Hugo Dinglers Geometriebegründung

Lucas Amiras

1. Vorbemerkungen

Hugo Dingler bemühte sich mehr als ein halbes Jahrhundert lang wissenschaftstheoretisch intensiv um die Grundlagen der Geometrie. Sein Interesse galt in erster Linie einer Aufklärung der fundamentalen Rolle der euklidischen Geometrie für die physikalisch-experimentelle und technische Praxis, insbesondere für die Präzisionsmeßtechnik und die Meßtheorie. Zugleich versuchte er durch eine neue, »operative« Begründung der Euklidischen Geometrie auch eine Antwort auf die zentralen geometrischen Grundlagenfragen zu Bezug und Geltungsart geometrischen Wissens beizusteuern. Dieser Begründung gilt im folgenden unser Augenmerk. Ich werde dabei Dinglers Vorschläge als Beiträge zum Begründungsproblem der Geometrie erörtern, denn so hat er sie uns auch vermitteln wollen.

2. Zum Hintergrund der Bemühung Dinglers und zur Idee einer operativen Begründung der Geometrie

Von der griechischen Antike an bis zu Hilbert wurde die Geometrie zweifellos als eine Theorie räumlicher Figuren verstanden. Dieses Verständnis der Geometrie liegt auch allen ihren traditionellen Begründungsbemühungen zu Grunde. Mit Hilberts formaler Auffassung der (von ihm auch entscheidend geprägten) axiomatischen Geometrie wird aber zum ersten Mal eine radikale Abkehr von dieser Tradition und den damit verbundenen Grundlagenproblemen vollzogen. Das Problem der Konstitution der Geometrie als Figurentheorie wird zuletzt noch von F. Klein als eine wichtige Aufgabe gesehen, obgleich auch er sie nicht mehr der Mathematik zuordnet (vgl. Klein 1977: Noten, Anhang III).

Die Hauptprobleme einer (in der Rede Kleins) »eigentlichen« Geometrie als Figurentheorie sind bereits in Euklids Buch und in der antiken Diskussion angelegt. Es geht dabei um die Frage nach dem Bezug der Axiome und der darin vorkommenden Grundgegenstände zu konkreten Figuren und darüber hinaus um die Frage nach der Art ihrer Geltung. Die Art der Geltung der Axiome hängt natürlich entscheidend von der Beantwortung der ersten Frage ab, so daß die Herstellung des Bezuges geometrischen Wissens traditionell als eine Kernfrage der Grundlagen der Geometrie angesehen werden kann. Es geht daher (auch Dingler) primär um den Zusammenhang zwischen Theorie und Wirklichkeit in der Geometrie.

In Ansicht des Hilbertschen Axiomensystems (HAS) stellt sich für Dingler deshalb die Frage, wie die darin vorkommenden Individuenvariablen zu interpretieren seien. In der Rede von den »Grundobjekten« der Geometrie muß man bekanntlich die Gegenstände (eigentlich gewisse Ausdrücke) der formalen Sprache des Axiomensystems von den Begriffen, durch welche sie interpretiert werden sollen, unterscheiden. Das ist auch der Grund dafür, daß Hilbert von den »Dingen dreier Systeme« (genannt Punkte, Geraden, Ebenen) am Anfang seines Buches spricht, was seine formale Auffassung der Geometrie besonders deutlich zum Ausdruck bringt.[1]

In prinzipieller Hinsicht gibt es für jede widerspruchsfreie Theorie die Möglichkeit verschiedener Interpretationen durch Modelle, also Gebilde aus begrifflich gefaßten Objekten und ihren Beziehungen. Diese Möglichkeit der Interpretation der euklidischen Geometrie ist für Dingler ein schlagender Beweis gegen die Behauptung des Formalismus, daß die Objekte der Geometrie »gestaltlich eindeutig« durch das Axiomensystem festgelegt seien.[2]

»Die Axiome waren also weit davon entfernt die Gestalt von Ebene und Gerade fest-

1 | Vgl. Hilbert (1977: Kap. I, S. 3). Die Behauptung Hilberts, daß durch das Axiomensystem trotzdem eine Definition der Grundbegriffe der Geometrie vorläge, hat zur wissenschaftstheoretischen Kontroverse mit Frege (1903, 1906) geführt, die unter dem von M. Schlick eingeführten Stichwort »implizite Definition« wissenschaftstheoretisch lange nachgewirkt hat. Vgl. dazu den einschlägigen Artikel in Mittelstraß (1980) für weitere Literaturhinweise.

2 | Diesem Begriff der »Gestalteindeutigkeit« von Figuren kommt nicht nur für die Interpretation Dinglers, sondern auch für das Begründungproblem der Geometrie als Figurentheorie eine zentrale Rolle zu.

zulegen und diese eindeutig zu definieren. Man wußte also in der Tat nicht, was begrifflich eine Ebene sei.« (Dingler, 1955/56: 349)

Dingler sieht eine Diskrepanz zwischen dem praktischen Umgang mit konkreten Realisationen geometrischer Objekte und ihren theoretischen Bestimmungen, welche darin besteht, daß man

»traditionell irgendwie praktisch wußte, was eine Ebene oder Gerade sei, denn überall wurden solche benutzt. Von irgendwoher mußte also eindeutig bestimmt sein, was sie seien. Nur steckte das nicht in den Axiomen und man kannte keine echte Definition. Hier lag das Rätsel.« (Dingler 1955/56: 350)

Dieses Rätsel um eine eindeutige Bestimmung von Ebene und Gerade hinsichtlich ihrer Gestalt versucht nun Dingler durch den Rückgriff auf die Ergebnisse von bestimmten Herstellungsverfahren ihrer »Urzeugung«, d.h. ihrer Herstellung ohne vorgängige Formungen zu lösen. Die gesuchte Methode der »Urzeugung«, die auch die Anforderungen an die Möglichkeit der Genauigkeitssteigerung der Realisate erfüllt, erblickt er in der Herstellung von ebenen Richtflächen im Drei-Platten-Verfahren und der darauf gründenden Herstellung von Stahllinealen durch die Erzeugung von geraden Kanten in der mechanischen Industrie. Diese Herstellung von ersten geraden Kanten wird durch die Erzeugung von zwei Ebenen, die sich in einer Kante schneiden, möglich.

»Wenn man dieses Verfahren geeignet in Worte faßte, so mußte diese Aussage eine echte verbale Definition der Ebene enthalten und, da diese Definition eindeutig war, so mußten aus ihr rein logisch alle Aussagen über die Ebene abgeleitet werden können.« (Dingler 1955/56: 351)

Dingler hat also zunächst folgende Vorstellung: Das Herstellungsverfahren bringt Dinge in Relationen zueinander (erzeugt Relationen), die begrifflich gefaßt, *alle geometrischen Eigenschaften der hergestellten Dinge abzuleiten gestatten*. Hierbei wird zum ersten Mal eine bestimmte operative Auffassung hinsichtlich der Herkunft der Grundbegriffe der Geometrie vertreten, die in der protophysikalischen Geometriebegründung ihre Fortsetzung finden wird, und in grundsätzlicher Hinsicht durch die Forderung charakterisiert ist, daß aus den Verfahren zur Herstellung geometrischer Grundformen (bzw. den durch sie erzeugten Eigenschaften) alle Eigenschaften der geometrischen Grundobjekte folgen sollen. Diesen theoretischen Ansatz, welcher die Beschreibung von Herstellungsprozessen geometrischer Grundformen (bzw. deren Ergebnisse) theoretisch zur Grundlage der Begründung der Geometrie erhebt, bezeichne ich im folgenden als *produktiv-operative Be-*

gründungskonzeption. Gemäß diesem Ansatz sind nach Dingler die Handlungen, die den Herstellungsverfahren zugrunde liegen, zu »rationalisieren«, d.h. explizit zu machen und auf ihre Ziele hin zu untersuchen. Die ihnen zugrundeliegenden Prinzipien über das (gewünschte) *gestaltliche Verhalten von Körpern* (vgl. Dingler 1925: 321) sollen dann begrifflich gefaßt die Begriffe und Grundsätze der eigentlichen Geometrie liefern. Dingler versteht daher seine Entwürfe des Aufbaus der euklidischen Geometrie als Beiträge zur Lösung dieser Rekonstruktionsaufgabe (vgl. Dingler 1925: 320).

3. Aufbau der Geometrie

3.1 Eine operative Definition der Ebene

In seiner operativen Konzeption sieht Dingler insbesondere die Chance, Euklids Ansatz zur Bestimmung der Grundformen der Geometrie als Figuren exakt durchzuführen. So gibt er bereits im Anhang von *Die Grundlagen der angewandten Geometrie* (Dingler 1911: 156-158) eine Definition der Ebene mittels operativer Begriffe, d.h. Begriffe, die sich auf die (Prüf-)Operationen des Dreiplattenverfahrens beziehen, an. Sein Ziel ist es, ein System der Geometrie zu schaffen, das eine bessere Anbindung an die Realität als diejenigen von Euklid und Hilbert ermöglicht, somit als eigentliche Geometrie gelten kann.

Er geht dabei von der *Passungsrelation* der Flächen aus, die im Drei-Platten-Verfahren erzeugt werden. Diese Relation bezeichnet er etwas unglücklich als »Adhäsion« (was bekanntlich eine mechanische Eigenschaft bedeutet), obwohl er zuvor vom »aufeinanderpassen« der Flächen spricht. Sie ist jedoch in Dinglers System, im Gegensatz zu »passen«, auch reflexiv, so daß ein anderer Name schon deswegen angebracht ist. Als erste Eigenschaft dieser Relation wird die Symmetrie gefordert. Die Kongruenz wird mit Hilfe der Adhäsion definiert. Diese Definition läßt sich als Präzisierung der Relation, die zwischen Kopien eines Flächenstücks besteht, verstehen, nämlich daß sie zu einem Flächenstück adhärent (passend) sind. Mit Hilfe dieser Definition der Kongruenz wird zunächst die *Symmetrie* und sodann die *Transitivität* der Kongruenz bewiesen und schließlich ihre *Reflexivität*. Es folgt die Definition der *Ebenheit* als Konjunktion von Adhäsion und Kongruenz.[3] Im folgenden beweist Dingler aufgrund der Definition der Ebenheit und der zuvor bewiesenen Aussagen die *Symmetrie* der Ebenheit

3 | Diese Definition der Ebenheit entspricht genau der Definition der Seitengleichheit von Gebieten in Janich (1976) und der Abdruckstabilität in Lorenzen (1977) und Inhetveen (1983).

und die Invarianz der Adhäsion (»passen«) zweier Flächenstücke bezüglich der Ersetzung eines jeden von ihnen durch ein dazu kongruentes Flächenstück, die als Lemma in den Beweis der *Transitivität* der Ebenheit eingeht. Die *Reflexivität* der Ebenheit und die Reflexivität der Adhäsion ergeben sich schließlich logisch aus dem bis dahin Bewiesenen. Damit ist die Charakterisierung der Ebenheit als *Äquivalenzrelation* erreicht, die nach Dingler darin besteht, daß ein ebenes Flächenstück zu sich selbst oder einem kongruenten adhärent ist.

Problematisch an den präzise gefaßten Ausführungen Dinglers ist jedoch, daß nur bei spezieller Beschaffenheit der Flächenstücke (symmetrische Figuren, z.B. Scheiben) eine solche Beziehung, wie sie die Ebenheit formuliert, praktisch realisiert werden kann. Diese Definition der Ebenheit ist daher noch keine methodisch nachvollziehbare Fassung einer elementaren Eigenschaft der Ebene, die im Dreiplattenverfahren erzeugt wird, sondern eine Eigenschaft, die zur ihrer operativen Interpretation sowohl ebene Flächen als auch ein gutes Stück Geometrie voraussetzt.[4] Dinglers erster Ansatz wird somit getragen allein von der aus der praktischen Rolle der Verfahren zur Herstellung von Ebenen (und Geraden) gespeisten (aber nicht hinreichend geklärten) Überzeugung der theoretischen Relevanz der dabei direkt erzeugten Eigenschaften der Ebene (und später Geraden), aus denen sich alles geometrisch Einschlägige ergeben solle.

3.2 Entwürfe der Geometrie als Theorie von räumlichen Verhältnissen

Seinen Aufbau der Geometrie als Figurentheorie hat Dingler später in zwei Entwürfen, zuerst in seinem zweiten Geometrie-Buch *Die Grundlagen der Geometrie* (Dingler 1933) und später, in einer neu ausgearbeiteten Form, im *Aufbau der exakten Fundamentalwissenschaft* (Dingler 1964) niedergelegt. Eine aufschlußreiche, informelle Skizze dieses Aufbaus findet sich zusammen mit hilfreichen Erörterungen in *Die Ergreifung des Wirklichen* (Dingler 1969: 131-142). Der Aufbau erfolgt in zwei Stufen: Zunächst wird eine vorgeometrische Terminologie eingeführt, vor allem, um die Unterscheidungen bereitzustellen, die eine Definition der Grundformen der Geometrie (Ebene, Gerade) als Figuren (Fläche, Linie) ermöglichen sollen. Nach der Angabe von Definitionen für die Ebene und Gerade, die problematisch gefaßt werden und auch nicht konsequent, also allein mit Hilfe dieser Terminologie erfolgen, und dem (nur vermeintlichen) Nachweis ihrer Eindeutig-

4 | Dieser Einwand läßt sich auch gegen die Definition der »Seitengleichheit« bei Janich (1976, 1989) sowie gegen die Definition der »Abdruckstabilität« bei Lorenzen (1977, 1978) und Inhetveen (1983) vortragen.

keit der Gestalt, wird eine darauf gestützte, leider (aufgrund der leerlaufenden Argumentation in den nicht greifenden Begründungen) völlig unzulängliche Theorie entwickelt, die es zum ehrgeizigen Ziel hat, sowohl eine geometrische Definition der Starrheit eines Körpers methodisch bereitzustellen als auch Begründungen der Hilbertschen Axiome der Geometrie zu ermöglichen.[5] Es ist aber so, daß überhaupt nichts von dem, was Dingler geleistet zu haben beansprucht, von ihm dabei auch tatsächlich geleistet wird.

Der zweite Entwurf der Grundlegung der Geometrie in Dingler (1964) sollte wohl die verbesserte Fassung des ersten Entwurfs bieten und in axiomatischer Form darstellen,[6] mit dem Ziel, in einer umfassenden Theorie von Figurenverhältnissen Begründungen für die Hilbertschen Inzidenz-, Anordnungs- und Kongruenzaxiome anzugeben. Auch dieser zweite Entwurf weist die massiven theoretischen Unzulänglichkeiten des ersten Entwurfs, insb. eine unpräzise Ausdrucksweise und mangelhafte Beweisführungen, weiterhin auf. In methodischer Hinsicht gelingt durch diesen zweiten Entwurf überhaupt keine Verbesserung des ersten. Bedingt durch die auf die Axiomatik eingeschränkte Zielsetzung treten sogar darin die pragmatisch relevanten Gesichtspunkte des Bezuges der geometrischen Theorie (z.B. die Frage der Beziehung der Herstellungsverfahren von geometrischen Formen an Körpern zu ihren theoretischen Bestimmungen oder die Frage nach der gestaltlichen Eindeutigkeit der geometrischen Grundformen), die im ersten Entwurf im Vordergrund stehen, deutlich in den Hintergrund. Im folgenden versuche ich nun, die Bemühung Dinglers und ihre Problematik durch die Untersuchung seiner zentralen Vorschläge und seiner Begründungskonzeption zu vermitteln.

3.3 Vorgeometrische Theorie

Jeder Versuch, eine Alternative oder vorgeometrische Ergänzung zu Hilberts Axiomatik zu entwickeln, hat sich zunächst mit dem traditionellen *Problem der ersten Einführung geometrischer Grundbegriffe* auseinanderzusetzen, das sich im Anschluß an Euklids definitorischem Vorspann zu seinen Elementen, stellt. Die Grundformen der Geometrie werden in diesen Definitionen bekanntlich als Flächen (Ebene) und Linien (Gerade) angesprochen, also als Objekte, die methodisch wohl vor der Bestimmung der Grundformen zur Verfügung stehen müssen.

Die Notwendigkeit der Einführung einer vorgeometrischen Terminolo-

5 | Die Absicht, einen axiomatischen Aufbau zu erreichen, ist explizit in Dingler (1933: 7) zu lesen.

6 | In diesem Sinne äußert sich Dingler in Dingler (1955/56: 84).

gie ergibt sich somit auch für Dingler bereits aus diesem, auf Euklids Elemente zurückgehenden Anliegen, die Ebene als spezielle Fläche und die Gerade als spezielle Linie zu bestimmen.[7] Die methodische Rechtfertigung dieses Vorhabens ist für Dingler aus der Tatsache der Verfügung über (räumliche) Unterscheidungen in elementaren technischen Praxiszusammenhängen, die keine geometrischen Formen voraussetzen, unzweifelhaft (vgl. Dingler 1933: 10).

Daraus ergäbe sich aber auch weiter die Notwendigkeit, die ganze Reihe vorgeometrischer Begriffe wie »Fläche«, »Oberfläche«, »Körper«, sowie »Passung« usw., also die traditionellen Termini und die Passungsrelation, die Dingler (vgl. 1911) zur Einführung der Ebene verwendet, durch Explikationen zu klären und durch den Aufbau einer Terminologie, bzw. vorgeometrischen Theorie, systematisch soweit nötig für den Aufbau der Geometrie zusammenzubringen bzw. zu ordnen und zugleich präzise zu bestimmen.

Was tut jedoch Dingler? Was man bei der Untersuchung seiner Entwürfe feststellen kann, ist eine Ablösung seiner theoretischen Bemühungen von seinen ursprünglichen Absichten der Rekonstruktion der praktischen Bezüge der Geometrie, insbesondere der geometrischen Unterscheidungen, auf der Grundlage operativer Kriterien. Es wird nicht mehr konkret wie in Dingler (1911) an der Explikation oder gar der Herstellung einer methodischen Ordnung von Unterscheidungen gearbeitet, sondern gleich an traditionelle, anschauliche Bestimmungen angeknüpft, die nur die *räumlichen Figuren*, wie sie die herkömmliche, anschaulich vermittelte Elementargeometrie betrachtet, zum Gegenstand haben. Eine direkte Anknüpfung an die Relationen, die auch im Dreiplattenverfahren erzeugt werden (Passung, Berührung usw.), findet überhaupt nicht mehr statt, diese kommen in der vorgeometrischen Terminologie gar nicht vor! Damit wird natürlich der mögliche Fortschritt gegenüber der Tradition, der m.E. gerade in der Anknüpfung an solch elementar vermittelte Relationen besteht, und einen Weg zur Bestimmung der Gestalt von Grundformen öffnet, wie ihn Dingler selbst (vgl. 1911) vorzeichnet, wieder verspielt. Es würde hier zu weit führen, die systematischen Gründe Dinglers, die dieses Vorgehen zumindest verständlich werden lassen, hier auszuführen (vgl. Amiras 2000: Kap. 2).

Zur Einführung der Ebene und der anderen Grundformen wird in beiden Entwürfen an einen neuen Begriff (»Ununterscheidbarkeit«) angeknüpft, der eine logisch völlig plausible Fassung (Ununterscheidbarkeit

7 | Dingler spricht des öfteren von seinem Versuch, eine Geometrie auf der Basis von Definitionen, im Anschluß an Euklid, aufzubauen. Vgl. etwa Dingler (1955/56: 84) und Dingler (1933: 7).

hinsichtlich Gestalttermini[8]) hat, aber von Dingler problematisch verwendet wird; denn, sowohl die von ihm unkritisch erkenntnistheoretisch vorgenommene Interpretation (als transpersonales, inneres Erlebnis), wie auch die Bestimmung ihrer theoretischen Funktion (Sicherung einer »absoluten« Eindeutigkeit) sind methodisch unhaltbar.[9]

Die Frage, ob Dinglers vorgeometrische Theorie eine Grundlage für einen (zu Hilberts System) alternativen, axiomatischen Aufbau der Geometrie darstellen kann, untersucht Torretti eingehend in seinem Aufsatz (1978b: 108-110). Das Ergebnis der Untersuchung Torrettis ist völlig negativ (vgl. Torretti 1978b: 111f.). Doch das liegt m.E. am Vorgehen Torrettis; denn erstens fügen sich die Dinglerschen Bestimmungen nicht in den Versuch, sie als topologische Charakterisierungen des Raumes zu deuten, und zweitens erweist sich diese Deutung als nicht besonders hilfreich, um Dinglers Definition der Ebene vernünftig zu verstehen. Dabei werden insbesondere die grundsätzlichen systematischen Anliegen Dinglers, also die Rekonstruktionsprobleme der geometrischen Theorie im Anschluß an Dingler (1911) nicht gesehen. Die an sich berechtigte Sicht Torrettis bringt daher für die Erörterung dieser Probleme kaum etwas.

3.4 Vorgeometrische Terminologie

Das Ziel der vorgeometrischen Terminologie Dinglers ist, wie gesagt, die Bereitstellung von Unterscheidungen, die geometrische Grundbegriffe (Ebene, Gerade, Punkt) als räumliche Figuren bestimmen, so daß zunächst die Definition der Ebene und der Anschluß an die geometrische Inzidenz- und Anordnungsaxiomatik von Hilbert erreicht werden kann.

In Dingler (1933) wird dazu versucht eine Reihe von Begriffen zu bestimmen, die sich auf Figuren beziehen, wie sie sich durch Trennoperationen bei Körpern ergeben, also in unserem Verständnis *Schnittflächen, -linien* und *-punkte*. Diese Begriffe (Trennfläche, Lauffläche [zusammenhängende Fläche], Seiten einer Lauffläche, Trennlinie, Lauflinie [zusammenhängende Linie], Seiten einer Lauflinie, Trennpunkt u.ä.), werden ausgehend von Raum, Fläche, Linie und Punkt schrittweise eingeführt, wobei jede Figur in dieser Reihe als »Trennfigur« der jeweils vorgeordneten Figur über die Existenzforderung einer Teilung festgelegt wird. So werden z.B.

8 | Diese Ununterscheidbarkeit hat zuerst Lorenzen (1961) als Invarianz von Aussageformen logisch präzisiert und zur Grundlage seines Aufbaus der Geometrie im Anschluß an Dingler gemacht.

9 | Diese Absichten Dinglers haben vor allem in Lorenz/Mittelstraß (1969) ihre Kritik erfahren. Vgl. auch Mittelstraß (1974) und den Artikel »Dingler« in Mittelstraß (1980).

die ersten Begriffe »Trennfläche« und »Lauffläche« auf folgende Art festgelegt:

1. »Der Raum kann stets durch eine Fläche T in zwei getrennte Teile zerschnitten werden, so daß die beiden Raumstücke zusammen den ganzen Raum ausmachen. Eine solche Fläche heiße eine *Trennfläche*.
2. Besteht die Möglichkeit, eine andere Trennfläche T′ so zu legen, daß in zweien dadurch entstehenden Raumstücken Teile von T liegen, aber T′ mit der gegebenen Trennfläche T nichts gemeinsam hat, dann heiße T ›aus getrennten Teilen bestehend‹. Besteht eine Trennfläche nicht aus getrennten Teilen, so heiße sie eine ›zusammenhängende Fläche‹ oder kurz *Laufläche*. Die beiden Raumteile, in welche der Raum durch eine Lauffläche zerteilt wird, heißen (jeder für sich) ›zusammenhängend‹.« (Dingler, 1933: 8)

Entsprechend wird dann die Trennung von Laufflächen durch Trennlinien und die Trennung von zusammenhängenden Linien (Lauflinien) durch Punktuale (also mehreren Punkten) terminologisch festgelegt. Damit ergibt sich eine Hierarchie von Verhältnissen von Figuren, wobei Räume durch Flächen, Flächen durch Linien und Linien durch Punkte geteilt werden. Das Ziel der Bemühung ist eine angemessene Bestimmung der geometrischen Grundbegriffe (Ebene, Gerade, Punkt) als Figuren zu erreichen. Dingler möchte (so weit ich sehe) beispielsweise nicht eine Ebene, wie sie z.B. im Herstellungsverfahren entsteht, als geometrisches Objekt ansehen, sondern erst den Schnitt (Lauffläche, d.h. zusammenhängende Trennfläche), der sich durch zwei Halbräume mit aufeinander passenden Ebenen als Grenzen ergibt (»Seiten« eines solchen Schnittes). Entsprechendes läßt sich hinsichtlich der Geraden sagen (vgl. Dingler 1933: 9, Dingler 1969: 132). Für Dingler ist es überhaupt keine Frage, ob man methodisch von diesen Unterscheidungen ausgehen kann.

»Wir müssen hier von der schlichten Tatsache ausgehen, d a ß wir sie haben, und bedienen uns dieser Gegebenheit als eines Instrumentes.« (Dingler 1933: 6)

Die obigen terminologischen Festlegungen bezeichnet er als

»*definitionsartige* Aussagen, welche den unmittelbaren Kontakt mit der Realität liefern sollen« (Dingler 1933: 7).

Sie betreffen nach Dingler »*unmittelbare Anschaulichkeiten*« aus der »gewohnten alltäglichen Sphäre des Handelns« (Dingler 1933, Hervorhebung von mir). Bei der Aufstellung dieser Terminologie wird also (anders als in Dingler 1911) der Bezug zur technischen Praxis des Umgangs mit Körpern nicht systematisch hergestellt. Dingler verweist lediglich (1911: 6) auf die Praxis des Teilens, Zerschneidens und Zerlegens von Körpern. Wie diese Operationen konkret genutzt werden können, um die Terminologie aufzubauen, darauf gibt es in Dingler(1933) im entscheidenden Unterschied zum Vorgehen in Dingler (1911) keine Antwort.

In Dingler (1964) ist die Situation nicht entscheidend anders. Auch hier wird versucht, anschaulich gegebene Verhältnisse von Figuren lediglich festzulegen, ohne sie oder die verwendeten Grundbegriffe vorab zu klären. Dazu wird eine Fülle von sprachlich ungeklärten Bestimmungen für Figuren verwendet, wobei definitorische und postulatorische Teile vermischt werden, ein theoretisch völlig unzulängliches Vorgehen. Die Konstitution der Grundfiguren (Fläche, Linie, Punkt) bleibt dabei unerörtert. Es gibt Hinweise darauf, daß Dingler Grundfiguren direkt als Trennfiguren einzuführen gedenkt (vgl. 1923: 151), ein aus operativer Sicht wohl fragwürdiges Vorhaben.

Bei aller Kritik darf aber zumindest die Plausibilität des Dinglerschen anschaulichen Ansatzes nicht übersehen werden. Die damit verbundene Auffassung von Figuren ist auch in den Lehrbüchern der Geometrie seit Euklid durchgängig präsent, und von jedem Menschen schließlich, der in der Schule Geometrie gelernt hat, auch akzeptiert und zu einer erfolgreichen Orientierung geworden. Die geometrischen Figuren sind seit Euklid ja nicht anders als anschaulich gefaßt und es war schon immer ein grundlegendes (freilich kaum bemerktes) Problem diese anschaulichen »Gespenster« logisch zu zähmen, d.h. auf den Begriff zu bringen. So ist es in der geometrischen und philosophischen Tradition noch nicht einmal gelungen eine Explikation des Problems zu erreichen, geschweige denn es begrifflich-logisch zu lösen.[10] Mein Eindruck im Hinblick auf Dinglers Theorie ist nun, daß sie dieses Problem implizit zu berücksichtigen versucht, auch wenn sie in der vorgelegten Form für einen methodischen Aufbau der Geometrie nicht brauchbar ist.[11]

10 | Lange vor Dingler hat Lobatschefski versucht, dieses Problem auf einer operativen Basis zu bewältigen, leider ebenfalls ohne Erfolg. Vgl. hierzu Amiras (2003a).

11 | Damit ist aber Dingler hinsichtlich der Anliegen seiner Theorie, die zugegebenermaßen nicht explizit formuliert sind, aber richtig gesetzt sind, weiter als alle nachfolgenden protophysikalischen Entwürfe.

3.5 Einführung der Ebene

3.5.1 Gestalt und Gestalteindeutigkeit von Figuren

Als Konsequenz aus der nur anschaulichen Auffassung von Figuren hat sich auch Dinglers Auffassung der Gestalt von Figuren, wenn man sich Dingler (1933) und andere Schriften insb. Dingler (1928) ansieht, gegenüber Dingler (1911) ebenfalls völlig gewandelt.[12] Dabei ist für ihn neben den geometrischen Kriterien zur Beurteilung der (geometrischen) Gestalt von Figuren, insb. Flächen, nur die angeblich unmittelbare (»unmittelbares Erleben«) und zudem interpersonell eindeutig mögliche Konstatierung von »Ununterscheidbarkeiten« der Figuren an einzelnen Punkten auf ihnen und in Teilen von ihnen (und sogar in ihnen!) denkbar.

Dingler ist konkret der Meinung, daß das Fehlen (solch unbestimmt gebliebener) »gestaltlicher Unterschiede« z.B. an Flächen oder Halbräumen unmittelbar bzw. direkt feststellbar ist (»im unmittelbaren Erleben«), ohne sich auf bestimmte *Operationen* mit den betreffenden Figuren zu beziehen (vgl. Dingler 1933: 10), und daß der praktische Gebrauch geometrischer Grundbegriffe als darauf beruhend verstehen läßt. Es sind also demgemäß nicht mehr (wie in Dingler 1911) die elementaren operativ vermittelten Unterscheidungen aus der Praxis mit Körpern, welche die Grundlage bilden.[13] Dingler stilisiert statt dessen das Fehlen von Unterschieden (Ununterscheidbarkeit) zu einem irreduziblen, interpersonalen Erlebnis und spricht von einer »absoluten«, d.h. im Subjekt verankerten Begründung.

Auf die Rede von der »Gestalt« von Figuren bezogen, heißt dies, daß sie in Dingler (1933) nicht mit Berührrelationen von Körpern in Verbindung gebracht wird. Sie wird einerseits wie üblich mit geometrischen Eigenschaften (was systematisch später liegt) und auf der elementaren Stufe mit der Ununterscheidbarkeitsrelation verbunden. Diese Ununterscheidbarkeitsrelation rekurriert jedoch nicht (bzw. nicht explizit, begrifflich) auf andere Relationen, sondern soll direkt über Erlebnisse besonderer Art zur Verfügung stehen. Aus operativer Sicht müßte die Rede von der Gestalt (wie in Dingler 1911) in den durch Passungsrelationen faßbaren Unterscheidungen verankert werden, die in technischen Rede über die Gestaltreproduktion von Körpern geläufig sind. Die Verfahren zur Herstellung und Prüfung der Passung an Körpern haben nicht bloß die Funktion, die Überprüfung einer anderweitig schon gegebenen Eigenschaft genannt »Gestalt« zu sichern,

12 | Eigentlich wird von Dingler die Rede von der Gestalt nicht so explizit, wie ich es tue, auf Figuren allgemein bezogen, aber es ist nicht inadäquat, dies zu tun.

13 | Der Bezug auf Operationen wird zwar immer unterstellt, aber die Begriffe sind nicht direkt darauf bezogen, sondern auf anschauliche Verhältnisse.

wie Dinglers Äußerungen in Dingler (1933) nahe legen (es wäre dann sicher auch ein Problem zu erklären, wieso sie dies können), sondern gestatten überhaupt erst ihre methodische Konstitution, also auch eine (operative) Bestimmung der einschlägigen Termini über die Gestalt (und damit später auch über die geometrische Form) von Figuren. Die Rekonstruktion dieser Praxis der elementaren Gestaltreproduktion ist daher, vom operativen Standpunkt aus, die methodische Voraussetzung für eine exakte, kontrollierbare Rede über die Gestalt von Figuren. Leider hat Dingler dies, trotz der besprochenen Einführung der Ebene in Dingler (1911), die implizit diese Aufgabe auch richtig angeht, später nicht mehr so gesehen.

Die Konsequenzen seines Vorgehens sind aber für die ganze darauf aufbauende Bemühung in Dingler (1933) fatal. Statt in der Folge von Körpern, Flächen und deren Gestalt zu reden und eine diesbezügliche Theorie zu entwickeln, kommt er sofort zur Diskussion der Gestalteindeutigkeit von »Ideen« (»ideell festgelegten Begriffen«). Am deutlichsten offenbaren sich die Konsequenzen der Defizite seiner Theorie zunächst an der Definition von »gestaltlich eindeutig«:

»Ist eine Idee I so beschaffen, daß es nicht möglich ist, daß zwei als verschieden erkennbare Ideen unter die Idee I fallen, dann heißt sie gestaltlich eindeutig (z.B. ist die Idee der Fläche nicht gestaltlich eindeutig, da ich mir gestaltlich verschiedene Flächen vorstellen kann)« (Dingler 1933: 10).

Versteht man diese Rede von »Ideen« als eine Rede über Begriffe betreffend Körper und Flächen, so erfordert m.E. die Definition von »gestaltlich eindeutig«, um nicht in der Luft zu hängen, die *Einführung einer Gestaltterminologie* (einschließlich einer Relation der Gestaltgleichheit), also eines Systems von einschlägigen Begriffen (und Postulaten, also einer Theorie) in Bezug auf welche die »Eindeutigkeit« eines mit Hilfe dieser Begriffe definierten Begriffs (wie hier der Ebene) überhaupt erst Sinn macht. Ein auf diese Weise ideell festgelegtes Prädikat (hier: »ist eben«) hieße (so mein systematischer Vorschlag) dann *gestaltlich eindeutig* (Metaprädikat der Figurentheorie), wenn für zwei Figuren x,y, auf die dies Prädikat zutrifft, gilt, daß sie aufgrund der Theorie gestaltgleich sind. Dingler hat jedoch keine Terminologie zur Verfügung, um eine solche Festlegung der Gestalteindeutigkeit von Figuren überhaupt sinnvoll treffen zu können, geschweige denn, um die Gestalteindeutigkeit der Ebene zeigen zu können.

3.5.2 Definition der Ebene

In beiden Entwürfen Dinglers wird durch das Ansetzen auf einer geometrisch-anschaulichen Ebene in der vorgeometrischen Terminologie die konkrete Ebene der Begriffsbildung von Dingler (1911) die sich auf Gestalttermini bezieht, verlassen. Durch diese Ablösung vom konkreten Bezug auf körperliche Figuren muß sich natürlich auch die Ebenenbestimmung verändern. Die Ebene wird in Dingler (1933) definiert als

»eine Lauffläche, welche so beschaffen ist, daß ihre beiden Seiten weder im ganzen noch in einem kleinen Stück (abgesehen vom Rande im letzten Falle) eine angebbare Verschiedenheit aufweisen, und so daß ein kleines und ein größeres Stück (abgesehen vom Rande und von der Ausdehnung) keine angebbare Verschiedenheit aufweisen.« (Dingler 1933: 10)

Dingler greift hier zur Definition der Ebene auf den formalen Gehalt von Funktionseigenschaften dieser Grundform, die als Ununterscheidbarkeit bezüglich Passungen formuliert werden können.

Diese Ununterscheidbarkeit wird jedoch von ihm als Ununterscheidbarkeit hinsichtlich gestaltlicher Unterschiede bzw. Aussagen auf der Basis anschaulicher, unmittelbarer Erlebnisse, die sich handelnd eindeutig einstellen, interpretiert. Seine erkenntnistheoretische Interpretation erweist sich besonders hier als ein bedauerlicher Rückschritt angesichts des ersten vielversprechenden Ansatzes von 1911 zur Einführung der Ebene; denn durch die Unbestimmtheit der ihr zugrunde liegenden gestaltlichen Aussagen wird die Definition der Ebene zu einer leeren Formel.

Versucht man in anderen Schriften Dinglers eine Aufklärung über den Sinn seiner Ebenendefinition zu erreichen, so ergibt sich folgendes Bild: Diese Definition wird nicht gleich lautend, sondern auf unterschiedliche Art angegeben, wobei Begriffe benutzt werden, die ebenfalls (auf der Basis von Dingler 1933) terminologisch nicht hinreichend bestimmt sind. Das ist m.E. ein Indiz für eine große (bereits zuvor festgestellte) begriffliche Not, aus der Dingler bis zuletzt (Dingler 1964) nicht herauskommt.

In Dingler (1955/56: 86) wird von der *Kongruenz der Flächenseiten in jeder Lage* als Charakterisierung der Ebene gesprochen bzw. davon, daß sie im Ganzen und in jedem Stück *symmetrisch* sei. Davor (S. 81) wird von der Ununterscheidbarkeit als *Symmetrie* gesprochen und diese Symmetrie als die *Abwesenheit von räumlichen Unterschieden* erklärt. An gleicher Stelle ist auch von der gestaltlichen Ununterscheidbarkeit die Rede bzw. von der Möglichkeit, Ebenen *in jeder Lage ohne Zwischenraum zur Deckung bringen zu können.* In Dingler (1928: 57) wird die Ebene als »Gestalt, die wir von zwei Seiten betrachten können« erklärt. In Dingler (1964) wird schließlich eine neue

Definition gegeben, die sich an diejenige von Dingler (1933) anschließt und anstatt der zweiten Forderung eine neue enthält, die mit Punkten an der Grenze der Halbräume, also auf den Flächen selbst operiert und fordert, daß alle *Punkte an der Grenze der Halbräume untereinander gestaltlich ununterscheidbar* sein sollen.

Diese verbalen Definitionsversuche stehen in deutlichem Kontrast zur formelmäßig gefaßten, ersten Definition der Ebene in Dingler (1911). Am nächsten zu dieser Definition stehen bezeichnenderweise die Äußerungen Dinglers aus seinem letzten Aufsatz (vgl. Dingler 1955/56). Durch Eigenschaften wie »Kongruenz in jeder Lage« oder »in jeder Lage zur Deckung zu bringen« bzw. »Gestalt mit zwei gleichen (kongruenten) Seiten« werden Charakterisierungen gegeben, die dieser Definition verwandt sind und eine operative Interpretation nahe legen.

Meine folgende Interpretation der Definition der Ebene, die Dingler in seinem Buch Dingler (1964) gibt, bringt weitere Aufklärung und gestattet darüber hinaus ihr Verhältnis zu den später vorgeschlagenen Präzisierungen in der Protophysik, die daran anknüpfen, offen zu legen.[14]

Diese Definition der Ebene ist gegenüber derjenigen in Dingler (1933) etwas abgewandelt worden und lautet:

»Eine Lauffläche, bei der (1) ihre beiden Seiten im Ganzen, (2) ihre beiden Seiten für jeden Punkt ununterscheidbar sind, nennen wir eine Ebene.« (Dingler 1964: 177, Nr. 4,5)

Die Seiten einer Lauffläche sind wieder die *Halbräume* bzw. *Halbkörper* selbst, in die der Raum bzw. der Körper durch sie geteilt wird. (Eine Trennfläche – also auch eine Lauffläche – hat in Dinglers Auffassung qua Grenze zwei Halbräume als Seiten.) Die Forderungen (1) und (2) beziehen sich also einmal auf die Halbräume als Ganzes und zum zweiten auf die Punkte dieser Halbräume (genauer jedoch auf Punkte an der Grenze, also der Lauffläche selbst). Das Problem ist jedoch, wie die Ununterscheidbarkeit der Halbräume und ihrer Punkte überhaupt zu verstehen ist. Wie soll diese im unmittelbaren Erleben festgestellt werden können? Die Frage ist insbesondere, ob diese Ununterscheidbarkeit sich auf die vorgeometrische Terminologie bezieht oder wie sie sonst zu deuten ist.

Die Feststellung von gestaltlichen Unterschieden der beiden Seiten »für jeden Punkt« der Grenze kann zunächst nicht anders erfolgen als über Berührungen mit anderen Körpern. Eine operative Deutung mittels Gestalttermini erscheint mir daher unumgänglich. Welche Berührungen hier (in der Realisierung) gemeint sind, kann man, wie in Dingler (1933), nur an der

14 | Lorenzen (1961) knüpft direkt an die Definition in Dingler (1964) an.

Realisierung der Ebenendefinition, die auch in Dingler (1964) besprochen wird, erkennen. Dinglers Ausführungen zur praktischen Deutung der beiden Forderungen seiner Ebenendefinition (vgl. Dingler 1964: 177, Nr. 4,53) lassen sich so lesen: Wenn man drei ebene Platten (cum grano salis) als die hier angesprochenen Halbräume ansieht, so kann (1) in einem Plattenpaar, das eine Ebene als Trennfläche realisiert, jede der Platten durch eine andere ersetzt werden (das ist Dinglers Deutung der 1. Forderung der Ebenendefinition, der »Ununterscheidbarkeit der Seiten im Ganzen«) und (2) kann diese Ersetzung in jeder beliebigen Lage erfolgen, die durch Berührung von Punkten der Seitengrenzen gegeben ist (was nach Dingler wohl »Ununterscheidbarkeit für jeden Punkt beider Seiten« heißt).

In dieser Deutung fällt der Forderung (2) besonderes Gewicht zu, denn Forderung (1) ist offenbar darin enthalten. Damit ist bereits aber eine wichtige Einsicht verbunden, die eine Aussage über die Klasse der einschlägigen Ausdrücke, die in Dinglers Forderungen involviert sind, gestattet. Diese besteht somit weder aus geometrischen (Lorenzen ab 1961) noch aus allen vorgeometrischen (Steiner: 1971) Aussageformen der Dinglerschen Theorie, sondern nur aus *Paßaussagen in bestimmten Berührlagen*. Dinglers Ebenendefinition entpuppt sich damit als eine *spezielle Homogenitätsaussage über Paßverhältnisse von Körpern*, die als Aussage über »räumliche Figuren« formuliert ist.

Diese, sich direkt aus Dinglers Ausführungen ergebende Deutung wird wohl alle diejenigen völlig überraschen, die Janichs Definition der Flachheit in Janich (1976) über einen Homogenitätssatz oder Inhetveens Definition der Flachheit über die Glattheit (Inhetveen 1979) kennen.[15] Dinglers spätere Ebenendefinition ist dem Sinne nach im wesentlichen eine *andere Formulierung der Chararkterisierungen der Flachheit von Janich und Inhetveen*, also eine Charakterisierung der Gestalt der Ebene. Der Hauptunterschied ist natürlich, daß Dingler auf einer Theorieebene ansetzt, die m.E. erst auf der Basis von Berührbeziehungen, auf der Janich und (teilweise auch) Inhetveeen ansetzen, noch zu konstituieren wäre.

Damit erweisen sich aber zugleich Lorenzens (1961) und Steiners (1971) Interpretationen der Dinglerschen Homogenitätsforderungen als völlig ungeeignet zur Rekonstruktion der inhaltlichen Anliegen Dinglers. Daß sie als systematische Vorschläge zur Einführung von Grundformen methodisch unzulänglich sind, kann hier nicht weiter erörtert werden (vgl. hierzu Amiras 2000: Kap. 3).

Dieses Ergebnis wirft ein völlig neues Licht auf Dinglers Bemühung, mit Konsequenzen für die Sicht der ganzen daran anschließenden Entwick-

15 | Daß beide Charakterisierungen verwandt sind, ist bisher auch nicht bemerkt worden.

lung der protophysikalischen Begründung der Geometrie. Das gilt besonders im Hinblick auf die Homogenitätsgeometrie und ihre methodischen Probleme, die wohl mit einer unangemessenen Interpretation der Ebenendefinition Dinglers durch Lorenzen beginnen.

4. Dinglers Begründungskonzeption

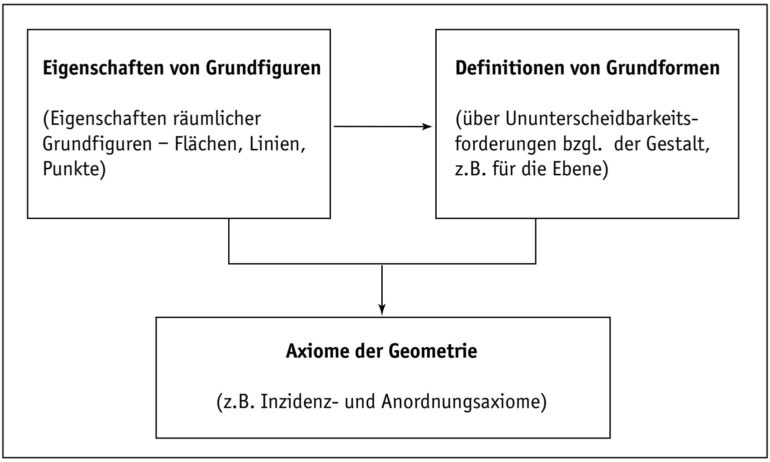
Ausgehend von einer Kritik der axiomatischen und empiristischen Geometriebegründung entwickelt Dingler (in Dingler 1911) seine erste Begründungskonzeption für die geometrische Theorie. Dabei stehen erste Herstellungsverfahren für Ebenen und Geraden im Mittelpunkt. Sie liefern, so scheint es ihm, die Konstitution dieser geometrischen Grundformen. Seine Grundidee ist es dabei, die durch sie erzeugten Eigenschaften von Formen (insb. der Ebene) zur Basis der methodischen Konstitution der geometrischen Theorie zu machen, wobei davon ausgegangen wird, daß daraus alle geometrischen Eigenschaften der Formen folgen können bzw. sollen. Diesen theoretischen Ansatz, welcher die Beschreibung von Herstellungsprozessen geometrischer Grundformen (bzw. ihrer Ergebnisse) theoretisch zur Grundlage der Begründung erhebt, bezeichnete ich bereits als »produktiv-operative Begründungskonzeption«. Gegen diese Form der Begründung möchte ich hier nicht argumentieren, da sie in den späteren Entwürfen Dinglers entscheidend modifiziert wird.

Zur Charakterisierung der späteren, endgültigen Begründungskonzeption Dinglers soll seine *Theoriekonstruktion der Geometrie* kurz rekapituliert werden. Ausgehend von der Tagessprache werden nach Dingler gewisse Begriffe, die sich auf anschaulich-räumliche Unterscheidungen beziehen, durch definitorische Festsetzungen (Definitionen und Postulaten) normiert. Zu diesen Festlegungen, die eine vorgeometrische Theorie räumlicher Verhältnisse liefern, kommen die Definitionen der geometrischen Grundformen (zunächst der Ebene) hinzu. Das so entstandene System bildet seiner Auffassung nach, wenn man vom Bezug der vorgeometrischen Begriffe auf räumliche Unterscheidungen absieht, ein »Begriffsnetz«, besser eine (formale) Theorie, die sich dadurch vom Hilbertschen System unterscheiden soll, daß sie inhaltlich direkter und besser als jenes interpretiert werden könnte, wenn Bezug auf Figuren genommen würde.[16] Im Rahmen dieser Theorie sollen sich dann die geometrischen Axiome als Sätze beweisen lassen.

Dinglers Begründungskonzeption kann hierbei wohl nicht mehr als produktiv-operativ bezeichnet werden, ja nicht einmal als operativ (!). Die

16 | Vgl. dazu die Ausführungen im vorangegangenen Abschnitt.

Dinglers Aufbau der euklidischen Geometrie als Figurentheorie



operative Terminologie von Dingler (1911) ist nämlich in Dingler (1933) und Dingler (1964) einer zwar operational motivierten, aber schließlich nicht operativ verankerten, sondern nur anschaulich vermittelten Terminologie gewichen. Zudem wird zur Definition der Ebene auf die unbestimmte Relation der Ununterscheidbarkeit zurückgegriffen, die nicht nur unbestimmt bleibt, sondern auch als irreduzibles Erlebnis interpretiert wird, um die »absolute« Eindeutigkeit der Ebene zu sichern. Trotzdem wird von Dingler der Anspruch der Operativität bis zuletzt unverändert erhoben.[17]

Die Operativität der *Ebenendefinition* (die als einzige Definition bei Dingler konkret interpretiert werden kann) wird von Dingler vor allem durch den Bezug zur Herstellung von Ebenen im Dreiplattenverfahren begründet. Doch nicht nur sein theoretisches Vorgehen, sondern auch die Interpretation dieser Definition, wie auch seine historischen Bemerkungen dazu, zeigen, daß er dabei nicht der Meinung ist, diese Definition wäre von diesem Verfahren systematisch abhängig. Das Verfahren spielt in seinen Entwürfen keine theoretische Rolle mehr. Damit wird die Operativität der Definition der Ebene zu einer *Anwendungsfrage*, die jedenfalls für die Konstitution der geometrischen Grundbegriffe nicht unmittelbar relevant wird.

Was die Ableitung der geometrischen Eigenschaften von Grundformen aus ihren Definitionen betrifft, so ist es in den späteren Entwürfen Dinglers anders als in Dingler (1911). Die (seiner Ansicht nach operativ interpretier-

17 | In Dingler (1955/56: 87) ist so von der »Ableitung der Geometrie aus operativen Definitionen« die Rede.

baren) *ideellen Festsetzungen*, z.B. für die Ebene, sind nur eine Komponente oder Säule seines Aufbaus. Die tatsächliche Durchführung der Theorie in Dingler (1933) und besonders in Dingler (1964) zeigt, daß er nicht allein aus diesen Festsetzungen ein Axiomensystem der Geometrie abzuleiten versucht, sondern in Verbindung mit einer vorgeometrische Figurentheorie (vgl. Schema zuvor). Er sieht also die Konstitution einer *Theorie von Grundfiguren* (bzw. von räumlichen Verhältnissen), in welche die Bestimmungen der Grundformen eingeordnet werden können, als eine primäre Aufgabe.

Obwohl es Dingler eigentlich im Hinblick auf die Aufklärung der praktischen Rolle der euklidischen Geometrie vor allem um die methodische Konstitution der Funktion von Geräten geht, die über geometrische Aussagen gefaßt werden, erfolgt nirgendwo ein Durchbruch zur Betrachtung der *Funktionen von elementaren Geräten*, z.B. von Ebenen. Dort, wo dies geschieht (vgl. etwa Dingler 1933, Dingler 1955/56, Dingler 1952), werden sie nicht als Grundlage oder zumindest Ansatzpunkt für einen methodischen Aufbau der Geometrie gesehen (was sie m.E. sind), sondern dienen nur zur Exemplifikation der Ununterscheidbarkeit der Seiten der Ebene in ihrer Realisierung durch das Dreiplattenverfahren.

Sowohl die vorgeometrische Theorie Dinglers als auch die Einführung der Grundformen genügen den Anforderungen an eine methodische Theoriekonstruktion nicht. Der entscheidende grundsätzliche Mangel liegt m.E. am Ansatzpunkt, also an der anschaulichen Grundlage der Entwürfe, die sich als unzulänglich erweist, insofern, als sie die Anknüpfung an die praktischen Unterscheidungen nicht in methodischer Weise erlaubt. Dieser Ansatzpunkt ist für die grundsätzlichen Schwierigkeiten der vorgeometrischen Theorie und für die Einführung der Grundformen über die (anschaulich gedeutete) Ununterscheidbarkeit gleichermaßen verantwortlich.

Ich möchte nun noch zwei grundsätzliche, kritische Anmerkungen anfügen, welche die zwei Säulen im Aufbau Dinglers betreffen:

1. Die Konzeption der Figurentheorie Dinglers erscheint angesichts der Tradition der Grundlagen der Geometrie vor Hilbert fragwürdig. Es ist stark zu bezweifeln, daß man allgemein mit »Grundfiguren«, also Flächen, Linien und Punkten, verstanden als anschauliche Raumelemente eine exakte Theorie aufbauen kann, in deren Rahmen man die gesamte Geometrie konstituieren kann. In methodischer Hinsicht spricht m.E. bereits die Tatsache dagegen, daß Grundformen wie Gerade und Ebene sehr früh in die Praxis eingreifen und damit auch die Konstitution räumlicher Verhältnisse leiten. Es erscheint daher auch inkonsequent, die Grundformen der Ebene (und Geraden) als universelle Bausteine der geometrischen Praxis, so wie es Dingler mit vollem Recht tut, hervorzuheben, aber zugleich den Versuch zu unternehmen, die vielfach

durch sie erzeugten räumlichen Verhältnisse über eine komplexe, allgemeine Figurentheorie gewissermaßen zu hintergehen.[18] Der Weg der neueren, axiomatischen Geometrie scheint de facto, und wohl auch aus methodischen Gründen, eher umgekehrt zu verlaufen.

2. Die ursprüngliche Absicht Dinglers war es, eine Paradoxie aufzulösen, welche das Verhältnis der geometrischen Praxis zur Geometrie in Bezug auf die Eigenschaften geometrischer Grundformen betrifft. Dingler versucht durch eine begriffliche Rekonstruktion der Praxis zur axiomatischen Theorie vorzustoßen. Doch bereits seine Einführung der Ebenheit von Flächen, von der zuvor die Rede war, gibt Anlaß zum Nachdenken darüber, ob das, was er als eine vorgeometrische Eigenschaft betrachtet, tatsächlich eine solche ist. Die Crux in Dinglers Ansatz besteht m.E. darin, daß nicht kritisch nachgefragt wird, welchen Status seine (wohl nur partielle) Rekonstruktion der Ebenheit im Hinblick auf einen methodischen Aufbau der Geometrie eingedenk ihrer Axiomatik haben kann. Seine Einordnung dieser Eigenschaft als Definition der Ebene in die geometrische Theorie ist unschlüssig vom Ansatz her, von der Formulierung seiner späteren Theorie her ohnehin völlig unzulänglich. So gesehen kann seine Paradoxie als nicht aufgelöst gelten. Seine Beiträge jedoch, und darin liegt wohl die Bedeutung ihrer kritischen Rezeption, liefern viele Anregungen und Problemstellungen für weitere Bemühungen im Sinne seiner grundsätzlichen Anliegen.

5. Nachbemerkungen

Die Bemühungen Dinglers finden in der Protophysik ihre Fortsetzung. Bis heute ist es aber dabei (trotz mehrerer Anläufe[19]) nicht gelungen, die grundlegenden protogeometrischen Aufgaben zu erledigen. Meinen Ausführungen kann man entnehmen, daß ich die Bemühung Dinglers um eine vorgeometrische Figurentheorie für eine (zumindest partiell) vernünftige und wichtige Unternehmung halte. Ich glaube aber nicht, daß es Sinn macht, vorschnell (insb. ohne entsprechende Vorarbeiten) eine Rekonstruktion von Axiomensystemen anzustreben, wie es Dingler und die Protophysik ohne durchschlagenden Erfolg versucht haben. Was zur Zeit in Arbeit ist, ist eine umsichtige und gründlichere Analyse und Klärung der geome-

18 | Die kritische Frage nach dem Verhältnis einer solchen Figurentheorie zu den Axiomatisierungen der Geometrie, angesichts des Vorhabens die Hilbertschen Axiome darin abzuleiten, kommt überhaupt nicht in Dinglers Blickfeld.

19 | Vgl. Lorenzen(1961), Janich (1976), Janich (1997), Inhetveen (1983) und Lorenzen (1984).

trischen Redepraxis und des Bezuges der geometrischen Theorie auf Figuren mit den Mitteln moderner Sprachphilosophie und Logik. Eine in diesem Sinne methodisch geläuterte Fortsetzung der Bemühungen Dinglers (aber auch der Protophysik) scheint nicht nur für die Grundlagen der Geometrie, sondern auch für ihre Didaktik[20] überaus relevant zu sein.

Fragt man nun abschließend, was von Dinglers systematischen Beiträgen noch in diesem Rahmen Bestand hat (auch teilweise oder mit veränderter Perspektive), so können aus meiner Sicht ohne Zögern die operationale Absicht seiner Bemühungen und vor allem sein Entwurf von 1911 zur Einführung der Ebene genannt werden. Daneben kann man in der Auseinandersetzung mit seinen vielfältigen Beiträgen eine ganze Menge von Anregungen für eine Weiterarbeit im Hinblick auf ein Verständnis der Geometrie als Kulturleistung gewinnen. Doch das muß hier nur ein Hinweis zur Bedeutung Dinglers bleiben, denn damit sind weitergehende, spannende Aspekte der Beschäftigung mit der Geometrie, die Dingler selbst so sehr am Herzen lag, angesprochen.

Literatur

Amiras, L. (2000): *Protogeometrica. Systematisch-kritische Untersuchungen zur protophysikalischen Geometriebegründung,* Dissertation Universität Konstanz, Konstanz.

Amiras, L. (2002): »Zur operativen Grundlegung der Geometrie bei H. Dingler«, in: *Philosophia naturalis* 39, S. 235-258.

Amiras, L. (2003a): »Lobatschefskis Anfangsgründe der Geometrie als Figurentheorie«, in: *Philosophia naturalis* 40, S. 127-153.

Amiras, L. (2003b): »Die Behandlung geometrischer Grundbegriffe im Geometrieunterricht aus der Sicht der operativen Geometrie«, in: Henn, H.-W. (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2003,* Hildesheim, Berlin, S. 65-68.

Bender, P./Schreiber, A. (1985): *Operative Genese der Geometrie,* Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Universität für Bildungswissenschaften in Klagenfurt, Band 12, Wien, Stuttgart.

Dingler, H. (1911): *Die Grundlagen der angewandten Geometrie. Eine Untersuchung über den Zusammenhang zwischen Theorie und Erfahrung in den exakten Wissenschaften,* Leipzig.

Dingler, H. (1920): »Der starre Körper«, in: *Phys. Zeitschrift* XXI, S. 487-492.

20 | Vgl. Schreiber (1978) sowie Bender/Schreiber (1985) und Amiras (2003b).

Dingler, H. (1923): *Die Grundlagen der Physik. Synthetische Prinzipien der mathematischen Naturphilosophie,* 2., völlig neubearbeitete Auflage, Berlin, Leipzig.

Dingler, H. (1925): »Über den Zirkel in der empirischen Begründung der Geometrie«, in: *Kantstudien* 30, S. 310-330.

Dingler, H. (1928): *Das Experiment. Sein Wesen und seine Geschichte,* München.

Dingler, H. (1933): *Die Grundlagen der Geometrie. Ihre Bedeutung für Philosophie, Mathematik, Physik und Technik,* Stuttgart.

Dingler, H. (1938): *Die Methode der Physik,* München.

Dingler, H. (1952): *Über die Geschichte und das Wesen des Experimentes,* München.

Dingler, H. (1955/56): »Geometrie und Wirklichkeit«, in: *Dialectica* 9, S. 341-362 und *Dialectica* 10, S. 80-93.

Dingler, H. (1964): *Aufbau der exakten Fundamentalwissenschaft,* hrsg. von P. Lorenzen, München.

Dingler, H. (1969): *Die Ergreifung des Wirklichen,* Kapitel I-IV, mit einer Einleitung von K. Lorenz und J. Mittelstraß, Frankfurt am Main.

Euklid (1980): *Die Elemente, Buch I-XIII,* nach Heibergs Text aus dem Griechischen übersetzt und hrsg. von Clemens Thaer, Darmstadt.

Frege, G. (1903): »Über die Grundlagen der Geometrie.« I, II in: *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 12, S. 319-324, 368-375.

Frege, G. (1906): »Über die Grundlagen der Geometrie.« I, II, III, in: *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 15, S. 293-309, 377-403, 423-430.

Hilbert, D. (1977): *Grundlagen der Geometrie,* Leipzig 1899. 10. Aufl. Stuttgart 1968 (mit Suppl., von P. Bernays). 12. Aufl., Stuttgart 1977 (Neudruck der 10. Auflage).

Inhetveen, R. (1979): »Die Dinge des dritten Systems [...]«, in: K. Lorenz (Hrsg.), *Konstruktionen versus Positionen,* Bd. I, Berlin, S. 266-277.

Inhetveen, R. (1983): *Konstruktive Geometrie. Eine formentheoretische Begründung der euklidischen Geometrie,* Mannheim.

Janich, P. (1976): »Zur Protophysik des Raumes«, in: G. Böhme (Hrsg.), *Protophysik. Für und wider eine konstruktive Wissenschaftstheorie der Physik,* Frankfurt am Main, S. 83-130.

Janich, P. (1980): *Die Protophysik der Zeit. Konstruktive Begründung und Geschichte der Zeitmessung,* Frankfurt am Main.

Janich, P. (1984) (Hrsg.): *Methodische Philosophie. Beiträge zum Begründungsproblem der exakten Wissenschaften in Auseinandersetzung mit Hugo Dingler,* Mannheim, Wien, Zürich.

Janich, P. (Hrsg.) (1985): *Protophysik heute.* Heft 1, Band 22 von *Philosophia naturalis,* Redigiert und zusammengestellt von P. Janich, Meisenheim, Glan.

Janich, P. (1989): *Euklids Erbe. Ist der Raum dreidimensional?,* München.

Janich, P. (1997): *Das Maß der Dinge. Protophysik von Raum, Zeit und Materie,* Frankfurt am Main.

Klein, F. (1977): *Vergleichende Untersuchungen über neuere geometrische Forschungen* (»Erlanger Programm«), Erlangen 1872, Reprint der Ausgabe Leipzig, 3. Aufl., Frankfurt am Main 1977.

Lorenz, K./Mittelstraß, J. (1969): »Die methodische Philosophie Hugo Dinglers«, in: dies. (Hrsg.), *Dingler, H., Die Ergreifung des Wirklichen,* Frankfurt am Main, S. 7-55.

Lorenz, K. (Hrsg.) (1979): *Konstruktionen versus Positionen. Beiträge zur Diskussion um die konstruktive Wissenschaftstheorie,* Bd. I: Spezielle Wissenschaftstheorie, Bd. II: Allgemeine Wissenschaftstheorie, Berlin.

Lorenzen, P. (1961): »Das Begründungsproblem der Geometrie als Wissenschaft der räumlichen Ordnung«, in: *Philosophia naturalis* VI (1961), S. 415-431, Wiederabdruck in: P. Lorenzen, *Methodisches Denken,* 1969, Frankfurt am Main, S. 120-141.

Lorenzen, P. (1977): »Eine konstruktive Theorie der Formen räumlicher Figuren«, in: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 9, S. 95-99.

Lorenzen, P. (1978): »Die drei mathematischen Grunddisziplinen der Physik«, in: P. Lorenzen: *Theorie der technischen und politischen Vernunft,* Stuttgart, S. 68-92.

Lorenzen, P. (1984): *Elementargeometrie. Das Fundament der analytischen Geometrie,* Mannheim.

Lorenzen, P./Schwemmer, O. (1975): *Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie,* Mannheim, Wien, Zürich.

Mittelstraß, J. (Hrsg.) (1980): *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie,* Bd.1: A-G, Bd.2: H-O, Mannheim, Wien, Zürich.

Mittelstraß, J. (Hrsg.) (1995): *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie,* Bd. 3: P-So, Bd. 4: Sp-Z, Stuttgart.

Steiner, F. (1971): *Über den Aufbau der Geometrie mit Hilfe von Homogenitätsprinzipien,* Math. Diplomarbeit, Erlangen.

Schreiber, A. (1978): »Die operative Genese der Geometrie nach Hugo Dingler und ihre Bedeutung für den Mathematikunterricht«, in: *Der Mathematikunterricht* 24/5, S. 7-24.

Torretti, R. (1978a): *Philosophy of geometry from Riemann to Poincaré,* Dordrecht, Boston, London.

Torretti, R. (1978b): »Hugo Dingler's Philosophy of geometry«, in: *Dialogos* 32, S. 85-128.