Fortschritt-Berichte VDI

Reihe 18

Mechanik/
Bruchmechanik

Nr. 346

Dipl.-Math. techn. Mathias Würkner,
Magdeburg

Numerische Homogenisierung von Faserverbundwerkstoffen mit periodischer Mikrostruktur

Numerische Homogenisierung von Faserverbundwerkstoffen mit periodischer Mikrostruktur

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur
(Dr.-Ing.)

von Dipl.-Math. techn. Mathias Würkner

geb. am 03.07.1978 in Aschersleben

genehmigt durch die Fakultät für Maschinenbau
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h. c. Ulrich Gabbert
Prof. Dr.-Ing. Andreas Öchsner, D.Sc.

Promotionskolloquium am 23.06.2016

Fortschritt-Berichte VDI

Reihe 18

Mechanik/
Bruchmechanik

Dipl.-Math. techn. Mathias Würkner,
Magdeburg

Nr. 346

Numerische Homogenisierung von Faserverbundwerkstoffen mit periodischer Mikrostruktur

VDI verlag

Würkner, Mathias
Numerische Homogenisierung von Faserverbundwerkstoffen mit periodischer Mikrostruktur
Fortschr.-Ber. VDI Reihe 18 Nr. 346. Düsseldorf: VDI Verlag 2017.
146 Seiten, 77 Bilder, 28 Tabellen.
ISBN 978-3-18-334618-9, ISSN 0178-9457,
€ 57,00/VDI-Mitgliederpreis € 51,30.

Für die Dokumentation: Homogenisierung – Periodische Mikrostrukturen – FEM – Unidirektionale Faserverbundwerkstoffe – Imperfekter Phasenübergang – Repräsentatives Volumenelement

Die Grundlage zur Bestimmung und Berechnung von effektiven Materialeigenschaften von Verbundwerkstoffen bilden Homogenisierungsverfahren. Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Weiterentwicklung von numerischen Homogenisierungsverfahren und der Berechnung der effektiven Materialeigenschaften für unidirektionale Faserverbundwerkstoffe mit periodischer Mikrostruktur unter Verwendung der Finite-Elemente-Methode. Der Fokus liegt dabei auf der Modellierbarkeit verschiedener Faseranordnungen, auf dem Einbeziehen eines imperfekten Phasenübergangs sowie auf der Erweiterung auf piezoelektrische Verbundwerkstoffe. Die diesbezüglich entwickelten Berechnungsmodelle werden anhand von Testbeispielen validiert. Des Weiteren werden der Einfluss des imperfekten Phasenübergangs und der Einfluss der Faseranordnung auf die effektiven Materialeigenschaften untersucht.

Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter http://dnb.ddb.de abrufbar.

Bibliographic information published by the Deutsche Bibliothek
(German National Library)
The Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie (German National Bibliography); detailed bibliographic data is available via Internet at http://dnb.ddb.de.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 0178-9457

ISBN 978-3-18-334618-9

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Numerische Mechanik der Fakultät für Maschinenbau der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg. Diesbezüglich möchte ich mich bei einigen Personen bedanken, die mich während der Zeit unterstützt und begleitet haben.

An erster Stelle möchte ich mich bei meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h. c. Ulrich Gabbert, für die stets wohlwollende Unterstützung und wissenschaftliche Betreuung der Arbeit bedanken.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Andreas Öchsner, D.Sc. danke ich für das wissenschaftliche Interesse und die Begutachtung der Arbeit.

Ich bedanke mich bei den Mitarbeitern des Lehrstuhls für Numerische Mechanik, insbesondere Herrn Dr.-Ing. Harald Berger, für die vielen fachlichen Gespräche und Anmerkungen, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Mein weiterer Dank gilt Prof. Dr. Reinaldo Rodríguez-Ramos und seinem Team von der Universität von Havanna für die fachlichen Anregungen und die wissenschaftliche Zusammenarbeit.

Des Weiteren möchte ich mich bei allen aktuellen und ehemaligen Mitarbeitern des Instituts für Mechanik für die freundliche Atmosphäre und Hilfsbereitschaft bedanken.

Schließlich möchte ich mich ganz herzlich bei meinen Eltern Helmut und Uta, bei meinem Bruder Steffen und seiner Familie für die entgegengebrachte Geduld und den seelischen Ausgleich während der Anfertigung der Arbeit bedanken.

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen

Kapitel 2

$\boldsymbol{\sigma}$	Spannungstensor (2. Stufe)
$\mathbf{f}$	Vektor der Intensität infolge Volumenkräften
Ω	zusammenhängendes offenes Gebiet
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Verzerrungstensor (2. Stufe)
$\mathbf{C}$	Elastizitätstensor (4. Stufe)
$\mathbf{S}$	Nachgiebigkeitstensor (4. Stufe)
$\mathbf{u}$	Verschiebungsvektor
$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$	Spannungsvektor (M-V-Notation)
$\tilde{\mathbf{C}}$	Elastizitätsmatrix (M-V-Notation)
$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$	Verzerrungsvektor (M-V-Notation)
$\tilde{\mathbf{S}}$	Nachgiebigkeitsmatrix (M-V-Notation)
$\boldsymbol{\nabla}$	Differentationsmatrix
$\hat{\mathbf{u}}$	vorgeschriebener Verschiebungsvektor
Γ_u	DIRICHLET-Rand
$\hat{\mathbf{p}}$	vorgeschriebener Randspannungsvektor
Γ_σ	NEUMANN-Rand
$\mathbf{n}$	äußerer Normalenvektor
$\mathbf{v}$	dreidimensionale Testfunktion
$\delta\mathbf{u}$	Vektor der virtuellen Verrückungen
$\mathbf{D}$	Vektor der dielektrischen Verschiebung
$\mathbf{E}$	Vektor der elektrischen Feldstärke
$\mathbf{e}$	Tensor der piezoelektrischen Kostanten (3. Stufe)
$\boldsymbol{\kappa}$	Tensor der dielektrischen Konstanten (2. Stufe)
ϕ	elektrisches Potential
$\boldsymbol{\nabla}_\phi$	Vektor partieller Operatoren bezüglich ϕ
$\tilde{\mathbf{e}}$	Matrixschreibweise des Tensors der piezoelektrischen Konstanten
$\hat{\phi}$	vorgeschriebenes elektrisches Potential
Γ_ϕ	elektrischer DIRICHLET-Rand
q	vorgeschriebene elektrische Randladung(-sdichte)
Γ_D	elektrischer NEUMANN-Rand
$T_i,\ i = 1, 2, 3$	Richtungskosinus
α'	eingeschlossener Winkel der x_1-Achse mit der Strecke $\overline{OP}$
β'	eingeschlossener Winkel der x_2-Achse mit der Strecke $\overline{OP}$
γ'	eingeschlossener Winkel der x_3-Achse mit der Strecke $\overline{OP}$

$\mathbf{T}$	Transformationsmatrix
$\mathbf{C}'$	Elastizitätstensor (4. Stufe) nach Tensortransformation
$E_i,\ i=1,2,3$	Elastizitätsmoduli
$G_i,\ i=1,2,3$	Schubmoduli
ν_{ij}	Querkontraktionszahlen
E_l	longitudinaler Elastizitätsmodul
ν_l	longitudinale Querkontraktionszahl
G_l	longitudinaler Schubmodul
E_t	transversaler Elastizitätsmodul
ν_t	transversale Querkontraktionszahl
k_t	transversaler Kompressionsmodul
E	isotroper Elastizitätsmodul
ν	isotrope Querkontraktionszahl
G	isotroper Schubmodul

Kapitel 3

$x_i,\ i=1,2,3$	Koordinaten auf der Makroebene
$y_i,\ i=1,2,3$	Koordinaten auf der Mikroebene
Ω^{f}	Störphase eines RVE (Faser)
Ω^{m}	Phase des Grundmaterials eines RVE (Matrix)
Γ	Rand des RVE
Γ_{mf}	gemeinsamer Rand von Ω^{m} und Ω^{f}
$\sigma^{\mathrm{f}}_{ij},\ i,j=1,2,3$	Spannungskomponenten in Ω^{f}
$\sigma^{\mathrm{m}}_{ij},\ i,j=1,2,3$	Spannungskomponenten in Ω^{m}
$C^{\mathrm{f}}_{ijkl},\ i,j,k,l=1,2,3$	Elastizitätskoeffizienten in Ω^{f}
$C^{\mathrm{m}}_{ijkl},\ i,j,k,l=1,2,3$	Elastizitätskoeffizienten in Ω^{m}
$\mathbf{u}^{\mathrm{f}}$	Verschiebungsvektor in Ω^{f}
$\mathbf{u}^{\mathrm{m}}$	Verschiebungsvektor in Ω^{m}
n^{f}_j	Komponente des äußeren Normalenvektors auf Ω^{f}
n^{m}_j	Komponente des äußeren Normalenvektors auf Ω^{m}
$\langle\sigma_{ij}\rangle,\ i,j=1,2,3$	makroskopische Spannungskomponenten (2. Stufe)
$\langle\varepsilon_{kl}\rangle,\ k,l=1,2,3$	makroskopische Verzerrungskomponenten (2. Stufe)
$C^{\mathrm{eff}}_{ijkl},\ i,j,k,l=1,2,3$	effektive (homogenisierte) Elastizitätskoeffizienten
$\langle\tilde{\sigma}_p\rangle,\ p=1,\cdots,6$	makroskopische Spannungskomponenten (M-V-Notation)
$\langle\tilde{\varepsilon}_q\rangle,\ q=1,\cdots,6$	makroskopische Verzerrungskomponenten (M-V-Notation)
$\tilde{C}^{\mathrm{eff}}_{pq},\ p,q=1,\cdots,6$	effektive Elastizitätskoeffizienten (M-V-Notation)
$\tilde{S}^{\mathrm{eff}}_{pq},\ p,q=1,\cdots,6$	effektive Nachgiebigkeitskoeffizienten (M-V-Notation)
$\sigma^0_{ij},\ i,j=1,2,3$	vorgegebene Spannungskomponenten auf Γ
$\varepsilon^0_{ij},\ i,j=1,2,3$	vorgegebene Verzerrungskomponenten auf Γ
$\mathbf{u}^{\mathrm{per}}$	Vektor periodischer Verschiebungen bezüglich Ω
Ω^{m}	Matrixphase der CCA-Modellierung
Ω^{f}	Faserphase der CCA-Modellierung
Ω^{R}	restlicher freier Raum

Ω^{cc}	homogenes Teilgebiet
$r_{\mathrm{n}}^{\mathrm{f}}$	Radius der Faser im n-ten Zylinder
$r_{\mathrm{n}}^{\mathrm{Z}}$	Radius des n-ten Zylinders
E_l^{eff}	effektiver longitudinaler Elastizitätsmodul
ν_l^{eff}	effektive longitudinale Querkontraktionszahl
G_l^{eff}	effektiver longitudinaler Schubmodul
G_t^{eff}	effektiver transversaler Schubmodul
ν_t^{eff}	effektive transversale Querkontraktionszahl
E_t^{eff}	effektiver transversaler Elastizitätsmodul
k_t^{eff}	effektiver transversaler Kompressionsmodul
υ^{f}	Faservolumenanteil
υ^{m}	Matrixvolumenanteil
E_l^{f}	longitudinaler Elastizitätsmodul der Faser
E_l^{m}	longitudinaler Elastizitätsmodul der Matrix
ν_l^{f}	longitudinale Querkontraktionszahl der Faser
ν_l^{m}	longitudinale Querkontraktionszahl der Matrix
G_l^{f}	longitudinaler Schubmodul der Faser
G_l^{m}	longitudinaler Schubmodul der Matrix
G_t^{f}	transversaler Schubmodul der Faser
G_t^{m}	transversaler Schubmodul der Matrix
k_t^{f}	transversaler Kompressionsmodul der Faser
k_t^{m}	transversaler Kompressionsmodul der Matrix
P^{eff}	effektive Materialkonstante
P^{m}	Materialkonstante der Matrix
P^{f}	Materialkonstante der Faser
$\mathbf{Var}^{\mathrm{m}}$	Platzhalter für Materialkonstanten der Matrix
$\mathbf{Var}^{\mathrm{f}}$	Platzhalter für Materialkonstanten der Faser
Ω^{i}	Zwischenphase
Ω^{0}	homogene Phase
r^{m}	Radius der Matrix
r^{f}	Radius der Faser
r^{i}	Radius der Zwischenphase
t^{i}	Dicke der Zwischenphase
$u_i^k,\ i = r, \theta$	Verschiebungskomponenten der Phase Ω^k, $k = \mathrm{f}, \mathrm{i}, \mathrm{m}, 0$
$\sigma_{ij}^k,\ i, j = r, \theta$	Spannungskomponenten der Phase Ω^k, $k = \mathrm{f}, \mathrm{i}, \mathrm{m}, 0$
A^k	unbekannter Parameter der Phase Ω^k
B^k	unbekannter Parameter der Phase Ω^k
C^k	unbekannter Parameter der Phase Ω^k
D^k	unbekannter Parameter der Phase Ω^k
ν^k	Querkontraktionszahl der Phase Ω^k
G^k	Schubmodul der Phase Ω^k
b	Breite der RUC
h	Höhe der RUC
t	Tiefe der RUC
$A_i^+,\ i = 1, 2, 3$	Randflächen in positiver y_i-Richtung
$A_i^-,\ i = 1, 2, 3$	Randflächen in negativer y_i-Richtung

$\mathbf{y}^{A_i^+}$	Koordinaten eines Punktes auf A_i^+
$\mathbf{y}^{A_i^-}$	Koordinaten eines Punktes auf A_i^-
$\tilde{C}_{ij}^{\mathrm{eff}}$, $i,j=1,2,3$	effektive Elastizitätskoeffizienten (M-V-Notation)
α	Winkel der RUC mit Parallelogramm-Querschnitt
b	Länge der Kante in y_1-Richtung
w	Länge der angeschrägten Kante
h	Höhe der RUC mit Parallelogramm-Querschnitt
n,s,t	lokale kartesische Koordinaten auf Γ_{mf}
$\mathbf{t}$	Randspannungsvektor
K_i^{ε}, $i=n,s,t$	imperfekte Kontaktparameter in lokalen kartesischen Koordinaten
K_{ij}^{ε}, $i,j=1,2,3$	imperfekte Kontaktparameter in festen kartesischen Koordinaten
K_i^{ε}, $i=r,\theta,z$	imperfekte Kontaktparameter in zylindrischen Koordinaten
$\\|\cdot\\|$	Differenz der Größe „ $\cdot$ “ zwischen Matrix und Faser
E^{i}	Elastizitätsmodul der Zwischenphase
ν^{i}	Querkontraktionszahl der Zwischenphase
δ_{jk}	KRONECKER-Delta
D_i^{f}, $i=1,2,3$	dielektrische Verschiebungskomponenten in Ω^{f}
D_i^{m}, $i=1,2,3$	dielektrische Verschiebungskomponenten in Ω^{m}
ϕ^{f}	elektrisches Potential in Ω^{f}
ϕ^{m}	elektrisches Potential in Ω^{m}
e_{kij}^{f}, $i,j,k=1,2,3$	Koeffizienten des piezoelektrischen Tensors in Ω^{f}
e_{kij}^{m}, $i,j,k=1,2,3$	Koeffizienten des piezoelektrischen Tensors in Ω^{m}
κ_{ij}^{f}, $i,j=1,2,3$	Koeffizienten des dielektrischen Tensors in Ω^{f}
κ_{ij}^{m}, $i,j=1,2,3$	Koeffizienten des dielektrischen Tensors in Ω^{m}
$\langle D_i \rangle$, $i=1,2,3$	makroskopische dielektrische Verschiebungskomponenten
$\langle E_i \rangle$, $i=1,2,3$	makroskopische elektrische Feldstärkekomponenten
ϕ^{per}	periodischer Anteil des elektrischen Potentials bezüglich Ω
E_i^0, $i=1,2,3$	vorgegebene elektrische Feldstärkekomponenten
K^E	imperfekter Kontaktparameter
κ^{i}	dielektrische Konstante der Zwischenphase

Kapitel 4

N^e	Elementknotenanzahl
$\mathbf{u}^e$	Elementvektor des Verschiebungsansatzes
$\mathbf{N}_u^e$	Elementmatrix bestehend aus Formfunktionen
$\hat{\mathbf{u}}^e$	Elementvektor bestehend aus Verschiebungsfreiheitgraden
ξ_i, $i=1,2,3$	Elementkoordinaten
ξ_{ki}, $k=1,2,3$	natürliche Koordinaten des Knotens i
$\mathbf{K}_{uu}^e$	mechanische Elementsteifigkeitsmatrix
$\mathbf{B}_u$	Matrix der differenzierten Formfunktionen (mechanisch)
$\mathbf{F}_{uu}^e$	mechanischer Elementlastvektor

M	Elementanzahl
$\mathbf{L}^e$	Zuordnungsmatrix (elementweise)
$\mathbf{K}_{uu}$	mechanische Gesamtsteifigkeitsmatrix
$\mathbf{F}_{uu}$	mechanischer Gesamtlastvektor
$\hat{\mathbf{u}}$	Gesamtvektor der Verschiebungsfreiheitsgrade
$\mathbf{K}_{uu}^{e,i}$	mechanische Elementsteifigkeitsmatrix des Elementes i
$\mathbf{F}_{uu}^{e,i}$	mechanischer Elementlastvektor des Elementes i
$\mathbf{L}^{e,i}$	Zuordnungsmatrix (elementweise) des Elementes i
ϕ^e	Elementansatz für das elektrische Potential
$\mathbf{N}_\phi^e$	Elementmatrix bestehend aus Formfunktionen (elektrisch)
$\hat{\phi}^e$	Elementvektor bestehend aus Freiheitgraden (elektrisch)
$\mathbf{K}_{\phi\phi}^e$	Elementsteifigkeitsmatrix (elektrisch)
$\mathbf{F}_{\phi\phi}^e$	Elementlastvektor (elektrisch)
$\mathbf{K}_{u\phi}^e$	Kopplungsmatrix (mechanisch/elektrisch)
$\mathbf{B}_\phi$	Matrix der differenzierten Formfunktionen (elektrisch)
$\mathbf{K}_{\phi\phi}$	Gesamtsteifigkeitsmatrix (elektrisch)
$\mathbf{F}_{\phi\phi}$	Gesamtlastvektor (elektrisch)
$\mathbf{K}_{u\phi}$	Gesamtkopplungsmatrix (mechanisch/elektrisch)
$\hat{\phi}$	Gesamtvektor bestehend aus Freiheitgraden (elektrisch)
S_{V}	Menge der Eckknoten
S_{E}	Menge der Kantenknoten
S_{F}	Menge der Flächenknoten
$\langle\tilde{\sigma}_k\rangle_\star,\ k=1,\cdots,6$	makroskop. Spannungskomponenten (FEM, M-V-Notation)
$\langle\tilde{\varepsilon}_k\rangle_\star,\ k=1,\cdots,6$	makroskop. Verzerrungskomponenten (FEM, M-V-Notation)
$\tilde{\sigma}_k^{e,i},\ k=1,\cdots,6$	Spannungskomponenten des Elementes i (M-V-Notation)
$\tilde{\varepsilon}_k^{e,i},\ k=1,\cdots,6$	Verzerrungskomponenten des Elementes i (M-V-Notation)
$\lvert\Omega^{e,i}\rvert$	Volumen des Elementes i (M-V-Notation)
$\langle D_k\rangle_\star,\ k=1,\cdots,3$	makroskopische Komponenten des dielektrischen Verschiebungsvektors (FEM)
$\langle E_k\rangle_\star,\ k=1,\cdots,3$	makroskopische Komponenten des Vektors der elektrischen Feldstärke (FEM)
$D_k^{e,i},\ k=1,\cdots,3$	Vektorkomponenten der dielektrischen Verschiebung des Elementes i
$E_k^{e,i},\ k=1,\cdots,3$	Vektorkomponenten der elektrischen Feldstärke des Elementes i
F	Federkraft (eindimensional)
$K^{\star,\varepsilon}$	Federsteifigkeit
$\hat{u}^j$	Verschiebungsfreiheitsgrad des Knotens j (eindimensional)
$\hat{u}^i$	Verschiebungsfreiheitsgrad des Knotens i (eindimensional)
$F_i,\ i=r,\theta,z$	Komponenten des Federkraftvektors in zylindrischen Koordinaten
$K_i^{\star,\varepsilon},\ i=r,\theta,z$	Federsteifigkeiten in zylindrischen Koordinaten
$\lVert\cdot\rVert_\star$	Differenz von Freiheitsgraden einer Größe „ $\cdot$ “
A^{n}	auf den Knoten n bezogener Flächeninhalt nach der FE-Diskretisierung
r^{f}	Faserradius

t	Faserlänge
c_{cs}	Anzahl der Eckknoten des Polygons
α	Winkel
M^{m}	Elementanzahl der Matrix
M^{f}	Elementanzahl der Faser
$\tilde{\varepsilon}_k^{e,\mathrm{m},i}$, $k = 1, \cdots, 6$	Verzerrungskomponenten des Elementes i der Phase der Matrix (M-V-Notation)
$\tilde{\varepsilon}_k^{e,\mathrm{f},i}$, $k = 1, \cdots, 6$	Verzerrungskomponenten des Elementes i der Phase der Faser (M-V-Notation)
$\lvert\Omega^{e,\mathrm{m},i}\rvert$	Volumen des Elementes i der Phase der Matrix
$\lvert\Omega^{e,\mathrm{f},i}\rvert$	Volumen des Elementes i der Phase der Faser
$\lVert u_s^o \rVert_\star$, s=1,2,3	Differenzen der Verschiebungsfreiheitsgrade der Knotenpaarung, die den Knoten o enthält
n_s, $s = 1, 2, 3$	Komponenten des äußeren Normalenvektors der Phase der Faser
M	Summe von M^{f} und M^{m}
Q	elektrische Ladung
$K^{\star,E}$	Kapazität
$\hat{\phi}^i$	elektrischer Freiheitsgrad des Knotens i
$\hat{\phi}^j$	elektrischer Freiheitsgrad des Knotens j
$\lVert \phi^o \rVert_{\star\star}$	Differenz (elektrischen Freiheitsgrad) von Faser zu Matrix der Knotenpaarung, die den Knoten o enthält

Kapitel 5

N	Anzahl an RUCs in eine Achsenrichtung
$C_{1212}^{\mathrm{eff,LVRB}}$	effektiver Koeffizient C_{1212}^{eff} bei linearen Verschiebungsrandbedingungen
$C_{1212}^{\mathrm{eff,USRB}}$	effektiver Koeffizient C_{1212}^{eff} bei homogenen Spannungsrandbedingungen
$C_{1212}^{\mathrm{eff,per.\ RB}}$	effektiver Koeffizient C_{1212}^{eff} bei periodischen Randbedingungen
h	Höhe der RUC (Rechteck-Querschnitt)
b	Breite der RUC (Rechteck-Querschnitt)
α	Winkel, der die unidirektionale Faseranordnung charakterisiert
r^{f}	Faserradius
v^{f}	Faservolumenanteil
$E_1^{\mathrm{eff,max}}$	maximaler effektiver Elastizitätsmodul in y_1'-Richtung für alle Faseranordnungen zu einem festen Faservolumenanteil
$E_1^{\mathrm{eff,min}}$	minimaler effektiver Elastizitätsmodul in y_1'-Richtung für alle Faseranordnungen zu einem festen Faservolumenanteil
t^{i}	Dicke der Zwischenphase
η	Proportionalitätsfaktor zwischen Faserradius und Zwischenphasendicke

b	Kantenlänge der RUC (Parallelogramm-Querschnitt) in y_1-Richtung
w	Länge der schrägen Kante der RUC (Parallelogramm-Querschnitt)
h	Höhe der RUC (Parallelogramm-Querschnitt)

Abstract

Composites are of enormous importance to the industry. The usage of such materials for industrial products has rapidly increased over the last years. Therefore, there is high interest in gaining a better understanding of these materials and their physical behaviour. Aside from performing experimental studies, this can also be achieved by using homogenisation methods. With these methods, the composite can be characterised in a macroscopic homogeneous manner by taking into account the microscopic heterogeneous structure. This approach provides the opportunity to calculate the so-called effective properties of the composite.

The focus of the present thesis is to develop and advance numerical homogenisation methods which are based on the finite element method (FEM). These methods developed are applicable to calculate the effective properties of unidirectional fibre reinforced composites with a periodic fibre distribution. In the developed numerical models repeated unit cells (RUCs) are used, whose cross sections can even be parallelogram shaped. The significant advantage of these models, especially those with the parallelogram shaped cross section, is the capability to simulate a wide range of unidirectional fibre reinforced composites with different fibre arrangements. This also includes the special cases of hexagonal and square fibre arrangements, which are commonly used in the literature.

The numerical models are extended by employing an imperfect contact formulation between the matrix and fibre phase to represent the presence of a very thin interphase, which is for instance caused by chemical reactions in manufacturing processes. Besides pure elastic considerations models capable of simulating piezoelectric composites are also developed.

In this thesis, all the developed models are, as far as possible, validated by comparing the calculated effective material properties to results from methods given by the literature or to results calculated from verification models. Furthermore, studies have been performed in order to investigate the influence of different fibre distributions, fibre volume fractions and imperfect contact conditions on the effective composite properties. All together, this gives a better insight into the material behaviour of composites as well as the modelling techniques.

Kurzfassung

In der Industrie sind Kompositwerkstoffe von großer Wichtigkeit. Der Einsatz solcher heterogenen Werkstoffe für industrielle Produkte ist in den letzten Jahren rasant angestiegen. Daher besteht ein sehr großes Interesse darin, diese Materialien und ihr physikalisches Verhalten besser zu verstehen. Um dies zu erreichen, können neben der Durchführung von experimentellen Untersuchungen Homogenisierungsverfahren genutzt werden. Diese Verfahren dienen dazu, den Kompositwerkstoff unter Berücksichtigung der mikroskopisch heterogenen Struktur in einer makroskopisch homogenen Weise zu charakterisieren. Unter bestimmten Annahmen lassen sich sogenannte effektive Materialeigenschaften berechnen.
Der Schwerpunkt der vorliegenden Dissertation liegt in der Weiterentwicklung von numerischen Homogenisierungsverfahren, welche auf der Finite-Elemente-Methode (FEM) basieren. Diese werden zum Berechnen der effektiven Materialeigenschaften von unidirektional faserverstärkten Verbundwerkstoffen mit einer periodischen Faseranordnung verwendet. In den entwickelten numerischen Berechnungsmodellen werden Einheitszellen (RUCs) verwendet, deren Querschnitt sogar parallelogrammförmig sein kann. Der Vorteil dieser Modelle besteht darin, dass mit ihnen ein breites Spektrum an unidirektionalen Faserverbundwerkstoffen mit unterschiedlicher Faserverteilung simuliert werden kann. Das schließt auch die Spezialfälle der quadratischen und hexagonalen Faseranordnung mit ein, welche häufig in der Literatur zu finden sind.
Die Berechnungsmodelle werden auf einen imperfekten Phasenübergang erweitert, welcher sich als sehr dünne Verbindungsschicht zwischen der Matrix- und Faserphase interpretieren lässt. Die Ausprägung einer solchen Zwischenschicht kann zum Beispiel auf chemische Reaktionen im Herstellungsprozess zurückgeführt werden. Neben rein elastischen Betrachtungen werden auch Modelle entwickelt, mit denen piezoelektrische Faserverbundwerkstoffe simuliert werden können.
Alle in dieser Arbeit entwickelten Berechnungsmodelle werden hinsichtlich ihrer Eignung überprüft. Dazu werden die berechneten effektiven Materialeigenschaften nach Möglichkeit mit Ergebnissen von Verfahren aus der Literatur oder mit Ergebnissen aus Verifizierungsmodellen verglichen. Darüber hinaus werden Studien durchgeführt, die den Einfluss der Faserverteilung, des Faservolumenanteils und des imperfekten Phasenübergangs auf die effektiven Werkstoffeigenschaften untersuchen. Dies führt zu einem besseren Verständnis des Materialverhaltens von Kompositwerkstoffen sowie der Modellierungstechniken.