

**Reihe 18**

Mechanik/  
Bruchmechanik

**Nr. 350**

Dipl.-Ing. Katharina Ursula Dibblee,  
Paderborn

## 3D-Risswachstum in homogenen, isotropen sowie funktional gradienten Strukturen





# 3D-Risswachstum in homogenen, isotropen sowie funktional gradierten Strukturen

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.)  
der Fakultät für Maschinenbau  
der Universität Paderborn

genehmigte  
DISSERTATION

von  
Dipl.-Ing. Katharina Ursula Dibblee

aus Paderborn



# Fortschritt-Berichte VDI

Reihe 18

Mechanik/  
Bruchmechanik

Dipl.-Ing. Katharina Ursula Dibblee,  
Paderborn

Nr. 350

3D-Risswachstum in  
homogenen, isotropen  
sowie funktional  
gradienten Strukturen

VDI verlag

Dibblee, Katharina Ursula

## **3D-Risswachstum in homogenen, isotropen sowie funktional gradierten Strukturen**

Fortschr.-Ber. VDI Reihe 18 Nr. 350. Düsseldorf: VDI Verlag 2018.

180 Seiten, 93 Bilder, 1 Tabelle.

ISBN 978-3-18-335018-6, ISSN 0178-9457,

€ 67,00/VDI-Mitgliederpreis € 60,30.

**Für die Dokumentation:** Bruchmechanik – bruchmechanische Gradierung – bruchmechanisches 3D Konzept für gradierte Materialien – dreidimensionales Risswachstum – Ermüdungsris-sausbreitung – Gradierungswinkel – numerische Risswachstumssimulationen – funktional gradierte Strukturen – Restlebensdauer – Rissausbreitungsrichtung

Durch den Einsatz von funktional gradierten Materialien ergeben sich neue Möglichkeiten der Strukturoptimierungen im Hinblick auf Leichtbaupotenziale. Gleichzeitig werden neue Herausforderungen an Ingenieure herangetragen, welche sich auf das Rissausbreitungsverhalten in solchen gradierten Strukturen beziehen. Diese Arbeit leistet daher einen Beitrag zur realitätsnahen Rissausbreitungsvorhersage und der damit einhergehenden Restlebensdauerbestimmung von dreidimensionalen Strukturen unter Verwendung von bruchmechanisch gradierten Materialien. Mit dem hier aufgezeigten neuen bruchmechanischen 3D Konzept ist es möglich, den Einfluss einer funktionalen Materialgradierung zu berücksichtigen. Durch die numerische Umsetzung dieses Konzeptes mit dem Simulationsprogramm ADAPCRACK3D<sup>VERSION\_KD15</sup> werden die Auswirkungen einer Materialgradierung verdeutlicht. Anwendungsbeispiele veranschaulichen den Einfluss einer bruchmechanischen Gradierung im Hinblick auf die Risspfade sowie die Änderungen der Restlebensdauer von Strukturen.

### **Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter [www.dnb.de](http://www.dnb.de) abrufbar.

### **Bibliographic information published by the Deutsche Bibliothek**

(German National Library)

The Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie (German National Bibliography); detailed bibliographic data is available via Internet at [www.dnb.de](http://www.dnb.de).

Dissertation Universität Paderborn

© VDI Verlag GmbH · Düsseldorf 2018

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Fotokopie, Mikrokopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, im Internet und das der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 0178-9457

ISBN 978-3-18-335018-6

Kraft kommt nicht aus körperlichen Fähigkeiten.  
Sie entspringt einem unbeugsamen Willen.

(Mahatma Gandhi)





# INHALTSVERZEICHNIS

Verzeichnis der verwendete Symbole und Abkürzungen.....	VIII
<b>1 Einleitung und Zielsetzung .....</b>	<b>1</b>
<b>2 Grundlegende Charakterisierung des Risswachstums .....</b>	<b>4</b>
2.1 Charakteristische Spannungsverteilungen in der Rissumgebung.....	5
2.2 Rissverhalten unter statischer Belastung.....	7
2.3 Ermittlung der Spannungsintensitätsfaktoren.....	9
2.4 Instabiles Risswachstum.....	11
2.4.1 Kriterium der Energiefreisetzung .....	12
2.4.2 $J$ -Kriterium .....	12
2.4.3 $K$ -Konzept .....	13
2.5 Instabiles Risswachstum bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung.....	13
2.5.1 Maximal-Tangentialspannungs-Kriterium .....	14
2.5.2 Bruchkriterium nach RICHARD.....	14
2.6 Rissverhalten unter zyklischer Beanspruchung.....	15
2.7 Stabiles Risswachstum bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung.....	18
2.7.1 Maximal-Tangentialspannungs-Kriterium für stabiles Risswachstum.....	18
2.7.2 Bruchkriterium nach RICHARD für stabiles Risswachstum .....	19
<b>3 Herausforderungen des 3D-Risswachstums.....</b>	<b>20</b>
3.1 Auswirkung von Belastungen/Beanspruchungen .....	21
3.2 Geometrien .....	22
3.3 3D-Mixed-Mode-Komplexität.....	23
3.4 Bruchkriterien bei 3-dimensionaler Rissausbreitung.....	24
3.4.1 Kriterium nach POOK .....	25
3.4.2 $\sigma_1$ -Kriterium nach SCHÖLLMANN et al. ....	25
3.4.3 Verallgemeinertes Kriterium nach RICHARD et al.....	27
3.5 Stabiles Risswachstum bei räumlicher Mixed-Mode-Beanspruchung.....	28
3.5.1 $\sigma_1$ - Kriterium für stabiles Risswachstum.....	29
3.5.2 Verallgemeinertes Kriterium für stabiles Risswachstum .....	29
3.6 Herausforderungen bei der Simulation von 3D-Risswachstum .....	30
<b>4 Risswachstum in gradierten Materialien .....</b>	<b>31</b>

<b>4.1</b>	<b>Über den Leichtbau zu gradierten Materialien.....</b>	<b>32</b>
4.1.1	Differenzialbauweise .....	33
4.1.2	Verbundbauweise .....	35
<b>4.2</b>	<b>Funktional gradierte Materialien .....</b>	<b>38</b>
4.2.1	Elastische Gradierung.....	38
4.2.2	Bruchmechanische Gradierung.....	39
4.2.3	Verwendungsmöglichkeiten gradierten Materialien und Strukturen.....	42
<b>4.3</b>	<b>Bruchmechanische Gradierung unter 2-dimensionalem Gesichtspunkt .....</b>	<b>43</b>
4.3.1	Konzeptansätze für eine Rissausbreitung in gradierten Strukturen .....	44
4.3.2	TSSR-Konzept.....	45
<b>4.4</b>	<b>Bruchmechanische Gradierung unter 3-dimensionalem Gesichtspunkt .....</b>	<b>48</b>
<b>5</b>	<b>Numerische Simulation des 3D-Risswachstums.....</b>	<b>57</b>
<b>5.1</b>	<b>Risswachstumsprogramme für homogene Strukturen .....</b>	<b>57</b>
5.1.1	FRANC3D/NG .....	58
5.1.2	PROCRACK .....	59
5.1.3	ADAPCRACK3D.....	59
<b>5.2</b>	<b>Simulationssoftware für funktional gradierte Strukturen .....</b>	<b>60</b>
5.2.1	FRANC/FAM .....	60
5.2.2	MCRACK2D.....	60
<b>5.3</b>	<b>Entwicklung von ADAPCRACK3D<sup>Version_KD15</sup> .....</b>	<b>61</b>
5.3.1	Online-Benutzeroberfläche als Eingabewerkzeug.....	61
5.3.2	ADD-ON Funktion zur Programmstabilität .....	63
5.3.3	Rissausbreitung bei teilweise nicht wachstumsfähiger Rissfront .....	68
5.3.4	Ausbau der bruchmechanischen Konzepte im Riss simulationsprogramm ADAPCRACK3D <sup>VERSION_KD15</sup> .....	71
<b>5.4</b>	<b>Berechnungsfunktionen für Simulationen in bruchmechanisch gradierten Strukturen.....</b>	<b>73</b>
5.4.1	Funktion zur Berechnung der Rissausbreitung in einer scharfen bruchmechanischen Gradierung .....	74
5.4.2	Funktion zur Berechnung der Rissausbreitung in einem bruchmechanisch gradierten Übergangsbereich .....	81
<b>5.5</b>	<b>Verifikation von ADAPCRACK3D<sup>VERSION_KD15</sup> .....</b>	<b>85</b>
5.5.1	Rissausbreitung in homogenen Strukturen .....	85
5.5.2	Rissausbreitung in gradierten Strukturen.....	92
<b>6</b>	<b>Praxisbezogene Anwendungen von Risswachstumssimulationen .....</b>	<b>99</b>
<b>6.1</b>	<b>Einsatz von Risswachstumssimulationen zur Unterstützung von Evaluierungen anhand experimenteller Untersuchungen.....</b>	<b>103</b>

6.1.1	Numerische Ermittlung von Einflüssen auf die Ermüdungsrissoausbreitung in einer Axialrissrohrprobe .....	104
6.1.2	Bestimmung einer Masterkurve für Axialrissrohrproben .....	107
6.2	Einfluss einer Materialgradierung auf das Risswachstum in einem Zahnrad .....	110
7	Resümee .....	114
<b>Anhang .....</b>		<b>116</b>
A1	.....	116
A2	.....	118
A3	.....	122
A4	.....	128
A5	.....	132
A6	.....	134
A7	.....	147
<b>Literaturverzeichnis .....</b>		<b>154</b>

## VERZEICHNIS DER VERWENDETE SYMBOLE UND ABKÜRZUNGEN

### a) Lateinische Symbole

$A$	$m \times n$ -Matrix
$A, B$	Mixed-Mode-Verhältnisse
$A, B, C, D$	Parameter des Bruchkriteriums nach RICHARD
$C_E$	Parameter des ERDOGAN/RATWANI - Gesetzes
$C_{FM}$	Parameter der FORMAN/METTU - Gleichung
$C_P$	Parameter der PARIS/ERDOGAN - Gleichung
$DK1$	Relevanter Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_M$ in Abhängigkeit von $\Delta K_{I,th}(M1)$ nach dem neuen 3D-Konzept an einem Rissfront-knotenpunkt
$DK2$	Relevanter Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_0$ in Abhängigkeit von $\Delta K_{I,th}(M2)$ nach dem neuen 3D-Konzept an einem Rissfront-knotenpunkt
$DK3$	Relevanter Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_M$ in Abhängigkeit von $\Delta K_{I,C}(M1)$ nach dem neuen 3D-Konzept an einem Rissfront-knotenpunkt
$DK4$	Relevanter Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_0$ in Abhängigkeit von $\Delta K_{I,C}(M2)$ nach dem neuen 3D-Konzept an einem Rissfront-knotenpunkt
$G_I, G_{II}$	Energiefreisetzungsraten für Mode I und Mode II
$G_{Ic}$	Bruchmechanischer Materialgrenzwert/ kritische Energiefreisetzungsraten
$H$	Householder-Matrix
$I$	Einheitsmatrix
$J$	Wert des $J$ -Integral
$J_{Ic}$	kritischer Wert des $J$ -Integrals
$K_{ges}$	Gesamter Spannungsintensitätsfaktor
$K_I(t)$	Zeitlich veränderlicher Spannungsintensitätsfaktor für Mode I

$K_{I,F}, K_{I,M}$	Spannungsintensitätsfaktor für Mode I in Abhängigkeit einer Kraft F bzw. eines Momentes M
$K_{I,ges}$	Gesamter Spannungsintensitätsfaktor für Mode I
$K_{I,max}, K_{I,min}$	Maximaler und minimaler Spannungsintensitätsfaktor
$K_{II,ges}$	Gesamter Spannungsintensitätsfaktor für Mode II
$K_{III,ges}$	Gesamter Spannungsintensitätsfaktor für Mode III
$K_I, K_{II}, K_{III}$	Spannungsintensitätsfaktoren für Mode I, Mode II und Mode III
$K_{IC}, K_{IIC}, K_{IIIC}$	Risszähigkeiten für Mode I, Mode II und Mode III
$K_V$	Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
$K_{V,I,II}, K_{V,I,II,III}$	Vergleichsspannungsintensitätsfaktoren nach POOK
$\Delta K$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor
$\Delta K_I, \Delta K_{II}, \Delta K_{III}$	Zyklische Spannungsintensitätsfaktoren für Mode I, Mode II und Mode III
$\Delta K_I^C(\varphi = \varphi_0)$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_0$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_0$ mit zyklischer Bruchgrenzkurve des TSSR-Konzeptes
$\Delta K_I^C(\varphi = \varphi_M)$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_M$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_M$ mit zyklischer Bruchgrenzkurve des TSSR-Konzeptes
$\Delta K_I^{C,3D}(\varphi = \varphi_0)$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_0$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_0$ mit zyklischer Bruchgrenzkurve des neuen 3D-Konzeptes
$\Delta K_I^{C,3D}(\varphi = \varphi_0(z))$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_0$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_0$ mit zyklischer Bruchgrenzkurve des neuen 3D-Konzeptes in Abhängigkeit der z-Koordinate
$\Delta K_I^{C,3D}(\varphi = \varphi_M)$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_M$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_M$ mit zyklischer Bruchgrenzkurve des neuen 3D-Konzeptes
$\Delta K_I^{C,3D}(\varphi = \varphi_M(z))$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_M$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_M$ mit zyklischer Bruchgrenzkurve des neuen 3D-Konzeptes in Abhängigkeit der z-Koordinate
$\Delta K_I^{C,TSSR}$	Relevanter zyklischer Spannungsintensitätsfaktor von $\Delta K_I^C(\varphi)$ des TSSR-Konzeptes
$\Delta K_I^{th}(\varphi = \varphi_0)$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_0$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_0$ mit Schwellenwertkurve des TSSR-Konzeptes
$\Delta K_I^{th}(\varphi = \varphi_M)$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_M$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_M$ mit Schwellenwertkurve des TSSR-Konzeptes

$\Delta K_{I,th,3D}(\varphi = \varphi_0)$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_0$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_0$ mit Schwellenwertkurve des neuen 3D-Konzeptes
$\Delta K_{I,th,3D}(\varphi = \varphi_0(z))$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_0$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_0$ mit Schwellenwertkurve des neuen 3D-Konzeptes in Abhängigkeit der z-Koordinate
$\Delta K_{I,th,3D}(\varphi = \varphi_M)$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_M$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_M$ mit Schwellenwertkurve des neuen 3D-Konzeptes
$\Delta K_{I,th,3D}(\varphi = \varphi_M(z))$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\varphi = \varphi_M$ und Berührungspunkt bei $\varphi = \varphi_M$ mit Schwellenwertkurve des neuen 3D-Konzeptes in Abhängigkeit der z-Koordinate
$\Delta K_{I,th,TSSR}$	Relevanter zyklischer Spannungsintensitätsfaktor von $\Delta K_I^{th}(\varphi)$ des TSSR-Konzeptes
$\Delta K_{IC}^{3D}$	Relevanter zyklischer Spannungsintensitätsfaktor von $\Delta K_I^{C,3D}(\varphi)$ des neuen 3D-Konzeptes
$\Delta K_{IC}^{3D}(z)$	Relevanter zyklischer Spannungsintensitätsfaktor von $\Delta K_I^{C,3D}(\varphi(z))$ des neuen 3D-Konzeptes in Abhängigkeit der z-Koordinate
$\Delta K_{I,max}, \Delta K_{I,min}$	Zyklischer maximaler und minimaler Spannungsintensitätsfaktor für Mode I
$\Delta K_{I,th}$	Schwellenwerte der Ermüdungsrissoausbreitung für Mode I
$\Delta K_{I,th,k}$	Lokaler Schwellenwerte für einen Rissfrontknoten
$\Delta K_{I,th}(z)$	Schwellenwerte der Ermüdungsrissoausbreitung für Mode I in Abhängigkeit der z-Koordinate
$\Delta K_{I,th}(\varphi)$	Schwellenwertfunktion in Abhängigkeit von $\varphi$
$\Delta K_{I,th}(\varphi(z))$	Schwellenwertfunktion in Abhängigkeit von $\varphi$ und z-Koordinate
$\Delta K_{I,th}(\varphi_0)$	Schwellenwertfunktion in Richtung von $\varphi_0$
$\Delta K_{I,th}(\varphi_0(z))$	Schwellenwertfunktion in Richtung von $\varphi_0$ und z-Richtung
$\Delta K_{I,th}(\varphi_M)$	Schwellenwertfunktion in Richtung von $\varphi_M$
$\Delta K_{I,th}(\varphi_M(z))$	Schwellenwertfunktion in Richtung von $\varphi_M$ und z-Richtung
$\Delta K_{I,th}^{3D}$	Relevanter zyklischer Spannungsintensitätsfaktor von $\Delta K_I^{th,3D}(\varphi)$ des neuen 3D-Konzeptes
$\Delta K_{I,th}^{3D}(z)$	Relevanter zyklischer Spannungsintensitätsfaktor von $\Delta K_I^{th,3D}(\varphi(z))$ des neuen 3D-Konzeptes in Abhängigkeit der z-Koordinate
$\Delta K_{IC}$	Zyklische Risszähigkeit für Mode I

$\Delta K_{IC,k}$	Lokale zyklische Risszähigkeit für einen Rissfrontknoten
$\Delta K_{IC}(\varphi)$	Risszähigkeit in Abhängigkeit von $\varphi$
$\Delta K_{IC}(\varphi_0)$	Risszähigkeit in Richtung von $\varphi_0$
$\Delta K_{IC}(\varphi_M)$	Risszähigkeit in Richtung von $\varphi_M$
$\Delta K_V$	Zyklischer Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
$\Delta K_{V,max}$	Maximaler zyklischer Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
$M_1; M_2$	Biegemomente
$N$	Lastwechselzahl
$P, Q, R$	Knotenpunkte aus der Gradierungsgrenze
$P1, P2, P2^*;$ $P_{NB1}, P_{NB1}$	Orientierungspunkte für die Exponentialfunktion
$Q$	Orthogonale Matrix
$R$	Dreiecksmatrix
$R$	Spannungsverhältnis, $R$ -Verhältnis
$\tilde{R}$	Reduzierte Dreiecksmatrix
$\mathbb{R}$	Reelle Zahlen
$S$	Wert der Spline-Funktion
$\bar{U},$	Energiedichte
$V$	Verhältnis der Mixed Mode Beanspruchung des TSSR-Konzeptes
$W_{Bx}(x), W_{Bz}(x)$	Widerstandsmomente
$W_k^x, W_k^y$	Arbeit der äußeren Kräfte
$Y$	Geometriefaktor
$Y_{Axi}$	Geometriefaktor einer Axialrissrohrprobe
$Y_{I,ges}$	Gesamter Geometriefaktor für Mode I
$Y_I, Y_{II}, Y_{III}$	Geometriefaktoren für Mode I, Mode II und Mode III
$Y_{I,F}, Y_{I,M}$	Geometriefaktoren für Mode I
$a$	Risslänge
$\bar{a}, \tilde{a}$	Gemittelte Risslängen
$a, b$	Längen der Halbachsen einer Kerbe
$a, b$	Parameter der kleinsten Fehlerquadratsumme
$a_i$	Spalte einer Matrix
$a_k, b_k, c_k$	Terme der Spline-Funktion

$\Delta a$	Rissinkrement
$\Delta a_k$	Rissinkrementes des Rissfrontknotenpunktes
$\Delta a_{\max}$	Maximales Rissverlängerungsinkrement
$b$	Breite des Übergangsbereichs bei einer Materialgradierung
$b, v, x$	Vektoren für die Berechnung der kleinsten Fehlerquadratsumme
$d$	Abstand zur Gradierungsgrenze
$da$	Rissverlängerung
$dA$	Rissflächenverlängerung
$da/dN$	Rissgeschwindigkeit/ Risswachstumsrate
$dF_y$	Druckkraft bei der Rissschließung
$dU$	Elastische Energie
$dW$	Rissschließungsarbeit
$dx$	Teilstück
$f(x) = c \cdot a^x$	Exponentialfunktion
$f(\Delta K_{IC})$	Relevante Beanspruchungsfunktion in Abhängigkeit von $\Delta K_{IC}$
$f(\Delta K_{I,th})$	Relevante Beanspruchungsfunktion
$f(\Delta K_{I,th}(z))$	Relevante Beanspruchungsfunktion in Abhängigkeit von $\Delta K_{I,th}$
$f(\Delta K_V)$	Reale Beanspruchungsfunktion
$f(\Delta K_V(z))$	Reale Beanspruchungsfunktion in Abhängigkeit von $\Delta K_V$
$f_1, f_2$	Beanspruchungsfunktion der Materialien 1 und 2 des neuen 3D_Konzeptes
$f_1(\Delta K_{I,th}, (\varphi = \varphi_M))$	Beanspruchungsfunktion in Abhängigkeit von $\Delta K_{I,th}$ und $\varphi = \varphi_M$
$f_2(\Delta K_{I,th}, (\varphi = \varphi_0))$	Beanspruchungsfunktion in Abhängigkeit von $\Delta K_{I,th}$ und $\varphi = \varphi_0$
$f_3(\Delta K_{IC}, (\varphi = \varphi_M))$	Beanspruchungsfunktion in Abhängigkeit von $\Delta K_{IC}$ und $\varphi = \varphi_M$
$f_4(\Delta K_{IC}, (\varphi = \varphi_0))$	Beanspruchungsfunktion in Abhängigkeit von $\Delta K_{IC}$ und $\varphi = \varphi_0$
$m, n$	Anzahl der Zeilen und Spalten einer Matrix
$m_E$	Parameter des ERDOGAN/RATWANI - Gesetzes
$m_P$	Parameter der PARIS/ERDOGAN - Gleichung
$n$	Anzahl der Simulationsschritte
$\bar{n}$	Normalenvektor
$n_{FM}, p, q$	Parameter der FORMAN/METTU - Gleichung



$q$	Wert der kleinsten Fehlerquadratsumme
$r, \varphi, z$	Zylinderkoordinaten am Riss
$t$	Probendicke
$t$	Zeit
$\Delta t_k$	Teilstück der Probendicke
$u, v$	Exponenten des Bruchkriterium nach RICHARD
$\vec{u}$	Verschiebungsvektor des J-Kriteriums
$\Delta u_{i-1,k}^x, \Delta u_{i-1,k}^y$	Knotenpunktverschiebungen
$v(x), u(x)$	Rissverschiebungen in x-Koordinate
$w(x)$	Länge des Restligamentes einer Axialrissrohrprobe
$x, y, z$	Kartesische Koordinaten

## b) Griechische Symbole

$\alpha_1, \alpha_2$	Werkstoffparameter des Bruchkriteriums nach RICHARD
$\gamma$	Rissöffnungsfunktion
$\varepsilon_{ij}$	Dehnungstensor
$\lambda, \mu$	Faktoren der Parameterform
$\nu$	Querkontraktionszahl (Poisson-Zahl)
$\rho$	Kerbradius, Krümmungsradius der Kerbe
$\sigma$	Normalspannung, statische Spannung, äußere Bauteilbelastung
$\sigma(t)$	Zeitlich veränderliche Spannung
$\sigma_a$	Spannungsausschlag
$\sigma_{Bx}, \sigma_{Bz}$	Biegespannungskomponenten der Nennspannung $\sigma_{Lig}$
$\sigma_{ij}$	Komponenten des Spannungstensors an der Rissspitze
$\sigma_{Lig}$	Nennspannung im Restligament einer Axialrissrohrprobe
$\sigma_{max}, \sigma_{min}$	Maximale und minimale Spannung
$\sigma_r, \sigma_\varphi$	Spannungskomponenten in Zylinderkoordinaten
$\sigma_t$	Tangentialspannung entlang des Kerbrandes

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Spannungskomponenten in kartesischen Koordinaten
$\sigma_i(x)$	Spannungskomponente in Abhängigkeit der x-Koordinate
$\sigma_{Lug}$	Zugspannungskomponente der Nennspannung $\sigma_{Lig}$
$\sigma_\varphi$	Tangentialspannung
$\sigma_{\varphi, \max}$	Maximale Tangentialspannung
$\sigma_1'$	Spezielle Hauptnormalspannung des $\sigma_1'$ -Kriteriums
$\Delta\sigma$	Schwingbreite der Spannung bei zyklischer Belastung
$\Delta\sigma_{\max}$	Zyklische maximale Spannung
$\Delta\sigma_\varphi \sqrt{2\pi \cdot r}$	Zyklische Beanspruchungsfunktion des TSSR-Konzeptes
$\Delta\sigma_1' \sqrt{2\pi \cdot r}$	Zyklische Beanspruchungsfunktion des neuen 3D-Konzeptes
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Schubspannungskomponenten in kartesischen Koordinaten
$\tau_{xy}(x)$	Schubspannungskomponente in Abhängigkeit der x-Koordinate
$\tau_{r\varphi}, \tau_{rz}, \tau_{\varphi z}$	Schubspannungskomponenten in Polarkoordinaten
$\varphi$	Polarkoordinate am Riss
$\varphi_M$	Gradierungswinkel
$\varphi_M(z)$	Gradierungswinkel in Abhängigkeit der z-Koordinate
$\varphi_{M,k}$	Gradierungswinkel eines Knotenpunktes
$\varphi_0$	Abknickwinkel
$\varphi_0(z)$	Abknickwinkel in Abhängigkeit der z-Koordinate
$\psi_0$	Verdrehwinkel

### c) Abkürzungen

2D	Zweidimensional
3D	Dreidimensional
ABAQUS	Anerkanntes Finite-Elemente-Programm
ADD-ON	Erweiterungsfunktionen
ANSYS	Finite-Elemente-Programm
ASTM	American Society for Testing and Material

CT-Probe	Compact Tension-Probe
CTMM-Probe	Compact Tension Mixed Mode-Probe
ESZ	Ebener Spannungszustand
EVZ	Ebener Verzerrungszustand
FEM	Finite-Elemente-Methode
FGM	Funktional gradierte Materialien (engl.: functionally graded materials)
FKM	Forschungskuratorium Maschinenbau
FRANC3D/NG	Fracture Analysis Code 3D / Next Generation
FRANC/FAM	Fracture Analysis Code / Fachgruppe Angewandte Mechanik
GFK	Glasfaserverstärkte Kunststoffe
GUI	Benutzeroberfläche (engl.: Graphical User Interface)
ISO	International Organization for Standardization
LEBM	Linear-elastische Bruchmechanik
Lw	Lastwechsel
M1, M2	Material 1, Material 2
MEFR	Konzept der modifizierten Energiefreisetzungsrate
MTS	Maximale Tangentialspannung
MVCCI	Modified Virtual Crack Closure Integral (modifiziertes Risschließungsintegral)
NASTRAN	Nasa Structural Analysis System
P, Q, R	Knotenpunkte in der Gradierungsebene
SFB/TR TRR30	Sonderforschungsbereich Transregio 30
SLM	Selectiv Laser Melting
TSSR	Kriterium der Tangentialspannung für gradierte Materialien nach SCHRAMM und RICHARD
ZTU	Zeit-Temperatur-Umwandlungs-Schaubild

## ZUSAMMENFASSUNG

Technologische Weiterentwicklungen bringen stets neue Herausforderungen mit sich. Im Hinblick auf gradierte Materialien sind die Kenntnisse der lokalen Eigenschaftskennwerte ebenso relevant, wie das Rissausbreitungsverhalten in eben solchen rissbehafteten Bauteilen und Strukturen. Vor diesem Hintergrund ist das primäre Ziel dieser Dissertation, einen Beitrag für eine realitätsgetreue Aussage über das Rissausbreitungsverhalten in homogenen, isotropen sowie funktional gradierten Strukturen zu geben. Bereits etablierte bruchmechanische Konzepte, ermöglichen eine realitätsnahe Aussage über das Rissausbreitungsverhalten in homogenen Strukturen. Der Einfluss einer Materialgradierung wird hierbei zu meist vernachlässigt. Daher wurde ein neues 3-dimensionales Konzept erarbeitet, um eine Aussage über das Rissausbreitungsverhalten in Hinblick auf den Einfluss einer bruchmechanischen Materialgradierung geben zu können. Hierbei liegt der Fokus insbesondere auf der Rissausbreitungsrichtung unter Berücksichtigung der vorliegenden Gradierungsgrenzen. Um ein großes Spektrum an Kombinationsmöglichkeiten für eine Materialgradierung abbilden zu können, wird ein numerisches Riss simulationsprogramm für eine räumliche Rissausbreitungsvorhersage genutzt. Durch Optimierungsmaßnahmen zur Programmstabilität und Implementieren des neuen bruchmechanischen Konzeptes in das Simulationsprogramm ADAPCRACK3D<sup>Version\_KD15</sup>, sind Simulationen des Risswachstums in homogenen sowie gradierten Strukturen möglich. Erste Ergebnisse zeigen eine deutliche Verbesserung der Programmstabilität bei der Berechnung von homogenen Strukturen. Außerdem kann der Einfluss der Materialgradierung auf das Risswachstum individuell vorhergesagt werden.

## ABSTRACT

Technological advances mean new challenges. With regard to graded materials, the knowledge of the local property characteristics is as relevant as the crack propagation behaviour in the same crack-prone components and structures. Referring to this knowledge, the primary aim of this dissertation is to make a contribution to a realistic statement about the crack propagation behaviour in homogeneous, isotropic and functional graded structures. Already established fracture mechanic concepts allow a realistic statement about the crack propagation behaviour in homogeneous structures. The influence of a material gradation is usually neglected. Therefore a new 3-dimensional concept was developed in order to be able to give a statement about the crack propagation behaviour with regard to the influence of a fracture mechanical graded material. Here the focus is particularly on the crack propagation direction, taking into account the present gradation-line. In order to be able to display a wide range of combination possibilities for a material gradation, a numerical crack simulation program is used for a spatial crack propagation prediction. Through optimization measures for program stability and the implementation of the new fracture mechanical concept into the simulation program ADAPCRACK3D<sup>VERSION\_KD15</sup>, simulations of crack growth in homogeneous as well as graded structures are possible. Initial results show a significant improvement in the stability of the program in the calculation of homogeneous structures. In addition, the influence of the material gradation on the crack growth can be predicted individually.