

4. Die synthetische Kraft der Mathematik

Merleau-Pontys existenziale Philosophie der Mathematik

Jan Wöpping

4.1 EINLEITUNG

Merleau-Pontys übersehene Philosophie der Mathematik

In diesem Artikel wird das zentrale Argument von Maurice Merleau-Pontys Philosophie der Mathematik rekonstruiert und diskutiert. Dass es diese Philosophie der Mathematik bei Merleau-Ponty überhaupt gibt, ist dabei bereits die erste These. Denn die Überlegungen zur Mathematik gehören zu den am wenigsten diskutierten Stellen in seinen Arbeiten.¹ Bei Merleau-Ponty und Mathematik denkt man zunächst an die vehemente Ablehnung geometrischer Auffassungen von Wahrnehmung. Doch diese Sicht greift zu kurz. Denn neben der (allzu) bekannten Kritik an Euklidischer Geometrie (als Modell für Wahrnehmung) gibt es faszinierende und produktive Überlegungen zu mathematischer Erkenntnis und Beweis-

1 | Exemplarische Ausnahmen sind: Soraya de Chadarevian: *Zwischen den Diskursen. Maurice Merleau-Ponty und die Wissenschaften*, Würzburg: Königshausen und Neumann 1990, insb. S. 153-157; Jean-Toussant Desanti: Der Leib der idealen Objekte. Nebengedanken zu ›Das Sichtbare und das Unsichtbare‹, in: Alexandre Métraux, B. Waldenfels (Hg.): *Leibhaftige Vernunft. Spuren von Merleau-Pontys Denken*, München: Fink 1986, 37-47; Joseph Rouse: Merleau-Ponty's Existential Conception of Science, in: Taylor Carman, M.N.B. Hansen (Hg.): *The Cambridge Companion to Merleau-Ponty*, Cambridge: Cambridge University Press, 2005, 265-290; Marjorie Hass, L. Hass: Merleau-Ponty and the Origin of Geometry, in: Fred Evans, L. Lawlor (Hg.): *Chiasms. Merleau-Ponty's notion of flesh*, Albany: SUNY Press 2000, 177-187. Vgl. auch Brian Rotman: *Becoming beside ourselves: the alphabet, ghosts, and distributed human being*, Stanford: Stanford University Press 2008, insb. S. 34-36 erwähnt Merleau-Pontys Philosophie der Mathematik, ebenso wie Emmanuel Alloa: *Das Durchscheinende Bild, Konturen einer medialen Phänomenologie*, Berlin/Zürich: diaphanes 2011, 230-231.

arbeit.² Diese finden sich besonders in *Prosa der Welt* und in der *Phänomenologie der Wahrnehmung*. Erstere behandelt elementare diskrete Mathematik (konkret die Gaußsche Formel zur Berechnung der Summe der natürlichen Zahlen), letztere Euklidische Geometrie. Zugegeben: Merleau-Ponty stellt in beiden Fällen keine im Detail ausgearbeitete, umfassende Theorie mathematischer Erkenntnis vor. Was sich finden lässt, bleibt Skizze, Stückwerk, Sammlung von Ideen.

Dennoch verdienen diese Ideen eine genauere Betrachtung – schon allein deshalb, weil Merleau-Ponty selbst die erfolgreiche Erklärung mathematischen Erkennens als kritischen Test für das ganze phänomenologische Projekt ansieht. Solange es der Phänomenologie nicht gelinge, die Königsdisziplin des Wissens und der Erkenntnis, das Musterbeispiel von Strenge, Notwendigkeit und vermeintlicher Anschauungsferne, die Mathematik, positiv zu integrieren, solange bleibe sie ein unabgeschlossenes Vorhaben, eine bloße Ergänzung zu klassischer Philosophie, keine Alternative zu ihr. Kann er hier keine überzeugende Erklärung anbieten, so befürchtet Merleau-Ponty, »fände sich alles bisher Gesagte wieder in Frage gestellt: so wenig erschiene das Denken als eine Weise des Existierens, daß vielleicht mehr doch unser Sein selber sich gänzlich als Denken erwiese.«³ Seine Ausführungen lassen sich hier durchaus als Antwort auf eine Frage lesen, die ihm während seiner Promotionsverteidigung von einem Philosophiehistoriker gestellt wurde: »Glauben Sie, daß die Griechen die deduktive Geometrie hätten erfinden können, wenn sie Ihre Vorstellung des Urgrundes der Erfahrung geteilt hätten? Meinen Sie nicht, daß sie viel eher in diesem Urboden stecken geblieben wären?«⁴

Anders gesagt: Eine leibliche, situative, existenzausgerichtete Klärung mathematischen Erkennens muss möglich sein, soll das Projekt der Phänomenologie als Ganzes Erfolg haben. Mathematik gerät hier zum radikalen, denkbar härtesten Testfall für phänomenologische Philosophie.⁵ Vor diesem Hintergrund ist es beinahe verwunderlich, wie wenig er über Mathematik schreibt.

Die globale Idee

Trotz ihrer Knappheit sind seine Überlegungen wertvoll, wenn auch seine Detailbeobachtungen mitunter genauere Kenntnisse des Gegenstands vermissen lassen.⁶ Genauer sind seine Bemerkungen deshalb wertvoll, weil sie tatsächlich

2 | Vgl. etwa: »Die Natur ist nicht an ihr selbst geometrisch, sie scheint es nur einem distanzierten Beobachter, der sich an makroskopische Gegebenheiten hält.« Maurice Merleau-Ponty: *Phänomenologie der Wahrnehmung*, Berlin: de Gruyter 1965, S. 80.

3 | Merleau-Ponty, *Phänomenologie der Wahrnehmung*, 1965, S. 437.

4 | Die Frage ist bei Desanti, *Der Leib der idealen Objekte*, 1986, S. 42 zu finden.

5 | Vgl. Maurice Merleau-Ponty: *Die Prosa der Welt*, München: Fink 1984, S. 136.

6 | Vgl. Merleau-Ponty, *Die Prosa der Welt*, 1984, S. 140 nennt er z.B. den Sachverhalt, dass alle Radien eines Kreises gleich lang sind und den Sachverhalt, dass die Innenwinkel-

das zu leisten versuchen, was Merleau-Ponty möchte: Zu zeigen, dass eine Philosophie der Mathematik aus phänomenologischer Perspektive möglich ist, und zwar, das ist entscheidend, ›ohne‹ Abstriche bei der Strenge und Objektivität mathematischer Sätze zu machen. Was er nicht zeigen will: dass Mathematik ›trotz‹ der Leiblichkeit und Existenzialität des Menschen möglich ist, dass es etwas gibt, was diese Leiblichkeit transzendiert. Man könnte dies die ›Wundertheorie‹ mathematischer Erkenntnis nennen: Wie kann es überhaupt unendlich genaue und objektive Mathematik geben, angesichts der Endlichkeit und Subjektivität des Menschen? Die Wundertheorie findet üblicherweise ihr Gegenstück in einer Überschreitungserklärung: Es gibt etwas, das die Endlichkeit überschreitet, eine unmenschliche Fähigkeit im Menschen. In dieser Perspektive ist der Mensch grundsätzlich qua Leiblichkeit defizitär, zumindest in mathematischen Dingen. Dieses Defizit gilt es entsprechend zu kompensieren. Merleau-Ponty behauptet die Antithese: Mathematik ist nicht möglich ›trotz‹ der Endlichkeit und Leiblichkeit, sondern einzig ›aufgrund‹ ihrer. Nur ›weil‹ der Mensch in der Welt verankert ist, nur weil er als existenziales Wesen Interessen hat, Werte kennt, nur deshalb ist er in der Lage zu mathematischer Erkenntnis. Die Endlichkeit ist daher nicht negativ als Defizit, sondern positiv als Ermöglichungsbedingung zu verstehen.

Vorgehensweise

Im Folgenden stelle ich zunächst Merleau-Pontys zentrales Argument dar. Ich begreife es als Lösungsvorschlag für die von Kant hinterlassende Frage nach der Kombinierbarkeit von strenger Regelmäßigkeit einerseits und genuiner Kreativität in der Mathematik andererseits. Merleau-Pontys Beschreibung der Kreativität von Beweisen in Geometrie und diskreter Mathematik kreist um die Fähigkeit einer Transformation mathematischer Strukturen, von einem Sinn zu einem anderen. Die Fähigkeit, überhaupt verschiedene Perspektiven auf eine mathematische Struktur werfen und miteinander in Beziehung setzen zu können, resultiert für Merleau-Ponty wiederum aus der Existenzialität und Leiblichkeit des Menschen. Diese zeigt sich erstens in dem Versuch einer Rückführung mathematischer Sinngebung auf primär-leibliche Erfahrung und zweitens in der prinzipiellen Offenheit mathematischer Strukturen für neue Auffassungen und Perspektiven. In der Konklusion arbeite ich zentrale Defizite der Ausführungen Merleau-Pontys heraus, argumentiere aber gleichzeitig für die Relevanz und Anschlussfähigkeit der Ideen.

summe eines euklidischen Dreiecks 180° beträgt als ›Eigenschaften‹, die die Geometrie entbirgt. Das stimmt zwar im Falle des Innenwinkelsummensatzes, doch im Falle der gleichen Länge aller Kreisradien handelt es sich schlicht um Definitionen (Def. 15 und 16) der *Elemente*. Vgl. Euklid: *Die Elemente: Buch I – XIII*, (übersetzt und hg. von Clemens Thaer), Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft 1971.

4.2 DAS ARGUMENT

Die Kantische Frage

Merleau-Ponty sucht eine Frage zu beantworten, die Kant der Mathematikphilosophie als brisantes Erbe hinterlassen hat: Welche Rolle spielt sinnliche Anschauung für mathematische Erkenntnis? Kant diskutiert dies unter dem Stichwort der Synthetizität mathematischer Urteile. Synthetisch sind mathematische Sätze, insofern sie echte Erkenntnisse produzieren, die über das in ihren begrifflichen Voraussetzungen Enthaltene hinausgehen. Man lernt in ihnen etwas Neues. Kant fasst es so:

»Denn ich soll nicht auf dasjenige sehen, was ich in meinem Begriffe vom Triangel wirklich denke, (dieses ist nichts weiter, als die bloße Definition), vielmehr soll ich über ihn zu Eigenschaften, die in diesem Begriffe nicht liegen, aber doch zu ihm gehören, hinausgehen.«⁷

Die Synthetizität der Urteile erklärt Kant mit ihrer Anschauungsbasiertheit. Erst die ›Konstruktion‹ eines Dreiecks in einer partikularen Anschauung erlaubt es, die neuen Eigenschaften herauszuarbeiten:

»Man gebe einem Philosophen den Begriff eines Triangels, und lasse ihn nach seiner Art ausfindig machen, wie sich wohl die Summe seiner Winkel zum rechten verhalten möge. Er hat nun nichts als den Begriff von einer Figur, die in drei geraden Linien eingeschlossen ist, und an ihr den Begriff von eben so viel Winkeln. Nun mag er diesem Begriffe nachdenken, so lange er will, er wird nichts Neues herausbringen. Er kann den Begriff der geraden Linie, oder eines Winkels, oder der Zahl drei, zergliedern und deutlich machen, aber nicht auf andere Eigenschaften kommen, die in diesen Begriffen gar nicht liegen. Allein der Geometer nehme diese Frage vor. Er fängt sofort davon an, einen Triangel zu konstruieren. Weil er weiß, daß zwei rechte Winkel zusammen gerade so viel austragen, als alle berührende Winkel, die aus einem Punkte auf einer geraden Linie gezogen werden können, zusammen, so verlängert er eine Seite seines Triangels, und bekommt zwei berührende Winkel, die zweien rechten zusammen gleich sind. Nun teilet er den äußeren von diesen Winkeln, indem er eine Linie mit der gegenüberstehenden Seite des Triangels parallel zieht, und sieht, daß hier ein äußerer berührender Winkel entspringe, der einem inneren gleich sei usw. Er gelangt auf solche Weise durch eine Kette von Schlüssen, immer von der Anschauung geleitet, zur völlig einleuchtenden und zugleich allgemeinen Auflösung der Frage.«⁸

Schwierigkeit und Faszinosum der Kantischen Ausführungen gründen in dem Versuch, die Anschauungsbasiertheit von Mathematik mit ihrer strengen Notwendigkeit in Einklang zu bringen. Mathematische Sätze sind eben nicht nur

7 | Immanuel Kant: *Kritik der reinen Vernunft* (1781, 1787), Hamburg: Meiner 1993, A 718.

8 | Kant, *Kritik der reinen Vernunft*, 1993, A 716-717.

synthetisch, sondern auch apriorisch – in sie darf nichts allein aufgrund empirischer Umstände eingehen, sondern alles muss regelgeleitet geschehen. Mathematische Erkenntnis verbindet darin, was entweder zusammenzupassen scheint oder tatsächlich nicht zusammenpasst.

Das Problem: Regelhaftigkeit und Kreativität

Merleau-Pontys Überlegungen können demnach als Versuch gelesen, ein klassisches Problem der Mathematikphilosophie auf neue Weise zu lösen: Das Problem, wie Mathematik einerseits kreativ und andererseits regelbasiert sein kann. Wie Kant versucht er, die Kreativität der Mathematik über ihre Anschauungsbasiertheit zu lösen. Die Pointe Merleau-Pontys ist, dass nicht ›trotz‹, sondern ›aufgrund‹ ihrer Anschaulichkeit Mathematik überhaupt genuine Erkenntnisse produzieren kann. Allerdings ist dabei Anschaulichkeit sehr weit gefasst zu verstehen, genauer als Behauptung der menschlichen Existenzialität überhaupt.

Buchstabieren wir die beiden Seiten des Dilemmas genauer aus. Zunächst zur Regelbasiertheit: Wir haben es laut Merleau-Ponty nur dort mit Mathematik zu tun, wo »sich die Sprache verpflichtet, nur das auszusagen, was willentlich und genau festgelegt worden ist, wo sie nichts anderes bezeichnet als das, worüber sie schön verfügt«.⁹ Merleau-Ponty spricht hier von der Sprache als einem ›Algorithmus‹. Merleau-Ponty diskutiert leider nicht genauer, wie diese Algorithmizität der mathematischen Sprache zu denken ist: Müssen die Regeln etwa stets explizit angegeben (etwa als Axiome gesetzt) oder können sie auch in einer impliziten, aber in einer Gemeinschaft verbindlichen Praxis bestehen? Handelt es sich stets um syntaktische Regeln zur Ersetzung einzelner Ausdrücke oder auch um Meta-Regeln? Festzuhalten bleibt dennoch seine Intention, die Kreativität der gerade nicht mit einem Verzicht auf Strenge oder Eindeutigkeit zu begründen. Es ist keine Abkehr von dem, was seit Euklid als methodisches Ideal der Mathematik überhaupt erscheint: ein strenges axiomatisch-deduktives Vorgehen, in dem nur solche Ableitungen erlaubt sind, die im Einklang mit vorher festgelegten, eindeutigen Regeln stehen.¹⁰

Doch die Algorithmizität ihrer Sprache hindert Mathematik nicht daran, genuin ›neue‹ Erkenntnisse zu produzieren. Merleau-Ponty betont mehrfach, dass die Sätze der Mathematik nicht durch das System ihrer Regeln im Voraus bestimmt sind. »Zunächst steht fest, daß die ›Eigenschaften‹ der Reihe der ganzen

9 | Merleau-Ponty, *Die Prosa der Welt*, 1984, S. 136.

10 | Tatsächlich ist die Frage, was es heißt, dass sich etwas unstrittig im Einklang mit einer Regel befindet, recht kompliziert (Wittgensteins umfangreiche Überlegungen zur Mathematik kreisen darum). In jedem Fall müsste die Gemeinschaft mit einbezogen werden, wo öffentlich – durch eine grundlegend kompetente Gemeinschaft – und unstrittig aufzeigbar ist, nach welchen Regeln Ableitungen getroffen werden.

Zahlen nicht in dieser Reihe ›enthalten‹ sind.«¹¹ Mathematik ist »das Ganze der Relationen, die im Hinblick auf sie festgelegt worden sind, *zuzüglich eines offenen Horizontes zu bildender Beziehungen*.«¹² Das Paradox, das Merleau-Ponty klären will, lautet in den Worten Jean-Toussaint Desanti: Wie kann Mathematik zugleich »mit einem offenen Horizont ausgestattet und durch Normen abgeschlossen« sein?¹³ Doch was soll dieser offene Horizont sein?

Es ist an dieser Stelle hilfreich, Merleau-Pontys Erklärung mit einer jüngeren These Jody Azzounis zur Erklärung zum Überraschenden von Mathematik zu vergleichen. Azzounis Idee lautet, dass die Fähigkeit der Mathematik, uns zu überraschen, auf der Differenz von normativer Transparenz und epistemischer Opazität basiere. Ihm zufolge sind mathematische Spiele (wie etwa Geometrie) zwar hinsichtlich ihrer Regeln transparent. So sind etwa die Regeln der euklidischen Geometrie an sich durchsichtig und leicht anzuwenden. Doch die Folgen aus der wiederholten und kombinierten Anwendung dieser Regeln sind sehr schnell nicht mehr vorherzusehen. Azzouni bezeichnet dies als ›epistemische Opazität‹.¹⁴ Deswegen können uns Sachverhalte durchaus und sogar vehement überraschen, obwohl sie auf nichts weiter beruhen als der Kombination von Regeln, die isoliert betrachtet, völlig einleuchtend sind. Azzounis These bietet eine ›mechanische‹ oder ›quantitative‹ Erklärung von Kreativität an. Merleau-Pontys Erklärung (besser: Skizze einer Erklärung) scheint mir hingegen eher ›qualitativ‹ Art zu sein.

Dabei ist seine Erklärung eigentlich ein ganzes Bündel an Erklärungsversatzstücken, die nur bedingt in einer konsistenten Systematik verbunden werden können. Ich konzentriere mich auf das, was mir das Kernargument scheint. Dieses hat zwei, durch eine quasi-transzendente Beziehung verschränkte Teile.

1. Erstens behauptet Merleau-Ponty, dass mathematische Beweise kritisch auf der Fähigkeit basieren, in einer gegebenen mathematischen Struktur andere Konfigurationen ausfindig machen zu können. Diese Restrukturierungen finden unter Wahrung der normativen Bedingungen statt, d.h. die Feststellung der jeweiligen Strukturen muss im Einklang mit den Regeln stehen.

11 | Merleau-Ponty, *Die Prosa der Welt*, 1984, S. 142. Er wendet sich ferner gegen die Vorstellungen einer »Präexistenz des Wahren« oder eines »in sich selbst abgeschlossenen mathematischen Seins«. Ebd., S. 140. Man kann für ihn nicht sagen, »die neuen Beziehungen seien wahr gewesen vor ihrer Enthüllung, und die ersten Beziehungen, die wir aufstellen, verhüllen auch den daraus folgenden zu ihrer Existenz.« Ebd., S. 142.

12 | Merleau-Ponty, *Die Prosa der Welt*, 1984, S. 142.

13 | Desanti, *Der Leib der idealen Objekte*, 1986, S. 46.

14 | Vgl. Jody Azzouni: Proof and Ontology in Euclidean Mathematics, in: Tinne Hoff Kjeldsen, Stig Andur Pedersen, Lise Mariane Sonne-Hansen (Hg.): *New Trends in the History and Philosophy of Mathematics*, Odense: Syddansk Universitetsforlag 2004, 117-133, S. 119.

2. Er macht, kantisch gesprochen, eine Bedingung der Möglichkeit für diese Fähigkeit der Re- und Dekonfiguration aus. Diese Bedingung ist das ›Engagement‹ des Mathematikers in die Struktur, die Repräsentation. Und Engagement natürlich ist eine Weise, in der sich die fundamentale Leiblichkeit des Menschen äußert.

Geometrische Konstruktionen

Betrachten wir zunächst Merleau-Pontys Analyse in der Phänomenologie der Wahrnehmung. Hier konzentriert er sich auf den berühmten euklidischen Beweis des Innenwinkelsummensatzes,¹⁵ demzufolge die Summe der Innenwinkel eines jeden Dreiecks 180° beträgt. Merleau-Ponty selbst gibt ihn so wieder:

»Ich denke ein Dreieck, den dreidimensionalen Raum, dem es zugehören soll, eine Verlängerung einer der Seiten des Dreiecks, eine Parallele zu einer der Seiten gezogen durch den ihr gegenüberliegenden Eckpunkt, und ich sehe, daß die von diesem Punkt ausgehenden Linien eine zwei rechten Winkeln gleiche Winkelsumme bilden, die andererseits der Summe der Winkel des Dreiecks gleich ist.«¹⁶

Das ist eine stark verkürzte, aber durchaus adäquate Wiedergabe des euklidischen Beweises, an dem entlang schon Kant, wie oben gesehen, seine Argumentation aufbaut. Bemerkenswert ist, dass Merleau-Pontys Diskussion sich in Aufbau und sogar Wortwahl mitunter durchaus eng an Kants wirkmächtige Analyse in der Kritik der reinen Vernunft anlehnt. Wie Kant geht er dabei von einem real angeschauten Dreieck aus. Und wie Kant betont auch Merleau-Ponty nachdrücklich die Regelhaftigkeit der im geometrischen Beweis verwendeten Zeichnung: »[I]ch konstruiere nach Regeln, ich lasse in der Figur *Eigenschaften* des Dreiecks hervortreten, d.h. Beziehungen, die zum Wesen des Dreiecks gehören, nicht wie das zeichnende Kind überhaupt all solche, wie die faktisch auf dem Papier stehende unbestimmte Figur sie ihm suggeriert.«¹⁷ Dieser Punkt macht deutlich, dass Merleau-Ponty für eine naive visuelle Evidenz plädiert. Von all dem, was sich möglicherweise in einer Figur sehen lässt, darf nur jenes eine Rolle spielen, was im Einklang mit den Normen steht.

Während bei Kant aber argumentativ die Emergenz von Eigenschaften der betrachteten geometrischen Struktur im Vordergrund steht, die nicht bereits in den konstruierten begrifflichen Voraussetzungen enthalten waren, geht es bei Merleau-Ponty stärker darum, die Struktur anders und neu auffassen zu kön-

15 | Vgl. Euklid, *Elemente*, 1971, I, 32.

16 | Merleau-Ponty, *Phänomenologie der Wahrnehmung*, 1965, S. 437. Erstaunlich ist hier übrigens auch die Rede vom dreidimensionalen Raum, der eigentlich in Euklidischer Geometrie keine Rolle spielen sollte.

17 | Merleau-Ponty, *Phänomenologie der Wahrnehmung*, 1965, S. 438.

nen. Denn die Regelmäßigkeit der Mathematik kombiniert er mit der Fähigkeit, in einer Struktur verschiedene Konfigurationen oder Konstellationen ausfindig zu machen. So steht für Merleau-Ponty im Zentrum des Beweises die Fähigkeit, in dem Dreieck zwei verschiedene Konstellationen erkennen und miteinander korrelieren zu können:

»Und daher kann man [...] auch sagen, der Beweis bestehe darin, daß man die konstruierte Winkelsumme in zwei verschiedenen Konstellationen auftreten lasse und sie einerseits als der Winkelsumme des Dreiecks und andererseits als zwei rechten Winkeln gleich sehe; doch ist dem die Bemerkung beizufügen, daß wir es nicht lediglich mit zwei aufeinander folgenden und wechselseitig sich verdrängenden Konfigurationen zu tun haben [...], vielmehr die erste, während die zweite sich herstellt, für mich bestehen bleibt.«¹⁸

Euklids Beweis basiert tatsächlich darauf, eine Konstruktion für ein beliebiges Dreieck zu finden, welche die drei Innenwinkel so zusammenbringt, dass sie gerade zwei rechten Winkeln oder einem Halbkreis gleichen (und also eine Summe von 180° aufweisen). Der Beweis ruht dabei eben gerade nicht, wie oben gesagt, auf faktischem Augenschein, sondern auf den Regeln und den 31 vorher bewiesenen Sätzen des ersten Buches der Elemente, etwa was die Konstruierbarkeit paralleler Linien angeht.

Merleau-Ponty hat hier eine Fähigkeit im Blick, die große Ähnlichkeiten zu Wittgensteins Konzept des Aspektwechsels aufweist. Allerdings sollte man hier weniger an die paradigmatischen Beispiele für Wittgensteinianisches Aspektsehen – den Hasen-Enten-Kopf oder das Doppelkreuz – denken, sondern eher an die ungleich vielfältigeren, komplexeren, aber zugleich deutlich unbekannteren Fälle von Aspektsehen in der Mathematik, die Wittgenstein diskutiert.¹⁹ Auch hier geht es darum, zwei verschiedene Konstellationen oder Aspekte, die man in ein und derselben Struktur erkennen kann, miteinander in Verbindung zu setzen. Anders als beim Hasen-Enten-Kopf oder anderer zutiefst instabiler Kippbilder betont Merleau-Ponty aber die Notwendigkeit, dass mathematische Erkenntnis eben keine bloße Abfolge der Konstellationen, kein reines Umkippen der Aspekte sein dürfe, sondern deren notwendige Verbindung voraussetzt. Es handelt sich eben um die gleiche Winkelsumme, die in zwei verschiedenen Formen auftritt, und erst das Wissen darüber, dass es sich um die »gleiche« Winkelsumme handelt, ermöglicht den Beweis. Merleau-Ponty bezeichnet dies als »Immanenz des Neuen im Alten« und ist damit nahe an Wittgensteins Aussage: »Der Ausdruck des

18 | Merleau-Ponty, *Phänomenologie der Wahrnehmung*, 1965, S. 438.

19 | Vgl. Juliet Floyd: Das Überraschende: Wittgenstein on the Surprising in Mathematics, in: Jonathan Ellis, D. Guevara (Hg.): *Wittgenstein and the Philosophy of Mind*, Oxford: Oxford University Press 2012, 225-258; Juliet Floyd: Wittgenstein on Aspect-Perception, Logic, and Mathematics, in: William Day, V.J. Krebs (Hg.): *Seeing Wittgenstein anew*, Cambridge: Cambridge University Press 2010, 314-337.

Aspektwechsels ist der Ausdruck einer neuen Wahrnehmung, zugleich mit dem Ausdruck der unveränderten Wahrnehmung.«²⁰

Arithmetische Strukturen

In *Prosa der Welt* entwickelt Merleau-Ponty an einem Beispiel aus einem anderen mathematischen Bereich, der elementaren diskreten Mathematik, analoge Überlegungen. Es geht konkret um den Beweis der Summenformel der Folge der ersten zehn natürlichen Zahlen – d.h. der Summe der Zahlen 1, 2, ..., 9, 10 – einer Miniaturvariante jener Summe, deren effiziente Berechnungsformel Gauß bereits als Grundschüler fand. Entscheidend ist Merleau-Ponty zufolge die Fähigkeit zu erkennen, dass man die Zahlensequenz auf eine solche Weise in eine andere Struktur transformieren kann, dass die gewünschte Summenformel zum Vorschein kommt: »Ich muß auf den Einfall kommen, daß die Progression von 1 bis 5 exakt symmetrisch ist zur Regression von 10 bis 5, daß ich auf diese Weise dazu gelange, einen konstanten Wert der Summen 10+1, 9+2, 8+3 usw. zu erfassen und daß ich die Reihe schließlich auflöse in Paare, die jedesmal gleich $n+1$ sind und deren Anzahl nur mit $n/2$ gleich wäre.«²¹

Kern des Beweises der Gaußschen Summenformel ist die Einsicht in eine Binnensymmetrie der Reihe der natürlichen Zahlen: Der Anstieg der Folge von der ersten bis zur letzten Zahl findet ein exaktes Pendant in dem Abstieg von der letzten bis zur ersten Zahl. Die folgende Skizze dient der Verdeutlichung:

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

Das Aufzeigen dieser »internen« Relation der Folge der natürlichen Zahlen, um einen Ausdruck Wittgensteins zu verwenden, ist das Herzstück des Beweises. Aus ihm folgt alles Weitere. Zunächst die Einsicht, dass sich die Folge in Zweierpaare aufteilen lässt, die jeweils die gleiche Summe haben, genauer gesagt, deren Summe gleich dem Wert der letzten Zahl in der Folge (hier: 10) plus 1 ist.

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ \text{Summe} & & & & & & & & & \\ 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 \end{array}$$

11 + 11 + ... + 11 bzw. einfacher: 10 * 11 (denn es gibt gerade 10 Summanden) stellt also die Summe aller Paare dar. Berücksichtigt man, dass darin jede Zahl der ur-

20 | Merleau-Ponty, *Die Prosa der Welt*, 1984, S. 138; Vgl. Ludwig Wittgenstein: *Philosophische Untersuchungen*, in: Ders.: *Werkausgabe*, Bd. 1, Frankfurt a.M.: Suhrkamp 1984, S. 522f.

21 | Merleau-Ponty, *Die Prosa der Welt*, 1984, S. 143.

sprünglichen Folge gerade doppelt enthalten ist, dann erhält man durch einfache Teilung gerade die gesuchte Summe der Folge der ersten n natürlichen Zahlen: $n(n+1)/2$, hier: $10 \cdot 11/2 = 55$.

Der Beweis basiert auf dem Vermögen zur Restrukturierung. Man muss in der Lage sein, zwei verschiedene Perspektiven auf die gleiche Struktur miteinander zu verbinden. Es geht für Merleau-Ponty nicht einfach darum, eine Struktur zu transformieren, sondern darum, in der zweiten Strukturvariante die erste wiederzuerkennen. Er fasst es wie folgt zusammen: »Das Wesentliche des mathematischen Denkens findet also in dem Augenblick statt, wo eine Struktur sich dezentriert, wo sie sich einer Frage öffnet und sich umorganisiert zu einem neuen Sinn, der aber immer noch der Sinn derselben Struktur ist.«²² Dieses Prinzip findet bemerkenswerterweise unabhängig davon statt, ob wir es mit Geometrie oder Algebra zu tun haben. In beiden Fällen, die von der Tradition gerne getrennt werden, finden wir die gleiche Zentralstellung von De- und Retransformation einer Struktur wieder.

Leiblichkeit und Handlungsorientierung

Die Rolle der Konfigurationen resultiert für Merleau-Ponty aus der Existenzialität des Menschen. Wir müssen verstehen, schreibt Merleau-Ponty, dass »die Wahrheit sich im Dienste der mathematischen Forschung einem Subjekt anbietet, das in ihr schon engagiert ist und von den leibhaftigen Bindungen profitiert, die es mit ihr vereinen.«²³ Die entscheidende Frage ist, wie dies zu verstehen ist. Mir scheint, dass die Existenzialität des Menschen zwei entscheidende Implikationen für die Untersuchung mathematischer Erkenntnisvorgänge hat: Erstens impliziert sie die Leiblichkeit des Menschen, zweitens die Interessebasiertheit menschlicher Mathematik. Zunächst zur Leiblichkeit. Menschliche Mathematik ist verleblichte Mathematik. Merleau-Ponty leitet – zumindest im Falle der Geometrie – die Offenheit der mathematischen Struktur aus der Offenheit der körperlichen Bewegungen ab: »[S]o kennt auch der Geometer [...] die Beziehungen, die ihn angehen, nur dadurch, daß er sie wenigstens virtuell mit seinem Körper beschreibt. Das Subjekt der Geometrie ist ein Bewegungssubjekt.«²⁴ Mathematisches Denken wäre hier eine Reprise des leiblichen In-der-Welt-Seins. Geometrie und Algebra sind, wie Wissenschaft überhaupt, für Merleau-Ponty an vielen Stellen sekundäre Ausdrücke der Welt, Ausdrücke von Ausdrücken, nämlich von der fundamentalen Ausdrucksweise der Welt in leiblicher Erfahrung:

»Insofern er sich selbst bewegt, d.h. insofern er untrennbar von einer Sicht auf die Welt und selber deren Verwirklichung ist, ist unser Leib Bedingung der Möglichkeit nicht nur jeder

22 | Merleau-Ponty, *Die Prosa der Welt*, 1984, S. 144.

23 | Merleau-Ponty, *Die Prosa der Welt*, 1984, S. 141.

24 | Merleau-Ponty, *Phänomenologie der Wahrnehmung*, 1965, S. 441.

geometrischen Synthese, sondern all der Ausdrucksleistungen und Erwerbungen überhaupt, die die Kulturwelt konstituieren.«²⁵

Merleau-Ponty postuliert hier eine sehr direkte Weise, in der die synthetische Kraft der Mathematik auf Wahrnehmung und Anschauung zurückzuführen ist, nämlich insofern Mathematik noch in ihren Beweisen auf der virtuellen Wiederausführung elementarer Vollzüge des Leibes gründet. Doch diese Perspektive erscheint mir fragwürdig. Euklidische Geometrie ist mehr als sekundärer Ausdruck einer primären leiblichen Erfahrung von Raum. Vielmehr handelt es sich um ein artifizielles, Prinzipien von Konsistenz und Deduktion folgendes System. Es gilt, was Wittgenstein anlässlich eines Diagramms eines technischen Mechanismus bemerkt:

»Denken wir uns die Konstruktionen der Stadien des Mechanismus mit Strichen von wechselnder Farbe ausgeführt. Die Striche seien zum Teil schwarz auf weißem Grund, zum Teil weiß auf schwarzem Grund. Denke dir die Konstruktionen im Euklid so ausgeführt; sie werden allen Augenschein verlieren.«²⁶

Geometrie ist also gerade nicht die virtuelle Reprise der Alltagswahrnehmung, im Gegenteil: Die Wahrnehmung geometrischer Strukturen sollte als eine spezifisch eigene Form von Wahrnehmung verstanden werden, deren Ausprägung in starkem Maße vom Grad des Erlernens und Einübens der Regeln des Systems abhängt. Es ist nicht einfach so, dass die primäre Wahrnehmung in die Geometrie getragen wird, sondern dass die ›virtuelle Bewegung‹ in den geometrischen Figuren eigenen Regeln folgt. Hier wie auch sonst wünscht man sich nicht nur eine Rückführung der Mathematik auf Wahrnehmung, sondern zugleich eine eingehendere Beschäftigung mit den Eigenarten und Spezifika mathematischen Denkens und Arbeitens.

Vielversprechender als die konkrete Ausgestaltung der Wahrnehmung ist daher eine grundlegendere Parallele, die Merleau-Ponty zwischen Mathematik und Wahrnehmung zieht. Beide haben es mit ›Strukturen‹ zu tun. Eine ›Struktur‹ ist für Merleau-Ponty ungefähr das, was eine ›Gestalt‹ ist,²⁷ also ein Ganzes mit Eigenschaften, die nicht auf die Eigenschaften seiner Teile reduzierbar sind. Dabei darf eine Struktur nicht physikalistisch oder repräsentationalistisch verstanden werden, als äußerlich vorhandenes Objekt. Eine ›Struktur‹ im Sinne Merleau-Pontys hat stets einen ›Sinn‹ für den Menschen, der sie wahrnimmt. Dieser Sinn

25 | Merleau-Ponty, *Phänomenologie der Wahrnehmung*, 1965, S. 442. Zu diesen Argumenten vgl. insbesondere Rouse, Merleau-Ponty's Existential Conception of Science, 2005.

26 | Ludwig Wittgenstein: *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*, in: Ders.: *Werkausgabe*, Bd. 3, Frankfurt a.M.: Suhrkamp 1984, IV, 49.

27 | Vgl. Chadarevian, *Zwischen den Diskursen*, 1990, S. 38.

besteht in den Handlungen, die sie ermöglicht, die sie anbietet oder nahelegt. Es gilt, schreibt Merleau-Ponty, »daß meine Wahrnehmung des Dreiecks schon von Anfang an keine gleichsam erstarrte und tote ist; die Zeichnung des Dreiecks auf dem Papier ist bloß eine Hülle, das wahrgenommene Dreieck selbst aber von Kraftlinien durchzogen, die nach allen Seiten nicht ausgezogene mögliche Richtungen aufkeimen lassen. Als impliziert in meinem Anhalt an der Welt überhaupt ist das Dreieck erfüllt von endlosen Möglichkeiten, deren eine die vollzogene Konstruktion nunmehr verwirklicht.«²⁸ Kontra kognitivistische Ansätze geht Merleau-Ponty dabei davon aus, dass man die Möglichkeiten direkt wahrnimmt.

Was man also in einer einzelnen mathematischen Repräsentation wahrnimmt, ist nicht die Abbildung eines präsenten, in sich geschlossenen Zustands, ist nicht die isomorphe Darstellung eines unabhängigen platonischen Objekts – sondern vielmehr eine Latenz, eine Menge von Möglichkeiten, Schlüsse zu ziehen, Konstruktionen fortzusetzen, Restrukturierungen vorzunehmen. Mathematische Strukturen sind nicht neutral, sondern Aufforderungen, sind handlungsanleitende und -eröffnende Darstellungen.²⁹ Diese Offenheit ist für Merleau-Ponty eine Folge der Existenzialität des Menschen:

»Sicherlich, diese Transformationen, die das Äquivalent bilden zu einer Konstruktion in der Geometrie, sind immer möglich; ich vergewissere mich, daß sie nicht irgendeinem Nebenumstand entspringen, sondern aus den Strukturelementen, die die Zahlenreihe definieren – und in diesem Sinne sind sie auch deren Resultat. Aber *sie sind nicht Teil desselben*, sie kommen nur bei einer bestimmten Fragestellung zum Vorschein, die ich an die *Struktur* der Zahlenreihe richte oder besser: die die Struktur mir nahelegt, sofern sie eine offene und zu vollendende Situation ist [...].«³⁰

Nur ein Wesen, das Fragen hat, das ein Interesse hat, ist zu Strukturierungen in der Lage. Im Falle des Beweises ist die gewählte Konstruktion ›eine‹ Wahl, ›ein‹ Gang durch ein weites Feld von Möglichkeiten.³¹

28 | Merleau-Ponty, *Phänomenologie der Wahrnehmung*, 1965, S. 440.

29 | In Anlehnung an den Begriff der Action-Oriented Representation nach Andy Clark: *Being There. Putting Brain, Body, and World Together Again*, Cambridge: MIT Press 1997, S. 149.

30 | Merleau-Ponty, *Die Prosa der Welt*, 1984, S. 143.

31 | Vgl. dazu auch die Aussagen in der frühen Diagrammtheorie Steffen Bogen, F. Thürlemann: *Jenseits der Opposition von Text und Bild. Überlegungen zu einer Theorie des Diagramms und des Diagrammatischen*, in: Alexander Patschovsky (Hg.): *Die Bildwelt der Diagramme Joachims von Fiore. Zur Medialität religiös-politischer Programme im Mittelalter*, Ostfildern: Thorbecke 2003, 1-22. »Für die Benutzer heißt das ›Lesen‹ des Diagramms dann auch, aus dem Spektrum an Operationsmöglichkeiten auszuwählen, aktiv individuelle Pfade der Lektüre einzuschlagen.« Ebd., S. 8.

Die Rede von den Kraftlinien erinnert stark an eine Passage aus *Struktur des Verhaltens*, in der Merleau-Ponty darlegt, warum uns im alltäglichen Umgang Dinge nicht als Objekte, sondern als Handlungsanregungen begegnen:

»Der Fußballplatz ist für den Spieler in Aktion kein ›Objekt‹ [...]. Er ist von Kraftlinien durchzogen (›Seitenlinien‹, Linien, die den ›Strafraum‹ abgrenzen) – in Abschnitte gegliedert (z.B. die ›Lücken‹ zwischen den Gegnern), die eine Aktion von ganz bestimmter Art hervorrufen, sie auslösen und tragen, gleichsam ohne Wissen des Spielers. [...] Jedes Manöver, das der Spieler vollführt, verändert den Aspekt des Spielfeldes und zeichnet darin neue Kraftlinien ein, wo dann ihrerseits die Handlung verläuft und sich realisiert, indem sie das phänomenale Feld erneut verändert.«³²

Hier wird deutlich, wie sehr Merleau-Ponty – bis hinein in die identische Rede vom Durchzogenensein von Kraftlinien – mathematische und lebensweltliche Aktionen parallelisiert. Die entscheidende Differenz allerdings ist die ungleich stärkere Betonung der »endlosen Möglichkeiten« in der Geometrie im Vergleich zu den Aktionen »von ganz bestimmter Art«, wie sie im Fußballspiel stattfinden. Während wir es im letzteren Fall eher mit jenen Fällen unbewusst ausgeführten körperlichen Handlungen zu tun haben, zeichnet sich die Wahl einer Handlung in der Mathematik oftmals durch größere Distanz und Reflexivität aus. Je vertrauter eine Person mit Euklidischer Geometrie wird, desto stärker werden die Handlungen auch »gleichsam ohne Wissen« stattfinden, werden zu motorischen Routinen.³³ Doch gerade die kreativen und produktiven Momente der Mathematik bestehen in der ›Wahl‹ einer eben nicht naheliegenden, eben nicht offensichtlichen oder sich routinemäßig anbietenden Restrukturierung. Kreativität besteht nicht in der blinden Aneinanderreihung von Regeln, sondern in dem Auftauchen eines neuen Sinnes einer mathematischen Struktur, einer neuen Perspektive, die man auf sie werfen kann.

Gilles Chatelet hat – deutlich nach Merleau-Ponty – die Wendung vom Diagramm als gefrorener Geste gefunden. Für Chatelet ist das Diagramm eine Art Verdichter von Gesten, ein Punkt, an dem sie sich speichern, und von dem aus sie entfaltet werden können in viele verschiedene Richtungen, ganz so, wie es die Struktur für Merleau-Ponty ist.³⁴

32 | Maurice Merleau-Ponty: *Die Struktur des Verhaltens*, Berlin/New York: de Gruyter 1976, S. 193, 194.

33 | Vgl. dazu klassisch: Kenneth Koedinger, John Anderson: Abstract Planning and Perceptual Chunks: Elements of Expertise in Geometry, in: *Cognitive Science*, 4(14), 1990, 511-550.

34 | Vgl. Gilles Châtelet: *Figuring Space. Philosophy, Mathematics and Physics*, Dordrecht: Kluwer 2000, S. 9-10.

4.3 KONKLUSION

Merleau-Pontys Ausführungen bilden keine Theorie, sondern bleiben äußerst knappe Skizze, die viele Defizite aufweist. Schmerzlich ist zunächst der Verzicht auf eine Auseinandersetzung mit höherer Mathematik. Die Beispiele, an denen Merleau-Ponty seine Ideen entwickelt und präsentiert, bewegen sich in auch Laien zumindest peripher vertrauten Feldern. Euklids Figuren und Gauß' berühmter Beweis der Summenformel sind herausragende Teile der populären Mathematikgeschichte, sie haben beinahe anekdotischen Charakter. Hinzu kommt, dass sie – zumindest auf den ersten Blick – als vermeintlich anschauungsnah gelten: Figuren hier, natürliche Zahlen dort. Wichtig wäre zu wissen, wie Merleau-Ponty seine Theorie der Re- und Dekonfigurationen auf Beispiele höherer Mathematik aus Analysis, Algebra oder Wahrscheinlichkeitstheorie anwenden würde. Dort erscheint etwa die Idee, sich virtuell in die Figur hineinzuversetzen, deutlich weniger plausibel. Mehr Erfolg verspricht ein Fokus auf die mathematische ›Struktur‹, wie ihn Merleau-Ponty ja auch im Falle der Gaußschen Summenformel selbst schon legt. Auch vermisste ich eine genauere Analyse der vielfältigen Formen, die als mathematische Struktur bezeichnet werden können, ebenso wie eine Analyse oder auch nur den Hinweis darauf, wie unterschiedlich Rekonfigurationen von Strukturen sein können. Welches erstaunlich breite Spektrum es hier geben kann, wird ja bereits an den Differenzen zwischen den Beispielen Euklidischer Geometrie und diskreter Mathematik deutlich.

Sehr knapp fallen auch die Erläuterungen zur Notwendigkeit und Regelmäßigkeit von Mathematik aus. Merleau-Ponty schreibt mehr über die Leiblichkeit und Offenheit von Mathematik, weniger darüber, wie sich in Einklang mit ihrer Normativität verträgt. Diese Seite des Dilemmas bleibt bei ihm irritierend ausgeblendet.³⁵ Diese Defizite sind gerade deshalb auffällig, weil Merleau-Pontys Überlegungen ansonsten aus mehrfachen Gründen äußerst interessant sind. Denn erstens werfen sie ein neues Licht auf den Philosophen Merleau-Ponty, der nicht mehr als der ausschließliche Kritiker der Geometrie als Modell für die Raumwahrnehmung erscheint, sondern als jemand, der ausgerechnet eine adäquate Beschreibung der Wahrheiten Euklidischer Geometrie als Testfall für das ganze Projekt der Phänomenologie begreift.

Zweitens werfen sie ebenfalls ein neues Licht auf die Funktionslogik mathematischer Beweise. Merleau-Pontys Betonung der Sinn- und Strukturtransformationen trifft sich mit einigen jüngeren Arbeiten in der Philosophie der Mathematik, deren Potenzial noch lange nicht erschöpft ist.³⁶ Sie findet vor allem aber eine Parallele in Wittgensteins Bemerkungen zum Aspektsehen in der Mathematik,

35 | Ähnlich Chadarevian, *Zwischen den Diskursen*, 1990, S. 69, 70.

36 | Vgl. beispielsweise Danielle Macbeth: Diagrammatic Reasoning in Euclid's Elements, in: Bart Van Kerkhove, Jonas De Vuyst, Jean Paul Van Bendegem (Hg.), *Philosophical Perspectives on Mathematical Practice*, London: College Publications 2010, 235-267;

die allerdings deutlich präziser die Vielfalt und Normativität der Formen und Weisen herausarbeitet, in denen es in der Mathematik darum geht, etwas ›in‹ etwas anderem zu sehen. Doch was Merleau-Ponty stärker als Wittgenstein betont, ist die existenziale Fundiertheit dieser Fähigkeit.

Dies schließlich ist an sich bereits der wichtigste Punkt, in dem der zentrale Wert von Merleau-Pontys Ausführungen liegt: Mathematik ist eine genuin menschliche, existenzielle Tätigkeit. Das mag auf den ersten Blick wenig aufregend klingen, ist es aber. Es dreht geradezu den klassischen philosophischen Blick auf mathematische Erkenntnis um. Denn üblicherweise gibt es Mathematik ›trotz‹, aber nicht ›aufgrund‹ der Menschlichkeit. Das Telos der Mathematikphilosophie ist die Überwindung der menschlichen Schwäche durch syntaktische, formale Strenge. Sehr scharf und bestechend konsequent hat das Jody Azzouni herausgearbeitet. Er expliziert den radikalen Kern dieser Bewegung auf eindrückliche Weise, wenn er diskutiert, computerbetriebene Ableitungen (›derivations‹) anstelle menschengemachter Beweise zum Kriterium der Korrektheit mathematischer Behauptungen zu machen. Es ist der Versuch einer Entmenschlichung der Mathematik. Mit Merleau-Ponty ist hingegen zu argumentieren, dass, was Computer leisten, schlicht etwas anderes ist als das, was Mathematiker tun. Computerbeweise sind nicht Präzisierungen menschlicher Mathematik, sondern etwas anderes. Denn, wie Haugeland so schön formuliert hat: »The trouble with artificial intelligence is that computers don't give a damn.«³⁷ Das tun sie auch in der Mathematik nicht. Merleau-Ponty verschiebt den Fokus der Philosophie der Mathematik von Korrektheit auf Werthaftigkeit. Die Philosophie des 20. Jahrhunderts war geradezu besessen von Fragen der Korrektheit mathematischer Beweise. Das führte dann zu dem syntaktischen Dogma, in dem nur das als Beweis anerkannt wird, was »a syntactic object consisting only of sentences arranged in a finite and inspectable array« ist.³⁸ Umgekehrt will Merleau-Ponty zeigen, dass nur eine menschengemachte Mathematik in der Lage ist, kreativ zu sein. Nur wer sich interessiert, für wen Strukturen von Bedeutung und Relevanz sind, nur wer einen Leib hat, der kann synthetische Erkenntnisse haben.

Annalisa Coliva: Human diagrammatic reasoning and seeing-as, in: *Synthese*, 186, 2012, 121-148.

37 | John Haugeland: *Having thought. Essays in the metaphysics of mind*, Cambridge: Harvard University Press 1998, S. 47.

38 | Neil Tennant: The Withering Away of Formal Semantics?, in: *Mind & Language*, 1, 1986, 302-318, S. 304.

