

**Reihe 18**

Mechanik/  
Bruchmechanik

**Nr. 354**

Dipl.-Ing. (FH) Stefan Keck,  
Zittau

## **Rissverhalten von unidirektionalen Flachsfaser-Epoxidharz- Verbunden infolge statischer Belastung**



# Rissverhalten von unidirektionalen Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunden infolge statischer Belastung

zur Erlangung des akademischen Grades  
DOKTOR DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.)  
der Fakultät für Maschinenbau  
der Universität Paderborn

genehmigte  
DISSERTATION

von  
Dipl.-Ing. (FH) Stefan Keck M. A.  
aus Berlin

Tag des Kolloquiums: 20. August 2020  
Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Hans Albert Richard  
Korreferenten: Prof. Dr. Maria Specovius-Neugebauer  
Prof. Dr.-Ing. Markus Fulland



# Fortschritt-Berichte VDI

Reihe 18

Mechanik/  
Bruchmechanik

Dipl.-Ing. (FH) Stefan Keck,  
Zittau

Nr. 354

Rissverhalten von  
unidirektionalen  
Flachsfaser-Epoxidharz-  
Verbunden infolge  
statischer Belastung

VDI verlag

Keck, Stefan

## **Rissverhalten von unidirektionalen Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunden infolge statischer Belastung**

Fortschr.-Ber. VDI Reihe 18 Nr. 354. Düsseldorf: VDI Verlag 2021.

124 Seiten, 71 Bilder, 26 Tabellen.

ISBN 978-3-18-335418-4, ISSN 0178-9457,

€ 48,00/VDI-Mitgliederpreis € 43,20.

**Für die Dokumentation:** Verbundwerkstoffe – Faserverbunde – Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunde – Bruchmechanik – Rissausbreitung – Rissausbreitungsrichtung – Experimentelle Untersuchungen – Numerische Simulationen

Verbundwerkstoffe weisen ein anderes Rissverhalten als homogene und isotrope Materialien auf. In der vorliegenden Arbeit sind Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunde, in denen die Fasern unidirektional orientiert sind, bruchmechanisch charakterisiert. Das Versagensverhalten und die Rissverläufe werden hinsichtlich verschiedener Konstellationen untersucht. Die Variation des Winkels zwischen Initialriss und Faserorientierung erfolgt hierbei in Kombination mit der Variation des Faservolumenanteils. Experimentelle Untersuchungen zeigen, dass sich Risse nicht ausschließlich beanspruchungsgesteuert ausbreiten, sondern Orientierung und Anzahl der Fasern eine Rolle spielen. Des Weiteren erfolgen numerische Simulationen für verschiedene Materialmodelle. Ein auf den experimentellen Daten basierendes Modell ermöglicht die Vorhersage der Rissausbreitungsrichtung in Abhängigkeit von dem Faserwinkel und dem Faservolumenanteil.

### **Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter [www.dnb.de](http://www.dnb.de) abrufbar.

### **Bibliographic information published by the Deutsche Bibliothek**

(German National Library)

The Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie (German National Bibliography); detailed bibliographic data is available via Internet at [www.dnb.de](http://www.dnb.de).

Universität Paderborn

© VDI Verlag GmbH · Düsseldorf 2021

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Fotokopie, Mikrokopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, im Internet und das der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 0178-9457

ISBN 978-3-18-335418-4

# Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand mit Unterstützung eines Promotionsstipendiums der Hochschule Zittau/Görlitz.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Hans Albert Richard für das entgegengebrachte Vertrauen, die wertvollen Gespräche und die Übernahme des Referates.

Weiterhin danke ich Frau Prof. Dr. Maria Specovius-Neugebauer, Universität Kassel, für das gezeigte Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Korreferates sowie den Herren Prof. Dr.-Ing. Volker Schöppner und Prof. Dr. rer. nat. Thomas Tröster für die Mitarbeit in der Promotionskommission.

Darüber hinaus gilt mein herzlicher Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Markus Fulland für die Förderung, die unermüdliche Unterstützung, die Diskussionsbereitschaft und die Übernahme des Korreferates.

Ebenso möchte ich meinen Kolleginnen und Kollegen sowie Herrn Prof. Dr. rer. nat. Frank Pietschmann, Hochschule Zittau/Görlitz, für die Unterstützung und Diskussionen danken.

Ganz herzlich danken möchte ich meiner Familie für ihre Nachsicht, Geduld und unerschöpfliche Unterstützung, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Zittau, im August 2020

Stefan Keck



# Inhaltsverzeichnis

<b>Notation</b>	<b>VII</b>
<b>Kurzfassung/Abstract</b>	<b>XIV</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Bruchmechanische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1 Linear-elastische Bruchmechanik homogener und isotroper Materialien . . .	3
2.1.1 Spannungsverteilung an der Rissspitze . . . . .	3
2.1.2 Rissbeanspruchungsarten . . . . .	5
2.1.3 Rissverhalten infolge statischer Belastung . . . . .	6
2.1.4 Rissverhalten infolge zyklischer Belastung . . . . .	7
2.1.5 Weitere bruchmechanische Größen . . . . .	9
2.1.6 Bruchkriterien . . . . .	11
2.2 Linear-elastische Bruchmechanik inhomogener und anisotroper Materialien	15
2.2.1 Risse in anisotropen Körpern . . . . .	15
2.2.2 Bruchkriterien . . . . .	17
<b>3 Verbundwerkstoffe</b>	<b>21</b>
3.1 Definition, Einteilung und Beispiele . . . . .	21
3.2 Faserverbunde . . . . .	21
3.2.1 Verstärkungsfasern . . . . .	24
3.2.2 Naturfasern . . . . .	26
3.2.3 Polymere Matrixsysteme . . . . .	28
3.3 Faser-Kunststoff-Verbunde . . . . .	30
3.3.1 Herstellungsverfahren . . . . .	30
3.3.2 Einsatzbereiche und Anwendungsbeispiele . . . . .	31
3.3.3 Begriffe und Werkstoffgesetz . . . . .	32
3.3.4 Mechanische Eigenschaften . . . . .	37
3.3.5 Bruchmechanische Eigenschaften . . . . .	40
3.3.6 Versagensmechanismen . . . . .	46
<b>4 Experimentelle Untersuchungen</b>	<b>49</b>
4.1 Materialien und Proben . . . . .	49
4.1.1 Komponenten . . . . .	49
4.1.2 Herstellung und Präparation . . . . .	49
4.2 Versuche . . . . .	52
4.3 Ergebnisse . . . . .	53
4.3.1 Faservolumenanteile . . . . .	53
4.3.2 Zugelastizitätsmodul der Flachproben . . . . .	56

4.3.3	Maximalzugkräfte der Kompaktzugproben . . . . .	57
4.3.4	Einfluss der Faserorientierung und des Faservolumenanteils auf den Risspfad . . . . .	62
4.3.5	Einfluss der Faserorientierung und des Faservolumenanteils auf den Versagensmechanismus . . . . .	67
4.3.6	Schlussfolgerungen . . . . .	71
<b>5</b>	<b>Numerische Simulationen</b>	<b>73</b>
5.1	Ablauf . . . . .	73
5.2	Ermittlung bruchmechanischer Größen . . . . .	74
5.2.1	Rissschließungsintegral . . . . .	74
5.2.2	Programmsystem ADAPCRACK3D . . . . .	75
5.3	Anwendung auf Flachsfaser-Kunststoff-Verbunde . . . . .	79
5.3.1	Modellierung . . . . .	79
5.3.2	Materialparameter . . . . .	80
5.3.3	Belastungsparameter und Lagerung . . . . .	82
5.3.4	Ergebnisse . . . . .	83
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>91</b>

# Notation

## a) Lateinische Formelzeichen

$A_1, A_2$	Parameter im Bruchkriterium nach <i>Richard</i>
$A_f, A_m, A_v$	Querschnittsfläche der Faser, Matrix bzw. des Verbunds
$B_1, B_2, B_3, B_4$	Parameter im Bruchkriterium nach <i>Richard</i>
$C$	Integrationsweg
$C$	Steifigkeitsmatrix
$C_E$	Parameter im Rissfortschrittgesetz nach <i>Erdogan</i> und <i>Ratwani</i>
$C_P$	Parameter im Rissfortschrittgesetz nach <i>Paris</i>
$E$	Elastizitätsmodul, Zugelastizitätsmodul
$E'$	zustandsabhängiger Elastizitätsmodul, Elastizitätsmodul im Bruchkriterium nach <i>Hussain, Pu</i> und <i>Underwood</i>
$E_f, E_m$	Elastizitätsmodul der Faser bzw. Matrix
$E_{f\parallel}$	Elastizitätsmodul der Faser in Längsrichtung
$E_{\parallel}$	Elastizitätsmodul des Verbunds in Faserlängsrichtung
$E_{\perp}$	Elastizitätsmodul des Verbunds in Querrichtung
$E_x, E_y, E_z$	Elastizitätsmoduln in Koordinatenrichtungen
$E_x^*, E_y^*, E_z^*$	Elastizitätsmoduln im gedrehten Koordinatensystem
$F$	Kraft
$F_f, F_m$	Kraft in der Faser bzw. Matrix
$F_k$	Kraftkomponente am Knotenpunkt
$F_{\max}$	Maximalzugkraft
$F_y$	Kraft in y-Richtung
$F_{\parallel}$	Kraft in Faserlängsrichtung
$G$	Energiefreisetzungsrate
$G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}$	Schubmodul in Koordinatenrichtungen
$G_I, G_{II}, G_{III}$	Energiefreisetzungsrate für Mode I, II bzw. III
$G_{Ic}$	kritische Energiefreisetzungsrate, Materialgrenzwert
$G(\varphi)$	winkelabhängige Energiefreisetzungsrate
$\Delta G$	zyklische Energiefreisetzungsrate

$\Delta G_I, \Delta G_{II}$	zyklische Energiefreisetzungsrate für Mode I bzw. II
$J$	Wert des J-Integrals
$J_{Ic}$	kritischer Wert des J-Integrals
$J_c(\varphi)$	winkelabhängiger, kritischer Wert des J-Integrals im Bruchkriterium nach <i>Judt</i>
$J_R(\varphi)$	winkelabhängiger Wert des J-Integrals im Bruchkriterium nach <i>Judt</i>
$J_c^{PD}, J_c^{TD}$	kritischer Wert des J-Integrals in transversaler bzw. senkrechter Richtung
$J_1, J_2$	Wert des J-Integrals in x- bzw. y-Richtung
$K$	Spannungsintensitätsfaktor
$K_I, K_{II}, K_{III}$	Spannungsintensitätsfaktor für Mode I, II bzw. III
$K_{I,max}, K_{I,min}$	maximaler bzw. minimaler Spannungsintensitätsfaktor
$K_V$	Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
$\bar{K}_I, \bar{K}_{II}$	Spannungsintensitätsfaktor für Mode I bzw. II im Bruchkriterium nach <i>Nuismer</i>
$K_{Ic}, K_{IIc}$	Risszähigkeit für Mode I bzw. II
$K_{I,II,c}$	Risszähigkeit für Mixed-Mode Beanspruchung (Mode I und II)
$K_{Ic}(\varphi)$	winkelabhängige Risszähigkeit für Mode I
$K_{Ic,M1}, K_{Ic,M2}$	Risszähigkeit des Materials 1 bzw. 2 im Bruchkriterium nach <i>Schramm</i> und <i>Richard</i>
$K_I^C(\varphi)$	winkelabhängiger, normierter Spannungsintensitätsfaktor im Bruchkriterium nach <i>Schramm</i> und <i>Richard</i>
$K_I^{C,TSSR}$	Minimalwert der normierten Spannungsintensitätsfaktoren im Bruchkriterium nach <i>Schramm</i> und <i>Richard</i>
$K_{Ic}^{PD}, K_{Ic}^{TD}$	Spannungsintensitätsfaktor in senkrechter bzw. transversaler Richtung im Bruchkriterium nach <i>Judt</i>
$\Delta K_I, \Delta K_{II}, \Delta K_{III}$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor für Mode I, II bzw. III
$\Delta K_{Ic}$	zyklische Risszähigkeit für Mode I
$\Delta K_{I,th}$	Schwellenwert des Ermüdungsrisswachstums für Mode I
$\Delta K_V$	zyklischer Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
$N$	Lastwechselzahl
$P$	Knotenpunkt
$R$	Spannungsverhältnis, R-Verhältnis
$R_f, R_m$	Festigkeit der Faser bzw. Matrix
$R_{f  }$	Zugfestigkeit der Faser in Längsrichtung

$S$	Rissoberflächenenergie
$S$	Energiedichtefaktor
$S$	Nachgiebigkeitsmatrix
$S_{\min}$	minimaler Energiedichtefaktor
$S_{\min,c}$	kritischer Energiedichtefaktor, Materialgrenzwert
$T$	Transformationsmatrix
$U$	elastische Energie, Formänderungsenergie
$\bar{U}$	elastische Energiedichte
$V$	Verhältnis von Mode I und II
$V_f, V_m, V_v$	Faser-, Matrix- bzw. Verbundvolumen
$W$	Arbeit der äußeren Kräfte
$W$	Rissschließungsenergie, Rissschließungsarbeit
$Y$	Geometriefaktor
$Y_I, Y_{II}, Y_{III}$	Geometriefaktoren für Mode I, II bzw. III
$a$	Risslänge
$\bar{a}$	Länge eines abgeknickten Risses
$a, b$	Längen der großen bzw. kleinen Halbachse einer Kerbe
$a_1, a_2$	untere bzw. obere Grenze der Risslängen
$a_1, a_2$	Parameter zur Modifikation des Grauwerts eines Bildpunkts
$a_{11}, a_{12}, a_{22}$	Funktionen im Bruchkriterium nach <i>Sih</i>
$a_{ij}$	elastische Konstanten
$\Delta a$	Rissinkrement
$b_{mn}$	Wert eines Bildpunkts des Binärbilds
$c_{ij}$	elastische Steifigkeiten
$d_f$	Faserdurchmesser
$da$	Rissfortschritt
$da$	inkrementelle Risslänge
$da/dN$	Rissgeschwindigkeit
$dc/dN$	Rissgeschwindigkeit
$ds$	Wegkoordinate
$dx$	Länge eines Teilstücks
$dN$	Lastwechseldifferenz
$dW$	Arbeitsanteil
$e$	Elementgröße

$f(g_{mn})$	Funktion zur Modifikation des Grauwerts eines Bildpunkts
$f_i(\alpha, \varphi), f_j(\alpha, \varphi)$	Ansatzfunktionen
$f_{b,k}(\varphi)$	Bereichsfunktion
$f_{ij}(\varphi)$	winkelabhängige Funktion für das Rissspitzen Spannungsfeld
$f_{ij}^I(\varphi), f_{ij}^{II}(\varphi), f_{ij}^{III}(\varphi)$	winkelabhängige Funktionen für das Rissspitzen Spannungsfeld für Mode I, II bzw. III
$g_{mn}$	Wert eines Bildpunkts des Grauwertbilds
$g_{mn}^*$	modifizierter Wert eines Bildpunkts des Grauwertbilds
$g_{th}$	Schwellenwert eines Bildpunkts, Grauwertschwelle
$l$	Länge, Ausgangslänge
$l_f$	Faserlänge
$\Delta l$	Längenänderung
$m$	Masse
$m$	Wicklungsanzahl
$m, n$	Zeile bzw. Spalte der Bildmatrix
$m_E$	Parameter im Rissfortschrittgesetz nach <i>Erdogan</i> und <i>Ratwani</i>
$m_P$	Parameter im Rissfortschrittgesetz nach <i>Paris</i>
$r$	Polarkoordinate, Abstand zur Risspitze
$s$	Standardabweichung
$s_1, s_2, s_3, s_4$	komplexe Konstanten
$t$	Dicke, Probendicke
$t$	Zeit
$t_k$	Elementlänge
$\Delta t_k$	Elementlänge
$u, v, w$	Verschiebung in y-, x- bzw. z-Richtung
$\vec{u}$	Verschiebungsvektor
$\Delta u$	Rissuferverschiebung
$v$	Prüfgeschwindigkeit
$w$	spezifische Probenbreite
$x, y, z$	kartesische Koordinaten
$x^*, y^*$	kartesische Koordinaten des Materialkoordinatensystems

## b) Griechische Symbole

$\Pi$	potenzielle Energie
-------	---------------------

$\Psi$	Fasermasseanteil
$\alpha$	Faserwinkel, Winkel zwischen Initialriss und Faser
$\alpha_1, \alpha_2$	Parameter zur Krümmungsanpassung der Regressionsfunktion
$\alpha_1, \alpha_2$	Werkstoffparameter im Bruchkriterium nach <i>Richard</i>
$\beta$	Abknickwinkel, Winkel zwischen Initialriss und Risspfadende
$\beta_1$	Abknickwinkel, Winkel zwischen Initialriss und Risspfadbeginn
$\beta(\alpha, \varphi)$	Regressionsfunktion des Rissabknickwinkels
$\gamma$	Winkel im Bruchkriterium nach <i>Judt</i>
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	Gleitungen in kartesischen Koordinaten
$\delta_{\text{rms}}$	mittlerer quadratischer Fehler
$\varepsilon$	Abweichung
$\varepsilon_{\text{f}}, \varepsilon_{\text{m}}$	Bruchdehnung der Faser bzw. Matrix
$\varepsilon_{\text{f}\parallel}$	Bruchdehnung der Faser in Längsrichtung
$\varepsilon_{\parallel}$	Bruchdehnung des Verbunds in Faserlängsrichtung
$\varepsilon_{ij}$	Dehnungstensor
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Dehnungen in kartesischen Koordinaten
$\lambda_0$	Exponentialkoeffizient
$\lambda_i, \lambda_j$	Regressionskoeffizient
$\mu$	Schubmodul
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\nu_{xy}, \nu_{xz}, \nu_{yz}$	Querkontraktionszahlen in Koordinatenrichtungen
$\rho$	Krümmungsradius der Kerbe
$\rho_{\text{f}}, \rho_{\text{m}}$	Dichte der Faser bzw. Matrix
$\sigma$	Normalspannung, statische Spannung, äußere Bauteilbelastung
$\sigma_{ij}$	Spannungsfunktion
$\sigma_{ij}$	Spannungstensor
$\sigma_{\text{c}}$	Materialkennwert
$\sigma_{\text{f}}, \sigma_{\text{m}}$	Spannung in der Faser bzw. Matrix
$\sigma_{\text{max}}, \sigma_{\text{min}}$	maximale bzw. minimale Spannung
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Spannungen in kartesischen Koordinaten
$\sigma_y^{\infty}$	äußere Belastung
$\sigma_{\text{r}}, \sigma_{\varphi}$	Spannungen in Polarkoordinaten
$\sigma_{\varphi\text{max}}$	maximale Tangentialspannung

$\sigma'_1$	Hauptnormalspannung des $\sigma'_1$ -Kriteriums
$\sigma_{  }$	Spannung in Faserlängsrichtung
$\Delta\sigma$	Schwingbreite der Spannung bei zyklischer Belastung
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$	Schubspannungen in kartesischen Koordinaten
$\tau_{yx}^\infty, \tau_{yz}^\infty$	äußere Belastung
$\tau_{r\varphi}, \tau_{\varphi z}$	Schubspannung in Polarkoordinaten
$\varphi$	Polarkoordinate, Winkel
$\varphi$	Faservolumenanteil
$\varphi^*$	Winkel im Bruchkriterium nach <i>Judt</i>
$\varphi_0$	Abknickwinkel
$\varphi_0$	Abknickwinkel im Bruchkriterium nach <i>Richard</i>
$\varphi_{0,MTS}$	Abknickwinkel im Bruchkriterium nach <i>Erdogan</i> und <i>Sih</i>
$\varphi_{th}$	Schwellenwert zur Bereichsabgrenzung
$\varphi_k$	Parameter der Bereichsfunktion
$\varphi_M$	Gradierungswinkel im Bruchkriterium nach <i>Schramm</i> und <i>Richard</i>
$\varphi_{TSSR}$	Abknickwinkel im Bruchkriterium nach <i>Schramm</i> und <i>Richard</i>
$\varphi_c$	Abknickwinkel im Bruchkriterium nach <i>Judt</i>
$\chi$	Verhältnis der richtungsabhängigen Risszähigkeiten im Bruchkriterium nach <i>Judt</i>
$\psi_0$	Verdrehwinkel

### c) Sonstige Abkürzungen und Symbole

BR	Butadien-Kautschuk (engl. butadiene rubber)
CAD	rechnerunterstützte Konstruktion (engl. computer-aided design)
CLT	Klassische Laminattheorie (engl. classical laminate theory)
CT	Kompaktzugprobe (engl. compact tension specimen)
EP	Epoxidharz
ESZ	ebener Spannungszustand
EVZ	ebener Verzerrungszustand
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
HM	hoher Elastizitätsmodul (engl. high modulus)
HT	hohe Festigkeit (engl. high tenacity)

LM	Lichtmikroskop
M1, M2	Material 1 bzw. 2 im Bruchkriterium nach <i>Schramm</i> und <i>Richard</i>
MTS	maximale Tangentialspannung
MVCCI	modifizierte Risschließungsintegralmethode (engl. modified virtual crack closure integral)
NR	Naturkautschuk (engl. natural rubber)
PA	Polyamid
PET	Polyethylenterephthalat
PD	Vorzugsrichtung (engl. predominant direction)
PF	Phenolharz
PP	Polypropylen
PPS	Polyphenylensulfid
REM	Rasterelektronenmikroskop
SS	Strahldurchmesser (engl. spot size)
SiC	Siliziumcarbid
TD	Querrichtung (engl. transverse direction)
TSSR	Kriterium der Tangentialspannung für gradierte Materialien nach <i>Schramm</i> und <i>Richard</i>
VE	Vinylesterharz
f	Faser
m	Matrix
	Längsrichtung

Weitere oder abweichende Formelzeichen und Symbole sind im Text beschrieben.

# Kurzfassung

Faserverstärkte Kunststoffe weisen aufgrund ihrer Zusammensetzung ein besonderes Eigenschaftsprofil auf, wobei insbesondere die dichtebezogenen Kennwerte ein Kriterium bei der Werkstoffwahl sind. Eine Vielzahl von Verstärkungsfasern hat dabei anisotrope Eigenschaften. Diese Dissertation behandelt die bruchmechanische Charakterisierung von Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunden infolge statischer Belastung. Die Flachsgarne sind im Verbund unidirektional orientiert. Nach den Grundlagen zur linear-elastischen Bruchmechanik und zu Verbundwerkstoffen folgen die Beschreibung der experimentellen Untersuchungen und die Auswertung der Ergebnisse. Dabei werden insbesondere die Risspfade der Kompaktzugproben analysiert. Durch Variation des Winkels zwischen Faserorientierung und Belastungsrichtung (von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  mit einer Schrittweite von  $22,5^\circ$ ) in Kombination mit Faservolumenanteilen zwischen etwa 2 und 13 % ergeben sich unterschiedliche Risspfade. Die Rissausbreitungsrichtung wird neben der Belastungsrichtung gravierend von der Orientierung und Anzahl der Verstärkungsfasern beeinflusst. Des Weiteren erfolgen numerische Simulationen für homogene und inhomogene Materialmodelle. Ein auf den experimentellen Daten basierendes mathematisches Modell ermöglicht die Vorhersage der Rissabknickwinkel in Abhängigkeit von dem Faserwinkel und dem Faservolumenanteil.

# Abstract

Due to their composition, fibre-reinforced composites exhibit special characteristics. Density-related properties, in particular, are an important consideration when selecting a suitable material. Furthermore, a multitude of reinforcements are highly anisotropic. This doctoral thesis deals with the fracture mechanics of flax fibre-reinforced epoxy composites under static loading. The fibres used are flax yarns in unidirectional alignment. A review of the fundamentals of linear elastic fracture mechanics and composites is followed by the description of the experiments and the analysis of the findings. Special emphasis is placed on the crack paths occurring in the compact tension specimens. By varying the angle between fibre orientation and loading direction (from  $0^\circ$  up to  $90^\circ$  with an increment of  $22,5^\circ$ ) in conjunction with fibre volume fractions of between 2% and 13% approximately, the resulting crack paths are shown to be dependent on those two parameters. Not only are the crack paths governed by the loading direction, but they are also affected by the orientation and the amount of fibres. Numerical simulations are performed using homogeneous and heterogeneous models. Finally, a mathematical model based on the experimental data is presented. It can be used to predict crack kinking angles as a function of fibre angle and fibre volume fraction.

# 1 Einleitung

Eine festigkeitsgerechte und bruch sichere Auslegung von Bauteilen ist eine konstitutive Forderung bei der Konstruktion von Maschinen und Anlagen. Ein Schadensfall kann negative Auswirkungen auf Mensch und Umwelt haben sowie die Wirtschaftlichkeit gravierend beeinflussen. Vor allem Sprödbruch, resultierend in einem Funktionsverlust bis zum kompletten Versagen, gilt es zu vermeiden. Die Auslegung erfolgt mit Hilfe von Nachweisen, die (meist) sowohl gegen Festigkeitsversagen als auch gegen bruchmechanisches Versagen geführt werden. Dabei wird jeweils eine Beanspruchungsgröße einem Werkstoffkennwert gegenübergestellt.

Mit der Annahme fehlerfreier Materialien werden bei Festigkeitsnachweisen die ermittelten Spannungen (infolge mechanischer und/oder thermischer Belastungen) mit Werkstoffkennwerten unter Berücksichtigung von Sicherheitsbeiwerten verglichen. Reale Strukturen weisen allerdings Defekte auf, die geringere Tragfähigkeiten und dementsprechend erhöhte Bruchwahrscheinlichkeiten zur Folge haben können, jedoch bei klassischen Ansätzen der Mechanik nicht berücksichtigt werden. Im Rahmen der Bruchmechanik erfolgt daher eine qualitative sowie quantitative Beschreibung und Bewertung des Bruchverhaltens von rissbehafteten Bauteilen und Komponenten [Hah76]. Eine ganzheitliche Betrachtung umfasst dabei sowohl mechanische als auch bruchmechanische Charakteristika.

Die Strukturfestlegung und die Werkstoffauswahl sind zwei zentrale Bestandteile des Produktentstehungsprozesses, wobei ebenfalls Leichtbauprinzipien und weitere wirtschaftliche Faktoren (u. a. Fertigung und Montage) zu berücksichtigen sind. Bei den eingesetzten Werkstoffen haben sich neben Stahl und Aluminium Materialkombinationen in Form von Verbundwerkstoffen etabliert. Durch die Kombination von Werkstoffen – z. B. durch die Einbringung von Fasern bei Faserverbunden – resultiert ein eigenschaftsoptimiertes Material (z. B. hinsichtlich Festigkeit und Steifigkeit). Aufgrund ihrer Eigenschaften (mechanisch, chemisch etc.) und ihrer (meist geringen) Dichten haben Faserverbunde ein breites Anwendungsspektrum (z. B. Automobilbau, Schienenfahrzeugbau, Luft- und Raumfahrt).

Neben den Eigenschaften der Einzelkomponenten und des Verbunds spielen Aspekte wie z. B. Herstellungskosten und Recyclingfähigkeit sowie Umweltfreundlichkeit und Ressourcenschonung eine entscheidende Rolle. Die Verwendung von nachwachsenden Rohstoffen natürlichen Ursprungs ist eine Option, die diesen Anforderungen Rechnung trägt. Bei Faserverbunden wäre dies z. B. eine Substitution von synthetischen Fasern durch Naturfasern. Dabei gilt es zu beachten, dass die Eigenschaften der Faser-Kunststoff-Verbunde maßgeblich durch die Adhäsionseigenschaften zwischen Naturfasern und polymerem Matrixsystem bestimmt werden. Das Bruch- und Rissverhalten wird somit sowohl durch die einzelnen Komponenten als auch deren Interaktion beeinflusst und bildet einen Schwerpunkt bei der Analyse derartiger Werkstoffkombinationen.

Kernpunkt dieser Arbeit ist die bruchmechanische Charakterisierung von Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunden infolge statischer Belastung. Dabei sind die mechanisch anisotropen

Flachsfasern unidirektional orientiert sind und die Einzelschicht weist folglich transversal isotrope Eigenschaften auf. Das Versagensverhalten und die Rissverläufe werden unter folgenden Konstellationen untersucht:

**K1** Variation des Winkels zwischen Faserorientierung und Belastungsrichtung und

**K2** Variation des Faservolumenanteils (in Kombination mit K1).

Grundlegende Zusammenhänge, die für bruchmechanische Beschreibungen und Bewertungen von Materialien relevant sind, finden im zweiten Kapitel Erwähnung. Ausgangspunkt sind dabei die Spannungs- und Verschiebungsfelder in Rissspitzennähe in homogenen Materialien mit isotropen Eigenschaften. Zudem werden Bruchkriterien vorgestellt. Das dritte Kapitel beinhaltet Grundlagen über Verbundwerkstoffe mit dem Fokus auf Faser-Kunststoff-Verbunde, wobei neben den Einzelkomponenten die Verbunde und deren mechanische sowie bruchmechanische Eigenschaften vorgestellt werden. Des Weiteren wird auf prinzipielle Versagensmechanismen eingegangen.

Im vierten Kapitel werden die experimentellen Untersuchungen beschrieben und die Risspfade in Abhängigkeit von der Faserorientierung und dem Faservolumenanteil analysiert. Anhand der Bruchflächen verschiedener Kompaktzugproben werden die Versagensmechanismen aufgezeigt. Basierend auf diesen Erkenntnissen werden im fünften Kapitel die Parameter (Material, Belastung etc.) für die numerischen Simulationen definiert und die Ergebnisse in Form von Spannungsverläufen und bruchmechanischen Größen dargestellt. Abschließend wird im sechsten Kapitel ein mathematisches Modell entwickelt und verifiziert sowie im ersten Schritt validiert, das die Vorhersage der Rissausbreitungsrichtung (Rissabknickwinkel) in unidirektional orientierten Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunden ermöglicht.

## 2 Bruchmechanische Grundlagen

Im Gegensatz zur Festigkeitslehre (siehe z. B. [Bal10]), in welcher die Spannungs- und Verzerrungsfelder mit der Annahme defektfreier Materialien ermittelt werden, erfolgt in der Bruchmechanik eine qualitative sowie quantitative Beschreibung und Bewertung des Bruchverhaltens von fehlerbehafteten Bauteilen und Komponenten. Die Fehler können u. a. herstellungsbedingt bzw. unter Betriebsbelastungen entstanden sein und werden als Risse abgebildet. Bedingt durch diese lokalen Materialtrennungen treten an der Risspitze inhomogene Spannungen auf, welche im Rahmen der Festigkeitslehre nicht mehr bewertet werden können [Hah76, Kun10].

Bezüglich des Materialverhaltens existieren verschiedene Konzepte. Die linear-elastische Bruchmechanik setzt unabhängig von der Ausbildung einer plastischen Zone im Rissspitzenbereich ein nahezu linear-elastisches Materialverhalten voraus. Zudem sei die plastische Zone deutlich kleiner als die Proben- oder Bauteilabmessungen. Die linear-elastische Bruchmechanik fußt auf der Betrachtung der Spannungs- und Verzerrungsfelder in der Rissspitzenumgebung basierend auf der Elastizitätstheorie. Ebenso sind Energiebetrachtungen möglich [BP93]. Werkstoffe mit elastisch-plastischem Verhalten werden im Rahmen der elastisch-plastischen Bruchmechanik, auch als Fließbruchmechanik bezeichnet, behandelt. Die nachfolgenden Erläuterungen beziehen sich primär auf die linear-elastische Bruchmechanik. Konzepte der elastisch-plastischen Bruchmechanik sind u. a. in [BP93] zu finden.

### 2.1 Linear-elastische Bruchmechanik homogener und isotroper Materialien

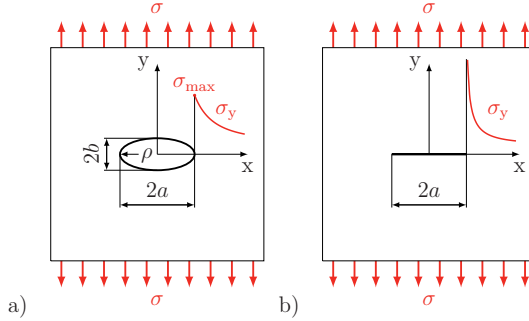
#### 2.1.1 Spannungsverteilung an der Risspitze

In Abbildung 2.1a ist ein elliptisches Loch in einer ebenen Scheibe unter Zugbelastung dargestellt. Die maximale Spannung  $\sigma_{\max}$  resultiert aus der äußeren Spannung  $\sigma$ , den Halbachsenlängen  $a$  und  $b$  bzw. der Halbachse  $a$  und dem Kerbkrümmungsradius  $\rho$ , Gleichung (2.1).

$$\sigma_{\max} = \sigma \left( 1 + 2 \frac{a}{b} \right) = \sigma \left( 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad (2.1)$$

Werden die Halbachse  $b$  bzw. der Krümmungsradius  $\rho$  verringert, erhöht sich die maximale Spannung  $\sigma_{\max}$ . Unter der Prämisse verschwindender Längen ( $b \rightarrow 0$  bzw.  $\rho \rightarrow 0$ ) entsteht der Grenzfall des elliptischen Lochs mit singulären Spannungen ( $\sigma_{\max} \rightarrow \infty$ ) und das

elliptische Loch nimmt die Gestalt eines scharfen Risses an. Der entstandene Riss (der Länge  $2a$ ) wird als *Griffith-Riss* bezeichnet (Abbildung 2.1b) [RS12].



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der Spannungsverteilung an Kerbe und Riss [RS12]:  
 a) Elliptische Kerbe mit den Halbachsen  $a$  und  $b$ ,  
 b) Innenriss der Länge  $2a$ , Rissmodell nach *Griffith*

Basierend auf einer lokalen Festigkeitsbewertung müssten demzufolge theoretisch alle Strukturen aufgrund der scharfen Kraftflussumlenkung und der unendlich großen Spannung an der Risspitze versagen. Das ist allerdings nicht der Fall, da ein scharfer Riss eine mathematische Abstraktion darstellt und in realen Materialien aufgrund deren atomaren Aufbaus nicht auftritt [And95]. Somit scheint die lokale Spannung nicht als Versagenskriterium anwendbar zu sein, sodass eine bruchmechanische Größe benötigt wird, welche die Gefährlichkeit des Risses berücksichtigt.

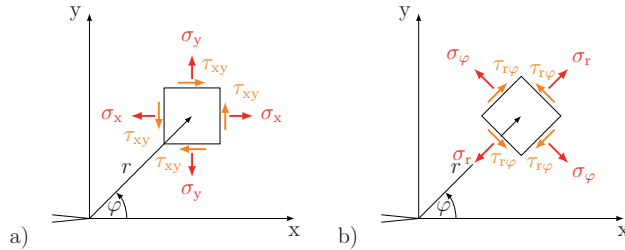
Eine solche Größe stellt der Spannungsintensitätsfaktor  $K$  dar, welcher die Art und Intensität der Spannungsverteilung in Rissspitzennähe quantifiziert, allerdings keine Aussagen zu deren Verteilung macht. Die Berechnung erfolgt über die äußere Bauteilbelastung  $\sigma$ , die Risslänge  $a$  und einen Geometriefaktor  $Y$  (siehe Gleichung (2.4), Kapitel 2.1.3). Die Spannungs- und Verschiebungsfelder in der Rissspitzenumgebung sind maßgebend für die bruchmechanische Bewertung rissbehafteter Bauteile [Hah76, RS12].

Die Spannungscomponenten können mit Hilfe von kartesischen bzw. Polarkoordinaten angegeben werden (siehe Abbildung 2.2). Gleichung (2.2) gibt die Funktion für das Spannungsfeld um die Risspitze an.

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\varphi) \quad \text{mit } i, j = x, y \text{ bzw. } r, \varphi \quad (2.2)$$

Dabei bezeichnen  $K$  den Spannungsintensitätsfaktor und  $r$  den Abstand von der Risspitze (Abbildung 2.2b). Die dimensionslose Funktion  $f_{ij}(\varphi)$  beschreibt die Abhängigkeit der Spannung von dem Winkel  $\varphi$ . Gleichung (2.2) liefert bei der Annahme rein elastischen Materialverhaltens für  $r \rightarrow 0$  die exakte Spannungsverteilung und für Abstände  $r$ , die kleiner als charakteristische Längen, z. B. Risslängen und Bauteilabmessungen, sind, Näherungswerte. Die  $1/\sqrt{r}$ -Abhängigkeit der Polarkoordinate  $r$  charakterisiert das singuläre Spannungsfeld an der Risspitze. Durch die Ausbildung einer plastischen Zone um die Risspitze ist die Singularität nur theoretisch möglich. Die Nahfeldlösung, Gleichung (2.2),

kann im Rahmen der linear-elastischen Bruchmechanik homogener isotroper Körper, bei denen ein ebener Spannungs- oder Verzerrungszustand angenommen ist, verwendet werden. Voraussetzung ist, dass der Parameter  $r$  größer als die plastische Zone und kleiner als die charakteristischen Längen ist [RS12, Kun10].



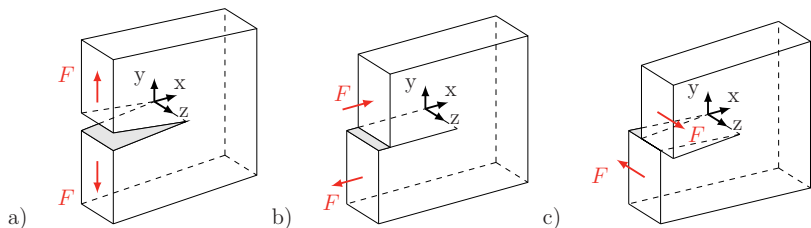
**Abbildung 2.2:** Spannungen an der Risspitze nach [RS12]:

a) Kartesische Koordinaten, b) Polarkoordinaten

## 2.1.2 Rissbeanspruchungsarten

In Abhängigkeit von der Belastungsrichtung an den Rissufern werden drei grundlegende Rissbeanspruchungsarten (Abbildung 2.3), welche auf *Irwin* [Irw57] zurückgehen, unterschieden. Diese werden auch als Moden bezeichnet:

- M1** Mode I ist eine Normalbeanspruchung, die ein symmetrisches Öffnen der Rissoberflächen zur Folge hat (Abbildung 2.3a),
- M2** Mode II ist eine ebene Schubbeanspruchung, wodurch ein Gleiten der Rissflächen entgegengesetzt zueinander resultiert (Abbildung 2.3b) und
- M3** Mode III ist eine nicht-ebene Schubbeanspruchung, bei der die Rissflächen quer zur Rissrichtung gleiten (Abbildung 2.3c).



**Abbildung 2.3:** Rissbeanspruchungsarten: a) Mode I, b) Mode II, c) Mode III

Überlagerte Beanspruchungen führen zu einer Mixed-Mode-Beanspruchung. Eine ebene Mixed-Mode-Beanspruchung ist aus zwei Rissbeanspruchungsarten (Mode I und II) und eine räumliche Mixed-Mode-Beanspruchung aus allen drei Moden zusammengesetzt. Entsprechend der vorliegenden Rissbeanspruchungsart wird der Spannungsintensitätsfaktor  $K$

indiziert. Die Berechnungsvorschrift zur Ermittlung der Spannungen in der Rissumgebung weist für alle drei Moden prinzipiell die gleiche Struktur auf. Gleichung (2.2) ergibt sich für  $i, j = x, y, z$  bzw.  $r, \varphi, z$  folglich zu Gleichung (2.3).

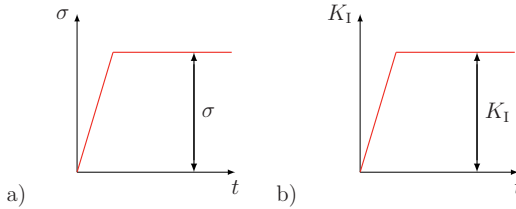
$$\sigma_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[ K_I \cdot f_{ij}^I(\varphi) + K_{II} \cdot f_{ij}^{II}(\varphi) + K_{III} \cdot f_{ij}^{III}(\varphi) \right] \quad (2.3)$$

### 2.1.3 Rissverhalten infolge statischer Belastung

Analog zu den Spannungen in der Festigkeitslehre können bruchmechanische Größen definiert werden. Zur Quantifizierung der Beanspruchung von rissbehafteten Bauteilen und Strukturen dienen u. a. Spannungsintensitätsfaktoren, welche die Spannungs- und Verschiebungsfelder in der Risspitzenumgebung beschreiben (siehe Kapitel 2.1.1). Weitere charakteristische Größen sind die Energiefreisetzungsrate [Irw58, Hah76] und das J-Integral [Ric68], siehe Kapitel 2.1.5.

#### Beanspruchung infolge Mode I, II oder III

Abbildung 2.4 zeigt den Zusammenhang zwischen Spannung und Spannungsintensitätsfaktor am Beispiel von Mode I. Nach der Phase der Lasteinleitung verursacht eine statische Belastung eine konstante Beanspruchung  $\sigma$  (vgl. Abbildung 2.4a). Mit der Spannung  $\sigma$  ist ein Spannungsintensitätsfaktor  $K$  verknüpft und die Indizierung erfolgt gemäß der Rissbeanspruchungsart (siehe Abbildung 2.4b für Mode I).



**Abbildung 2.4:** Statische Belastung:

- a) Spannung  $\sigma$  über der Zeit  $t$ ,
- b) Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  über der Zeit  $t$

Der Spannungsintensitätsfaktor (für Mode I) kann bei statischer Belastung über Gleichung (2.4) berechnet werden. Der Geometriefaktor  $Y$  ist abhängig von der Risslage, -anordnung und -anzahl, Bauteilgeometrie sowie Art und Stelle der Lasteinleitung. Dieser wird entsprechend der Rissbeanspruchungsart indiziert und ist dimensionslos. Der Spannungsintensitätsfaktor wird z. B. in der Einheit  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  angegeben.

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} Y_I \quad (2.4)$$

Für Mode II und III gelten analoge funktionale Zusammenhänge ( $K_{II} = \tau_{xy} \sqrt{\pi a} Y_{II}$  bzw.  $K_{III} = \tau_{xz} \sqrt{\pi a} Y_{III}$  mit der Schubspannung  $\tau_{xy}$  bzw.  $\tau_{xz}$  und dem Geometriefaktor  $Y_{II}$  bei Mode II- bzw.  $Y_{III}$  bei Mode III-Beanspruchung).

### Mixed-Mode-Beanspruchung

Spannungsintensitätsfaktoren können zur Charakterisierung der lokalen Beanspruchung an der Risspitze verwendet werden und stellen eine werkstoffunabhängige Größe dar. Sie kommen bei Bruchkriterien zur Anwendung, wobei im Falle überlagerter Beanspruchung ein Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_V$  ermittelt und einem Werkstoffkennwert gegenübergestellt wird, Kapitel 2.1.6. Eine ebene Mixed-Mode-Beanspruchung liegt vor, wenn am Riss zwei verschiedene Beanspruchungsarten (Mode I und II) auftreten. Der Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_V$  ist in Gleichung (2.5) angegeben [RS12]. Dabei ist  $\alpha_1$  ein Werkstoffparameter, welcher das Verhältnis der Risszähigkeiten  $K_{Ic}$  und  $K_{IIc}$  wiedergibt.

$$K_V = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{K_I^2 + 4(\alpha_1 \cdot K_{II})^2} \quad (2.5)$$

Gleichung (2.6) enthält die Berechnungsvorschrift für eine räumliche Mixed-Mode-Beanspruchung mit den Werkstoffparametern  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  [RFS05].

$$K_V = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{K_I^2 + 4(\alpha_1 \cdot K_{II})^2 + 4(\alpha_2 \cdot K_{III})^2} \quad (2.6)$$

### 2.1.4 Rissverhalten infolge zyklischer Belastung

Unterliegt ein Bauteil einer zyklischen Belastung, so ist die Spannung zeitabhängig. Abbildung 2.5a zeigt den Verlauf der Spannung  $\sigma$  über der Zeit  $t$  für eine periodische Belastung. Dabei stellen  $\sigma_{\max}$  die maximale Spannung,  $\sigma_{\min}$  die minimale Spannung und  $\Delta\sigma$  die Schwingbreite der Spannung dar. Demzufolge resultieren auch ein zeitlich veränderliches Spannungsfeld in der Rissumgebung und instationäre Spannungsintensitätsfaktoren. In Abbildung 2.5b ist der zeitliche Verlauf des Spannungsintensitätsfaktors  $K_I$  dargestellt. Der maximale und minimale Spannungsintensitätsfaktor ( $K_{I,\max}$  bzw.  $K_{I,\min}$ ) können mit Hilfe der Gleichung (2.7) bzw. (2.8) berechnet werden. Der zyklische Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  ergibt sich aus der Differenz des Maximal- und Minimalwertes, Gleichung (2.9). Der Quotient aus minimaler und maximaler Spannung, Gleichung (2.10), wird als Spannungsverhältnis  $R$  bzw. R-Verhältnis bezeichnet. Der zyklische Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  ist in Gleichung (2.11) mit Hilfe des R-Verhältnisses angegeben.

$$K_{I,\max} = \sigma_{\max} \sqrt{\pi a} Y_I \quad (2.7)$$

$$K_{I,\min} = \sigma_{\min} \sqrt{\pi a} Y_I \quad (2.8)$$

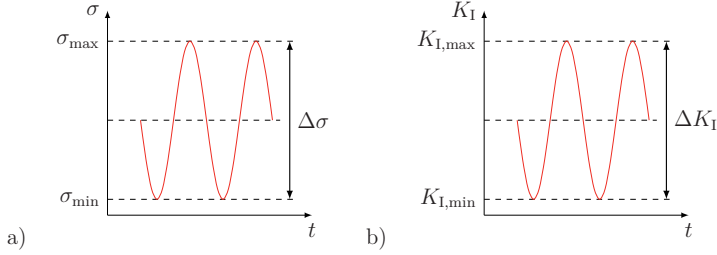
$$\Delta K_I = K_{I,\max} - K_{I,\min} = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \sqrt{\pi a} Y_I = \Delta\sigma \sqrt{\pi a} Y_I \quad (2.9)$$

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{K_{I,\min}}{K_{I,\max}} \quad (2.10)$$

$$\Delta K_I = K_{I,\max} - K_{I,\min} = (1 - R) K_{I,\max} \quad (2.11)$$

Analog zur statischen Belastung kann bei dem Zusammenwirken der drei Moden ein zyklischer Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_V$  ermittelt werden, Gleichung (2.12).

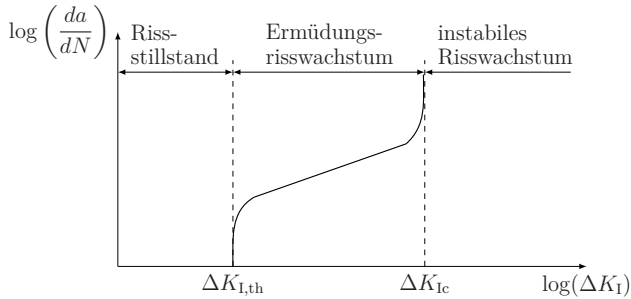
$$\Delta K_V = \frac{\Delta K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\Delta K_I^2 + 4(\alpha_1 \cdot \Delta K_{II})^2 + 4(\alpha_2 \cdot \Delta K_{III})^2} \quad (2.12)$$



**Abbildung 2.5:** Zyklische Belastung nach [RS12]:

- a) Spannung  $\sigma$  über der Zeit  $t$ ,
- b) Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  über der Zeit  $t$

Bei schwingenden Belastungen ist es möglich, dass der Riss bei einer Lastwechseldifferenz  $dN$  um einen gewissen Betrag, den Rissfortschritt  $da$ , wächst. Der Quotient aus Rissfortschritt  $da$  und Lastwechseldifferenz  $dN$  stellt den Rissfortschritt pro Schwingung dar und kann als Rissgeschwindigkeit  $da/dN$  interpretiert werden. Aufgetragen über den zyklischen Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  resultiert eine Rissgeschwindigkeitskurve, Abbildung 2.6, die meist doppeltlogarithmisch dargestellt wird.



**Abbildung 2.6:** Schematische Darstellung einer Rissgeschwindigkeitskurve

Bis zu einem Schwellenwert (engl. threshold) ist der Riss nicht wachstumsfähig. Die Indizierung dieses zyklischen Spannungsintensitätsfaktors erfolgt mit  $\Delta K_{I,th}$ . Wird der Schwellenwert  $\Delta K_{I,th}$  erreicht, breitet sich der Riss aus. Die obere Grenze dieses Bereiches stellt die zyklische Risszähigkeit  $\Delta K_{Ic}$  dar. Erreicht der zyklische Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  die zyklische Risszähigkeit  $\Delta K_{Ic}$ , tritt instabiles Risswachstum ein und es kommt zum Bruch. Das Risswachstum im Bereich zwischen dem zyklischen Schwellenwert  $\Delta K_{I,th}$  und der zyklischen Risszähigkeit  $\Delta K_{Ic}$  wird als Ermüdungsrisswachstum bezeichnet, da sich der Riss in dieser Zone stabil ausbreitet ( $\Delta K_{I,th} < \Delta K_I < \Delta K_{Ic}$ ).

Zur Beschreibung des Ermüdungsrissbereiches existieren verschiedene Ansätze (siehe u. a. [RS12]). Das *Paris-Gesetz* [PGA61], Gleichung (2.13), beschreibt den linearen Bereich des Ermüdungsrisswachstums, wobei die Parameter  $C_P$  und  $m_P$  werkstoffabhängig sind.

$$\frac{da}{dN} = C_P (\Delta K_I)^{m_P} \quad (2.13)$$

Der vollständige Verlauf der Rissgeschwindigkeitskurve wird u. a. mit Hilfe des Gesetzes nach *Erdogan und Ratwani* [ER70], Gleichung (2.14), beschrieben. Dabei gehen sowohl die Werkstoffparameter  $C_E$  und  $m_E$  als auch der Schwellenwert des Ermüdungsrischwachstums  $\Delta K_{I,th}$  und die Risszähigkeit  $\Delta K_{Ic}$  in die Berechnung ein.

$$\frac{da}{dN} = C_E \frac{(\Delta K_I - \Delta K_{I,th})^{m_E}}{(1 - R)K_{Ic} - \Delta K_I} \quad (2.14)$$

Die Bestimmung der Lastwechsel für einen definierten Rissfortschritt, z. B. bis zum Eintritt des Bruches, erfolgt durch Integration einer Rissfortschrittsgleichung, siehe Gleichung (2.15). Dabei bezeichnet  $N$  die Lastwechselzahl, die ein Riss der Länge  $a_1$  auf die Länge  $a_2$  benötigt.

$$N = \int_0^N dN = \int_{a_1}^{a_2} \frac{1}{\frac{da}{dN}} da \quad (2.15)$$

## 2.1.5 Weitere bruchmechanische Größen

Eine Möglichkeit zur Beschreibung der Spannungsverteilungen um die Risspitze kann mit Hilfe von Spannungsintensitätsfaktoren (siehe Kapitel 2.1.1) erfolgen. Weitere charakteristische Größen sind die Energiefreisetzungsrate und das J-Integral.

### Energiefreisetzungsrate

Eine erste energetische Bilanzierung von Rissausbreitungsvorgängen stammt von *Griffith* [Gri21], siehe Kapitel 2.1.6. Durch die Weiterführung dieses Ansatzes formulierte *Irwin* [Irw58] die Energiefreisetzungsrate  $G$ . Die Energiefreisetzungsrate kann als Rissausbreitungskraft interpretiert werden. Die Annahme dabei ist, dass die aufgrund einer Rissverlängerung um  $da$  freiwerdende elastische Energie  $U$  (Formänderungsenergie) gleich der Oberflächenenergie  $S$  und der Arbeit der äußeren Kräfte  $W$  ist. Für die Energiefreisetzungsrate bei ebenen Rissproblemen gilt Gleichung 2.16. Dabei wird angenommen, dass Scheiben mit der Einheitsdicke 1 vorliegen und dass sich der Riss in Richtung eines bereits vorhandenen Risses ausbreitet [RS12].

$$G = - \frac{\partial U}{\partial a} \quad (2.16)$$

Energiefreisetzungsrate und Spannungsintensitätsfaktor können ineinander umgerechnet werden, siehe Gleichung (2.17) am Beispiel einer reinen Mode I-Beanspruchung. Der zustandsabhängige Elastizitätsmodul  $E'$  ergibt sich für den ebenen Spannungszustand (ESZ) zu  $E' = E$  und für den ebenen Verzerrungszustand (EVZ) zu  $E' = E/(1 - \nu^2)$ . Dabei sind  $E$  der Elastizitätsmodul und  $\nu$  die Querkontraktionszahl.

$$G = G_I = \frac{K_I^2}{E'} \quad (2.17)$$

Treten alle drei Rissbeanspruchungsarten gleichzeitig auf, wird die Energiefreisetzungsrate  $G$  über Gleichung (2.18) ermittelt.

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{1 - \nu^2}{E} \left( K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{K_{III}^2}{1 - \nu} \right) \quad (2.18)$$

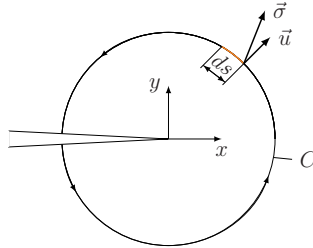
## J-Integral

Das J-Integral ist ein Linienintegral mit geschlossenem Integrationsweg um die Risspitze, siehe Abbildung 2.7, und es beschreibt die Arbeit, welche notwendig ist, damit ein Riss initiiert oder sich ausbreitet. Erste Ansätze zum J-Integral stammen u. a. von *Rice* [Ric68]. Die Berechnungsvorschrift ist in Gleichung (2.19) angegeben.

$$J = \int_C \bar{U} dy - \vec{\sigma} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds \quad \text{mit} \quad \bar{U} = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (2.19)$$

Dabei bezeichnen  $\bar{U}$  die elastische Energiedichte (Energie pro Volumeneinheit),  $\sigma_{ij}$  den Spannungstensor,  $\epsilon_{ij}$  den Dehnungstensor,  $\vec{\sigma}$  den Spannungsvektor und  $\vec{u}$  den Verschiebungsvektor auf dem Integrationsweg  $C$  sowie  $ds$  die Wegkoordinate. Gleichung (2.20) gibt die Beziehung zwischen J-Integral und Spannungsintensitätsfaktor für Mode I (unter der Annahme einer kleinen plastischen Zone) wieder. Der Parameter  $E'$  ist dabei analog zu den Ausführungen bei der Energiefreisetzungsrate ein zustandsabhängiger Elastizitätsmodul.

$$J = \frac{K_I^2}{E'} \quad (2.20)$$



**Abbildung 2.7:** Schematische Darstellung des Integrationsgebietes um die Risspitze beim J-Integral nach [RS12]

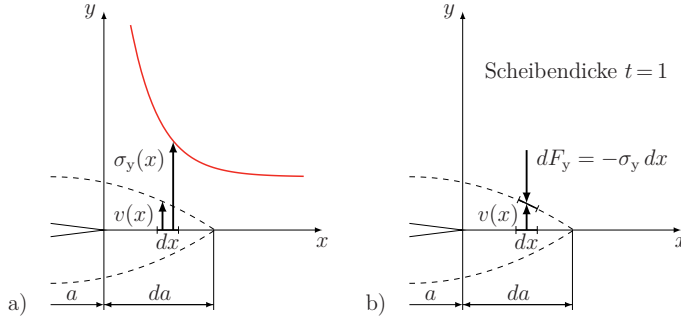
## Risschließungsintegral

*Irwin* propagiert, dass im Falle der Rissausbreitung die freigesetzte elastische Energie  $U$  der zur Rissverlängerung um  $da$  erforderlichen Energie entspricht. Diese Energie kann als Rissausbreitungsenergie interpretiert werden. Bei der Annahme rein elastischer Verformungen entspricht die Rissausbreitungsenergie gleich der Arbeit, die notwendig wäre, um den Riss virtuell wieder zu schließen, Abbildung 2.8.

Der Arbeitsanteil  $dW$ , der für das Schließen des Risses um das Teilstück  $dx$  notwendig wäre, kann mit Hilfe der Spannung  $\sigma_y(x)$  und der Rissverschiebung  $v(x)$  ermittelt werden. Anstatt der Spannung  $\sigma_y(x)$  wird eine auf die Rissflächen wirkende Druckkraft  $dF_y = -\sigma_y(x) dx$  angenommen. Für eine Scheibe (Dicke  $t = 1$ ) gilt Gleichung (2.21) und Gleichung (2.22) gibt die Arbeit  $W$  zum Schließen des Risses um die Risslänge  $da$  wieder.

$$dW = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot dF_y \cdot v(x) = -\sigma_y(x) \cdot v(x) dx \quad (2.21)$$

$$W = - \int_0^{da} \sigma_y(x) \cdot v(x) dx \quad (2.22)$$



**Abbildung 2.8:** Risschießungsintegral bei Mode I-Beanspruchung nach [RS12]:  
a) Spannungsverteilung  $\sigma_y(x)$  und Rissöffnungsverschiebung  $v(x)$ ,  
b) Arbeit zum Schließen des Risses  $K_I$  über der Zeit  $t$

Die Energiefreisetzungsraten ergeben sich mit  $W = U$  in Abhängigkeit von den Moden I, II und III zu den Gleichungen (2.23) bis (2.25) [RS12]. Eine Umrechnung in die dazugehörigen Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$ ,  $K_{II}$  und  $K_{III}$  kann ebenso erfolgen [BP93]. Der Parameter  $E'$  ist dabei analog zu den obigen Ausführungen (bei der Energiefreisetzungsrate) ein zustandsabhängiger Elastizitätsmodul.

$$G_I = -\frac{dU}{da} = -\frac{dW}{da} = \frac{1}{da} \int_0^{da} \sigma_y(x) \cdot v(x) dx = \frac{1}{E'} K_I^2 \quad (2.23)$$

$$G_{II} = \frac{1}{da} \int_0^{da} \tau_{xy}(x) \cdot u(x) dx = \frac{K_{II}^2}{E'} \quad (2.24)$$

$$G_{III} = \frac{1}{da} \int_0^{da} \tau_{xz}(x) \cdot w(x) dx = \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (2.25)$$

## 2.1.6 Bruchkriterien

Die folgenden Bruchkriterien gelten vorwiegend für homogene und isotrope Materialien. Die Bruchbedingung ist erfüllt und es setzt instabiles Risswachstum ein, wenn die Beanspruchungsgröße dem Materialgrenzwert entspricht.

### Bruchkriterium nach *Griffith*

Das Bruchkriterium nach *Griffith* [Gri21, Hah76] fußt auf einer Energiebetrachtung, bei der sich die potenzielle Energie  $\Pi$  des Körpers aus den Anteilen Formänderungsenergie  $U$ , Rissoberflächenenergie  $S$  und Arbeit der äußeren Kräfte  $W$  zusammensetzt, Gleichung (2.26). Die Formänderungsenergie  $U$  entsteht aufgrund wirkender Belastungen und wird im rissbehafteten Körper gespeichert. Breitet sich ein Riss aus, so wird Formänderungsenergie  $U$  freigesetzt und die Rissoberflächen werden erweitert, wodurch sich die Oberflächenenergie  $S$  erhöht.

$$\Pi = U + S + W \quad (2.26)$$

Die Rissausbreitung erfolgt instabil, wenn sich die gesamte potenziellen Energie  $\Pi$  verringert und somit die Formänderungsenergie  $U$  die benötigte Oberflächenenergie  $S$  übersteigt. In Gleichung (2.27) ist das Instabilitätskriterium angegeben.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}(U + S + W) \leq 0 \quad (2.27)$$

### K-Konzept

Das K-Konzept berücksichtigt Spannungsintensitätsfaktoren und setzt diese mit Materialkennwerten ins Verhältnis. Erreicht der beanspruchungsabhängige Spannungsintensitätsfaktor einen kritischen Materialwert, z. B. die Risszähigkeit  $K_{Ic}$ , tritt instabiles Risswachstum ein. Bei einachsiger Beanspruchung, z. B. Mode I, gilt Gleichung (2.28), wohingegen bei Mixed-Mode-Beanspruchung ein Vergleichsspannungsintensitätsfaktor, Gleichung (2.29), gegenübergestellt wird. Ansätze zur Berechnung sind z. B. in [Ric85] zu finden.

$$K_I = K_{Ic} \quad (2.28)$$

$$K_V = K_{Ic} \quad (2.29)$$

### Kriterium der maximalen Tangentialspannungen nach *Erdogan* und *Sih*

Das Kriterium der maximalen Tangentialspannungen (Kurzbezeichnung MTS) nach *Erdogan* und *Sih* [ES63] ermöglicht Aussagen zur Rissausbreitungsrichtung und dem Beginn des instabilen Risswachstums. Folgende Annahmen liegen zugrunde:

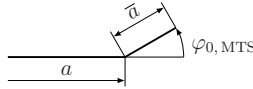
- A1** Die Rissausbreitung erfolgt ausgehend von der Spitze unter einem Winkel  $\varphi_0$  in radialer Richtung, die sich orthogonal zur maximalen Tangentialspannung  $\sigma_{\varphi_{\max}}$  befindet,
- A2** Risswachstum findet statt, wenn die maximale Tangentialspannung  $\sigma_{\varphi_{\max}}$  einen Materialkennwert  $\sigma_c$  erreicht, der unter reiner Mode I-Beanspruchung auftritt, wenn  $K_I = K_{Ic}$  erfüllt ist, Gleichung (2.30).

$$K_{V_{\max}} = \lim_{r \rightarrow 0} \left( \sigma_{\varphi_{\max}} \sqrt{2\pi r} \right) = \cos \frac{\varphi_0}{2} \left( K_I \cos^2 \frac{\varphi_0}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \varphi_0 \right) = K_{Ic} \quad (2.30)$$

Über die Gleichung (2.31) kann der Abknickwinkel  $\varphi_0$  berechnet werden. Zur besseren Unterscheidung wird dieser im Folgenden zusätzlich mit MTS indiziert,  $\varphi_{0, \text{MTS}}$ . Abbildung 2.9 zeigt einen Riss der Länge  $a$  und einen um dem Abknickwinkel  $\varphi_{0, \text{MTS}}$  geneigten

Riss der Länge  $\bar{a}$ . In Abbildung 2.11b ist der Winkel bei einer Mode I-Beanspruchung dargestellt ( $\varphi_{0, \text{MTS}, \text{Mode I}} = 0^\circ$ ).

$$\varphi_{0, \text{MTS}} = -\arccos\left(\frac{3K_{\text{II}}^2 + K_{\text{I}}\sqrt{K_{\text{I}}^2 + 8K_{\text{II}}^2}}{K_{\text{I}}^2 + 9K_{\text{II}}^2}\right) \quad (2.31)$$



**Abbildung 2.9:** Riss der Länge  $a$  mit abgelenktem Zusatzriss der Länge  $\bar{a}$  und dem Winkel  $\varphi_{0, \text{MTS}}$

### Bruchkriterium nach *Richard*

Inhalt des Bruchkriteriums nach *Richard* [Ric85] ist es, bei einer ebenen Mixed-Mode-Beanspruchung (Mode I und II) einen Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_V$  aus den Spannungsintensitätsfaktoren  $K_{\text{I}}$  und  $K_{\text{II}}$  sowie dem Werkstoffparameter  $\alpha_1$ , welcher das Verhältnis der Risszähigkeiten  $K_{\text{Ic}}$  und  $K_{\text{IIc}}$  wiedergibt, zu ermitteln, Gleichung (2.32).

$$K_V = \frac{K_{\text{I}}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{K_{\text{I}}^2 + 4(\alpha_1 \cdot K_{\text{II}})^2} = K_{\text{Ic}} \quad (2.32)$$

Mit Hilfe der Gleichung (2.33) kann der Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  näherungsweise berechnet werden, wobei  $A_1$  und  $A_2$  werkstoffspezifische Parameter sind.

$$\varphi_0 = \mp \left[ A_1 \frac{|K_{\text{II}}|}{|K_{\text{I}}| + |K_{\text{II}}|} + A_2 \left( \frac{|K_{\text{II}}|}{|K_{\text{I}}| + |K_{\text{II}}|} \right)^2 \right] \quad (2.33)$$

Eine Erweiterung des Kriteriums auf räumliche Mixed-Mode-Beanspruchung ist in Gleichung (2.34) angegeben [RFS05].

$$K_V = \frac{K_{\text{I}}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{K_{\text{I}}^2 + 4(\alpha_1 \cdot K_{\text{II}})^2 + 4(\alpha_2 \cdot K_{\text{III}})^2} = K_{\text{Ic}} \quad (2.34)$$

Dabei resultiert neben dem Rissabknickwinkel  $\varphi_0$ , Gleichung (2.35), zudem ein Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  in Abhängigkeit von dem Spannungsintensitätsfaktor  $K_{\text{III}}$ , Gleichung (2.36). Die Parameter  $B_1$  und  $B_2$  sowie  $B_3$  und  $B_4$  sind werkstoffspezifisch.

$$\varphi_0 = \mp \left[ B_1 \frac{|K_{\text{II}}|}{|K_{\text{I}}| + |K_{\text{II}}| + |K_{\text{III}}|} - B_2 \left( \frac{|K_{\text{II}}|}{|K_{\text{I}}| + |K_{\text{II}}| + |K_{\text{III}}|} \right)^2 \right] \quad (2.35)$$

$$\psi_0 = \mp \left[ B_3 \frac{|K_{\text{III}}|}{|K_{\text{I}}| + |K_{\text{II}}| + |K_{\text{III}}|} - B_4 \left( \frac{|K_{\text{III}}|}{|K_{\text{I}}| + |K_{\text{II}}| + |K_{\text{III}}|} \right)^2 \right] \quad (2.36)$$

### Kriterium der maximalen Energiefreisetzungsrates

Ein Kriterium, das energetische Zusammenhänge beinhaltet, stammt von *Hussain, Pu und Underwood* [HPU74]. Es wird ein abgelenkter Zusatzriss an der eigentlichen Risspitze unterstellt und es gelten folgende Annahmen:

**A1** Der Zusatzriss bildet sich unter einem Winkel  $\varphi$  aus, für den die Energiefreisetzungsrate  $G = (K_I^2 + K_{II}^2) / E'$  bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung ein Maximum annimmt, Gleichung (2.37). Der Elastizitätsmodul  $E'$  ergibt sich für den ebenen Spannungszustand (ESZ) zu  $E' = E$  und für den ebenen Verzerrungszustand (EVZ) zu  $E' = E / (1 - \nu^2)$  mit der Querkontraktionszahl  $\nu$ .

$$\frac{\partial G}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial \varphi^2} < 0 \quad (2.37)$$

**A2** Rissausbreitung setzt ein, wenn die Energiefreisetzungsrate  $G$  den Materialgrenzwert  $G_{Ic}$  erreicht, Gleichung (2.38).

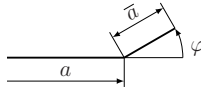
$$G = G_{Ic} \quad (2.38)$$

### Bruchkriterium nach *Nuismer*

Das Bruchkriterium nach *Nuismer* [Nui75] beinhaltet einen abgeknickten Risszweig  $\bar{a}$  (Abbildung 2.10) mit den dazugehörigen Spannungsintensitätsfaktoren  $\bar{K}_I$  und  $\bar{K}_{II}$ . Bei Annahme einer sehr geringen Länge des Risszweiges ( $\bar{a} \rightarrow 0$ ) entsprechen die Normal- und Schubspannungen den Spannungen des Risses der Länge  $a$  und die Berechnung erfolgt mit Hilfe der Gleichungen (2.39) und (2.40).

$$\bar{K}_I = \frac{1}{2} \cos \frac{\varphi}{2} [K_I (1 + \cos \varphi) - 3K_{II} \sin \varphi] \quad (2.39)$$

$$\bar{K}_{II} = \frac{1}{2} \cos \frac{\varphi}{2} [K_I \sin \varphi + K_{II} (3 \cos \varphi - 1)] \quad (2.40)$$



**Abbildung 2.10:** Riss der Länge  $a$  mit abgeknicktem Zusatzriss der Länge  $\bar{a}$  und einem Winkel  $\varphi$

Mit Hilfe von Gleichung (2.41) wird die Energiefreisetzungsrate  $G$  ermittelt, wobei ein ebener Verzerrungszustand angenommen wird. Weiterhin wird vorausgesetzt, dass die Rissausbreitung unter einem Winkel  $\varphi_0$  in die Richtung der maximalen Energiefreisetzung erfolgt. Die Bruchbedingung ist erfüllt, wenn die Energiefreisetzungsrate  $G$  infolge ebener Mixed-Mode-Beanspruchung den Materialgrenzwert  $G_{Ic}$  erreicht, Gleichung (2.42). Dabei bezeichnen  $\nu$  die Querkontraktionszahl und  $E$  den Elastizitätsmodul.

$$G = \frac{1 - \nu^2}{E} (\bar{K}_I^2 + \bar{K}_{II}^2) \quad (2.41)$$

$$G = G_{Ic} \quad (2.42)$$

### Bruchkriterium der Verzerrungsenergiedichte nach *Sih*

Das Bruchkriterium der Verzerrungsenergiedichte nach *Sih* [Sih74] nutzt einen Energiedichtefaktor  $S$  zur Beschreibung der Stärke des elastischen Energiefeldes in der Nähe

der Riss Spitze, Gleichung (2.43). Die Funktionen  $a_{11}$ ,  $a_{12}$  und  $a_{22}$  sind z. B. in [Sih74] angegeben.

$$S = a_{11} \cdot K_I^2 + 2 a_{12} \cdot K_I \cdot K_{II} + a_{22} \cdot K_{II}^2 \quad (2.43)$$

Das Kriterium beruht auf der Annahme, dass die Rissausbreitung radial in Richtung des minimalen Energiedichtefaktors  $S_{min}$  erfolgt, Gleichung (2.44).

$$\frac{\partial S}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} > 0 \quad (2.44)$$

Instabiles Risswachstum findet statt, wenn der minimale Energiedichtefaktor  $S_{min}$  den kritischen Wert  $S_{min,c}$  erreicht, Gleichung (2.45). Dabei sind  $\nu$  die Querkontraktionszahl und  $\mu$  der Schubmodul.

$$S_{min} = S_{min,c} = \frac{1 - 2\nu}{4 \pi \mu} K_{Ic}^2 \quad (2.45)$$

### Weitere Bruchkriterien

Weitere Konzepte, die sich mit instabiler Rissausbreitung und der Ausbreitungsrichtung befassen, sind u. a. in [Ric85] erläutert und zusammengefasst. Dazu zählen zum Beispiel das Kriterium nach *Amestoy, Bui und Dang Van* [ABD80] sowie das J-Kriterium [Ric68]. Die vorgestellten Konzepte sind prinzipiell auf eine überlagerte ebene Beanspruchung der Moden I und II limitiert. Eine Erweiterung des zweidimensionalen (2D) Kriteriums der maximalen Tangentialspannungen nach *Erdogan und Sih* [ES63] auf drei Raumrichtungen (3D) durch *Schöllmann* [Sch01] dient zur Bestimmung des Ausbreitungsverhaltens und stellt ein Bruchkriterium für eine allgemeine Mixed-Mode-Beanspruchungssituation dar.

## 2.2 Linear-elastische Bruchmechanik inhomogener und anisotroper Materialien

Eine Vielzahl von Materialien sind nicht homogen bzw. besitzen keine isotropen Eigenschaften. Dazu gehören beispielsweise Faserverbunde und metallische Werkstoffe mit anisotroper Kristallstruktur. Diese Anisotropie muss bei der Bewertung Berücksichtigung finden [Kun10].

### 2.2.1 Risse in anisotropen Körpern

*Sih, Paris* und *Irwin* [SPI65] nutzen komplexe Spannungsfunktionen, die in Funktionen mit einer  $1/\sqrt{r}$ -Abhängigkeit resultieren, um die Spannungsintensitätsfaktoren und Energiefreisetzungsraten der jeweiligen Moden (siehe Kapitel 2.1.2) von transversal isotropen Strukturen (siehe Kapitel 3.3.3) zu ermitteln. Betrachtet wird ein Innenriss der Länge  $2a$  in einer Scheibe mit anisotropen elastischen Eigenschaften. Als ein Sonderfall der Anisotropie wird sich auf die Orthotropie beschränkt. Das *Hooke'sche* Gesetz für orthotropes Material

ist in Kapitel 3.3.3 angegeben. Die Lösung anisotroper elastischer ebener Randwertaufgaben kann mit Hilfe verallgemeinerter komplexer Spannungsfunktionen erfolgen. Die Rissspitzenfelder (Spannungen und Verschiebungen) für die einzelnen Moden sind in den Gleichungen (2.46) bis (2.58) mit Hilfe der Polarkoordinaten  $r$  und  $\varphi$  angegeben. Dabei sind  $s_i$  (mit  $i = 1, 2, 3, 4$ ) komplexe Konstanten,  $p_i$  und  $q_i$  (mit  $i = 1, 2$ ) materialabhängige Konstanten sowie  $c_{ij}$  (mit  $i, j = 4, 5$ ) die elastischen Steifigkeiten des Materials.

#### Mode I:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \Re \left[ \frac{s_1 \cdot s_2}{s_1 - s_2} \left( \frac{s_2}{\sqrt{\cos \varphi + s_2 \sin \varphi}} - \frac{s_1}{\sqrt{\cos \varphi + s_1 \sin \varphi}} \right) \right] \quad (2.46)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \Re \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} \left( \frac{s_1}{\sqrt{\cos \varphi + s_2 \sin \varphi}} - \frac{s_2}{\sqrt{\cos \varphi + s_1 \sin \varphi}} \right) \right] \quad (2.47)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \Re \left[ \frac{s_1 \cdot s_2}{s_1 - s_2} \left( \frac{1}{\sqrt{\cos \varphi + s_1 \sin \varphi}} - \frac{1}{\sqrt{\cos \varphi + s_2 \sin \varphi}} \right) \right] \quad (2.48)$$

$$u = K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \Re \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} \left( s_1 \cdot p_2 \sqrt{\cos \varphi + s_2 \sin \varphi} - s_2 \cdot p_1 \sqrt{\cos \varphi + s_1 \sin \varphi} \right) \right] \quad (2.49)$$

$$v = K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \Re \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} \left( s_1 \cdot q_2 \sqrt{\cos \varphi + s_2 \sin \varphi} - s_2 \cdot q_1 \sqrt{\cos \varphi + s_1 \sin \varphi} \right) \right] \quad (2.50)$$

#### Mode II:

$$\sigma_x = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \Re \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} \left( \frac{s_2^2}{\sqrt{\cos \varphi + s_2 \sin \varphi}} - \frac{s_1^2}{\sqrt{\cos \varphi + s_1 \sin \varphi}} \right) \right] \quad (2.51)$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \Re \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} \left( \frac{1}{\sqrt{\cos \varphi + s_2 \sin \varphi}} - \frac{1}{\sqrt{\cos \varphi + s_1 \sin \varphi}} \right) \right] \quad (2.52)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \Re \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} \left( \frac{s_1}{\sqrt{\cos \varphi + s_1 \sin \varphi}} - \frac{s_2}{\sqrt{\cos \varphi + s_2 \sin \varphi}} \right) \right] \quad (2.53)$$

$$u = K_{II} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \Re \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} \left( p_2 \sqrt{\cos \varphi + s_2 \sin \varphi} - p_1 \sqrt{\cos \varphi + s_1 \sin \varphi} \right) \right] \quad (2.54)$$

$$v = K_{II} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \Re \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} \left( q_2 \sqrt{\cos \varphi + s_2 \sin \varphi} - q_1 \sqrt{\cos \varphi + s_1 \sin \varphi} \right) \right] \quad (2.55)$$

#### Mode III:

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \Re \left[ \frac{s_3}{\sqrt{\cos \varphi + s_3 \sin \varphi}} \right] \quad (2.56)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \Re \left[ \frac{1}{\sqrt{\cos \varphi + s_3 \sin \varphi}} \right] \quad (2.57)$$

$$w = K_{\text{III}} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \Re \left[ \frac{\sqrt{\cos \varphi + s_3 \sin \varphi}}{(c_{45} + s_3 \cdot c_{44})} \right] \quad (2.58)$$

Die Spannungsintensitätsfaktoren weisen im orthotropen Fall die gleiche Zusammensetzung auf wie im isotropen Fall, Gleichungen (2.59) bis (2.61). Die in einer gewissen Entfernung wirkenden Spannungen sind mit dem Symbol  $\infty$  gekennzeichnet. Die Beziehungen zwischen den Spannungsintensitätsfaktoren und den Energiefreisetzungsraten sind in den Gleichungen (2.62) bis (2.64) mit den elastischen Konstanten  $a_{ij}$  (mit  $i, j = 1, 2, 6$ ) angegeben.

$$K_{\text{I}} = \sigma_y^\infty \sqrt{\pi a} \quad (2.59)$$

$$K_{\text{II}} = \tau_{yx}^\infty \sqrt{\pi a} \quad (2.60)$$

$$K_{\text{III}} = \tau_{yz}^\infty \sqrt{\pi a} \quad (2.61)$$

$$G_{\text{I}} = -\frac{a_{22}}{2} K_{\text{I}} \Im \left[ \frac{K_{\text{I}}(s_1 + s_2) + K_{\text{II}}}{s_1 \cdot s_2} \right] \quad (2.62)$$

$$G_{\text{II}} = \frac{a_{11}}{2} K_{\text{II}} \Im [K_{\text{II}}(s_1 + s_2) + K_{\text{I}} \cdot s_1 \cdot s_2] \quad (2.63)$$

$$G_{\text{III}} = K_{\text{II}}^2 \Im \left[ \frac{c_{45} + s_3 \cdot c_{44}}{2 c_{44} \cdot c_{55}} \right] \quad (2.64)$$

Die Gleichungen (2.65) bis (2.67) enthalten die reellen Ausdrücke, die auftreten, wenn der Riss mit einer Symmetrieebene der Orthotropie zusammenfällt. Die gesamte Energiefreisetzungsrates  $G$  ist die Summe aus den Energiefreisetzungsraten der einzelnen Moden, Gleichung (2.68).

$$G_{\text{I}} = K_{\text{I}}^2 \sqrt{\frac{a_{11} \cdot a_{22}}{2}} \left[ \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} + \frac{2 a_{12} + a_{66}}{2 a_{11}} \right]^{1/2} \quad (2.65)$$

$$G_{\text{II}} = K_{\text{II}}^2 \frac{a_{11}}{\sqrt{2}} \left[ \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} + \frac{2 a_{12} + a_{66}}{2 a_{11}} \right]^{1/2} \quad (2.66)$$

$$G_{\text{III}} = K_{\text{III}}^2 \frac{1}{2\sqrt{c_{44} \cdot c_{55}}} \quad (2.67)$$

$$G = G_{\text{I}} + G_{\text{II}} + G_{\text{III}} \quad (2.68)$$

## 2.2.2 Bruchkriterien

Die folgenden Bruchkriterien stellen teilweise Erweiterungen der Bruchkriterien (für homogene und isotrope Materialien) aus Kapitel 2.1.6 für inhomogene und anisotrope Materialien dar. Die Bruchbedingung ist erfüllt und es setzt instabiles Risswachstum ein, wenn die Beanspruchungsgröße dem Materialgrenzwert entspricht.

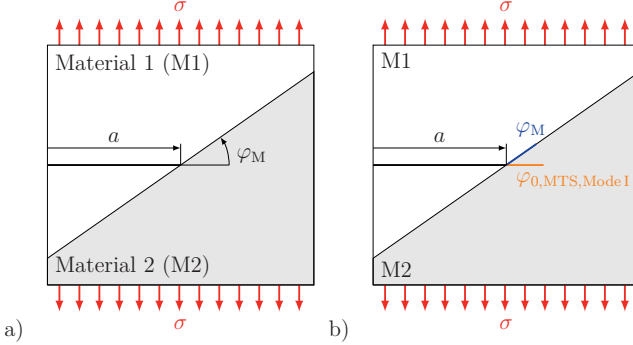
### Kriterium der Tangentialspannungen nach *Schramm* und *Richard*

Mit Hilfe des Kriteriums der Tangentialspannung nach *Schramm* und *Richard* (Kurzbezeichnung TSSR) [Sch14] ist die Vorhersage des Rissverhaltens in bruchmechanisch

gradierten Materialien unter statischer und zyklischer Belastung (mit positivem Spannungsverhältnis) möglich. Das Konzept beinhaltet Aussagen zum Beginn des stabilen und instabilen Risswachstums sowie der eintretenden Rissausbreitungsrichtung. Bruchmechanisch gradiert bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Materialien verschiedene ortsabhängige bruchmechanische Kennwerte aufweisen, die in bis zu drei Raumrichtungen (diskret oder kontinuierlich) variieren, während die elastischen Materialeigenschaften in der gesamten Struktur isotrop und homogen sein können. Da die bruchmechanischen Eigenschaften von der Materialgradierung abhängig sind, werden in den Materialbereichen anstelle von Kennwerten deswegen jeweils (konstante) Materialfunktionen verwendet. In Gleichung (2.69) ist die winkelabhängige Risszähigkeit  $K_{Ic}(\varphi)$  angegeben. Dabei bezeichnen  $K_{Ic,M1}$  bzw.  $K_{Ic,M2}$  die Risszähigkeit des Materials 1 bzw. 2 und  $\varphi_M$  den Gradierungswinkel.

$$K_{Ic}(\varphi) = \begin{cases} K_{Ic,M1} & \text{für } \varphi_M \leq \varphi \leq \varphi_M + 180^\circ \\ K_{Ic,M2} & \text{für } \varphi_M - 180^\circ \leq \varphi \leq \varphi_M \end{cases} \quad (2.69)$$

Grundlage dieses Kriteriums bildet das Kriterium der maximalen Tangentialspannungen nach *Erdogan* und *Sih* mit dem Abknickwinkel  $\varphi_{0,MTS}$  (siehe Kapitel 2.1.6). Abbildung 2.11a zeigt eine gradierte Struktur mit dem Gradierungswinkel  $\varphi_M$ , bei der sich der Riss im Übergang der Materialien befindet. In Abbildung 2.11b sind potenzielle Abknickwinkel dargestellt. Diese resultieren entweder aus der Rissbeanspruchungsart (mit der dazugehörigen maximalen Tangentialspannung, z. B.  $\varphi_{0,MTS,ModeI}$  bei Mode I) oder aus der Materialgradierung (Gradierungswinkel  $\varphi_M$ ).



**Abbildung 2.11:** Gradierungswinkel und potentielle Abknickwinkel nach [Sch14]:

- Riss der Länge  $a$  in einer gradierten Struktur mit dem Gradierungswinkel  $\varphi_M$ ,
- Riss der Länge  $a$  in einer gradierten Struktur mit potentiellen Abknickwinkeln

In Gleichung (2.70) ist der Abknickwinkel dieses Konzeptes entsprechend mit TSSR indiziert,  $\varphi_{TSSR}$ .

$$\varphi_{TSSR} = \begin{cases} \varphi_{0,MTS} \\ \varphi_M; \varphi_M \pm 180^\circ \end{cases} \quad (2.70)$$

Die Vorhersage der instabilen Rissausbreitung ist sowohl für statische als auch zyklische Belastung möglich. Im statischen Fall wird eine statische Beanspruchungsfunktion  $\sigma_\varphi \sqrt{2\pi r}$  ( $\sigma_\varphi$  bezeichnet die Tangentialspannung) mit einer statischen Bruchgrenzkurve  $K_{Ic}(\varphi)$ , Gleichung (2.69), gleichgesetzt. Der Parameter  $V$  gibt das Mixed-Mode-Verhältnis an,  $V = K_{II} / (K_I + K_{II})$ .

$$\sigma_\varphi \sqrt{2\pi r} = K_I \left( \cos^3 \frac{\varphi}{2} - \frac{V}{1-V} \cdot \frac{3}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \right) = K_{Ic}(\varphi) \quad (2.71)$$

Die Beanspruchungsgrößen  $K_I^C(\varphi)$  werden durch Umstellen von Gleichung (2.71) und Einsetzen der möglichen Abknickwinkel ( $\varphi = \varphi_{0,MTS}$ ,  $\varphi_M$  bzw.  $\varphi_M \pm 180^\circ$ ) ermittelt, Gleichung (2.72).

$$K_I^C(\varphi) = \frac{K_{Ic}(\varphi)}{\cos^3 \frac{\varphi}{2} - \frac{V}{1-V} \cdot \frac{3}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \frac{\varphi}{2}} \quad (2.72)$$

Der Minimalwert der Beanspruchungsgröße, Gleichung (2.73), definiert den Eintritt und die Richtung der instabilen Rissausbreitung bei statischer Belastung. Übersteigt der Wert des realen Spannungsintensitätsfaktors  $K_I$  den Wert des normierten Spannungsintensitätsfaktors  $K_I^{C,TSSR}$ , breitet sich der Riss instabil aus, Gleichung (2.74).

$$K_I^{C,TSSR} = \text{Min} (K_I^C(\varphi = \varphi_{0,MTS}), K_I^C(\varphi = \varphi_M), K_I^C(\varphi = \varphi_M \pm 180^\circ)) \quad (2.73)$$

$$K_I \geq K_I^{C,TSSR} \quad (2.74)$$

Das Rissverhalten bruchmechanisch gradierter Strukturen, u. a. bei verschiedenen Gradierungswinkeln und Belastungssituationen, ist in [Sch14] detailliert beschrieben.

### Kriterium nach Judt

Judt et al. [JZR+18] formulieren ein Rissausbreitungskriterium für Materialien mit orthotropen elastischen Eigenschaften. Die Parameter des Kriterium sind richtungsabhängig, wobei diese parallel und senkrecht zur Faserausrichtung ermittelt werden. Die Validierung erfolgt an kurzfaserverstärkten Kunststoffen (Polypropylen mit Glas- bzw. Cellulosefasern), welche im Spritzgussverfahren hergestellt werden. Das Kriterium verwendet die Energiefreisetzungsrate und das J-Integral. Dabei werden Winkelfunktionen mit Werten des J-Integrals in transversaler Richtung  $J_c^{TD}$  (TD, engl. transverse direction) und senkrechter Richtung  $J_c^{PD}$  (PD, engl. predominant direction) ins Verhältnis gesetzt. Gleichung (2.75) gibt die allgemeine Beziehung mit den Größen  $J_c^{PD}$  und  $J_c^{PD}$  wieder. Der Winkel  $\varphi^*$  setzt sich aus den Winkeln  $\gamma$  und  $\varphi$  zusammen ( $\varphi^* = \varphi + \gamma$ ). Der Winkel  $\gamma$  beschreibt die Faserorientierung im globalen Koordinatensystem und der Winkel  $\varphi$  stellt die Winkelkoordinate des Polarkoordinatensystems dar.

$$\frac{1}{J_c(\varphi^*)} = \frac{\cos^2 \varphi^*}{J_c^{PD}} + \frac{\sin^2 \varphi^*}{J_c^{TD}} \quad (2.75)$$

Der Wert  $J_c$  ist in Gleichung (2.76) mit Hilfe der richtungsabhängigen Parameter angegeben.

$$J_c(\varphi) = \frac{J_c^{PD} \cdot J_c^{TD}}{J_c^{TD} \cos^2(\varphi + \gamma) + J_c^{PD} \sin^2(\varphi + \gamma)} \quad (2.76)$$

Gleichung (2.77) liefert die Bruchbedingung (mit der winkelabhängigen Gesamtenergiefreisetzungsrates  $G(\varphi) = J_1 \cos \varphi + J_2 \sin \varphi$  und dem kritischen Wert des J-Integrals  $J_c$ ) und über die Gleichung (2.78) erfolgt die Ermittlung des Rissabknickwinkels  $\varphi$ .  $J_1$  und  $J_2$  bezeichnen dabei die Werte des J-Integrals in den Achsenrichtungen.

$$J_R(\varphi) = \frac{G(\varphi)}{J_c(\varphi)} = (J_1 \cos \varphi + J_2 \sin \varphi) \left[ \frac{J_c^{\text{TD}} \cos^2(\varphi + \gamma) + J_c^{\text{PD}} \sin^2(\varphi + \gamma)}{J_c^{\text{PD}} \cdot J_c^{\text{TD}}} \right] \quad (2.77)$$

$$\frac{\partial J_R(\varphi)}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial^2 J_R(\varphi)}{\partial \varphi^2} < 0 \quad (2.78)$$

Der Materialparameter  $\chi$  quantifiziert das Verhältnis der Risszähigkeiten bzw. J-Integrale, Gleichung (2.79). Dabei sind  $K_{\text{Ic}}^{\text{TD}}$  und  $K_{\text{Ic}}^{\text{PD}}$  die Risszähigkeiten in transversaler und senkrechter Richtung.

$$\chi = \frac{K_{\text{Ic}}^{\text{TD}}}{K_{\text{Ic}}^{\text{PD}}} = \sqrt{\frac{J_c^{\text{TD}}}{J_c^{\text{PD}}}} \geq 1 \quad (2.79)$$

Für den Fall einer Mode I-Beanspruchung beträgt der Rissabknickwinkel  $\varphi_c = 0$  für Verhältnisse  $\chi \leq 1,22$  und für  $\chi^2 > 1,22$  ergeben sich zwei potenzielle Winkel, Gleichung (2.80).

$$\varphi_c^{1/2} = \pm \arcsin \left( \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2 + \frac{1}{1 - \chi^2} \right)} \right) \quad (2.80)$$

## 3 Verbundwerkstoffe

### 3.1 Definition, Einteilung und Beispiele

Verbundwerkstoffe (engl. composites) bestehen aus mindestens zwei verschiedenen Werkstoffen bzw. Phasen, woraus Eigenschaften (z. B. Festigkeiten und Steifigkeiten) resultieren, welche die Einzelkomponenten autark nicht erreichen [Sch07, HEW12].

Bezüglich ihres Aufbaus (Abbildung 3.1) werden Schicht-, Faser- und Teilchenverbunde unterschieden. Schichtverbunde besitzen aufgrund der Zusammensetzung anisotrope Eigenschaften, wohingegen Teilchenverbunde bei gleichmäßig verteilten Partikeln isotrop sind. Bei Faserverbunden, bestehend aus Faser- und Matrixkomponente, besteht die Möglichkeit, die Materialeigenschaften von vollständig anisotrop bis isotrop einzustellen [RM15].

Beispiele für Schichtverbunde (Abbildung 3.1a) sind Sperrhölzer, Sicherheitsgläser und Bimetalle. Beton ist ein Vertreter der Teilchenverbunde (Abbildung 3.1c). Zusammengesetzt mit Metall ergibt sich Stahlbeton, der wiederum den Faserverbunden (Abbildung 3.1b) zugeordnet wird und eine höhere Zugfestigkeit als Beton aufweist. Bei Faserverbunden, bestehend aus den Komponenten Faser und Matrix, können alle Werkstoffgruppen miteinander kombiniert werden. Beispiele dafür befinden sich z. B. in [HEW12].

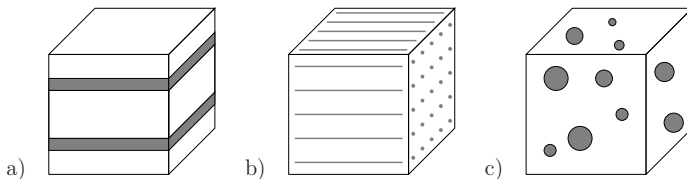


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau der Verbundwerkstoffe:

a) Schichtverbund, b) Faserverbund, c) Teilchenverbund

### 3.2 Faserverbunde

Bei Faserverbunden werden Verstärkungsfasern in die Matrix eingebracht. Die Eigenschaften faserverstärkter Werkstoffe können über die Anzahl (Faser-Matrix-Verhältnis) und die Orientierung der Fasern gezielt den Belastungen angepasst werden. Die Aufgabe der Faser ist die Aufnahme der äußeren Lasten, die über die Matrix eingeleitet werden.

Die Matrix hat im Verbund u. a. folgende Aufgaben [Sch07]:

- A1** Fixieren der Fasern,
- A2** Übertragen der äußeren Belastung auf die Fasern,
- A3** Aufnahme der Lasten bei Beanspruchung quer zur Faserrichtung bzw. Druckbeanspruchung und
- A4** Schutz der Fasern vor Umgebungseinflüssen (z. B. mechanischem Abrieb und Medieneinwirkung).

Für beide Komponenten können alle Werkstoffgruppen miteinander kombiniert werden. Die Einteilung der Fasern kann in Natur- und Chemiefasern erfolgen. Die Gewinnung der Naturfasern (z. B. Baumwolle und Flachs) erfolgt vorwiegend aus pflanzlichem oder tierischem Material (siehe Abbildung 3.4). Chemiefasern, auch als Kunstfasern bezeichnet, werden synthetisch produziert. Beispiele für synthetische Verstärkungsfasern sind Kohlenstoff-, Glas-, Aramid- und Metallfasern [Fre11]. Faserverbunde mit einer Kunststoffmatrix werden auch als Faser-Kunststoff-Verbunde bezeichnet. Weitere Kombinationen wie z. B. faserverstärkte Metalle oder Keramiken sind u. a. in [HEW12] beschrieben.

Durch die Zusammensetzung aus zwei Komponenten ergeben sich zahlreiche Konstellationen bezüglich der Eigenschaften, wobei die Faser hinsichtlich Art, Anzahl und Orientierung den Verbund prägt. Zusätzlich können Additive zur Eigenschaftsmodifikation eingesetzt werden. Damit die Spezifika der Einzelkomponenten im Verbund optimal genutzt werden können, sollten drei Forderungen, (3.1) bis (3.3), erfüllt sein [Sch07]:

- F1** Aufgrund des Haupttraganteils der Fasern bei Belastungen in Faserlängsrichtung sollte der Elastizitätsmodul der Faser  $E_f$  größer sein als der Elastizitätsmodul der Matrix  $E_m$ .

$$E_f > E_m \quad (3.1)$$

- F2** Eine Verstärkungswirkung wird nur erzielt, wenn die Festigkeit der Faser  $R_f$  größer ist als die Festigkeit der Matrix  $R_m$ .

$$R_f > R_m \quad (3.2)$$

- F3** Die Bruchdehnung der Matrix  $\varepsilon_m$  muss größer sein als die Bruchdehnung der Faser  $\varepsilon_f$ , um ein vorzeitiges Versagen der Fasern zu verhindern.

$$\varepsilon_m > \varepsilon_f \quad (3.3)$$

Der jeweilige Faser- und Matrixanteil eines Verbundes kann sowohl volumen- als auch massebezogen angegeben werden. In Gleichung (3.4) ist der Faservolumenanteil  $\varphi$ , der das Verhältnis zwischen Faservolumen  $V_f$  und Verbundvolumen  $V_v$  quantifiziert, angegeben. Der Parameter  $V_m$  bezeichnet dabei das Matrixvolumen. Neben der dimensionslosen Angabe ist auch die Angabe in Prozent (%) gebräuchlich. Der Fasermassenanteil  $\Psi$  ist das Verhältnis zwischen Fasermasse  $m_f$  und Masse des Verbundes  $m_v$ ,  $\Psi = m_f/m_v$ .

$$\varphi = \frac{V_f}{V_v} = \frac{V_f}{V_f + V_m} \quad (3.4)$$

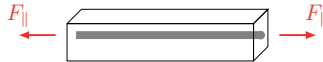
Das Bestimmen des relativen Faservolumenanteils  $\varphi$  kann über verschiedene Methoden erfolgen. Eine Methode ist die Vorgabe der Faser- und Matrixmassen, wobei in Vorversuchen die ungetränkten und getränkten Fasern zu wiegen sind. Eine zuverlässigere und häufiger angewandte Methode ist die experimentelle Ermittlung am ausgehärteten Verbund über eine Trennung der Komponenten, wobei meist der Formstoff (z. B. das Verkoken der Matrix bei glasfaserverstärkten Kunststoffen) eingesetzt wird. Durch das Wiegen vor und nach der Separation kann mit Hilfe des Fasermasseanteils  $\Psi$  und der Dichten von Faser und Matrix der Faservolumenanteil  $\varphi$  ermittelt werden, Gleichung (3.5).

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{1 - \Psi}{\Psi} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_m}} \quad (3.5)$$

Bei Verbunden mit Polymerfaserverstärkung ist das Veraschen der Matrix ungeeignet, da z. B. Aramidfasern auch an Masse verlieren. Die Volumenanteile von Naturfaser-Kunststoff-Verbunden lassen sich ebenfalls nicht mit dieser Methode ermitteln, wodurch diese im Rahmen der Materialografie (Plastografie) bestimmt werden, siehe Kapitel 4.3.1.

### Elastizitätsmoduln einer unidirektionalen Schicht

Die Anzahl der Fasern im Verbund beeinflusst u. a. die mechanischen Eigenschaften. Die Steifigkeiten des Verbundes (bzw. einer Einzelschicht) werden über Mischungsregeln (siehe [Sch07]) berechnet. Die Ermittlung der Elastizitätsmoduln erfolgt mit Hilfe mikromechanischer Modelle. Im Folgenden wird anhand eines repräsentativen mechanischen Modells die Verbundsteifigkeit in Faserlängsrichtung hergeleitet (vgl. [Sch07]). Das Modell besteht aus einer Faser, die von einer Matrix umgeben ist, siehe Abbildung 3.2. Das dazugehörige Federnmodell besteht aus zwei Federn für die jeweiligen Komponenten, die sich in einer Parallelschaltung befinden. Die Lösung des Modells resultiert aus Gleichungen der Elastostatik: Gleichgewichts- und kinematische Beziehungen sowie Stoffgesetzen.



**Abbildung 3.2:** Mikromechanisches Modell zur Herleitung des Elastizitätsmoduls  $E_{||}$  nach [Sch07]

Bei der Gleichgewichtsbeziehung wird das Kräftegleichgewicht aufgestellt. Die außen angreifende Kraft  $F_{||}$  steht dabei im Gleichgewicht mit den in den Einzelkomponenten wirkenden Kräften der Faser  $F_f$  bzw. Matrix  $F_m$ , Gleichung (3.6). Dabei sind  $\sigma_{||}$  die resultierende Spannung,  $\sigma_f$  die Spannung in der Faser und  $\sigma_m$  die Spannung in der Matrix. Dem zugehörig sind die Querschnittsflächen des Verbunds  $A_v$ , der Faser  $A_f$  und der Matrix  $A_m$ .

$$F_{||} = F_f + F_m \quad \rightarrow \quad \sigma_{||} \cdot A_v = \sigma_f \cdot A_f + \sigma_m \cdot A_m \quad (3.6)$$

Die kinematische Beziehung ist, dass Faser und Matrix in Längsrichtung die gleiche Längenänderung  $\Delta l$  (Verschiebung) erfahren. Gleichung (3.7) gibt diese Beziehung in Form gleicher Dehnungen wieder. Die Länge  $l$  bezeichnet dabei die (unbelastete) Ausgangslänge.

Die Dehnung in Faserlängsrichtung  $\varepsilon_{\parallel}$  entspricht der Dehnung der Faser  $\varepsilon_f$  bzw. der Matrix  $\varepsilon_m$ .

$$\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_f = \varepsilon_m \quad (3.7)$$

Die Stoffgesetze sind unter der vereinfachten Betrachtung einer einachsigen Belastung mit gleichen Querkontraktionszahlen von Faser und Matrix formuliert und beinhalten das *Hooke'sche* Gesetz für Faser und Matrix, Gleichung (3.8). Die Faserspannung  $\sigma_f$  ist das Produkt aus Elastizitätsmodul der Faser in Längsrichtung  $E_{f\parallel}$  und Faserdehnung  $\varepsilon_f$ . Die analoge Beziehung ergibt sich für die Matrix mit der Spannung in der Matrix  $\sigma_m$  und dem Matrixelastizitätsmodul  $E_m$ .

$$\sigma_f = E_{f\parallel} \cdot \varepsilon_f \quad \text{und} \quad \sigma_m = E_m \cdot \varepsilon_m \quad (3.8)$$

Werden die Spannungen in Gleichung (3.6) durch die Stoffgesetze aus Gleichung (3.8) ersetzt und die Beziehung aus Gleichung (3.7) berücksichtigt, ergibt sich der Elastizitätsmodul in Längsrichtung  $E_{\parallel}$ , Gleichung (3.9).

$$E_{\parallel} = E_{f\parallel} \frac{A_f}{A_v} + E_m \frac{A_m}{A_v} \quad (3.9)$$

Gleichung (3.4) gilt ebenso für die Querschnitte gleicher Dicke, woraus sich  $A_f/A_v = \varphi$  und  $A_m/A_v = (1 - \varphi)$  ergeben. Für den Fall einer Zugbelastung in Längsrichtung der Fasern gilt folglich Gleichung (3.10), die als Mischungsregel bezeichnet wird. Nach Festlegung der beiden Komponenten ist nach dieser Gleichung die Steifigkeit des Verbundes  $E_{\parallel}$  lediglich über den Faservolumenanteil  $\varphi$  einzustellen. In Abbildung 3.3 sind die linearen Verläufe des Elastizitätsmoduls  $E_{\parallel}$  sowie die der Einzelkomponenten über den Faservolumenanteil  $\varphi$  aufgetragen.

$$E_{\parallel} = E_{f\parallel} \cdot \varphi + E_m (1 - \varphi) \quad (3.10)$$

Weitere Herleitungen, z. B. zum Elastizitätsmodul einer unidirektionalen Schicht quer zur Faserrichtung  $E_{\perp}$ , sind in [Sch07] beschrieben.

### 3.2.1 Verstärkungsfasern

Fasern können verschiedenen Ursprungs, u. a. aus Metall, Glas und Kohlenstoff, sein. Tabelle 3.1 enthält Kennwerte ausgewählter Verstärkungsfasern. Bei den Keramiken (Whiskern) sind Fasern aus Siliziumcarbid (SiC) mit der größten Dichte ( $\rho_f = 3,18 \text{ g/cm}^3$ ) und einer hohen Zugfestigkeit ( $R_{f\parallel} = 20000 \text{ MPa}$ ) vertreten. Die Borfaser weist eine ähnliche Dichte wie die Glasfaser auf, hat allerdings mit  $E_{f\parallel} = 380 \text{ GPa}$  einen deutlich größeren Elastizitätsmodul, welcher im Bereich der Kohlenstofffasern liegt.

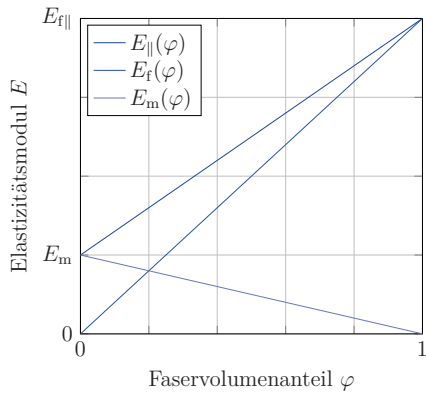


Abbildung 3.3: Elastizitätsmoduli in Abhängigkeit von dem Faservolumenanteil  $\varphi$

Tabelle 3.1: Physikalische Eigenschaften ausgewählter Verstärkungsfasern nach [RM15]

Werkstoff	Faser	Dichte $\rho_f / \text{g/cm}^3$	Zugfestigkeit $R_{f  } / \text{MPa}$	Elastizitätsmodul $E_{f  } / \text{GPa}$
Whisker	SiC	3,18	20000	480
Metall	Bor	2,36	3400	380
Polymer	Aramid	1,45	3000	140
Glas	E-Glas	2,55	3400	70
	S-Glas	2,50	4500	85
Kohlenstoff	HT	1,75	5700	275
	HM	1,90	1900	530

Eine Vielzahl von Produkten beinhaltet Fasern aus Kohlenstoff und Glas als Komponente zur Verstärkung bzw. zur Einstellung diverser Charakteristika. Die Glasfaser ist eine anorganische Faser und besitzt isotrope elastische Eigenschaften. Zur Unterscheidung verschiedener Arten wird bei der Bezeichnung ein Buchstabe vorangestellt, der auf eine spezielle Eigenschaft hinweist, z. B. E-Glas (E für engl. electrical) oder S-Glas (S für engl. strength), das eine höhere Festigkeit im Vergleich zu anderen Gläsern aufweist [Sch07]. Die chemische Zusammensetzung verschiedener Glasarten sind z. B. in [RM15] angegeben.

Die Kohlenstofffaser, auch Carbonfaser genannt, besitzt anisotrope mechanische und thermische Eigenschaften. Die Fasern weisen (in Faserlängsrichtung) bessere Zugfestigkeiten sowie Steifigkeiten als Glasfasern auf und haben zudem noch geringere Dichten, wodurch sich auch vorteilhafte spezifische (dichtebezogene) Kennwerte ergeben. Je nach Anwendungszweck gibt es verschiedene Faserarten, z. B. HT-Fasern (HT für engl. high tenacity, hochfest) und HM-Fasern (HM für engl. high modulus, hoher Elastizitätsmodul) [Sch07]. Einsatzbereiche von Fasern in Kombination mit einem polymeren Matrixsystem sind in Kapitel 3.3.2 angegeben. Im folgenden Abschnitt werden Verstärkungsfasern natürlichen Ursprungs vorgestellt.

### 3.2.2 Naturfasern

#### Einteilung

Naturfasern können aus pflanzlichen, tierischen und mineralischen Fasern bestehen [DIN69]. Abbildung 3.4 zeigt die Einteilung der Naturfasern nach deren Ursprung, dazugehörige Untergruppen und Vertreter [Gri14]. Pflanzliche und tierische Fasern sind dabei organischer Herkunft, wohingegen die mineralische Asbestfaser anorganisch ist. Der Hauptbestandteil pflanzlicher Fasern ist Cellulose und Tierfasern sind aus Proteinen zusammengesetzt.

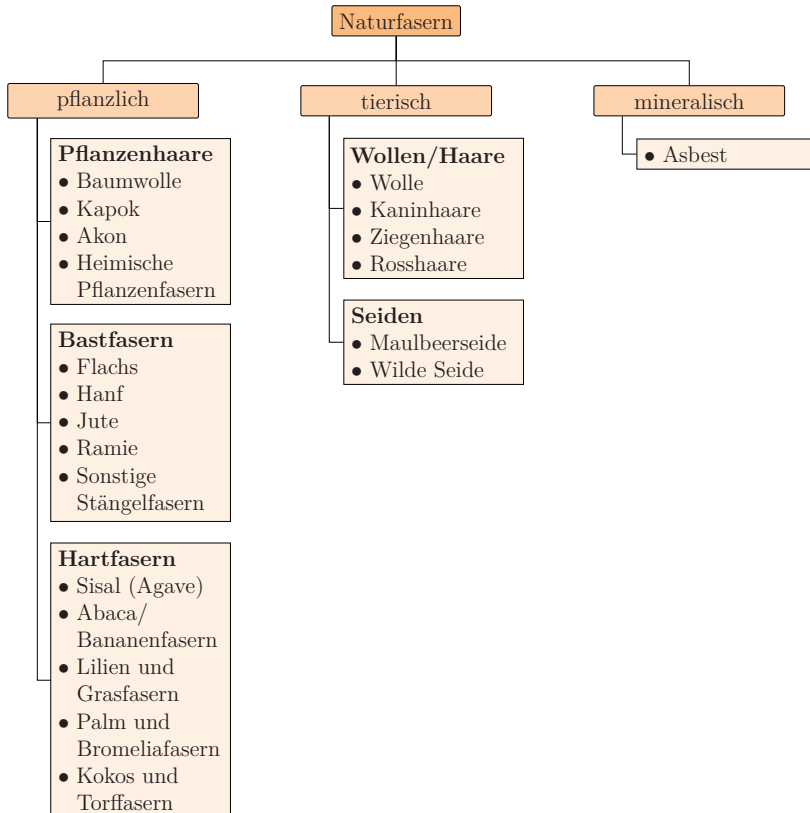
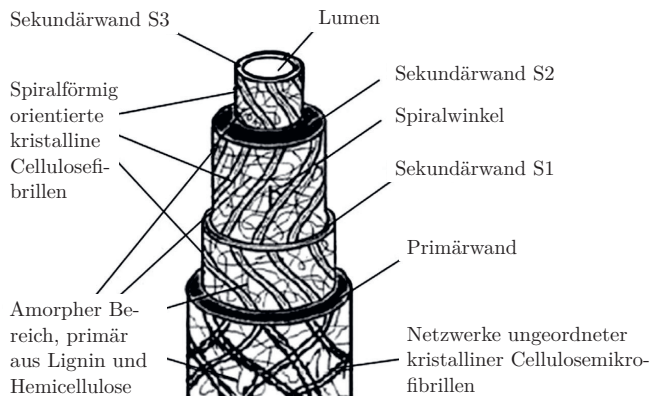


Abbildung 3.4: Einteilung der Naturfasern nach deren Ursprung nach [Gri14]

Des Weiteren kann eine Einteilung nach der Länge in Kurzfasern (z. B. Baumwolle) und Langfasern (z. B. Flachs und Sisal) erfolgen [Fre11]. Naturfasern weisen eine endliche Länge auf und die Faserquerschnitte können unrund und über die Faserlänge veränderlich sein [Che11, DIN90].

## Aufbau

Den grundlegenden Aufbau einer pflanzlichen Naturfaser zeigt Abbildung 3.5. Neben der Primärwand existieren u. a. drei Sekundärwände (S1, S2 und S3) sowie verschiedene Anordnungen der Cellulosefibrillen (spiralförmig zur Faserachse orientiert bzw. ungeordnet). Dabei kann diese Struktur ebenfalls als Verbund, in dem die Fibrillen in der primär aus Lignin und Hemicellulose bestehenden Matrix eingebettet sind, angesehen werden. Die Hohlräume werden auch Lumen genannt [DDB+14].



**Abbildung 3.5:** Schematischer Aufbau einer Naturfaser pflanzlichen Ursprungs [DDB+14]

## Eigenschaften

Eine textilphysikalische Bezugsgröße zur Charakterisierung der Feinheit einer Faser beinhaltet die Länge und die Masse. Die Längenummerierung (metrische Nummer, Kurzbezeichnung Nm) quantifiziert das Verhältnis von der Länge  $l$  (Einheit: Meter) zu der Masse  $m$  (Einheit: Gramm) [Che11, DIN85]. Garne werden beispielsweise mit dieser Nummerierung angegeben, siehe Kapitel 4.1.1.

In Tabelle 3.2 ist die chemische Zusammensetzung ausgewählter Naturfasern dargestellt, wobei die Angaben massebezogen sind. Die drei grundlegenden Bestandteile sind Cellulose, Hemicellulose und Lignin, welche je nach Faser differieren. Tendenziell ist Cellulose der Hauptbestandteil, gefolgt von Hemicellulose und Lignin. Ausgenommen davon ist z. B. die Kokosfaser. Ein Vergleich zwischen Flachs und Hanf zeigt, dass beide Fasern etwa 70 % Cellulose und ca. 20 % Hemicellulose aufweisen. Im Ligninanteil weist Flachs mit rund 2 % deutlich geringere Anteile als Hanf mit 10 % auf.

Durch verschiedene Wachstumsbedingungen (z. B. Boden und Klima) und Einflüsse bei der Verarbeitung (z. B. Ernte und Röste) zum textilen Faserstoff weisen Naturfasern Schwankungen in deren physikalischen Eigenschaften auf (siehe auch Tabelle 3.4).

## Halbzeuge

Um u. a. die Handhabbarkeit der Fasern bei der Verbundbauteilherstellung zu verbessern und den Aufwand, der sich bei einer belastungsgerechten Anordnung der Fasern ergibt, in Grenzen zu halten, werden verschiedene textile Halbzeuge verwendet. Garne sind

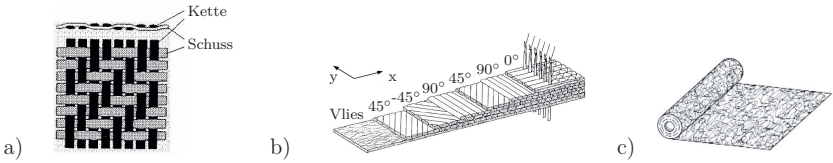
aus textilen Fasern zusammengesetzte linienförmige Gebilde [DIN88]. Werden mehrere Garne miteinander verdreht, entsteht ein Zwirn. Garne und Zwirne finden Anwendung bei der Wickeltechnik und der Pultrusion. Ein Gewebe weist zwei orthogonal zueinander orientierte Faserrichtungen (Kett- und Schussrichtung bzw. die Kurzbezeichnungen Kette und Schuss) auf. In Abbildung 3.6a ist ein Gewebe mit einer Körperbindung dargestellt. Die Kettrichtung verläuft vertikal und die Schussrichtung horizontal. Gewebe werden zur Herstellung flächiger Bauteile verwendet.

**Tabelle 3.2:** Chemische Zusammensetzung ausgewählter Naturfasern nach [FBF+12]

Faser	Cellulose / %	Hemicellulose / %	Lignin / %
Flachs	71	18,6-20,6	2,2
Hanf	68	15	10
Jute	61-71	14-20	12-13
Ramie	68,6-76,2	13-16	0,6-0,7
Sisal	65	12	9,9
Abaca	56-63	20-25	7-9
Bambus	26-43	30	21-31
Kokos	32-43	0,15-0,25	40-45

Multiaxialgelege bestehen aus einzelnen unidirektionalen Schichten, die mit Hilfe gewirkter Maschen wellenförmig verbunden werden, Abbildung 3.6b. Verwendung finden diese Gelege z. B. bei Rotorblättern von Windkraftanlagen. Ein weiteres Halbzeug ist die Matte (Abbildung 3.6c), bei der die Fasern flächig und regellos verteilt sind. Die Faser-matte besteht aus Spinnfädenbündeln und findet Anwendung bei Verkleidungsbauteilen. Maschenware eignet sich aufgrund der guten Drapierfähigkeit für die Herstellung von Crashbauteilen [Sch07].

Die Feinheit kann mit Hilfe verschiedener Feinheitssysteme angegeben werden. Für Garne ist z. B. die Längenummerierung (siehe Kapitel 4.1.1) möglich, wohingegen bei flächigen textilen Gebilden (z. B. Geweben) die Angabe über ein Flächengewicht erfolgen kann.



**Abbildung 3.6:** Schematische Darstellung ausgewählter textiler Halbzeuge:  
a) Gewebe [Sch07], b) Multiaxialgelege [Sch07], c) Matte [Sch07]

3.2.3 Polymere Matrixsysteme

Ein polymeres Matrixsystem ist ein makromolekularer Werkstoff, der aus einer Vielzahl an Monomeren besteht. Die Makromoleküle werden durch chemische Reaktion der Monomere gebildet. Die Formgebung kann über verschiedene Verfahren realisiert werden [RM15]:

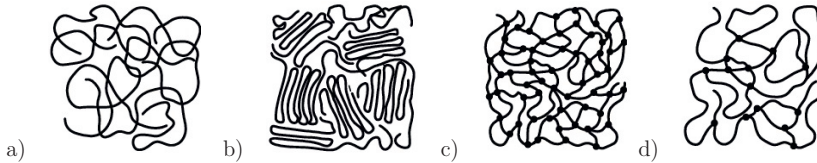
- V1 Extrudieren:** In einem Extruder wird das Polymer verdichtet und erwärmt und somit fließfähig (plastischer Zustand) gemacht, um es anschließend durch eine Düse in die Form zu pressen. Anwendung findet das Extrudieren z. B. bei Rohren und Strangpressprofilen.
- V2 Spritzgießen:** Das erhitzte, geschmolzene oder sich im plastischen Zustand befindliche Polymer wird in eine Form gespritzt. Nach dem Erkalten des Kunststoffs wird die Form geöffnet und das Teil ausgeworfen. Hierbei können komplexe Geometrien hergestellt werden.
- V3 Blasformen:** Ausgangsprodukt ist ein erwärmtes dickwandiges Rohr, welches vor dem Blasformen an einer Seite verschlossen und anschließend mit Innendruck beaufschlagt wird, um die Formgebung zu erreichen. Das Verfahren wird zur Herstellung dünnwandiger Behälter und Hohlkörper sowie dünner Folien genutzt.
- V4 Kalandrieren:** Das flüssige Polymer wird auf Walzenpaare, die sich gegenläufig drehen, gegossen. Die Bauteildicke wird über das Spaltmaß am letzten Walzenpaar festgelegt.
- V5 Pulvertechnik:** Eine Pulvertechnik ist u. a. das Pressintern. Dabei wird ein Pulver in eine Form gefüllt und anschließend unter Temperatur- und Druckeinfluss gesintert.
- V6 Gießen:** Das flüssige Polymer wird in eine Form gegossen und härtet in dieser aus.
- V7 Schäumen:** In eine Kunststoffschmelze kommt es durch das Einbringen von Gasen zur Bildung von Gasblasen, die bei der Vernetzungsreaktion zu Hohlräumen im festen Formstoff führen.

Bezüglich des Aufbaus können Thermoplaste, Duroplaste und Elastomere unterschieden werden. Thermoplaste bestehen aus Makromelküllen, die räumlich nicht miteinander vernetzt sind, wodurch diese bei Zunahme der Temperatur plastisch verformt werden können. Dieser reversible Prozess (Schmelzen bzw. Erstarren) ermöglicht die Schweißbarkeit dieser Polymerwerkstoffe. Thermoplaste werden weiterhin in amorph und teilkristallin differenziert. Der strukturelle Aufbau ist in Abbildung 3.7a bzw. 3.7b dargestellt. Vertreter thermoplastischer Matrixsysteme sind Polypropylen (PP), Polyethylenterephthalat (PET), Polyamid (PA) und Polyphenylsulfid (PPS) [Sch07, Gri14, RM15].

Bei Duroplasten erfolgt die chemische Vernetzungsreaktion, sogenannte Härtung, zum festen Formstoff mit einer Härterkomponente durch Polyaddition. Die Molekülketten sind dabei engmaschig vernetzt, siehe Abbildung 3.7c. Ein anschließendes Aufschmelzen bzw. Umformen ist aufgrund der vollständigen (unlöslichen) Vernetzung nicht gegeben. Epoxidharze, Kurzbezeichnung EP, sind Reaktionsharze und gehören zur Gruppe der duroplastischen Matrixsysteme. Weitere Vertreter sind Vinylesterharze (VE) und Phenolharze (PF) [Sch07].

Elastomere sind ebenso wie Duroplaste untereinander vernetzt. Der Vernetzungsgrad ist jedoch geringer, d. h. weitmaschiger, wodurch diese elastisch verformbar, jedoch nicht schmelzbar sind, Abbildung 3.7d [RM15]. Vertreter von Elastomeren sind z. B. Butadien-Kautschuk (engl. butadiene rubber, BR) und Naturkautschuk (engl. natural rubber, NR).

Details zu Polymerwerkstoffen hinsichtlich deren Synthese und Kettenstruktur sowie physikalischen und mechanischen Eigenschaften der genannten und weiteren Vertretern sind z. B. in [RM15] zu finden. Als polymere Matrixsysteme können Thermo-, Duroplaste und Elastomere für den Faser-Kunststoff-Verbund verwendet werden.



**Abbildung 3.7:** Schematische Darstellung der Kettenstruktur von Polymeren:

- a) Linearer, amorpher Thermoplast [Sch07], b) Linearer, teilkristalliner Thermoplast [Sch07], c) Duroplast [Sch07], d) Elastomer [Sch07]

Durch die Kombination von Fasern und Matrix ergeben sich für den Verbund u. a. folgende Vorteile gegenüber metallischen Werkstoffen [Sch07]:

- V1** hohe Festigkeiten,
- V2** hohe Steifigkeiten,
- V3** niedrige Dichten,
- V4** freie Formgestaltung,
- V5** einstellbare elektrische Eigenschaften (vom Isolator bis zum Leiter),
- V6** gute Korrosionsbeständigkeit und
- V7** hohe auf die Dichte bezogene Werte hinsichtlich des Energieaufnahmevermögens.

Des Weiteren können die Temperatur- und Oxidationsbeständigkeit, die Wärmedehnung und -leitfähigkeit sowie die Risszähigkeit beeinflusst werden [RM15].

## 3.3 Faser-Kunststoff-Verbunde

### 3.3.1 Herstellungsverfahren

Bei der Herstellung von faserverstärkten Kunststoffen gibt es eine Vielzahl von Verfahren, wobei auch bekannte Verfahren zur Fertigung von (unverstärkten) Polymerwerkstoffen (Kapitel 3.2.3) genutzt werden. Im folgenden Abschnitt werden ausgewählte Herstellungsmöglichkeiten beschrieben [RM15, Wil14]:

- V1 Handlaminieren:** Das herzustellende Bauteil bekommt in Formschalen oder auf Kernformen seine geometrische Gestalt. Dazu werden z. B. Gewebe oder Matten zugeschnitten und in die Form gelegt. Anschließend folgt die Tränkung der Halbzeuge mit einem Polymer. Das Aushärten kann zudem unter der Einwirkung von Druck und Temperatur, z. B. in einem Autoklaven, erfolgen.
- V2 Wickeltechnik:** Kontinuierliche Fasern bzw. linienförmige Halbzeuge werden auf einen Dorn gewickelt. Davor erfolgt eine Tränkung in einem Harz-Härter-Bad.
- V3 Aufspritzen:** Die (kontinuierlichen) Fasern werden zerkleinert und zusammen mit dem Harz-Härter-Gemisch mit Druckluft in eine Form gespritzt.

- V4 *Spritzgießen*: Das Verfahren ist analog zum Spritzgießen unverstärkter Polymere, allerdings werden hier Kurzfasern beigemischt.
- V5 *Pultrusion*: Herstellung von faserverstärkten Profilen durch Beimischung von Verstärkungsfasern in einen plastifizierten Kunststoff, der durch eine Düse zu einem Profil gezogen wird.
- V6 *Pressverfahren*: Hierbei werden zugeschnittene Halbzeuge (z. B. Matten oder Gewebe) mit Harz getränkt und in einer Presse folgt anschließend die Herstellung des Bauteils.

Weitere Fertigungsverfahren und deren Spezifika sind beispielsweise in [Wil14] beschrieben.

### 3.3.2 Einsatzbereiche und Anwendungsbeispiele

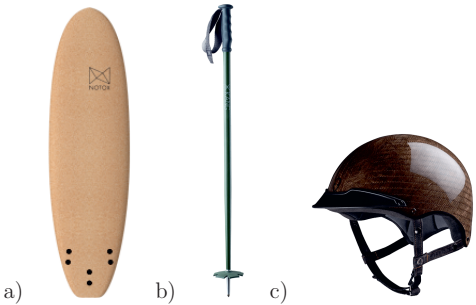
Faserverstärkte Kunststoffe finden aufgrund ihrer (einstellbaren) Eigenschaften in vielen Industriezweigen Anwendung. Anhand der vier folgenden Bereiche werden die Vorteile von Faser-Kunststoff-Verbunden gegenüber dem Einsatz von konventionellen Werkstoffen beschrieben, [Sch07]:

- B1 *Maschinenbau*: Reduktion der Massen bzw. Massenträgheitsmomente stark beschleunigter Komponenten, z. B. bei Textilmaschinen und Robotern. Erhöhung kritischer Eigenfrequenzen durch die dichtespezifischen Steifigkeiten, z. B. bei Werkzeugspindeln oder Walzen in Druckmaschinen.
- B2 *Elektrotechnik*: Verwendung von glasfaserverstärkten Kunststoffen aufgrund deren hoher elektrischer Isolationsfähigkeit bei gleichzeitig hohen Steifigkeiten und Festigkeiten, z. B. bei Leiterplatten und Isolatoren.
- B3 *Fahrzeugbau*: Hohe gestalterische Freiheit der Komponenten bezüglich ihrer Form in Kombination mit Massenreduktion, hohen Festigkeiten und Energieabsorptionsraten, z. B. Verkleidungsbauteile (Lkw-Fahrerkabinen, Innenverkleidungen und Sanitärzellen in Reisezugwagen) sowie auch hochbelastetere Strukturen wie Rennwagen-Monocoques.
- B4 *Boots- und Schiffsbau*: Eine hohe gestalterische Formfreiheit sowie die Korrosionsbeständigkeit und der daraus verminderte Wartungsaufwand werden genutzt. Die Leichtbauweise bewirkt zudem einen geringeren Tiefgang, das bedeutet geringere Widerstandskräfte und reduzierte Antriebsleistungen für gleiche bzw. höhere Geschwindigkeiten.

Weitere Einsatzbereiche von Faser-Kunststoff-Verbunden sind u. a. im Apparate- und Rohrleitungsbau, in der Luft- und Raumfahrt sowie im Bauwesen und beim Bau von Sportgeräten. Im Folgenden wird ausschließlich auf Verbundwerkstoffe mit Naturfaserverstärkung eingegangen. Anwendungen für Verstärkungen mit Naturfasern aus Flachs und Hanf sind in Tabelle 3.3 und Abbildung 3.8 enthalten.

**Tabelle 3.3:** Beispiele für Anwendungen mit Naturfasern nach [PBP+16, PEL16]

Bereich	Beispiele
Fahrzeugbau	Verkleidungskomponenten: Türverkleidungen, Hutablagen, Armaturen Bretter, Sonnenblenden Stukturkomponenten: Rückenlehnen
Bauwesen	Tür- und Fensterrahmen, Zementbeigabe
Flugzeugbau	Innenverkleidungen
Sportgeräte	Surfbretter, Tennisschläger, Fahrräder, Angeln, Skistöcke
Sicherheitstechnik	Fahrradhelme
Musik	Lautsprecherboxen, Gitarrenkorpusse
Innenausstattung	Stühle, Lampen



**Abbildung 3.8:** Anwendungen mit Naturfasern:  
a) Surfbrett [Not19] , b) Skistock [Kan19] , c) Fahrradhelm [Egi19]

3.3.3 Begriffe und Werkstoffgesetz

Ausgangspunkt für die Spannungs- und Verformungsanalyse von Mehrschichtverbunden ist die Einzelschicht (Abbildung 3.9a), für die folgende Annahmen gelten [Sch07]:

- A1 Die Fasern verlaufen parallel in einer Richtung,
- A2 Die Fasern sind gleichmäßig über den Querschnitt verteilt,
- A3 Die Fasern sind ideal gerade und verlaufen ohne Unterbrechung und
- A4 Matrix und Fasern haften ideal aneinander, d.h. es treten bei Belastung keine Verschiebungen an der Grenzfläche zwischen Faser und Matrix auf.

Eine Einzelschicht wird (bei Faser-Kunststoff-Verbunden) auch als unidirektionale Schicht bezeichnet. Das Stapeln mehrerer Einzelschichten (mit unterschiedlichen Faserorientierungen) ergibt einen Mehrschichtverbund (Abbildung 3.9b). Im folgenden Abschnitt wird auf das (lineare) Werkstoffgesetz der unidirektionalen Schicht eingegangen. Ausführlichere Erläuterungen sowie weitere Sonderfälle sind u. a. in [Sch07] zu finden.

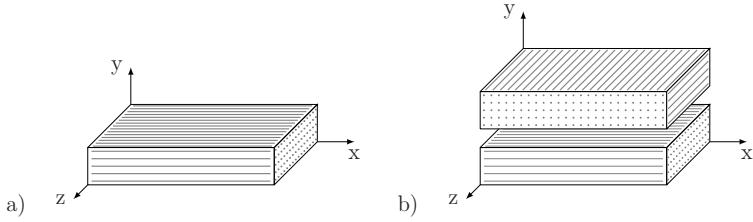


Abbildung 3.9: Schichten:

- a) Unidirektionale Schicht,  
b) Mehrschichtverbund aus mehreren Einzelschichten

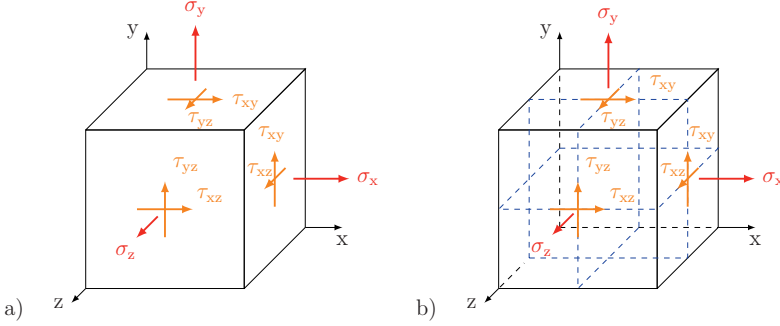
### Triklone Anisotropie

Die Formulierung des Werkstoffgesetzes, welches den Zusammenhang zwischen Spannungen und Verformungen wiedergibt, erfolgt an einem Volumenelement. Allgemein wirken 3 Normalspannungen  $\sigma_i$  und 6 Schubspannungen  $\tau_{ij}$  mit  $i, j = x, y, z$ . Der allgemeinste Fall wird als triklone bzw. vollständige Anisotropie bezeichnet (siehe Abbildung 3.10 a). Die Schubspannungen sind paarweise einander zugeordnet ( $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ ), wodurch sich deren Anzahl auf 3 reduziert. Das *Hooke'sche* Gesetz für den räumlichen Spannungszustand ist im Gleichungssystem (3.11) angegeben. Die Kurzschreibweise lautet  $\{\sigma\} = [C] \cdot \{\varepsilon\}$ . Dabei bezeichnen  $\{\sigma\}$  den Spannungsvektor,  $[C]$  die Steifigkeitsmatrix und  $\{\varepsilon\}$  den Verzerrungsvektor.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

Das Gleichungssystem (3.12) für den räumlichen Verzerrungszustand resultiert aus der inversen Steifigkeitsmatrix  $[C^{-1}]$ , die als Nachgiebigkeitsmatrix  $[S]$  bezeichnet wird. Die Kurzschreibweise lautet  $\{\varepsilon\} = [S] \cdot \{\sigma\}$  mit  $[S] = [C^{-1}]$ . Über Energiebetrachtungen kann nachgewiesen werden, dass bei den Matrizen eine Symmetrie zur Hauptdiagonalen vorliegt, woraus für die Elemente  $C_{ij} = C_{ji}$  bzw.  $S_{ij} = S_{ji}$  folgt. Im resultierenden Werkstoffgesetz stellen 21 unabhängige Konstanten die Beziehung zwischen den Spannungen (3 Normalspannungen und 3 Schubspannungen) und den Verzerrungen (3 Dehnungen und 3 Gleitungen) dar.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$



**Abbildung 3.10:** Spannungen an einem Volumenelement:  
a) Triklone Anisotropie, b) Orthotropie

### Orthotropie

Durch das Vorliegen von Symmetrieebenen wird die Anzahl der unabhängigen Konstanten verringert. Im Fall von drei vorkommenden Symmetrieebenen, die orthogonal zueinander liegen, sind noch 9 Konstanten notwendig (siehe Abbildung 3.10 b). Diese Konstellation wird als Orthotropie (bzw. rhombische Anisotropie) bezeichnet. Für den räumliche Verzerrungszustand ergibt sich das Elastizitätsgesetz nach dem Gleichungssystem (3.13).

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Dargestellt mit Ingenieurkonstanten (Querkontraktionszahlen sowie Elastizitäts- und Schubmoduln) ergibt sich das Gleichungssystem (3.14).

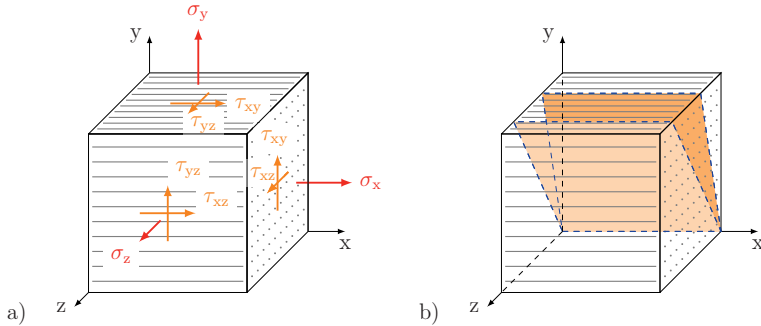
$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

In Gleichung (3.15) sind die Beziehungen aufgrund der Symmetrieeigenschaften ( $S_{ij} = S_{ji}$ ) angegeben.

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x}; \quad \frac{\nu_{yz}}{E_y} = \frac{\nu_{zy}}{E_z} \quad \text{und} \quad \frac{\nu_{zx}}{E_z} = \frac{\nu_{xz}}{E_x} \quad (3.15)$$

## Transversale Isotropie

Die transversale Isotropie ist ein Sonderfall der Orthotropie, bei der senkrecht zu einer isotropen Ebene unendlich viele Symmetrieebenen vorliegen. Unidirektionale Schichten sind transversal isotrop und die isotrope Ebene ist senkrecht zur Faserlängsrichtung orientiert. Alle Schnitte normal zu der isotropen Ebenen weisen gleiche Eigenschaften auf (vgl. Abbildung 3.11). Das Werkstoffgesetz für den räumlichen Verzerrungszustand ist im Gleichungssystem (3.16) angegeben.



**Abbildung 3.11:** Transversale Isotropie:

- a) Spannungen an einem Volumenelement (unidirektionale Schicht),
- b) Ebenen normal zur isotropen Ebene

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Bei transversaler Isotropie genügen 5 unabhängige Konstanten, welche auch als Grund-Elastizitätsgrößen bezeichnet werden, zur Beschreibung des Werkstoffgesetzes [Sch07]:

- 2 Elastizitätsmoduln:  $E_x$ ,  $E_y = E_z$ ,
- 1 Schubmodul:  $G_{xy} = G_{xz}$  und
- 2 Querkontraktionszahlen:  $\nu_{xy} = \nu_{xz}$ ,  $\nu_{yz}$ .

Das Gesetz mit Ingenieurskonstanten ist im Gleichungssystem (3.17) dargestellt. Die weiteren Größen werden mit Hilfe der Grund-Elastizitätsgrößen bestimmt, siehe z. B. [Sch07].

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{yz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{yz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

### Isotropie

Ist das elastische Materialverhalten in alle Raumrichtungen identisch, liegt Isotropie vor. Für die Beschreibung des Werkstoffgesetzes genügen 2 unabhängige Konstanten (Elastizitätsmodul  $E$  und Querkontraktionszahl  $\nu$ ), siehe Steifigkeitsmatrix des Gleichungssystems (3.18).

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Der Schubmodul  $G$  wird über Gleichung (3.19) ermittelt.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.19)$$

Erfolgt die Belastung schräg zur Faserlängsrichtung, sind die Verzerrungen und Spannungen sowie die Steifigkeiten bzw. Nachgiebigkeiten zu transformieren. Die Umrechnungen sind z. B. in [Sch07] beschrieben. Die Zusammensetzung von Einzelschichten verschiedener Orientierung ergibt einen Mehrschichtverbund, für den die (transformierten) Werkstoffgesetze verwendet werden. Bei der Analyse von Mehrschichtverbunden kommt die Klassische Laminattheorie (engl. classical laminate theory, Kurzbezeichnung CLT) zur Anwendung. Erläuterungen zu deren Annahmen, Anwendungsgrenzen und der (mechanischen) schichtenweisen Spannungs- und Verformungsanalyse sind z. B. in [Sch07] zu finden.

Im Folgenden werden wissenschaftliche Arbeiten anderer Autoren, die mechanische und bruchmechanische Eigenschaften sowie Bruch- und Versagenserscheinungen von Faser-Kunststoff-Verbunden zum Gegenstand haben und hinsichtlich der eigenen Untersuchungsschwerpunkte relevant sind, vorgestellt.

3.3.4 Mechanische Eigenschaften

Es liegen zahlreiche Untersuchungen zur Charakterisierung der mechanischen Eigenschaften von Naturfaser-Kunststoff-Verbunden vor. Faruk et al. [FBF+12] geben einen Rückblick über verfügbare Naturfasern und Matrixsysteme (der Jahre 2000 bis 2010). Arbeiten zu Verbunden mit Verstärkungsfasern wie z. B. Flachs, Hanf, Jute, Sisal und Kokos sind zusammengefasst. Dabei werden verschiedene physikalische und chemische Verfahren genannt, welche Eigenschaftsmodifikationen der Naturfasern und deren Interaktion mit der Matrix bewirken. Da die Naturfaser hydrophil und das polymere Matrixsystem hydrophob sind, liegt ein Schwerpunkt auf den Adhäsionseigenschaften der Komponenten.

Physikalische Verfahren, z. B. Strecken oder Wärmebehandlung, verändern dabei die Struktur- und Oberflächeneigenschaften der Faser, wodurch die mechanischen Bindung zwischen Faser und Matrix verbessert wird. Möglichkeiten zur Aktivierung der Oberflächen (Erhöhung der Oberflächenspannung) beider Verbundkomponenten sind die Koronabehandlung und die Plasmabehandlung. Bei den chemischen Verfahren kann die Modifikation der Fasern mit Silanen, Alkalien (z. B. Natriumhydroxid) oder durch Anlagerung von Acetylgruppen (Acetylierung) erfolgen. Beispielweise werden bei der Alkalibehandlung an der Faseroberfläche befindliche Lignin, Wachs- und Ölbestandteile entfernt, um bessere Haftungseigenschaften zwischen Faser und Matrix zu erzielen. Die Verwendung von Maleinsäureanhydrid ermöglicht sowohl die Modifikation der Faser als auch der Matrix. Des Weiteren kann die Faser enzymatisch behandelt werden.

Einflussfaktoren wie Feuchtigkeit, Art und Anteil der Fasern auf den Herstellungsprozess und deren Wirkung auf den Verbund werden ebenfalls hervorgehoben sowie Verfahren zur Herstellung von faserverstärkten Verbunden mit thermo- oder duroplastischen Matrixsystemen aufgezeigt. Bei den mechanischen Eigenschaften wird speziell auf die Zug- und Elastizitätseigenschaften sowie das Energieaufnahmevermögen (dynamisches Verhalten bei Aufprall) eingegangen. In Tabelle 3.4 sind physikalische Eigenschaften ausgewählter Naturfasern dargestellt.

Tabelle 3.4: Physikalische Eigenschaften ausgewählter Naturfasern nach [FBF+12]

Faser	Dichte $\rho_f$ / g/cm <sup>3</sup>	Zugfestigkeit $R_{f  }$ / MPa	Elastizitätsmodul $E_{f  }$ / GPa	Bruchdehnung $\varepsilon_{f  }$ / %
Flachs	1,5	345-1035	27,6	2,7-3,2
Hanf	1,48	690	70	1,6
Jute	1,3	393-773	26,5	1,5-1,8
Ramie	1,5	560	24,5	2,5
Sisal	1,5	511-635	9,4-22	2,0-2,5
Abaca	1,5	400	12	3-10
Bambus	0,6-1,1	140-230	11-17	–
Kokos	1,2	175	4-6	30

Die meisten Fasern haben eine Dichte  $\rho_f$  im Bereich von 1,3 bis 1,5 g/cm<sup>3</sup>. Flachs, Hanf und Jute weisen die größten Zugfestigkeiten in Faserlängsrichtung  $R_{f||}$  auf, jedoch unterliegen die Kennwerte Streuungen aufgrund ihres natürlichen Ursprungs. Hanf hat vergleichsweise den größten Elastizitätsmodul ( $E_{f||} = 70$  GPa). Bis auf Abaca und Kokos weisen die anderen Fasern Bruchdehnungen bis ca. 3 % auf.

Einen weiteren Überblick geben *Dicker et al.* [DDB+14], wobei neben den Komponenten (Naturfasern und Biopolymere) auch verschiedene Merkmale der Verbunde wie Alterungsbeständigkeit, biologische Abbaubarkeit, toxikologische Beurteilung und Emissionsbilanz sowie energetische und wirtschaftliche Aspekte betrachtet werden. Bei den Naturfasern pflanzlichen Ursprungs erfolgt bei dem Vergleich verschiedener Merkmale (physikalische Eigenschaften, chemische Zusammensetzung sowie wirtschaftliche Aspekte) eine weitere Unterteilung in vier Faserarten: Frucht (z. B. Kokos), Bast (z. B. Flachs), Blatt (z. B. Sisal) und Gras (z. B. Bambus). Darüber hinaus sind *Ashby*-Diagramme, u. a. mechanische Kennwerte (Elastizitätsmoduln und Zugfestigkeiten) über der Dichte bzw. den Kosten zum Vergleich und zur grafischen Auswahl der Materialien dargestellt.

Aufgrund der Verwendung biologisch abbaubarer Materialien weisen biogene Verbunde eine geringere Lebensdauer als synthetische Verbundwerkstoffe auf. Sind diese zusätzlichen Umwelteinflüssen, z. B. erhöhter Feuchtigkeit, ausgesetzt, erfolgt die Degradation infolge des Wachstums von Pilzen und Bakterien, resultierend in reduzierten Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften. Neben den Naturfasern, die bereits aufgrund ihres Ursprung natürlich abbaubar sind, sind auch biologisch abbaubare Kunststoffe verfügbar, wobei der Nutzungszeitraum und die physikalischen Eigenschaften zwei Kriterien bei der Komponentenauswahl darstellen. Beispielsweise werden reine Polylactide innerhalb von zwei Jahren in die Bestandteile Kohlenstoffdioxid, Wasser und Methan abgebaut, wohingegen erdölbasierte Matrixsysteme mehrere Jahrhunderte benötigen.

Die Substitution von synthetischen Fasern durch Naturfasern spiegelt sich auch in der toxikologischen Beurteilung wieder. Bezogen auf den gesamten Lebenszyklus resultieren bei der Verwendung von Chinaschilf als Verstärkungsfasern Reduktionen der Giftstoffe um 43 %, karzinogener Substanzen um 63 % und Schwermetallbestandteile um 71 % im Vergleich zu Glasfasern. Im energetischen Bereich wird die graue Energie bilanziert, wobei nur die Energie für die Herstellung der Verbundkomponenten berücksichtigt wird. Die Produktionsenergie ist bei synthetischen Faser um den Faktor 10 größer als bei Naturfasern.

*Liang et al.* [LGG15] führen (quasistatische) Untersuchungen an Verbunden durch, welche jeweils aus Flachsfasern und E-Glasfasern mit einem Epoxidharz kombiniert sind. Schwerpunkte sind die Ermittlung der mechanischen Eigenschaften von uni- und multidirektionalen Verbunden bei Zug-, Druck- und ebener Schubbelastung sowie die Beschreibung der dabei auftretenden Versagensfälle. Bei annähernd gleichen Faservolumenanteilen ( $\varphi \approx 43\%$ ) weisen die glasfaserverstärkten Verbunde größere Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften als Verbunde mit Flachs auf. Mehrschichtverbunde, bei denen die Fasern parallel zur Belastungsrichtung orientiert sind, weisen bei Druckbeanspruchung etwa 50 % der Zugfestigkeitskennwerte auf. Als Gründe werden die geringeren Druckeigenschaften der Fasern und ein knickstabähnliches Verhalten, bedingt durch die nicht vollständige parallele Faseranordnung im Verbund (wellenförmig), genannt.

Des Weiteren wird anhand von unidirektionalen Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunden festgestellt, dass die bei einer Einzelfaser auftretenden Eigenschaftsstreuungen sich auf den Verbund weniger stark auswirken, weil durch die Vielzahl an Einzelfasern eine Mittelung (Homogenisierung) der Eigenschaften stattfindet. Die Bruchflächenanalyse zeigt bei Belastungen parallel zu den Flachsfasern Faserbrüche mit Auszügen aus der Matrix. An den Glasfasern haften mehr Matrixpartikel als an den Naturfasern, woraus auf eine schlechte Adhäsionseigenschaften zwischen den Flachsfasern und der Matrix geschlossen werden kann. Darüber hinaus sind Flachsfaserteilchen, teilweise getrennt von den Fasern, in den fraktografischen Aufnahmen zu erkennen. Das Vorkommen von Flachsresten sowohl an

der Matrix als auch an den Faseroberflächen lässt vermuten, dass die Adhäsion zwischen Primär- und Sekundärzellwand der Faser vergleichbar mit den Grenzflächeneigenschaften von primärer Faserzellwand und Epoxidmatrix ist. Somit kann die Separation der Zellwände als ein weiterer Versagensmechanismus (siehe Kapitel 3.3.6) betrachtet werden.

*Baley et al.* [BKL+16] stellen bei einer Studie fest, dass sich der niedrigere Schubmodul von Flachfasern im Vergleich zu Glasfasern vorteilhaft auf den Verbund auswirkt, da die Kennwerte der Einzelkomponenten ähnlicher sind. Die Schubspannungs-Dehnungskurven zeigen bei glasfaserverstärkten Epoxidharzen ein nichtlineares Materialverhalten, wohingegen Verbunde mit Flachfaserverstärkung sich spröde verhalten. Experimentelle und analytische Ergebnisse des (ebenen) Schubmoduls für verschiedene Faservolumenanteile ergeben, dass die Erhöhung der Faseranzahl bei Flachs einen linearen Anstieg des Schubmoduls bewirkt und bei Glasfasern ein exponentieller Anstieg zu verzeichnen ist. Der Schubmodul der Matrix beträgt dabei  $G_m = 1100 \text{ MPa}$ . Bei gleichen Verzerrungen (Gleitungen) und Faservolumenanteilen weisen Verbunde mit Glasfasern bessere Schub Eigenschaften (Steifigkeiten und Festigkeiten) als Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunde auf. Die fraktografische Analyse zeigt ebenfalls Ablösegebiete zwischen den einzelnen Zellwänden der Flachfasern.

Die Eigenschaften von Flachsfaser-Epoxidharz-Verbundwerkstoffen infolge von quasistatischen und Ermüdungsbelastungen werden von *Bensadoun et al.* [BVL+16] für verschiedene Faserformen (u. a. Zwirn, Gewebe und Wirrfasermatte) gegenübergestellt. Bis auf die Verbunde mit Wirrfasermatte, bei denen der Faservolumenanteil  $\varphi = 30\%$  beträgt, enthalten die Verbunde der restlichen Faserkonfigurationen  $40\%$  Fasern ( $\varphi = 40\%$ ). Die größten Steifigkeits- und Festigkeitswerte weisen dabei unidirektionale Schichten, gefolgt von Kreuzverbunden, Verbunden mit Gewebeverstärkung bis hin zu Wirrfaserverbunden auf. Die Faserarchitektur hat dabei einen Einfluss auf die Ermüdungseigenschaften, wobei aus größeren (statischen) Festigkeiten und Steifigkeiten ein besseres Ermüdungsverhalten (z. B. hinsichtlich einer verzögerten Schadensinitiierung und einer größeren Anzahl ertragbarer Lastwechselzahlen) resultiert.

Weitere Einflussfaktoren sind die Schichtreihenfolge (des Mehrschichtverbundes), die Webarten der Fasergewebe (z. B. Köper oder Leinen) und die Faserorientierung. In den Spannungs-Dehnungs-Diagrammen ergeben sich Hystereseschleifen, die mit steigenden Lastwechselzahlen in Richtung größerer Dehnungen tendieren. Dieses Verhalten weist auf sich akkumulierende, plastische Verformungen hin. Bei der Analyse versagter Probekörper treten verschiedene Versagensmechanismen wie Versagen der Faser und/oder Matrix sowie Faserauszüge und Ablösungen zwischen den Komponenten auf.

*Meredith et al.* [MEC+12] weisen in Untersuchungen zum Energieaufnahmevermögen von faserverstärkten Kunststoffen (Flachs-, Jute-, Hanf- und Kohlenstofffasern als Verstärkungskomponente) nach, dass deren massenspezifische Energieabsorptionsraten im Vergleich zu metallischen Strukturen prinzipiell größer sind. Die Energieumwandlung erfolgt aufgrund der jeweiligen Grundkonstitution bei Verbunden und Metallen auf unterschiedliche Arten, die mit den Versagensmechanismen gekoppelt sind. Während bei faserverstärkten Kunststoffen Mechanismen wie Faser- bzw. Matrixbruch sowie Ablösungserscheinungen der Komponenten und Delaminationen auftreten, erfolgt die Umwandlung bei Metallen über plastische Verformungen. Einen entscheidenden Einfluss auf das Aufnahmevermögen hat der relative Faservolumenanteil, wobei bei höheren Anteilen mehr Energie dissipiert wird. Bei vergleichbaren Fasermengen absorbieren kohlenstoffaserverstärkte Verbunde

(55,7 J/g) gefolgt von Verbunden mit Fasern aus Hanf (54,3 J/g), Flachs (48,5 J/g) und Jute (32,6 J/g) die meiste (massebezogene) Energie.

### 3.3.5 Bruchmechanische Eigenschaften

Untersuchungen zu dem Rissverhalten und den Risszähigkeiten von Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunden (mit Faservolumenanteilen  $\varphi > 30\%$ ) durch *Liu* und *Hughes* [LH08] zeigen, dass die Orientierung der verwendeten Flachsfasergewebe – insbesondere das Verhältnis der Fasern in Kett- und Schussrichtung – einen signifikanten Einfluss bezüglich der Risspfadentwicklung aufweist. Neben den Gewebekonstruktionen (Webarten) sind die Faserfeinheit (in Schussrichtung) und die Schichtreihenfolge weitere Parameter. Die mechanischen Eigenschaften werden mit Hilfe von jeweils fünf Zugproben mit Belastungen parallel bzw. senkrecht zur Kettrichtung bei einer Prüfgeschwindigkeit  $v = 10 \text{ mm/min}$  ermittelt. Die Variation der Schussfadenfeinheit hat die Auswirkung, dass feinere Fasern (geringere Fasermengen) kleinere Steifigkeits- und Festigkeitswerte in die Schussrichtung bedingen. Bei Belastung in Kettrichtung nehmen die Werte mit geringerer Fasermenge zu. Als ein Grund dafür wird der Durchmesser des Schussfadens genannt. Eine Verringerung des Durchmessers führt zu geringeren Welligkeiten (Ondulationen) im Gewebe, wodurch die Eigenschaften (in Kettrichtung) besser ausgenutzt werden.

Die Verwendung unterschiedlicher Webarten (Verhältnisse der Kett- und Schussfäden) hat keinen signifikanten Einfluss auf die Eigenschaften in Schussrichtung. In Kettrichtung treten Erhöhungen der Steifigkeiten und Festigkeiten auf, wenn die Kettfäden weniger Richtungsänderungen erfahren und somit das Gewebe infolgedessen eine geringere Anzahl an Ondulationen aufweist. Wird die Schichtreihenfolge variiert, sind die Zugeigenschaften (in Kettrichtung und vergleichbaren Faseranteilen) bei unidirektionalen Mehrschichtverbunden ( $[0_3]$ ) etwas größer als bei Kreuzverbunden mit der Schichtreihenfolge  $[0/90/0]$ . Mit der Kreuzverbundanordnung werden Eigenschaftsunterschiede in den jeweiligen Richtungen (Anisotropiegrad) reduziert, wobei die Verbundeigenschaften nur geringfügig kleiner als die Werte der vollständig unidirektionalen Ausrichtung sind.

Für die bruchmechanischen Untersuchungen dienen Kompaktzugproben (Kurzbezeichnung CT-Probe, engl. compact tension specimen), bei denen der Initialriss jeweils über mehrere Schritte erzeugt wird. Nach dem Fertigen einer Kerbe mit Hilfe eines Diamantsägeblattes wird der Anfangsriss am Kerbgrund sägend mit einer Rasierklinge erzeugt (analog den Beschreibungen nach *Anderson* [And95]). Die Fertigung der Proben erfolgt so, dass nach Einbringen der Kerbe (bzw. des Initialrisses) eine parallele oder senkrechte Ausrichtung (der Kerbe bzw. des Risses) zur Kettrichtung der äußersten Laminatschicht vorliegt. Die Prüfgeschwindigkeit beträgt  $0,4 \text{ mm/min}$ . Befindet sich der Initialriss parallel zum Kettfaden, wächst der Riss semistabil und im Kraft-Verschiebungs-Diagramm treten zackenförmige Verläufe auf. Bei senkrechter Rissausgangskonfiguration (parallel zum Schussfaden) findet eine stabile Rissausbreitung statt. Das Materialverhalten ist dabei nichtlinear, wobei als Grund u. a. die Ausrichtung (Glättung) der (ondulierten) Schussfäden während der Lasteinwirkung genannt wird. Bei parallel zur Kettrichtung orientierten Anfangsrissen sind die Abweichungen von dem linearen Verhalten, auch bedingt durch weniger ausgeprägte Ondulationen der Kettfasern, geringer.

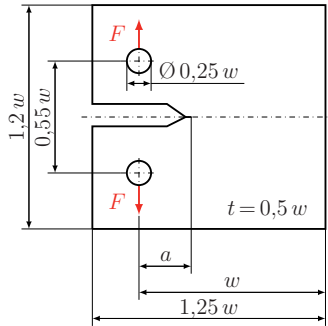
Der Geometriefaktor wird in erster Näherung mit Hilfe der durch *Srawley* [Sra76] aufgestellten Gleichung (3.20) berechnet, welche für homogene und isotrope Kompaktzugproben

konzipiert ist. Die Geometrie und Abmessungen der CT-Probe sind in Abbildung 3.12 dargestellt. Das Risslängenverhältnis  $a/w$  wird als Verhältnis der Risslänge  $a$  zur spezifischen Probenbreite  $w$  definiert. Die Ermittlung über den Spannungsfaktors  $K_I$ , die Probendicke  $t$ , die spezifische Probenbreite  $w$  und die Kraft  $F$  ist ebenso möglich, Gleichung (3.21).

$$Y_I = \frac{\left(2 + \frac{a}{w}\right)}{\left(1 - \frac{a}{w}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[ 0,886 + 4,64 \frac{a}{w} - 13,32 \left(\frac{a}{w}\right)^2 + 14,72 \left(\frac{a}{w}\right)^3 - 5,6 \left(\frac{a}{w}\right)^4 \right] \quad (3.20)$$

$$Y_I = \frac{K_I \cdot t \sqrt{w}}{F} \quad (3.21)$$

Infolge der eingebrachten Gewebe (Fasern) resultieren größere Risszähigkeiten, sowohl in Kett- als auch in Schussrichtung, im Vergleich zu den unverstärkten Polymeren. Bei der Variation der Faserfeinheit in Schussrichtung (geringere Fasermengen) ist die Tendenz höherer Risszähigkeiten bei schussparalleler Initialrisslage und kleinerer Werte bei kettparalleler Initialrissausrichtung zu verzeichnen. Bei ähnlichen Faserfeinheiten in Kett- und Schussrichtung wächst der Riss parallel zum eingebrachten Initialriss, wohingegen mit abnehmenden Schussfasermengen die Rissausbreitung senkrecht zum Anfangsriss erfolgt. Als Grund werden die unterschiedlichen Zugfestigkeiten in Kett- und Schussrichtung vermutet. Die Webart hat keinen signifikanten Einfluss auf die Risszähigkeiten, wodurch propagiert wird, dass die Eigenschaften der Verstärkungsfasern für das Bruchgeschehen dominierend sind und weniger die Mikrostruktur des Gewebes.

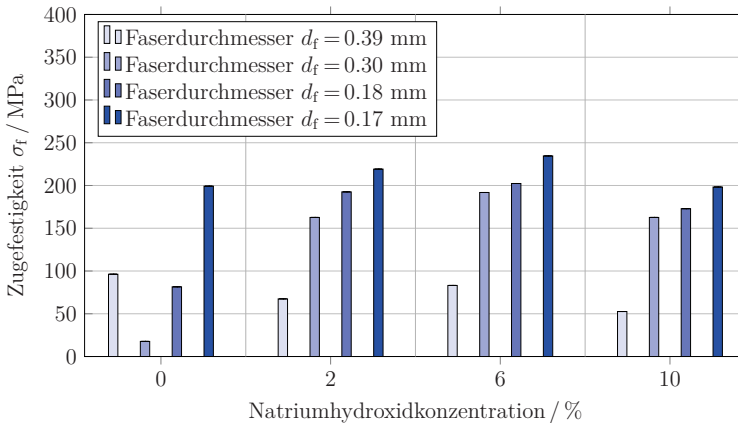


**Abbildung 3.12:** Geometrie und Abmessungen der CT-Probe nach ASTM E 399 [AST12]

Die Schichtreihenfolge sowie die Ausrichtung des Initialrisses haben ebenfalls einen Einfluss auf die Risszähigkeitswerte. Wird die Schichtreihenfolge variiert, sind die Risszähigkeiten bei Kreuzverbunden mit der Schichtreihenfolge  $[0/90/0]$  kleiner (5 %) als bei unidirektionalen Mehrschichtverbunden  $([0_3])$  (in Schussrichtung und vergleichbaren Faseranteilen) und 40 % größer als bei Verbunden  $([0_3])$  in Kettichtung. Mit der Kreuzverbundanordnung werden Eigenschaftsunterschiede (Anisotropiegrad) in den jeweiligen Richtungen reduziert, wobei die Risszähigkeiten ( $K \approx 6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ) nur geringfügig kleiner als die Werte bei vollständig unidirektionaler Ausrichtung sind.

In einer Studie von Khan et al. [KYI17] wird das Rissverhalten von Epoxidharzen mit Verstärkungsfasern aus Bambus untersucht. Neben der Eigenschaftsmodifikation durch

eine Vorbehandlung der Fasern (mit Natriumhydroxid) erfolgen eine Variation hinsichtlich der Faserlängen sowie die Angabe der experimentell (Gleichung (3.20)) und numerisch ermittelten Risszähigkeiten. Die Bambusfasern für den Einzelfaserzugversuch werden mit Natriumhydroxid unterschiedlicher Konzentrationen (2, 6 und 10 %) behandelt. Aufnahmen mittels Rasterelektronenmikroskop zeigen, dass die Natriumhydroxidkonzentration von 2 % unzureichend für eine verbesserte Faseroberfläche ist. Bei 6 % resultiert eine rauere Oberfläche, die eine Erhöhung der Adhäsionseigenschaften zwischen Faser und Matrix bewirkt. Ursache dafür ist, dass sich an der Faseroberfläche befindliche Wachsschichten durch die Behandlung entfernt werden und somit eine bessere Tränkung der Faser mit dem polymeren Matrixsystem ermöglicht wird. Bei Konzentration von 10 % kommt es zu Schädigungen der Faser und folglich zu Festigkeitsreduktionen. Abbildung 3.13 zeigt die ermittelten Zugfestigkeiten der Einzelfasern  $\sigma_f$  in Abhängigkeit von dem Faserdurchmesser  $d_f$  über der Natriumhydroxidkonzentration. Die größten Festigkeiten treten bei der Faservorbehandlung mit 6 % Natriumhydroxidlösung auf. Des Weiteren ist ein Einfluss des Faserdurchmessers zu erkennen. Dabei nehmen tendenziell mit kleiner werdenden Durchmessern die Festigkeiten zu.



**Abbildung 3.13:** Zugfestigkeiten der Einzelfasern  $\sigma_f$  in Abhängigkeit von dem Faserdurchmesser  $d_f$  über der Natriumhydroxidkonzentration [KYI17]

Für die bruchmechanischen Untersuchungen werden die Fasern mit einer Natriumhydroxidlösung von 6 % vorbehandelt. Die verwendeten Faserlängen betragen 10, 20 und 25 mm, wobei die Fasern im Verbund wirt orientiert sind. Es werden jeweils drei CT-Proben mittels Wasserstrahlschneidmaschine pro Faserlänge gefertigt. Die Prüfgeschwindigkeit beträgt 5 mm/min. Es treten verschiedene Versagensmechanismen auf und die Matrix bricht spröde. In Abhängigkeit von der Faserlage zur Belastungsrichtung treten neben Matrixrissen auch Faserbrüche, Faserauszüge sowie Ablösungserscheinungen innerhalb der Faser oder zwischen den Verbundkomponenten auf. Darüber hinaus beeinflusst die Einbringung von Faserverstärkungen das Rissverhalten, da der Riss, wenn er auf eine Faser trifft, teilweise blockiert bzw. abgelenkt wird. Die eingebrachten Fasern bilden somit eine Rissbarriere innerhalb der Matrix, wodurch Geschwindigkeit und Ausbreitungsrichtung des Risses beeinflusst werden.

In Tabelle 3.5 sind die arithmetischen Mittel der Risszähigkeiten  $K_{Ic}$  und deren Standardabweichungen für die unterschiedlichen Faserlängen angegeben. Die Kompaktzugproben ertragen mit steigenden Faserlängen größere Lasten. Zur Berechnung der Risszähigkeiten dient die nach der Risszähigkeit  $K_I$  umgestellte Gleichung (3.21). Der Geometriefaktor wird mit Hilfe der Gleichung (3.20) ermittelt.

**Tabelle 3.5:** Risszähigkeiten von Bambus-Epoxidharz-Verbunden mit unterschiedlichen Faserlängen [KYI17]

Faserlänge $l_f$ / mm	Risszähigkeit $K_{Ic}$ / MPa $\sqrt{m}$
10	$1,61 \pm 0,5$
20	$1,79 \pm 0,5$
25	$2,67 \pm 0,3$

Des Weiteren werden die experimentell ermittelten Ergebnisse mit numerischen Simulationen verglichen. Die Spannungsintensitätsfaktoren werden dabei mittels J-Integral (Kapitel 2.1.5) berechnet. Tabelle 3.6 beinhaltet die Ergebnisse für zwei verschiedene Faserlängen  $l_f$  und Maximalzugkräfte  $F_{max}$ .

**Tabelle 3.6:** Experimentelle und numerische Risszähigkeiten von Bambus-Epoxidharz-Verbunden mit unterschiedlichen Faserlängen [KYI17]

Faserlänge $l_f$ / mm	Maximalzugkraft $F_{max}$ / N	Risszähigkeit Experiment $K_{Ic}$ / MPa $\sqrt{m}$	Risszähigkeit Simulation $K_{Ic}$ / MPa $\sqrt{m}$
10	260	$1,61 \pm 0,50$	$1,69 \pm 0,05$
25	410	$2,67 \pm 0,30$	$2,64 \pm 0,05$

*Benaïmeche et al.* [BCM+18] untersuchen die (mechanischen und bruchmechanischen) Eigenschaften sowie das Bruchverhalten des Verbundwerkstoffes Mörtel, dem zusätzlich Fasern aus der Dattelpalme beigemischt sind. Der Mörtel ist aus Zement, Wasser, Sand und einem Fließmittel zusammengesetzt. Es werden Dreipunktbiegeversuche an ungekerbten und gekerbten Proben durchgeführt. Mit steigendem Faservolumenanteil werden sowohl die Biegeeigenschaften als auch die Risszähigkeiten verringert. Ein Grund dafür sind die geringeren mechanischen Eigenschaften der Fasern im Vergleich zum Mörtel und die schwachen Bindungen an der Faser-Matrix-Grenzfläche. Das Einbringen von Fasern führt allerdings zu einem duktileren Verhalten und verzögert das Versagen des Verbunds. In Tabelle 3.7 sind die arithmetischen Mittel der Risszähigkeiten (ebene Mixed-Mode-Beanspruchung) für Mörtel (unverstärkt und verstärkt) und deren Standardabweichungen angegeben.

*Judt et al.* [JZR+18] validieren ein postuliertes Rissausbreitungskriterium für Materialien mit orthotropen Eigenschaften (siehe Kapitel 2.2.2) an kurzfaserverstärkten Kunststoffen (Polypropylen mit Glas- bzw. Cellulosefasern), welche im Spritzgussverfahren hergestellt werden. Tabelle 3.8 beinhaltet Zusammensetzung und mechanische Eigenschaften der Verbunde. Werden Cellulosefasern verwendet, sind die Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte

(bei ähnlichen Faservolumenanteilen) geringer als bei glasfaserverstärkten Kunststoffen, die Bruchdehnungen sind allerdings etwa eine Größenordnung größer.

**Tabelle 3.7:** Risszähigkeiten von Mörtel mit Dattelpalmenfasern unterschiedlicher Menge [BCM+18]

Faservolumen- anteil $\varphi$ / %	Risszähigkeit $K_{I, II, c} / \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$
0	$0,67 \pm 0,11$
2	$0,60 \pm 0,07$
4	$0,56 \pm 0,10$
6	$0,38 \pm 0,06$
8	$0,29 \pm 0,09$
10	$0,22 \pm 0,05$

**Tabelle 3.8:** Zusammensetzung und mechanische Eigenschaften der Verbunde [ZMF+17]

Faser	Matrix	Faservolu- menanteil $\varphi$ / %	Zugfestig- keit $R_v$ / MPa	Elastizitäts- modul $E$ / MPa	Bruch- dehnung $\varepsilon$ / %
Cellulose	Polypropylen	13	48	3153	12,4
Cellulose	Polypropylen	21	57	4025	10,5
Glas	Polypropylen	13	58	6321	1,7

Innerhalb der Werkzeugform ergibt sich ein quadratischer Verlauf der Fließfront, wobei sich die Fasern während des Herstellprozesses parallel zu dieser ausrichten. Die Kompaktzugproben werden mit drei verschiedenen Winkeln ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$  oder  $90^\circ$  bezüglich der Fasern in der Probenmitte) aus der Platte gefräst. Bei allen Winkelkonstellationen sind die Fasern im Bereich der Kerbe senkrecht zur Fließrichtung orientiert. Die Kerbe wird mit Hilfe eines Kreissägeblattes gefertigt und anschließend wird der Initialriss (der Länge 1,5 mm) mit einer Rasierklinge (Materialstärke 0,09 mm) am Kerbgrund erzeugt. Die Prüfgeschwindigkeit beträgt 10 mm/min. Für die bruchmechanischen Bewertung wird das J-Integral (siehe Kapitel 2.1.5) genutzt. Das Integral beschreibt die Arbeit, welche notwendig ist, damit ein Riss initiiert oder sich ausbreitet und diese wird zur Charakterisierung der Risszähigkeit von Materialien mit elastisch-plastischem Verhalten, wie es z. B. bei Thermoplasten auftritt, angewendet.

In Tabelle 3.9 sind die arithmetischen Mittelwerte der kritischen Werte des J-Integrals  $J_{Ic}$  und deren Standardabweichungen für die unterschiedlichen Verbunde und Winkel (zwischen Kerbe und Fließrichtung) zusammengefasst. Bei allen Proben nehmen die J-Integralwerte mit steigendem Winkel  $\gamma$  (Kerborientierung) ab, wobei die Werte bei der Verwendung von Cellulosefasern rapider sinken. Eine parallele Ausrichtung der Kerbe zur Fließrichtung resultiert in den größten Risszähigkeiten, wohingegen bei senkrechter Anordnung die geringsten Ergebnisse auftreten. Die Verbunde mit Celluloseverstärkung weisen größere Werte als glasfaserverstärkte Verbundwerkstoffe auf. Eine Erhöhung des Faservolumenanteils  $\varphi$  führt zu größeren Zahlenwerten. Die Werte des Integrals sind demzufolge von der Faserart und -menge sowie der Kerborientierung abhängig. Für das Rissausbreitungskriterium wird der Quotient der Maximal- und Minimalwerte, also das Verhältnis der

senkrechten (90°) und parallelen (0°) Ausrichtung der Kerbe zur Fließrichtung bestimmt. Die bruchmechanischen Größen werden bei senkrechter bzw. paralleler Kerborientierung mit PD (engl. predominant direction) bzw. TD (engl. transverse direction) indiziert, siehe Kapitel 2.2.2. Dabei betragen die Verhältnisse  $J_{Ic}^{TD}/J_{Ic}^{PD} = 2,14$  bzw. 2,21 bei Cellulosefaser-Polypropylen-Verbunden (Faservolumenanteil  $\varphi = 13$  bzw. 21 %) und  $J_{Ic}^{TD}/J_{Ic}^{PD} = 1,31$  bei Glasfaser-Polypropylen-Verbunden (Faservolumenanteil  $\varphi = 13$  %).

Sind die Fasern senkrecht zur Belastungsrichtung angeordnet, findet das Risswachstum bevorzugt entlang der Faserrichtung (PD) infolge von Versagenserscheinungen zwischen Faser und Matrix statt. Bei faserparalleler Belastung erfolgt das Risswachstum ebenfalls senkrecht zur Belastungsrichtung (TD) und es treten dabei Faserbrüche und -auszüge als Versagensursachen auf. Mit Hilfe des Rissausbreitungskriteriums sind Rissabknickwinkel ermittelbar. Abhängig von dem Verhältnis der Kennwerte in senkrechter und paralleler Richtung (Anisotropiegrad) sind zudem Rissbifurkationen möglich.

**Tabelle 3.9:** Kritische Werte des J-Integrals verschiedener Verbunde [JZR+18]

Faser	Matrix	Faservolumenanteil $\varphi$ / %	Kerb-orientierung $\gamma$ / °	Kritischer Wert des J-Integrals $J_{Ic}$ / N/mm
Cellulose	Polypropylen	13	0	35,5 ± 3,7
			45	21,1 ± 1,6
			90	16,6 ± 1,3
Cellulose	Polypropylen	21	0	39,4 ± 4,5
			45	23,1 ± 0,3
			90	17,8 ± 0,9
Glas	Polypropylen	13	0	12,5 ± 1,0
			45	9,6 ± 0,8
			90	9,5 ± 1,1

In Tabelle 3.10 sind die Ergebnisse aus Experiment und Simulation gegenübergestellt. Allgemein gibt es eine gute Übereinstimmung der numerisch bzw. analytisch ermittelten Rissabknickwinkel und Risspfadverläufe mit den experimentellen Ergebnissen.

**Tabelle 3.10:** Experimentell und numerisch ermittelte Rissabknickwinkel verschiedener Verbunde [JZR+18]

Faser	Matrix	Faservolumenanteil $\varphi$ / %	Kerborientierung $\gamma$ / °	Rissabknickwinkel Experiment $\varphi_c$ / °	Rissabknickwinkel Simulation $\varphi_c$ / °
Cellulose	Polypropylen	21	0	6	0
			45	25	22,7
			90	32	38,9
Glas	Polypropylen	13	0	5	0
			45	18	13,2
			90	4	0

Über die statischen Belastungen hinaus existieren eine Vielzahl von Studien über das Ermüdungsrissverhalten faserverstärkter Kunststoffe. Bei [TOY+16] wird anisotropes

Material berücksichtigt. Tanaka et al. [TOY+16] untersuchen den Einfluss von kurzfaserverstärkten Kunststoffen (Polyphenylensulfid mit Kohlenstofffasern) auf das Risswachstum bei zyklischen Belastungen. Die Fasermassenanteil  $\Psi$  beträgt 30 % und die R-Verhältnisse sind mit  $R = 0, 1$  und  $0,5$  gewählt. Als Probekörper werden Dreipunktbiegeproben, die aus drei Schichten aufgebaut sind, verwendet. Die Herstellung erfolgt durch Spritzgießen. Die Faserausrichtung in der unteren und oberen Deckschicht ist nahezu parallel zu Fließrichtung in der Werkzeugform, wohingegen die Fasern im Kern senkrecht dazu orientiert sind. Der Faserwinkel wird von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  mit einer Schrittweite von  $22,5^\circ$  variiert und ist als Winkel zwischen Faserrichtung in der Deckschicht und Lastrichtung definiert. Bei den Winkeln  $0^\circ$  und  $90^\circ$  wächst der Riss annähernd senkrecht zur Belastungsrichtung. Für andere Winkel knickt der Riss (um einen Winkel  $\varphi$ ) ab und es tritt eine Mixed-Mode-Beanspruchung (Mode I und II) auf.

Die Risswachstumskurven sind u. a. in allgemeiner Form einer modifizierten Rissgeschwindigkeit  $dc/dN$  über dem zyklischen Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  dargestellt. Die modifizierte Rissgeschwindigkeit  $dc/dN$  ist dabei über den Abknickwinkel  $\varphi$  mit der Rissgeschwindigkeit  $da/dN$  verknüpft ( $dc/dN = (da/dN) / \cos \varphi$ ). Bei gleicher Mikrostruktur der Probekörper nimmt die Rissgeschwindigkeit  $dc/dN$  mit steigendem R-Verhältnis  $R$  zu. Allgemein wirkt sich die Faserverstärkung positiv auf die Lebensdauer aus. Alle Verbunde weisen geringere Rissgeschwindigkeiten  $dc/dN$  im Vergleich zum unverstärkten Polyphenylensulfid auf. Fasern, die senkrecht zur Riss orientiert sind, stellen den größten Risswiderstand dar und verzögern das Risswachstum stärker als andere Faserwinkel.

Eine weitere Darstellung der Rissfortschrittskurven erfolgt in modifizierter Form über dem Quotienten aus zyklischer Energiefreisetzungsrate  $\Delta G$  und faserwinkelabhängigem Elastizitätsmodul  $E$ . Die Energiefreisetzungsraten der Moden I und II werden mit Hilfe der modifizierten Risssschließungsintegralmethode (siehe Kapitel 5.2.1) berechnet. Die Gesamtenergiefreisetzungsrate  $G$  setzt sich bei zyklischer Belastung analog zum statischen Fall aus den Anteilen der einzelnen Moden zusammen. Für ebene Mixed-Mode-Beanspruchung gilt  $\Delta G = \Delta G_I + \Delta G_{II}$ . Durch die modifizierte Darstellung sind die Rissgeschwindigkeitskurven für das R-Verhältnis  $R = 0,1$  nahezu deckungsgleich. Bei  $R = 0,5$  tritt diese Tendenz ebenfalls auf, wobei die Streuung etwas größer ist.

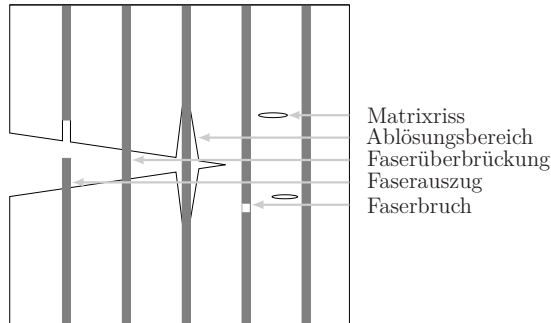
### 3.3.6 Versagensmechanismen

Ausgehend von den beiden Verbundkomponenten und deren Interaktion können drei prinzipielle Versagensmechanismen unterschieden werden:

- V1 Versagen der Faser,
- V2 Versagen der Matrix und
- V3 Versagen der Faser-Matrix-Grenzfläche.

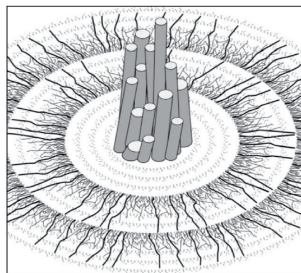
Werden einzelne Fasern durchtrennt, treten Faserbrüche auf. Ein Bruch innerhalb der Matrix und/oder an der Grenzfläche der Komponenten wird als Zwischenfaserbruch bezeichnet. Abbildung 3.14 zeigt diese Versagens- bzw. Bruchmechanismen, wobei zusätzlich Besonderheiten der Faser dargestellt sind. Hinsichtlich der Faser ist ein Auszug bzw. Bruch möglich. Ebenso können die Fasern als Überbrückung fungieren. Des Weiteren kann es zu Ablösungen der Faser-Matrix-Grenzfläche (engl. debonding) und der Bildung

von Matrixrissen kommen [And95, Sch07]. Weitere Versagensmechanismen sind u. a. das knickstabähnliche Verhalten von Einzelschichten bei Druckbelastung und die Delamination, die bei Mehrschichtverbunden auftreten kann und sich in einer flächigen Trennung der einzelnen Schichten äußert [And95, Sch07].



**Abbildung 3.14:** Versagensmechanismen in Faser-Kunststoff-Verbunden nach [And95]

Madsen et al. [MAL16] differenzieren bei den Untersuchungen an ausgerichteten Flachfasern, die mit einem Thermoplast (PET) den Verbund bilden, entsprechend der drei Versagensmechanismen in Analysen der Fasern und Matrix sowie deren Grenzfläche. Die fraktografische Auswertung ergibt, dass insbesondere die Zellwandmikrostruktur als auch die Morphologie der Faseroberfläche Einfluss auf die Verbundeigenschaften nehmen. So zeigen Aufnahmen im Nanobereich Mikrorauigkeiten der Faseroberfläche in Form von Rillen parallel zur Längsrichtung und hinausragenden Nanofibrillen, die eine Bedeutung für die mechanische Interaktion zwischen Faser und Matrix haben. Das Versagen innerhalb einzelner Fasern erfolgt quer zur Faserlängsrichtung, wobei es zusätzlich zu faserparallelen Trennungen kommen kann. Rissinitiation und -wachstum in und durch Matrix verlaufen in Abhängigkeit von der Faseranzahl und der äußeren Belastung in Form von konzentrischen Kreisen, beginnend an den Fasern, bei denen zusätzliche Auszüge (engl. pull-outs) mit einhergehenden Faserbrüchen auftreten. Abbildung 3.15 zeigt die schematische Darstellung der mikrostrukturellen Charakteristik eines Fasergarns in einer umgebenden Matrix.



**Abbildung 3.15:** Schematische Darstellung der Mikrostruktur eines Fasergarns mit umgebender Matrix [MAL16]

Die unmittelbar an der Faser befindlichen konzentrischen Kreise weisen eine relativ glatte Oberfläche auf. Anschließend ergeben sich wiederholende Muster, bei denen eine Vielzahl radial verlaufende Linien zu größeren Linien zusammenlaufen. Dieses Muster ist vergleichbar mit Nebenflüssen, die sich zu einem Hauptfluss vereinigen.

Für die Beschreibung des Verhaltens an der Faser-Matrix-Grenzfläche wird das Model von *Cook* und *Gordon* [CG64] verwendet. Trifft ein sich in der Matrix ausbreitender Riss auf eine Faser, wächst dieser entweder durch die Faser (Faserbruch) oder wird in die Richtung der Faser umgelenkt, woraus eine Ablösung der Faser-Matrix-Grenzfläche resultiert. Quer zur Faser verlaufende Risse werden als Indikator für starke Bindungen zwischen Faser und Matrix angesehen, wohingegen die Initiierung von Rissen in Faserlängsrichtung auf schwache Adhäsionseigenschaften der beiden Komponenten hindeutet [MAL16].

Weitere Untersuchungen an Faser-Kunststoff-Verbunden, bei denen diese Versagensmechanismen ebenso vorzufinden sind, stammen u. a. von *Liang et al.* [LGG15], siehe Kapitel 3.3.4.

## 4 Experimentelle Untersuchungen

### 4.1 Materialien und Proben

#### 4.1.1 Komponenten

Als Naturfaser wird Flachs in Form von Garn verwendet. Garne sind als linienförmige textile Gebilde, die sich aus textilen Fasern zusammensetzen, definiert [DIN88]. In Abbildung 4.1 ist eine Lichtmikroskopaufnahme des Flachsgarns (Nm 12, siehe Kapitel 3.2.2) dargestellt, bei dem die Fasern miteinander verdreht sind und einzelne Faserabschnitte herausstehen. Das duroplastische Matrixsystem ist ein Epoxidharz, welches aus den beiden Komponenten Harz und Härter hergestellt wird.



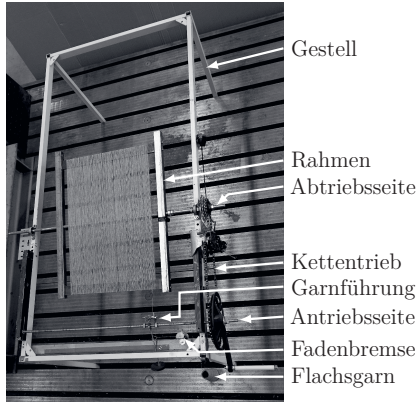
Abbildung 4.1: Flachsgarn

#### 4.1.2 Herstellung und Präparation

Die Fasern werden mit Hilfe einer Maschine (Abbildung 4.2) auf einen Metallrahmen gewickelt, um diese unidirektional anzuordnen. Der Maschinenantrieb besteht aus zwei Gewindestangen, die über einen Kettentrieb (mit in Stufen wechselbarer Übersetzung) verbunden sind. Auf der Abtriebsseite ist der Rahmen fixiert und antriebsseitig wird der Faden (mit Hilfe der Mutter) geführt, wobei eine Fadenbremse (zwischen Garnrolle und Antriebsseite) eine gleichmäßige Vorspannung gewährleisten soll. Durch die Anzahl der Wicklungen und die Wahl der Übersetzung kann der Faservolumenanteil eingestellt werden. Bedingt durch die Geometrie des Rahmens entstehen während des Wickelprozesses um die Stege des Metallrahmens zwei Faserlagen (vgl. Abbildung 4.3 mit der Wicklungsanzahl  $m = 1$ ). Die Lagenstärke nimmt mit steigender Wicklungsanzahl  $m$  (Faservolumenanteil  $\varphi$ ) zu.

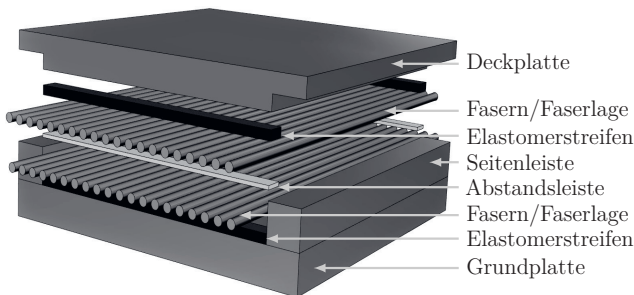
Die Flachsgarne (mit einer Feinheit von Nm 12) wurden (bei der Herstellung) nassgesponnen, wodurch diese aufgrund des geringeren Pektinanteils bessere Adhäsionseigenschaften im Vergleich zu deren trockengesponnenen Pendants aufweisen [BVL+16]. Das Mischungsverhältnis von Harz (Spezifikation: Epoxidharz L) und Härter (EPH 161) beträgt 100 : 40

Gewichtsanteile. Die beiden Matrixkomponenten werden mit Hilfe eines Rührwerks (fünf Minuten) vermischt und das Gemisch wird anschließend in einem Vakuumexsikkator (45 Minuten) entgast. Es werden keine Additive (z. B. Entlüfteradditiv oder Füllstoffe) verwendet und es finden keine weiteren Vorbehandlungen statt.

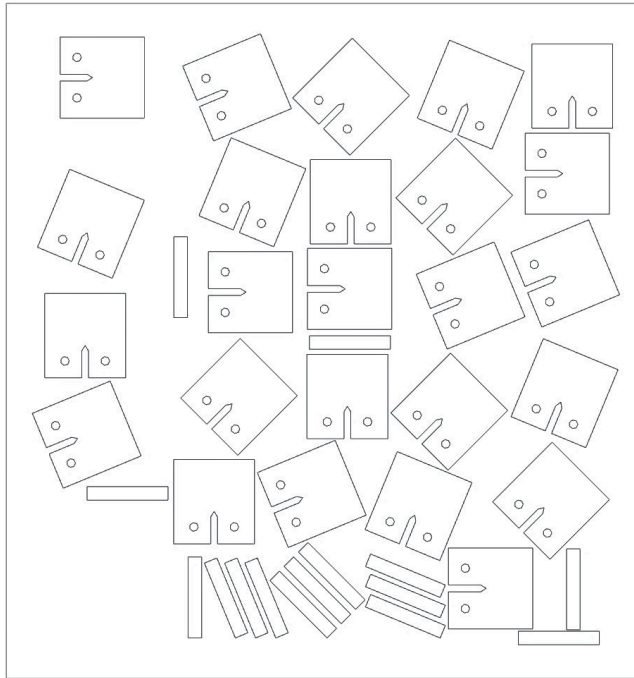


**Abbildung 4.2:** Komponenten der Wickelmaschine

Die Herstellung des Verbunds erfolgt, indem der Rahmen (mit den Fasern) mittig in eine (halboffene) Metallform (Abbildung 4.3) abgelegt wird. Die Grundplatte ist mit zwei Seitenleisten (aus Stahl) zur Einstellung der Plattenstärke verschraubt und im Bereich der Stirnseiten werden Elastomerstreifen aufgeklebt, die zur Fließbehinderung des Harz-Härter-Gemisches dienen. Damit die Elastomerstreifen die Fasern nicht vollständig in eine Ebene drücken, werden zwischen die beiden Faserlagen Abstandsleisten (aus Polypropylen, Dicke  $t = 2\text{ mm}$ ) eingebracht, um eine regelmäßige Faserverteilung im Verbund zu gewährleisten. Anschließend werden die Fasern mit dem Harz-Härter-Gemisch getränkt und die Deckplatte aufgesetzt. Mit einer Presse wird die gewünschte Plattenstärke eingestellt. Aus einer Platte (Abmessungen  $480\text{ mm} \times 470\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ ) werden jeweils 15 Flachzugproben und 25 Kompaktzugproben (CT-Proben) mit einer Laserschneidanlage gefertigt. Abbildung 4.4 zeigt den Probenentnahmeplan.



**Abbildung 4.3:** Schematische Darstellung des Werkzeugs zur Plattenherstellung



**Abbildung 4.4:** Probenentnahmeplan

Abbildung 4.5 zeigt die Geometrien und Abmessungen der Proben. In Abbildung 4.5a ist die Flachzugprobe, die einen rechteckigen Querschnitt aufweist, dargestellt. Dabei wird der Faserwinkel  $\alpha$ , der bei den CT-Proben (Abbildung 4.5b) den Winkel zwischen Initialriss und Faserorientierung angibt, von  $0^\circ$  (Initialriss parallel zu den Fasern) bis  $90^\circ$  (Initialriss senkrecht zur Faserorientierung) mit einer Schrittweite von  $22,5^\circ$  variiert, woraus sich fünf unterschiedliche Winkelkonstellationen ergeben.

Parallel dazu werden Platten mit fünf verschiedenen Faservolumenanteilen  $\varphi$  hergestellt, welche lediglich über die Wicklungsanzahl  $m$  (1 bis 5) festgelegt werden. Die Übersetzung des Kettentriebs ist dabei konstant. Um die Ergebnisse statistisch abzusichern, werden jeweils zwei Platten (A und B) produziert. Theoretisch resultieren demzufolge für die Probenserien A und B pro Faservolumenanteil und Faserorientierung insgesamt 6 Flachproben und 10 CT-Proben.

Zur vollständigen Aushärtung der Probekörper erfolgt eine Temperung (10 Stunden bei einer Temperatur von  $60^\circ\text{C}$  und 50 % relativer Luftfeuchtigkeit). In einer Vorrichtung wird der Initialriss (der Länge  $a=13\text{ mm}$ ) sägend in die CT-Proben eingebracht. Die Anrisserzeugung erfolgt in drei Schritten, um möglichst wenig Eigenspannungen in die Proben einzubringen, in Anlehnung an Cayard [And95]: Im Anschluss an die maschinell gefertigte Probe (mit Kerbe) wird diese mit einer Metallklinge (Materialdicke  $0,5\text{ mm}$ ) erweitert und abschließend mit einer Rasierklinge (Dicke  $0,15\text{ mm}$ ) bearbeitet.

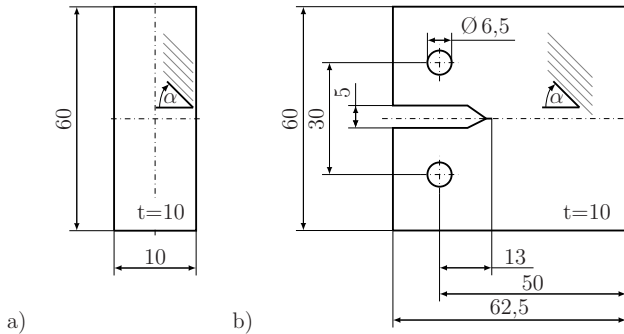


Abbildung 4.5: Geometrien und Abmessungen: a) Flachzugprobe, b) CT-Probe

## 4.2 Versuche

### Aufbau

Abbildung 4.6 zeigt die Universalprüfmaschine (Zwick/Roell Z250, Maximalbelastung 250 kN) mit der Vorrichtung und einer CT-Probe. Die Vorrichtung besteht aus Gabelköpfen mit Bolzen, über welche die Last auf die Probe übertragen wird.



Abbildung 4.6: Versuchsaufbau der Universalprüfmaschine

### Durchführung

Alle Proben werden im Vorfeld der experimentellen Untersuchungen bei einer Temperatur von  $23^{\circ}\text{C}$  und 50 % relativer Luftfeuchtigkeit konditioniert [DIN08]. Die mechanischen Kennwerte (u. a. Elastizitätsmodul  $E$ ) werden durch quasistatische Zugversuche (Prüfgeschwindigkeit  $v = 2 \text{ mm/min}$ ) bei Raumtemperatur ermittelt [DIN12]. Es stehen pro Probeplatte 5 CT-Proben pro Faservolumenanteil  $\varphi$  und Faserwinkel  $\alpha$  zur Verfügung. Proben mit fertigungsbedingten Fehlern (z. B. makroskopisch sichtbaren Lufteinschlüssen) werden nicht geprüft. Bei den CT-Proben wird die Prüfgeschwindigkeit  $v = 10 \text{ mm/min}$  [ISO00] gewählt, um ein erhöhtes Sprödbbruchverhalten zu erreichen und die Auswertung

im Rahmen der linear-elastischen Bruchmechanik vornehmen zu können. Die Belastung erfolgt senkrecht zum Initialriss, siehe Abbildung 4.7.

### Auswertung

Aufgrund der anisotropen Eigenschaften der Flachfasern und deren paralleler Ausrichtung weist der Verbund ebenso ein richtungsabhängiges Verhalten auf und kann als unidirektionale Schicht mit transversal isotropen Eigenschaften (vgl. Kapitel 3.3.3) betrachtet werden. Als Grundlage zur numerischen Ermittlung bruchmechanischer Größen (u. a. Spannungsinintensitätsfaktoren und Energiefreisetzungsraten) werden die mechanischen Materialdaten der Naturfaser-Kunststoff-Verbunde benötigt.

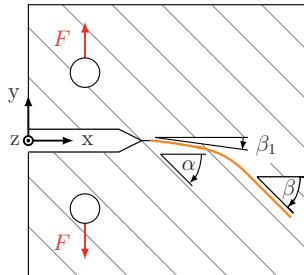
Die Versuchsauswertung erfolgt u. a. hinsichtlich der Maximalbelastungen und Risspfade sowie des Versagensverhaltens und der -mechanismen. Für die Analyse der Rissverläufe werden drei Winkel betrachtet:

$\alpha$  : Winkel zwischen Initialriss (in der x-z-Ebene) und Faserorientierung

$\beta_1$  : Winkel zwischen Initialriss (in der x-z-Ebene) und Risspfadbeginn

$\beta$  : Winkel zwischen Initialriss (in der x-z-Ebene) und Risspfadende

In Abbildung 4.7 sind die Winkel anhand eines potenziellen Risspfads dargestellt. Die Winkel  $\beta_1$  und  $\beta$  werden mit Hilfe des Bildbearbeitungs- und Bildverarbeitungsprogramms ImageJ [Ima12] ermittelt.



**Abbildung 4.7:** Schematische Darstellung eines potenziellen Risspfads in einer CT-Probe

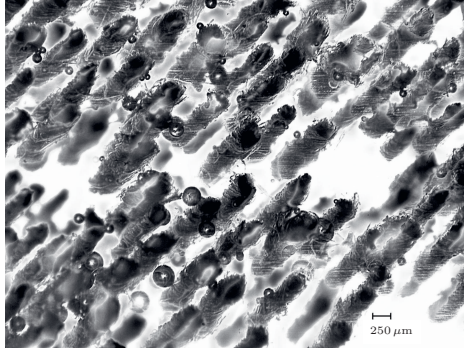
Die Ermittlung der Faservolumenanteile wird mit Hilfe eines Lichtmikroskops mit integriertem Kamerasystem (Keyence VHX 500, Kurzbezeichnung LM) durchgeführt. Die fraktografische Analyse der Bruchflächen erfolgt mit einem Lichtmikroskop (Keyence VHX 500) und einem Rasterelektronenmikroskop (JEOL JSM-6510, Kurzbezeichnung REM).

## 4.3 Ergebnisse

### 4.3.1 Faservolumenanteile

Bedingt durch eine verminderte Anzahl an Möglichkeiten zur Bestimmung des Faservolumenanteils bei Verbunden mit Naturfaserverstärkung (siehe Kapitel 3.2) sowie Streuungen

des Faserdurchmessers über die Länge (vgl. Kapitel 3.2.2), werden die Faservolumenanteile im Anschluss an den Herstellungsprozess im Verbund ermittelt. Abbildung 4.8 zeigt die Faserverteilung in einer CT-Probe mit der Wicklungszahl  $m = 4$ . Für eine genaue Bestimmung der Faservolumenanteile ist eine materialografische Probenpräparation notwendig. Nach der Probenherstellung mittels Nasstrennschleifen (Trenngerät Struers Discotom-6, Vorschubgeschwindigkeit 1 mm/s, Trennscheibe 10S25) erfolgt die Bilderfassung der Proben durch ein Lichtmikroskop (Durchlicht) mit integriertem Kamerasystem (Keyence VHX 500), wobei die Fasern als dunkle Bereiche und die umgebende Matrix als heller Bereich sichtbar sind, siehe Abbildung 4.9a.



**Abbildung 4.8:** Faserverteilung in einer CT-Probe mit der Wicklungszahl  $m = 4$

Ein Grauwertbild ist eine Bildmatrix (mit  $m$  Zeilen und  $n$  Spalten), wobei jedes Pixel bei einer Speichertiefe von 8 Bit Werte von 0 (entspricht schwarz) bis 255 (entspricht weiß) annehmen kann. Grauwerte können mit Hilfe von Skalierungsfunktionen modifiziert werden. Dabei kann ein Bild über Punktoperationen, die nur einen Bildpunkt (Pixel) verwenden, oder Filteroperationen, die zusätzlich benachbarte Pixel bei der Berechnung inkludieren, bearbeitet werden.

Im Folgenden wird sich auf Punktoperationen im Grauwertbild beschränkt, die unabhängig von der Position des Pixels sind und ausschließlich die Zahlenwerte verändern. In Gleichung (4.1) ist diese Berechnungsvorschrift angegeben, wobei der modifizierte Grauwert eines Pixels  $g_{mn}^*$  mit Hilfe einer Funktion  $f$ , die den ursprünglichen Grauwert  $g_{mn}$  als Variable enthält, ermittelt wird [Jäh05].

$$g_{mn}^* = f(g_{mn}) \quad (4.1)$$

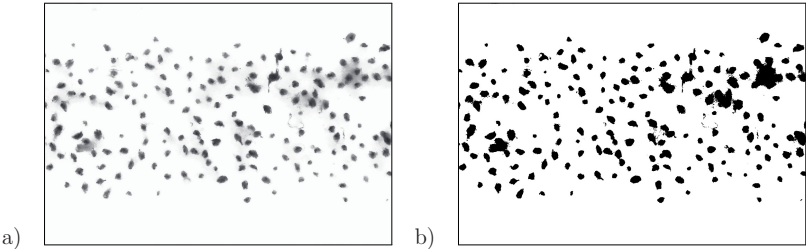
Eine Option sind lineare Korrekturen, bei denen über mehrere Bereiche oder den gesamten Wertebereich eine lineare Funktion  $g_{mn}^* = a_1 \cdot g_{mn} + a_2$  zur Umrechnung genutzt wird. Die Anpassung der Funktion erfolgt über die Parameter  $a_1$  und  $a_2$ . Ein Spezialfall bei der Grauwertkorrektur ist die Binarisierung eines Bildes in zwei Bereiche (Vorder- und Hintergrundbereich) mit Hilfe eines Schwellenwertes  $g_{th}$  [Erh08].

In Gleichung (4.2) ist die Berechnungsvorschrift (Punktoperation) für die Ermittlung der modifizierten Grauwerte des Binärbilds ( $b_{mn} = f(g_{mn})$ ) angegeben. Dabei bezeichnen  $b_{mn}$  den jeweiligen Pixelwert des Binärbilds,  $g_{mn}$  den jeweiligen Pixelwert des Grauwertbilds

und  $g_{th}$  den Schwellenpixelwert (Grauwertschwelle). Sind die Pixelwerte unterhalb des Schwellenpixelwertes  $g_{th}$ , wird der Wert 0 zugewiesen, andernfalls erhalten Sie den Wert 255. Die Schwelle des Pixelwertes wird für jedes Grauwertbild mit Hilfe des Histogramms gewählt.

$$b_{mn} = \begin{cases} 0 & \text{für } g_{mn} < g_{th} \\ 255 & \text{für } g_{mn} \geq g_{th} \end{cases} \quad (4.2)$$

Für die Ermittlung der Faservolumenanteile erfolgt die Binarisierung der Grauwertbilder in Binärbilder (Wert eines Pixels 0 oder 255). In Abbildung 4.9 sind ein Grauwertbild und ein Binärbild exemplarisch anhand einer CT-Probe mit einer Wicklungszahl  $m=5$  (der Probenserie B) dargestellt. Die weißen Bereiche stellen die Matrix dar und im Binärbild sind die Fasern schwarz abgebildet. Die Grauwertschwelle  $g_{th} = 180$  ist anhand des Histogramms gewählt. Der Faservolumenanteil resultiert aus dem Verhältnis von der Summe aller schwarzen Pixel zur gesamten Pixelanzahl. Bereiche um die Fasern, welche den Wert  $b_{mn} = 0$  zugewiesen bekommen, erhöhen den Faservolumenanteil nur unwesentlich und werden toleriert. In Tabelle 4.1 sind die Faservolumenanteile  $\varphi$  für die Probenserien A und B in Abhängigkeit von der Wicklungszahl  $m$  angegeben.



**Abbildung 4.9:** Ermittlung des Faservolumenanteiles  $\varphi$  an einem Schlifffbild einer CT-Probe der Probenserie B mit der Wicklungszahl  $m = 5$ :  
a) Grauwertbild, b) Binärbild

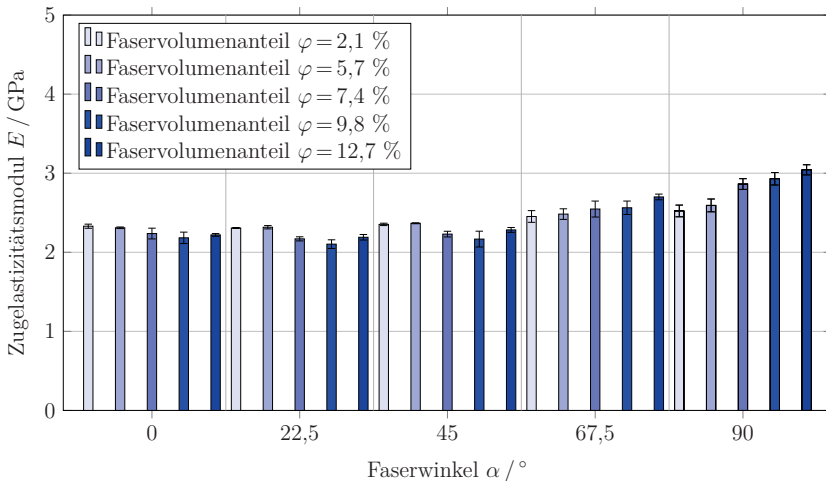
**Tabelle 4.1:** Faservolumenanteile  $\varphi$  der Probenserien A und B in Abhängigkeit von der Wicklungszahl  $m$

Proben- serie	Wicklun- gzahl $m$	Faservolumenanteil					
		$\varphi_1 / \%$	$\varphi_2 / \%$	$\varphi_3 / \%$	$\varphi_4 / \%$	$\varphi_5 / \%$	$\varphi / \%$
A	1	2,7	2,6	2,5	3	2,2	2,6
	2	4,7	4,9	4,7	4,7	4,9	4,8
	3	7,6	6,2	7,4	6,8	6,8	7
	4	10	10	10,3	10,5	9,5	10
	5	13,1	11,5	11,3	11,9	12	12
B	1	2,3	1,9	1,8	2,1	2,5	2,1
	2	6,9	6,6	4,9	5,1	5,1	5,7
	3	8,4	8,3	7,2	6,6	6,1	7,4
	4	10,4	9,7	9,6	9,6	9,6	9,8
	5	14,2	12,5	11,3	12,1	13,2	12,7

Um eine statistische Sicherheit zu gewährleisten, ist jeder Wert das arithmetische Mittel aus jeweils fünf Bildern. Die beiden Probenserien weisen bei gleicher Wicklungszahl  $m$  ähnliche Faservolumenanteile  $\varphi$  auf. Die maximale Differenz beträgt 0,9 % ( $m = 2$ ) und die minimale Abweichung ist 0,2 % ( $m = 4$ ). Gründe können u. a. Schwankungen des Garndurchmessers über die Länge (variierende Faserdurchmesser) sowie Einflüsse bei dem Wickelprozess (Spiel des Garns in der Führung bzw. Faserablage bei mehreren Wicklungen) sein. Eine lokal höhere Anzahl an Fasern kann ebenso aus einer Verschiebung der Fasern während deren Tränkung durch die Fließrichtung des Harz-Härter-Gemisches beim Herstellungsprozess des Verbundes bedingt sein. Hinzu kommt, dass die Ermittlung der Anteile bei kleinen Wicklungszahlen ( $m = 1$  bzw. 2) aufgrund der geringeren Faseranzahl mit einer größeren Streuung behaftet sein kann.

### 4.3.2 Zugelastizitätsmoduln der Flachproben

Ein Vergleich der Probenserien zeigt, dass die Probekörper der Serie B weniger Luft einschließen als die Proben der Serie A enthalten. Aufgrund ähnlicher Tendenzen, jedoch geringerer Streuungen, werden hier lediglich die Ergebnisse der Probenserie B verwendet. In Abbildung 4.10 sind die arithmetischen Mittel der Zugelastizitätsmoduln  $E$  sowie deren Standardabweichungen, basierend auf den experimentellen Daten (Tabelle 4.2), in Abhängigkeit von dem Faservolumenanteil  $\varphi$  über den Faserwinkel  $\alpha$  aufgetragen.



**Abbildung 4.10:** Zugelastizitätsmodul  $E$  in Abhängigkeit von dem Faservolumenanteil  $\varphi$  über den Faserwinkel  $\alpha$

Als allgemeine Entwicklung ist erkennbar, dass mit steigendem Faserwinkel  $\alpha$  die Elastizitätskennwerte  $E$  zunehmen. Ebenso ist tendenziell bei einem größeren Faservolumenanteil  $\varphi$  eine Steigerung zu verzeichnen. Dies ist z. B. für die Winkel  $\alpha = 67,5^\circ$  und  $90^\circ$  ersichtlich. Bei  $\alpha = 90^\circ$  sind Faser- und Lastrichtung identisch und es treten die größten Werte auf. Befinden sich die Fasern senkrecht zur Belastungsrichtung bzw. ein wenig dazu versetzt

( $\alpha = 0^\circ$  bzw.  $22,5^\circ$ ), sind die Werte annähernd gleich groß. Es ist jedoch bei der Auswertung zu berücksichtigen, dass die geometrischen Abmessungen der Flachproben – insbesondere bezüglich der Länge – von der Prüfnorm [DIN12] abweichen. Grund dafür ist, dass aus einer Probeplatte sowohl Flach- als auch Bruchmechanikproben herausgeschnitten werden.

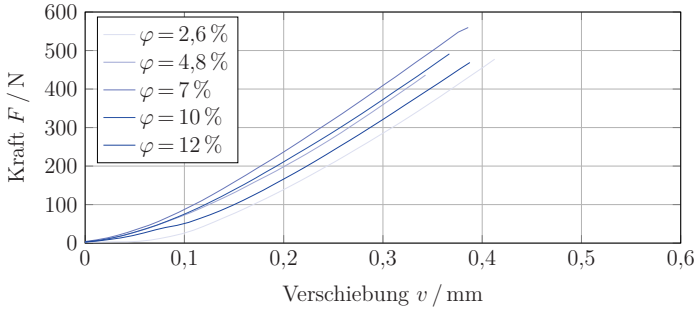
**Tabelle 4.2:** Zugelastizitätsmoduln  $E$  in Abhängigkeit von dem Faservolumenanteil  $\varphi$  und dem Faserwinkel  $\alpha$

Faservolumenanteil $\varphi$ / %	Faserwinkel $\alpha$ / °	Zugelastizitätsmoduln				Standardabweichung $s$ / MPa
		$E_1$ / MPa	$E_2$ / MPa	$E_3$ / MPa	$E$ / MPa	
2,1	0	2580	2550	2440	2523	74
	22,5	2510	2370	2480	2453	74
	45	2340	2370	2350	2353	15
	67,5	2310	2310	2300	2307	6
	90	2360	2320	2310	2330	26
5,7	0	2650	2500	2630	2593	81
	22,5	2540	2500	2410	2483	67
	45	2370	2360	2370	2367	6
	67,5	2300	2310	2340	2317	21
	90	2310	2300	2320	2310	10
7,4	0	2840	2810	2940	2863	68
	22,5	2430	2600	2610	2547	101
	45	2200	2220	2270	2230	36
	67,5	2190	2180	2140	2170	26
	90	2290	2260	2160	2237	68
9,8	0	2840	2960	2990	2930	79
	22,5	2660	2530	2500	2563	85
	45	2160	2270	2070	2167	100
	67,5	2160	2050	2100	2103	55
	90	2220	2230	2100	2183	72
12,7	0	3080	2970	3080	3043	64
	22,5	2660	2710	2730	2700	36
	45	2250	2310	2290	2283	31
	67,5	2170	2230	2170	2190	35
	90	2230	2200	2230	2220	17

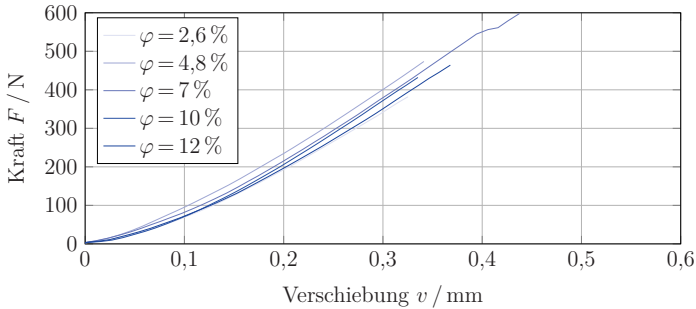
4.3.3 Maximalzugkräfte der Kompaktzugproben

In den Abbildungen 4.11 bis 4.15 sind die Kraft-Verschiebungs-Kurven von ausgewählten CT-Proben (der Probenserie A) für verschiedene Faserwinkel  $\alpha$  und Faservolumenanteile  $\varphi$  dargestellt. Beträgt der Winkel  $\alpha = 0^\circ$  bzw.  $22,5^\circ$ , sind die Kurvenverläufe ähnlich und die unterschiedlichen Faservolumenanteile  $\varphi$  haben keinen signifikanten Einfluss auf die Maximalwerte, Abbildungen 4.11 und 4.12. Die Kurven sind dabei monoton steigend und es tritt ein abruptes Versagensverhalten, wie es von spröden Materialien bekannt ist, bei

ähnlichen Verschiebungen auf. Bei den CT-Proben mit dem Faserwinkel  $\alpha = 45^\circ$  ist dieses Verhalten ebenfalls zu beobachten, allerdings kommt es bereits vor dem Erreichen des Maximums partiell zu Kraftabfällen (siehe Verlauf mit dem Faservolumenanteil  $\varphi = 7\%$  in Abbildung 4.13). Das Versagen erfolgt dabei nicht vollständig abrupt, sondern äußert sich in einem sukzessiven Versagensprozess.

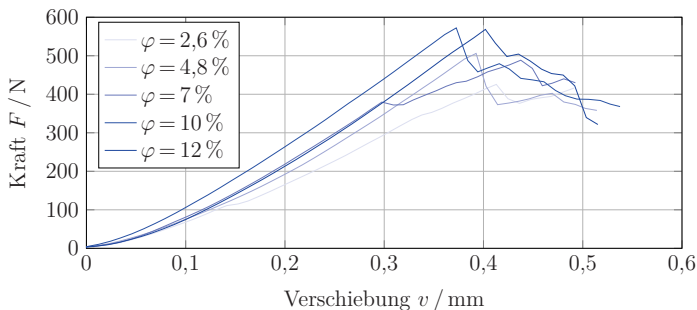


**Abbildung 4.11:** Kraft-Verschiebungs-Kurven von CT-Proben mit dem Faserwinkel  $\alpha = 0^\circ$

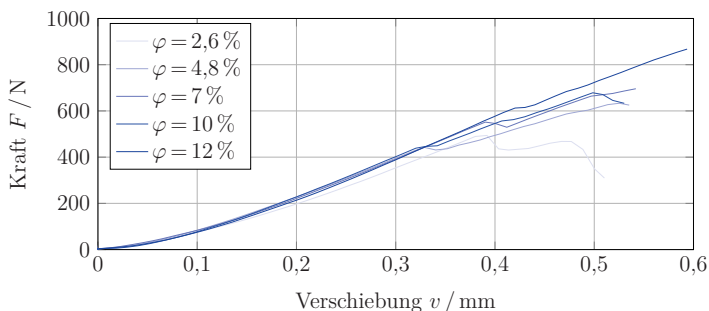


**Abbildung 4.12:** Kraft-Verschiebungs-Kurven von CT-Proben mit dem Faserwinkel  $\alpha = 22,5^\circ$

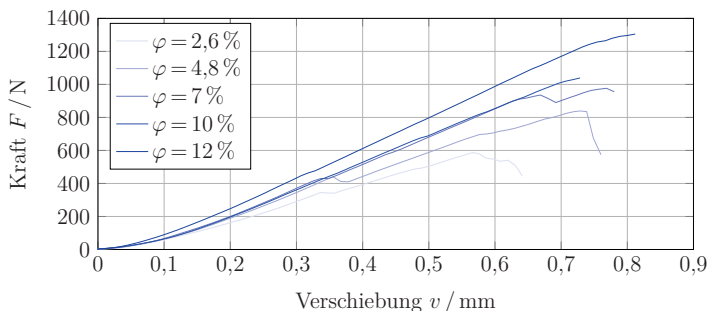
Ein stärkerer Einfluss des Faservolumenanteils  $\varphi$  ist erst bei größeren Faserwinkeln  $\alpha$  erkennbar. Das zeigt sich in größeren Kräften  $F$  und Kräftedifferenzen zwischen den Proben mit steigenden Faservolumenanteilen  $\varphi$ . Bei den Faserwinkeln  $\alpha = 67,5^\circ$  und  $90^\circ$  kommen die Kraftabfälle häufiger vor. Stellen, an denen die Kräfte kleiner werden, sind ein Indikator für die Reduzierung der Probensteifigkeit. Das auftretende Versagensverhalten hat dabei die Tendenz, schrittweise zu erfolgen und es kommt zu verschiedenen Versagenserscheinungen. Somit kann sowohl eine Rissausbreitung in der Matrix als auch ein Versagen der Faser zu Steifigkeitsverlusten führen. Eine weitere Möglichkeit ist das Versagen der Grenzfläche zwischen den Komponenten. Die fraktografische Analyse und der Einfluss der Faserorientierung und des Faservolumenanteils auf den Versagensmechanismus sind in Kapitel 4.3.5 dargestellt. Die größten Kräfte  $F$  weisen die Proben mit dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi = 12\%$  auf. Mit zunehmendem Faseranteil  $\varphi$  tritt wieder vermehrt ein abruptes Versagen, allerdings bei größeren Kräften  $F$  auf.



**Abbildung 4.13:** Kraft-Verschiebungs-Kurven von CT-Proben mit dem Faserwinkel  $\alpha = 45^\circ$



**Abbildung 4.14:** Kraft-Verschiebungs-Kurven von CT-Proben mit dem Faserwinkel  $\alpha = 67,5^\circ$



**Abbildung 4.15:** Kraft-Verschiebungs-Kurven von CT-Proben mit dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$

Die Tabellen 4.3 und 4.4 beinhalten die Maximalzugkräfte der Kompaktzugproben  $F_{\max,i}$  (Serie A bzw. B) sowie die arithmetischen Mittel  $F_{\max}$  und deren Standardabweichung. Aufgrund von Lufteinschlüssen oder Abplatzungen der Matrix (an der Krafteinleitungsstelle) konnten teilweise nicht alle Probekörper geprüft werden. Nicht geprüfte Proben sind

mit einem Querstrich (–) gekennzeichnet. In den Abbildungen 4.16 und 4.17 sind diese Maximalzugkräfte  $F_{\max}$  der Probenserien A und B und deren Standardabweichungen in Abhängigkeit von dem Faservolumenanteil  $\varphi$  über den Faserwinkel  $\alpha$  dargestellt.

Tabelle 4.3: Maximalzugkräfte  $F_{\max}$  der Probenserie A

Faservolumenanteil $\varphi$ / %	Faserwinkel $\alpha$ / °	Maximalzugkräfte $F_{\max,i} / \text{N}$						Standardabweichung $s / \text{N}$
		i = 1	i = 2	i = 3	i = 4	i = 5	$F_{\max} / \text{N}$	
2,6	0	304	478	–	358	–	380	89
	22,5	–	–	445	341	382	389	52
	45	380	335	–	377	426	380	37
	67,5	484	420	446	–	494	461	34
	90	505	555	544	587	533	545	30
4,8	0	436	380	–	463	–	426	42
	22,5	414	357	474	465	432	428	47
	45	474	526	531	506	418	491	47
	67,5	645	647	564	–	633	622	39
	90	807	839	852	787	784	814	31
7	0	560	–	462	413	395	458	74
	22,5	598	445	391	–	448	471	89
	45	492	484	490	488	554	502	29
	67,5	705	666	696	–	753	705	36
	90	976	1207	–	912	969	1016	131
10	0	475	417	–	491	409	448	41
	22,5	416	–	432	411	465	431	24
	45	495	608	485	572	498	532	55
	67,5	809	679	703	–	688	720	60
	90	–	1020	1039	1052	973	1021	35
12	0	–	374	–	469	398	414	49
	22,5	–	413	381	464	379	409	40
	45	–	568	526	566	561	555	20
	67,5	818	867	813	908	945	801	57
	90	1373	1305	1387	1232	1293	1318	63

Als allgemeine Tendenz ist ersichtlich, dass mit steigendem Faserwinkel  $\alpha$  die Maximalzugkräfte  $F_{\max}$  zunehmen. Befinden sich die Fasern parallel bzw. ein wenig versetzt zur Initialrissebene ( $\alpha = 0^\circ$  bzw.  $22,5^\circ$ ), sind die Kräfte annähernd gleich groß. Die Verstärkungswirkung der Fasern in Form größerer Faservolumenanteile  $\varphi$  wird erst ab dem Winkel  $\alpha = 45^\circ$  leicht und bei dem Faserwinkel  $\alpha = 67,5^\circ$  deutlicher erkennbar.

Die größten Werte treten auf, wenn sich die Fasern senkrecht zum Initialriss (in Belastungsrichtung,  $\alpha = 90^\circ$ ) befinden und der Verbund einen hohen Faservolumenanteil  $\varphi$  aufweist. Bei dieser Konstellation ist zudem der typisch lineare Verlauf bei der Einbringung von einer erhöhten Faseranzahl zu erkennen (siehe Probenserie B, Abbildung 4.17).

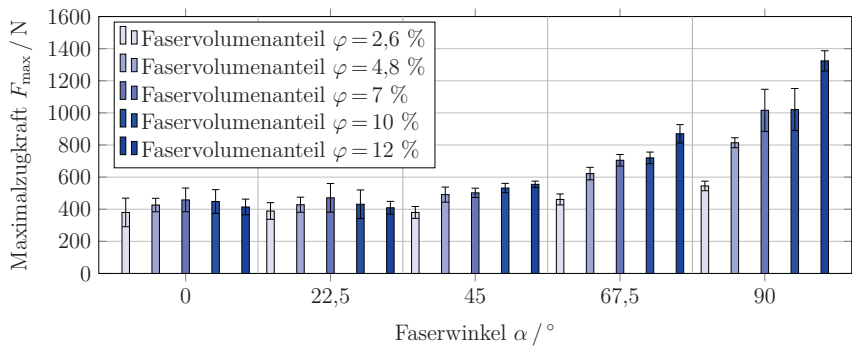


Abbildung 4.16: Maximalzugkräfte  $F_{\max}$  der Probenserie A

Tabelle 4.4: Maximalzugkräfte  $F_{\max}$  der Probenserie B

Faservolumenanteil $\varphi / \%$	Faserwinkel $\alpha / ^\circ$	Maximalzugkräfte $F_{\max,i} / \text{N}$						Standardabweichung $s / \text{N}$
		i = 1	i = 2	i = 3	i = 4	i = 5	$F_{\max} / \text{N}$	
2,1	0	432	377	–	–	491	433	57
	22,5	425	336	347	372	–	370	40
	45	373	363	470	396	398	400	42
	67,5	493	469	491	446	467	473	19
	90	–	592	547	595	434	542	75
5,7	0	–	368	360	315	–	348	29
	22,5	414	–	397	452	455	430	29
	45	468	393	–	420	428	427	31
	67,5	630	631	590	705	635	638	42
	90	–	775	805	891	840	828	50
7,4	0	458	416	379	422	365	408	37
	22,5	432	414	420	338	369	395	40
	45	552	499	537	494	428	502	48
	67,5	848	742	776	606	713	737	89
	90	–	998	1099	1108	997	1051	61
9,8	0	557	383	555	406	436	467	83
	22,5	406	463	362	464	374	414	48
	45	500	558	518	560	512	530	28
	67,5	729	800	838	866	–	808	59
	90	1369	1376	1061	1163	1164	1227	140
12,7	0	616	378	516	396	433	468	98
	22,5	495	435	469	425	411	447	34
	45	554	518	538	506	580	539	29
	67,5	784	809	743	838	765	788	37
	90	–	1297	1560	1388	1342	1397	115

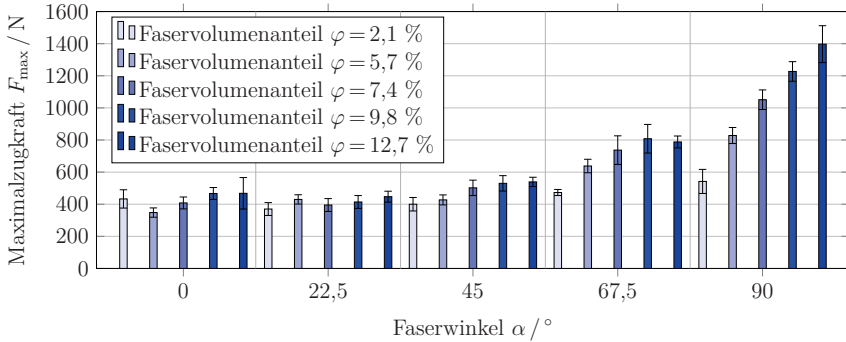


Abbildung 4.17: Maximalzugkräfte  $F_{\max}$  der Probenreihe B

#### 4.3.4 Einfluss der Faserorientierung und des Faservolumenanteils auf den Risspfad

##### Risspfadentwicklung bei verschiedenen Konstellationen

Abbildung 4.18 zeigt ausgewählte CT-Proben der Probenreihe A mit deren Risspfadverläufen (weiß hervorgehoben) in Abhängigkeit von der Orientierung (Faserwinkel  $\alpha$ ) und dem Faservolumenanteil  $\varphi$ . Der Abknickwinkel  $\beta_1$  zu Beginn der Rissinitiation und der (resultierende) Abknickwinkel  $\beta$  (vgl. Abbildung 4.7) sind ebenso angegeben. Es handelt sich jeweils um durchgehende Risse, wobei die Winkel  $\beta_1$  und  $\beta$  an einer Probenoberfläche (mit Hilfe des Bildbearbeitungs- und Bildverarbeitungsprogramms *ImageJ* [Ima12]) bestimmt werden.

Es ist ersichtlich, dass sowohl der Faservolumenanteil als auch der Faserwinkel die Risspfadentwicklung beeinflussen. Sind die Fasern parallel zum Initialriss angeordnet ( $\alpha = 0^\circ$ ), wächst der Riss (nahezu vollständig) entlang der Fasern in dieser Richtung weiter. Diese Ausbreitungsrichtung gleicht somit jener von homogenen und isotropen Materialien unter reiner Mode I-Beanspruchung.

Sind die Fasern in einem Winkel  $\alpha \neq 0^\circ$  zum Anfangsriss orientiert, wächst der Riss nicht mehr ausschließlich senkrecht zur Belastungsrichtung, sondern wird tendenziell in Richtung der Fasern abgelenkt. Am Riss liegt eine Mixed-Mode-Beanspruchung vor. Bei CT-Proben mit Faserwinkeln  $\alpha = 22,5^\circ$  wächst der Riss mit steigendem Faservolumina stärker direkt in Faserrichtung. Bei Volumenanteilen  $\varphi \leq 4,8\%$  ist der resultierende Abknickwinkel  $\beta$  kleiner als der Winkel  $\alpha$  und bei höheren Anteilen ( $\varphi \geq 7\%$ ) sind die beiden Winkel nahezu gleich oder identisch ( $\beta = \alpha$ ).

Das Risswachstum bei Proben mit Faserwinkeln  $\alpha = 45^\circ$  und  $67,5^\circ$  erfolgt zunächst parallel zur Initialrissebene. Anschließend wird der Riss in Faserrichtung abgelenkt, wobei die Länge des Risses, der sich anfangs in der Initialrissebene ausbreitet, kürzer wird. Auch für diese Faserwinkel scheint ein Faservolumenanteil zu existieren, bei dem das Risswachstum ausschließlich entlang der Fasern erfolgt.

Liegen die Fasern parallel zur Belastungsrichtung, senkrecht zum Anfangsriß (Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$ ), so resultieren zwei prinzipielle Risspfadkonstellationen. Bei Faservolumenanteilen  $\varphi \leq 4,8\%$  findet eine sehr geringe Ablenkung des Risses von der Ausgangskonfiguration statt und der Riss wächst anscheinend ungeachtet der Faserorientierung. Mit zunehmenden Anteilen ( $\varphi \geq 7\%$ ) breitet sich der Riss zunächst in der Initialrissebene aus und knickt anschließend abrupt in Richtung der Fasern ab. Als besonderes Charakteristikum entstehen Rissbifurkationen (Abknickwinkel  $\beta \approx \pm\alpha$ ). Ebenso wie bei den anderen Faserwinkeln verringert sich mit zunehmendem Faservolumenanteil die Länge des Risses, der anfangs in der Initialrissebene weiterwächst.

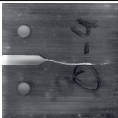
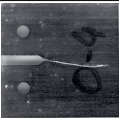
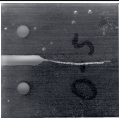
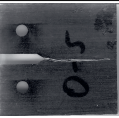
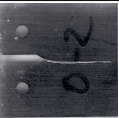
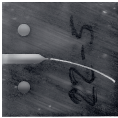
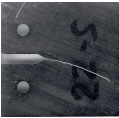
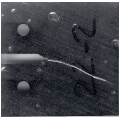
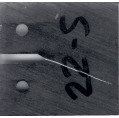
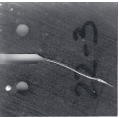
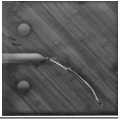
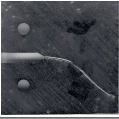
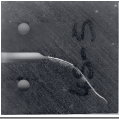
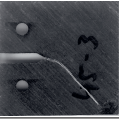
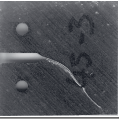
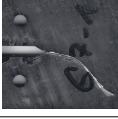
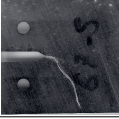
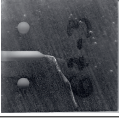
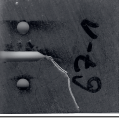
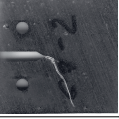
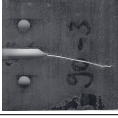
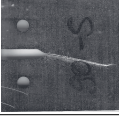
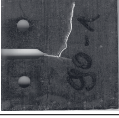

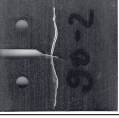
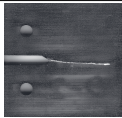
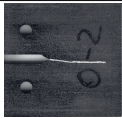
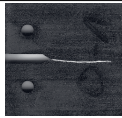
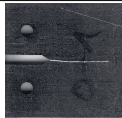
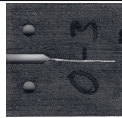
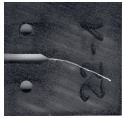

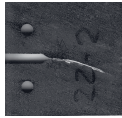
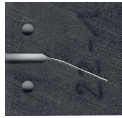
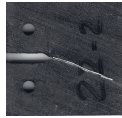
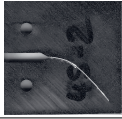
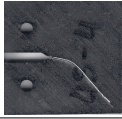
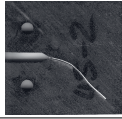
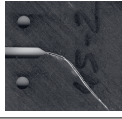
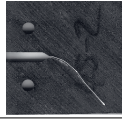
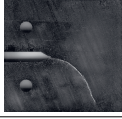
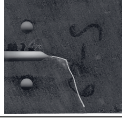
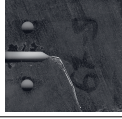
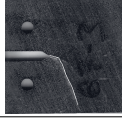
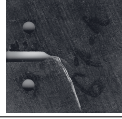
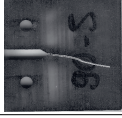
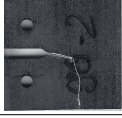
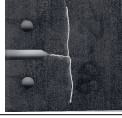
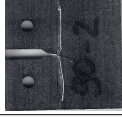
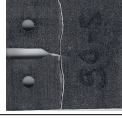
$\varphi / \%$	2,6	4,8	7	10	12
$\alpha = 0^\circ$					
$\beta_1 / ^\circ$	12	11	7	14	11
$\beta / ^\circ$	4	-2	-2	-1	0
$\alpha = 22,5^\circ$					
$\beta_1 / ^\circ$	12	11	7	17	13
$\beta / ^\circ$	24	24	21	21	23
$\alpha = 45^\circ$					
$\beta_1 / ^\circ$	25	11	12	11	24
$\beta / ^\circ$	53	41	48	47	44
$\alpha = 67,5^\circ$					
$\beta_1 / ^\circ$	10	8	11	8	15
$\beta / ^\circ$	50	70	71	65	68
$\alpha = 90^\circ$					
$\beta_1 / ^\circ$	8	6	10	-14	13
$\beta / ^\circ$	16	13	-81	-84	-94/+91

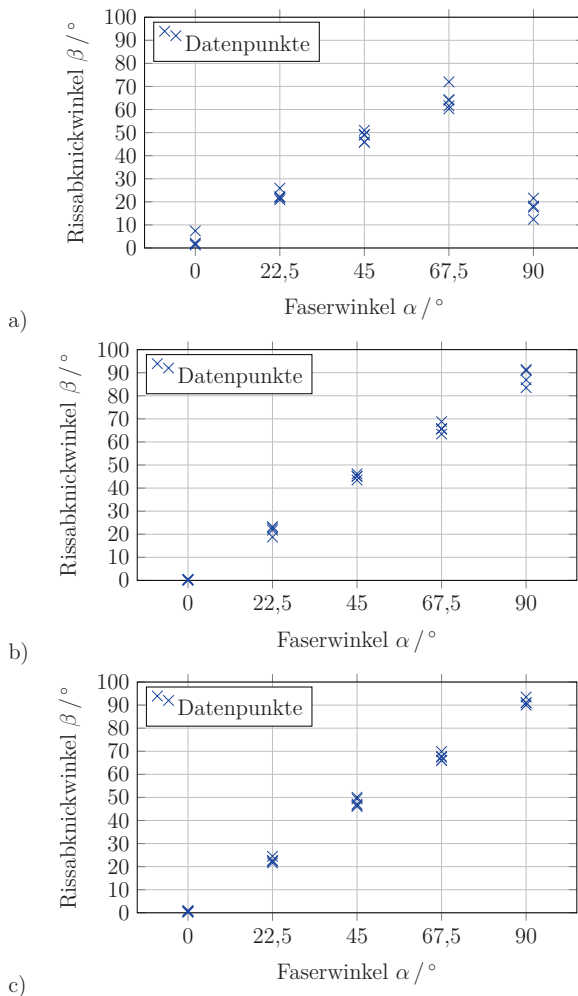
Abbildung 4.18: Risspfade ausgewählter CT-Proben der Probenserie A mit unterschiedlichen Faserorientierungen  $\alpha$  und Faservolumenanteilen  $\varphi$

Die Risspfadverläufe in ausgewählten CT-Proben der Probenserie B sind in Abbildung 4.19 dargestellt. Die Ergebnisse bestätigen die Beobachtungen bei der Probenserie A (Abbildung 4.18). Für Faserwinkel  $\alpha \leq 67,5^\circ$  sind die Rissverläufe bei ähnlichen Faservolumenanteilen  $\varphi$  nahezu identisch. Bei faserparalleler Belastung ( $\alpha = 90^\circ$ ) erfolgt das abrupte Abknicken des Risses aus der Initialrisskonfiguration in Faserrichtung bereits bei Proben mit zwei Wicklungen ( $m = 2$ , Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7\%$ ). Bei der Probenserie A ist dieser Risspfadverlauf erst bei einem Faservolumenanteil  $\varphi = 7\%$  (Wicklungszahl  $m = 3$ ) über alle Proben zu sehen. Dieser Übergangsbereich wird u. a. im Folgenden detailliert betrachtet.

$\varphi / \%$	2,1	5,7	7,4	9,8	12,7
$\alpha = 0^\circ$					
$\beta_1 / ^\circ$	7	7	7	6	5
$\beta / ^\circ$	2	0	0	1	1
$\alpha = 22,5^\circ$					
$\beta_1 / ^\circ$	7	7	7	12	13
$\beta / ^\circ$	26	23	22	21	24
$\alpha = 45^\circ$					
$\beta_1 / ^\circ$	11	11	15	15	20
$\beta / ^\circ$	49	46	44	45	46
$\alpha = 67,5^\circ$					
$\beta_1 / ^\circ$	11	11	13	13	13
$\beta / ^\circ$	64	66	66	68	67
$\alpha = 90^\circ$					
$\beta_1 / ^\circ$	8	10	7	13	8
$\beta / ^\circ$	12	87	-95/+95	-93/+94	-98/+94

**Abbildung 4.19:** Risspfade ausgewählter CT-Proben der Probenserie B mit unterschiedlichen Faserorientierungen  $\alpha$  und Faservolumenanteilen  $\varphi$

In Abbildung 4.20 sind die Rissabknickwinkel  $\beta$  für die Faservolumenanteile  $\varphi = 2,1$ ,  $5,7$  und  $12,7\%$  über den Faserwinkel  $\alpha$  dargestellt. Bei CT-Proben mit dem Faservolumenanteil  $\varphi = 2,1\%$  gibt es bei dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  große Unterschiede zwischen dem Rissabknickwinkel  $\beta$  und dem Faserwinkel  $\alpha$ , siehe Abbildung 4.20a. Für Faservolumenanteile  $\varphi \geq 5,7\%$  sind Rissabknickwinkel  $\beta$  und Faserwinkel  $\alpha$  nahezu gleich und der Riss breitet sich parallel zu den Fasern aus, siehe Abbildung 4.20b für den Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7\%$  und Abbildung 4.20c für den Volumenanteil  $\varphi = 12,7\%$ .



**Abbildung 4.20:** Rissabknickwinkel  $\beta$  in CT-Proben mit unterschiedlichen Faservolumenanteilen  $\varphi$  über dem Faserwinkel  $\alpha$ :

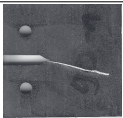
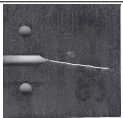
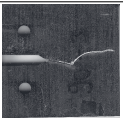
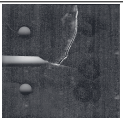

a)  $\varphi = 2,1\%$ , b)  $\varphi = 5,7\%$ , c)  $\varphi = 12,7\%$

Die Risspfadentwicklung in CT-Proben (aus Faser-Kunststoff-Verbunden) ist demzufolge nicht allein von der äußeren Belastung und deren Richtung sowie Wirkung am Riss (Beanspruchungsart) bestimmt, sondern wird zusätzlich von der Ausrichtung der Fasern zum Initialriss (Faserwinkeln  $\alpha$ ) und der Faseranzahl im Verbund (Faservolumenanteil  $\varphi$ ) beeinflusst. Ein größerer Faservolumenanteil  $\varphi$  bedingt ein schnelleres Risswachstum in Faserrichtung, wobei anscheinend winkel- und volumenabhängige Schwellenwerte existieren, ab denen sich der Riss ausschließlich entlang der Fasern ausbreitet.

**Risspfadentwicklung bei Belastung parallel zur Faser**

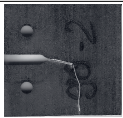
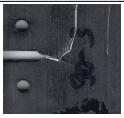
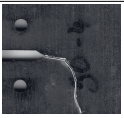
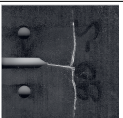
Aufgrund stark unterschiedlicher Rissverläufe (Abknickwinkel  $\beta$ ) bei der Wicklungszahl  $m = 2$ , wird der Übergangsbereich anhand aller geprüften CT-Proben ausgewertet. Dafür werden die Ergebnisse bei den Faservolumenanteilen  $\varphi = 4,8\%$  der Serie A und  $\varphi = 5,7\%$  der Probenserie B sowie die Risspfade mit dem nächstgrößeren Faservolumenanteil  $\varphi = 7\%$  bei der Wicklungszahl  $m = 3$  (Probenserie A) verglichen.

In Proben (der Serie A) mit gleichen Orientierungen (Winkel  $\alpha = 90^\circ$ ) und Faservolumenanteilen  $\varphi = 4,8\%$  breitet sich der Riss in vier von fünf Fällen nahezu in der Initialrissebene aus und knickt nur einmal komplett (und abrupt) in Faserrichtung ab (siehe Abbildung 4.21).

Nummer	1	2	3	4	5
$\alpha = 90^\circ$					
$\beta_1 / ^\circ$	10	9	10	8	6
$\beta / ^\circ$	16	7	-9	-82	13

**Abbildung 4.21:** Risspfade in CT-Proben mit dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi = 4,8\%$

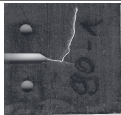
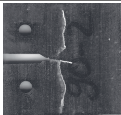
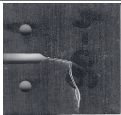
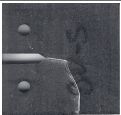
In Abbildung 4.22 sind die Risspfade in CT-Proben (der Probenserie B) mit dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  und dem Faservolumenanteil  $\alpha = 5,7^\circ$  dargestellt. Der Riss verläuft in allen Proben am Anfang annähernd senkrecht zur Faserorientierung und knickt anschließend in Faserrichtung ab. Zusätzlich treten in einer Probe Rissbifurkationen auf.

Nummer	2	3	4	5
$\alpha = 90^\circ$				
$\beta_1 / ^\circ$	10	13	7	8
$\beta / ^\circ$	87	-91	84	-91

**Abbildung 4.22:** Risspfade in CT-Proben mit dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7\%$

Abbildung 4.23 zeigt die Risspfade in CT-Proben (der Serie A) mit gleicher Faserorientierung ( $\alpha = 90^\circ$ ) und einheitlichem Faservolumenanteil  $\varphi = 7\%$ . In allen vier Proben knickt

der Riss um ca.  $90^\circ$  in Richtung der Fasern – entweder in positiver oder negativer Richtung (Abknickwinkel  $\beta \approx \pm 90^\circ$ ) – ab. Des Weiteren kommt es zu Verzweigungen, an denen der Riss sich zum einen nahezu in der Initialrissebene weiter ausbreitet und zum anderen in die Faserrichtungen (Abknickwinkel  $\beta \approx \pm 90^\circ$ ) wächst.

Nummer	1	2	4	5
$\alpha = 90^\circ$				
$\beta_1 / ^\circ$	10	5	7	8
$\beta / ^\circ$	-81	-90/+84	87	89

**Abbildung 4.23:** Risspfade in CT-Proben mit dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi = 7\%$

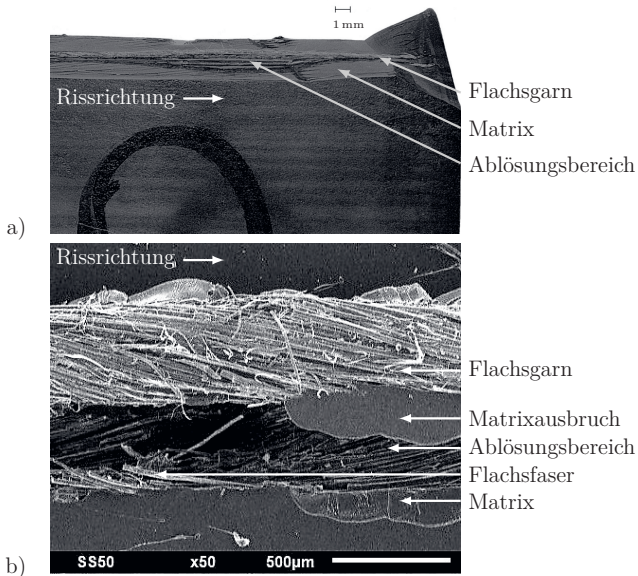
4.3.5 Einfluss der Faserorientierung und des Faservolumenanteils auf den Versagensmechanismus

Die fraktografische Analyse erfolgt mit Hilfe eines Lichtmikroskops (Keyence VHX 500) und eines Rasterelektronenmikroskops (JEOL JSM-6510). Bei dem REM sind für alle Aufnahmen eine Beschleunigungsspannung von 10kV und ein Strahldurchmesser (engl. spot size, Kurzbezeichnung SS) von 50 nm gewählt. Des Weiteren sind jeweils die Vergrößerung (z. B. x50 in Abbildung 4.24b) und der Maßstab angegeben. Die grundlegenden Versagensmechanismen von Faser-Kunststoff-Verbunden sind im Kapitel 3.3.6 beschrieben. Aufgrund der Zusammensetzung des Flachsgarns aus mehreren Flachsfasern (siehe Abbildung 4.1) kann es neben Faserbrüchen (Kohäsionsbrüche) zusätzlich zur Trennung der mechanisch verbundenen Einzelfasern kommen.

Versagensmechanismen bei Belastung senkrecht zur Faser

Sind die Fasern senkrecht zur Lastrichtung (parallel zum Initialriss) angeordnet, versagt der Verbund durch Zwischenfaserbruch (Matrixbruch bzw. Faser-Matrix-Ablösungen) und der Riss wächst entlang der Fasern in Richtung der ursprünglichen Rissebene weiter (siehe Abbildung 4.24a).

Abbildung 4.24b zeigt eine REM-Aufnahme der Bruchfläche (aus Abbildung 4.24a) im Bereich der Ablösung von Flachsgarn und Matrix. Es ist zu erkennen, dass eine Schwachstelle des Verbundes die Adhäsion zwischen Fasern und Matrix ist. Durch das Herauslösen des Garns entsteht eine Art längliche, halbkreisförmige Vertiefung, wobei partiell einzelne Fasern aus dem Flachsgarn herausgezogen werden und in der Matrix verbleiben. Zudem werden Teile der Matrix herausgebrochen.



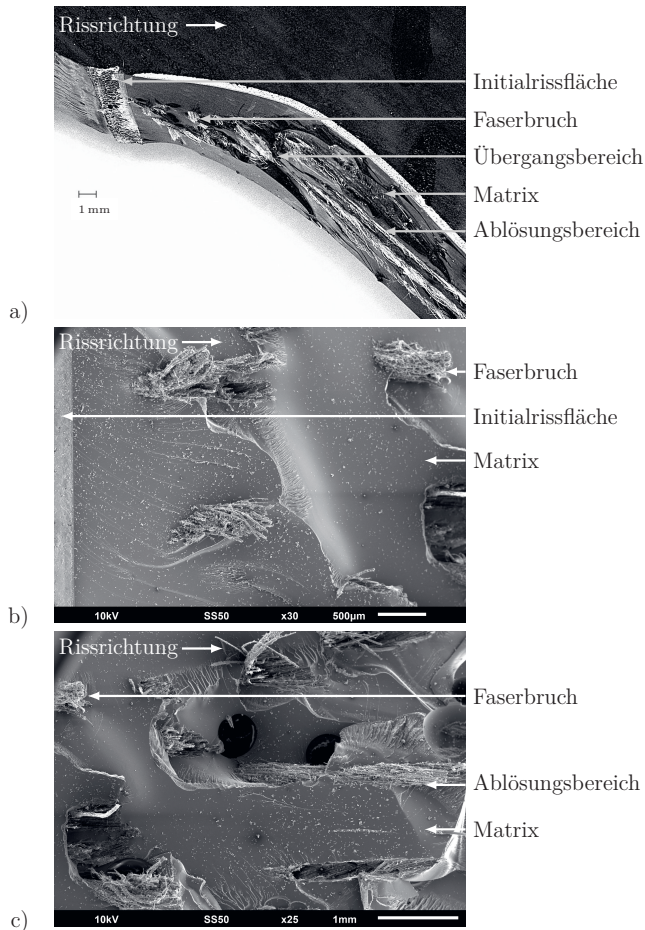
**Abbildung 4.24:** Bruchflächen einer CT-Probe mit dem Faserwinkel  $\alpha = 0^\circ$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi = 2,6\%$ :

a) LM-Aufnahme, b) REM-Aufnahme des Ablösungsbereiches

### Versagensmechanismen bei Belastung schräg zur Faser

Abbildung 4.25 zeigt exemplarisch für schräg orientierte Fasern ( $0 < \alpha < 90^\circ$ ) Bruchflächen einer CT-Probe mit dem Faserwinkel  $\alpha = 45^\circ$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7\%$ . Die Ablenkung des Risses bei Faserwinkeln  $\alpha \neq 0^\circ$  bewirkt nicht nur einen Wechsel der Rissbeanspruchungsart (siehe Kapitel 4.3.4), sondern resultiert auch in verschiedenen Versagensmechanismen. Die anfängliche Rissausbreitung in der Initialrissebene führt bei geringen Volumenanteilen ( $\varphi \leq 5,7\%$ ) in Kombination mit einer schrägen Faserorientierung ( $\alpha \neq 0^\circ$ ) zusätzlich zum Versagen der Fasern (Faserbrüche), vgl. Abbildung 4.25. Zudem treten vereinzelt Faserauszüge auf. Nach dieser Phase wird der Riss in Faserrichtung abgelenkt (bzw. knickt mit zunehmenden Volumina abrupt ab) und breitet sich parallel zu den Fasern aus. Dabei treten Übergangsbereiche mit Faserbrüchen und Ablösungen zwischen Faser und Matrix auf. Das weitere Risswachstum erfolgt durch Versagenserscheinungen in der Matrix bzw. an den Grenzflächen der Verbundkomponenten.

In den Abbildungen 4.25b und 4.25c sind REM-Aufnahmen an verschiedenen Stellen der Bruchfläche (aus Abbildung 4.25a) dargestellt. Abbildung 4.25b zeigt eine REM-Aufnahme im Bereich des Initialrisses, in welcher ebenfalls die Faserbrüche zu erkennen sind. In Abbildung 4.25c ist der Übergangsbereich dargestellt, in welchem anfangs sowohl Faserbrüche als auch Ablösungen zwischen Faser und Matrix auftreten. Die weitere Rissausbreitung ist durch das Versagen der Matrix bzw. Faser-Matrix-Ablösungen charakterisiert, siehe Abbildung 4.25a.



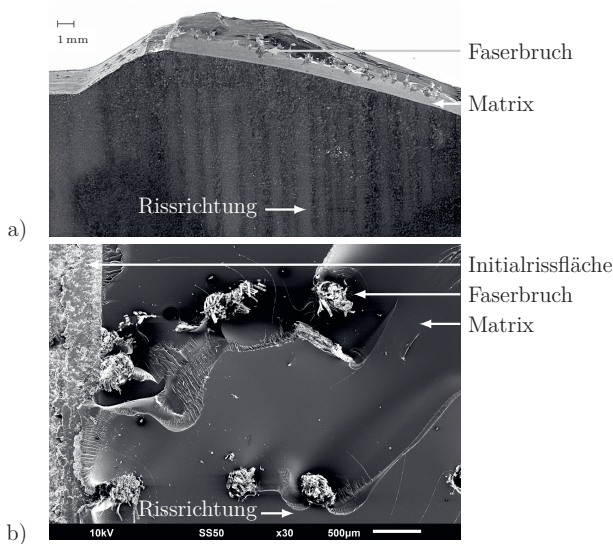
**Abbildung 4.25:** Bruchflächen einer CT-Probe mit dem Faserwinkel  $\alpha = 45^\circ$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7\%$ :

- a) LM-Aufnahme, b) REM-Aufnahme des Initialrissbereiches,  
c) REM-Aufnahme des Übergangsbereiches

Die auftretenden Faserbrüche, resultierend in reduzierten Steifigkeiten, sind eine mögliche Erklärung für die Kraft-Verschiebungs-Kurven mit den partiellen Kraftabfällen, Kapitel 4.3.3.

### Versagensmechanismen bei Belastung parallel zur Faser

Bei Faservolumenanteilen  $\varphi \leq 4,8\%$  wächst der Riss anscheinend ungeachtet der Faserorientierung nahezu parallel zur Ursprungsrissebene und durchtrennt dabei die Fasern, siehe Abbildung 4.26. Faserauszüge treten bei dieser Konstellation ebenfalls auf.



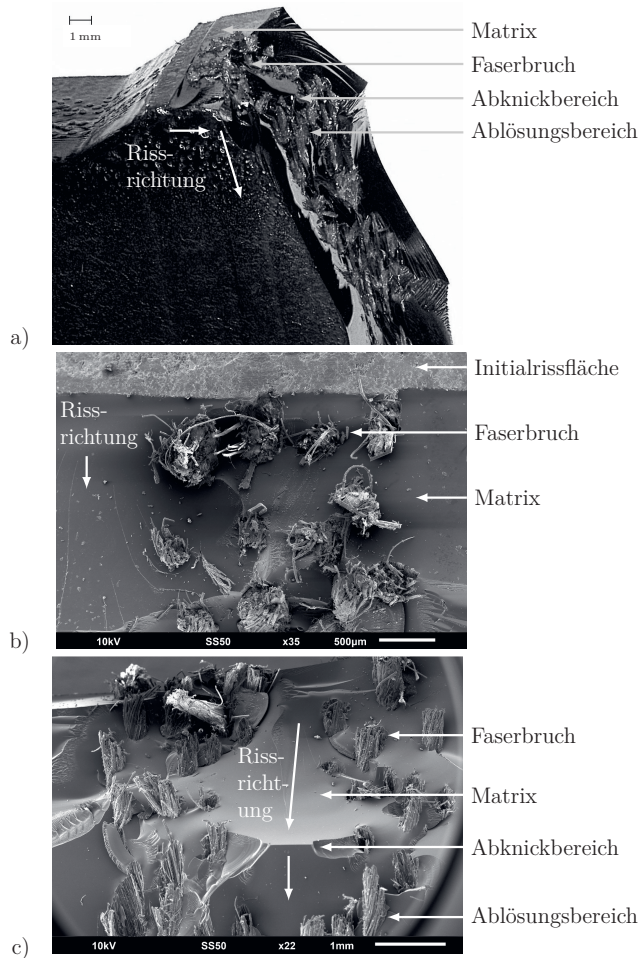
**Abbildung 4.26:** Bruchflächen einer CT-Probe mit dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi = 2,1\%$ :

a) LM-Aufnahme, b) REM-Aufnahme des Initialrissbereiches

Mit zunehmenden Anteilen ( $\varphi > 4,8\%$ ) breitet sich der Riss ebenfalls zunächst in der Initialrissebene aus und knickt anschließend abrupt in Richtung der Fasern ab. Dabei findet ein Übergang von Faserbrüchen zum Bruch der Matrix mit Versagenserscheinungen an den Grenzflächen statt. Exemplarisch dafür ist in Abbildung 4.27a die Bruchfläche einer CT-Probe mit dem Faservolumenanteil  $\varphi = 10\%$  dargestellt.

Die Abbildungen 4.27b und 4.27c zeigen jeweils eine REM-Aufnahme an verschiedenen Stellen der Bruchfläche. Abbildung 4.27b zeigt die erste Phase des Risswachstums, bei dem die Rissausbreitung parallel zur Initialrissfläche erfolgt und Faserbrüche auftreten. Stellenweise herausstehende Garne deuten auf Faserauszüge hin und die noch etwas stärker herausragenden Fasern lassen auf eine Trennung der mechanischen verbunden Einzelfasern schließen. Mit zunehmender Risslänge kommt es zum Abknicken des Risses. In Abbildung 4.27c ist dieser Bereich zu erkennen. Anschließend wächst der Riss parallel zu den Fasern und es versagt die Matrix bzw. treten Ablösungen zwischen Faser und Matrix auf.

Der Riss wächst bei Belastungen parallel zur Faser und Volumenanteilen  $\varphi \leq 4,8\%$  nahezu ungeachtet der Faserorientierung  $\alpha$  in der Initialrissebene weiter. Mit zunehmenden Fasermengen ( $\varphi > 4,8\%$ ) allerdings stellen die Fasern anscheinend einen größeren Widerstand hinsichtlich der Ausbreitung dar und die Risswachstumsvorzugsrichtung orientiert sich (schrittweise bzw. abrupt) parallel zu deren Längsachse.



**Abbildung 4.27:** Bruchflächen einer CT-Probe mit dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi = 10\%$ :

- a) LM-Aufnahme, b) REM-Aufnahme des Initialrissbereiches,  
c) REM-Aufnahme des Abknickbereiches

### 4.3.6 Schlussfolgerungen

Sind die Faser nicht parallel zum Initialriss orientiert, erhöhen die Fasern somit sowohl die mechanischen als auch die bruchmechanischen Eigenschaften der Verbunde. Folglich sind auch bruchmechanische Größen (z. B. Risszähigkeiten) richtungsabhängig. Ab einem bestimmten Faservolumenanteil  $\varphi$  in Kombination mit der Faserausrichtung (Winkel  $\alpha$ ) findet ein Übergang der Hauptversagensmechanismen von Faserbrüchen zu Matrixbrüchen

und Ablösungen der Faser-Matrix-Grenzfläche statt. Demzufolge scheinen faserwinkel- und faservolumenabhängige Schwellenwerte zu existieren, die den Versagensmechanismus und somit auch die Risswachstumsrichtung determinieren.

Bei zunehmenden Fasermengen (Faservolumenanteilen  $\varphi$ ) ist die Rissausbreitung, bei der Faserbrüche auftreten, erschwert, da die erhöhte Faseranzahl einen größeren Widerstand hinsichtlich einer weiteren (ungehinderten) Ausbreitung darstellt und der Weg des geringeren Widerstands dahingehend das Risswachstum entlang der Fasern zu sein scheint. Unter der Voraussetzung, dass die Energie zur Schaffung neuer Oberflächen ausreicht, gibt es an jeder Grenzfläche, auf die der Riss trifft, die Möglichkeit, dass dieser entweder die Fasern durchtrennt und weiterwächst oder abgelenkt wird bzw. komplett in Faserrichtung abknickt und sich parallel dazu ausbreitet.

Aufgrund der beobachteten anfänglichen Ausbreitung bei Faserwinkeln  $\alpha \neq 0^\circ$  schräg bzw. senkrecht zur Faser, verbunden mit deren Versagen, und eines späteren Abknickens des Risses in Faserrichtung (insbesondere bei Faservolumenanteilen  $\varphi > 4,8\%$ ) wird angenommen, dass ein sofortiges Abknicken des Risses zu den Fasern erst in Verbunden mit größeren Faservolumenanteilen ( $\varphi > 12,7\%$ ) als den bisherigen stattfindet.

Basierend auf den experimentellen Ergebnissen wird mit Hilfe numerischer Simulationen eruiert, ob ein ähnliches Risswachstum – insbesondere die Ausbreitungsrichtung – auftritt bzw. beschrieben werden kann.

# 5 Numerische Simulationen

## 5.1 Ablauf

Mit Hilfe von numerischen Programmen ist u. a. die Ermittlung von Größen der Mechanik (z. B. Spannungen und Verformungen) sowie der Bruchmechanik (z. B. Energiefreisetzungs-raten und Spannungsintensitätsfaktoren) in (komplex gearteten) Bauteilen und Strukturen möglich. Ein praktikables numerisches Verfahren ist die Finite-Elemente-Methode (Kurzbezeichnung FEM). Bei der Methode der finiten Elemente erfolgt eine Unterteilung des Bauteils bzw. der Struktur in endliche und berechenbare Teilgebiete, sogenannte finite Elemente, die über Knotenpunkte miteinander verbunden sind [Kle10].

Die Gesamtlösung resultiert aus den Lösungen für die einzelnen Elemente unter Berücksichtigung von Kontinuitäts- und Gleichgewichtsbedingungen, die an den Knoten (Elementrändern) formuliert werden [DD95]. Das resultierende Gleichungssystem für statische Berechnungen ist in Gleichung (5.1) angegeben. Dabei bezeichnen  $[K]$  die Systemsteifigkeitsmatrix, die aus den Elementsteifigkeitsmatrizen zusammengesetzt ist,  $\{u\}$  den Vektor der Knotenpunktverschiebungen und  $\{F\}$  den Vektor der äußeren Kräfte [Kle10].

$$[K] \cdot \{u\} = \{F\} \quad (5.1)$$

Der Ablauf einer FE-Berechnung erfolgt in drei Schritten, nach [Kle10]:

- S1** *Preprocessing*: Modellbildung, Vernetzung, Definition der Lasten, Randbedingungen etc.,
- S2** *Solving*: Lösung des Gleichungssystems mit Hilfe eines FE-Programms (Gleichungslöser) und
- S3** *Postprocessing*: Ergebnisauswertung.

Im Preprocessing erfolgt die Modellbildung und Vernetzung sowie die Definition der Materialeigenschaften, Lasten und Randbedingungen. Bei der Vernetzung erfolgt die Diskretisierung des Bauteils in eine endliche Anzahl finiter Elemente. Das Bauteil, welches eventuell bereits als CAD-Modell vorliegt, wird in ein FE-Modell überführt. Die Zusammensetzung der berechenbaren Elementansatzfunktionen ergibt ein Gleichungssystem, dessen Lösung eine Näherung für das vorliegende Problem liefert. Die Lösung erfolgt numerisch mit Hilfe eines FE-Programms (z. B. ABAQUS). Im Postprocessing erfolgt die Ausgabe der Ergebnisse (grafisch bzw. tabellarisch) und deren Interpretation [Kle10, DD95].

## 5.2 Ermittlung bruchmechanischer Größen

### 5.2.1 Risschließungsintegral

Das Risschließungsintegral (Kapitel 2.1.5) kann für die numerische Ermittlung der Energiefreisetzungsraten und Spannungsintensitätsfaktoren genutzt werden. Die Methode wird modifizierte Risschließungsintegralmethode (engl. modified virtual crack closure integral, Kurzbezeichnung MVCCI) genannt. Dabei kann die Ermittlung der Risschließungsarbeit  $W$  mit Hilfe der Methode der finiten Elemente erfolgen, indem die Kräfte und Verschiebungen der Knotenpunkte am Riss bzw. in der Rissumgebung verwendet werden [RK77]. Abbildung 5.1 zeigt eine Risskonfiguration mit Hilfe der finiten Elemente.

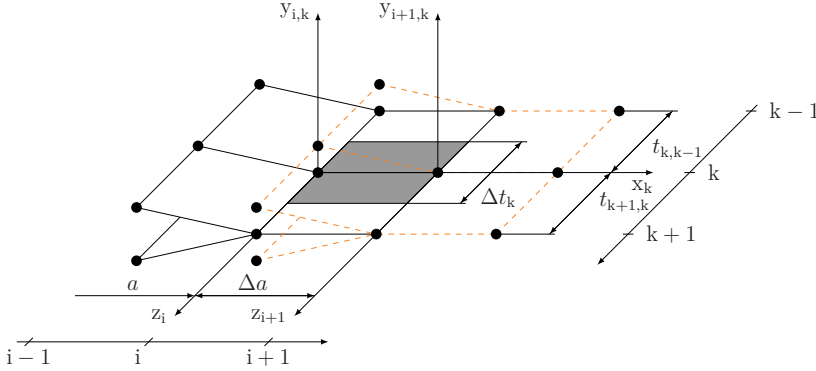


Abbildung 5.1: Anwendung der MVCCI-Methode auf finite Elemente nach [RS12]

In den Gleichungen (5.2) bis (5.4) werden mit Hilfe der numerisch ermittelten Knotenpunktkräfte  $F_i$  und Knotenpunktverschiebungen  $u_i$  in den entsprechenden Koordinatenrichtungen (x, y, und z) die Energiefreisetzungsraten  $G_I$ ,  $G_{II}$  und  $G_{III}$  berechnet. Die Umrechnung in Spannungsintensitätsfaktoren erfolgt mit den Gleichungen (2.62) bis (2.64).

$$G_I(a, \Delta t_k)_k = \frac{1}{\Delta t_k \cdot \Delta a} W_k^y \quad \text{mit} \quad W_k^y = \frac{1}{2} \left[ F_{i,k}^y(a) \cdot \Delta u_{i-1,k}^y(a) \right] \quad (5.2)$$

$$G_{II}(a, \Delta t_k)_k = \frac{1}{\Delta t_k \cdot \Delta a} W_k^x \quad \text{mit} \quad W_k^x = \frac{1}{2} \left[ F_{i,k}^x(a) \cdot \Delta u_{i-1,k}^x(a) \right] \quad (5.3)$$

$$G_{III}(a, \Delta t_k)_k = \frac{1}{\Delta t_k \cdot \Delta a} W_k^z \quad \text{mit} \quad W_k^z = \frac{1}{2} \left[ F_{i,k}^z(a) \cdot \Delta u_{i-1,k}^z(a) \right] \quad (5.4)$$

Dabei bezeichnen  $W_k^x$ ,  $W_k^y$  und  $W_k^z$  die zur Risschließung um die Länge  $\Delta a$  notwendigen Arbeiten,  $F_{i,k}^x$ ,  $F_{i,k}^y$  und  $F_{i,k}^z$  die Kraftkomponenten am Knotenpunkt  $(i, k)$  sowie  $\Delta u_{i-1,k}^x$ ,  $\Delta u_{i-1,k}^y$  und  $\Delta u_{i-1,k}^z$  die Komponenten der relativen Rissuferverschiebung zwischen den beiden Punkten  $(i-1, k)$ . Die Gesamtenergiefreisetzungsrate  $G$  ergibt sich durch Superposition der Energiefreisetzungsraten  $G_I$ ,  $G_{II}$  und  $G_{III}$ , Gleichung (5.5).

$$G(a, \Delta t_k) = G_I(a, \Delta t_k) + G_{II}(a, \Delta t_k) + G_{III}(a, \Delta t_k) \quad (5.5)$$

Die Elementlänge  $\Delta t_k$  wird über Gleichung (5.6) ermittelt.

$$\Delta t_k = \frac{t_{k+1,k} + t_{k,k-1}}{2} \quad (5.6)$$

## 5.2.2 Programmsystem ADAPCRACK3D

Für die bruchmechanische Berechnung wird das Programmsystem ADAPCRACK3D [Ful03, SFR03], welches neben der Ausgabe bruchmechanischer Größen auch eine automatische quasistatische Rissausbreitungssimulation in dreidimensionalen (3D) Strukturen ermöglicht, verwendet. Das in ADAPCRACK3D implementierte Konzept ( $\sigma'_1$ -Kriterium nach *Schöllmann* [Sch01]) ist eine dreidimensionale Erweiterung des zweidimensionalen Kriteriums der maximalen Tangentialspannungen von *Erdogan* und *Sih* (Kapitel 2.1.6). Dafür werden zwei Richtungswinkel  $\varphi_0$  und  $\psi_0$  definiert. Der Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  ergibt sich aus der Lösung der Gleichung (5.7) [Sch01].

$$\begin{aligned} & -6 K_I \tan\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) - K_{II} \left[6 - 12 \tan^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\right] \\ & + \left\{ \left[4 K_I - 12 K_{II} \tan\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\right] \left[-6 K_I \tan\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) - K_{II} \left[6 - 12 \tan^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\right]\right] \right. \\ & \quad \left. - 32 K_{II}^2 \tan\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) \left[1 + \tan^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\right]^2 \right\} \\ & \cdot \left\{ \left[4 K_I - 12 K_{II} \tan\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\right]^2 + 64 K_{III}^2 \left[1 + \tan^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\right]^2 \right\}^{-1/2} = 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

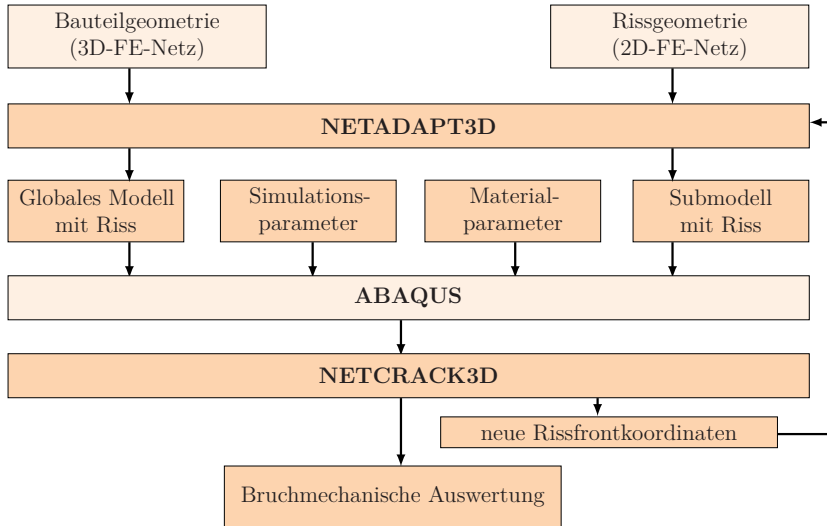
Der Verdrehwinkel  $\psi_0$  ist in Gleichung (5.8) und der Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_V$  in Gleichung (5.9) angegeben [Sch01]. Dabei bezeichnen  $\tau_{\varphi z}$  die Schubspannung und  $\sigma_\varphi$  die Normalspannung.

$$\psi_0 = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2 \tau_{\varphi z}(\varphi_0)}{\sigma_\varphi(\varphi_0)}\right) \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} K_V = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) & \left[ K_I \cos^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) - \frac{3}{2} K_{II} \sin(\varphi_0) \right. \\ & \left. + \sqrt{\left[ K_I \cos^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) - \frac{3}{2} K_{II} \sin(\varphi_0) \right]^2 + 4 K_{III}^2} \right] \end{aligned} \quad (5.9)$$

## Aufbau und Simulationsablauf

Prinzipieller Aufbau und Simulationsablauf des Programmsystems sind in Abbildung 5.2 anhand der drei Funktionsmodule (NETADAPT3D, ABAQUS, NETCRACK3D) dargestellt. Die Interaktion der im Wesentlichen voneinander unabhängige Module erfolgt über Schnittstellen. Wegen des modularen Aufbaus können einzelne Komponenten des Programms modifiziert oder gegebenenfalls komplett ersetzt werden, ohne in die grundlegende Funktionalität des Programms eingreifen zu müssen [FSR00].



**Abbildung 5.2:** Aufbau und Simulationsablauf des Programmsystems ADAPCRACK3D nach [Ful03, Sch14]

Die Rissfortschrittsberechnung ist in drei Simulationsabschnitte unterteilt [Ful03]:

- S1** Im Modul NETADAPT3D werden die Eingabedateien eingelesen, die dreidimensionale Netzadaption durchgeführt und den nachfolgenden Modulen die zur FE-Rechnung aufbereiteten Dateien übergeben.
- S2** Im FE-Programm ABAQUS erfolgt die Berechnung der mechanischer Größen (Spannungen und Verschiebungen), die für die bruchmechanische Auswertung benötigt werden.
- S3** Das Modul NETCRACK3D führt die bruchmechanische Auswertung durch und liefert u. a. die neuen Rissfrontkoordinaten für den nächsten Simulationsschritt.

## Programmschnittstellen

Die Module kommunizieren über Ein- und Ausgangsschnittstellen miteinander. Für die numerische Simulation müssen verschiedene Dateien (durch den Nutzer) vor dem Programmstart bereitgestellt werden. Neben drei Dateien, die jeweils einer Simulation zugehörig sind, werden noch Materialparameter aus einer datenbankähnlichen Datei benötigt. Die Materialdaten enthalten mechanische und bruchmechanische Kennwerte. Für das Ausführen einer

Simulation mit bruchmechanischer Auswertung sind mindestens 4 Eingangsschnittstellen (Dateien) erforderlich [Ful03]:

- E1** Die Datei mit der Geometrie des zu untersuchenden Objektes beinhaltet die Bauteilgeometrie ohne Riss. Das FE-Netz besteht aus Tetraederelementen mit linearen bzw. quadratischen Ansatzfunktionen (3D-FE-Netz). Zudem sind die Lagerungen und Kräfte für die nachfolgende FE-Rechnung enthalten.
- E2** In der Datei mit der Geometrie des einzubringenden Risses liegt die vernetzte Rissgeometrie vor. Als Elementtypen werden Dreieckselemente mit linearen Ansatzfunktionen verwendet. Darüber hinaus ist die Möglichkeit zur Integration mehrerer Risse in einem Bauteil gegeben.
- E3** Die Datei mit den Materialdaten wird im Modul NETADAPT3D eingelesen und dient zur Berechnung der bruchmechanischen Größen.
- E4** Die Datei mit den Simulationsparametern fungiert als Steuerungsdatei für das Modul NETCRACK3D und beinhaltet Parameter für die bruchmechanische Analyse (maximales Rissinkrement pro Simulationsschritt, zu verwendendes bruchmechanisches Konzept etc.).

Die Daten der Ausgangsschnittstellen können in Visualisierungs-, Simulationsinformations- und Steuerungsdaten eingeteilt werden [Ful03]:

- A1** Über den Postprocessor im FE-Programm ABAQUS können die Ergebnisse (Spannungs- und Verschiebungsfelder) grafisch veranschaulicht werden. Des Weiteren besteht die Möglichkeit, knoten- und elementspezifische Daten zu extrahieren.
- A2** Die Simulationsinformationsdaten stellen eine Zusammenfassung aller Daten in Form von Textdateien, die den Fortschritt der Simulation dokumentieren, dar.
- A3** Die Steuerungsdaten dienen u. a. für die Lebensdauerabschätzung und zum Abbruch der Simulation bei der Verletzung bruchmechanischer Grenzwerte.

### Das Modul NETADAPT3D

Das Modul NETADAPT3D kann als zentrale Steuerungseinheit des Programms ADAPCRACK3D aufgefasst werden, wobei es als Master-Modul die anderen Programmmodule als externe Funktionen aufruft und den Datenaustausch mit diesen Modulen übernimmt. Nach dem Einlesen der Eingangsdaten (siehe Abbildung 5.2) führt NETADAPT3D eine automatische Netzanpassung durch und generiert ein globales Modell mit Riss und ein Submodell, das die Rissfrontumgebung beschreibt. Dafür muss die Geometrie des rissfreien Bauteils in Form eines 3D-FE-Netzes und die Geometrie des Risses als zweidimensionales (2D) FE-Netz vorliegen. Die Verwaltung und Anpassung des Netzes erfolgt kontinuierlich und für jeden Berechnungsschritt, sodass NETADAPT3D während des gesamten Simulationsablaufs aktiv bleibt. Somit ist in jedem Simulationsschritt aufgrund neuer Rissfrontkoordinaten eine Anpassung des FE-Netzes an diese Geometrie erforderlich. Über die Geometrieanpassung hinaus ist das Modul für die Qualitätssicherung des FE-Netzes verantwortlich, um u. a. die Fortführung der Simulation zu ermöglichen und eine ausreichende Simulationsqualität zu gewährleisten [FSR00].

Die FE-Analyse für das rissbehaftete Bauteil und das Submodell (mit Riss) wird mit Hilfe des FE-Programms ABAQUS durchgeführt [Ful03, Sch14]. Des Weiteren werden

Simulationsparameter (Lastdaten, Anzahl der Iterationsschritte, Angabe der Rissfortschrittsgleichung etc.) sowie (mechanische und bruchmechanische) Kennwerte benötigt. Bei den mechanischen Materialparametern kann orthotropes Verhalten berücksichtigt werden. Im folgenden Abschnitt wird auf das Spezialnetz, welches an der Rissfront verwendet wird, und die damit verbundene Submodelltechnik eingegangen.

### Spezialnetz an der Rissfront mittels Submodelltechnik

Die Submodelltechnik ist eine Analysemethode, die es ermöglicht, Teilgebiete eines FE-Modells mit einem feineren Netz differenzierter zu betrachten. Die Analyse erfolgt nach folgendem Schema [Ful03]:

- S1** Erstellen und Lösen eines groben, globalen FE-Modells der Gesamtstruktur,
- S2** Vollständiges Neuvernetzen des zu betrachtenden Teilgebiets,
- S3** Aufbringen der Randbedingungen aus der Lösung des globalen Modells sowie zusätzlicher Randbedingungen (z. B. Lasten) innerhalb des Teilgebiets und
- S4** Lösen des Submodells.

Um eine automatische Berechnung der bruchmechanischen Größen zu ermöglichen, wird in ADAPCRACK3D ein Spezialnetz in der Rissfrontumgebung verwendet. Damit wird eine gleichbleibende Grundstruktur der Netzbeschaffenheit über die gesamte Simulationsdauer erreicht. Das dreidimensionale Spezialnetz besteht aus 8-Knoten-Hexaederelementen mit linearen Ansatzfunktionen. Den Querschnitt bilden mindestens 16 Elemente (Anordnung vergleichbar mit einer 4-reihigen, quadratischen Matrix), wobei jedes Element idealisiert einen quadratischen Querschnitt hat. Die Kantenlänge kann bei Programmstart definiert werden und bei den nachfolgenden Programmiterationen erfolgt die Festlegung durch die Größe des Rissinkrements. Das gesamte Spezialnetz wird als Submodell definiert. Die bruchmechanische Auswertung im Programmmodul NETCRACK3D basiert allein auf dem Submodell und somit dem Spezialnetz, wodurch die Vernetzung des globalen Modells keinen unmittelbaren Einfluss ausübt [Ful03].

### Das Modul NETCRACK3D

Im Modul NETCRACK3D erfolgt die bruchmechanische Auswertung. Mit Hilfe der modifizierten virtuellen Risssschließungsintegralmethode (MVCCI-Methode, Kapitel 5.2.1) werden entsprechend der Rissbeanspruchungsart die Energiefreisetzungsraten  $G_I$ ,  $G_{II}$  und  $G_{III}$  sowie die Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$ ,  $K_{II}$  und  $K_{III}$  berechnet. Darüber hinaus werden bei Simulationen des Ermüdungsrisswachstums u. a. die Lastwechselzahl  $N$  pro Rissinkrement  $\Delta a$  für den jeweiligen Iterationsschritt sowie die Koordinaten der neuen Rissfront für die nächste Iteration berechnet. Eine umfassende Beschreibung des Moduls NETCRACK3D ist in [Sch01] zu finden. Im Folgenden werden die vier grundlegenden Auswerteschritte vorgestellt [Ful03]:

- A1 Beanspruchungsanalyse:** Die lokale Beanspruchung an der Rissfront wird über die Energiefreisetzungsraten für die einzelnen Moden  $G_I$ ,  $G_{II}$  und  $G_{III}$  ermittelt. Die Energiefreisetzungsraten werden mit Hilfe der MVCCI-Methode berechnet.
- A2 Bestimmung der Rissausbreitungsrichtung:** Die Ermittlung der Ausbreitungsrichtung erfolgt unter Verwendung des dreidimensionalen Rissausbreitungskonzeptes. Für jeden Rissfrontknoten werden die Gleichungen (5.7) und (5.8) mit den zugehörigen Spannungsintensitätsfaktoren numerisch ausgewertet.

- A3 Lebensdauerabschätzung:** Voraussetzung für die Abschätzung von Lebensdauern ist, dass sich die Werte der Spannungsintensitätsfaktoren im Bereich der stabilen Rissausbreitung (siehe Kapitel 2.1.4) befinden, andernfalls wird die Simulation beendet. Die Lebensdauern werden auf Basis von Gleichung (2.15) für ein vorgegebenes Rissinkrement  $\Delta a$ , das den Rissfrontknoten mit dem größten Spannungsintensitätsfaktor aufweist, berechnet.
- A4 Ermittlung der neuen Rissfrontkoordinaten:** Die neue Rissfront wird basierend auf den bestehenden Rissfrontknoten berechnet, wobei jeweils eine Längen- und eine Richtungsangabe zur Ermittlung der neuen Position benötigt wird.

Detaillierte Beschreibungen des Programmsystems ADAPCRACK3D, die Benennung und Formate der Dateien und dessen Interaktion mit anderen Programmen sind z. B. in [Ful03] zu finden. Zudem sind Erläuterungen der Programmmodule NETADAPT3D hinsichtlich Charakterisierung und Bewertung von Algorithmen zur Risseinfügung und Netzverbesserung sowie NETCRACK3D bezüglich Rissausbreitungsrichtung, Lebensdauerabschätzung und Ermittlung der neuen Rissfrontkoordinaten enthalten.

## 5.3 Anwendung auf Flachsfaser-Kunststoff-Verbunde

### 5.3.1 Modellierung

Es existieren verschiedene Ansätze bei der Abstraktion des realen Körpers in ein Modell. Die Modellierung erfolgt für homogenes und inhomogenes Material im FE-Programm ABAQUS, wobei die Geometrie der CT-Probe in Anlehnung an Abbildung 4.5b gewählt ist und das FE-Modell nach der Vernetzung als 3D-FE-Netz vorliegt. Als Elementtypen sind dreidimensionale Hexaederelemente mit linearen Ansatzfunktionen gewählt.

#### Homogenes Material

Aufgrund der parallelen Ausrichtung der Fasern kann der Verbund als unidirektionale Schicht, die transversal isotrope Eigenschaften aufweist (vgl. Kapitel 3.3.3), betrachtet werden. Der makromechanische Ansatz resultiert in einem homogenen Material (mit orthotropen Eigenschaften), Abbildung 5.3a.

#### Inhomogenes Material

Ein Ansatz bei der Modellierung des Verbundes als inhomogenes Material ist in Form eines Schichtverbundes (vgl. Kapitel 3.1), welcher zwei Phasen (Faser und Matrix) enthält, Abbildung 5.3b.

Der Faserwinkel  $\alpha$  ist aufgrund der Symmetrie zum Initialriss (in der x-z-Ebene) in mathematisch positiver Drehrichtung definiert. Die Dicke einer Faser- und Matrixschicht ist insgesamt auf 5 mm gewählt, wobei die Faserschichtdicke sich durch Multiplikation mit dem jeweiligen Faservolumenanteil  $\varphi$  (siehe Kapitel 5.3.2) ergibt. Ein FE-Modell wird jeweils so generiert, dass sich die Risspitze des Initialrisses am Übergang von einer Matrix- und einer Faserschicht befindet.

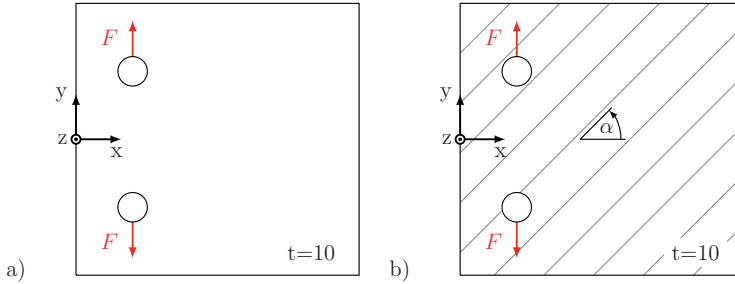


Abbildung 5.3: Modellierungen: a) homogen, b) inhomogen

### 5.3.2 Materialparameter

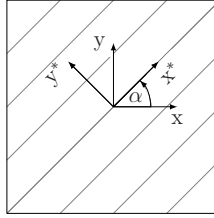
Vor der Ausführung einer numerischen Simulation, z. B. zur Ermittlung von Spannungen und Verschiebungen, sind mechanische Materialparameter zu hinterlegen. Bei Faserverbunden, die nur aus einer unidirektionalen Schicht bestehen, liegt eine transversale Isotropie vor und die Anzahl reduziert sich auf 5 Grund-Elastizitätsgrößen.

Die Elastizitätsmoduln werden mit Hilfe der Mischungsregel, Gleichung (3.10), bestimmt. Die empirischen Kennwerte aus dem Zugversuch (Kapitel 4.3.2) bleiben aufgrund von nicht der Norm entsprechenden Flachzugproben unberücksichtigt. Der Zugelastizitätsmodul des Flachsgarns wird auf  $E_{f\parallel} = 70000 \text{ MPa}$ , vgl. [PEL16], festgelegt und die Matrixsteifigkeit wird konservativ mit  $E_m = 2000 \text{ MPa}$ , nach [RM15], angenommen. In Tabelle 5.1 sind die Steifigkeiten  $E_{\parallel}$  für fünf Faservolumenanteile  $\varphi = 3$  bis 15 % aufgelistet. Die ersten vier Werte sind so gewählt, dass diese im Bereich der ermittelten Faservolumenanteile (vgl. Kapitel 4.3.1) liegen. Mit dem Volumenanteil  $\varphi = 15 \%$  soll das Verhalten bei einem größeren Wert als die experimentellen Ergebnisse untersucht werden.

**Tabelle 5.1:** Elastizitätsmoduln in Faserlängsrichtung  $E_{\parallel}$  in Abhängigkeit von dem Faservolumenanteil  $\varphi$  nach Gleichung (3.10)

$\varphi / \%$	$E_{\parallel} / \text{MPa}$
3	4040
6	6080
9	8120
12	10160
15	12200

Für den Fall, dass die Fasern nicht in deren Längsrichtung belastet werden, ist eine Transformation des Materialkoordinatensystems in die globalen Koordinatenrichtungen notwendig (siehe Abbildung 5.4). Hierbei kommt ein vereinfachter Ansatz zum Einsatz, bei dem lediglich die Elastizitätsmoduln  $E_x$  und  $E_y$  mit dem Winkel  $\alpha$  veränderlich sind.



**Abbildung 5.4:** Globales Koordinatensystem  $(x, y)$  und Materialkoordinatensystem  $(x^*, y^*)$

Das Gleichungssystem (5.10) gibt die Beziehung mit der Transformationsmatrix  $T$  an. Dabei sind  $E_i$  (mit  $i = x, y, z$ ) die transformierten und  $E_i^*$  (mit  $i = x, y, z$ ) die Verbundsteifigkeiten. Der Parameter  $E_x^*$  entspricht dem Elastizitätsmodul in Faserlängsrichtung  $E_{\parallel}$  und die Steifigkeiten  $E_y^*$  und  $E_z^*$  sind dem Elastizitätsmodul einer unidirektionalen Schicht quer zur Faserrichtung  $E_{\perp}$  gleichzusetzen ( $E_x^* = E_{\parallel}$  und  $E_y^* = E_z^* = E_{\perp}$ ). Analog zur Matrix wird der Elastizitätsmodul  $E_{\perp} = 2000$  MPa angenommen. Die in Abhängigkeit von dem Faserwinkel  $\alpha$  transformierten Elastizitäten  $E_{\parallel}$  (siehe Tabelle 5.1) sind in Tabelle 5.2 für die einzelnen Faservolumenanteile  $\varphi$  dargestellt. Die Querkontraktionszahlen und Schubmoduln sind bei Faser-Kunststoff-Verbunden experimentell sehr aufwendig zu bestimmen, sodass diese Materialdaten in erster Näherung geschätzt und als konstant betrachtet werden (siehe Tabelle 5.3).

$$\underbrace{\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}}_E = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & 0 \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_T \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} E_x^* \\ E_y^* \\ E_z^* \end{pmatrix}}_{E^*} \quad (5.10)$$

Die Werte in den Tabellen 5.2 und 5.3 dienen als Materialparameter für die numerischen Simulationen des homogenen Verbundes. Bei der inhomogenen Modellierung werden als erster Ansatz die beiden Phasen als isotrop angesehen ( $E_f = 70000$  MPa und  $E_m = 2000$  MPa), um u. a. einen größeren Unterschied (Anisotropiegrad) in den elastischen Eigenschaften der Einzelkomponenten zu generieren.

**Tabelle 5.2:** Elastizitätsmoduln  $E_x$  und  $E_y$  in Abhängigkeit von dem Faservolumenanteil  $\varphi$  und dem Faserwinkel  $\alpha$

	$\alpha / ^\circ$	0	22,5	45	67,5	90
$\varphi = 3 \%$	$E_x / \text{MPa}$	4040	3741	3020	2299	2000
	$E_y / \text{MPa}$	2000	2299	3020	3741	4040
$\varphi = 6 \%$	$E_x / \text{MPa}$	6080	5482	4040	2598	2000
	$E_y / \text{MPa}$	2000	2598	4040	5482	6080
$\varphi = 9 \%$	$E_x / \text{MPa}$	8120	7224	5060	2896	2000
	$E_y / \text{MPa}$	2000	2896	5060	7224	8120
$\varphi = 12 \%$	$E_x / \text{MPa}$	10160	8965	6080	3195	2000
	$E_y / \text{MPa}$	2000	3195	6080	8965	10160
$\varphi = 15 \%$	$E_x / \text{MPa}$	12200	10706	7100	3494	2000
	$E_y / \text{MPa}$	2000	3494	7100	10706	12200

Tabelle 5.3: Parameter für die Materialdatei

Parameter	Wert
$\nu_{xy} / -$	0,3
$\nu_{xz} / -$	0,3
$\nu_{yz} / -$	0,3
$G_{xy} / \text{MPa}$	1000
$G_{xz} / \text{MPa}$	1000
$G_{yz} / \text{MPa}$	1000
$E_z / \text{MPa}$	2000

### 5.3.3 Belastungsparameter und Lagerung

Die Belastung und Lagerung der modellierten CT-Probe (Abbildung 5.5) geschieht in Anlehnung an die experimentellen Untersuchungen. Die Lasteinleitung erfolgt auf der Linie senkrecht zur x-y-Ebene durch den Punkt  $P_2$  (12,5 | 18,25 | 5,0). Als Belastung ist eine konstante Kraft  $F = 1100 \text{ N}$ , die gleichmäßig entlang der Probendickenrichtung (z-Achse) verteilt wird, gewählt. Bei einer Probendicke  $t = 10 \text{ mm}$  und einer fest gewählten Elementgröße  $e = 1 \text{ mm}$  resultieren 11 Knoten (Kraftkomponente am Knotenpunkt  $F_k = F / 11$ ). Für die statisch bestimmte Lagerung sind 3 Knotenpunkte –  $P_1$  (12,5 | -18,25 | 5,0),  $P_2$  (12,5 | 18,25 | 5,0),  $P_3$  (62,5 | 0,0 | 5,0) – mit einer unterschiedlichen Anzahl von unterbundenen translatorischen Freiheitsgraden (Verschiebung  $u_i = 0$  mit  $i = x, y, z$ ) festgelegt.

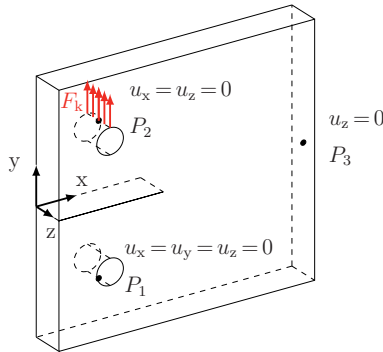


Abbildung 5.5: Belastung und Lagerung der CT-Probe mit angedeuteter Rissgeometrie

### Dateien zur bruchmechanischen Auswertung mit ADAPCRACK3D

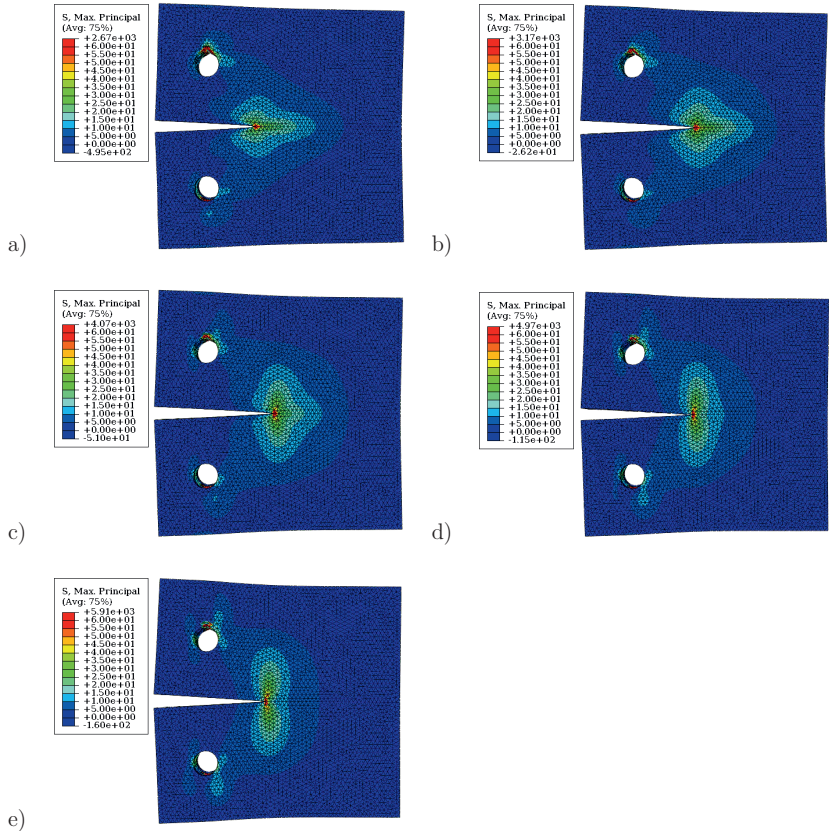
Die Risslänge ist entsprechend der Länge, bei dem der Riss aus der Initialrissebene abgelenkt wird, definiert und die Rissgeometrie liegt nach der Vernetzung als 2D-FE-Netz vor. Die dafür verwendeten Elementtypen sind ebene Dreieckselemente. Die Riss- und Bauteilgeometrie sind u. a. Voraussetzung für die in Kombination mit der numerischen Simulation durchgeführten bruchmechanischen Auswertung, siehe Kapitel 5.2.2. In der Materialdatei des Programmsystems ADAPCRACK3D werden jeweils die Eigenschaften hinterlegt.

### 5.3.4 Ergebnisse

Für die numerischen Berechnungen werden für jede CT-Probe die Risslänge  $a$ , bei der ein Abknicken des Risses aus der Initialrissebene stattfindet, aus den experimentellen Ergebnissen ermittelt. Mit Hilfe des dreidimensionalen Rissausbreitungssimulationsprogramms ADAPCRACK3D erfolgt die bruchmechanische Auswertung.

#### Homogene Modellierung

In Abbildung 5.6 sind exemplarisch die Verläufe der größten Hauptnormalspannung (S, Max. Principal; S für engl. stress) in CT-Proben mit dem Faservolumenanteil  $\varphi = 12\%$  und unterschiedlichen Faserwinkeln  $\alpha$  bei homogener Modellierung veranschaulicht.



**Abbildung 5.6:** Verläufe der größten Hauptnormalspannung in homogenen und transversal isotropen CT-Proben mit unterschiedlichen Faserwinkeln  $\alpha$ :  
a)  $\alpha = 0^\circ$ , b)  $\alpha = 22,5^\circ$ , c)  $\alpha = 45^\circ$ , d)  $\alpha = 67,5^\circ$ , e)  $\alpha = 90^\circ$

Die Proben weisen eine inhomogene Spannungsverteilung auf und in Rissspitzennähe liegen Spannungskonzentrationen vor, die in der Ausprägung jeweils voneinander abweichen. Die unterschiedlichen Spannungsfelder resultieren aufgrund der verschiedenen Faserwinkel  $\alpha$  und den damit verbundenen winkelahhängigen elastischen Eigenschaften, siehe Tabelle 5.2. Für den Faserwinkel  $\alpha = 0^\circ$  ist zu erkennen, dass das Spannungsfeld sich entlang des größten Elastizitätsmoduls (parallel zum Initialriss) erstreckt. Für die Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  ist diese Spannungsverteilung ebenfalls ersichtlich. Allgemein ergeben sich bei Belastungen senkrecht zum Initialriss und orthotropen Verhalten faserwinkelabhängige Spannungsverläufe, die durch die Eigenschaften der Faser (in Längsrichtung) geprägt sind. Das bedeutet, dass sich mit dem Faserwinkel  $\alpha$  das Spannungsfeld ausbildet, wobei aufgrund des gewählten Ansatzes die Ausprägung für Winkel im Bereich  $\alpha = 45^\circ$  nicht hervorgeht.

Tabelle 5.4 enthält ausgewählte Daten einer numerischen Simulation für alle Knoten  $k$  an der Rissfront und deren arithmetische Mittel bei homogener Modellierung und orthotropen Materialeigenschaften (Faservolumenanteil  $\varphi = 3\%$ , Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$ ). Die Werte der Spannungsintensitätsfaktoren für Mode I sind dabei deutlich größer als für Mode II. Die Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  sind im Bereich  $0^\circ$  und der Riss breitet sich senkrecht zur Belastungsrichtung aus.

**Tabelle 5.4:** Ergebnisse der numerischen Simulation entlang einer Knotenrissfront bei homogener Modellierung

$k$	$K_I / \text{N/mm}^{3/2}$	$K_{II} / \text{N/mm}^{3/2}$	$\varphi_0 / ^\circ$
1	88,88	-1,81	2,34
2	98,98	-1,33	1,70
3	94,66	-1,59	1,93
4	98,36	-2,56	2,98
5	99,45	-2,26	2,60
6	100,08	-0,14	0,16
7	101,39	0,66	-0,75
8	101,60	-0,23	0,25
9	102,62	0,54	-0,60
10	101,56	0,35	-0,39
11	101,45	-0,24	0,28
12	101,88	0,74	-0,83
13	100,59	0,63	-0,72
14	100,38	0,73	-0,83
15	100,09	-0,10	0,11
16	99,63	-0,26	0,29
17	97,01	0,76	-0,89
18	97,65	1,73	-2,03
19	94,57	1,42	-1,72
20	95,51	0,24	-0,29
21	96,75	-0,08	-0,09
	98,72	-0,13	0,17

In Tabelle 5.5 sind die Ergebnisse (aller Kombinationen aus Faservolumenanteil  $\varphi$  und Faserwinkel  $\alpha$ ) für die homogene Modellierung in Form der Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  und  $K_{II}$  sowie des Abknickwinkels  $\varphi_0$  zusammengefasst.

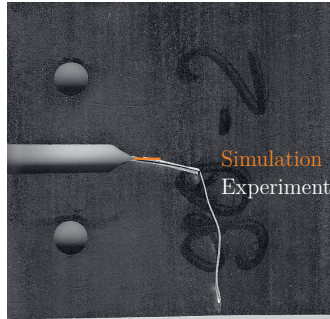
**Tabelle 5.5:** Numerisch ermittelte Daten bei homogener Modellierung

	$\alpha / ^\circ$	0	22,5	45	67,5	90
$\varphi = 3\%$	$a / \text{mm}$	13	14	15	16	15
	$K_I / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	77,9	82,6	89,5	99,5	98,7
	$K_{II} / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	0,3	0,5	-0,2	0,7	-0,1
	$\varphi_0 / ^\circ$	-0,4	-0,7	0,2	-0,8	0,2
$\varphi = 6\%$	$a / \text{mm}$	13	15	16	15	13
	$K_I / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	77,9	86,3	96,4	113,4	103,0
	$K_{II} / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	0,3	-0,2	0,7	0,5	0,3
	$\varphi_0 / ^\circ$	-0,3	0,3	-0,8	-0,5	-0,3
$\varphi = 9\%$	$a / \text{mm}$	13	15	17	16	17
	$K_I / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	78,3	87,0	105,3	114,1	133,8
	$K_{II} / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	0,2	-0,2	0,5	0,7	0,5
	$\varphi_0 / ^\circ$	-0,3	0,3	-0,5	-0,7	-0,4
$\varphi = 12\%$	$a / \text{mm}$	13	15	17	15	16
	$K_I / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	79,0	87,8	98,1	117,4	138,8
	$K_{II} / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	0,2	-0,3	-0,2	-0,1	1,0
	$\varphi_0 / ^\circ$	-0,3	0,4	0,2	0,1	-0,8
$\varphi = 15\%$	$a / \text{mm}$	13	14	13	15	15
	$K_I / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	79,7	85,3	94,6	125,1	150,7
	$K_{II} / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	0,3	0,4	0,2	-0,1	-0,0
	$\varphi_0 / ^\circ$	-0,3	-0,5	-0,2	0,1	0,1

Unabhängig von der Orientierung (Faserwinkel  $\alpha$ ) und dem Faservolumenanteil  $\varphi$  werden die Werte des Spannungsintensitätsfaktors  $K_I$  mit zunehmender Risslänge  $a$  größer. Die Mode I-Anteile sind deutlich größer als die Mode II-Anteile, welche um den Wert Null liegen. Bei der Definition der Verstärkungseigenschaften parallel zum Riss der Länge  $a$  (Faserwinkel  $\alpha = 0^\circ$ ) sind die Werte des Spannungsintensitätsfaktors  $K_I$  nahezu indifferent. Die unterschiedlichen mechanischen Eigenschaften spiegeln sich erst bei größeren Faserwinkeln  $\alpha \geq 67,5^\circ$  in den Spannungsintensitätsfaktoren (insbesondere  $K_I$ ) wider ( $K_I = 98,3 \text{ N}/\text{mm}^{3/2}$  bei  $\varphi = 3\%$  bzw.  $K_I = 150,7 \text{ N}/\text{mm}^{3/2}$  bei  $\varphi = 15\%$ , jeweils bei dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  und der Risslänge  $a = 15 \text{ mm}$ ). Der Abknickwinkel  $\varphi_0$  ist bei jeder Konstellation nahezu  $0^\circ$ .

In Abbildung 5.7 sind am Beispiel einer CT-Probe (Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$ , Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7\%$ ) die Rissverläufe aus dem Experiment (weiß hervorgehoben) und der numerischen Simulation (nach dem ersten Simulationsschritt) bei homogener Modellierung und einem Faservolumenanteil  $\varphi = 6\%$  (orange gekennzeichnet) dargestellt.

Die homogene Modellierung ist somit nicht geeignet zur Ermittlung des Rissabknickwinkels  $\beta$  und im folgenden Abschnitt wird der inhomogener Ansatz betrachtet.



**Abbildung 5.7:** Experimentell und numerisch ermittelte Risspfade in einer CT-Probe (Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$ , Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7\%$ )

### Inhomogene Modellierung

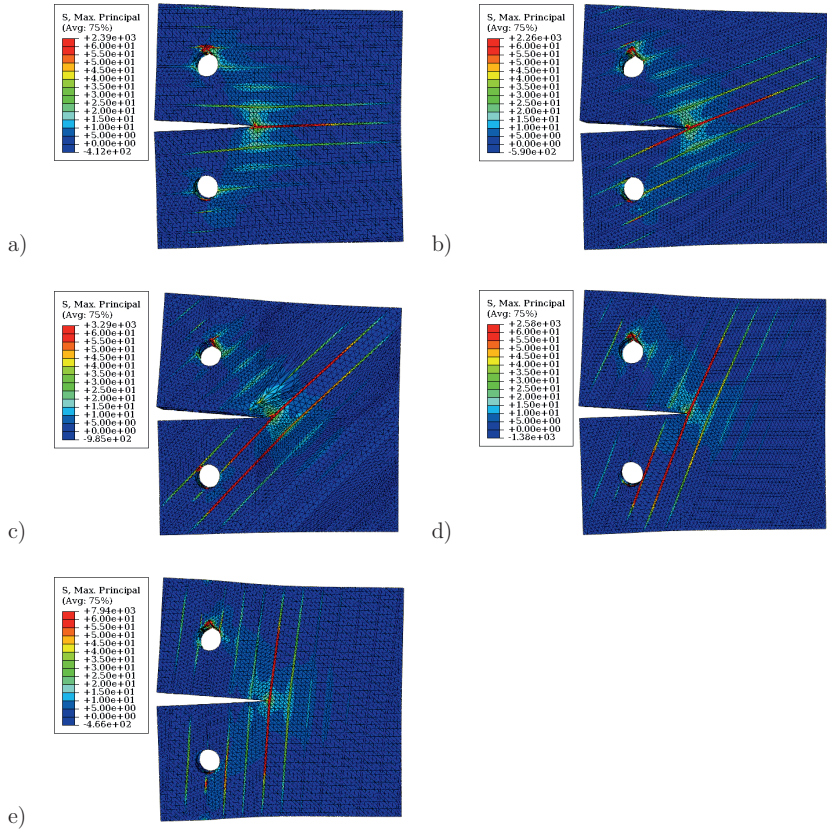
In Abbildung 5.8 sind exemplarisch die Verläufe der größten Hauptnormalspannung in CT-Proben mit dem Faservolumenanteil  $\varphi = 12\%$  und unterschiedlichen Faserwinkeln  $\alpha$  bei inhomogener Modellierung (Schichtverbund) und isotropen Materialverhalten dargestellt. Die Initialrisspitze befindet sich dabei jeweils in der Matrix am Übergang zur Faserschicht. Aufgrund von Schwierigkeiten bei der Auswertung von CT-Proben mit dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  ist eine Faserorientierung  $\alpha = 85^\circ$  zum Initialriss gewählt.

Die Proben weisen eine inhomogene Spannungsverteilung auf und in Rissspitzennähe liegen Spannungskonzentrationen vor, die in der Ausprägung jeweils voneinander abweichen. Die unterschiedlichen Spannungsfelder resultieren aufgrund der verschiedenen Faserwinkel  $\alpha$  und somit der Lage des Initialrisses zu den Faser- und Matrixschichten. Demzufolge treten bei Belastungen senkrecht zum Initialriss mit unterschiedlichen Faserorientierungen faserwinkelabhängige Spannungsverläufe auf. Das bedeutet, dass der Faserwinkel  $\alpha$  das Spannungsfeld beeinflusst. Im Vergleich zur Abbildung 5.6, wo diese Ausprägungen insbesondere bei paralleler und senkrechter Faserorientierung zum Initialriss festzustellen sind, ergeben sich aufgrund der Modellierung als Schichtverbund für jede dargestellte Winkelkonfiguration derartige Spannungsverteilungen. Des Weiteren ist ersichtlich, dass die Faserschichten größere Spannungen aufweisen und dass deren Traganteil somit größer im Vergleich zu den Matrixbereichen ist.

Tabelle 5.6 enthält die Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  und  $K_{II}$  sowie die Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  einer numerischen Simulation für alle Knoten  $k$  an der Rissfront bei inhomogener Modellierung. Faser- und Matrixschicht sind jeweils isotrop angenommen und der Faservolumenanteil  $\varphi$  beträgt 3%. Die Werte der Spannungsintensitätsfaktoren für Mode I sind ebenfalls deutlich größer als für Mode II. Die Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  sind betragsmäßig im mittleren einstelligen Bereich ( $\varphi_0 = -6 \dots -1^\circ$ ).

Tabelle 5.7 beinhaltet die Daten bei einer inhomogenen Modellierung als Schichtverbund mit isotropen Materialparametern der Komponenten. Die orthotropen Eigenschaften der Fasern sind hierbei nicht berücksichtigt, um den Einfluss größerer Eigenschaftsunterschiede der Schichten auf die bruchmechanischen Größen zu analysieren. Dabei befindet sich die Risspitze jeweils am Übergang von Matrix- und Faserschicht. Der Riss befindet sich somit im nachgiebigeren der beiden Materialien und die Mode I-Spannungsintensitätsfaktoren

sind im Vergleich zum homogenen FE-Modell kleiner.



**Abbildung 5.8:** Verläufe der größten Hauptnormalspannung in inhomogenen und isotropen CT-Proben mit unterschiedlichen Faserwinkeln  $\alpha$ :

a)  $\alpha = 0^\circ$ , b)  $\alpha = 22,5^\circ$ , c)  $\alpha = 45^\circ$ , d)  $\alpha = 67,5^\circ$ , e)  $\alpha = 90^\circ$

Mit steigendem Faservolumenanteilen  $\varphi$  und folglich dickeren Faserlagen nehmen (im Schichtverbund) die Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  bei vergleichbaren Risslängen  $a$  ab ( $K_I = 42,5 \text{ N/mm}^{3/2}$  bei  $\varphi = 3\%$  bzw.  $K_I = 32,6 \text{ N/mm}^{3/2}$  bei  $\varphi = 15\%$ , jeweils bei dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  und der Risslänge  $a = 15 \text{ mm}$ ). Ursache ist die Lage des Risses in der nachgiebigeren Matrixschicht an der Grenzfläche zur Faserschicht und die steigende Tragwirkung der Faserschichten mit zunehmenden Faservolumenanteilen  $\varphi$ . Die Mode I-Anteile sind ebenfalls größer als die Mode II-Anteile, wobei das Verhältnis der Moden ( $K_{II}/K_I$ ) größer als bei der homogenen Modellierung ist.

Der Abknickwinkel  $\varphi_0$  weist hierbei große Unterschiede bei verschiedenen Faserwinkeln  $\alpha$  und Faservolumenanteilen  $\varphi$  auf. Unabhängig von dem Vorzeichen treten die größten Abknickwinkel  $\varphi_0$  bei den Faserwinkeln  $\alpha = 45^\circ$  und  $67,5^\circ$  auf.

**Tabelle 5.6:** Ergebnisse der numerischen Simulation entlang einer Knotenrissfront bei inhomogener Modellierung

k	$K_I / \text{N/mm}^{3/2}$	$K_{II} / \text{N/mm}^{3/2}$	$\varphi_0 / ^\circ$
1	38,20	1,28	-3,82
2	41,34	0,91	-2,52
3	41,48	1,01	-2,79
4	42,21	1,79	-4,83
5	42,61	2,43	-6,49
6	43,22	1,70	-4,49
7	42,89	0,84	-2,25
8	43,93	0,90	-2,34
9	44,48	0,89	-2,28
10	44,03	0,82	-2,13
11	43,22	1,04	-2,76
12	43,64	2,19	-5,71
13	43,65	1,40	-3,66
14	43,91	0,71	-1,86
15	43,96	0,68	-1,77
16	43,70	0,39	-1,02
17	43,48	0,37	-0,98
18	42,21	0,56	-1,51
19	41,97	0,32	-0,86
20	40,88	1,22	-3,42
21	38,01	1,04	-3,12
	42,52	1,07	-2,89

In Abbildung 5.9 sind am Beispiel einer CT-Probe (Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$ , Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7\%$ ) die Rissverläufe aus dem Experiment (weiß hervorgehoben) und der numerischen Simulation (nach dem ersten Simulationsschritt) bei inhomogener Modellierung und einem Faservolumenanteil  $\varphi = 6\%$  (orange gekennzeichnet) dargestellt.

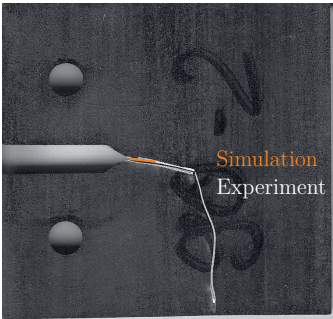
Eine Tendenz, dass die Simulationsergebnisse den experimentellen Ergebnissen nahe kommen, ist nicht zu verzeichnen, sodass dieser Modellierungsansatz ebenso nicht ausreichend ist. Lediglich bei der senkrechter Faserorientierung ( $\alpha = 90^\circ$ ) nimmt der Abknickwinkel  $\varphi_0$  mit steigendem Faservolumenanteil  $\varphi$  von  $\varphi_0 = -2,9^\circ$  (bei  $\varphi = 3\%$ ) bis  $\varphi_0 = -19,2^\circ$  (bei  $\varphi = 15\%$ ) zu – allerdings nicht in der Größenordnung wie die experimentellen Rissabknickwinkel  $\beta$  (siehe Kapitel 4.3).

Die diesbezüglich in Kapitel 2.2.2 beschriebenen Bruchkriterien für inhomogene und anisotrope Materialien können für die Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunde nicht verwendet werden. Das Kriteriums der Tangentialspannung nach *Schramm* und *Richard* (TSSR) [Sch14] ermöglicht die Vorhersage des Rissverhaltens in bruchmechanisch gradierten Materialien unter statischer und zyklischer Belastung (mit positivem Spannungsverhältnis). Die Materialien weisen dabei verschiedene ortsabhängige bruchmechanische Kennwerte, die diskret oder kontinuierlich von einem Material (M1) in das andere Material (M2) übergehen können. Des Weiteren sind mit dem Konzept Aussagen zum Beginn des stabilen und instabilen Risswachstums sowie der eintretenden Rissausbreitungsrichtung möglich. Bei

Faser-Kunststoff-Verbunden kann aufgrund der Fasern und deren umgebender Matrix keine Trennung in zwei angrenzende Materialbereiche erfolgen und es sind mehrere Grenzflächen in Form von Fasermantelflächen vorhanden. Der Riss kann sich innerhalb des Verbundes in unterschiedliche Richtungen (zu verschiedenen Zeitpunkten) ausbreiten – ausgehend von einem Wachstum senkrecht zu den unidirektionalen Fasern über ein Abknicken mit schrägem Verlauf bis zu einem Fortschritt parallel zur Faserorientierung.

**Tabelle 5.7:** Numerisch ermittelte Daten bei inhomogener Modellierung

	$\alpha / ^\circ$	0	22,5	45	67,5	90
$\varphi = 3 \%$	$a / \text{mm}$	13	14	15	16	15
	$K_I / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	80,9	61,1	49,7	52,5	42,5
	$K_{II} / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	6,6	8,9	7,6	4,5	1,1
	$\varphi_0 / ^\circ$	-8,8	-15,9	-16,5	-9,5	-2,9
$\varphi = 6 \%$	$a / \text{mm}$	13	15	16	15	13
	$K_I / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	82,5	64,4	49,2	25,5	27,7
	$K_{II} / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	-0,5	-1,6	8,19	-16,8	1,4
	$\varphi_0 / ^\circ$	0,7	2,9	-17,9	32,5	-5,9
$\varphi = 9 \%$	$a / \text{mm}$	13	15	17	16	17
	$K_I / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	68,6	66,7	46,7	39,3	31,8
	$K_{II} / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	8,5	14,5	13,9	4,4	2,4
	$\varphi_0 / ^\circ$	-13,4	-22	-28,3	-12,5	-8,7
$\varphi = 12 \%$	$a / \text{mm}$	13	15	17	15	16
	$K_I / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	86,9	66,2	44,1	31,8	33,4
	$K_{II} / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	3,8	14,0	12,4	7,5	4,6
	$\varphi_0 / ^\circ$	-5,3	-21,9	-27,3	-24,3	-14,5
$\varphi = 15 \%$	$a / \text{mm}$	13	14	13	15	15
	$K_I / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	88,8	91,0	31,6	32,3	32,6
	$K_{II} / \text{N}/\text{mm}^{3/2}$	-5,8	10,2	12,3	7,2	6,0
	$\varphi_0 / ^\circ$	6,9	-12,1	-34,7	-22,5	-19,2



**Abbildung 5.9:** Experimentell und numerisch ermittelte Risspfade in einer CT-Probe (Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$ , Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7 \%$ )

Das Rissausbreitungskriterium nach *Judt* [JZR+18] ist für Materialien mit orthotropen elastischen Eigenschaften postuliert. Die Validierung erfolgt an kurzfaserverstärkten Kunststoffen (Polypropylen mit Glas- bzw. Cellulosefasern), welche im Spritzgussverfahren hergestellt werden. Die Fasern sind im Verbund wirr orientiert und die CT-Proben weisen ein elastisch-plastisches Verhalten auf. Aufgrund der Wahl von Langfasern, die im polymeren Matrixsystem (Epoxidharz) unidirektional ausgerichtet sind und eines linear-elastischen Materialverhaltens der Flachfaser-Kunststoff-Verbunde wird dieses Kriterium ebenfalls zur Vorhersage der Rissausbreitung ausgeschlossen.

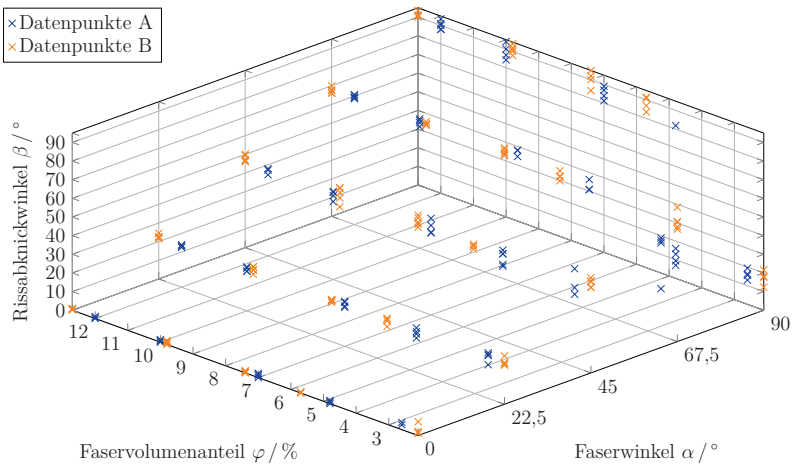
Somit wird im nächsten Kapitel ein auf den empirischen Daten basierendes mathematisches Modell generiert, welches die Vorhersage der Rissausbreitungsrichtung bei beliebigen Faserwinkeln  $\alpha$  und Faservolumenanteilen  $\varphi$  ermöglichen soll.

## 6 Konzept zur Vorhersage der Rissabknickwinkel

### 6.1 Erstellung des mathematischen Modells

#### 6.1.1 Vorüberlegungen

Auf Basis der experimentellen Daten (Kapitel 4) wird im Folgenden ein mathematisches Modell erstellt, welches in Abhängigkeit von dem Faserwinkel  $\alpha$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi$  den Rissabknickwinkel  $\beta$  ermittelt. Das Modell soll auf den gesamten Definitionsbereich anwendbar sein. In Abbildung 6.1 sind die Punkte dargestellt. Bei Rissbifurkationen ist jeweils der positive Rissabknickwinkel und bei negativen Winkeln der Betrag angegeben, siehe Abbildung 4.7. Mit Hilfe einer Regressionsanalyse wird (unter Verwendung der Methode der kleinsten Quadrate) eine Funktion zur Vorhersage der Rissabknickwinkel ermittelt.



**Abbildung 6.1:** Abknickwinkel  $\beta$  der Probenreihen A und B in Abhängigkeit von dem Faserwinkel  $\alpha$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi$

Die Datenpunkte scheinen gewissen Gesetzmäßigkeiten zu unterliegen:

- G1** Punkte oberhalb des Faservolumenanteils  $\varphi \approx 6\%$  liegen annähernd in einer Ebene,
- G2** Punkte unterhalb des Faservolumenanteils  $\varphi \approx 4\%$  können durch eine gekrümmte Fläche beschrieben werden und
- G3** zwischen G1 und G2 gibt es einen Übergangsbereich.

Folglich wird eine erste Einteilung in drei Bereiche für die nächstgelegenen Faservolumenanteile vorgenommen:

- B1** Bereich 1 umfasst Faservolumenanteile  $\varphi \geq 5,7\%$ ,
- B2** Bereich 2 beinhaltet Faservolumenanteile  $\varphi \leq 4,8\%$  und
- B3** im Bereich 3 soll ein Übergang zwischen den Bereichen 1 und 2 erfolgen.

Für die Bereiche 1 und 2 werden lineare Regressionsmodelle gewählt und die Beschreibung erfolgt jeweils in Form von Linearkombinationen, siehe Gleichung (6.1). Die Indizierung der Regressionsfunktionen  $\beta(\alpha, \varphi)$  erfolgt entsprechend des Bereiches. Durch die Wahl eines linearen Ansatzes sind die Regressionskoeffizienten  $\lambda_i$  bzw.  $\lambda_j$  relativ einfach bestimmbar. Die Funktionen  $f_i(\alpha, \varphi)$  und  $f_j(\alpha, \varphi)$  sind dazugehörige Ansatzfunktionen, die sowohl linear als auch nichtlinear sein können.

$$\beta_1^I(\alpha, \varphi) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot f_i(\alpha, \varphi) \quad \text{und} \quad \beta_2^I(\alpha, \varphi) = \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot f_j(\alpha, \varphi) \quad (6.1)$$

Um die Wirksamkeit der Regressionsfunktionen auf den jeweiligen Bereich einzuschränken, werden diese mit Bereichsfunktionen  $f_{b,k}$  ( $k=1,2$ ) multipliziert. Damit soll gewährleistet werden, dass in Abhängigkeit von dem Faservolumenanteil  $\varphi$  der jeweilige Ansatz für den entsprechenden Bereich verwendet wird. Die resultierenden Funktionen  $\beta_1(\alpha, \varphi)$  und  $\beta_2(\alpha, \varphi)$  sind in Gleichung (6.2) angegeben. Die Bereichsfunktionen  $f_{b,1}(\varphi)$  und  $f_{b,2}(\varphi)$  sollen somit als eine Art Schalter fungieren.

$$\beta_1(\alpha, \varphi) = \beta_1^I(\alpha, \varphi) \cdot f_{b,1}(\varphi) \quad \text{und} \quad \beta_2(\alpha, \varphi) = \beta_2^I(\alpha, \varphi) \cdot f_{b,2}(\varphi) \quad (6.2)$$

Wegen der gleichen Grundstruktur der Linearkombinationen (Gleichung (6.2)) können beide Regressionsfunktionen superponiert werden,  $\beta(\alpha, \varphi) = \beta_1(\alpha, \varphi) + \beta_2(\alpha, \varphi)$ , siehe Gleichung (6.3). Damit ergibt sich eine Funktion  $\beta(\alpha, \varphi)$ , die auf den gesamten Datenbereich anwendbar ist und die gewünschten Eigenschaften liefert.

$$\begin{aligned} \beta(\alpha, \varphi) &= \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot f_i(\alpha, \varphi) \right) f_{b,1}(\varphi) + \left( \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot f_j(\alpha, \varphi) \right) f_{b,2}(\varphi) \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot f_i(\alpha, \varphi) \cdot f_{b,1}(\varphi) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot f_j(\alpha, \varphi) \cdot f_{b,2}(\varphi) \end{aligned} \quad (6.3)$$

## 6.1.2 Wahl der Bereichsfunktionen

Die Bereichsfunktionen  $f_{b,1}(\varphi)$  und  $f_{b,2}(\varphi)$  sollen gewährleisten, dass die Regressionsfunktion des entsprechenden Bereiches ausgewählt wird. Demzufolge soll z. B. zur Ermittlung des Rissabknickwinkels  $\beta(\alpha, \varphi)$  bei Faservolumenanteilen  $\varphi \geq \varphi_{th}$  primär die Funktion  $\beta_1(\alpha, \varphi)$  wirken. Der Parameter  $\varphi_{th}$  kann als Schwellenwert zur Abgrenzung der Bereiche angesehen werden. Die Bereichsfunktionen sollen somit als Schalter fungieren, um die Wirkung auf einen Bereich einzugrenzen.

In Gleichung (6.4) sind die näherungsweisen Eigenschaften der Funktionen  $f_{b,1}(\varphi)$  und  $f_{b,2}(\varphi)$  unter Einbeziehung des Schwellenwertes  $\varphi_{th,1}$  bzw.  $\varphi_{th,2}$  angegeben. Die Funktion  $f_{b,1}(\varphi)$  soll für verhältnismäßig geringere Faservolumenanteile  $\varphi$  als der Schwellenwert  $\varphi_{th,1}$  annähernd 0 und andernfalls 1 sein. Die Bereichsfunktion  $f_{b,2}(\varphi)$  hingegen soll sich umgekehrt dazu verhalten. Als weitere Eigenschaft sollen beide Funktionen monoton sein. Der Übergang zwischen den Bereichen 1 und 2 soll nach Möglichkeit so erfolgen, dass die Eigenschaften in diesem Bereich gut abgebildet werden.

$$f_{b,1}(\varphi) = \begin{cases} 0 & \text{für } \varphi \ll \varphi_{th,1} \\ 1 & \text{für } \varphi \gg \varphi_{th,1} \end{cases} \quad \text{und} \quad f_{b,2}(\varphi) = \begin{cases} 1 & \text{für } \varphi \ll \varphi_{th,2} \\ 0 & \text{für } \varphi \gg \varphi_{th,2} \end{cases} \quad (6.4)$$

Die Funktionen werden in der Reihenfolge aufgestellt, dass im ersten Schritt Umschaltwirkung sowie Stetigkeit berücksichtigt werden und anschließend die Lage des Übergangsbereiches einbezogen wird. Jeder Schritt bis zur fertigen Funktion wird mit römischen Zahlen in aufsteigender Reihenfolge gekennzeichnet.

Die Bildung der Bereichsfunktionen wird am Beispiel der Funktion  $f_{b,1}(\varphi)$  dargestellt. Als Ausgangsfunktion  $f_{b,1}^I(\varphi)$  wird eine Hyperbelfunktion (Tangens hyperbolicus) gewählt. Diese ist in Gleichung (6.5) angegeben und in Abbildung 6.2 veranschaulicht. Die Funktion  $f_{b,1}^I(\varphi)$  wächst dabei für Argumente von  $-\infty$  bis  $\infty$  monoton von -1 auf 1 an [BSM+06].

$$f_{b,1}^I(\varphi) = \tanh \varphi = \frac{e^\varphi - e^{-\varphi}}{e^\varphi + e^{-\varphi}} = \frac{e^{2\varphi} - 1}{e^{2\varphi} + 1} \quad (6.5)$$

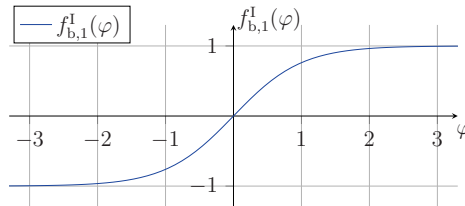


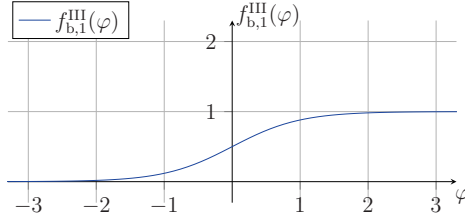
Abbildung 6.2: Tangens hyperbolicus

Die Funktion  $f_{b,1}(\varphi)$  soll nur positive Funktionswerte aufweisen und auf den Wertebereich  $[0, 1]$  beschränkt sein. Um nicht negative Funktionswerte zu erhalten, wird die Ausgangsfunktion  $f_{b,1}^I(\varphi)$  um 1 erhöht, Gleichung (6.6).

$$f_{b,1}^{II}(\varphi) = f_{b,1}^I(\varphi) + 1 = \frac{e^{2\varphi} - 1}{e^{2\varphi} + 1} + 1 = \frac{2e^{2\varphi}}{e^{2\varphi} + 1} \quad (6.6)$$

Damit darüber hinaus  $0 \leq f_{b,1}(\varphi) \leq 1$  gilt, wird im nächsten Schritt die Funktion  $f_{b,1}^{\text{II}}(\varphi)$  durch den Faktor 2 dividiert. Die Funktion  $f_{b,1}^{\text{III}}(\varphi)$  ist in Gleichung (6.7) angegeben und in Abbildung 6.3 dargestellt.

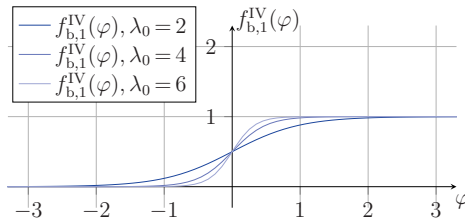
$$f_{b,1}^{\text{III}}(\varphi) = \frac{f_{b,1}^{\text{II}}(\varphi)}{2} = \frac{e^{2\varphi}}{e^{2\varphi} + 1} \quad (6.7)$$



**Abbildung 6.3:** Modifizierter Tangens hyperbolicus

Eine weitere Modifikation der Funktion kann durch Variation des Koeffizienten im Exponenten erfolgen, wenn für den Faktor 2 andere Werte zugelassen werden. In Gleichung (6.8) ist ein Exponentialkoeffizient  $\lambda_0$  berücksichtigt, welcher den Anstieg des Übergangsbereiches und somit dessen Breite beeinflusst. Die Wirkung unterschiedlicher positiver Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  veranschaulicht Abbildung 6.4.

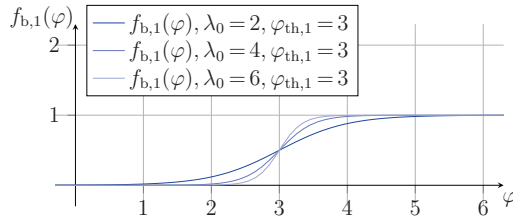
$$f_{b,1}^{\text{IV}}(\varphi) = \frac{e^{\lambda_0 \varphi}}{e^{\lambda_0 \varphi} + 1} \quad (6.8)$$



**Abbildung 6.4:** Modifizierter Tangens hyperbolicus mit unterschiedlichen positiven Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$

Eine Verschiebung entlang der Achse des Faservolumenanteils  $\varphi$  wird durch Ergänzung eines Parameters (Schwellenwert  $\varphi_{\text{th},1}$ ) im Exponenten der Funktion erreicht, Gleichung (6.9). Somit werden die Breite des Übergangsbereiches über den Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  und die Lage mit Hilfe des Schwellenwertes  $\varphi_{\text{th},1}$  festgelegt. In Abbildung 6.5 ist die Funktion  $f_{b,1}(\varphi)$  mit den gleichen Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  wie in Abbildung 6.4 und dem Parameter  $\varphi_{\text{th},1} = 3$  dargestellt.

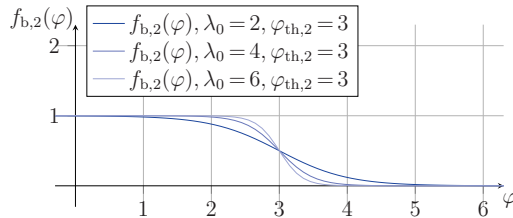
$$f_{b,1}(\varphi) = \frac{e^{\lambda_0(\varphi - \varphi_{\text{th},1})}}{e^{\lambda_0(\varphi - \varphi_{\text{th},1})} + 1} \quad (6.9)$$



**Abbildung 6.5:** Modifizierter Tangens hyperbolicus mit unterschiedlichen positiven Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  und dem Parameter  $\varphi_{th,1}=3$

Die Bereichsfunktion  $f_{b,2}(\varphi)$  kann durch Spiegelung (Umkloppung) der Funktion  $f_{b,1}(\varphi)$  an einer Parallelen zur Ordinatenachse, die sich auf Höhe des Schwellenwertes  $\varphi_{th,2}$  befindet, erzeugt werden. Das erfolgt über das Vorzeichen des Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$ . Die Funktion  $f_{b,2}(\varphi)$  ist in Gleichung (6.10) angegeben. Analog zu Abbildung 6.5 ist in Abbildung 6.6 die Wirkung verschiedener Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  bei dem Schwellenwert  $\varphi_{th,2}=3$  veranschaulicht. Die beiden Parameter führen ebenfalls eine Stauchung bzw. Streckung des Übergangsbereiches sowie eine Verschiebung auf der Achse des Faservolumenanteils  $\varphi$  herbei.

$$f_{b,2}(\varphi) = \frac{e^{-\lambda_0(\varphi-\varphi_{th,2})}}{e^{-\lambda_0(\varphi-\varphi_{th,2})} + 1} = \frac{e^{\lambda_0(\varphi_{th,2}-\varphi)}}{e^{\lambda_0(\varphi_{th,2}-\varphi)} + 1} \quad (6.10)$$



**Abbildung 6.6:** Modifizierter Tangens hyperbolicus mit unterschiedlichen Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  und dem Parameter  $\varphi_{th,2}=3$

Die Bereichsfunktionen  $f_{b,1}(\varphi)$  und  $f_{b,2}(\varphi)$  weisen eine gleiche Grundstruktur auf. Lediglich durch das Vorzeichen des Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  ergibt sich in den Klammern der Exponenten ein Tausch der Parameter. Die generalisierte Form ist in Gleichung (6.11) angegeben. Prinzipiell besteht die Möglichkeit, für beide Funktionen einen gemeinsamen Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  und Schwellenwert  $\varphi_{th}$  festzulegen. Im Gegensatz dazu kann für jede Ansatzfunktion auch eine separate Bereichsfunktion (mit jeweils unterschiedlichen Parametern  $\lambda_0$  und  $\varphi_{th}$ ) definiert werden.

$$f_{b,k}(\varphi) = \frac{e^{\lambda_{0,k} \varphi_k}}{e^{\lambda_{0,k} \varphi_k} + 1} \quad \text{mit } \varphi_k = (-1)^{k+1}(\varphi - \varphi_{th,k}) \text{ für } k=1, 2 \quad (6.11)$$

### 6.1.3 Wahl der Ansatzfunktionen

Die Wahl der Ansatzfunktionen erfolgt basierend auf den Ergebnissen aus den experimentellen Untersuchungen. Die Datenpunkte der Rissabknickwinkel  $\beta$  (siehe Abbildung 6.1 und Kapitel 4.3.4) scheinen für Faservolumenanteile  $\varphi \geq 5,7\%$  in sehr guter Näherung in einer Ebene zu liegen, sodass ein entsprechender Ansatz für diesen Bereich gewählt wird. In Gleichung (6.12) sind Linearkombinationen für eine Ebene mit einer Bereichsfunktion  $f_{b,1}(\varphi)$  für die Regressionsfunktion  $\beta_1(\alpha, \varphi)$  angegeben.

$$\beta_1(\alpha, \varphi) = [\lambda_1 + \lambda_2 \cdot \alpha + \lambda_3 \cdot \varphi] f_{b,1}(\varphi) \quad (6.12)$$

Für geringere Werte ( $\varphi < 5,7\%$ ) wird ebenfalls ein Ebenenansatz verwendet, wobei weitere Ansatzfunktionen zur Modellierung der Krümmung in Richtung der Achse des Faserwinkels  $\alpha$  zu ergänzen sind. Nachfolgend werden drei potenzielle Ansatzfunktionen vorgestellt:

$$\text{A1 } f_j(\alpha, \varphi) = \frac{1}{(\alpha - \alpha_1)^2},$$

$$\text{A2 } f_j(\alpha, \varphi) = \frac{1}{(\alpha + \alpha_1)(\alpha_2 - \alpha)} \text{ und}$$

$$\text{A3 } f_j(\alpha, \varphi) = \ln(\alpha_1 - \alpha).$$

Dabei sind  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  Parameter zur Anpassung der Krümmung. Es wird eine Ansatzfunktion zur Krümmungsmodellierung hinzugefügt. Durch zwei einstellbare Parameter ist eine bessere Anpassung möglich, sodass Funktion A2 gewählt wird. Die Regressionsfunktion  $\beta_2(\alpha, \varphi)$  in Gleichung (6.13) beinhaltet neben den Ansatzfunktionen für Ebene und Krümmung noch eine Bereichsfunktion  $f_{b,2}(\varphi)$ , womit der zweite Bereich beschrieben wird.

$$\beta_2(\alpha, \varphi) = \left[ \lambda_4 + \lambda_5 \cdot \alpha + \lambda_6 \cdot \varphi + \frac{\lambda_7}{(\alpha + \alpha_1)(\alpha_2 - \alpha)} \right] f_{b,2}(\varphi) \quad (6.13)$$

Nach Gleichung (6.3) ergibt sich die Regressionsfunktion  $\beta(\alpha, \varphi)$  aus der Superposition beider Ansätze. Es ist zudem ersichtlich, dass für jeden Bereich jeweils eine Funktion  $f_{b,k}(\varphi)$  (mit  $k = 1, 2$ ) definiert wird. Des Weiteren sollen die Bereiche gleiche Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  und Schwellenwerte  $\varphi_{th}$  haben. Die zusammengesetzte Funktion  $\beta(\alpha, \varphi)$  ist in Gleichung (6.14) dargestellt. Eine einfache Handhabbarkeit wird erreicht, indem alle Größen dimensionslos eingesetzt werden.

$$\begin{aligned} \beta(\alpha, \varphi) = & \left[ \lambda_1 + \lambda_2 \cdot \alpha + \lambda_3 \cdot \varphi \right] \frac{e^{\lambda_0(\varphi - \varphi_{th})}}{e^{\lambda_0(\varphi - \varphi_{th})} + 1} \\ & + \left[ \lambda_4 + \lambda_5 \cdot \alpha + \lambda_6 \cdot \varphi + \frac{\lambda_7}{(\alpha + \alpha_1)(\alpha_2 - \alpha)} \right] \frac{e^{\lambda_0(\varphi_{th} - \varphi)}}{e^{\lambda_0(\varphi_{th} - \varphi)} + 1} \end{aligned} \quad (6.14)$$

Bei der Regressionsanalyse werden Ausreißer wie z. B. der Abknickwinkel  $\beta = |-82^\circ|$  bei dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi = 4,8\%$  (siehe Abbildung 6.1) nicht berücksichtigt.

## 6.2 Anwendung des Modells

Für die Regressionsanalyse werden die experimentellen Daten (Rissabknickwinkel  $\beta$ ) verwendet und den Parametern der Regressionsfunktionen  $\beta_1(\alpha, \varphi)$  und  $\beta_2(\alpha, \varphi)$  werden Werte zugewiesen. Die Zuweisung erfolgt für die Parameter  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  der Ansatzfunktion  $f_j(\alpha, \varphi) = 1 / [(\alpha + \alpha_1)(\alpha_2 - \alpha)]$  und die Exponentialkoeffizienten  $\lambda_{0,1}$  und  $\lambda_{0,2}$  sowie Schwellenwerte  $\varphi_{th,1}$  und  $\varphi_{th,2}$  der Bereichsfunktionen  $f_{b,1}(\varphi)$  und  $f_{b,2}(\varphi)$ . Dabei werden zur Vereinfachung gleiche Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  und Schwellenwerte  $\varphi_{th}$  angenommen. Alle Werte werden zu Beginn manuell festgelegt bzw. bei nachfolgenden Iterationen bis zum Erreichen eines Abbruchkriteriums angepasst. Die Regressionskoeffizienten  $\lambda_i$  bzw.  $\lambda_j$  werden anschließend durch Aufstellen und Lösen eines Gleichungssystems (mit Hilfe des Computeralgebrasystems Maxima) ermittelt.

### 6.2.1 Anwendung auf reduzierten Datensatz

Die Daten weisen stark differierende Rissabknickwinkel  $\beta$  im Übergangsbereich (Faservolumenanteile  $4,8\% \leq \varphi \leq 7\%$ ) auf. Zwischen diesem Bereich liegt nur eine Datenreihe der Probenserie B ( $\varphi = 5,7\%$ ). Als Grundlage für die Regressionsanalyse werden alle Daten beider Serien bis auf Ausreißer und die Datenreihe der Probenserie B mit dem Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7\%$  verwendet. Ziel ist eine Abschätzung der Rissabknickwinkel  $\beta$  im Bereich dieser Datenreihe.

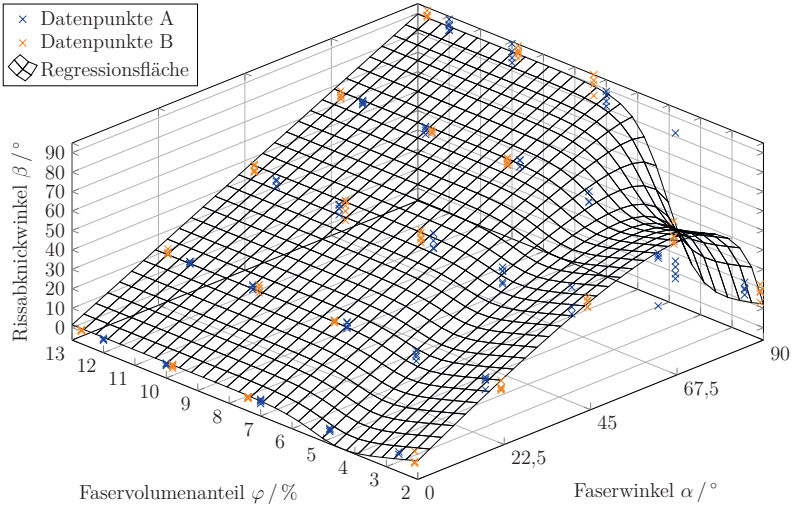
Die Parameter  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  zur Anpassung der Krümmung werden iterativ über die manuelle Eingabe von Werten bestimmt. Als Startwerte sind  $\alpha_1 = \alpha_2 = 111^\circ$  bei dem Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0 = 2$  und dem Schwellenwert  $\varphi_{th} = 5\%$  gewählt. In Tabelle 6.1 sind die Iterationsergebnisse dargestellt. Das Abbruchkriterium ist in Gleichung (6.15) angegeben. Beträgt die Abweichung  $\varepsilon \leq 0,5\%$  (Wert selbst festgelegt), wird die Iteration beendet. Des Weiteren soll  $\delta_{rms,i} \leq \delta_{rms,i-1}$  gelten. Für  $\alpha_1 = 101^\circ$  und  $\alpha_2 = 101^\circ$  resultieren die kleinsten mittleren quadratischen Fehler  $\delta_{rms}$  (rms für engl. root mean square). Die Regressionsfunktion  $\beta(\alpha, \varphi)$  für die Parameter  $\lambda_0 = 2$  und  $\varphi_{th} = 5\%$  ist in Gleichung (6.16) angeben. Dabei ist die Zusammensetzung aus beiden Ansätzen mit den Bereichsfunktionen zu erkennen, vgl. Gleichung (6.14). Die dazugehörige Regressionsfläche ist in Abbildung 6.7 veranschaulicht.

$$\varepsilon = \frac{|\delta_{rms,i-1} - \delta_{rms,i}|}{\delta_{rms,i}} \leq 0,5\% \quad \text{und} \quad \delta_{rms,i} \leq \delta_{rms,i-1} \quad (6.15)$$

**Tabelle 6.1:** Einfluss der Parameter  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  auf den mittleren quadratischen Fehler  $\delta_{rms}$  bei dem Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0 = 2$  und dem Schwellenwert  $\varphi_{th} = 5\%$

i	Parameter $\alpha_1 / ^\circ$	Parameter $\alpha_2 / ^\circ$	Mittlerer quadratischer Fehler $\delta_{rms} / ^\circ$	Abweichung $\varepsilon / \%$
1	111	111	5,158	–
2	109	109	5,119	0,76
3	107	107	5,082	0,73
4	105	105	5,047	0,69
5	103	103	5,016	0,62
6	101	101	4,991	0,50

$$\beta(\alpha, \varphi) = \left[ 2,09 + 0,98 \alpha - 0,05 \varphi \right] \frac{e^{2(\varphi-5)}}{e^{2(\varphi-5)} + 1} + \left[ 38,29 + 1,17 \alpha - 5,04 \varphi - \frac{255360,82}{(\alpha + 101)(101 - \alpha)} \right] \frac{e^{2(5-\varphi)}}{e^{2(5-\varphi)} + 1} \quad (6.16)$$



**Abbildung 6.7:** Regressionsfläche mit Datenpunkten der Probenreihen A und B

Der Einfluss des Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  und des Schwellenwertes  $\varphi_{th}$  auf den mittleren quadratischen Fehler  $\delta_{rms}$  ist in Tabelle 6.2 (ohne die Laufvariable  $i$ ) für ausgewählte Wertepaare – unter Berücksichtigung der Parameter  $\alpha_1 = \alpha_2 = 101^\circ$  – angegeben. Die manuelle Iteration wird abgebrochen, sobald  $\delta_{rms,i} \leq \delta_{rms,i-1}$  nicht mehr erfüllt ist. Bei dem Exponentialkoeffizient  $\lambda_0 = 4$  und dem Schwellenwert  $\varphi_{th} = 6\%$  tritt mit  $\delta_{rms} = 3,067^\circ$  der kleinste Fehler auf. Die vollständige Regressionsfunktion  $\beta(\alpha, \varphi)$  wird mit Gleichung (6.17) beschrieben. Die Regressionsfläche ist in Abbildung 6.8 zusammen mit den experimentellen Daten dargestellt.

**Tabelle 6.2:** Einfluss des Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  und des Schwellenwertes  $\varphi_{th}$  auf den mittleren quadratischen Fehler  $\delta_{rms}$

Exponentialkoeffizient $\lambda_0$	Schwellenwert $\varphi_{th} / \%$	Mittlerer quadratischer Fehler $\delta_{rms} / ^\circ$
2,0	5,0	4,991
2,0	5,5	3,660
4,0	5,5	3,187
4,0	6,0	3,067
6,0	6,0	3,088

$$\beta(\alpha, \varphi) = \left[ 0,78 + 0,99 \alpha + 8,48 \cdot 10^{-3} \varphi \right] \frac{e^{4(\varphi-6)}}{e^{4(\varphi-6)} + 1} + \left[ 24,63 + 1,17 \alpha - 0,61 \varphi - \frac{237080,89}{(\alpha + 101)(101 - \alpha)} \right] \frac{e^{4(6-\varphi)}}{e^{4(6-\varphi)} + 1} \tag{6.17}$$

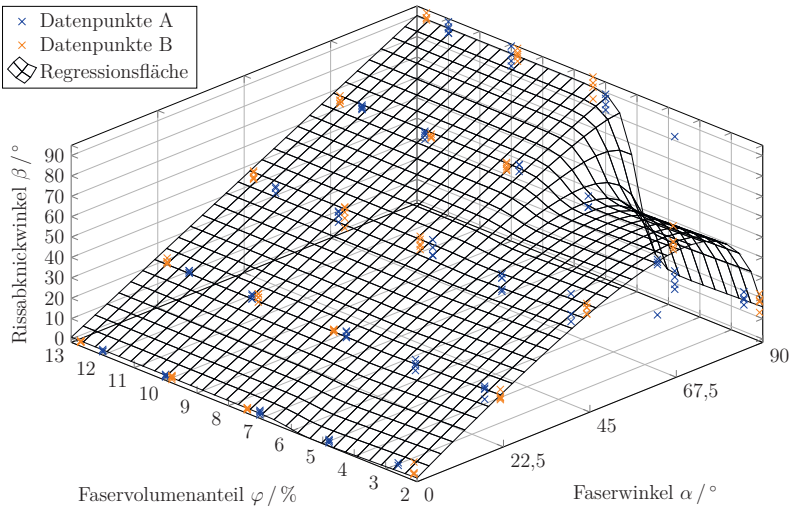


Abbildung 6.8: Regressionsfläche mit Datenpunkten der Probenserien A und B

Tabelle 6.3 enthält analytisch und experimentell ermittelte Rissabknickwinkel  $\beta$  für ausgewählte Paarungen. Die experimentellen Ergebnisse sind jeweils das arithmetische Mittel. Für Faservolumenanteile  $\varphi \leq 4,8\%$  (Bereich 2) und  $\varphi \geq 7\%$  (Bereich 1) liegen die Werte mehrheitlich dicht beieinander. Die maximale Differenz beträgt weniger als  $10^\circ$ . Die Funktion ist somit zur Vorhersage der Rissabknickwinkel in diesen Bereichen geeignet.

Tabelle 6.3: Funktionswerte des Rissabknickwinkels  $\beta$  in Abhängigkeit von dem Faserwinkel  $\alpha$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi$

$\varphi / \%$	$\alpha / ^\circ$				
	0	22,5	45	67,5	90
$\beta(\alpha, \varphi) / ^\circ$ – Gleichung (6.17)					
4,8	-1,5	23,5	45,3	58,7	14,7
5,7	-1,4	23,0	44,9	60,3	31,3
6,5	0,4	23,1	45,4	66,7	81,1
7,0	0,8	23,2	45,5	67,8	88,9
$\beta(\alpha, \varphi) / ^\circ$ – experimentell					
4,8	0,9	21,2	44,7	66,2	11,4
5,7	0,3	21,7	45,0	65,8	88,2
7,0	1,3	22,6	47,0	70,4	85,3

Die Eigenschaften im Übergangsbereich werden allerdings für Faserwinkel  $\alpha \rightarrow 90^\circ$  unzureichend wiedergegeben. Bei einem Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7\%$  weisen berechneter Rissabknickwinkel  $\beta = 31,3^\circ$  und experimenteller Winkel  $\beta = 88,2^\circ$  eine Differenz von über  $50^\circ$  auf.

## 6.2.2 Anwendung auf vollständigen Datensatz

Basierend auf dem Modell für die Ermittlung der Rissabknickwinkelfunktion  $\beta(\alpha, \varphi)$  im Kapitel 6.1 werden im Folgenden alle Datenpunkte beider Serien (bis auf Ausreißer) für die Regressionsanalyse verwendet. Die Regressionsfunktion  $\beta(\alpha, \varphi)$  dient zur Abschätzung bzw. Vorhersage von Rissabknickwinkeln  $\beta$  für beliebige Faserwinkel  $\alpha$  und Faservolumenanteile  $\varphi$ . Der Datensatz der Probenserie A bzw. B ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Die Vorgehensweise bei der manuellen Iteration erfolgt analog zu der bisherigen.

Anhand des geringsten mittleren quadratischen Fehlers  $\delta_{\text{rms}}$  ergibt sich der Schwellenwert  $\varphi_{\text{th}} = 5,35\%$ , Tabelle 6.4. Zudem resultiert bei diesem iterativen Vorgehen der Exponentialkoeffizient  $\lambda_0 = 10$ , der den (rapiden) Anstieg des Rissabknickwinkels  $\beta$  bei großen Faserwinkeln  $\alpha$  im Übergangsbereich bewirkt. Die Parameter  $\alpha_1 = 101^\circ$  und  $\alpha_2 = 101^\circ$  sind wieder iterativ gewählt. Gleichung (6.18) gibt die Regressionsfunktion  $\beta(\alpha, \varphi)$  für den vollständigen Datensatz an.

**Tabelle 6.4:** Einfluss des Exponentialkoeffizienten  $\lambda_0$  und des Schwellenwertes  $\varphi_{\text{th}}$  auf den mittleren quadratischen Fehler  $\delta_{\text{rms}}$

Exponentialkoeffizient $\lambda_0$	Schwellenwert $\varphi_{\text{th}} / \%$	Mittlerer quadratischer Fehler $\delta_{\text{rms}} / ^\circ$
4	5,25	3,578
6	5,25	3,138
8	5,25	3,040
10	5,25	3,019
10	5,30	3,012
10	5,35	3,010
10	5,40	3,080

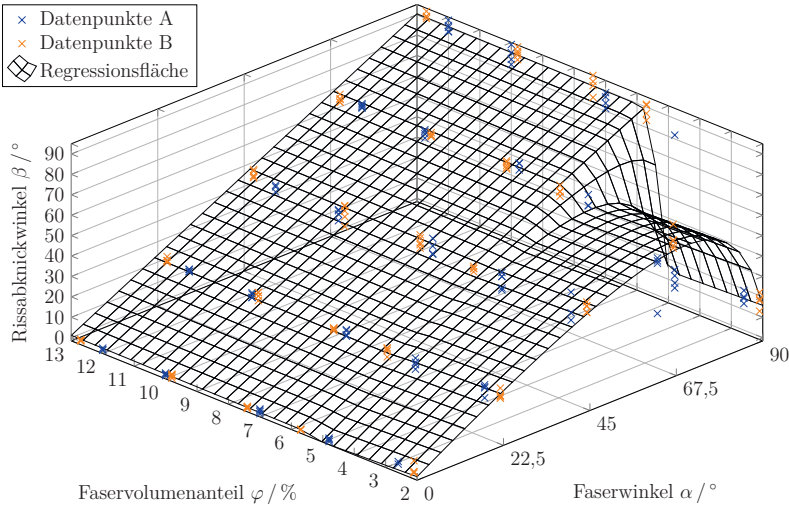
$$\beta(\alpha, \varphi) = \left[ -0,21 + 0,99\alpha + 0,1\varphi \right] \frac{e^{10(\varphi - 5,35)}}{e^{10(\varphi - 5,35)} + 1} + \left[ 24,52 + 1,17\alpha - 0,59\varphi - \frac{236616,86}{(\alpha + 101)(101 - \alpha)} \right] \frac{e^{10(5,35 - \varphi)}}{e^{10(5,35 - \varphi)} + 1} \quad (6.18)$$

Tabelle 6.5 beinhaltet die analytisch und experimentell ermittelten Rissabknickwinkel  $\beta$  für ausgewählte Paarungen (Faserwinkel  $\alpha$  und Faservolumenanteil  $\varphi$ ). Bei den experimentellen Werten sind die arithmetischen Mittel angegeben. Für Faservolumenanteile  $\varphi \leq 4,8\%$  (Bereich 2) und  $\varphi \geq 5,7\%$  (Bereich 1) liegen die Werte mehrheitlich dicht beieinander und es treten maximale Abweichungen von weniger als  $10^\circ$  auf. Die Eigenschaften im Übergangsbereich ( $4,8\% \leq \varphi \leq 5,7\%$ ) werden für Faserwinkel  $\alpha \rightarrow 90^\circ$  deutlich besser als bei dem

reduzierten Datensatz (Kapitel 6.2.1) wiedergegeben. Bei dem Faservolumenanteil  $\varphi = 5,7\%$  und dem Faserwinkel  $\alpha = 90^\circ$  beträgt die Abweichung zwischen dem analytisch berechneten Rissabknickwinkel  $\beta = 87,5^\circ$  und experimentellen Abknickwinkel  $\beta = 88,2^\circ$  (arithmetisches Mittel) weniger als  $1^\circ$ . Die Regressionsfläche für die Funktion  $\beta(\alpha, \varphi)$  ist in Abbildung 6.9 zusammen mit dem vollständigen Datensatz veranschaulicht.

**Tabelle 6.5:** Funktionswerte des Rissabknickwinkels  $\beta$  in Abhängigkeit von dem Faserwinkel  $\alpha$  und dem Faservolumenanteil  $\varphi$

$\varphi / \%$	$\alpha / ^\circ$				
	0	22,5	45	67,5	90
$\beta(\alpha, \varphi) / ^\circ$ – Gleichung (6.18)					
4,8	-1,5	23,6	45,3	58,7	14,5
5,2	-1,3	23,2	45,1	60,0	27,8
5,5	0,0	22,8	45,0	65,7	75,8
5,7	0,3	22,7	45,0	67,1	87,5
6,0	0,4	22,7	45,1	67,4	89,6
6,5	0,5	22,8	45,1	67,5	89,8
7,0	0,5	22,9	45,2	67,5	89,8
$\beta(\alpha, \varphi) / ^\circ$ – experimentell					
4,8	0,9	21,2	44,7	66,2	11,4
5,7	0,3	21,7	45,0	65,8	88,2
7,0	1,3	22,6	47,0	70,4	85,3



**Abbildung 6.9:** Regressionsfläche mit Datenpunkten der Probenserien A und B

Die analytisch und experimentell ermittelten Rissabknickwinkel  $\beta$  zeigen insgesamt eine gute bis sehr gute Übereinstimmung. Somit kann das mathematischen Modell für alle Bereiche angewendet werden. Wegen der Festlegung des Winkels  $\alpha$  zwischen Initialriss und Faserorientierung (Kapitel 4) ist es zusätzlich möglich, jede ermittelte Regressionsfunktion  $\beta(\alpha, \varphi)$  zur Bestimmung der Rissabknickwinkel  $\beta$  bei negativen Faserwinkeln  $\alpha$  ( $-90^\circ \leq \alpha < 0^\circ$ ) durch Betragsbildung zu nutzen. Mit Hilfe des analytischen Ansatzes ist somit die Ermittlung der Rissabknickwinkel  $\beta$  für beliebige Faserwinkel ( $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ) und Faservolumenanteile ( $2,1\% \leq \varphi \leq 12,7\%$ ) möglich und das Konzept ist zur Vorhersage der Rissausbreitungsrichtung in Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunden mit unidirektionaler Faserausrichtung (und orthogonaler Belastung des Initialrisses) geeignet.

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Damit Bauteile und Komponenten über die gesamte Nutzungsdauer ihre Funktion erfüllen, sind diese festigkeitsgerecht und bruchstabil auszugestalten. Des Weiteren sind Leichtbaupotenzial, wirtschaftliche und ökologische Aspekte zu berücksichtigen sowie der gesamte Prozess von der Entwicklung bis zum Recycling zu betrachten. Verbundwerkstoffe weisen aufgrund ihrer Zusammensetzung (aus mindestens zwei Werkstoffen) ein besonderes Eigenschaftsprofil auf, wodurch vielfältige Anwendungen möglich sind. Insbesondere das Verhältnis der mechanischen Eigenschaften (Festigkeiten bzw. Steifigkeiten) zur Dichte bildet ein Kriterium bei der Werkstoffauswahl. Faserverbunde haben ein hohes Leichtbaupotenzial und bieten insbesondere bei der Verwendung von Naturfasern als Verstärkungskomponente Möglichkeiten, die Umweltfreundlichkeit des Verbundes unter der Restriktion vergleichbarer Eigenschaften (z. B. Steifigkeiten) zu erhöhen. In Abhängigkeit von der Matrixkomponente stellt das Recycling eine Herausforderung dar, weil der Verbund nicht mehr bzw. nur teilweise stofflich, sondern lediglich energetisch verwertet werden kann.

Eine Vielzahl von Verstärkungsfasern weist dabei stark ausgeprägte anisotrope Eigenschaften (z. B. mechanisch und physikalisch) auf, welche bei belastungsgerechter Anordnung optimal eingesetzt werden können. Treten allerdings Belastungen quer zu den Fasern auf, kann es zum frühzeitigen Ausfall des Bauteils bis hin zum kompletten Versagen des technischen Gebildes kommen. In Bauteilen bzw. Komponenten vorhandene Risse können sich festigkeits- und lebensdauerermindernd auswirken, sodass eine bruchmechanische Bewertung durchzuführen ist. Dabei sind u. a. Beanspruchungen an der Riss Spitze, die darüber entscheiden, ob ein Riss initiiert bzw. sich weiter ausbreitet zu ermitteln sowie der potenzielle Rissverlauf (Rissausbreitungsrichtung, Rissgeschwindigkeit etc.) zu beschreiben.

Diese Arbeit leistet einen Beitrag zur bruchmechanischen Charakterisierung von Faser-Kunststoff-Verbunden. Hierbei sind Naturfasern (Flachgarne) mit einem duromeren Matrixsystem (Epoxidharz) kombiniert. Die Flachfasern weisen anisotrope mechanische Eigenschaften auf und sind unidirektional orientiert, sodass der Verbund transversal isotrope Eigenschaften besitzt. Die Bruchmechanikprobekörper sind CT-Proben, bei denen die Belastung quasistatisch und die Lastrichtung orthogonal zum Initialriss erfolgt. Durch Variation der Faserorientierung bezüglich der Belastungsrichtung in Kombination mit unterschiedlichen Faservolumenanteilen ergeben sich verschiedene Risspfadkonstellationen. Hinsichtlich der Faserausrichtung sind fünf Winkel  $\alpha$  von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  mit einer Schrittweite von  $22,5^\circ$  mit Faservolumenanteilen  $\varphi$  von 2 bis 13 % experimentell untersucht.

Bei Belastungen senkrecht zur Faserorientierung wächst der Riss in Faserrichtung. Sind die Fasern und die Lastrichtung nicht orthogonal zueinander angeordnet und die Belastung erfolgt schräg zur Faserlängsachse, wird der Riss tendenziell in Faserrichtung abgelenkt. Einen entscheidenden Einfluss auf die Charakteristik des Risspfads hat dabei der Faservolumenanteil  $\varphi$ .

Bei Belastungen parallel zu den Fasern, d. h. Initialriss und Garne sind orthogonal zueinander orientiert, treten zwei prinzipielle Risspfadkonstellationen auf. Bei einer geringen

Anzahl an Fasern im Verbund findet eine geringfügige Rissablenkung statt und der Riss breitet sich anscheinend ungeachtet der Faserorientierung aus. Mit zunehmenden Faseranteilen wächst der Riss zunächst in der Initialrissebene weiter und knickt anschließend abrupt in die Faserrichtung ab. Zudem treten partiell Rissbifurkationen auf. Die eingebrachten Fasern erhöhen dabei die Beanspruchbarkeit des Verbunds und bilden eine Barriere innerhalb der Matrix, wodurch die Rissrichtung beeinflusst wird.

Die Rissausbreitung wird somit nicht ausschließlich von der Größe und Richtung der äußeren Belastung sowie dessen Wirkung am Riss (Beanspruchungsart) gesteuert, sondern zusätzlich von der Orientierung und Anzahl der Verstärkungsfasern diktiert. Es existieren folglich faserwinkel- und faservolumenabhängige Schwellenwerte, ab denen sich der Riss ausschließlich entlang der Faserlängsrichtung ausbreitet, wodurch konkrete Aussagen zu dessen Wachstumsrichtung möglich sind. Die ebenfalls von Faserwinkel  $\alpha$  und Faservolumenanteil  $\varphi$  bedingten Versagensmechanismen sind Versagenserscheinungen der Faser und/oder der Matrix sowie an der Grenzfläche beider Komponenten.

Das im Programmsystem ADAPCRACK3D implementierte Kriterium zur Ermittlung der Abknickwinkel für verschiedene Paarungen (Faserwinkel  $\alpha$  und Faservolumenanteil  $\varphi$ ) bei unterschiedlichen Modellierungen und Materialeigenschaften – homogen und orthotrop bzw. inhomogen (in Form von Schichtverbunden) und isotrop – ist nicht geeignet, die Rissausbreitungsrichtungen in Faser-Kunststoff-Verbunden vorherzusagen. Zudem ist bei beiden Modellierungsansätzen keine Tendenz hinsichtlich der Rissrichtung festzustellen und die numerischen (Finite-Elemente-Methode) und experimentellen Daten zeigen bis auf Belastungen senkrecht zu den Fasern keine Übereinstimmung.

Somit ist basierend auf den experimentellen Daten ein mathematisches Modell erstellt und verifiziert sowie im ersten Schritt validiert worden, welches die Abschätzung der endgültigen Rissabknickwinkel in Abhängigkeit von dem Faserwinkel und dem Faservolumenanteil ermöglicht. Damit können Abknickwinkel für untersuchte und weitere Paarungen bestimmt werden. Die analytisch und experimentell ermittelten Rissabknickwinkel zeigen eine gute bis sehr gute Übereinstimmung. Die maximale Abweichung beträgt bei gleichen Faservolumenanteilen  $\varphi$  und Faserwinkeln  $\alpha$  weniger als  $10^\circ$ . Mit Hilfe des analytischen Ansatzes ist somit die Ermittlung der Rissabknickwinkel für beliebige Faserwinkel ( $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ) und Faservolumenanteile ( $2,1\% \leq \varphi \leq 12,7\%$ ) möglich und das Konzept ist zur Vorhersage der Rissausbreitungsrichtung in Flachsfaser-Epoxidharz-Verbunden mit unidirektionaler Faserausrichtung (und orthogonaler Belastung des Initialrisses) geeignet.

Um den ganzheitlichen Gedanken bezüglich Umwelt-, Ressourcen- und Recyclingaspekten Rechnung zu tragen, ist die Kombination von Naturfasern mit biobasierten Matrixsystemen, die vergleichbare Eigenschaften synthetischer Pendanten aufweisen, angeraten. Da die Haftung zwischen Faser und Matrix eine entscheidende Rolle für das Bruch- und Rissverhalten darstellt, sollten diesbezüglich weitere Analysen, z. B. durch physikalische und chemische Verfahren zur Verbesserung der Adhäsionseigenschaften, durchgeführt werden.

Eine Expansion der experimentellen Untersuchungen hinsichtlich weiterer Konstellationen (Faserwinkel und/oder Faservolumenanteile) und Belastungsrichtungen generiert eine größere Menge an Daten für die Regressionsanalyse. Des Weiteren bietet sich in diesem Zusammenhang eine noch genauere Betrachtung des Übergangsbereiches an, um definierte Faserrichtungs- und faservolumenabhängige Schwellenwerte zu ermitteln. Das führt wiederum zu einem detaillierten Modell, das die Grundlage für ein Konzept zur Vorhersage des Risswachstums in Faser-Kunststoff-Verbunden bildet. Um folglich ein

allgemein gültiges Bruchkriterium zu formulieren, sind weitere Faserhalbzeuge bzw. Fasern vergleichbarer Orientierung und Anzahl im Verbund zu eruieren. Eine Implementierung in ein Berechnungsprogramm ist ebenso denkbar.

Da sich die dargelegten Erkenntnisse auf statische und uniaxiale Belastungen von unidirektionalen Schichten beschränken, ist ein weiterer Untersuchungsschwerpunkt das Ermüdungsrisswachstum derartiger Verbunde bei zeitlich veränderlichen Belastungen. Zudem ist der Einfluss multiaxialer Belastungsrichtungen zu eruieren. In Abhängigkeit von den zu erzeugenden Beanspruchungssituationen am Riss sind entsprechende Probekörper und Belastungsvorrichtungen, welche für die Überlagerung der drei Moden eine räumliche Mixed-Mode-Beanspruchung hervorrufen, zu verwenden. Darüber hinaus sind aus mehreren Einzelschichten zusammengesetzte Mehrschichtverbunde auf deren Rissverhalten hinsichtlich verschiedener Lastfälle und (überlagerter) Belastungsrichtungen zu analysieren.

# Literaturverzeichnis

- [ABD80] **Amestoy, M.; Bui, H.D.; Dang Van, K.:** *Analytical asymptotic solution of the kinked crack problem.* In: D. Francois. u. a. (Eds.): *Advances on fracture research*, Oxford, 1980, S. 107-113.
- [And95] **Anderson, T.L.:** *Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications.* 2nd ed., CRC Press, Boca Raton, 1995.
- [AST12] **ASTM E 399:** *Standard Test Method For Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness  $K_{Ic}$  of Metallic Materials.* ASTM International, Beuth Verlag, Berlin, 2012.
- [Bal10] **Balke, H.:** *Einführung in die Technische Mechanik/Festigkeitslehre.* 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 2010.
- [BCM+18] **Benaïmeche, O.; Carpinteri, A.; Mellas, M.; Ronchei, C.; Scorza, D.; Vantadori, S.:** *The influence of date palm mesh fibre reinforcement on flexural and fracture behaviour of a cement-based mortar.* In: *Composites: Part B*, Vol. 152, 2018, pp. 292-299.
- [BKL+16] **Baley, C.; Kervoelen, A.; Le Duigou, A.; Goudenhooff, C.; Bourmaud, A.:** *Is the low shear modulus of flax fibres an advantage for polymer reinforcement?.* In: *Materials Letters*, Vol. 185, 2016, pp. 534-536.
- [BP93] **Blumenauer, H.; Pusch, G.:** *Technische Bruchmechanik.* 3. Auflage, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1993.
- [BSM+06] **Bronstein, I.N.; Semendjajew, K.A.; Musiol, G.; Mühlig, H.:** *Taschenbuch der Mathematik.* 6. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2006.
- [BVL+16] **Bensadoun, F.; Vallons, K. A.M.; Lessard, L. B.; Verpoest, I.; Van Vuure, A. W.:** *Fatigue behaviour assesment of flax-epoxy composites.* In: *Composites: Part A*, Vol. 82, 2016, pp. 253-266.
- [CG64] **Cook, J.; Gordon, J.E.:** *A mechanism for the control of crack propagation in all-brittle systems.* In: *Proceedings of the Royal Society*, A282, London, 1964, pp. 508-520.
- [Che11] **Cherif, C.:** *Textile Prozesskette und Einordnung der textilen Halbzeuge.* In: Cherif, C. (Hrsg.): *Textile Werkstoffe für den Leichtbau. Techniken - Verfahren - Materialien - Eigenschaften*, Springer-Verlag, Berlin, 2011, S. 9-38.
- [DD95] **Dankert, H.; Dankert, J.:** *Technische Mechanik computerunterstützt. Statik Festigkeitslehre Kinematik/Kinetik.* 2. Auflage, Teubner Verlag, Stuttgart, 1995.

- [DDB+14] **Dicker, M.P.M.; Duckworth, P.F.; Baker, A.B.; Francois, G.; Hazard, M.K.:** *Green composites: A review of material attributes and complementary applications*. In: Composites: Part A, Vol. 56, 2014, pp. 280-289.
- [DIN69] **DIN 60000:** *Textilien. Grundbegriffe*. DIN Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1969.
- [DIN85] **DIN 60910:** *Textile Faserstoffe. Allgemeine Feinheitsbezeichnungen, Umrechnungstabellen in das Tex-System*. DIN Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1985.
- [DIN88] **DIN 60900-1:** *Garne. Technologische Einteilung, Begriffe*. DIN Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1988.
- [DIN90] **DIN 60001-2:** *Textile Faserstoffe. Faser- und Herstellungsformen*. DIN Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1990.
- [DIN08] **DIN EN ISO 291:** *Kunststoffe. Normalklimate für Konditionierung und Prüfung*. DIN Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 2008.
- [DIN12] **DIN EN ISO 527-1:** *Kunststoffe. Bestimmung der Zugeigenschaften. Allgemeine Grundsätze*. DIN Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 2012.
- [Egi19] **Egide:** *Produkte*. Nantes, Frankreich, verfügbar unter <https://www.egide-paris.com/de/>, Zugriff am 24.06.2019.
- [ER70] **Erdogan, F.; Ratwani, M.:** *Fatigue and fracture of cylindrical shells containing a circumferential crack*. In: International Journal of Fracture Mechanics, Vol. 6, 1970, pp. 379-392.
- [Erh08] **Erhardt, A.:** *Einführung in die Digitale Bildverarbeitung. Grundlagen, Systeme und Anwendungen*. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2008.
- [ES63] **Erdogan, F.; Sih, G.C.:** *On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear*. In: Journal of Basic Engineering, Vol. 85, 1963, pp. 519-525.
- [FBF+12] **Faruk, O.; Bledzki, A.K.; Fink, H.-P.; Sain, M.:** *Biocomposites reinforced with natural fibers: 200-2010*. In: Progress in Polymer Science, Vol. 37, 2012, pp. 1552-1596.
- [Fre11] **Freudenberg, C.:** *Textile Faserstoffe*. In: Cherif, C. (Hrsg.): *Textile Werkstoffe für den Leichtbau. Techniken - Verfahren - Materialien - Eigenschaften*, Springer-Verlag, Berlin, 2011, S. 39-110.
- [FSR00] **Fulland, M., Schöllmann, M., Richard, H.A.:** *ADAPCRACK3D – Development of the program for the simulation of three-dimensional crack propagation processes*. In: Atluri, S.N., Brust, F.W. (Eds.): *Advances in Computational Engineering & Sciences*, Vol. 1, Tech Science Press, Palmdale, 2000, S. 948-953.
- [Ful03] **Fulland, M.:** *Rissimulation in dreidimensionalen Strukturen mit automatisch adaptiver Finite-Elemente-Vernetzung*. Fortschritt-Berichte, VDI-Reihe 18, Nr. 280, Düsseldorf, 2003.

- [Gri14] **Gries, T.:** *Verstärkungsfasern*. In: AVK-Industrievereinigung Verstärkte Kunststoffe e.V. (Hrsg.): Handbuch Faserverbundkunststoffe/Composites. Grundlagen, Verarbeitung, Anwendungen, 4. Auflage, Springer Vieweg Verlag, Wiesbaden, 2014, S. 129-166.
- [Gri21] **Griffith, A.A.:** *The Phenomena of Rupture and Flow in Solids*. In: Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A 221, 1921, pp. 163-198.
- [Hah76] **Hahn, H.G.:** *Bruchmechanik: Einführung in die theoretischen Grundlagen*. Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik, Band 30, Teubner-Studienbücher: Mechanik, Stuttgart, 1976.
- [HEW12] **Hornbogen, E.; Eggeler, G.; Werner E.:** *Werkstoffe. Aufbau und Eigenschaften von Keramik- Metall-, Polymer- und Verbundwerkstoffen*. 10. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 2012.
- [HPU74] **Hussain, M.A.; Pu, S.L.; Underwood, J.:** *Strain energy release rate for a crack under combined Mode I and Mode II*. ASTM STP 560, 1974, pp. 2-28.
- [Ima12] **ImageJ:** *User Guide*. ImageJ – Version 1.46, National Institute of Mental Health, Bethesda, Maryland, 2012 (<https://imagej.nih.gov/ij/>).
- [Irw57] **Irwin, G.R.:** *Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate*. In: Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, 1957, pp. 361-364.
- [Irw58] **Irwin, G.R.:** *Fracture*. In: Flügge, S.: Handbuch der Physik, Bd. 6, Springer-Verlag, Berlin, 1958, S. 551-590.
- [ISO00] **ISO 13586:** *Plastics. Determination of fracture toughness ( $G_{Ic}$  and  $K_{Ic}$ ). Linear elastic fracture mechanics (LEFM) approach*. ISO International Organization for Standardization, Beuth Verlag, Geneva, 2000.
- [JZR+18] **Judt, P.O.; Zarges, J.-C.; Ricouer, A.; Heim, H.-P.:** *Anisotropic fracture properties and crack path prediction in glass and cellulose fiber reinforced composites*. In: Engineering Fracture Mechanics, Vol. 188, 2018, pp. 344-360.
- [Jäh05] **Jähne, B.:** *Digitale Bildverarbeitung*. 6. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 2005.
- [Kan19] **Kang:** *Produkte*. Täby, Schweden, verfügbar unter <https://kangpoles.com/>, Zugriff am 24.06.2019.
- [Kle10] **Klein, B.:** *FEM. Grundlagen und Anwendung der Finite-Elemente-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau*. 8. Auflage, Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2010.
- [Kun10] **Kuna, M.:** *Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen. Finite Elemente in der Bruchmechanik*. 2. Auflage, Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2010.
- [KYI17] **Khan, Z.; Yousif, B.F.; Islam, M.M.:** *Fracture behaviour bamboo fiber reinforced epoxy composites*. In: Composites: Part B, Vol. 116, 2017, pp. 186-199.
- [LGG15] **Liang, S.; Gning, P.-B.; Guillaumat, L.:** *Quasi-static behaviour and damage assesment of flax/epoxy composites*. In: Materials and Design, Vol. 67, 2015, pp. 344-353.

- [LH08] **Liu, Q.; Hughes, M.:** *The fracture behaviour and toughness of woven flax fibre reinforced epoxy composites.* In: Composites: Part A, Vol. 39, 2008, pp. 1644-1652.
- [MAL16] **Madsen, B.; Aslan, M.; Lilholt, H.:** *Fractographic observations of the microstructural characteristics of flax fibre composites.* In: Composite Science and Technology, Vol. 123, 2016, pp. 151-162.
- [MEC+12] **Meredith, J.; Ebsworth, R.; Coles, S.R.; Wood, B.M.; Kirwan, K.:** *Natural fibre composite energy absorption structures.* In: Composite Science and Technology, Vol. 72, 2012, pp. 211-217.
- [Not19] **Notox:** *Produkte.* Anglet, Frankreich, verfügbar unter <http://www.notox.fr/en/>, Zugriff am 24.06.2019.
- [Nui75] **Nuismer, R.J.:** *An energy release rate criterion for mixed mode fracture.* In: International Journal of Fracture, Vol. 11, 1975, pp. 245-250.
- [PEL16] **Pickering, K.L.; Efendy, M.G.A.; Le, T.M.:** *A review of recent developments in natural fibre composites and their mechanical performance.* In: Composites: Part A, Vol. 83, 2016, pp. 98-112.
- [PBP+16] **Pil, L.; Bensadoun, F.; Pariset, J.; Verpoest, I.:** *Why are designers fascinated by flax and hemp fibre composites?.* In: Composites: Part A, Vol. 83, 2016, pp. 193-205.
- [PGA61] **Paris, P.C.; Gomez, M.P.; Anderson, W.E.:** *A Rational Analytic Theory of Fatigue.* In: The Trend in Engineering, Vol. 13, 1961, pp. 9-14.
- [RFS05] **Richard, H.A.; Fulland, M.; Sander, M.:** *Theoretical crack path prediction.* In: Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 28, 2005, pp. 3-12.
- [Ric68] **Rice, J.R.:** *A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks.* In: Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, 1968, pp. 379-386.
- [Ric85] **Richard, H.A.:** *Bruchvorhersagen bei überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung von Rissen.* VDI Forschungsheft, Nr. 631, Wiesbaden, 1985.
- [RK77] **Rybicki, E.F.; Kannichen, M.F.:** *A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a modified Crack Closure Integral.* In: Engineering Fracture Mechanics, Vol. 9, 1977, pp. 129-143.
- [RM15] **Roos, E.; Maile, K.:** *Werkstoffkunde für Ingenieure. Grundlagen, Anwendungen, Prüfung.* 5. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 2015.
- [RS12] **Richard, H.A.; Sander, M.:** *Ermüdungsrisse Erkennen, sicher beurteilen, vermeiden.* 3. Auflage, Springer Vieweg Verlag, Wiesbaden, 2012.
- [Sch14] **Schramm, B.:** *Risswachstum in funktional gradierten Materialien und Strukturen.* Fortschritt-Berichte, VDI-Reihe 18, Nr. 339, Düsseldorf, 2014.
- [Sch01] **Schöllmann, M.:** *Vorhersage des Risswachstums in ebenen und räumlichen Strukturen mittels numerischer Simulation.* Fortschritt-Berichte, VDI-Reihe 18, Nr. 269, Düsseldorf, 2001.

- [Sch07] **Schürmann, H.:** *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 2007.
- [SFR03] **Schöllmann, M.; Fulland, M.; Richard, H.A.:** *Development of a new software for adaptive crack growth simulations in 3D structures*. In: Engineering Fracture Mechanics, Vol. 70, 2003, pp. 249-268.
- [Sih74] **Sih, C.F.:** *Strain-energy-density-factor applied to mixed mode crack problems*. In: International Journal of Fracture, Vol. 10-3, 1974, pp. 305-321.
- [SPI65] **Sih, G.C.; Paris, P.C.; Irwin, G.R.:** *On cracks in rectilinearly anisotropic bodies*. In: International Journal of Fracture Mechanics, Vol. 1, 1965, pp. 189-203.
- [Sra76] **Srawley, J.E.:** *Wide range stress intensity factor expressions for ASTM E399 standard fracture toughness specimens*. In: International Journal of Fracture, Vol. 12, 1976, pp. 475-456.
- [TOY+16] **Tanaka, K.; Oharada, K.; Yamada, D.; Shimizu, K.:** *Fatigue crack propagation in short-carbon-fiber reinforced plastics evaluated based on anisotropic fracture mechanics*. In: International Journal of Fatigue, Vol. 92, 2016, pp. 415-425.
- [Wil14] **Wilhelm, H.:** *Herstellungsverfahren*. In: AVK-Industrievereinigung Verstärkte Kunststoffe e.V. (Hrsg.): Handbuch Faserverbundkunststoffe/Composites. Grundlagen, Verarbeitung, Anwendungen, 4. Auflage, Springer Vieweg Verlag, Wiesbaden, 2014, S. 326-509.
- [ZMF+17] **Zarges, J.-C.; Minkley, D.; Feldmann, M.; Heim, H.-P.:** *Fracture toughness of injection molded, man-made cellulose fiber reinforced polypropylene*. In: Composites: Part A, Vol. 98, 2017, pp. 147-158.

# Lebenslauf

## Allgemeine Daten

Name: Stefan Keck  
Geburtsdatum: 7. Juli 1988  
Geburtsort: Berlin

## Werdegang

09/2018 - heute Lehrkraft für besondere Aufgaben an der Fakultät Maschinenwesen der Hochschule Zittau/Görlitz

09/2015 - 08/2018 Promotionsstipendium an der Hochschule Zittau/Görlitz

04/2015 - 08/2015 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Invention Center Dresden (GWT-TUD GmbH)

08/2012 - 12/2014 Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Fakultät Maschinenwesen der Hochschule Zittau/Görlitz

10/2013 - 12/2014 Masterstudium Projektmanagement an der Technische Universität Dresden (Internationales Hochschulinstitut Zittau)  
Abschluss: Master of Arts

09/2008 - 07/2012 Diplomstudium Maschinenbau an der Hochschule Zittau/Görlitz  
Fachrichtung: Konstruktionstechnik  
Abschluss: Diplom-Ingenieur (FH)

09/2007 - 05/2008 Zivildienst im Christlichen Kinderhaus St. Antonius in Zittau

09/1999 - 06/2007 Christian-Weise-Gymnasium Zittau  
Abschluss: allgemeine Hochschulreife

09/1995 - 07/1999 Pestalozzi-Grundschule Zittau





# BEST MATCH for BEST TALENTS

INGENIEUR.de  
BEST  MATCH

powered by  AScotty

## So findet Sie Ihr Traumjob!

Ingenieure aller Fachrichtungen, Absolventen und wechselwillige Professionals aufgepasst:

Sagen Sie uns, was Sie können, wollen und lieben – dann bieten Ihnen die besten Unternehmen den passenden Job für Ihr Talent. Schnell, unkompliziert, ohne Aufwand.

### DAS SIND IHRE VORTEILE:

Einfache Profilerstellung | Persönliche Beratung | Passgenaue Job-Angebote |  
Keine aufwändige Job-Suche | Unternehmen bewerben sich bei Ihnen | Kostenfreie Nutzung |

**Transparenz:** alle wichtigen Informationen zum Traumjob |

**Sicher:** Ihr Arbeitgeber hat keine Einsicht in Ihr Profil

### JETZT ALS TALENT REGISTRIEREN:

**BESTMATCH.INGENIEUR.DE**

## Die Reihen der Fortschritt-Berichte VDI:

- 1 Konstruktionstechnik/Maschinenelemente
  - 2 Fertigungstechnik
  - 3 Verfahrenstechnik
  - 4 Bauingenieurwesen
- 5 Grund- und Werkstoffe/Kunststoffe
  - 6 Energietechnik
  - 7 Strömungstechnik
- 8 Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik
  - 9 Elektronik/Mikro- und Nanotechnik
  - 10 Informatik/Kommunikation
  - 11 Schwingungstechnik
- 12 Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik
  - 13 Fördertechnik/Logistik
- 14 Landtechnik/Lebensmitteltechnik
  - 15 Umwelttechnik
  - 16 Technik und Wirtschaft
- 17 Biotechnik/Medizintechnik
- 18 Mechanik/Bruchmechanik
- 19 Wärmetechnik/Kältetechnik
- 20 Rechnerunterstützte Verfahren (CAD, CAM, CAE CAQ, CIM ...)
  - 21 Elektrotechnik
  - 22 Mensch-Maschine-Systeme
- 23 Technische Gebäudeausrüstung

ISBN 978-3-18-335418-4