuvor erstellten Gewebe und Lagenaufbauten zugewiesen. Damit sind jedem Element mehrere Gelege mit entsprechender Orientierung hinterlegt. Für die weiteren Schritte werden diese festgelegten Regeln in FE-Code interpretiert, wofür definierten Shell181 Elementen jeweils neue Elementkoordinatensysteme, Materialeigenschaften sowie Orientierungswinkel für die einzelnen Schichten per APDL Befehle zugewiesen werden (`csys, kcn; mp; tb; tbdta; sectype; secdata; emod`).

### Degradationsfelder

In Kapitel 4.3 wird erwähnt, dass Degradationsfelder über Zufallsfelder erzeugt werden können. Im Folgenden wird kurz erläutert, wie diese Felder im FE-Code den Schalenelemente zu Minderung der effektiven Eigenschaften hinterlegt werden können. Dafür wird davon ausgegangen, dass die Felder mit der Angabe von x-, y- und z-Position sowie entsprechende Degradationsfaktoren mit Werten zwischen 0 und 1 in Form von Look-Up Tabellen vorliegen. Idealerweise - aber nicht zwingend - sind die Koordinaten und somit auch die Anzahl der Degradationspunkte identisch zu den vorliegenden FE-Knoten, um Interpolationsfehler zu vermeiden. Über APDL Befehle (`tb, elastic, materialnumber,,,oelm`) werden für die orthotropen Eigenschaften ( $E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{yz}, G_{xz}, v_{xy}, v_{yz}$  und  $v_{xz}$ ) Felder für die Minimal- und Maximalwerte festgelegt (`tbfield, uf01` und `tbdta`), zwischen welchen der entsprechende Materialwert gemäß einem vorgegebene Degradationsfaktor interpoliert werden kann. Stimmen Degradationspunkte und FE-Knoten nicht überein, so werden linear-multivariate Interpolationen verwendet (`tbin, algo, lmul`), wobei die Feldvariable vor der Interpolation zunächst normiert wird (`tbin, norm,,on`). Die Zuweisung der neu ermittelten Materialdaten erfolgt abschließend für jedes Element auf Basis seiner Knoten (`inistate, set, node, 1; inistate, define`).

### Parametrisierung

Eingangs- und Ausgangsparameter werden über ASCII Dateien verwaltet. Dazu wird der zu Beginn vorgestellte, objektorientierte Lagenaufbau über python-Skripte erzeugt, welche die Eingangsparameter beinhalten. Diese werden in verschiedenen Dateien getrackt und global gesammelt. Die Ausgangsparameter liegen erst nach der Berechnung vor, so dass dem Prozess zunächst ein Muster hinterlegt wird, über welches die spätere Position der Ausgangsparameter identifiziert werden kann.

### Aufbereitung der Daten für die statistische Auswertung

Um Feldgrößen statistisch auszuwerten, werden die Ausgangsdaten über einen python Parser für *Statistics on Structures* aufbereitet. Berechnete Designkonstellationen werden durch den automatisierten Simulationsablauf in durchnummerierten

Ordnern gespeichert und anschließend auf Basis des hinterlegten FE-Netzes zur weiteren Interpretation in die Software eingelesen.

#### Felduntersuchungen, Sensitivitätsanalyse, Optimierung und Robustheitsbewertung

Die nächsten Aufgaben erfolgen in einem engen Zusammenspiel zwischen allen Modulen. Bild 5.1 stellt dabei schematisch die verwendeten Verknüpfungen der einzelnen Module dar:

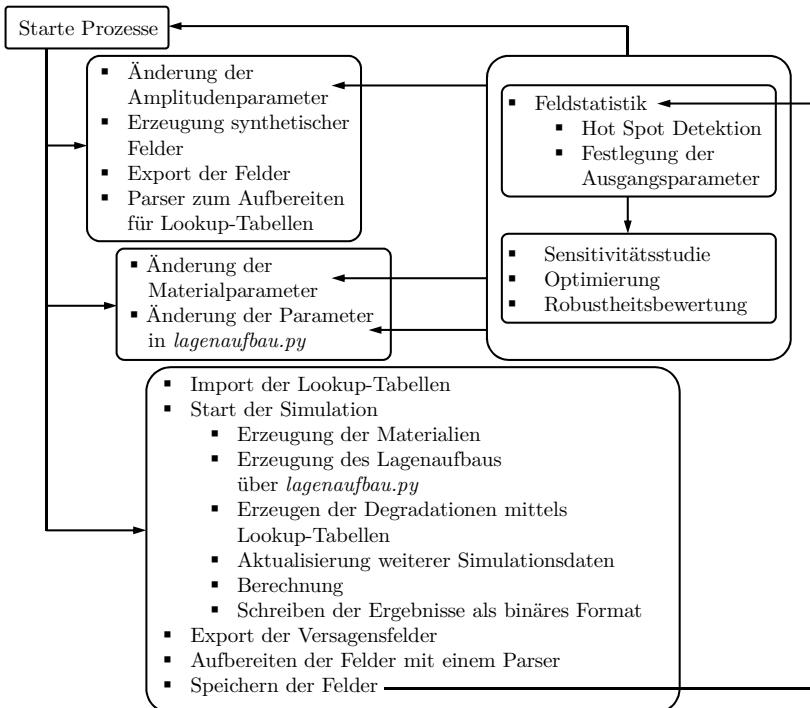


Bild 5.1: Zusammenwirken der Module in der Softwareumsetzung

## 5.2 Hinweise zur Infrastruktur für eine effiziente, simultane Berechnung

Sowohl für die Pretestanalyse, für die Sensitivitätsanalyse, evtl. die Optimierungen als auch für die Robustheitsbewertungen werden mehrere hundert Rechnungen benötigt. Gelingt es jedoch die CoP Werte auf ein hohes Maß zu bringen, so können harte Optimierungen durch weiche Optimierungen ersetzt werden und damit sehr viele Rechnungen simultan durchgeführt werden. Die Frage, wie viele Designpunkte

gleichzeitig berechnet werden können, wird auf der einen Seite von der Anzahl der vorhandenen Lizzen sowie der verfügbaren Hardware bestimmt, jedoch auch dadurch, wie gut die Infrastruktur dafür gesetzt wird. Um dies genauer zu erläutern, werden zunächst die typischen Arbeitsschritte für die Berechnungen aufgelistet, welche spürbar Zeit beanspruchen können:

1. Geometrieaktualisierung
2. Vernetzung
3. Mapping Prozesse für Degradation und Randbedingungen
4. Lösungsprozess
5. Ergebnisextraktion
6. Aufbereitung der Felder
7. Auswertung

Werden nur Änderungen am Lagenaufbau durchgeführt, so werden die ersten beiden Aufgaben nicht benötigt. Von den verbleibenden Schritten beansprucht der Lösungsprozess die meiste Zeit, weshalb es sich lohnt mit Parallelisierung der FE-Rechnungen zu arbeiten. Dabei werden die Matrizen zerlegt, auf mehrere Prozessoren aufgeteilt, gleichzeitig berechnet und am Ende eines jeden Schritts wieder zusammen assembled. Dabei ist darauf zu achten, mit Methoden zu arbeiten, welche mit verteilten Speichermodellen arbeiten, da nur so ein guter Parallelisierungsfaktor bei großen Modellen und vielen Kernen erreicht werden kann. Für die simultanen Berechnungen sollte eine Lastverteilungssoftware benutzt werden, um durch eine intelligente Verwaltung die vorhandenen Ressourcen optimal nutzen zu können.

Werden die Berechnungen auf einen Rechencluster ausgelagert – was zu empfehlen ist, um große Mengen an simultanen Rechnungen durchführen zu können – so ist der Datentransfer und die dadurch evtl. eingeschränkte Kommunikation nicht zu unterschätzen. Aus diesem Grund sollten nach den fertigen Rechnungen nur die auf dem Rechencluster extrahierten ASCII Dateien, welche für die weiteren statistischen Auswertungen notwendig sind, zurückkopiert werden. Gleichermaßen gilt für die Übertragung des Simulationsmodells zur Berechnung, welches von allen nicht notwendigen Dateien bereinigt werden sollte. Damit kann ebenfalls belastender Datenverkehr eingeschränkt werden.

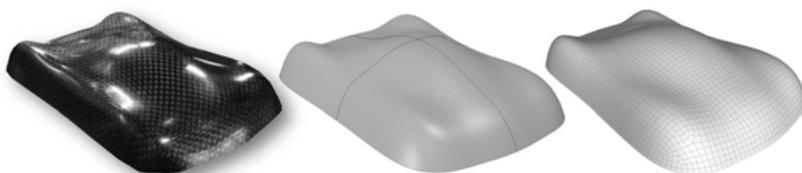
Die folgenden Beispiele wurden auf Blade-Workstations und auf Cloudsystemen durchgeführt. Vor allem zweiteres ist eine sehr flexible Option, Lizzen und Hardware entsprechend der Größe der zu berechnenden RDO-Aufgabe und der für das Projekt angesetzten Zeit anzupassen.

## 6 Umsetzung und Validierung an Beispielen

Die folgenden Anwendungen überprüfen das Konzept auf seine Tauglichkeit in der Praxis. Dies beinhaltet einerseits die gezeigte Kalibrierungsstrategie der Simulationsmodelle mit durchgeführten Versuchen, die Ermittlung der Streucharakteristik sowie die Verbesserung der bisherigen Produkteigenschaften. Dabei unterscheiden sich beide Beispiele in ihrem Vorgehen und in ihren Zielen. Das Fallbeispiel eines drapierten Schalenmodells [KPW15] aus Kapitel 6.1 hat zum Ziel, konkrete Verbesserungsvorschläge im Herstellprozess zu formulieren, um relevante Schwankungen in den Produkteigenschaften zu minimieren. Das Fallbeispiel eines Roadbook-Grundträgers [KPW16] aus Kapitel 6.2 beantwortet die Frage, wie der Lagenaufbau im Sinne eines robusten und optimierten Designs verbessert werden kann.

### 6.1 Fallbeispiel: Drapiertes Schalenmodell

Als erstes Beispiel wird ein drapiertes Schalenmodell vorgestellt. Die Streuungen der mechanischen Eigenschaften dieser Struktur werden aufgrund der starken Krümmungen fast ausschließlich von Drapiereffekten dominiert, welche wiederum durch Schwankungen im Herstellprozess unterschiedlich ausfallen können. Weitere Einflüsse wie Degradierungsbereiche oder Gelenkanschlüsse sind nicht vorhanden, so dass die durch Drapieren entstehenden Effekte gut isoliert werden können. Für den Abgleich von Versuch und Simulation wird die Steifigkeit der Struktur als Vergleichsmaß verwendet. Im Anschluss steht die Robustheitsbewertung der Festigkeit im Vordergrund.



Mit freundlicher Genehmigung von KTM Technologies

**Bild 6.1:** Gefertigtes drapiertes Schalenmodell, CAD Modell und vernetzte Struktur

Das für die Kalibrierung verwendete Modell wird per Hand durch vorgegebene Regeln drapiert und besteht aus insgesamt vier über die komplette Oberfläche verteilt-

te gleichgerichtete Kohlenstofffasergewebe. Der dabei entstehende Faserverlauf kann mittels Markierungen farblich gut hervorgehoben werden und die anschließende Messung der Verformungen des ausgehärteten Modells ist ebenfalls mit einem unkomplizierten Messaufbau sowie einer guten Messgenauigkeit möglich.

Das Vorgehen untergliedert sich in drei Schritte. Zunächst wird eine parametrisierte Drapiersimulation aufgesetzt, deren Parameter für jede der vier Lagen so kalibriert werden, dass sich eine möglichst identische Faserverteilung in Versuch und Simulation ergibt. In einem zweiten Schritt werden die mechanischen Eigenschaften des Gesamtmodells so kalibriert, dass sich für alle Lastfallszenarien die gleichen Verformungen wie im Versuch ergeben. Als letzten Schritt werden über eine Robustheitsbewertung die Beziehungen zwischen den Schwankungen beim Handdrapieren und den Festigkeitseigenschaften des Endprodukts untersucht und Handlungsempfehlungen zur Verbesserung der Robustheit des Designs abgeleitet.

### 6.1.1 Kalibrierung der Drapiersimulation

#### Fertigung und Messung der Lagen

Das Modell wird durch Handauflegen und Vakuumpressen gefertigt, was eine optische Erfassung der Faserorientierungen für jede aufgebrachte Schicht ermöglicht. Bild 6.2 zeigt die Schritte, welche für jede der vier Lagen durchgeführt werden, sowie die Schritte zur Vorbereitung für den Aushärteprozess.

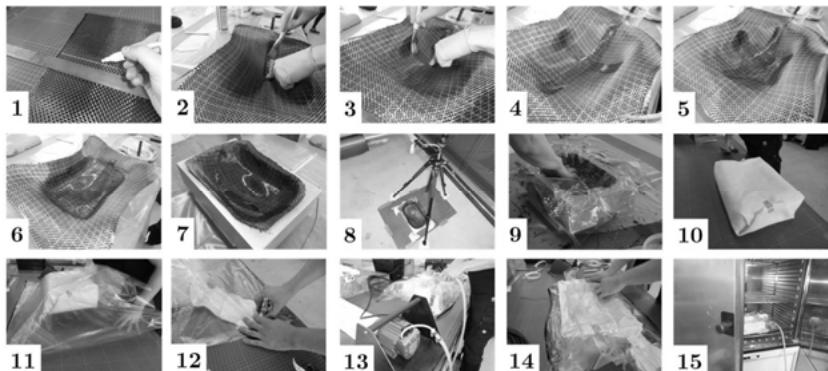
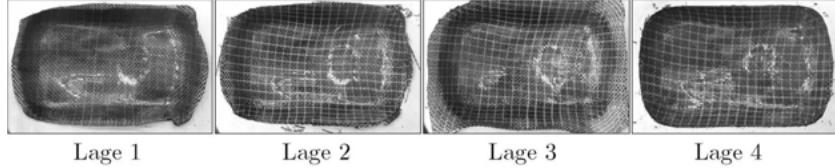


Bild 6.2: Arbeitschritte der Fertigung des drapierten Schalenmodells

Um die Faserverläufe nach dem Drapieren besser zu erkennen, werden die trockenen Gewebelagen zunächst mit einem regelmäßigen Raster entlang der Fasern markiert (1). Die Lage wird in eine Negativform gedrückt und mit Harz bestrichen. Dabei wird ausgehend von einem Mittelpunkt (2) ein Kreuz mit Ausrichtung zur Faser gestrichen (3,4), um dann in einer Spirale von innen nach außen (5) das

komplette Gewebe mit Harz zu tränken (6). Dabei schmiegt sich das Gewebe an die Negativform, wird jedoch an den Rändern durch die Überstände noch nach oben gezogen. Aus diesem Grund werden die Überstände bereits nach jeder drapierten Schicht entfernt (7). Nach jeder fertigen Lage wird das Werkstück samt Negativform unter einem festen Stativ auf eine Markierung platziert und optisch festgehalten (8). Nachdem alle vier Lagen aufliegen, wird die Schale samt Negativform mit einer Plastikhülle umschlossen (9). Diese enthält kleine Öffnungen, durch welche überschüssiges Harz austreten kann, so dass eine gleichmäßige Verteilung garantiert ist. Im nächsten Schritt sorgt ein ummantelndes Vlies für Schutz vor scharfen Kanten und für die Aufnahme des überschüssigen Harzes (10). Das Paket wird erneut in einen luftdichten Plastikbeutel verschlossen (11), aus welchem über eine Vakuumpumpe die verbleibende Luft über ein Ventil abgesaugt wird (12,13). Dabei können durch das Vlies Luftblasen während des Anlegens des äußeren Plastikbeutels vermieden werden. Während die Luft abgesaugt wird, werden entstehende Falten weggestrichen (14). Zum Schluss wird das komplette Paket bei ca. 60-80 Grad in einem Ofen für acht Stunden ausgehärtet (15).

Bild 6.3 zeigt die festgehaltenen Faserorientierungen der vier Gewebe. Es ist bereits optisch zu erkennen, dass Abweichungen in den Richtungen vorliegen und somit auch Abweichungen vom Soll-Zustand in den finalen Eigenschaften des Modells zu erwarten sind.

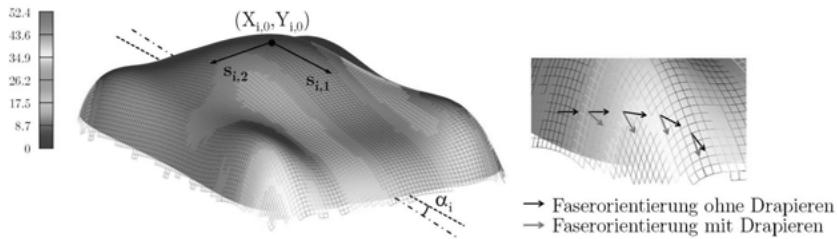


**Bild 6.3:** Resultierende Faserorientierungen

#### Drapiersimulation

Für die Drapiersimulation wird die in Bild 6.4 dargestellte Elementgröße verwendet, welche ausreicht, um Verfälschungen durch eine unzureichende Diskretisierung auszuschließen. Den Schalenelementen liegt der im Versuch verwendete Lagenaufbau zugrunde, wobei sich die endgültige Faserorientierung pro Element aus der Anfangsorientierung der Gesamtlage sowie den in der Drapiersimulation berechneten Abweichungen ergibt. Als Material wird das in den Versuchen verwendete mit Harz getränkte und ausgehärtete Kohlenstofffasergewebe mit einer Dicke von 0.65mm hinterlegt. Die Drapiersimulation beginnt für jede Lage  $i$  wie in Arbeitsschritt 2 mit der Festlegung eines Mittelpunkts ( $X_{i,0}, Y_{i,0}$ ). Die Koordinate  $Z_{i,0}$  ergibt sich aus der Strukturgegebenheit automatisch. Die Anfangsrichtungen  $s_{i,1}$  und  $s_{i,2}$ , welche das Kreuz aus Arbeitsschritt 4 und 5 festlegen, werden über Koordinaten-

systeme definiert. Anschließend wird die Drapierung unter Vorgabe von Koeffizienten, welche die Drapierfähigkeit des Gewebes beschreiben wie in Schritt 5 berechnet. Parameter, welche im Herstellprozess von Lage zu Lage variieren, sind die Position des Mittelpunkts, die genaue Orientierung der Lage relativ zur Negativform definiert durch den Winkel  $\alpha_i$  sowie die Anfangsrichtungen  $s_{i,1}$  und  $s_{i,2}$ . Diese werden in der Simulation flexibel gehalten und können mit entsprechend gesetzten Werten zu unterschiedlichen Drapierergebnissen führen. Bild 6.4 zeigt in Grad, wie stark die Faserorientierungen ohne und mit Drapiersimulation voneinander abweichen. In den vom Mittelpunkt am weitesten entfernten sowie gekrümmten Bereichen ergeben sich die größten Unterschiede.



**Bild 6.4:** Ergebnis der Drapiersimulation sowie Benennung der Parameter

Die resultierenden Faserorientierungen können anschließend für jedes Element in einen zusammenfassenden Vektor weggeschrieben werden.

### Kalibrierung

Mit den Versuchen liegen die Faserorientierungen für das komplette Feld in Form von Rastern vor und die Simulation errechnet in Abhängigkeit der Eingangsparameter ein elementbasiertes diskretes Feld für die Faserorientierungen. Um eine Kalibrierung durchführen zu können, müssen beide Formate miteinander vergleichbar sein. Dazu werden die Faserorientierungen der gefertigten Lagen an den Schnittpunkten des aufgezeichneten Gitters abgegriffen und über Lookup Tabellen auf das in der Simulation verwendete FE-Netz interpoliert. Als Vergleichsmaß für die Qualität einer kalibrierten Simulation wird die Winkeldifferenz zwischen gemessenen und berechneten Faserwinkeln als Feld dargestellt, dessen Einträge somit im Idealfall aus Nullen bestünden. Für die Kalibrierung wird als zu minimierende Größe die durchschnittliche Winkelabweichung des kompletten Winkeldifferenzfelds verwendet. Gelingt eine Eingangsparameterkonstellation, welche dieses Ziel erreicht, so gilt die Lage als kalibriert. Sollte das Ziel nicht erreicht werden, so kann anhand des Felds abgelesen werden, in welchen Bereichen der Struktur eine Drapiersimulation an ihre Grenzen stößt. Dabei ist zu beachten, dass eine nicht vollständig kalibrierte Stelle immer das Resultat einer Kalibrierung der kompletten Struktur ist.

Das bedeutet, dass sich möglicherweise durchaus Eingangsparameter finden lassen, mit welcher sich die kritische Stelle zufriedenstellend kalibrieren lässt, nicht jedoch die Gesamtstruktur im Mittel. Es macht Sinn, als ersten Schritt ein DOE zu erzeugen, um einerseits das Winkeldifferenzfeld zu untersuchen und andererseits die Dauer des Kalibrierprozesses deutlich zu verringern, indem die Ergebnisse des DOE zur Erstellung prognosefähiger Feldmetamodelle verwendet werden. Gelingt es, die Drapiersimulation durch solch qualitativ ausreichende Ersatzmodelle zu ersetzen, so können diese für die zur Kalibrierung notwendige Optimierung verwendet werden. Da vier Lagen anzupassen sind – und somit viele Rechnungen erwartet werden – wird dieses Vorgehen hier vorgestellt.

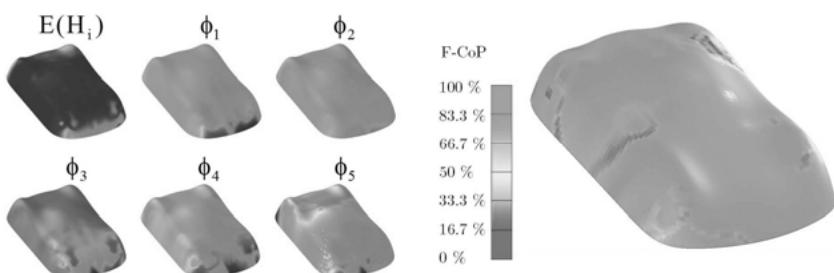
Die Schritte lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Auf Basis der Mittelpunktposition, der Anfangsrichtungen des Drapierens sowie der Abweichung der Lagenorientierung  $\alpha_i$  wird ein LHS DOE für die Drapiersimulation erzeugt. Dieses besteht aus 100 Designpunkten, um den Vertrauensintervallen bei dieser Anzahl an Eingangsparametern sicher zu genügen und eine ausreichende Prognosefähigkeit für zukünftige Feldmetamodelle zu erreichen.
- Die Winkeldifferenzfelder werden für jeden Designpunkt gespeichert.
- Die Winkeldifferenzfelder können als Zufallsfeld  $H(x,y)$  entsprechend Kapitel 2.12.1 interpretiert und über die in Kapitel 2.12.2 beschriebene Spektraldekomposition der Kovarianzmatrix in Eigenwerte zerlegt werden.
- Die Ergebnisse der Drapiersimulation können damit über Amplituden und Basisfunktionen beschrieben werden. Durch die Variation der Amplituden gelingt die Erzeugung neuer drapierter Felder, so dass nun eine Optimierung unter Verwendung der Amplituden möglich ist.
- Wurden über eine Optimierung diejenigen Amplituden gefunden, welche die Einträge der Winkeldifferenzfelder bestmöglich minimieren, so können diese wieder in den physikalischen Raum zurückgerechnet werden, so dass die tatsächlich im Versuch vorherrschende Mittelpunktposition, Anfangsrichtungen sowie Lagenorientierung vorliegen.

Der Vorteil dieses Vorgehens ist wie bereits erwähnt die kurze Berechnungszeit durch die Verwendung von Feldmetamodellen. Voraussetzung ist jedoch ein im Vorfeld berechnetes DOE sowie eine ausreichende Qualität dieser Ersatzmodelle. Der finale Parametervorschlag sollte nichts desto trotz immer mit einer richtigen FE-Rechnung überprüft werden.

In Bild 6.5 links sind Erwartungswert sowie die ersten fünf Basisfunktionen  $\phi_i$ ,  $i=1..5$  dargestellt. Für eine kumulative Variabilität von 99% wurden insgesamt 17 Basisfunktionen benötigt. Rechts ist die Prognosefähigkeit des Feldmetamodells für die Winkeldifferenzen berechnet aus dem DOE mit 100 FE-Rechnungen für Lage 1 zu sehen. Es ist zu erkennen, dass in fast allen Bereichen die im Versuch ge-

messenen Orientierungen zuverlässig über das Feldmetamodell berechnet werden können. An bestimmten Stellen ist die Prognosefähigkeit jedoch stark reduziert, was auf im Versuch entstandene, sehr individuelle Faltenbildungen zurückzuführen ist, welche mathematisch nicht erfasst werden können. Trotz dieser nicht erklärbaren Bereiche gelingt im Schnitt für alle Lagen eine Kalibrierung mit Hilfe des Feldmetamodells bis auf eine durchschnittliche Winkelabweichung von  $5.2^\circ$ , welche aufgrund der eintretenden Abweichungen von zu  $50^\circ$  als sehr gut eingeschätzt wird. Die Validierung der soften Optima mit richtigen Drapiersimulationen bestätigt mit einer durchschnittlichen Winkelabweichung von  $5.1^\circ$  nochmal die bereits in Bild 6.5 ersichtliche hohe Prognosefähigkeit des verwendeten Feldmetamodells (F-CoP).



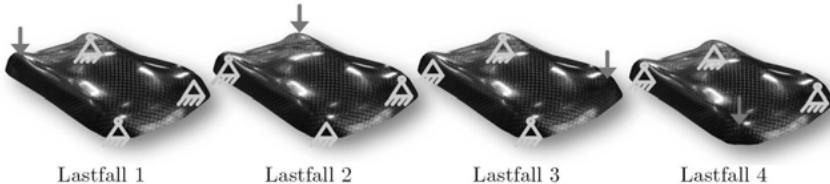
**Bild 6.5:** Erwartungswert und die fünf wichtigsten Basisfunktionen (links) sowie Prognosefähigkeit des Feldmetamodells der Winkeldifferenzen für Lage 1 (rechts)

### 6.1.2 Abgleich von Versuch und Simulation bzgl. mechanischer Kennwerte

Mit Kapitel 6.1.1 konnte gezeigt werden, dass es möglich ist, die im Versuch gemessene Faserorientierung mit einer Drapiersimulation bzw. einem Feldmetamodell gut nachzurechnen. Neben den resultierenden Faserorientierungen werden die mechanischen Eigenschaften jedoch ebenso von den Materialeigenschaften, welche sich für das Gewebe nach dem Aushärten eingestellt haben, beeinflusst. Zwar sind aus Datenblättern ungefähre Angaben zu diesen Materialwerten bekannt, jedoch können diese je nach festgelegter Aushärtedauer und -temperatur unterschiedlich ausfallen. Aus diesem Grund werden im nächsten Schritt die tatsächlichen Materialeigenschaften der Gewebe über statische Versuche kalibriert. Anders als im Abgleich der Drapiersimulation, in welcher skalare Eingangsparameter bzgl. Feldgrößen als Ausgangsparameter kalibriert wurden, werden dieses Mal skalare Eingangsgrößen bzgl. Signale als Ausgangsgrößen abgeglichen.

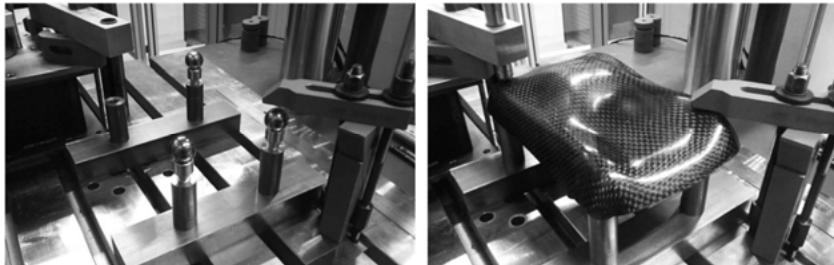
### Versuchsdurchführung

Für die Versuche zur Bestimmung der Steifigkeiten der Struktur werden vier Szenarien festgelegt, welche in Bild 6.6 festgehalten sind. Da die Drapierung nicht mit einem komplett symmetrischen Ergebnis durchgeführt wurde, wird sich auch für Lastfall 1 und 2 bzw. Lastfall 3 und 4 ein unterschiedliches Ergebnis einstellen.



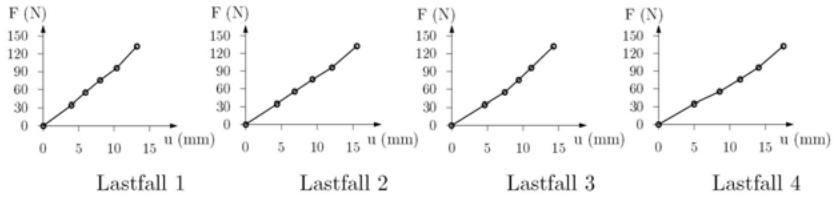
**Bild 6.6:** Belastungsszenarien für die Versuchsdurchführung

Versuchsaufbau und -durchführung wurden am Lehrstuhl für Konstruktionstechnik (KTmfk) der Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg durchgeführt. Dabei wird mit einem einheitlichen Versuchsstand für alle vier Lastszenarien auf gleiche Versuchsbedingungen geachtet. Die tatsächlichen Positionen der Gelenkpunkte, der Einspannpunkte sowie der Lastangriffspunkte werden im Versuch eingemessen und in das Simulationsmodell übertragen.



**Bild 6.7:** Versuchsaufbau und -durchführung für Lastfall 4

Während verschiedener Belastungsstufen werden die Verformungen über eine Messuhr an im Vorfeld durch Simulationen ermittelten Punkten maximaler Durchbiegung aufgenommen, so dass sich für jeden der vier Lastfälle an den jeweiligen Messpunkten folgende Kraft-Weg-Kurven ergeben:



**Bild 6.8:** Kraft-Weg-Kurven der vier Belastungsszenarien

#### Simulationsmodell

Durch eine parametrisierte Festlegung der Lager- sowie Kraftangriffspunkte kann ein Simulationsmodell individuell auf alle vier Lastszenarien angepasst werden. Für den Lagenaufbau werden die in den Lookup Tabellen gespeicherten gemessenen Faserorientierungen eingelesen. Es wird ein automatisierter Prozess erstellt, welcher alle vier Lastfallszenarien mit nur einem Simulationsmodell berechnet und jeweils den Kraft-Verschiebungs-Verlauf an den jeweiligen Orten der Messung extrahiert. Die Materialeigenschaften für die mit Harz getränkten Kohlenstofffaser gewebe (Elastizitätsmodule, Querkontraktionszahlen sowie Schubmodule) werden ebenfalls parametrisiert und als Kalibrierungsparameter festgelegt.

#### Abgleich von Versuch und Simulation

Mit den Versuchen existieren vier Lastfallszenarien, welche in den Simulationen exakt nachgestellt werden. Da die Faserorientierungen ebenfalls aus den Versuchen übernommen wurden, sind als einzige nicht vollständig bekannte Größen die Materialeigenschaften anzupassen, mit dem Ziel, die euklidische Norm der Differenz der Kraft-Verschiebungsverläufe aus Experiment und Simulation für alle vier Lastszenarien gleichzeitig zu minimieren. Durch eine Sensitivitätsstudie kann festgestellt werden, dass die Kraft-Weg-Verläufe zu ca. 57% durch den Schubmodul  $G_{\perp\parallel}$ , zu 28% durch den E-Modul  $E_{\parallel}$  und zu 12% durch den E-Modul  $E_{\perp}$  beeinflusst werden. Über einen global agierenden Optimierungsalgorithmus wird zudem sichergestellt, dass ein eindeutiges globales Optimum existiert, welches in allen vier Lastszenarien die im Versuch gemessenen Ergebnisse erzielt. Dafür werden die besten 10% aller Designs miteinander verglichen. Bei allen zeigen die wichtigsten Eingangsparameter die gleichen Wertetrends. Durch die Optimierung lässt sich für alle vier Lastfälle eine eindeutige Materialparameterkonstellation finden, mit welcher mit einer hohen Genauigkeit die Ergebnisse aus den Versuchen nachgestellt werden können.

### 6.1.3 Robustheitsbewertung und Handlungsempfehlungen

Mit den Eigenschaften des kalibrierten Modells sowie den Kenntnissen über die streuenden Eingangsparameter kann eine Robustheitsbewertung für einen neuen Lagenaufbau durchgeführt werden. Dabei sollen die Einflüsse der Parameter untersucht werden, welche im Herstellprozess aktiv in ihrer Genauigkeit beeinflusst werden könnten. Dies sind die Festlegung des Drapiermittelpunkts, die Drapierrichtung sowie die Positionierung der Gewebe. Jede Erhöhung der Präzision in den Arbeitsschritten kostet Zeit und sollte somit nur für diejenigen Schritte gefordert werden, deren Streuung einen hohen Einfluss auf die Streuung der zu betrachtenden Ausgangsgrößen der Struktur hätten.

Für die gleiche Negativform wird ein Lagenaufbau bestehend aus sechs getränkten Kohlenstofffasergewebe mit den Orientierungen  $0^\circ$  /  $-45^\circ$  /  $45^\circ$  /  $0^\circ$  /  $90^\circ$  /  $90^\circ$  erzeugt. Auf Basis der im Herstellungsprozess gemessenen und teils geschätzten Eingangsstreuungen wird ein LHS DOE bestehend aus 100 Designpunkten erzeugt. Für die Berechnung der drapierbedingten Faserorientierungen wird aufgrund der sehr geringen Rechenzeit sowie seiner hohen Prognosefähigkeit das Feldmetamodell verwendet. Die Berechnungen werden für das Belastungsszenario 3 mit der in Kapitel 6.1.2 aufgesetzten Simulation durchgeführt - jedoch mit dem neu festgelegten Lagenaufbau.

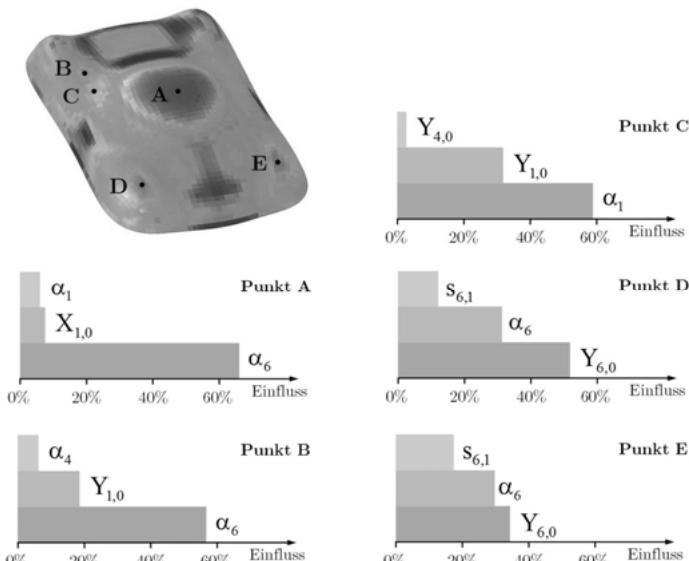
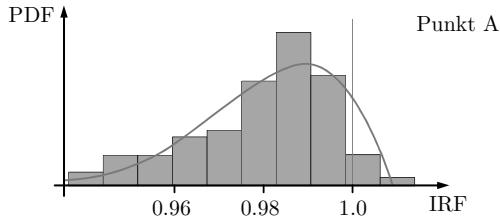


Bild 6.9: Hot Spots der Maximalwerte der IRF nach PUCK sowie die einflussreichste Eingangsstreuungen

Das Ergebnis der Berechnungen sind die Versagensfelder dargestellt als IRF nach Puck, anhand welcher die kritischsten Orte, deren Schwankungen sowie deren wichtigste Einflussgrößen identifiziert werden können. Bild 6.9 zeigt links die Umhüllende der maximalen IRF Werte nach Puck, welche zur Identifizierung der zu bewertenden Hot Spots dient.

An den fünf kritischsten Stellen können die Einflüsse der Eingangsstreuungen über die in Kapitel 2.8.3 beschriebenen Methoden ermittelt werden. Damit ergeben sich die ebenfalls in Bild 6.9 dargestellten Einflüsse. Der kritischste Mittelwert liegt mit einem IRF von 0.98 bei Punkt A, jedoch sind die Standardabweichungen an den Punkten B bis E 2.5- bis 4.5-mal höher. Nichts desto trotz ist insgesamt das Sigma-Level mit einem Wert von 1.2 an Stelle A bei weitem am kritischsten (siehe Bild 6.10).



**Bild 6.10:** Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) des IRF an dem kritischen Punkt A mit markierter Versagensgrenze

Aus diesem Grund bedeutet vor allem eine Verbesserung der Genauigkeit bei der Positionierung von Gewebe 6 eine deutliche Verbesserung der Robustheit gegenüber dem Versagen der Struktur. Eine weitere Berechnung zeigt, dass eine Verbesserung der Genauigkeit von ursprünglich  $+/-3^\circ$  auf  $+/-1^\circ$  das Sigma-Level des Versagens von 1.2 auf 2.3 hebt. Auch eine genauere Festlegung des Drapiermittelpunkts in x-Richtung für Lage 1 sowie die Gewebeorientierung von Lage 1 können zu einem noch sichereren Design beitragen. Diese Erkenntnisse können als zusätzliche Hinweise dem Plybook hinzugefügt werden. Andere Maßnahmen im Herstellprozess wären im Sinne eines sichereren Designs nicht zielführend und würden lediglich einen höheren Zeitaufwand bedeuten.

#### 6.1.4 Schlussfolgerungen

Für eine aussagekräftige Robustheitsbewertung sind nachweislich prognosefähige Simulationsmodelle unumgänglich. Auch wenn Eingangsstreuungen mit hoher Genauigkeit gemessen werden, so können nicht repräsentative Simulationen die teils sehr sensiblen Ausgangsstreuungen stark verfälschen. Dazu gehört zu klären, ob die im Versuch auftretenden Effekte in ausreichendem Maß über die Simulation abgebildet werden können. Falls dies nicht der Fall ist, so ist diese Erkenntnis wichtig

für die Einschätzung der Ergebnisse bzw. ein Überdenken des Simulationsansatzes. Die Basis, um solche Aussagen treffen zu können, sind Versuchspläne und Modellkalibrierungen. In dem Beispiel wurde für den Drapiervorgang gezeigt, wie die Qualität eines Simulationsmodells nicht nur über ein skalares Maß bewertet werden kann, sondern auch, wie gut die örtliche Prognosefähigkeit mit einem mathematischen Modell gelingt. Damit wurde ersichtlich, dass beim Herstellprozess durchaus Bereiche vorhanden sind, welche mathematisch nicht erfasst werden können, da das stark individuell geprägte Handdrapieren in der Praxis von der in der Simulation hinterlegten Drapierregel abweichen kann. Damit war aber auch ersichtlich, dass die resultierende durchschnittliche Winkeldifferenz deutlich mehr lokal als flächig geprägt war und die Drapiersimulation das Versuchsergebnis insgesamt sehr gut nachstellen kann. Auch wurde gezeigt, dass von einer Voruntersuchung möglicherweise doppelt profitiert werden kann. Neben der Erkenntnis der örtlichen Prognosefähigkeit kann das DOE auch für die Erzeugung von Feldmetamodellen dienen. Wenn die Prognosefähigkeit dieser Ersatzmodelle ausreichend hoch ist, können diese die Simulationen ersetzen und damit einen enormen Rechenaufwand einsparen. Somit gelang die komplette Kalibrierung der vier Lagen mit nur 100 FE-Rechnungen sowie vier zusätzlich durchgeführten Validierungsrechnungen. Die Berechnungen mittels Feldmetamodell sind zeitlich vernachlässigbar. Die soften Optimierungen benötigten im Schnitt ca. 150 Rechenläufe, so dass den 104 FE-Rechnungen ohne dieses Vorgehen vermutlich 600 FE-Rechnungen gegenüber gestanden hätten. Diese geschätzte Reduktion des Rechenaufwands auf unter 20% fällt umso deutlicher aus, je mehr Lagen insgesamt zu kalibrieren sind.

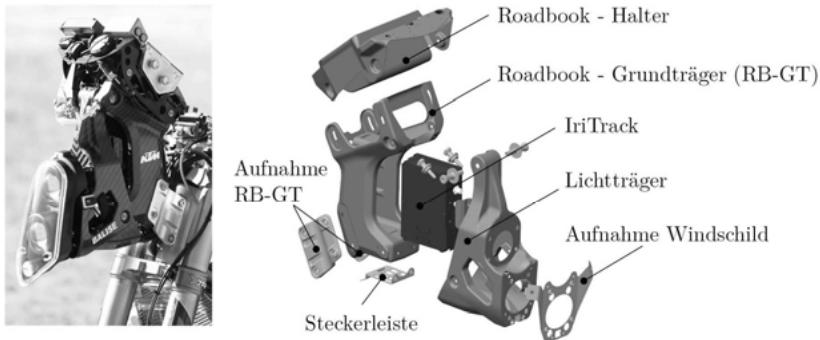
Für die Kalibrierung der Materialeigenschaften wurden mehrere repräsentative Versuchsszenarien gleichzeitig abgeglichen, was sicherstellt, dass v.a. diejenigen Materialeigenschaften korrekt kalibriert werden, welche in den späteren tatsächlichen Lastszenarien relevant sind. Durch den gleichzeitigen Abgleich mehrerer Szenarien kann auch hier überprüft werden, ob die Simulation in der Lage ist, die vorherrschenden Bedingungen ausreichend abzubilden oder ob der Simulationsansatz überdacht werden muss.

Die konkreten Handlungsempfehlungen aus der Robustheitsbewertung können in der Praxis über Hinweise im Plybook berücksichtigt werden. Da ebenfalls die Verbesserung des Sigma-Levels im Falle der Berücksichtigung der Empfehlungen berechnet werden kann, können Kosten im Sinne von zusätzlich aufzubringender Zeit im Herstellprozess mit dem Nutzen im Sinne einer höheren Sicherheit des Designs gegenübergestellt und daraus Entscheidungen abgeleitet werden.

## 6.2 Fallbeispiel: Frontstruktur Rallye 450

Als zweites Beispiel wird der in Bild 6.11 dargestellte Roadbook-Grundträger (RB-GT) als Bestandteil der Frontstruktur des KTM Rallye Dakar Motorrads 2014 der

Firma KTM Technologies verwendet. Dieser dient hauptsächlich der Aufnahme des im Bild rechts dargestellten GPS Notfallsenders (IriTrack) sowie der Anbindung von Licht- und Roadbook. Im Renneinsatz muss die Frontstruktur ein geringes Gewicht aufweisen und gleichzeitig bei definierten Betriebs- und Maximallastfällen ein robustes Verhalten bezüglich des Versagens aufweisen. Um dies zu erreichen, besteht der derzeitige Lagenaufbau aus Kohlenstoff- und Aramidfasern, wobei als Halbzeuge Gewebe der Webart Twill 2/2 zum Einsatz kommen [TS14].



Mit freundlicher Genehmigung von KTM Technologies

**Bild 6.11: Frontstruktur des KTM Rallye Dakar Motorrads 2014**

Dabei ist der Lagenaufbau auf Steifigkeits- und Festigkeitslastfälle, aber auch auf dynamische Crashlastfälle ausgelegt. Zum Erproben des Konzepts wird jedoch ein neuer Lastfall eingeführt, auf welchen der Lagenaufbau bislang noch nicht ausgelegt wurde und welcher die Basis der nachfolgenden Kapitel bildet.

Die aktuelle Auslegung wird als bereits sehr gut eingeschätzt, so dass Änderungen im bestehenden Lagenaufbau im Sinne einer geringen Masse und sicherer IRF Werte für den neuen Lastfall nur durch Winkelvariationen und Lagendickenvariationen durchgeführt werden sollen. Lagenreihenfolgen, Bereichsdefinitionen sowie Lagenanzahl bleiben unverändert. Damit kann gewährleistet werden, dass das bereits gut überdachte Plybook nur leicht geändert werden muss. Dabei soll zusätzlich der Aspekt der Streuung berücksichtigt werden, indem unvermeidbare Ungenauigkeiten im Herstellprozess sowie degradierte Bereiche in der Ausarbeitung eines modifizierten Lagenaufbaus mit berücksichtigt werden. Anders als das von Drapiereffekten dominierte Beispiel aus Kapitel 6.1 werden die Eigenschaften des handdrapierten RB-GT maßgeblich durch Ungenauigkeiten wie Lagenorientierungen, Lagendicken, Materialeigenschaften sowie Degradationen bedingt durch Kleben, Stanzen, Fräsen oder schwierigen Lagenüberlappungen (Bild 6.12) beeinflusst.

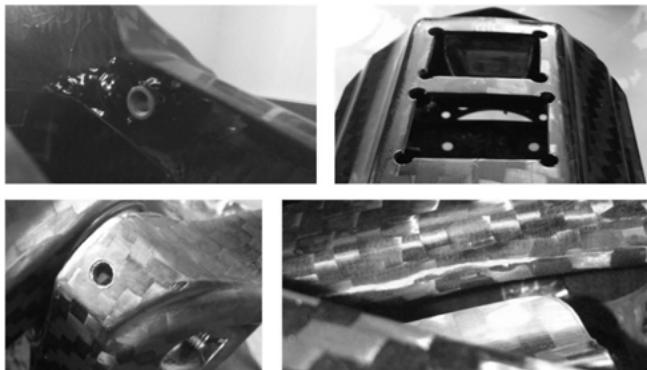


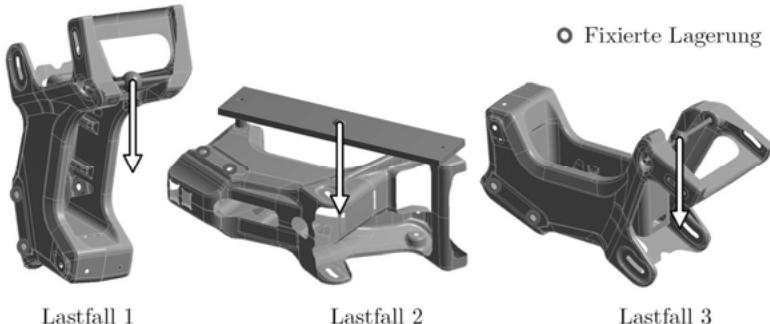
Bild 6.12: Mögliche Degradationsbereiche in der gefertigten Struktur

### 6.2.1 Überblick über die durchgeführten Schritte

Das Ziel der Anwendung ist die Optimierung des Lagenaufbaus im Sinne eines geringen Gewichts bei gleichzeitiger Gewährleistung der Sicherheit im Sinne eines  $3\sigma$ -Designs. Dabei stehen eine geringe Gesamtrechenzeit sowie nachweislich zuverlässige Ergebnisse im Vordergrund. Um sichere Aussagen treffen zu können, wird - wie im Beispiel des drapierten Schalenmodells - zunächst eine Kalibrierung des Simulationsmodells durchgeführt. Dazu werden Versuchslastfälle festgelegt, Degradationsfelder zur Beschreibung eigenschaftsgeminderter Bereiche eingeführt und über eine Pretestanalyse die aussagekräftigsten Orte für Messungen identifiziert. Nach der Durchführung der Versuche können die parametrisierten Simulationsmodelle mit den gemessenen Ergebnissen abgeglichen sowie die Streucharakteristik festgehalten werden. Die kalibrierten Simulationsmodelle dienen anschließend zur Erzeugung eines umfangreichen DOE, über welches prognosefähige Metamodelle zur Durchführung softer Optimierungen erzeugt werden. Mittels dieser Ersatzmodelle sowie den bekannten Streuungen wird abschließend die stufenweise Robust Design Optimierung (RDO) durchgeführt und die Ergebnisse gegenübergestellt.

### 6.2.2 Simulation der Versuchslastfälle

Bei der Wahl der Versuchslastfälle wird darauf geachtet, dass einerseits der Bezug zu den Auslegungslastfällen erhalten bleibt, indem die wichtigsten Steifigkeiten präsentiert werden, andererseits eine Versuchsdurchführung mit einer möglichst geringen Streuung bei den Messungen möglich ist und zu guter Letzt auch ein guter Zugang zu potentiellen Messpunkten gewährleistet ist. Des Weiteren wird nur der Roadbook-Grundträger (RB-GT) ohne Gelenkanbindungen zu den umliegenden Anschlussstücken berücksichtigt, um die sehr sensiblen Toleranzen dieser Anschlüsse aus den Betrachtungen auszuschließen. Mit diesen Überlegungen ergeben sich die drei in Bild 6.13 dargestellten Lastfallszenarien.



**Bild 6.13:** Drei Lastfallszenarien zur Kalibrierung der RB-GT Eigenschaften

Alle drei Lastfälle werden sequentiell über nur ein Simulationsmodell berechnet, in welchem Lagerungen, Belastungen, Anschlussstücke sowie Kontakte je nach Bedarf aktiviert bzw. deaktiviert werden. Damit kann ausgeschlossen werden, dass aus numerischer Sicht unterschiedliche Bedingungen vorliegen. So wird in allen Szenarien das gleiche FE-Netz für den RB-GT verwendet, welches im Vorfeld in seiner Elementgröße so angepasst wurde, dass an jeder Stelle numerisches Rauschen auf ein Minimum reduziert wird und die tatsächlich zu untersuchenden Effekte möglichst unverfälscht bleiben. Die Anbindungen wurden ebenfalls in einer Vorstudie samt Anschlussstücke und nichtlinearen Kontakten untersucht. Aufgrund der kaum bemerkbaren Unterschiede zu Ersatzrandbedingungen werden die in Bild 6.13 blau dargestellten Bereiche als fixierte Lagerungen abgebildet. Für Lastfall 2 würde eine Ersatzrandbedingung für die Auflage der Platte zur Lasteinleitung die tatsächlich vorherrschenden Verhältnisse nicht ausreichend genug abbilden, weshalb diese als Ganzes diskretisiert abgebildet wird und die Last über nichtlineare Kontakte in den RB-GT eingeleitet wird. Dabei kann Gleiten an der rechten oberen Ecke beobachtet werden, weshalb ebenfalls Einflüsse aufgrund geometrischer Nichtlinearitäten berücksichtigt werden. Der bereichsbezogene Lagenaufbau des Simulationsmodells wird über die in Kapitel 2.4.4 beschriebenen Elemente abgebildet und Winkel, Längen sowie Materialeigenschaften parametrisiert. Die Degradationsbereiche bedingt durch Fräsen, Stanzen, Kleben, schwierige bzw. geringe Überlappungen, Fertigungsfehler, Faserwelligkeiten der Faserbündel, Faser- oder Harzanhäufungen, ungenügende Fasertränkung oder unvollständige Aushärtung [AVK10] werden in jeder Probe unterschiedlich ausfallen und könnten nur – wenn überhaupt – mit einem extrem hohen numerischen Aufwand und damit nicht mehr wirtschaftlich abgebildet werden. Ihnen allen ist aber gemein, dass sie zu einer Veränderung der lokalen Materialeigenschaften führen. Aus diesem Grund werden an dieser Stelle Degradationsfelder eingeführt – überlagernde Felder, mittels welcher die hinterlegten Materialeigenschaften an jedem Ort über einen Faktor verändert werden können. Dabei werden Interpolationsroutinen entsprechend Kapitel 2.11.2 verwendet,

welche die Degradationsfaktoren über Lookup Tabellen auf das Netz und damit auf den Lagenaufbau übertragen.

### 6.2.3 Verwendung von Feldstatistik zur Beschreibung von Streuungen

Nun sind diese Degradationsfaktoren jedoch noch nicht bekannt und können ebenfalls nicht gemessen werden. Herkömmliche Parameterkalibrierungen dieser Faktoren wären aufgrund der Tatsache, dass jedem FE-Element ein solcher Faktor zugeordnet werden kann, aufgrund der extrem hohen Anzahl an resultierenden Eingangsparametern unmöglich. Auch ist anzunehmen, dass die Skalierungsfaktoren örtlich korrelieren, was als Bedingung hinterlegt werden sollte. Aus diesem Grund werden die in Kapitel 2.12 erläuterten Zufallsfelder verwendet. Anders als im Beispiel des drapierten Schalenmodells aus Kapitel 6.1.1 werden damit keine über Simulationen berechneten Felder ersatzweise beschrieben, sondern neue synthetische Felder erzeugt, die es gilt, so anzupassen, dass sie die realen Degradationen repräsentieren.



Bild 6.14: Drei mittels synthetischer Felder erzeugte Degradationsfelder

Bild 6.14 zeigt exemplarisch drei künstlich erstellte Degradationsfelder. Die Annahmen zu den Bereichen basieren auf der Erfahrung von Experten der CFK-Fertigung und CFK-Konstruktion, was bedeutet, dass nicht die komplette Struktur mit potentiellen Degradationen versehen wird. Insgesamt wurden 20 Ansatzfunktionen und Amplituden erzeugt, womit 99% der Variabilität der Degradationsbereiche abgebildet werden können. Durch unterschiedliche Amplituden der hinterlegten Ansatzfunktionen können somit sehr schnell neue Felder erzeugt werden, was letzten Endes eine Kalibrierung der Annahmen für die Degradationsorte an die Versuche mit nur 20 Eingangsparametern sowie der Bedingung örtlicher Korrelationen ermöglicht. Am Bild ist gut zu erkennen, dass durch eine geschickte Wahl von Amplituden Bereiche komplett geschwächt oder gar nicht geschwächt werden können. Die maximale Materialminderung wurde dabei auf 60% festgelegt. Durch den Aufbau der Degradationsfelder über Zufallsfelder kann außerdem deren Beschreibbarkeit ausgenutzt werden, um damit die Wirkzusammenhänge zwischen Örtlich-

keit der Degradation und den daraus resultierenden Einflüssen auf Steifigkeiten und Festigkeiten an verschiedenen Stellen des RB-GT zu identifizieren, das heißt konkret, dass die Visualisierung der einflussreichsten Ansatzfunktionen hilft, zu verstehen, an welche Orten fertigungsbedingte Materialschwächungen einen großen Einfluss auf Produkteigenschaften haben können.

### 6.2.4 Pretest Analyse

Das Simulationsmodell kann über 21 Material- und Lagendickenparameter, 21 Winkelparameter sowie den 20 Degradationsparametern variiert werden. All diese Parameter werden als Kalibrierungsparameter festgelegt. Da in den späteren Versuchen 4 Messuhren zur Verfügung stehen werden, sollen über eine Pretest Analyse im Vorfeld die Orte für die aussagekräftigsten Messstellen prognostiziert werden. Das Ziel der Versuche ist einerseits die Anpassung der Simulationsmodelle, so dass sie mit den Messungen übereinstimmen und andererseits die Ermittlung der Streucharakteristik. Aus diesem Grund sollte dort gemessen werden, wo eine hohe Variabilität und damit eine gute Aussage über die Streuungen möglich ist. Bekannt sind bereits Annahmen zu den Variationsbreiten der Kalibrierungsparameter, so dass schon vor den Versuchen ein DOE durchgeführt werden kann. Über die Auswertung der Statistik gelingt die Bestimmung zielführender Messpunkte. Auf Basis der 61 Eingangsparameter wird mit den Annahmen zu den Variationsbreiten ein LHS DOE mit N=250 Designpunkten erstellt und berechnet. Mit jeder dieser Simulationen liegt anschließend für jeden der drei Lastfallszenarien das Verformungsfeld  $\bar{u}_{LF1,i}$ ,  $\bar{u}_{LF2,i}$  und  $\bar{u}_{LF3,i}$  mit  $i=1..N$  in Form eines Vektors vor. In allen Berechnungen wurde das identische Netz verwendet, so dass sich für alle drei Lastfälle jeweils die Felder der Variationsbreiten darstellen lassen. Aus den Orten hoher Werte werden für jeden Lastfall über eine HotSpot Detektion vier Messpunkte ermittelt. Die Positionen werden im Sinne einer guten Zugänglichkeit im Versuch noch leicht im Bereich hoher Variabilität geändert, so dass sich die in Bild 6.15 dargestellten Messpunkte ergeben.

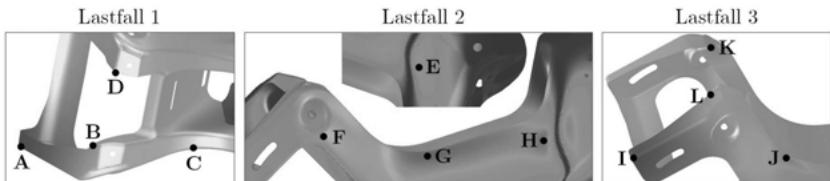
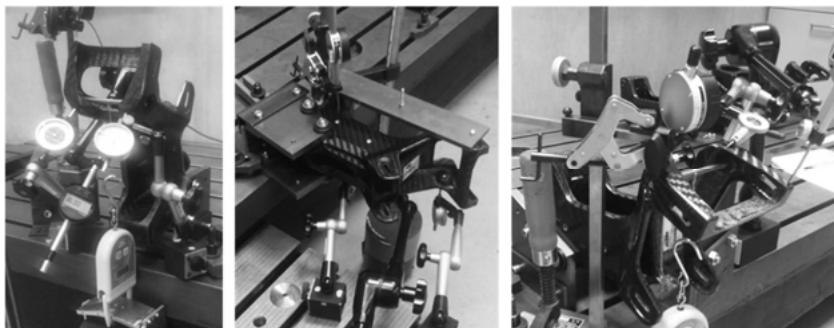


Bild 6.15: Über die Pretest Analyse ermittelte Messpunkte für die drei Lastfälle dargestellt auf den einheitenneutralen Plots der Variationsbreiten

Der Zeitaufwand zur Vorabrezeugung aussagekräftiger Messpunkte lohnt sich, da dadurch die Wahrscheinlichkeit guter Messergebnisse maximiert wird und eventuell notwendige Iterationsschleifen im Versuch weitestgehend vermieden werden können. Desweiteren können die parametrisierten Simulationsmodelle für die nach dem Versuch anstehenden Aufgaben weiter genutzt werden. Somit verbleibt als tatsächlicher Aufwand die Berechnung von 250 FE-Simulationen sowie die Auswertung der Felder. Die Rechnungen können dabei simultan durchgeführt werden, da keine Abhängigkeit zwischen den Designpunkten besteht.

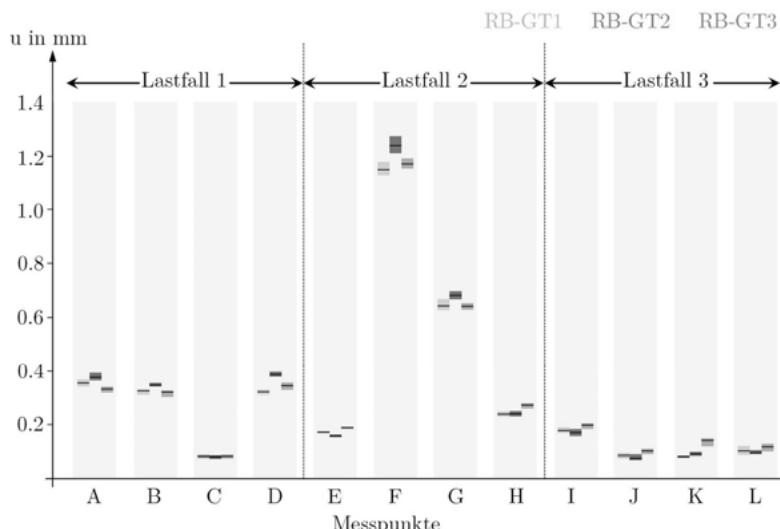
### 6.2.5 Versuchsdurchführungen

Die Pretest Analyse findet in ständiger Abstimmung mit dem Versuchsaufbau statt. Dieser muss so gestaltet werden, dass die zu messenden Streuungen des Prüflings nicht durch die Streuungen der Versuchsvorrichtung überlagert werden. Aus diesem Grund wird der komplette Versuchsaufbau zunächst ebenfalls vorab in einer Simulation abgebildet, mittels welcher die Einflüsse der Fertigungstoleranzen der Versuchseinrichtung über eine Robustheitsbewertung überprüft werden. Dabei sind die zu bewertenden Ausgangsgrößen ebenfalls die in der Pretestanalyse ermittelten Messpunkte am Prüfkörper. Als Ergebnisse werden die einflussreichsten Eingangsparameter ermittelt und mit einer hohen Genauigkeit in den Fertigungszeichnungen vermerkt. Für die Ersatzrandbedingung „fixierte Lagerung“ wird ein U-Profil zusammengesetzt aus zwei Hälften gefertigt, um mögliche Winkelschiefstellungen des Prüflings ausgleichen zu können und somit eine spannungsfreie Lagerung zu gewährleisten. Die Fertigung der Anschlusssticke sowie die Versuchsdurchführungen fanden am Lehrstuhl für Konstruktionstechnik (KTmfk) der Universität Erlangen-Nürnberg statt. Dabei wurde auf eine sehr exakte Messung geachtet, um die produktionsbedingten Streuungen des Roadbook-Grundträgers klar erfassen zu können. Nicht vermeidbare Unsicherheiten bei der Durchführung der Versuche ergeben sich v.a. durch das Festlegen des Nullpunkts der Messuhren, durch unterschiedliche Vorspannkräfte bei den Anbindungen der Anschlussstücke oder durch leicht abweichende Positionierungen der Messuhren. Um diese versuchsbedingten Streuungen erfassen zu können, werden die Versuche für jeden Lastfall fünf Mal durchgeführt. Damit kann eingeschätzt werden, wie viel der gemessenen Streuung herstellungs- bzw. versuchsbedingt ist. Bild 6.16 zeigt den jeweiligen Versuchsaufbau der drei Lastfallszenarien.



**Bild 6.16:** Versuchsaufbau des Roadbook-Grundträgers für drei definierte Lastfälle

Für drei gefertigte Roadbook-Grundträger werden für jeden der drei Versuche die Verformungen senkrecht zur Oberfläche an den jeweils vier Messpunkten fünf Mal festgehalten, so dass sich insgesamt 180 Messwerte ergeben. Bild 6.17 fasst die Ergebnisse all dieser Versuche zusammen.



**Bild 6.17:** Mittelwerte und versuchsbedingte Variationsbreiten von Verformungen an drei herstellungsbedingt unterschiedlichen Roadbook-Grundträgern

Dargestellt sind die Mittelwerte der Verformungen für jeden Messpunkt und für jeden Roadbook-Grundträger. In den jeweils fünf Messungen ergeben sich abweichende Werte, deren Variationsbereich dem Mittelwert jeweils farbig hinterlegt ist.

Gut zu erkennen ist, dass die herstellungsbedingten Abweichungen der Roadbook-Grundträger klar von den versuchsbedingten Abweichungen getrennt werden können. Durch die Abweichung einer Messung vom Mittelwert kann der Messfehler eingeschätzt werden. Die durchschnittliche prozentuale Abweichung vom Mittelwert pro Messpunkt ist in Bild 6.18 dargestellt. Darin ist zu erkennen, dass der versuchsbedingte Fehler größer wird, je kleiner die Messwerte werden, was über Gewichtungsfaktoren in der Zielfunktion entsprechend Gleichung (1.70) berücksichtigt werden sollte.

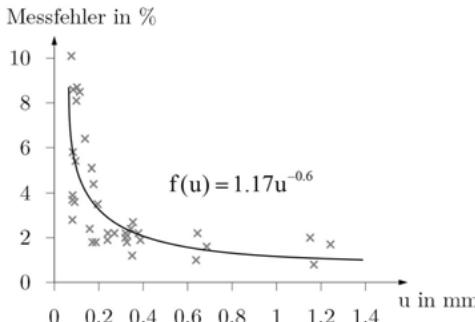


Bild 6.18: Messfehler in Abhängigkeit von den gemessenen Verschiebungen

Zum Ende der Versuche werden die exakten Messpunkte nochmal eingemessen und festgehalten, um die Verschiebungen in den Simulationen an den identischen Orten wie im Versuchsszenario abzufragen.

### 6.2.6 Kalibrierung der Simulationen an die Versuchsergebnisse

Für die Kalibrierung kann als Basis die in Kapitel 6.2.2 erstellte Simulation verwendet werden. Pro Roadbook-Grundträger stehen den 61 Kalibrierungsparametern (siehe Kapitel 6.2.4) 12 Verformungswerte gegenüber, welche mit den Mittelwerten der Messpunkte aus den Versuchen übereinstimmen sollen. Aus den bereits durchgeföhrten 250 FE-Rechnungen der Pretestanalyse werden aus den Verschiebungsvektoren die 12 Verformungswerte extrahiert, welche den eingemessenen Punkten am nächsten liegen. Entsprechend Kapitel 2.8.4 werden anschließend für diese Verformungen Metamodelle erzeugt, für welche sich die in Tabelle 6.1 festgehaltenen Prognosefähigkeiten ergeben.

Tabelle 6.1: Prognosefähigkeiten der Ersatzmodelle für die Verformungen an den 12 Messstellen

Messstelle	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Prognosefähigkeit (CoP)	92.9%	92.7%	93.1%	94.9%	96.2%	94.2%	95.4%	95.9%	96.7%	96.6%	96.3%	96.0%

Die sehr hohen Prognosefähigkeiten der Metamodelle erlauben eine Durchführung der Kalibrierungen für alle drei Roadbook-Grundträger ohne FE-Rechnung. Lediglich eine Validierungsrechnung soll die kalibrierte Parameterkonstellation nochmal überprüfen. Dies bedeutet eine enorme Einsparung an Rechenzeit. Anhand der in einer Sensitivitätsstudie ausgewerteten Einflüsse ist zu erkennen, dass alle Arten von Eingangsparametern zur Beschreibbarkeit der Verformungswerte beitragen. Für jede der drei Kalibrierungen wird eine softe Optimierung durchgeführt, wobei die Gleichung (1.70) als Zielfunktion verwendet wird und damit die Kalibrierung dann als erfolgreich gilt, wenn die Simulation alle zwölf Verformungswerte der Versuche aufweist. Die Messfehler werden dabei in Form von Gewichtungsfaktoren entsprechend der in Bild 6.18 dargestellten Funktion  $f(u)$  berücksichtigt.

Die durchschnittliche Abweichung der kalibrierten nachgerechneten Simulationen vom Mittelwert der Messungen liegt für RB-GT1 bei 3.5%, für RB-GT2 bei 2.8% und für RB-GT3 bei 2.3%. Im Vergleich dazu lagen die Abweichungen des nicht abgeglichenen Simulationsmodells bei 10.3%, 10.2% bzw. 8.6%. Sehr viel wichtiger ist jedoch, dass für alle drei Roadbook-Grundträger 9 der 12 kalibrierten Verformungswerte im Variationsbereich des jeweiligen Versuchs liegen. Bis zu 3 der 12 Verformungswerte können jedoch nicht in den Variationsbereich der Versuche kalibriert werden, ohne die anderen 9 Werte aus dem gültigen Bereich zu verdrängen. Diese Punkte sind jedoch diejenigen, für welche die höchsten Messfehler geschätzt wurden (Messpunkt C, E und K) und für welche somit auch eine geringe Gewichtung in der Zielfunktion vorgesehen war. Auch ist der gemessene herstellungsbedingte Wertebereich der kalibrierten Messpunkte mehr als fünf Mal so hoch wie der geschätzte Simulationsfehler. Es zeigt auch, dass die Annahmen zu den Orten der Degradationsbereiche von den Experten gut gewählt wurden, da die Amplituden der Zufallsfelder einen wichtigen Beitrag zum Erfolg der Kalibrierung leisten. Hätten v.a. die Punkte mit hoher Messgenauigkeit nicht getroffen werden können, so hätte die Parametrisierung überdacht und das DOE sowie die Kalibrierung wiederholt werden müssen. Als Ergebnis liegen drei kalibrierte Simulationen für den Roadbook-Grundträger, die wichtigsten Ansatzfunktionen zur Beschreibung der Degradationen (Bild 6.19) sowie die benötigten Variationsbreiten ihrer Amplituden vor.

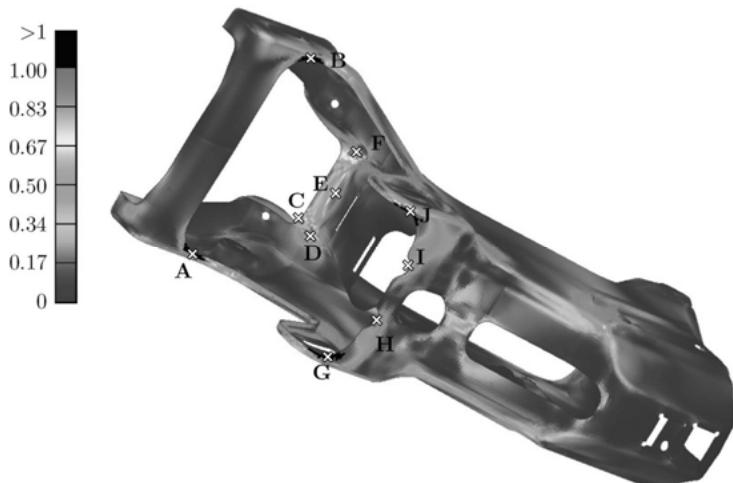


Bild 6.19: Normierte Darstellung der sechs wichtigsten Ansatzfunktionen zur Beschreibung der Degradation

### 6.2.7 Robust Design Optimierung

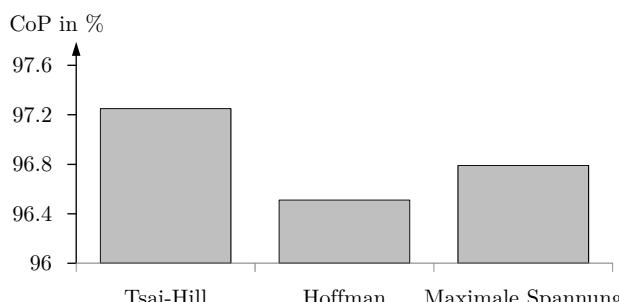
#### Voruntersuchungen durch Sensitivitätsstudien mit Optimierungsparametern

Mit diesen Grundlagen können die nächsten Schritte zur Durchführungen einer Robust Design Optimierung gemacht werden. Die Basis bildet - wie bereits zu Beginn von Kapitel 6.2 erwähnt - ein neuer Lastfall mit einer Lagerung des RB-GT an den vier untersten Bohrungen sowie einer seitlichen Belastung von 700N. Wie in Kapitel 4.5 beginnt der Ablauf mit einer Sensitivitätsstudie. Um für die IRF Werte hohe Prognosen zu erzielen, wird ein LHS DOE mit insgesamt 350 Samples berechnet. Dabei werden die Lagenwinkel um  $+/-20^\circ$  und die Lagendicken als kontinuierliche Parameter um  $+/-4\%$  variiert. Herstellungstechnische Aspekte werden damit noch nicht berücksichtigt. Als Ergebnisse werden die Masse sowie die IRF Felder nach „Tsai-Hill“, „Hoffman“ und „Maximale Spannung“ ausgewertet, da für diese Kriterien entsprechende Materialdaten vorliegen. In Bild 6.20 ist die Umhüllende der Maximalwerte aller Kriterien dargestellt. Es können insgesamt 10 kritische Orte identifiziert werden, an welchen bei entsprechender Variation des Lagenaufbaus bzw. bei streuenden Bedingungen Versagen eintreten könnte. Diese Vielzahl an örtlich gleichmäßig verteilten potentiellen Versagensstellen spricht dafür, dass der Lagenaufbau auch für diesen neuen Lastfall eine gute Grundlage bildet.



**Bild 6.20:** Umhüllende aller maximalen inversen Reservefaktoren (IRF) für einen neuen Lastfall sowie Hot Spot Detektion

Die inversen Reservefaktoren (IRF) nach „Tsai-Hill“, „Hoffman“ und „Maximale Spannung“ werden für die 10 kritischsten Stellen als separate Ausgangsparameter festgelegt und bezüglich ihrer Prognosefähigkeit untersucht. Bild 6.21 zeigt einen Vergleich der durchschnittlichen Prognosefähigkeiten an den 10 Orten für jedes der hinterlegten Kriterien. Dabei weist „Tsai-Hill“ den vielversprechendsten Wert auf, weshalb für die weiteren Schritte auf die Bewertung nach Hoffman und Maximale Spannung verzichtet wird.



**Bild 6.21:** Vergleich der durchschnittlichen Prognosefähigkeiten der drei verfügbaren Kriterien an den 10 kritischsten Stellen

Im Weiteren werden die Wirkzusammenhänge für die 10 IRF Werte nach „Tsai-Hill“ auf Basis der in Kapitel 2.8.3 erläuterten Methoden identifiziert. Anhand der

Einflüsse kann dabei erkannt werden, dass sehr stark gekoppelte Einflüsse von bis zu 40% vorhanden sind. Das bedeutet, dass die IRF Werte durch eine gleichzeitige Winkelvariation bestimmter Schichten deutlich stärker beeinflusst werden, als wenn Schichten nur einzeln variiert würden. Durch manuelle Variationen wäre es unmöglich, solche Zusammenhänge zu erkennen. Auch können bei wenigen Parametern eindeutige Variationsbereiche erkannt werden, welche generell vermieden werden sollten. Dies kann bei der Wahl von Startdesigns hilfreich sein. Bild 6.22 zeigt links, dass der IRF Wert an Stelle „C“ rapide steigt, sobald ein Maß von  $-8^\circ$  für Winkel „L1m“ unterschritten wird. Rechts ist zu sehen, dass es für manche Versagensstellen eindeutig erkennbare Tendenzen zu idealen Winkelstellungen gibt. So scheint eine Drehung der Lage „L2m“ um  $-15^\circ$  die bestmöglichste Ausrichtung im Sinne eines niedrigen IRF Werts an der Stelle „F“ zu sein.

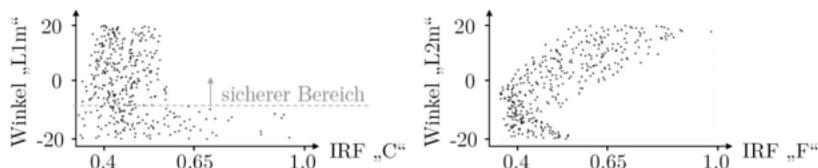


Bild 6.22: Anthillplots der Sensitivitätsstudie des Roadbook-Grundträgers zum Erkennen von Tendenzen

Die Prognosefähigkeiten der Metamodelle sind in Bild 6.23 dargestellt. Sie liegen zwischen 95.4% und 98.6% und sind damit ausreichend hoch, um weitere sehr realistische Ergebnisse im Wertebereich ohne Simulationen zu prognostizieren.

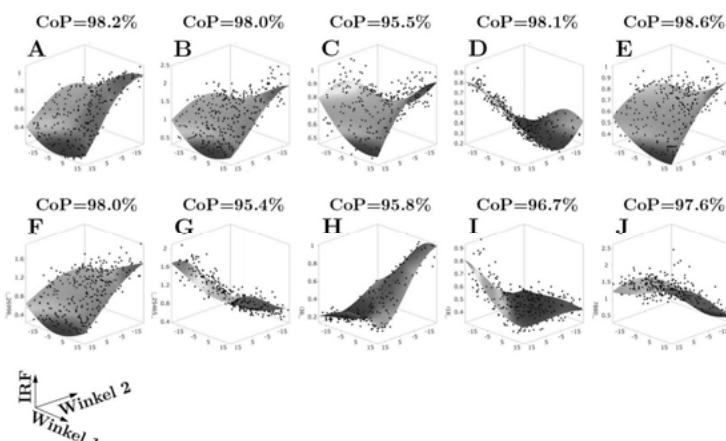


Bild 6.23: Metamodelle und deren Prognosefähigkeiten der IRF Werte an den potentiellen Versagensstellen

In den Metamodellansichten werden die IRF Werte mit den jeweils zwei einflussreichsten Winkelparametern dargestellt. Tatsächlich sind die Metamodelle hochdimensional. Die nicht dargestellten Dimensionen wurden auf die Referenzwerte der kalibrierten Simulation von Roadbook-Grundträger 1 gestellt. In einigen Metamodellen ist gut zu erkennen, wie stark der Einfluss des einen Eingangsparameters vom gewählten Wert des anderen Eingangsparameters abhängig ist. So ist beispielsweise der Einfluss von *Winkel 1* auf die Versagensstelle „I“ sehr gering, wenn *Winkel 2* einen stark negativen Wert annimmt. Steigt *Winkel 2* auf einen sehr hohen Wert an, so entsteht ein starker, negativer, linearer Zusammenhang zwischen *Winkel 1* und dem IRF an Stelle „I“.

### Robust Design Optimierung

Ein Filtern der Designpunkte nach Konstellationen, welche die IRF Grenzen alleamt nicht überschreiten, führt ausschließlich ungültigen Designs. Jedoch lassen sich bei IRF Grenzen von 1.1 sieben Designkonstellationen finden, welche nah am gültigen Bereich liegen. Diese zeigen zum Teil auch eine im Vergleich zum gesamten Wertebereich geringe Masse. Aufgrund der beschränkten Auswahl an potentiell guten Designkonstellationen kann auf das in Kapitel 4.6 beschriebene Selektionsverfahren für Startdesigns verzichtet werden. Alle sieben gefilterten Konstellationen werden als Startdesigns für die Optimierung festgelegt. Somit liegen mit dem Wunsch der Reduktion der Masse m eine Zielfunktion, mit den kritischen Versagensorten 10 Zwangsbedingungen sowie 7 Startkandidaten für den Start der ersten Optimierung vor. Variiert werden dabei nur diejenigen Eingangsparameter  $x_i$ , welche einen Beitrag zur Erzeugung der Metamodelle leisten.

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= m(x_1, x_2, \dots, x_{22}) \rightarrow \min \\ h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \text{IRF}_j(x_1, x_2, \dots, x_{22}) - 1 \leq 0 \quad \text{mit } j = A..J \end{aligned} \quad (1.77)$$

Zum Erreichen eines ersten potentiellen, optimierten Designs wird aus den in Kapitel 4.6 genannten Gründen ein evolutionärer Algorithmus gewählt. Die in der Sensitivitätsanalyse als kontinuierlich definierten Eingangsparameter werden für die Optimierung als diskrete Werte hinterlegt, so dass als Ergebnis ein fertigbarer bzw. für das Plybook des Roadbook-Grundträgers geeigneter Lagenaufbau vorliegen würde. Die Berechnungen werden als softe Optimierung auf den Metamodellen durchgeführt und beanspruchen dadurch nur 1 Minute Rechenzeit.

Durch den ersten Optimierungslauf kann ein Design gefunden werden, welches alle Zwangsbedingungen erfüllt und eine sehr niedrige Masse aufweist. Durch eine Validierungsrechnung mit einer FE-Simulation ergeben sich folgende Werte:

Tabelle 6.2: Ergebnisse des ersten Optimierungslaufs

		Inverse Reserve Faktoren nach Tsai-Hill									
	Masse	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Softes Optimum	456g	0.99	0.90	0.50	0.70	0.55	0.23	0.92	0.70	0.65	0.97
Validiert mit Simulation	456g	1.00	0.89	0.50	0.78	0.54	0.22	0.93	0.68	0.64	0.98

Wie in

Tabelle 6.2 zu sehen ist, ergeben sich bis auf den IRF Wert an Stelle D in den Metamodellen und FE-Rechnungen fast identische Ergebnisse. Die durchschnittliche Abweichung für alle IRF Werte beträgt nur 2.1%, was nochmal die sehr gute Prognosequalität bestätigt. Die für den RB-GT kritischsten Versagenswerte ergeben sich auf den ersten Blick an den Orten „A“, „B“, „G“ und „J“. Über eine Robustheitsbewertung gemäß Kapitel 2.10.3 wird untersucht, wie stark diese Werte unter streuenden Bedingungen variieren. Dazu werden die in der Kalibrierung ermittelten Ansatzfunktionen mit den Variationsbreiten ihrer Amplituden sowie die bekannten Streuungen der Lagenwinkel, Materialparameter und Lagendicken verwendet, daraus ein LHS DOE mit 100 Samples erzeugt und mit FE-Simulationen berechnet. Damit ergeben sich für die IRF Werte die in Bild 6.24 zusammengefassten Mittelwerte und Standardabweichungen:

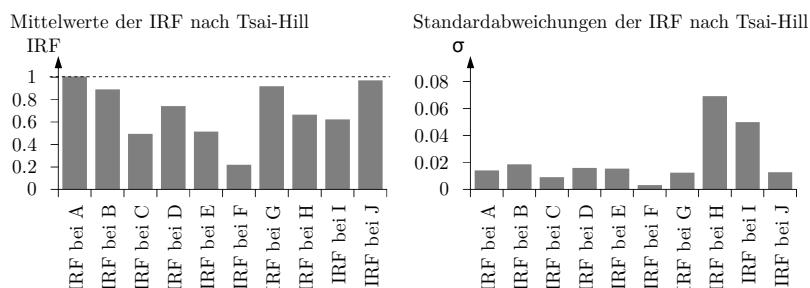


Bild 6.24: Ergebnisse der Robustheitsbewertung des ersten optimalen Kandidaten

An der Stelle A und J liegt ein Sigma-Level von 0.4 bzw. 2.2 vor. An allen andern Stellen übersteigt das Sigma-Level deutlich den Wert 3. Der Kandidat ist demnach zwar im Sinne einer geringen Masse optimal, jedoch im Sinne der Sicherheit noch nicht robust. Um die Ausfallswahrscheinlichkeit ebenfalls gering zu halten, wird das Vorgehen fortgesetzt.

Für den nächsten Optimierungslauf werden die Grenzen der Zwangsbedingungen nach unten gesetzt:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= m(x_1, x_2, \dots, x_{22}) \rightarrow \min \\ h_A(x_1, x_2, \dots, x_n) &= IRF_A(x_1, x_2, \dots, x_{22}) - 0.95 \leq 0 \\ h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) &= IRF_j(x_1, x_2, \dots, x_{22}) - 0.98 \leq 0 \\ h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) &= IRF_j(x_1, x_2, \dots, x_{22}) - 1 \leq 0 \quad \text{mit } j = B, I \end{aligned} \quad (1.78)$$

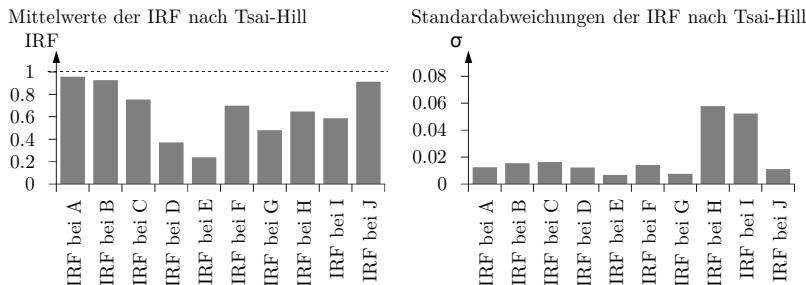
An Stelle A liegt die Standardabweichung bei 0.014, weshalb die IRF Grenze um ca.  $3\sigma$  auf einen Wert von 0.95 nach unten gesetzt wird. An Stelle J beträgt die Standardabweichung 0.013. Bei einem derzeitigen Sigma-Level von 2.2 sollte eine Verschiebung des Mittelwerts um ca.  $1\sigma$  ausreichend sein, so dass die IRF Grenze auf 0.98 festgelegt wird. Diese Definition basiert auf der Annahme, dass eine symmetrische Verteilung vorliegen wird, die Standardabweichungen in etwa gleich bleiben und die im ersten Optimierungskandidaten unkritischen Orte weiterhin ihr sicheres Sigma-Level beibehalten werden. Mit diesen Definitionen wird ein neuer Kandidat gefunden, dessen Masse von 456g auf 460g steigt:

Tabelle 6.3: Ergebnis des zweiten Optimierungslaufs

	Masse	Inverse Reserve Faktoren nach Tsai-Hill									
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Softes Optimum	460g	0.94	0.95	0.79	0.38	0.26	0.80	0.44	0.64	0.61	0.94
Validiert mit Simulation	460g	0.96	0.93	0.79	0.38	0.25	0.73	0.49	0.64	0.60	0.93

Am Ergebnis des validierten Kandidaten ist zu erkennen, dass die IRF Werte an Stelle A und J auf 0.96 bzw. 0.93 gesunken sind. Der zuvor als unkritisch eingestufte IRF Wert an Stelle B ist von 0.89 auf 0.93 gestiegen. Des Weiteren sind die IRF Werte an Stelle C, F und I gestiegen, scheinen jedoch im sicheren Bereich zu liegen. Über eine erneute Robustheitsbewertung wird überprüft, ob der Kandidat an allen Stellen das geforderte 3-Sigma-Level aufweist.

Für eine Robustheitsbewertung, deren Variations- und Streugrenzen der ersten Robustheitsbewertung entsprechen und deren Nominalwerte auf die Größen des zweiten optimalen Kandidaten gesetzt werden, wird ein neues LHS DOE mit erneut 100 Samples erzeugt und berechnet. Erneut werden Mittelwerte und Standardabweichungen der potentiell kritischsten Orte in Bild 6.25 zusammengefasst:



**Bild 6.25:** Ergebnisse der Robustheitsbewertung des zweiten optimalen Kandidaten

Für Ort A ergibt sich ein Sigma-Level von 3.4. Und auch an den Orten B bis J ist das Sigma-Level deutlich höher als 3. Damit liegt die Ausfallswahrscheinlichkeit bei unter 3%, wenn dieser Lastfall eintreten würde.

Auffällig sind die hohen Standardabweichungen bei „H“ und „I“, auch wenn diese Orte als sicher gelten. Trotzdem sollen zum Abschluss noch die Gründe dieser starken Streuungen ermittelt werden. Eine Auswertung der Einflüsse ergibt, dass die Streuung des Versagens an den Orten I und H, aber auch an den Orten C und E sehr stark durch Degradationen verursacht wird.



**Bild 6.26:** Darstellung der für die Streuung der IRF Werte an den Orten I und H verantwortlichen Degradationsbereiche

An der kritischen Stelle A wird die Streuung hauptsächlich durch die Streuung einer Winkellage (L2l) beeinflusst, weshalb eine Erhöhung der Genauigkeit beim Legen dieser Lage einen weiteren positiven Einfluss auf die Sicherheit des RB-GT hätte.

## 6.2.8 Gegenüberstellung der Ergebnisse und Rechenzeiten

Bei der Gegenüberstellung der Ergebnisse ist zu erkennen, dass in jedem Iterationsschritt die Ausfallswahrscheinlichkeit deutlich sinkt und das Gewicht auf dem fast gleichen Niveau gehalten werden kann.

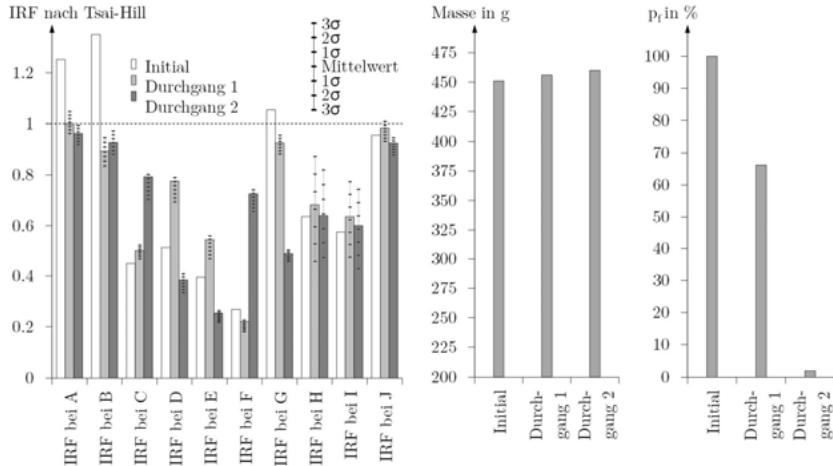


Bild 6.27: IRF Werte, Massen und Ausfallswahrscheinlichkeiten  $p_f$  des initialen RB-GT, des ersten Optimums sowie des zweiten robusten Optimums

Desweiteren ist zu sehen, dass an den Orten C und F von Durchgang 1 auf Durchgang 2 die vorher als unkritisch eingestuften IRF Werte wieder deutlich steigen, der kritische Wert von 1 jedoch auch unter streuenden Bedingungen nicht erreicht wird. Aus diesem Grund genügten bei dieser Anwendung bereits 2 Iterationsschritte zum Erreichen eines sicheren Designs.

Für die Rechenzeiten ergibt sich auf einer Blade-Workstation mit einem Prozessor der Intel® Xeon® E5 v3 Familie sowie 192GB Arbeitsspeicher folgende Übersicht:

Tabelle 6.4: Überblick über die benötigte Rechenzeit

	Benötigte Simulationen	Zeit pro Simulation	Simultane Simulationen	Rechendurchgänge	Gesamtzeit
Pretest	250	634 s	14	18	191 min
Kalibrierung	3	634 s	3	1	11 min
Sensitivitätsst.	350	192 s	14	25	80 min
Optimierung 1	1	192 s	1	1	4 min
Robustheitsb. 1	100	192 s	14	8	26 min
Optimierung 2	1	192 s	1	1	4 min
Robustheitsb. 2	100	192 s	14	8	26 min

Demnach kann die Pretestanalyse und Kalibrierung in 3h 22min berechnet werden. Für die Robust Design Optimierung werden 2h 20min benötigt. Für jede weitere Iteration, welche evtl. notwendig gewesen wäre, hätte sich die Zeit um weitere 30min verlängert. Demnach liegt die Gesamtrechenzeit mit zwei notwendigen Iterationen bei 5h 44min. Bei fünf notwendigen Iterationsschritten hätte die Rechenzeit ca. 7-8h betragen.

Diese Softwareausstattung kann aus heutiger Sicht durchaus als Standard bezeichnet werden, so dass die Aufgabe mit diesem Vorgehen realistisch gesehen an einem Tag berechnet werden kann.

## 7 Bewertung des Analysekonzepts

In diesem Kapitel sollen die Erfahrungen aus den Anwendungen diskutiert werden. Dabei werden nochmal die einzelnen Schritte des Konzepts bzgl. der Genauigkeit beleuchtet und die Möglichkeiten an Berechnungsaufgaben, welche damit gelöst werden können, genannt. Für die praktische Umsetzung werden noch abschließende Hinweise aus der Erfahrung der bisherigen Anwendungen gegeben.

### 7.1 Diskussion der Genauigkeit

Das Vorgehen setzt sich aus mehreren einzelnen Schritten zusammen, welche letzten Endes zu einem robusten und optimierten Design führen. Dabei ist an vielen Stellen auf eine hohe Ergebnisqualität zu achten, um auch im finalen Ergebnis glaubwürdige Aussagen zu erhalten. In folgenden Bereichen können Ungenauigkeiten auftreten und sollten demnach überprüft werden:

- Die Diskretisierung des Simulationsmodells kann v.a. für die Versagenskriterien kritisch werden. Bei zu grober Vernetzung werden die Ergebnisgrößen zu stark von numerischem Rauschen dominiert, so dass eine Bewertung des gewünschten Sigma-Levels nicht mehr möglich ist. Wie in Kapitel 4.2 beschrieben, sollte deswegen vor der Analyse eine Netzstudie durchgeführt werden, um auch für sehr steile Gradienten eine exakte Aussage zu bekommen. Der Mehraufwand, welchen man durch eine feinere Vernetzung erzeugt, wird sich durch eine hohe Prognosefähigkeit und der damit verbundenen Möglichkeit, softe Optimierungen durchzuführen zu können, wieder auszahlen. Der CoP ist ein sehr gutes Maß, um abschätzen zu können, ob die Vernetzung ausreichend war. Ist die Diskretisierung zu grob, so entstehen durch das numerische Rauschen nicht erklärbare Wirkzusammenhänge, welche sich automatisch in einem niedrigeren CoP wiederspiegeln. Als Anhaltspunkt kann die in Kapitel 4.9 angegebene Grenze von 90% als Anhaltspunkt verwendet werden. Die dadurch exakte Prognosen auf den Antwortflächen auch mit ähnlichen Ergebnissen in der Validierungsrechnung auszahlen und damit unnötige Iterationen vermeiden.
- Im Aufbau des Simulationsmodells werden Anbindungsstellen durch Randbedingungen ersetzt. Damit die Kalibrierung gelingt, ist auf möglichst realistische Ersatzrandbedingungen bzw. Ersatzsteifigkeiten zu achten. Sollte es nicht möglich sein bzw. kann die Anbindung nicht mit ausreichender Garan-

tie adäquat ersetzt werden, so sollten die Anbindungen unter dem Zugeständnis von mehr Rechenzeit ausmodelliert werden. Dies kann durchaus ein Erfahrungsprozess sein, wird jedoch spätestens in der Kalibrierung auffallen, wenn es nicht möglich ist, die im Versuch gemessenen Werte an den verschiedenen Orten alle gleichzeitig in der Simulation zu erreichen. Falsche Randbedingungen führen in diesem Fall zu einem anderen Steifigkeitsverhalten, welches es unmöglich machen kann, die Versuchsergebnisse mit ausreichender Qualität zu erreichen. Damit kann die Kalibrierung selbst auch als gutes Maß für die Qualität eines repräsentativen Simulationsmodells gesehen werden.

- Die gleiche Schwierigkeit kann sich bei nicht berücksichtigten Degradationsbereichen einstellen. Werden komplettete Bereiche, welche einen hohen Einfluss haben, bei der Festlegung übersehen, so spiegelt sich das ebenfalls in einer nicht erfolgreichen Kalibrierung wieder. Hier gilt es Orte, welche nur auf Vermutung hin als Degradationsbereiche festgelegt werden. Sollten diese Bereiche tatsächlich nicht degradiert sein, so werden die Zufallsfelder die entsprechenden Ansatzfunktionen so gewichten, dass das Material nicht geschwächt wird. Die komplett Struktur als potentiell degradiertes Feld zu definieren ist jedoch wiederum nicht empfehlenswert, da die Anzahl der benötigten Ansatzfunktionen stark steigen würde, um die notwendige Variabilität des Felds zu erreichen. Durch die damit einhergehende steigende Anzahl an Amplituden würde die Anzahl der Eingangsparameter und damit die benötigten Berechnungen in der Sensitivitätsstudie stark ansteigen.
- Damit schließt sich auch der nächste Punkt an, mit ausreichend vielen Ansatzfunktionen zu arbeiten. Je lokaler die Degradationseffekte vermutet werden, desto mehr Ansatzfunktionen sollten verwendet werden. Es hat sich bewährt, eine kumulative Variabilität von 99% anzustreben. Das ist meist mit unter 20 Amplituden zu erreichen. Eine visuelle Kontrolle, ob mit den erzeugten Eigenwerten die vermuteten Formen erreicht werden können, dient nochmal der Absicherung. Die Erzeugung dieser Zufallsfelder kostet nicht viel Zeit, so dass hier durchaus mehrere Untersuchungen gemacht werden können.
- Die Messungenauigkeiten im Versuch sollten ebenfalls minimiert werden. Neben einem gewissenhaften Aufbau und einer gründlichen Versuchsdurchführung kann v.a. die Pretest Analyse helfen, Messstellen zu identifizieren, an welchen eine große Auslenkung (bei gleichzeitig hoher Schwankung bei verschiedenen Proben) zu erwarten ist, um das Verhältnis von Messfehler zu Messwert zu minimieren. Messungenauigkeiten sollten auch durch mehrere Versuchswiederholungen erfasst werden, um durch die daraus erhobene Standardabweichung bzw. dem Wertintervall ein Maß zur Gegenüberstellung mit den eigentlich zu messenden, herstellungsbedingten Streuungen zu erhalten.

- Der Erfolg der Robustheitsbewertung hängt stark von der Wahl der streuenden Eingangsparameter ab. Durch die Degradationsfelder können viele Streueffekte erfasst werden. Sollten jedoch sehr wichtige streuende Parameter vergessen werden, so muss das Ergebnis hinterfragt werden. Oft werden streuende Parameter vernachlässigt, da der Aufwand zur Erhebung der Eingangsstreuungen sehr hoch ist. In diesem Fall kann empfohlen werden, besagte Parameter mit konservativer gleichmäßiger Verteilung zu berücksichtigen und eine erste Robustheitsbewertung durchzuführen. Sollten nach diesem Ergebnis die Parameter tatsächlich einen starken Einfluss auf eine Ausgangsgröße haben, so wäre der Aufwand zu Erhebung der Eingangsstreuungen sicher gerechtfertigt. Sollte der Einfluss bei dieser großzügig angenommenen Streuung gering sein, so kann auch auf eine Messung der Eingangsstreuung verzichtet werden, da der Einfluss auch bei exakten und damit nicht mehr konservativen Streuungen klein bleiben wird.
- Die Laminattheorie und auch die Versagenshypthesen haben Grenzen. In Kapitel 2.5 sind die Voraussetzungen aufgelistet, unter welchen die Berechnungen durchgeführt werden sollten. Diese Grenzen können auch als Rahmen des Konzepts verstanden werden, innerhalb welcher es Anwendung finden sollte.

Für die Genauigkeit lässt sich zusammenfassend sagen, dass die qualitative Aussage der Sicherheit des optimierten Designs stark von den genannten Ungenauigkeiten abhängt, jedoch bei Beachtung der genannten Punkte eine gute Aussage zulässt. Die vorherrschenden Wirkzusammenhänge, aus welchen die konkreten Handlungsmäßigkeiten abgeleitet werden, sind sicher unkritisch zu betrachten. Ein sehr gutes Maß sind die CoP Werte der hinterlegten Metamodelle. Für vernünftige Aussagen reicht in der Robustheitsbewertung erfahrungsgemäß bereits ein Wert von 80%.

## 7.2 Möglichkeit der schrittweisen Erweiterung der Aufgabe

Die Methodik ist so gestaltet, dass ebenfalls andere Zielfunktionen und Zwangsbedingungen berücksichtigt werden können und die Optimierungsaufgabe somit modular erweiterbar ist. Beispielsweise ist die zusätzliche Minimierung der Versagenswahrscheinlichkeit durch Knicken oder die Minimierung der maximalen Verformung als zusätzliche Definition für das Optimierungsproblem denkbar. Dazu kann das bestehende Szenario durch weitere Lastfälle erweitert werden, welche benötigt werden, um die für die Optimierung notwendigen Ausgangsparameter zu erzeugen. Hier soll der große Vorteil nochmal verdeutlich werden, welcher sich durch die Verwendung von Metamodelltechnik ergibt: die bereits in der Sensitivitätsstudie berechneten Ergebnisse der Lastfallszenarien bleiben unberührt und können bei einer Erweiterung der Optimierungsaufgabe wie bisher genutzt werden. Da die damit erzeugten Metamodelle das globale Verhalten der Ausgangsgrößen repräsentieren, können Optimierungsalgorithmen diese Basis für abgeänderte bzw. um weitere

Terme ergänzte Optimierungen weiterhin verwenden. Wird beispielsweise als zusätzliche Bedingung die Sicherheit gegen Beulen gefordert, so können die Ausgangsgrößen des aktuellen DOE der Sensitivitätsstudie um den jeweiligen Beulfaktor erweitert werden. Dazu muss für das Modell lediglich die für die Bestimmung des Beulfaktors notwendig Simulation für jeden Designpunkt zusätzlich berechnet werden. Bei harten Optimierungen könnten die bereits durchgeführten Simulationen nicht weiter genutzt werden. Die bis dahin erarbeiteten Informationen wurden für die bisherige Optimierungsaufgabe erzeugt und liegen nur lokal vor. Die für die neue Optimierung notwendigen Informationen sind jedoch andere und müssten demnach auch neu berechnet werden.

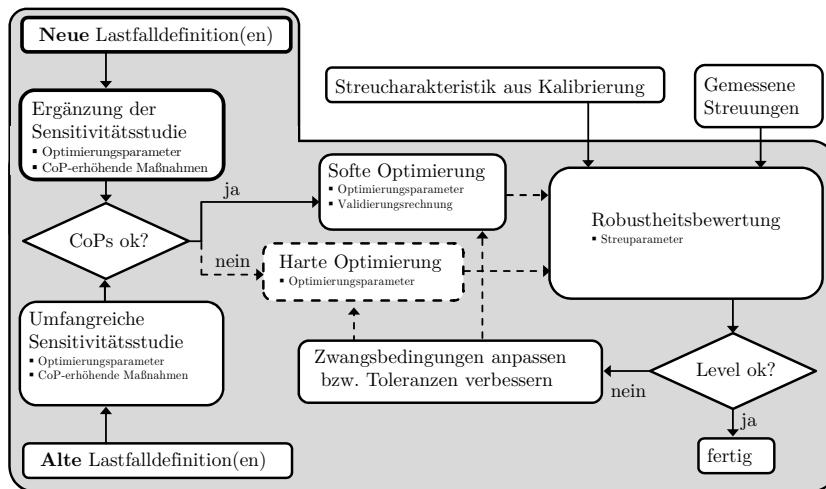


Bild 7.1: Modular Erweiterung der RDO Aufgabe

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Endlosfaserverstärkte Verbundwerkstoffe weisen ein hohes Leichtbaupotential durch eine hohe Festigkeit bei gleichzeitig geringem Gewicht auf. Die Wirkzusammenhänge dieses Werkstoffs sind jedoch komplex und der Einfluss herstellungsbedingter Streuungen kann ein nicht zu unterschätzendes Risiko für die Sicherheit des Bauteils darstellen. Dies macht die Auslegung optimaler und robuster Lagenaufbauten schwierig und zeitintensiv. Gelingt jedoch eine Konstruktion unter Berücksichtigung dieser Gesichtspunkte, so können leichte Strukturen erzeugt werden, welche unter den Einsatzbedingungen eine geringe Ausfallswahrscheinlichkeit aufweisen. Dies senkt einerseits die Betriebskosten wie z.B. Treibstoff, vermeidet andererseits hohe Folgekosten aufgrund von Garantieeinforderungen oder Rückrufaktionen und steigert langfristig das Image eines Produkts.

In der vorliegend Arbeit wurde dafür eine Methodik auf Basis der Finite-Elemente-Methode vorgestellt, welche eine Robust Design Optimierung von endlosfaserverstärkten Verbundwerkstoffen mit hoher Genauigkeit und bei gleichzeitig geringem Rechenaufwand ermöglicht. Um die Tauglichkeit in der Praxis zu überprüfen, wurde das Konzept an realen Beispielen und unter Durchführung von Versuchen getestet. Aus den einzelnen Schritten des Vorgehens ergeben sich Mehrwerte, welche einen Einsatz des Konzepts in der Praxis rechtfertigen.

Dabei lässt sich das Vorgehen in die zwei Abschnitte der Modellkalibrierung und der Robust Design Optimierung einteilen. Für die Modellkalibrierung wurden Degradationen eingeführt, welche viele Effekte bedingt durch z.B. Fräsen, Stanzen, Kleben, schwierige bzw. geringe Überlappungen, Fertigungsfehler, Faserwelligkeiten der Faserbündel, Faser- oder Harzanhäufungen, ungenügende Fasertränkung oder unvollständige Aushärtung ersatzweise abbilden und über die Einführung von Zufallsfeldern parametrisiert und kalibriert werden. Dadurch lässt sich ein hoher Rechenaufwand für die Abbildung dieser Effekte vermeiden und gleichzeitig die Qualität durch den Abgleich mit aussagekräftigen Messsorten aus dem Versuch überprüfen. In dem Beispiel des drapierten Schalenmodells konnten zudem durch Darstellung der Abweichungen auf der Struktur Ungenauigkeiten im Herstellprozess visualisiert werden und des Weiteren deren Einfluss auf die Eigenschaften des Modells herausgearbeitet werden. Damit gelingt auch die Beurteilung, inwiefern Fertigungsfehler oder -ungenauigkeiten als problematisch oder unkritisch einzustufen sind. Für die Optimierung wurden Zwangsbedingungen für Versagenkriterien definiert, welche örtlich getrennt wurden, um die unterschiedlichen Ursachen der Versagens-

mechanismen klar separieren zu können. Für die Versagenshypthesen wurden zudem die Prognosefähigkeiten ihrer Metamodelle an den kritischsten Stellen verglichen, um die Entscheidungsfindung für das geeignete Versagenskriterium im Sinne einer guten Erklärbarkeit der Wirkzusammenhänge zur Verfügung zu stellen. Für die Formulierung der Optimierungsaufgabe konnte auf die Erkenntnisse der Sensitivitätsanalyse zurückgegriffen werden, welche im Vorfeld zunächst ein Verständnis für die globalen Wirkzusammenhänge ermöglicht. Diese Erkenntnisse können den Optimierungsprozess wesentlich beschleunigen, da Parameter, welche die für die Optimierung wichtigen Ausgangsgrößen nicht beeinflussen, konstant gehalten werden können. Des Weiteren wurden softe Optimierungen auf Antwortflächen durchgeführt, deren Ergebnis durch die Übereinstimmung mit Validierungsrechnungen die hohen Prognosegüten der Metamodelle bestätigten. All diese Punkte erlauben es, die potentiellen Kandidaten für die Robustheitsbewertungen trotz der sehr vielfältigen Optimierungscharakteristik mit nur wenigen Rechnungen zu erhalten.

Das Vorgehen ist schrittweise aufgebaut, wobei die einzelnen Abschnitte automatisiert sind. Entscheidungen zwischen den Schritten können und sollten von dem Anwender getroffen werden, um Aspekte, welche nicht im Prozess integriert sind, berücksichtigen zu können. Dies können z.B. Einschätzungen für Kosten einer evtl. vorgeschlagenen Verbesserung der Streuung im Herstellprozess sein. Des Weiteren erlaubt das in Blöcken aufgeteilte Vorgehen die nachträgliche Erweiterung mit weiteren Lastfallszenarien, um die Anforderungen an die RDO auszudehnen.

Für die Umsetzung im Alltag ist es wichtig, möglichst konkrete und gut verständliche Handlungsempfehlungen zu erzeugen, was an beiden Praxisbeispielen gezeigt wurde. Dabei erlauben die Ergebnisse eine gute Abschätzung, ob es günstiger ist, den Lagenaufbau mit dem Nachteil eines höheren Gewichts und damit höheren Betriebskosten zu ändern oder die Kosten in eine Reduktion relevanter Eingangsstreuungen zu investieren.

Für zukünftige Erweiterungen des vorgestellten Ansatzes wäre die Berücksichtigung von sehr stark verformten Strukturen interessant. Dies wird aktuell durch die Annahmen der Kirchhoffsschen Plattentheorie noch nicht unterstützt. Auch zeigen die Arbeiten aus [KKW15], dass die Berücksichtigung von Delamination mit einem numerisch vertretbaren Aufwand durchaus möglich ist. Damit könnten zusätzliche Versagensmechanismen in die RDO integriert werden.

Abschließend soll noch auf das Potential für die Übertragung der Vorgehensweise auf andre Bereiche wie die additive Fertigung hingewiesen werden. Auch hier herrschen herstellungsbedingte, lokal variierende Eigenschaften vor, welche über Zufallsfelder abgebildet werden können. Es werden viele Parallelen im Vorgehen für eine RDO vermutet. Zusätzlich wären eine 3D-Betrachtung sowie die Berücksichtigung thermischer Einflüsse notwendig.

## 9 Literaturverzeichnis

- [AEV01] Abspoel, S.; Etman, L.; Vervoort, J.; van Rooij, R.; Schoofs, A.; Rooda, J.: Simulation based optimization of stochastic systems with integer design variables by sequential multipoint linear approximation. Structural Multidisciplinary Optimization 22, S.125–138. Springer Verlag. 2001
- [AG10] Awad, Z.; Gonzalez, F.; Aravinthan, T.: Advanced robust design optimization of FRP sandwich floor panels. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 10, 2010.
- [Ami02] Amidror, I.: Scattered data interpolation methods for electronic imaging systems: a survey. Journal of Electronic Imaging. 2002.
- [AP95] Ashihmin V.; Povyshev, I.: Statistical distributional laws of stresses in polycrystals. Mathematical modeling of systems and processes. 1995.
- [ATL99] Aidun, J.; Trucano, T.; Lo, D.; Fye, R.: Representative volume size: a comparison of statistical continuum mechanics and statistical physics. Technical report, Sandia National Laboratories, New Mexico. 1999.
- [AVK10] AVK, I.V.K.: Handbuch Faserverbundkunststoffe: Grundlagen Verarbeitung Anwendungen. Vieweg und Teubner. 2010.
- [BAA15] Bacarreza, O.; Aliabadi, M.; Apicella, A.: Robust design and optimization of composite stiffened panels in post-buckling. Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.51. 2015.
- [Bat96] Bathe, K.: Finite Element Procedures, Prentice-Hall, Englewood Cliffs. 1996.
- [BD86] Bathe, K.; Dvorkin, E.: A Formulation of General Shell Elements - The Use of Mixed Interpolation of Tensorial Components. International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 22. S.697—722. 1986.
- [BDF99] Booker, A.; Dennis, J.; Frank, P.; Serafini, D.; Torczon, V.; Trosset, M.: A rigorous framework for optimization of expensive functions by surrogates. Structural Optimization. 1999.

- [BJL99] Behrens A.; Just, H.; Landgrebe, D.: Prediction of cracks in multi-stage cold forging operations by finite-element-simulations with integrated damage criteria. Technical report, Institute for Production engineering and University of the Federal Armed Forces, Hamburg. 1999.
- [BRP15] Barboza, S.; Rohloff, R.; Pott, J.; Wagner, J.; Schlossmacher, W.: FEA of Carbon Fiber Tubes and Compiste Panels as Structural Elements for the Cover of an Astronomical Instrument. ANSYS Conference & 33. CADFEM Users' Meeting . Bremen. 2015.
- [Buc09] Bucher, C.: Computational Analysis of Randomness in Structural Mechanics. Structures and Infrastructures Book Series, Vol. 3. 2009
- [BW10] Bayer, V.; Will, J.: Zufallsfelder in der Robustheits- und Zuverlässigkeitsbeurteilung von Bauteilen. 15. VDI Kongress Berechnung und Simulation im Fahrzeugbau SIMVEC. Baden-Baden. 2010.
- [CB68] Craig, R.; Bampton, M.: Coupling of Substructures for Dynamic Analysis. AIAA Journal, Vol12. 1968.
- [CDS97] Cuntze, R. Deska, R. Szelinski, B.; Jeltsch-Fricker, R.; Meckbach, S.; Huybrechts, D.; Kopp, J.; Kroll, L.; Gollwitzer, S.; Rackwitz, R.: Neue Bruchkriterien und Festigkeitsnachweise für unidirektionalen Faserkunststoffverbund unter mehrachsiger Beanspruchung - Modellbildung und Experimente. VDI Reihe 5, Nr. 506, Düsseldorf. VDI Verlag. 1997.
- [CFB00] Chen, W.; Fu, W.; Biggers, S.; Latour, R.: An Affordable Approach for Robust Design of Thick Laminated Composite Structure. Optimization and Engineering, Vol.1. 2000.
- [CR06] Coello, C.; Reyes-Sierra, M.: Multi-objective particle swarm optimizers: A survey of the state-of-the-art. International Journal of Computational Intelligence Research. 2006.
- [Cra87] Craig, R.: A Review of Time Domain and Frequency Domain Component Mode Sythesis Methods. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 2. 1987.
- [CTP01] Choi, K.; Tu, J.; Park, Y.: Extensions of design potential concept for reliability-based design optimization to nonsmooth and extreme cases. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2001.
- [DBH12] Diel, S.; Bürgel, F.; Huber, O.: Auslegung und Optimierung eines Skateboards in Sandwichbauweise mit zellulären Verbundwerkstoffen und integrierten faserverstärkten Deckschichten. ANSYS Conference & 30. CADFEM Users' Meeting . Kassel. 2012.
- [DCR05] Dávila, C.; Camanho, P.; Rose, C.: Failure criteria for FRP laminates. Journal of Composite Materials, Vol. 39, S.323—345, 2005.

- [DN03] Davila, C.; Navin, J.: Failure Criteria for FRP Laminates in Plane-Stress. NASA Langley Research Center. 2003.
- [Eyb13] Eyb, E.: Auslegung von Windkraftanlagen Rotorblättern aus Faserverbund – Potentiale und Herausforderungen. ANSYS Conference & 31. CADFEM Users' Meeting . Mannheim. 2013.
- [Fis55] Fisher, R.: Statistical Methods and Scientific Induction. Journal of the Royal Society. Series B (Methodological), Vol. 17, No. 1. 1955.
- [Fog66] Fogel, L.; Owens, A.; Walsh, M.: Artificial intelligence through simulated evolution. John Wiley & Sons, New York. 1966
- [FPC14] Fischer, K., Pereira, P.; Chatiri; M. Hörmann, M.: Crash Simulation of KTM "X-BOW" Car Front Impact Structure. ANSYS Conference & 32. CADFEM Users' Meeting . Nürnberg. 2014.
- [FY01] Fish, J.; Yu, Q.: Multiscale Damage Modeling for Composite Materials: Theory and Computational Framework. International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2001.
- [Gol89] Goldberg, D.: Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA. 1989
- [Gri21] Griffith, A.: The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, Vol. 221. 1921.
- [Gru14] Gruber, G.: Ein Beitrag zur rechnerunterstützten Auslegung crash-relevant kurzfaser verstärkter Kunststoffbauteile in der frühen Entwurfsphase. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 1 Nr. 428. Düsseldorf. 2014.
- [GW98] Giunta, A.; Watson, L.: A comparison of approximation modeling technique: Polynomial versus interpolating models. In 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis & Optimization, AIAA, St. Louis, MO. 1998.
- [Has80] Hashin, Z.: Failure criteria for unidirectional fibre composites, ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 47 (2). 1980.
- [HKS11] Hinton, M.; Kaddour, S.; Smith, P.; Li, S.; Soden, P.: Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites: Can Any of the Predictive Theories be Trusted? NAFEMS World Congress. Boston. 2011.
- [Hol75] Holland, J.: Adaptation in natural and artificial systems. University of Michigan Press. 1975.

- [IC82] Iman, R.; Conover, W.: A Distribution Free Approach to Inducing Rank Correlation Among Input Variables. *Communications in Statistics*, vol. b11 edn. 1982.
- [Jon99] Jones, R.: Mechanics of Composite Materials. Taylor & Francis. S.109—112. 1999.
- [Jur07] Jurecka, F.: Robust Design Optimization Based on Metamodeling Techniques. Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München. Dissertation. 2007.
- [Kel99] Kelley, C.: Iterative Methods for Optimization, *Frontiers in Applied Mathematics*, Vol. 18, SIAM, Philadelphia, PA. 1999.
- [KGW15] Konrad, T; Gascó, V.; Wiegand, K.: Sensitivity analysis of forming process parameters regarding the shape accuracy of single and assembled parts. *Weimar Optimization and Stochastic Days*. 2015.
- [KI00] Kikuchi, F.; Ishii, K.: Unification of Kirchhoff and Reissner-Mindlin plate bending elements. European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. Barcelona. 2000.
- [KKW16] Kraus, T.; Kühnel, M.; Witten, E.: Composites-Marktbericht 2016. Marktentwicklungen, Trends, Ausblicke und Herausforderungen. Carbon Composites e.V. 2016.
- [Kob11] Kober, M.: Ein Beitrag zur strukturmechanischen Optimierung realer Bauteile in metallischer und Faserverbundbauweise unter Verwendung von wirkebenenbasierten Bruchkriterien. Dissertation, Technischen Universität Cottbus, 2011.
- [Kos00] Koschmieder, M.: Verarbeitung und Eigenschaften von Faserverbundkunststoffen mit Elastomermatrix. Dissertation. Technische Hochschule Aachen. 2000.
- [KKW15] Kellermeyer M; Klein D; Wartzack S: Designing of hybrid joints at the early embodiment design stage. Proceedings of the 20th International Conference on Engineering Design (ICED15), Vol. 4: Design for X, Mailand, 2015.
- [KPW15] Kellermeyer, M., Perterer, M., Wolff, S., Wartzack, S.: Evaluation of the scatter of continuous fiber-reinforced plastics with Statistics on Structures (SoS). *Weimar Optimization and Stochastic Days*. 2015.
- [KPW16] Kellermeyer, M., Perterer, M., Wartzack, S.: Optimierung von Faserverbundwerkstoffen unter Berücksichtigung streuender Felder. 18. VDI Kongress Simulation und Erprobung in der Fahrzeugentwicklung SIMVEC. Baden-Baden. 2016.
- [LM16] Lechner, K.; Menner M.: Faserverbundwerkstoffe Lehrerhandbuch. Universität Augsburg - Anwenderzentrum Material- und Umweltforschung. 2016.

- [LPK08] Lee, M.; Payne, R.; Kelly, D.; Thomson, R.: Determination of robustness for a stiffened composite structure using stochastic analysis. *Composite Structures.* 2008.
- [MB04] Mittelstedt, C.; Becker, W.: Interlaminar stress concentrations in layered structures – part I: a selective literature survey on the free-edge effect since 1967, *Journal of Composite Materials* 38: S.1037—1062. 2004
- [MB07] Mittelstedt, C.; Becker, W.: Free-edge effects in composite laminates. *Applied Mechanics Reviews* 60. S.217—245. 2007.
- [MBC79] McKay, M.; Beckman, R; Conover, W.: A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 21, S.239—245. 1979
- [MR03] Montgomery, D.; Runger, G.: *Applied Statistics and Probability for Engineers*. John Wiley & Sons, third edition. 2003.
- [MW11] Most, T.; Will, J.: Sensitivity analysis using the Metamodel of Optimal Prognosis. *Weimar Optimization and Stochastic Days.* 2011
- [NM07] Nelder, J.; Mead, R.: A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, Band 7. 2007.
- [NWB09] Nunes, R.; Will, J.; Bayer, V.; Chittepu, K.: Robustness Evaluation of brake systems concerned to squeal noise problem. *Weimar Optimization and Stochastic Days.* 2009.
- [PB05] Pahl,G.; Beitz, W.: *Konstruktionslehre*, 6. Auflage. Berlin, Springer Verlag. 2005
- [PBS09] Pise, U.; Bhatt, A.; Srivastava, R.; Warkedkar, R.: A B-spline based heterogeneous modeling and analysis of proximal femur with graded element. *J. Biomech.* 42. 2009.
- [PDC05] Pinho, S.; Davila, C.; Camanho P.; Iannucci, L.; Robinson, P.: Failure models and criteria for FRP under in-plane or three-dimensional stress states including shear non-linearity. TM-2005-213530. NASA. 2005.
- [Pet94] Peters, M: Wissenserhebung und Analyse zum Entwicklungsprozess eines Druckbehälters aus Faserverbundwerkstoff. German Research Center for AI (DFKI). 1994.
- [PKK02] Puck, A.; Kopp, J.; Knops, M.: Guidelines for the determination of the parameters in Puck's action plane strength criterion. *Comp. Sci. Technol.* 62. S.371—378. 2002.
- [Puc01] Puck, A.: Guidelines for the determination of the parameters in Puck's action plane strength criterion. *Composites Science and Technology.* 2001.

- [Puc96] Puck, A.: Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten. Carl Hanser. 1996.
- [Qui10] Quilter, J.: Siemens extends 2.3MW turbine investigation amid 'defect' concern. Windpower Monthly. 6.4.2010.
- [Rec79] Rechenberg, I.: Evolutionsstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution. Frommann-Holzboog, Stuttgart. 1979.
- [Rei14] Reinsch, A.: Optimierung eines CFK-Großbaums einer International 14 ft Segelrennholle mit ANSYS Composite PrepPost & optiSLang. ANSYS Conference & 32. CADFEM Users' Meeting . Nürnberg. 2014.
- [RK06] Rudnyi, E.; Korvink, J.: Model Order Reduction for Large Scale Engineering Models Developed in ANSYS. Lecture Notes in Computer Science, v. 3732, S.349—356. 2006.
- [RKE07] Roos, R.; Kress, G.; Ermanni, P.: A post-processing method for interlaminar normal stresses in doubly curved laminates. Journal of Composite Structures. Vol. 81. S.463—470. 2007.
- [Roh12] Rohwer, K.: Simulation von Composites - Diskussion über Stand der Technik und Perspektiven. NAFEMS Konferenz: Berechnung und Simulation - Anwendungen, Entwicklungen, Trends. Bamberg. 2012
- [Roo10] Roos, D.: Optimization and stochastic analysis within the virtual prototyping. Seminarunterlagen/Präsentationsfolien zum Seminar der Dynardo GmbH, Weimar. 2010.
- [Row88] Rohwer, K.: Improved Transverse Shear Stiffnesses for Layered Finite Elements. DFVLR-FB. 1988.
- [RR97] Rolfes, R.; Rohwer, K.: Improved Transverse Shear Stresses in Composite Finite Elements Based on First Order Shear Deformation Theory. Int. J. for Num. Meth. in Eng. Vol. 40. S.51—60. 1997.
- [RS04] Rais-Rohani, M.; Singh, M.: Comparison of global and local response surface techniques in reliability-based optimization of composite structures. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2004
- [Rub81] Rubinstein, R.: Simulation and the Monte Carlo Method. John Wiley & Sons, New York, USA. 1981.
- [RWS15] Raith, S., Wolff, S. Steiner, T. Hözl, F. Fischer, H.: Modelling of the patient-specific shape variation of the human mandible with Statistics on Structures. Weimar Optimization and Stochastic Days. 2011.

- [SAT93] Simo, J.; Armero, F.; Taylor, R.: Improved Versions of Assumed Enhanced Strain Tri-Linear Elements for 3D Finite Deformation Problems. Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, Vol 10. S.359-386. 1993.
- [SBG03] Simpson, T.; Booker, A.; Ghosh, S.; Giunta, A.; Koch, N.; Yang, R.: Approximation methods in multidisciplinary analysis and optimization: A panel discussion. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2003.
- [Sch01] Schittkowski, K.: A New Fortran Implementation of a Sequential Quadratic Programming Algorithm for Parallel Computing. Research report, Department of Mathematics, University of Bayreuth. 2001.
- [Sch07] Schürmann, H.: Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden. 2. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2007.
- [Sch81] Schwefel, H.: Numerical optimization of computer models. John Wiley & Sons, New York. 1981.
- [SKW97] Sleight, D., Knight, N.; Wang, J.: Evaluation of a Progressive Failure Analysis Methodology for Laminated Composite Structures. Proceedings of the 38th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Material Conference, Reston, Va. 1997.
- [SLK13] Schnorr, J.; Langdorf, R.; Kurikov, J.: Einsatz endlosfaserverstärkter Thermoplasten am Beispiel der Sitzschale des Opel Astra OPC. VDI Kongress Kunststoffe im Automobilbau, Manheim. 2013.
- [SOB10] Schneider, D.; Ochsenfahrt, D.; Blum, S.: Benchmark of Nature - inspired Optimization Algorithms in fields of single and multiobjective scopes. Weimar Optimization and Stochastic Days. 2010.
- [Sob10] Sobey, A.: Concurrent Engineering in the Context of the Composite Leisure Boatbuilding Industry. University of Southampton, School of Engineering Sciences, Dissertation. 2010.
- [SR90] Simo, J.; Rifai, M.: A Class of Mixed Assumed Strain Methods and the Method of Incompatible Modes. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 29. S. 1595—1638. 1990.
- [SSC15] Schmidt, M.; Schaal, R.; Cichon, M., Marth, S.: Design of a hybrid powertrain model and optimization by a sensitivity analysis. ITI Symposium. 2015.
- [SSI16] Schultze, V.; Schillig, B.; Ijsselsteijn, R.; Scholtes, T.; Woetzel, S.; Stolz, R.: Sensitivity analysis and non-linear optimization of shot-noise limited magnetic field resolution of an optically pumped magnetometer. Weimar Optimization and Stochastic Days. 2016.

- [SW12] Schleich, B.; Wartzack, S.: Generation of deviated geometry based on manufacturing process simulations. Weimar Optimization and Stochastic Days. 2012
- [SWR13] Schimmelpfennig, M.; Wittkowske C.; Raith, S.; Jalali, J.; Volf, A.; Nolte, A.; König, B.; Döbele, S.; Bauer, J.; Grande Gracia E.; Kovacs, L.: Patient specific optimization of fracture treatment considering the inhomogeneous material properties of bone tissue and the expected load situation. Weimar Optimization and Stochastic Days. 2013.
- [TS14] Tasch, D.; Schreckeneder, J.: Entwicklung und Auslegung der Fa-serverbundfrontstruktur des KTM Rallye Dakar Motorrades 2014. ANSYS Conference & 32. CADFEM Users' Meeting . Nürnberg. 2014.
- [TW71] Tsai, S.; Wu, E.:A General Theory of Strength for Anisotropic Materials. Journal of Composite Materials. 1971.
- [VDI2211] VDI 2211 Part 2: Information technology in product development - Calculation in design. Verein Deutscher Ingenieure. 2003.
- [VM14] Voß, U.; Hanke, M.: Reduzierte Modelle für elektromechanische Bauteile mit Berücksichtigung von Wirbelströmen. ASIM-Workshop STS/GMMS. Reutlingen-Rommelsbach. 2014.
- [War00] Wartzack, S.: Predictive Engineering - Assistenzsystem zur multikriteriellen Analyse alternativer Produktkonzepte. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Dissertation. 2000.
- [Wen04] Wendland, H.: Scattered data approximation: Cambridge monographs on applied and computational mathematics. Cambridge University Press, Cambridge. 2004.
- [Wol13] Wolff, S.: Simulation of random fields in structural design. 11th International Probabilistic Workshop, Brno. 2013.
- [Wol14] Wolff, S.: Robustness Evaluation in Sheet Metal Forming Using Statistics on Structures (SoS) and optiSLang. ANSYS Conference & 32. CADFEM Users' Meeting . Nürnberg. 2014.
- [WR02] Wall, W.; Ramm, E.: Shell Structures – Consequences of the Extreme Slenderness for Simulation of Shells in Advances Computational Environment. NAFEMS Seminar: Validierung von FEM-Berechnungen. Wiesbande. 2002.
- [YCY04] Youn, B.; Choi, K.; Yang, R.; Gu, L.: Reliability-based design optimization for crashworthiness of vehicle sideimpacts. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2004.
- [YG04] Yang, R.; Gu, L.: Experience with approximate reliability-based optimization. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2004.

- [You17] Young, S.: Wind turbine accident and incident compilation. URL: <http://www.caithnesswindfarms.co.uk/fullaccidents.pdf>. Abgerufen am: 11.6.2017.



# Online-Buchshop für Ingenieure

■■■ VDI nachrichten

Online-Shops



Fachliteratur und mehr -  
jetzt bequem online recher-  
chieren & bestellen unter:  
[www.vdi-nachrichten.com/](http://www.vdi-nachrichten.com/)  
Der-Shop-im-Ueberblick



Täglich aktualisiert:  
Neuerscheinungen  
VDI-Schriftenreihen



## BUCHSHOP

Im Buchshop von vdi-nachrichten.com finden Ingenieure und Techniker ein speziell auf sie zugeschnittenes, umfassendes Literaturangebot.

Mit der komfortablen Schnellsuche werden Sie in den VDI-Schriftenreihen und im Verzeichnis lieferbarer Bücher unter 1.000.000 Titeln garantiert fündig.

Im Buchshop stehen für Sie bereit:

### VDI-Berichte und die Reihe **Kunststofftechnik**:

Berichte nationaler und internationaler technischer Fachtagungen der VDI-Fachgliederungen

### Fortschritt-Berichte VDI:

Dissertationen, Habilitationen und Forschungsberichte aus sämtlichen ingenieurwissenschaftlichen Fachrichtungen

### Newsletter „Neuerscheinungen“:

Kostenfreie Infos zu aktuellen Titeln der VDI-Schriftenreihen bequem per E-Mail

### Autoren-Service:

Umfassende Betreuung bei der Veröffentlichung Ihrer Arbeit in der Reihe Fortschritt-Berichte VDI

### Buch- und Medien-Service:

Beschaffung aller am Markt verfügbaren Zeitschriften, Zeitungen, Fortsetzungsreihen, Handbücher, Technische Regelwerke, elektronische Medien und vieles mehr – einzeln oder im Abo und mit weltweitem Lieferservice

VDI nachrichten

BUCHSHOP [www.vdi-nachrichten.com/Der-Shop-im-Ueberblick](http://www.vdi-nachrichten.com/Der-Shop-im-Ueberblick)

## Die Reihen der Fortschritt-Berichte VDI:

- 1 Konstruktionstechnik/Maschinenelemente
- 2 Fertigungstechnik
- 3 Verfahrenstechnik
- 4 Bauingenieurwesen
- 5 Grund- und Werkstoffe/Kunststoffe
- 6 Energietechnik
- 7 Strömungstechnik
- 8 Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik
- 9 Elektronik/Mikro- und Nanotechnik
- 10 Informatik/Kommunikation
- 11 Schwingungstechnik
- 12 Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik
- 13 Fördertechnik/Logistik
- 14 Landtechnik/Lebensmitteltechnik
- 15 Umwelttechnik
- 16 Technik und Wirtschaft
- 17 Biotechnik/Medizintechnik
- 18 Mechanik/Bruchmechanik
- 19 Wärmetechnik/Kältetechnik
- 20 Rechnerunterstützte Verfahren (CAD, CAM, CAE CAQ, CIM ...)
- 21 Elektrotechnik
- 22 Mensch-Maschine-Systeme
- 23 Technische Gebäudeausrüstung

ISBN 978-3-18-344301-7