

Reihe 7

Strömungstechnik

Nr. 505

Andreas Hielscher,
Bochum

Ein neues Verfahren zur strömungstechnischen Simulation von Gasnetzen



EIN NEUES VERFAHREN ZUR STRÖMUNGSTECHNISCHEN SIMULATION
VON GASNETZEN

Dissertation
zur
Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur

der
Fakultät für Maschinenbau
der Ruhr-Universität Bochum

von

Andreas Hielscher
aus Dortmund

Bochum 2016

Dissertation eingereicht am: 24. März 2016

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Juni 2016

Erster Referent: Prof. Dr.-Ing. Roland Span

Zweiter Referent: Prof. Dr.-Ing. Andreas Brümmer

Fortschritt-Berichte VDI

Reihe 7

Strömungstechnik

Andreas Hielscher,
Bochum

Nr. 505

Ein neues Verfahren
zur strömungstechnischen
Simulation von Gasnetzen

VDI verlag

Hielscher, Andreas

Ein neues Verfahren zur strömungstechnischen Simulation von Gasnetzen

Fortschr.-Ber. VDI Reihe 7 Nr. 505. Düsseldorf: VDI Verlag 2017.

150 Seiten, 78 Bilder, 14 Tabellen.

ISBN 978-3-18-350507-4, ISSN 0178-9538,

€ 57,00/VDI-Mitgliederpreis € 51,30.

Für die Dokumentation: Strömungssimulation – Gasbeschaffenheit – Gasbeschaffenheitsverfolgung – Brennwertverfolgung – Unsicherheitsberechnung – Monte-Carlo-Simulation – Gasnetze – Verteilnetze – SmartSim

Seit einigen Jahren werden zunehmende Schwankungen der Gasbeschaffenheit, insbesondere des Brennwerts, in Erdgasverteilnetzen beobachtet und damit die korrekte Abrechnung von Endkunden erschwert. In dieser Arbeit wird ein neues Verfahren zur strömungstechnischen Simulation von Erdgasverteilnetzen entwickelt, welches sich auch für instationäre Strömungen eignet. Dieses Verfahren wird zur Brennwertverfolgung eingesetzt und zeichnet sich durch hohe Genauigkeit sowie kurze Rechenzeit aus. Eine Validierung des Rechenmodells erfolgt sowohl auf Basis von Messungen mit Prozessgaschromatografen als auch durch einen Vergleich mit etablierter Simulationssoftware. Zusätzlich wird erstmals eine Unsicherheitsberechnung für die an den Ausspeisestellen des Gasnetzes ermittelten Brennwerte auf Basis einer Monte-Carlo-Simulation nach dem „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“-Leitfaden durchgeführt. Der Vergleich mit einer Sensitivitätsanalyse bestätigt die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation.

Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Bibliographic information published by the Deutsche Bibliothek

(German National Library)

The Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie

(German National Bibliography); detailed bibliographic data is available via Internet at <http://dnb.ddb.de>.

D 294

© VDI Verlag GmbH · Düsseldorf 2017

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Fotokopie, Mikrokopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, im Internet und das der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 0178-9538

ISBN 978-3-18-350507-4

DANKSAGUNG

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Thermodynamik der Ruhr-Universität Bochum unter der Leitung von Herrn Prof. Dr.-Ing. Roland Span und in sehr enger Kooperation mit dem Energieversorgungsunternehmen E.ON.

Hiermit möchte ich allen herzlich danken, die mich bei dieser Arbeit auf vielfältigste Art und Weise unterstützt haben.

Zunächst möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Roland Span meinen Dank aussprechen, der mir die Chance zu dieser Promotion ermöglichte und mich bei dieser Arbeit in den zurückliegenden Jahren umfassend fachlich betreute. Für die Übernahme des Koreferats sowie die sehr konstruktiven Diskussionen gebührt Herrn Prof. Dr.-Ing. Andreas Brümmer größtmöglicher Dank.

Herzlichster Dank geht an Herrn Dr.-Ing. Peter Schley für die Ermöglichung dieser Promotion, die damit verbundenen Erfahrungen und die fortwährende Unterstützung. Nur wenigen Leuten ist es vergönnt, eine erste Idee und Skizze über die akademische Umsetzung bis zum fertigen Produkt entwickeln und mitgestalten zu können. Außerdem möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Joachim Schenk für seine enorme fachliche Expertise, sein Mentoring und seine persönliche Unterstützung besonders danken.

Für mittlerweile fünf unvergessliche Jahre im Büro und im Open Space mit meinem Kollegen, Mitstreiter und Freund Christian Fiebig bin ich sehr dankbar. Seine enorme Hilfsbereitschaft und sein großartiger Humor haben wesentlich dazu beigetragen, dass ich die Zeit der Promotion nie vergessen werde.

Mein freundschaftlicher Dank für die fachliche und persönliche Unterstützung gebührt auch Herrn Dr.-Ing. Stefan Rickelt. Bei Herrn Hans-Joachim Kuhs, Herrn Dieter Wolf, Herrn Samuel Spiza, Herrn Malte Bitter, Herrn Dominik Schacht, Herrn Mattias Christelius und Frau Bettina Humberg bedanke ich mich für das freundschaftliche Arbeitsklima. Zudem möchte ich allen Mitarbeitern des Lehrstuhls für Thermodynamik meinen persönlichen Dank aussprechen.

Ich danke auch meinen Freunden und dem harten Kern meiner Kommilitoninnen und Kommilitonen in Grund- und Hauptstudium. Ohne das stets gelebte Teamwork hätte meine akademische Karriere sicherlich eine andere Richtung genommen.

Abschließend ist es mir besonders wichtig, mich bei meiner Familie zu bedanken. Sie hat mir Vieles ermöglicht und stand mir jederzeit zur Seite. Zuletzt danke ich Alexandra, die mich immer wieder motiviert und mir auch in turbulenten Zeiten Gelassenheit schenkt.

Bochum im Dezember 2016



Andreas Hielscher

INHALTSVERZEICHNIS

Kurzfassung	VIII
1 Einleitung	1
1.1 Simulation von Erdgasverteilnetzen.....	1
1.2 Gliederung und Beitrag dieser Arbeit	2
2 Theoretische Grundlagen	4
2.1 Charakteristika von Erdgasnetzen	4
2.1.1 Definition von Transportnetzen	4
2.1.2 Definition von regionalen Erdgasverteilnetzen	5
2.1.3 Definition von Ortsnetzen	6
2.2 Grundlagen der Strömungssimulation.....	6
2.2.1 Definitionen zur Modellierung von Erdgasverteilnetzen	6
2.2.2 Massenerhaltung	8
2.2.3 Bestimmung von Druckänderungen	9
2.2.4 Bestimmung der Rohrreibungszahl	12
2.3 Berechnung von Stoffdaten.....	16
2.3.1 Virial-Zustandsgleichungen	16
2.3.2 SGERG Zustandsgleichung.....	18
2.4 Graphentheorie zur Beschreibung von Netzen	19
2.4.1 Begriffsdefinitionen	19
2.4.2 Mathematische Beschreibungsmethoden von Netzen	20
2.5 Geltende Regelwerke in Deutschland.....	22
2.5.1 DVGW Arbeitsblatt G 260	22
2.5.2 DVGW Arbeitsblatt G 685	24
2.6 Brennwertzuordnung mit SmartSim	27

3	Entwicklung eines neuartigen Rechenkerns	31
3.1	Entwicklung einer vereinfachten Virialgleichung.....	31
3.2	Strömungssimulation	33
3.2.1	Mathematische Abbildung der Gasverteilnetz-Topologie	34
3.2.2	Bestimmung des Strömungszustands	37
3.2.3	Berechnung der Druckänderung in einer einzelnen Rohrleitung.....	44
3.2.4	Berechnung der Druckverteilung mit adaptivem Gradientenabstiegs- verfahren.....	46
3.2.5	Berechnung von Vermischungen in Gasverteilnetzen	48
3.3	Gasbeschaffenheitsverfolgung auf Basis eines Paketmodells.....	50
3.3.1	Gaspaket-Propagierung in einzelner Rohrleitung	51
3.3.2	Gaspaket-Propagierung an Knoten	53
4	Validierung des entwickelten Rechenkerns	57
4.1	Wiedergabe des Realgasverhaltens durch vereinfachte Virialgleichung	57
4.1.1	Vergleich der Abhängigkeit der vereinfachten Virialgleichung von Dichte und Druck.....	58
4.1.2	Wiedergabe des Realgasverhaltens und der Dichte.....	59
4.2	Auswertung der Druckberechnung in einzelnen Rohrleitungen	65
4.2.1	Vergleich der Rohrreibungszahlberechnung zwischen Zanke und Hofer	65
4.2.2	Druckberechnung in einzelnen Rohrleitungen	67
4.2.3	Druckberechnung in einzelnen Rohrleitungen unter Berücksichtigung geodätischer Höhendifferenzen	76
4.3	Validierung des Strömungszustands an beispielhaften Gasverteilnetzen	85
4.3.1	Vorstellung der untersuchten Gasverteilnetze	85
4.3.2	Vergleich der Simulationsergebnisse mit Messdaten	90
4.3.3	Vergleich der Simulationsergebnisse mit Referenz-Software	99
4.4	Auswertung der Rechengeschwindigkeit und der Konvergenz des Strömungszustands	103
4.4.1	Rechengeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Netzgröße	103
4.4.2	Untersuchung zur Konvergenz des Strömungszustands	107

5	Unsicherheitsberechnung für Gasverteilnetze	112
5.1	Anwendung des „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“ in Gasverteilnetzen.....	112
5.2	Eingangsgrößen für die Unsicherheitsberechnung.....	112
5.3	Monte-Carlo-Simulation.....	115
5.3.1	Berechnung der Standardunsicherheit.....	115
5.3.2	Anzahl der Monte-Carlo-Szenarien	115
5.4	Sensitivitätsanalyse.....	117
5.4.1	Unsicherheitsfortpflanzung.....	118
5.4.2	Resultierende relative Sensitivitätskoeffizienten	119
5.5	Korrelationsanalyse	119
5.5.1	Korrelationskoeffizient.....	119
5.5.2	Wahl der Zeiträume	120
5.5.3	Gleitend-mittelnder Korrelationskoeffizient	120
6	Anwendung der Unsicherheitsberechnung für Gasverteilnetze	121
6.1	Anpassung des regionalen Gasverteilnetzes „Lüchow“	121
6.2	Monte-Carlo-Simulation.....	121
6.3	Sensitivitätsanalyse.....	123
6.4	Korrelationsanalyse	126
7	Zusammenfassung und Ausblick	129
7.1	Beiträge und Ergebnisse	129
7.2	Ausblick	131
	Symbolverzeichnis	132
	Literaturverzeichnis	137

KURZFASSUNG

Seit einigen Jahren werden zunehmende Schwankungen der Gasbeschaffenheit, insbesondere des Brennwertes, in Erdgasverteilnetzen beobachtet und damit die korrekte Abrechnung von Endkunden erschwert. In dieser Arbeit wird ein neues Verfahren zur strömungstechnischen Simulation von Erdgasverteilnetzen entwickelt, welches sich auch für instationäre Strömungen eignet. Dieses Verfahren wird zur Brennwertverfolgung eingesetzt und zeichnet sich durch hohe Genauigkeit sowie kurze Rechenzeit aus. Eine Validierung des Rechenmodells erfolgt sowohl auf Basis von Messungen mit Prozessgaschromatografen als auch durch einen Vergleich mit etablierter Simulationssoftware. Zusätzlich wird erstmals eine Unsicherheitsberechnung für die an den Ausspeisestellen des Gasnetzes ermittelten Brennwerte auf Basis einer Monte-Carlo-Simulation nach dem „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“-Leitfaden durchgeführt. Der Vergleich mit einer Sensitivitätsanalyse bestätigt die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation.

1 EINLEITUNG

Erdgas ist ein wichtiger Bestandteil der weltweiten Energieversorgung. Mit einem Anteil von etwa 24 % am Primärenergieverbrauch ist Erdgas nach Erdöl und Kohle einer der wichtigsten Primärenergieträger (BP [1]). Insbesondere durch die steigende Produktion von Schiefergas (shale gas) und das damit verbundene wachsende Angebot wird für die Zukunft ein steigender Erdgasverbrauch prognostiziert. Da die Förder- und die Verbrauchsregionen in der Regel nicht identisch sind, muss Erdgas über große Entfernungen transportiert werden. Der Transport erfolgt entweder gasförmig in Pipelines oder im verflüssigten Zustand (als Liquefied Natural Gas, LNG) in Tankschiffen. Das LNG wird am Anlandeterminal dann wieder verdampft und in das Transportnetz eingespeist. Zukünftig ist mit einem steigenden Anteil des Handels mit LNG zu rechnen. Diese weltweiten Entwicklungen haben auch Auswirkungen auf den Gashandel in Europa und Deutschland.

1.1 SIMULATION VON ERDGASVERTEILNETZEN

Der europäische Gasmarkt wird durch das Zusammenwachsen der nationalen Märkte zunehmend dynamischer: In Europa ist ein steigender Import von verflüssigtem Erdgas (LNG) zu beobachten, gleichzeitig erleichtert die Harmonisierung des technischen Regelwerks den Handel und Transport von Erdgas über Landesgrenzen hinweg. Ein weiterer Trend ist die zunehmende Nutzung regenerativer Energien und deren Einspeisung in das Gasnetz in Form von Bioerdgas und zukünftig Wasserstoff aus Power-to-Gas-Anlagen. All dies führt zu zunehmenden Schwankungen der Gasbeschaffenheit und somit auch des Brennwertes der transportierten Erdgase. Netzbetreiber werden vor große Herausforderungen gestellt, da trotz schwankender Gasbeschaffenheiten für jeden Endkunden die gelieferte Energiemenge auf Basis eines korrekt ermittelten Brennwertes bestimmt werden muss.

Die Bestimmung des Brennwertes in Regional- oder Verteilnetzen beruht in der Regel auf Messwerten, die der Vorlieferant für die Einspeisestellen zur Verfügung stellt. Das DVGW-Arbeitsblatt G 685 [2] legt in Deutschland fest, dass der zur Abrechnung verwendete Brennwert eines Endkunden nicht mehr als 2 % von dem tatsächlich anstehenden Brennwert abweichen darf. Bei Mehrfacheinspeisung mit Erdgasen unterschiedlicher Qualität gilt diese Anforderung als erfüllt, wenn die über den Abrechnungszeitraum volumengewichteten Mittelwerte der eingespeisten Brennwerte nicht mehr als 2 % vom Abrechnungsbrennwert abweichen. In H-Gas Gebieten wird in der Regel das Bioerdgas

durch Zumischung von Flüssiggas (Propan) auf den im Netz vorherrschenden Brennwert konditioniert.

Bereits seit einigen Jahren haben sich sogenannte Brennwertrekonstruktionssysteme für Transportnetze etabliert und sind heute Stand der Technik (Weimann [3], Lappus [4]). Diese Systeme ermöglichen eine zeit- und ortsabhängige Bestimmung der Gasbeschaffenheit und des Brennwertes durch den Einsatz von Software. Voraussetzung hierfür sind geeichte Messwerte der Gasbeschaffenheit an den Einspeisestellen sowie der Volumina an den Ein- und Ausspeisestellen.

In regionalen Verteilnetzen werden Ausspeisevolumina meist nicht gemessen. Aus diesem Grund wurde mit SmartSim ein Verfahren zur Brennwertverfolgung entwickelt, bei dem die Ausspeisevolumina mit sogenannten Standard-Lastprofilen (SLP) nach Hellwig [5] in Kombination mit einem neuen Korrekturalgorithmus bestimmt werden (Schley et al. [6 bis 8]). Durch die Anwendung von SmartSim kann in vielen Fällen auf eine kostenintensive Propanzumischung verzichtet werden. Einen wesentlichen Teil von SmartSim stellt der in dieser Arbeit entwickelte Rechenkern zur strömungstechnischen Simulation des Strömungszustands dar.

1.2 GLIEDERUNG UND BEITRAG DIESER ARBEIT

In dieser Arbeit wird ein neues Verfahren zur Simulation des Strömungszustands in Gasverteilnetzen vorgestellt. Dazu werden in Kapitel 2 der Arbeit die theoretischen Grundlagen dargelegt. Insbesondere wird auf die notwendigen Erhaltungsgleichungen sowie getroffenen Vereinfachungen zur Bestimmung des Strömungszustands eingegangen. Die zur Wiedergabe des Realgasverhaltens in dieser Arbeit verwendete Virial-Zustandsgleichung SGERG wird vorgestellt. Neben der Definition und Charakterisierung von Gasverteilnetzen wird auf die geltenden Regelwerke in Deutschland eingegangen. Darüber hinaus wird ein Überblick über die zur mathematischen Beschreibung notwendige Graphentheorie geliefert.

Im ersten Teil der Arbeit, bestehend aus den Kapiteln 3 und 4, wird das neue Verfahren zur strömungstechnischen Simulation von Gasverteilnetzen entwickelt und validiert. In Kapitel 3 wird das Verfahren in Form eines Rechenkerns vorgestellt und das vollständige Modell zur Strömungssimulation aufgezeigt. Hierzu zählen die entwickelte Druckberechnung einzelner Rohrleitungen, das adaptive Gradientenabstiegsverfahren zur Druckverteilung und das Berechnen von Vermaschungen. Einen weiteren Teilaspekt des Rechenkerns stellt eine neu entwickelte vereinfachte Virial-Zustandsgleichung dar. Weiterhin wird das ebenfalls entwickelte Paketmodell zur Gasbeschaffenheitsverfolgung dargelegt. Das Kapitel 4 befasst sich mit der Validierung des entwickelten Verfahrens an beispielhaften Gasverteilnetzen. Die Verifizierung wird auf zwei Arten durchgeführt. Zum einen findet ein Vergleich mit Brennwert-Messdaten von Prozessgaschromatografen statt. Zum anderen wird ein Vergleich mit etablierter Software am Beispiel von Druck und Druckänderung, Brennwert, Strömungsgeschwindigkeit sowie Volumen-

strom durchgeführt. Weiterhin wird die Wiedergabegenauigkeit des Realgasverhaltens durch die vereinfachte Virial-Zustandsgleichung untersucht. Detailliert wird die entwickelte Druckberechnung in einzelnen Rohrleitungen analysiert, sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung geodätischer Höhendifferenzen. Ferner finden Untersuchungen zur Skalierbarkeit der Rechengeschwindigkeit und zur Konvergenz des Strömungszustands statt.

Im zweiten Teil der Arbeit, in den Kapiteln 5 und 6, wird erstmals eine Unsicherheitsberechnung für Gasverteilnetze nach GUM durchgeführt. In Kapitel 5 wird die Unsicherheit des Monatsbrennwwerts nach den Richtlinien des „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“ (GUM) [9] mittels einer Monte-Carlo-Simulation [10] und Sensitivitätsanalyse hergeleitet. Die Auswertung der Verfahren erfolgt in Kapitel 6 an einem der bereits vorgestellten Gasverteilnetze. Die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation werden mit den Ergebnissen der Sensitivitätsanalyse verglichen und es wird zusätzlich eine Korrelationsanalyse durchgeführt.

Abschließend werden die vorliegenden Ergebnisse in Kapitel 7 zusammengefasst und ein Ausblick auf weitere Arbeiten gegeben.

2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Dieses Kapitel legt die theoretischen Grundlagen dieser Arbeit dar. Der erste Teil befasst sich mit der Definition und Modellierung von Erdgasverteilnetzen. Anschließend, in Abschnitt 2.2, werden die drei Erhaltungsgleichungen der Strömungsmechanik erläutert und auf die Verwendung weiterer notwendiger Beziehungen eingegangen. Die Berechnung von Stoffdaten wird in Abschnitt 2.3 beschrieben. In Abschnitt 2.4 wird ein Überblick über die zur mathematischen Beschreibung von Erdgasverteilnetzen notwendige Graphentheorie gegeben. Die Abschnitte 2.5 und 2.6 komplementieren diese Arbeit, in dem eine Übersicht über die in Deutschland geltenden Regelwerke hergestellt wird und das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Produkt SmartSim kurz vorgestellt wird.

2.1 CHARAKTERISTIKA VON ERDGASNETZEN

Deutsche Erdgasverteilnetze werden im Wesentlichen in drei Klassen unterteilt, namentlich Transportnetze, regionale Verteilnetze und Ortsnetze. Zwecks besserer Verständlichkeit der weiteren Arbeit soll hier die folgende Abgrenzung der drei Begriffe erfolgen, da die genaue Definition dieser Klassen nicht eindeutig ist und zwischen unterschiedlichen Netzbetreibern variiert. Allgemein erfolgt die Lieferung des Erdgases von der Quelle bis zu den Endverbrauchern über die gesamte Kette der drei Netzklassen, von Transportnetzen über regionale Erdgasverteilnetze bis zu den Ortsnetzen. Die verschiedenen Netze werden durch sogenannte Netzkopplungspunkte (NKP) miteinander verbunden. Diese NKPs sind durch eine Druckabsenkung in Form eines Reglers gekennzeichnet. Zusätzlich finden hier in den höheren Druckstufen Messungen der Volumina statt, womit eine klare Abgrenzung zwischen den drei Netzklassen gewährleistet ist.

2.1.1 DEFINITION VON TRANSPORTNETZEN

Transportnetze bezeichnen die höchsten Druckstufen des Erdgasnetzes mit typischen Drücken von $p = 80$ bar und sind im Allgemeinen für den Transport des Erdgases über Entfernungen größer 200 km verantwortlich. Das transportierte Erdgasvolumen beträgt mehrere 10000 m^3 im Normzustand¹ pro Stunde, folglich liegen Strömungsgeschwindigkeiten i.d.R. im Bereich größer 10 m/s. Generell gilt, dass diese Werte starken Variationen ausgesetzt sind. Der Netzdruck weist infolge von Differenzen zwischen Ein- und Ausspeisevolumen typischerweise stündliche Schwankungen auf. Erdgasnetze dieser Klasse verfügen über eine sehr gut ausgebauten Messinfrastruktur, sowohl auf der Ein-

¹ Der Normzustand ist definiert als $T = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ und $p = 1013,25 \text{ mbar}$.

als auch auf der Ausspeiseseite. Gemessene Größen sind Brennwert (Einspeisung), Volumenstrom und Druck. Die zeitliche Auflösung der Messsignale liegt meist im Bereich von drei Minuten (Vollmer [11]). Für die Gasabrechnung werden als kleinste Zeiteinheit Stundenmittelwerte verwendet.

Als Alternative zu Messgeräten können sogenannte Brennwertrekonstruktionssysteme² zur Bestimmung der Gasbeschaffenheit eingesetzt werden. Diese rechnergestützten Verfahren sind Stand der Technik [3, 4, 16]. Generell findet die Ausspeisung über Mess- und Regelstationen in nachgelagerte Netze statt, vereinzelt werden auch Großabnehmer wie z.B. Gaskraftwerke bedient. Darüber hinaus sind Erdgasspeicher angebunden, welche saisonale Differenzen zwischen Lieferung und Abnahme ausgleichen. Ein geringer Grad an Vermaschungen sowie vorhandene Verdichterstationen charakterisieren Transportnetze weiter.

2.1.2 DEFINITION VON REGIONALEN ERDGASVERTEILNETZEN

Regionale Verteilnetze sind in der Regel Transportnetzen nachgeschaltet und weisen dementsprechend niedrigere Druckstufen zwischen $p = 4$ bar und 30 bar auf. Der Versorgungsbereich umfasst räumlich bis zu 50 km x 100 km mit einer Gesamtleitungslänge bis 400 km. Der topologische Aufbau ist teilweise durch starke Verzweigungen und Vermaschungen gekennzeichnet, welche der Versorgungssicherheit dienen. Das gelieferte Erdgasvolumen im Normzustand variiert saisonal zwischen 1000 m³ und 20000 m³ pro Stunde. Typische Strömungsgeschwindigkeiten liegen im Intervall von 0 m/s bis 2 m/s, hierbei ist in vereinzelt Netzbereichen stehendes Gas in den Sommermonaten üblich. Der Netzdruck weist auch in dieser Druckstufe vereinzelt stündliche Schwankungen auf, um durch die sogenannte Netzatmung Differenzen zwischen Ein- und Ausspeisevolumina auszugleichen. Über Mess- und Regelstationen findet generell die Ausspeisung in nachgelagerte Netze oder zu Industriekunden statt. Erdgasnetze dieser Klasse weisen in der Regel insbesondere auf Ausspeiseseite eine unvollständige Messinfrastruktur auf, Volumina werden stromabwärts meist nur bei Großkunden, wie z.B. Industrieabnehmern, gemessen. Diese Kunden werden als Kunden mit registrierender Leistungsmessung (RLM) bezeichnet. Auf Einspeiseseite erfolgt die Messung der Gasbeschaffenheit vereinzelt mittels Prozessgaschromatografen, eine Übernahme der rekonstruierten Gasbeschaffenheiten des vorgelagerten Transportnetzbetreibers ist jedoch nicht unüblich. Im Gegensatz zu Transportnetzen beträgt die zeitliche Auflösung des Messsignals allgemein eine Stunde [11]. Teilnetze können unterschiedliche Druckstufen aufweisen und sind über Gasdruck- bzw. Gasflussregelanlagen miteinander verbunden. Verdichterstationen sind nicht vorhanden.

² Gängige Brennwertrekonstruktionssysteme sind z.B. SIMONE der Firma Liwacom [12, 13] und GANESI der Firma PSI [14, 15].

2.1.3 DEFINITION VON ORTSNETZEN

Die Ausspeisung regionaler Verteilnetze erfolgt in der Regel bedarfsgeregelt in sogenannte Ortsnetze. Folglich liegen die typischen Betriebsdrücke zwischen 20 mbar und 1 bar über Umgebungsdruck, der Versorgungsbereich ist auf einzelne Ortschaften und (Groß-)Städte beschränkt. Der Grad an Verzweigungen und Vermaschungen ist größer als bei regionalen Verteilnetzen, da jeder einzelne Straßenzug abgebildet wird. Um bei diesem niedrigen Druckniveau eine ausreichende Versorgungssicherheit sicher zu stellen, erfolgt insbesondere bei Großstädten eine Einspeisung aus mehreren Gasdruckregelstationen. In dieser Druckstufe sind Kleinverbraucher bzw. Endkunden meist direkt, oder über eine weitere Druckreduzierung, an das Ortsnetz angeschlossen. Diese Kleinverbraucher werden der Klasse Standard-Lastprofil-Kunden (SLP) zugeordnet (BDEW [17]). Der Erdgasbedarf dieser Netze ist wesentlich von der Verbraucheranzahl abhängig und beträgt generell zwischen einigen Normkubikmetern Erdgas bis zu mehreren 100 m³ Erdgas pro Gasdruckregelstation. Ortsnetze verfügen meist über keinerlei Messinfrastruktur und sind somit auf die Bestimmung der Gasbeschaffenheit durch das vorgelagerte Netz angewiesen. Auch verfügen diese Netze über keine aktiven Bauelemente wie z.B. steuerbare Ventile oder Verdichterstationen.

2.2 GRUNDLAGEN DER STRÖMUNGSSIMULATION

Grundlage einer strömungstechnischen Simulation eines Gasverteilnetzes ist ein mathematisches Modell des betrachteten Systems, welches das reale Verhalten hinreichend genau abbildet. In diesem Abschnitt soll das grundlegende Verständnis der Modellierung und Simulation von Strömungszuständen in Gasnetzen vermittelt werden, da es für die vorliegende Arbeit von entscheidender Bedeutung ist. Nachfolgend werden die getroffenen Annahmen und verwendeten Erhaltungsgleichungen vorgestellt.

Die ersten Ansätze der Simulation im Gasnetzbereich auf Transportnetzebene gehen auf die Arbeiten von Weimann [14, 3] und Lappus [18, 4] zurück. Ein Vergleich verschiedener Modelle zur Simulation von Strömungszuständen kann in der Literatur von Bender [19] und Kolnsberg [20] entnommen werden.

2.2.1 DEFINITIONEN ZUR MODELLIERUNG VON ERDGASVERTEILNETZEN

Zur Durchführung von Strömungssimulationen in Erdgasverteilnetzen erfolgt in der Regel eine abstrakte Modellierung der Verteilnetze analog zur Graphentheorie der Mathematik (siehe auch Abschnitt 2.4). Allgemein gilt, wie u.a. von Vollmer [11] beschrieben:

- Ein Versorgungsnetz besteht aus unterschiedlichen Netzelementen.
- Jedes Netzelement besitzt zwei Verbindungspunkte (Start- und Endknoten).
- Die Verkopplung von Netzelementen erfolgt nur an den Knoten.
- Erdgas kann nur an Knoten in ein Netzelement ein- oder austreten.
- Zusammenhängende Netzelemente bilden sogenannte Netzabschnitte.

Die Netzelemente werden unterschieden in:

- Knoten vom Typ Einspeise-, Ausspeise- oder Leitungsknoten. Hier kann in den ersten beiden Typen entweder Erdgas in das Netz oder aus dem Netz strömen, Leitungsknoten verbinden ausschließlich Netzelemente.
- Auf einer niedrigeren Druckstufe verbundene („vermaschte“) Knoten bilden eine sogenannte Sektion.
- Rohrleitungen mit den physikalischen Eigenschaften Rohrlänge, -durchmesser und -rauheit. Diese Eigenschaften sind je Rohrleitung konstant und zeitlich nicht veränderlich. Rohrleitungen sind die einzigen Netzelemente, die Erdgas speichern/abgeben können, falls eine Differenz zwischen einfließendem und abfließendem Volumenstrom besteht.
- Übrige Netzelemente wie Schieber/Ventile, Rückschlagventile, Volumenstrom-³ und Druckregelanlagen⁴ sowie Verdichter.

Falls mehrere Ausspeiseknoten des modellierten Verteilnetzes auf einer nicht modellierten, niedrigeren Druckstufe miteinander verbunden sind, wird von einer sogenannten „Vermaschung“ gesprochen. Diese werden auch als Sektion bezeichnet. Falls die Strömungssimulation zur Abrechnung eingesetzt werden soll, wird zusätzlich der Begriff „Brennwertbezirk“ eingeführt: Ein Brennwertbezirk kann zusätzlich zu einer Sektion auch mehrere, nicht miteinander vermaschte Knoten enthalten. Innerhalb eines Brennwertbezirks werden alle Knoten unabhängig von einer physikalisch vorhandenen Verbindung mit dem gleichen, volumengewichteten Brennwert abgerechnet (sogenannter Abrechnungsbrennwert, siehe Abschnitt 2.5.2).

Mit Auftauchen einer signifikanten Änderung der Leitungsparameter, einem Einspeise- oder Ausspeiseknoten oder einer Verzweigung endet eine Rohrleitung. Die Rohrleitungen werden unter Berücksichtigung der oben genannten physikalischen Eigenschaften modelliert, alle übrigen Netzelemente besitzen kein geometrisches Volumen. Rohrleitungen bestimmen somit maßgeblich das dynamische Verhalten des Netzes, da sie Masse speichern/abgeben können. Dies ist der Fall, wenn eine Differenz zwischen einfließendem und abfließendem Volumenstrom besteht.

Durch die übrigen Netzelemente können weitere Randbedingungen, zusätzlich zu Ein- und Ausspeisevolumina, vorgegeben werden. Dies sind z.B. im Fall von Druckreglern vorgegebene Drücke und im Fall von Volumenreglern vorgegebene Volumenströme. Ventile und Rückschlagklappen können je nach Position (geöffnet oder geschlossen) das gesamte zu modellierende Netz in sogenannte Netzabschnitte trennen oder diese verbinden. Vollständig vom weiteren Netz entkoppelte Abschnitte werden als „hydraulisch getrennt“ bezeichnet. Ein beispielhaftes Netz mit unterschiedlichen Netzelementen ist in

³ Aus Gründen der einfachen Lesbarkeit werden nachfolgend in dieser Arbeit Volumenstromregelanlagen als Volumenregler bezeichnet.

⁴ Ebenfalls werden Druckregelanlagen vereinfachend in dieser Arbeit als Druckregler benannt.

Bild 2.1 dargestellt. Hier trennt ein geschlossenes Ventil das gesamte Netz in zwei hydraulisch getrennte Netzabschnitte auf. Die Netzabschnitte selbst bestehen aus zwei Druckstufen mit jeweils höherem Druckniveau am Reglereintritt und niedrigerem Druckniveau am Regleraustritt. Eine einzelne Druckstufe innerhalb eines Netzabschnitts wird auch als „Teilnetzabschnitt“ bezeichnet.

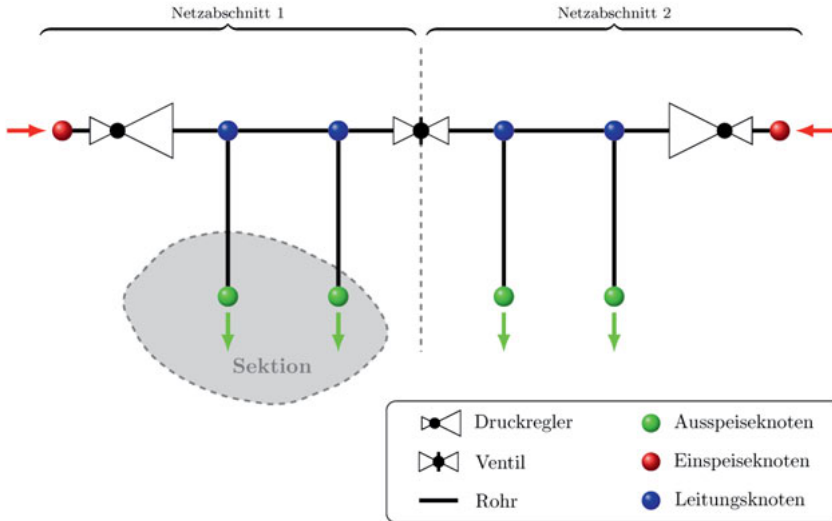


Bild 2.1 Beispielsnetz mit verschiedenen Netzelementen (Fiebig et al. [21]).

2.2.2 MASSENERHALTUNG

Der Satz von der Erhaltung der Masse, auch Kontinuitätsgleichung genannt, besagt allgemein, dass die Änderung der Masse eines Kontrollvolumens in einer Strömung durch die Differenz der ein- und abfließenden Massenelemente hervorgerufen wird. Generell wird eine dreidimensionale, instationäre Strömung im dreidimensionalen Raum $\mathbf{x} = (x, y, z)$ betrachtet. Die Strömung ist hierbei über die Zeit t veränderlich. Für ein Massenelement m , das ein infinitesimales Kontrollvolumen mit der vektoriellen Geschwindigkeit $\mathbf{u} = (u, v, w)$ durchströmt, ergibt sich folgende Gleichung in differentieller Form:

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial \mathbf{x}} = 0 \quad (2.1)$$

Beziehungsweise:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} = 0 \quad (2.2)$$

Die ersten Ansätze der Simulation im Gasnetzbereich auf Transportnetzebene gehen auf die Arbeiten von Weimann [14, 3] und Lappus [18, 4] zurück. Weimann hat gezeigt, dass für die konkrete Betrachtung der Massenerhaltung in einem Gasverteilnetz in sehr guter Näherung von einer eindimensionalen Rohrströmung ausgegangen werden kann, da die Rohrleitungslänge deutlich größer ist als der Durchmesser ($L \gg D$). Es ist definiert, dass die Ausdehnung des Rohres ausschließlich durch die Koordinate x beschrieben wird. Die Strömungsgeschwindigkeit in x -Richtung ist u . Weiterhin ist festgelegt, dass innerhalb eines Rohrleitungselements die Querschnittsfläche A konstant ist (siehe Abschnitt 2.2.1). Damit reduziert sich Gleichung (2.2) zu:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0 \quad (2.3)$$

Diese Gleichung gilt für stationäre und instationäre Strömungen, für kompressible und inkompressible Fluide sowie für ideale und reale Gase. Generell ist hier die Dichte ρ abhängig von Temperatur T und Druck p . Weimann [3] und Lappus [4] haben gezeigt, dass für die Simulation von Erdgasverteilnetzen näherungsweise von einer isothermen Rohrströmung ausgegangen werden kann. Es wird dabei angenommen, dass ein Temperaturabfall durch Expansion des Fluids durch eine Wärmezufuhr der Umgebung kompensiert wird und sich das Fluid stets auf Temperatur der Umgebung befindet. Die Dichte ρ ist somit nur vom Druck p abhängig und die Betriebstemperatur T_b ist folglich ein konstanter Parameter, aber keine Zustandsgröße des Modells. Die Beschreibung des Realgasverhaltens, also der Abhängigkeit von Druck und Dichte mit den angewendeten Vereinfachungen erfolgt in Abschnitt 2.3.

Eine Simulation von Verdichtern oder Druck- und Volumenreglern ist trotz Modellierung durch eine isotherme Rohrströmung möglich, da die für die Simulation relevanten Größen Druck und Normvolumenstrom vor und hinter den Bauteilen als Messwerte in die Simulation fließen. Temperaturerhöhungen des Erdgases durch Verdichtung oder Temperaturabsenkungen durch Entspannung beeinflussen den Normvolumenstrom nicht. Der Einfluss dieser Bauteile auf die Simulation wird also nicht unter Berücksichtigung von Temperaturänderungen berechnet, sondern durch Freischneiden der Bauteile und Aufprägung der Messwerte realisiert.

Die Wirkung der Dissipation auf die Strömungssimulation und die damit verbundenen Druck- und Dichteänderungen dürfen nicht vernachlässigt werden. Bei Rohrströmungen wird Dissipation wesentlich durch Reibung des Fluids verursacht. Die Auswirkungen der Dissipation auf die strömungstechnische Simulation sowie deren Berücksichtigung wird in Abschnitt 2.2.3 beschrieben.

2.2.3 BESTIMMUNG VON DRUCKÄNDERUNGEN

Die Energieerhaltung für einen stationären Strömungsprozess wird vollständig durch den ersten Hauptsatz der Thermodynamik beschrieben, die Strömungsgeschwindigkeit wird hierbei mit u bezeichnet:

$$\int dh + \int u du + g \int dz = q_{12} + w_{t12} \quad (2.4)$$

Die technische Arbeit w_{t12} wird für Strömungsprozesse zu Null: Ein Eintrag von mechanischer Arbeit, beispielsweise durch Pumpen oder Verdichter, findet nicht statt (siehe Abschnitt 2.2.2). Aus der Gibbs'schen Fundamentalgleichung ergibt sich für konstante Stoffmengen Gl. (2.5). Hierbei kann der Term $T ds$ in einen reversiblen und irreversiblen Term unterteilt werden:

$$dh = T ds + v dp = dq_{\text{rev}} + dq_{\text{irr}} + v dp \quad (2.5)$$

Für die durch Dissipation entstehende Wärme dq_{irr} wird in der Literatur häufig folgender Ausdruck verwendet (z.B. Gersten [22]):

$$dq_{\text{irr}} = d\varphi \quad (2.6)$$

Daraus folgt:

$$\int dh = q_{12} + \int d\varphi + \int v dp \quad (2.7)$$

Durch Einsetzung von Gl. (2.7) in (2.4) ergibt sich:

$$q_{12} + \int d\varphi + \int v dp + \int u du + g \int dz = q_{12} \quad (2.8)$$

Die reversible spezifische Wärmemenge q_{12} hebt sich auf beiden Seiten der Gleichung auf, so dass allgemein die „mechanische Teilenergieerhaltung“ hergeleitet werden kann. Diese Gleichung gilt auch für nicht-isotherme Strömungsprozesse:

$$\int d\varphi + \int v dp + \int u du + g \int dz = 0 \quad (2.9)$$

Die spezifische Dissipation $d\varphi$ in Rohrleitungen wird empirisch durch die sogenannte Darcy-Weisbach-Gleichung beschrieben (Mischner [23], Eberhard und Hüning [24], Ferguson [25], Gersten und Papenfuß [26], siehe Gl. (2.10)). In dieser Gleichung wird die Rohrreibungszahl λ verwendet, deren empirische Bestimmung in Abschnitt 2.2.4 erfolgt.

$$d\varphi = \frac{1}{2D} \lambda u^2 dx \quad (2.10)$$

Es wird angenommen, dass die Höhenänderung dz einer Rohrleitung proportional zur Längenänderung dx sei. Für eine Rohrleitung mit der Länge L und der Höhendifferenz ΔH ergibt sich:

$$\frac{\Delta H}{L} = \frac{dz}{dx} \Leftrightarrow dz = \frac{\Delta H}{L} dx \quad (2.11)$$

Die Dichte ρ ist der Kehrwert des spezifischen Volumens v und durch Einsetzung von Gl. (2.10) sowie Gl. (2.11) wird Gl. (2.9) zu:

$$\int \frac{1}{\rho} dp + \int u du + g \frac{\Delta H}{L} \int dx + \frac{1}{2D} \int \lambda u^2 dx = 0 \quad (2.12)$$

Umgeformt ergibt sich für den Druckverlust dp einer Rohrleitung mit der Länge L zwischen dem Startknoten 1 und dem Endknoten 2:

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = - \int_{u_1}^{u_2} \rho u du - g \frac{\Delta H}{L} \int_0^L \rho dx - \frac{1}{2D} \int_0^L \rho \lambda u^2 dx \quad (2.13)$$

Der Einfluss der kinetischen Energieänderung $\int \rho u du$ ist klein gegenüber den anderen Termen der Dissipation und der potentiellen Energie. Dies liegt daran, dass die Geschwindigkeiten auch in Transportnetzen in der Regel weniger als 5 m/s betragen. Die Änderung der Geschwindigkeiten ist folglich noch geringer und damit gegenüber den anderen Termen zu vernachlässigen. Für die vereinfachte Differentialgleichung gilt:

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -g \frac{\Delta H}{L} \int_0^L \rho dx - \frac{1}{2D} \int_0^L \rho \lambda u^2 dx \quad (2.14)$$

Eine analytische Lösung der Differentialgleichung ist nicht möglich. In der Literatur wird häufig auf Näherungsgleichungen zurückgegriffen, die sich mit stationären Strömungen befassen [23]. Für instationäre Strömungen sind die Lösungen nicht übertragbar, da die Voraussetzungen nicht erfüllt sind. Aus diesem Grund wird in Abschnitt 3.2.3 eine numerische Lösung von Gl. (2.14) vorgestellt. In der Literatur beschriebene gängige Berechnungsverfahren für den mittleren Druck⁵ einer Rohrleitung können ebenso nicht angewendet werden.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass aus Gl. (2.13) die Bernoulli-Gleichung für reibungsbehaftete, inkompressible Strömungen abgeleitet werden kann. Sie wird nach Gersten [22] in drei verschiedenen Formen angegeben. Die Energieform ergibt sich nach Gl. (2.15), die Indizes 1 und 2 markieren den Start- und Endknoten einer Rohrleitung. Der Ausdruck φ_{12} kennzeichnet hierbei die spezifische Dissipation.

⁵ Nach Mischner [23] wird in der russischsprachigen Literatur für stationäre Strömungen häufig ein integraler Mittelwert verwendet. In den DVGW Arbeitsblättern G 2000 [27] wird hiermit die Berechnung der Netzkapazität erzielt.

$$\frac{1}{2} u_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + g z_2 = \frac{1}{2} u_1^2 + \frac{p_1}{\rho} + g z_1 - \varphi_{12} \quad (2.15)$$

Umgeformt in die Druckform ergibt sich die Gleichung zu:

$$\frac{\rho}{2} u_2^2 + p_2 + \rho g z_2 = \underbrace{\frac{\rho}{2} u_1^2}_{\text{dynamischer Druck}} + \underbrace{p_1}_{\text{statischer Druck}} + \underbrace{\rho g z_1}_{\text{geodätischer Druck}} - \underbrace{\rho \varphi_{12}}_{\text{Druckverlust}} \quad (2.16)$$

Umgeformt in die Höhenform gilt:

$$\frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 = \frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 - \frac{\varphi_{12}}{g} \quad (2.17)$$

In Gl. (2.16) heißen die vier Terme dynamischer Druck, statischer Druck, geodätischer Druck und Druckverlust. Äquivalent dazu heißen die vier Terme in Gl. (2.17) Geschwindigkeitshöhe, Druckhöhe, geodätische Höhe und Verlusthöhe. Es gilt stets, dass die Summe aller vier Terme in einer stationären, inkompressiblen Strömung konstant ist (siehe Bild 2.2).

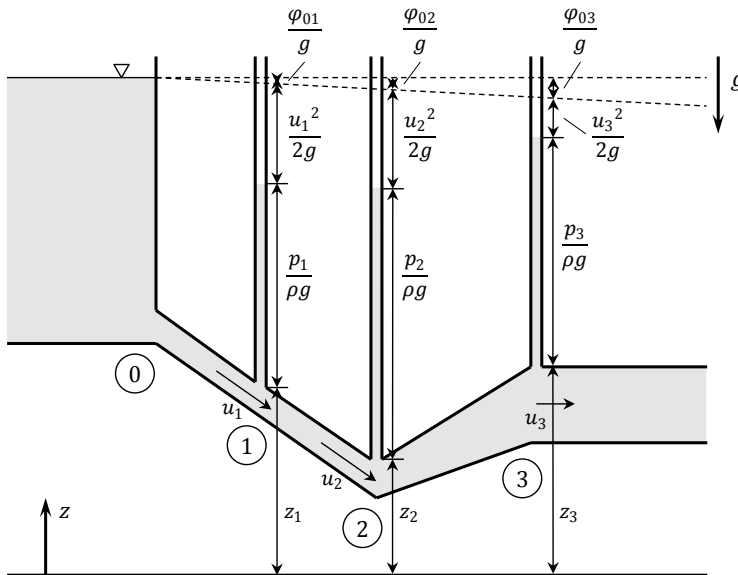


Bild 2.2 Darstellung der vier Höhentерme in einer stationären Strömung.

2.2.4 BESTIMMUNG DER ROHRREIBUNGSZAHL

Als Maß für die Dissipation wurde im vorherigen Abschnitt Gl. (2.10) die Rohrreibungszahl λ eingeführt. Für alle strömungstechnischen Berechnungen ist damit die korrekte

Bestimmung der Rohrreibungszahl von elementarer Bedeutung. In der gängigen Literatur (Glück, Mischner [28, 22, 23]) und den geltenden Regelwerken (DVGW Arbeitsblatt GW 303-1 [29]) werden verschiedene empirische Ansätze beschrieben, die sich alle auf einen Ähnlichkeitsansatz stützen. Dieser wird über die sogenannte Reynoldszahl Re hergestellt, welche für Rohrleitungen nach Gl. (2.18) bestimmt wird. Re ist der Quotient aus Dichte, Geschwindigkeit und Durchmesser dividiert durch die dynamische Viskosität des Fluids:

$$Re = \frac{\rho u D}{\eta} \quad (2.18)$$

Anhand der Reynoldszahl wird zwischen laminaren und turbulenten Strömungen unterschieden. Strömungen werden als laminar bezeichnet, wenn das Fluid in sich nicht mischenden Schichten strömt. Das Gegenteil zu laminarer Strömung ist die turbulente Strömung, bei der Verwirbelungen auftreten. Als kritische Reynoldszahl wird in der Literatur (u.a. [23]) für den Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung in Rohrleitungen häufig $Re_k = 2300$ genannt. Innerhalb des Umschlagbereichs kommt es aufgrund der turbulenten Schwankungsbewegung und der starken Vermischung in Querrichtung zu erhöhter Dissipation und damit einem sprunghaften Anstieg der Rohrreibungszahl [22].

Einen weiteren Einfluss auf die Rohrreibungszahl stellt die Wandrauheit⁶ des Materials der Rohrleitung dar. Diese ist durch die Rauheitshöhe k_s gekennzeichnet und wird definiert als die Höhe von unendlich dicht angeordneten, gleich großen Sandkörnern. Ist die Rauheitshöhe k_s so klein, dass sie den Rohrwiderstand nicht beeinflusst, wird der Begriff „hydraulisch glatt“ verwendet. Findet eine Beeinflussung des Rohrwiderstands durch die Rauheitshöhe statt, wird von „hydraulisch rau“ gesprochen [22]. Die Bestimmung der Rauheitshöhe kann in der Praxis eine Herausforderung darstellen, da die Rauheitshöhe abhängig von dem Material und dem Alter der verbauten Rohrleitung ist.

Zusätzlich zur Rauheitshöhe der Rohrleitung beeinflussen Einbauten wie Krümmer, Verengungen und/oder Messtechnik den Strömungswiderstand wesentlich. Die Berücksichtigung erfolgt über sogenannte Einzeldruckverluste oder Rohrwidestandsbeiwerte ζ . In der vorliegenden Arbeit wird die integrale Rauheit k_i verwendet, welche die Rauheitshöhe k_s und die Rohrwidestandsbeiwerte ζ zusammenfasst. Eine Modellierung von Einzeldruckverlusten erfolgt so ausschließlich über eine Anpassung von k_i .

Für die verschiedenen Gebiete der hydraulischen Strömung werden nachfolgend die gängigen Berechnungsgrundlagen vorgestellt (Mischner [30, 23]). Häufig erfolgt die Bestimmung der Rohrreibungszahl durch implizite Interpolationsgleichungen. Für das la-

⁶ In der Literatur wird sehr häufig der Begriff Rauigkeit [22, 28] oder Rauigkeit [30] verwendet. In dieser Arbeit wird damit gleichbedeutend der modernere Begriff Rauheit verwendet.

minare Gebiet erfolgt die Berechnung der Rohrreibungszahl nach dem Ansatz von Hagen-Poiseuille (1839-1841) [30] zu:

$$\lambda_{\text{lam}} = \frac{64}{\text{Re}} \quad (2.19)$$

Für hydraulisch glatte Rohre im turbulenten Gebiet für Reynoldszahlen $\text{Re} < 10^5$ wird der Ansatz von Blasius (1913) [31] verwendet:

$$\lambda_{\text{turb}} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \quad (2.20)$$

Der Ansatz von Prandtl (1932) [32, 33] für hydraulisch glatte Rohre mit $\text{Re} > 10^5$ lautet:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\text{turb}}}} = 2 \log(\text{Re} \sqrt{\lambda_{\text{turb}}}) - 0,8 \quad (2.21)$$

Colebrook und White (1939) liefern für hydraulisch raue Rohre den Ansatz [34]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\text{turb}}}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda_{\text{turb}}}} + \frac{k_i}{3,71 D} \right) \quad (2.22)$$

Für sehr große Reynoldszahlen $\text{Re} > 10^7$ gilt die Gleichung von Nikuradse (1933) [35]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\text{turb}}}} = -2 \log \left(\frac{k_i}{3,71 D} \right) \quad (2.23)$$

Allen Ansätzen ist gemein, dass diese nur eine begrenzte Gültigkeit aufweisen. Weiterhin haben die impliziten Ansätze den Nachteil, dass diese nicht explizit lösbar sind. Diesen Nachteil versucht die Gl. (2.24) nach Hofer (1973) [30, 36] durch Annäherung an Colebrook und White sowie Nikuradse auszugleichen. Auch dieser Ansatz weist noch die Beschränkung auf das turbulente Gebiet auf:

$$\lambda_{\text{turb}} = \frac{1}{\left(2 \log \left(\frac{4,518}{\text{Re}} \log \left(\frac{\text{Re}}{7} \right) + \frac{k_i}{3,71 D} \right) \right)^2} \quad (2.24)$$

Einen universellen Ansatz für das gesamte Gebiet laminarer und turbulenter Strömung liefert Zanke (1993) [37, 38]. Dieser Ansatz wird im laminaren Gebiet zu Hagen-Poiseuille und im turbulenten Gebiet nähert er sich Blasius, Colebrook und White sowie Nikuradse an. Erstmals ist es mit dieser Gleichung möglich, das Umschlagsgebiet kontinuierlich zu beschreiben. Basierend auf diesen Vorteilen wird im Rahmen dieser Arbeit der Ansatz von Zanke für die Bestimmung der Rohrreibungszahl verwendet:

$$\lambda = (1 - \alpha) \lambda_{\text{lam}} + \alpha \lambda_{\text{turb}} \quad (2.25)$$

Mit:

$$\alpha = e^{-e^{-(0,0025\text{Re}-6,75)}} \quad (2.26)$$

$$\lambda = (1 - \alpha) \frac{64}{\text{Re}} + \alpha \left[-2 \log \left(2,7 \frac{(\log(\text{Re}))^{1,2}}{\text{Re}} + \frac{k_i}{3,71 D} \right) \right]^{-2} \quad (2.27)$$

Bild 2.3 zeigt ein sogenanntes Moody-Diagramm mit doppelt-logarithmischer Auftragung. Es sind die mit dem Zanke-Ansatz berechneten Rohrreibungszahlen für das gesamte hydraulische Gebiet dargestellt. Sehr gut zu erkennen ist der plötzliche Anstieg der Rohrreibungszahlen im Bereich kritischer Reynoldszahlen und deren kontinuierlicher Verlauf. Ebenfalls sichtbar ist die Abhängigkeit der Rohrreibungszahl von dem Verhältnis der integralen Rauheit zum Durchmesser der Rohrleitung.

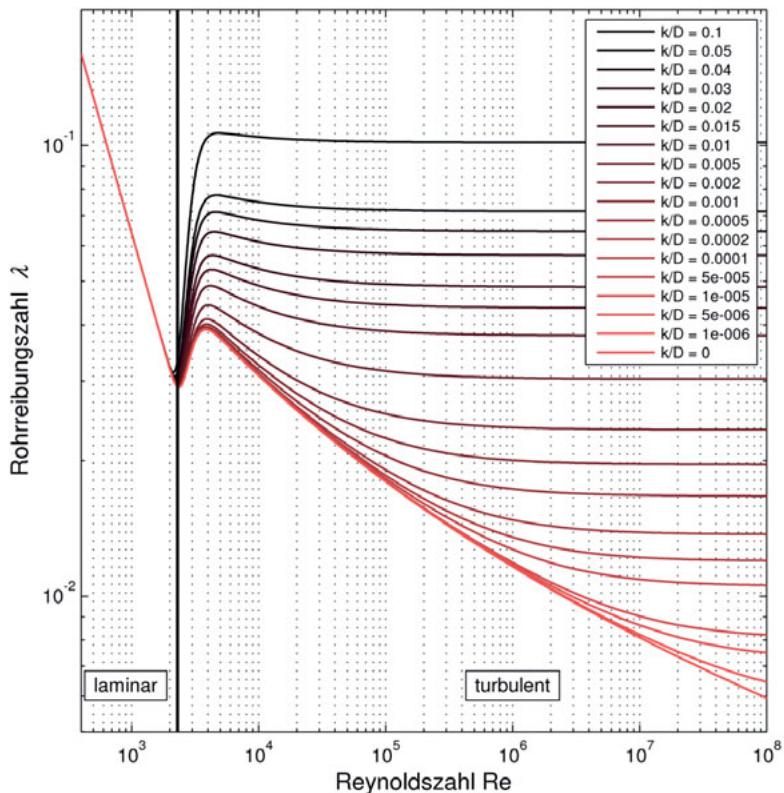


Bild 2.3 Doppelt-logarithmisches Moody-Diagramm mit den nach Zanke [37, 38] berechneten Rohrreibungszahlen für das gesamte hydraulische Gebiet.

2.3 BERECHNUNG VON STOFFDATEN

Die genaue Wiedergabe des Realgasverhaltens ist für die strömungstechnische Simulation von Erdgasversorgungssystemen unverzichtbar. In diesem Abschnitt werden die für die Beschreibung des Realgasverhaltens verwendeten Zustandsgleichungen vorgestellt, insbesondere die Standard GERG-88 Virial Equation (SGERG) von Jaeschke und Humphreys [39].

Die Anforderungen an Zustandsgleichungen für Gasverteilnetze sind moderat, es ist lediglich das thermische Zustandsverhalten für Drücke bis $p = 80$ bar zu modellieren. Das Erdgas liegt dabei als homogene Gasphase vor, Phasenwechsel treten nicht auf (siehe Abschnitt 2.1). Ein besonderes Augenmerk liegt jedoch auf den verfügbaren Eingangsdaten.

Hochgenaue Zustandsgleichungen für Erdgase sind z.B. die AGA8-DC92 von Starling und Savidge [40] oder die an der Ruhr-Universität Bochum entwickelte GERG 2004 von Kunz et al. [41] bzw. GERG 2008 Gleichung von Kunz und Wagner [42]. Die GERG 2004 bzw. GERG 2008 decken das gesamte Zustandsgebiet ab. Gleichzeitig erfordern diese drei Zustandsgleichungen als Eingangsdaten neben Druck und Temperatur eine vollständige Analyse aller vorhandenen Komponenten. Ferner ist der erforderliche Rechen(zeit)aufwand zur Beschreibung des Realgasverhaltens nicht zu vernachlässigen.

In der Praxis ist die kontinuierliche Beschaffung einer vollständigen Analyse des transportierten Erdgases eine Herausforderung. Für Transportnetze ist der Beschaffungsaufwand handhabbar⁷, für regionale Erdgasverteilnetze oder Ortsnetze ist dieser Aufwand i.d.R. nicht mehr vertretbar. Vor diesem Hintergrund wurde mit der SGERG [39] eine spezielle Zustandsgleichung entwickelt, die anstelle einer vollständigen Analyse sämtlicher Komponenten nur die Kombination aus Brennwert, relativer Dichte und CO₂-Anteil (ggf. auch H₂-Anteil) erwartet. Die SGERG ist vom Typ einer Virial-Zustandsgleichung und wird nachfolgend vorgestellt.

2.3.1 VIRIAL-ZUSTANDSGLEICHUNGEN

Das Realgasverhalten jedes Gases wird beschrieben durch die bekannte Gleichung (2.28). Der Realgasfaktor z beschreibt hierbei die Abweichung von einem idealen Gas, ρ_m entspricht der molaren Dichte und R_m kennzeichnet die universelle Gaskonstante. Für reale Gase ist der Realgasfaktor z abhängig von Druck p , Temperatur T und der Zusammensetzung x .

$$\frac{p}{\rho_m} = z R_m T \quad (2.28)$$

⁷ In der Regel sind heute Transportnetze mit Prozessgaschromatografen ausgestattet. Früher wurde die Gasbeschaffenheit jedoch mit Kalorimeter und Normdichtewaage bestimmt. Von diesen Eingangsgrößen wurde dann eine Zustandsgleichung abgeleitet.

Die hier vorgestellten Virial-Zustandsgleichungen⁸ stellen eine Reihenentwicklung nach der molaren Dichte in der folgenden Form dar:

$$z = \frac{p}{\rho_m R_m T} = 1 + B(T)\rho_m + C(T)\rho_m^2 + \dots \quad (2.29)$$

Die Wahl der Reihenentwicklung nach ρ_m ist in der statistischen Mechanik begründet [Jaeschke et al. [43]]. Die Parameter der Gleichung, die sogenannten Virialkoeffizienten, sind abhängig von den intermolekularen Kräften. Ein Vorteil von Virialgleichungen gegenüber anderen Zustandsgleichungen wie z.B. von Redlich-Kwong-Soave [44, 45] oder Peng-Robinson [46] ist die Tatsache, dass für Multikomponentengemische Mischungsregeln der Virialkoeffizienten aus der statistischen Mechanik abgeleitet werden können [43]. Nachteilig für Virialgleichungen ist die Konvergenz in nur einem limitierten Bereich der Dichte [43].

Eine nach dem dritten Term abgeschnittene Virialgleichung entspricht Gl. (2.30). In dieser Gleichung beschreiben $B_{\text{mix}}(T, x)$ und $C_{\text{mix}}(T, x)$ die zweiten und dritten Virialkoeffizienten, welche ausschließlich von Temperatur und der Zusammensetzung des Gemisches abhängen.

$$z(p, T) = 1 + B_{\text{mix}}(T, x)\rho_m + C_{\text{mix}}(T, x)\rho_m^2 \quad (2.30)$$

Die Mischungsregeln ergeben sich zu:

$$B_{\text{mix}}(T, x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j B_{ij}(T) \quad (2.31)$$

$$C_{\text{mix}}(T, x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N x_i x_j x_k C_{ijk}(T) \quad (2.32)$$

Wobei x_i , x_j und x_k den molaren Anteilen der i -ten, j -ten und k -ten Komponente entsprechen. Aus molekularen Betrachtungen gilt stets $B_{ij} = B_{ji}$ und $C_{ijj} = C_{iji} = C_{jii}$. Für ein binäres Gemisch gilt damit:

$$B_{\text{mix}}(T, x) = x_i^2 B_{ii}(T) + 2 x_i x_j B_{ij}(T) + x_j^2 B_{jj}(T) \quad (2.33)$$

$$C_{\text{mix}}(T, x) = x_i^3 C_{iii}(T) + 3 x_i^2 x_j C_{iij}(T) + 3 x_i x_j^2 C_{ijj}(T) + x_j^3 C_{jjj}(T) \quad (2.34)$$

Die Temperaturabhängigkeit der zweiten und dritten Virialkoeffizienten wird i.d.R. mit einem quadratischen Polynom dargestellt.

⁸ Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden aus Gründen der einfachen Lesbarkeit Virial-Zustandsgleichungen als Virialgleichungen bezeichnet.

$$B(T) = b^{(0)} + b^{(1)}T + b^{(2)}T^2 \tag{2.35}$$

$$C(T) = c^{(0)} + c^{(1)}T + c^{(2)}T^2 \tag{2.36}$$

2.3.2 SGERG ZUSTANDSGLEICHUNG

Die eingangs erwähnte SGERG Zustandsgleichung [39] basiert auf der Master-GERG-88 Zustandsgleichung von Jaeschke et al. [43] und ist damit vom Typ einer Virialgleichung. Die SGERG benutzt nur einen reduzierten Satz von Eingabegrößen anstelle einer detaillierten Gasanalyse mit 13 Komponenten der MGERG-88. Neben Druck und Temperatur werden die drei Größen Brennwert H_s , relative Dichte ρ_{rel} und CO₂-Anteil x_{CO2} benötigt. Selbst mit diesen minimalen Informationen ist es möglich, den Realgasfaktor $z(p, T)$ mit einer Unsicherheit von 0,1 % zu bestimmen. Der Gültigkeitsbereich ist Tabelle 2.1 zu entnehmen.

Tabelle 2.1 Gültigkeitsbereich und Genauigkeit von MGERG-88 und SGERG.

Bereich	MGERG-88	SGERG-88
Eingangsdaten	13 Komponenten	H_s, ρ_{rel}, x_{CO2} , ggf. x_{H2}
Gültigkeit Druck p	$0 \text{ MPa} \leq p \leq 12 \text{ MPa}$	$0 \text{ MPa} \leq p \leq 12 \text{ MPa}$
Gültigkeit Temperatur T	$265 \text{ K} \leq T \leq 335 \text{ K}$	$265 \text{ K} \leq T \leq 335 \text{ K}$
Gültigkeit vereinfachte Gasanalyse		
Brennwert H_s	-	$19 \text{ MJ/m}^3 \leq H_s \leq 48 \text{ MJ/m}^3$
Relative Dichte ρ_{rel}	-	$0,55 \leq \rho_{rel} \leq 0,90$
Molarer Anteil Stickstoff x_{N2}	$0 \leq x_{N2} \leq 0,5$	$0 \leq x_{N2} \leq 0,5$
Molarer Anteil Kohlendioxid x_{CO2}	$0 \leq x_{CO2} \leq 0,3$	$0 \leq x_{CO2} \leq 0,3$
Molarer Anteil Wasserstoff x_{H2}	$0 \leq x_{H2} \leq 0,1$	$0 \leq x_{H2} \leq 0,1$
Voraussagegenauigkeit in z	$\pm 0,1\%$	$\pm 0,1\%$

Das wesentliche Prinzip der SGERG Neuentwicklung ist, jedes Erdgas als ein Drei-Komponenten-Gemisch zu betrachten, welches Kohlendioxid, Stickstoff und ein „äquivalentes Kohlenwasserstoffgas“ CH enthält [39].

Insbesondere ist hervorzuheben, dass die SGERG die beschriebene Genauigkeit nur für alle thermisch aufbereiteten Erdgase erzielen kann [39]. Grund ist, dass durch Rektifikation in thermisch aufbereiteten Erdgasen neben Methan alle höheren Kohlenwasserstoffe in einem ähnlichen Verhältnis auftreten. Dieses Verhältnis ist essentiell zur Charakterisierung des „äquivalenten Kohlenwasserstoffgases“ und besteht etwa aus:

$$\frac{x_{C(i)H(2i+2)}}{x_{C(i+1)H(2(i+1)+2)}} = 3 \tag{2.37}$$

2.4 GRAPHENTHEORIE ZUR BESCHREIBUNG VON NETZEN

Um die Berechnung von Gasverteilnetzen durchführen zu können, ist eine geeignete Abbildung der Topologie der Gasverteilnetze sowie der zugehörigen physikalischen Eigenschaften erforderlich (siehe Abschnitt 2.1). In diesem Zusammenhang wird auf die mathematische Graphentheorie (Diestel [47]) zur Darstellung zurück gegriffen, welche nachfolgend vorgestellt wird.

2.4.1 BEGRIFFSDEFINITIONEN

Ein Graph ist eine Menge von Knoten und Kanten, siehe Bild 2.4a. Wie bereits in Abschnitt 2.1 beschrieben, können sowohl Knoten als auch Kanten bestimmte Eigenschaften zugeordnet werden, wie z.B. Abnahme in den Knoten oder Ventilposition der Kanten. Falls die Ereignisse auf den Kanten eine vorgegebene Richtung aufweisen, wird von gerichteten Kanten gesprochen (Bild 2.4b). Falls eine Kante einem Knoten entspringt und in demselben Knoten endet, wird von einer Graphenschleife (Bild 2.4c) gesprochen. Die Existenz von Graphenschleifen in einem Gasverteilnetz ist auszuschließen [23].

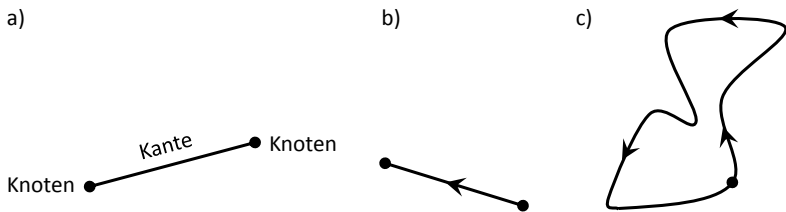


Bild 2.4 Knoten und Kanten eines Graphen: a) Knoten und Kante, b) gerichtete Kante, c) Graphenschleife.

Im mathematischen Sinne sind Gasverteilnetze planare, gerichtete Graphen. Nach der Graphentheorie besteht ein Graph aus k Knoten und n Kanten. Für Gasverteilnetze gilt, dass die Anzahl der Kanten stets größer gleich der Anzahl Knoten minus Eins sei:

$$n \geq k - 1 \quad (2.38)$$

Situationen eines nicht verbundenen Graphens, wie in Bild 2.5a dargestellt, sind damit ausgeschlossen. Als ein Baum wird in Bild 2.5b der Fall bezeichnet, dass von jedem Knoten des Netzes jeder andere beliebige Knoten erreicht werden kann. Gas kann nur auf einem Weg von der Einspeisestelle zu den Ausspeisestellen fließen. Dies ist in Bild 2.5c nicht mehr gegeben, da der Graph eine sogenannte Masche aufweist, welche durch Hinzufügen einer weiteren Kante entstanden ist. Ein Graph enthält dann eine Masche, wenn die Kantenanzahl größer gleich der Knotenanzahl ist. Je mehr Maschen in einem Graphen vorhanden sind, desto mehr Wege entstehen, um Gas von der Einspeisestelle zu den Ausspeisestellen zu transportieren [23].

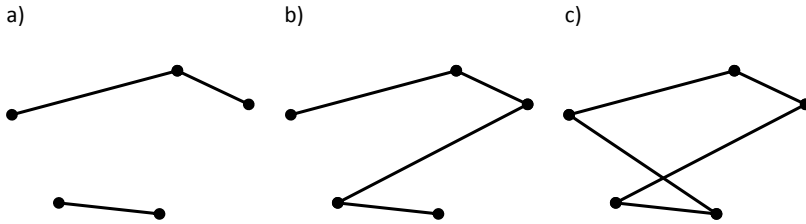


Bild 2.5 Knoten-Kanten-Verhältnis in planaren Graphen: a) isolierte Bereiche (5 Knoten, 3 Kanten), b) Baum (5 Knoten, 4 Kanten), c) Masche (5 Knoten, 5 Kanten).

Mit adjacent⁹ werden zwei Knoten eines Graphens bezeichnet, die durch eine Kante miteinander verbunden sind. Zwei Kanten, die einen gemeinsamen Anfangs- oder Endpunkt haben, werden ebenfalls als adjacent bezeichnet (Rüdiger [48]). Als inzident¹⁰ werden Kanten im Graphen benannt, die einer Masche zugehörig sind [23].

2.4.2 MATHEMATISCHE BESCHREIBUNGSMETHODEN VON NETZEN

Adjazenzmatrix und Inzidenzmatrix

Zur formalisierten Darstellung der Topologie eines Gasverteilnetzes werden in der Literatur [48, 23] Adjazenzmatrizen und Inzidenzmatrizen verwendet. Adjazenzmatrizen beschreiben die Beziehung von Knoten und Kanten und bestehen aus k Spalten und n Reihen. Die Elemente bestehen aus 1, falls die betrachtete Kante mit dem untersuchten Knoten verbunden ist, andernfalls aus 0 [23]. Es wird für den weiteren Verlauf dieser Arbeit definiert, dass eine Kante immer durch Start- und Endknoten gekennzeichnet wird. In Bild 2.6 hat beispielsweise die oberste Kante von Knoten 1 zu Knoten 2 damit die Bezeichnung „12“.

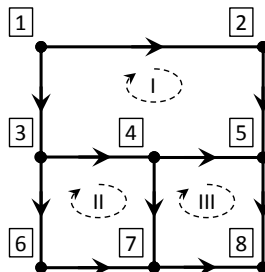


Bild 2.6 Vermaschtes Netz aus acht Knoten und zehn Kanten.

Die Inzidenzmatrix stellt die Zugehörigkeit der Kanten zu den Maschen dar. Die Elemente der Inzidenzmatrix nehmen ebenfalls die Werte 0 oder 1 an. Falls die betrachtete Kan-

⁹ Mathematischer Ausdruck für benachbart, angrenzend.

¹⁰ Mathematischer Ausdruck für gemeinsame Punkte besitzend.

te nicht zur untersuchten Masche gehört, erhält das Element der Inzidenzmatrix den Wert 0, im gegenteiligen Fall den Wert 1 [23].

Nachfolgend sind Adjazenz- (Gl. (2.39)) und Inzidenzmatrix (Gl. (2.40)) für den Beispielgraphen aus Bild 2.6 dargestellt. Das hier dargestellte Netz enthält drei linear unabhängige Maschen, deren Definition im nächsten Absatz stattfindet.

$$\begin{array}{c} \text{Knoten/} \\ \text{Kante} \end{array} \begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \\ \left(\begin{array}{cccccccc} 12 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 13 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 25 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 34 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 36 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 45 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 47 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 58 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 67 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 78 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \end{array} \quad (2.39)$$

$$\begin{array}{c} \text{Kante/} \\ \text{Masche} \end{array} \begin{array}{c} 12 \quad 13 \quad 25 \quad 34 \quad 36 \quad 45 \quad 47 \quad 58 \quad 67 \quad 78 \\ \left(\begin{array}{cccccccccc} \text{I} & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \text{II} & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \text{III} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \end{array} \quad (2.40)$$

Linear unabhängige Maschen und der Algorithmus von Prim [49]

Linear unabhängige Maschen sind zur Lösung linear unabhängiger Gleichungssysteme notwendig, da sie über das zweite Kirchhoffsche Gesetz (siehe nächster Absatz) eine weitere Gleichung zur Verfügung stellen. Aus diesem Grund ist die algorithmische Identifizierung dieser Maschen entscheidend und erfolgt in dieser Arbeit nach dem Algorithmus von Prim [49], welcher zur Klasse der gierigen Algorithmen¹¹ gehört. Der genannte Algorithmus findet einen minimalen Spannbaum¹². Ein Spannbaum enthält alle Knoten eines Graphen, und verbindet diese durch einen Baum. Spannbäume existieren nur in zusammenhängenden Graphen. Nicht zusammenhängende Graphen sind bereits ausgeschlossen, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben. Alle Kanten, die nicht Teil des Spannbaums sind, stellen automatisch Kanten einer linear unabhängigen Masche dar. Als Kantengewicht wird in dieser Arbeit das Produkt aus Rohrleitungsdurchmesser und Rohrleitungslänge definiert und jeweils die Kante mit dem niedrigsten Gewicht ausgewählt.

¹¹ Gierige Algorithmen (engl. „greedy-algorithms“) sind eine spezielle Klasse in der Informatik. Sie zeichnen sich durch die schrittweise Auswahl von Folgezuständen aus und finden zu jedem Zeitpunkt das Optimum. Damit sind diese Algorithmen oft schnell, finden aber meist nicht das globale Optimum.

¹² Englischer Begriff in der Informatik: „Minimum spanning tree“. Häufig Bestandteil von Approximationsalgorithmen, wie z.B. „das Problem des Handlungsreisenden“ (engl. „travelling salesman problem“).

Das erste und zweite Kirchhoffsche Gesetz

Bezogen auf die strömungstechnische Simulation eines Gasverteilnetzes werden die Kirchhoffschen Gesetze der Elektrotechnik abgewandelt. Das erste Kirchhoffsche Gesetz besagt, dass die Summe der zu- und abfließenden Masse pro Stunde an einem Knoten Null ist. Eine Speicherung von Masse an einem Knoten ist folglich nicht möglich:

$$\sum_i m_i = 0 \quad (2.41)$$

Das zweite Kirchhoffsche Gesetz besagt, dass die Summe aller Druckänderungen in einer geschlossenen Masche gleich Null ist:

$$\sum_i \Delta p_i = 0 \quad (2.42)$$

Verstöße gegen das zweite Kirchhoffsche Gesetz führen zu Drucksprüngen in einer Masche, d.h. an ein und demselben Knoten herrschen gleichzeitig zwei unterschiedliche Drücke. Dieser Druckunterschied würde zu einer Ausgleichsströmung führen, bei der der Druckunterschied abgebaut wird [23]. In Abschnitt 3.2.5 wird die Umsetzung und Implementierung dieses Gesetzes erläutert.

In der Literatur finden sich verschiedene Lösungsalgorithmen für die Berechnung eines stationären Strömungszustands, insbesondere Rüdiger [48] und Mischner [23] sind in diesem Zusammenhang zu erwähnen. Aufgrund der Notwendigkeit zur Berechnung instationärer Strömungszustände wird in dieser Arbeit in Kapitel 3 ein neuer Lösungsansatz präsentiert.

2.5 GELTENDE REGELWERKE IN DEUTSCHLAND

Das Ziel der Simulation des Strömungszustands von Gasverteilnetzen ist es, die Simulationsergebnisse zur Abrechnung zu verwenden. In diesem Abschnitt wird das in Deutschland für die Abrechnung gültige Regelwerk kurz vorgestellt und zusammengefasst (siehe Abschnitt 2.5.2). Zur Komplementierung der Rahmenbedingungen wird zunächst in Abschnitt 2.5.1 ein Überblick über die zur Einspeisung in Gasverteilnetze freigegebenen Gasbeschaffenheiten gegeben.

2.5.1 DVGW ARBEITSBLATT G 260

Das DVGW Arbeitsblatt G 260 legt die Anforderungen an die Beschaffenheit von Brenngasen¹³ der öffentlichen Gasversorgung in Deutschland fest und stellt Rahmenbedingungen für die Gaslieferung, den Gastransport, die Speicherung, den Betrieb sowie die Entwicklung, Normung und Prüfung auf (DVGW Arbeitsblatt G 260 [50]). In der G 260 wird zwischen der ersten Gasfamilie (wasserstoffreiche Gase, z.B. Kohleverkockung), der zwei-

¹³ Brenngase sind gasförmige Brennstoffe gemäß DIN 1340 [50].

ten Gasfamilie (methanreiche Gase) und der dritten Gasfamilie (Flüssiggase nach DIN 51622 [50]) unterschieden. Gase der ersten Gasfamilie werden seit 1995 nicht mehr in Deutschland verteilt. Die zweite Gasfamilie wird entsprechend des Wobbe-Indizes in die Gruppen L (low) und H (high) unterteilt und ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit von wesentlichem Interesse.

Der Wobbe-Index W_s ist definiert als der Quotient aus Brennwert und der Wurzel aus relativer Dichte¹⁴ d im Normzustand, siehe Gl (2.43). Über den Wobbe-Index wird die Austauschbarkeit von Gasen hinsichtlich der Wärmebelastung der Gasgeräte angegeben. Brenngase unterschiedlicher Zusammensetzung zeigen bei gleichem Wobbe-Index und unter gleichem Druck am Brenner eine annähernd gleiche Wärmebelastung.

$$W_s = \frac{H_{s,n}}{\sqrt{\frac{\rho_{n,Gas}}{\rho_{n,Luft}}}}$$

(2.43)

Der Brennwert eines Gases ist nach DIN EN ISO 6976 gegeben durch den negativen Wert der Reaktionsenthalpie, die bei der Verbrennung von 1 mol oder 1 m³ Gas unter konstantem Druck $p = 1,01325$ bar auftritt. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Temperatur der Reaktionsprodukte nach der Verbrennung gleich der Temperatur der an der Reaktion beteiligten Komponenten vor der Verbrennung ist. Die Bezugstemperatur ist in Deutschland auf 25 °C festgesetzt [50], das Volumen bezieht sich auf den Normzustand. Der Brennwert stellt die bei vollständiger Verbrennung eines trockenen Gases freiwerdende Wärme dar, wenn als Verbrennungsprodukte Kohlenstoffdioxid gasförmig, Wasser flüssig und Schwefeldioxid gasförmig auftreten [50].

Nachfolgend sind in Tabelle 2.2 die brenntechnischen Kenndaten der zweiten Gasfamilie nach G 260 [50] abgebildet. Darüber hinaus sind in Bild 2.7 die Kenndaten grafisch dargestellt und typische Erdgase der Gruppe L und H mit ihrem jeweiligen Wobbe-Index und Brennwert eingetragen.

Die G 260 gibt zusätzlich zu den brenntechnischen Kenndaten weitere maximale Richtwerte und Erläuterungen zu Gasbegleitstoffen und Anschlussdrücken an. Für das Verständnis der vorliegenden Arbeit sind diese aber nicht zwingend notwendig, so dass hier nicht weiter darauf eingegangen wird.

Tabelle 2.2 Brenntechnische Kenndaten der zweiten Gasfamilie.

Bezeichnung	Gruppe L	Gruppe H
Wobbe-Index W_s in kWh/m ³	$11 \leq W_s \leq 13$	$13,6 \leq W_s \leq 15,7$
Brennwert H_s in kWh/m ³	$8,4 \leq H_s \leq 13,1$	
Relative Dichte d	$0,55 \leq d \leq 0,75$	

¹⁴ Die relative Dichte d ist das Verhältnis der Dichte des Gases zur Dichte der trockenen Luft bei gleicher Temperatur und gleichem Druck.

In der G 260 werden Ergänzungsregeln für Gase der zweiten Gasfamilie festgelegt, da die Beschaffenheit von Erdgasen nicht immer den Anforderungen dieses Arbeitsblatts entspricht. Zur Einstellung der gewünschten brenntechnischen Kenndaten können Gase der zweiten Gasfamilie z.B. mit Luft, Stickstoff, anderen Erdgasen oder Flüssiggasen konditioniert werden.

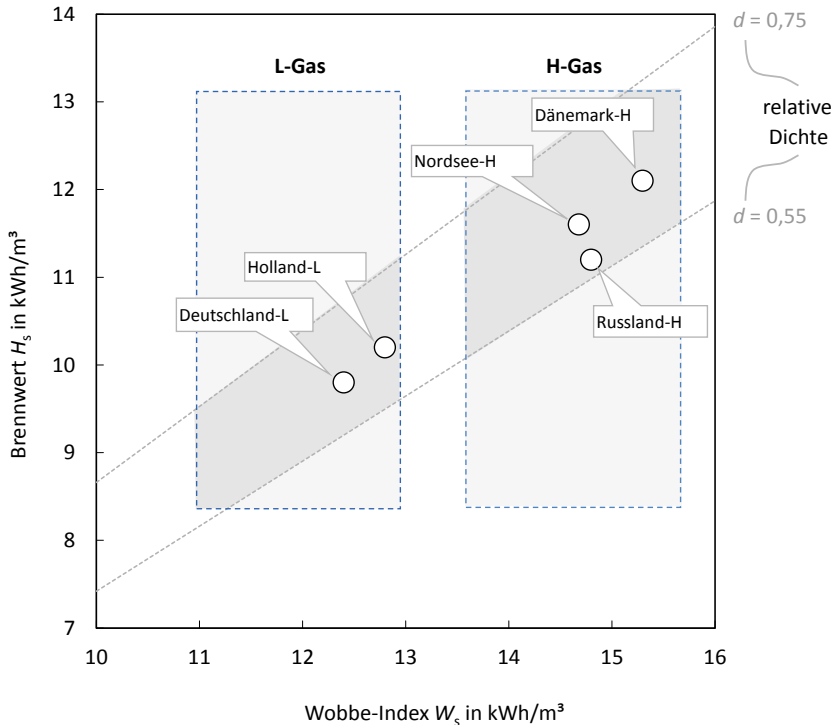


Bild 2.7 Brenntechnische Kenndaten der zweiten Gasfamilie und typische Erdgase der Gruppe L und H (Schley [51]).

2.5.2 DVGW ARBEITSBLATT G 685

Das DVGW Arbeitsblatt G 685 regelt die Verfahren zur Messung und Ermittlung der Daten zur Abrechnung von Gasen, die dem DVGW Arbeitsblatt G 260 entsprechen und gilt für diverse Marktteilnehmer wie z.B. Netzbetreiber, Messdienstleister oder Transportkunden [2]. Abrechnungsrelevante Messwerte¹⁵ und abrechnungsrelevante Daten sind Werte, die im geschäftlichen oder amtlichen Verkehr zur Berechnung des Normvolumens, der thermischen Leistung oder thermischer Energie verwendet werden [2]. Der Abrechnungsbrennwert wird definiert als der für eine Abrechnungszeitspanne für die Abrechnung zugrunde liegende mittlere Brennwert [2]. Durch Mittelwertbildung über

¹⁵ Messwerte sind im Arbeitsblatt G 685 stets mit einem geeichten Messgerät oder -system zu ermitteln.

die Abrechnungszeitspanne wird aus gemessenen Brennwerten oder aus den Einspeisebrennwerten eines Netzes der Abrechnungsbrennwert bestimmt. Für die vorliegende Arbeit ist der Abrechnungsbrennwert von besonderem Interesse, da das entwickelte Verfahren der strömungstechnischen Simulation zur Bestimmung des Abrechnungsbrennwertes genutzt werden soll (siehe Abschnitt 2.6).

Die Mittelwertbildung erfolgt grundsätzlich volumengewichtet, die arithmetische Mittelwertbildung ist nur bei Abrechnungszeitspannen kleiner oder gleich einem Monat gestattet [2]. Je nach Länge der Abrechnungszeitspanne sind Stunden-, Tages- oder Jahresmittelwerte zulässig [2]. Somit stellen Stundenwerte in der G 685 die kleinste Zeiteinheit dar.

Ermittlung des Abrechnungsbrennwertes

Allgemein ist der Abrechnungsbrennwert für den einzelnen Ausspeisepunkt entsprechend seiner regionalen Lage zu ermitteln. Der Abrechnungsbrennwert darf nicht um mehr als zwei Prozent von dem mittleren Brennwert des während der Abrechnungszeitspanne gelieferten Gases abweichen [2]. Die sogenannte 2 %-Grenze leitet sich von dieser maximal zulässigen 2 %-Abweichung ab. In der G 685 wird die 2 %-Grenze jedoch wie folgt definiert: Im betreffenden Netz dürfen sich die Mittelwerte der Einspeisebrennwerte während der Abrechnungszeitspanne um nicht mehr als 2 % von dem mengengewichteten Brennwert unterscheiden [2]. Falls die Mittelwerte der Einspeisebrennwerte um mehr als 2 % vom mengengewichteten Brennwert abweichen, ist die maximal zulässige 2 %-Abweichung zwischen Abrechnungsbrennwert und geliefertem Gas trotzdem einzuhalten. Demzufolge wird im weiteren Verlauf der Arbeit der Begriff 2 %-Grenze verwendet, wenn nach G 685 von der maximal zulässigen 2 %-Abweichung die Rede ist.

Grundsätzlich wird bei der Ermittlung des Abrechnungsbrennwertes in zwei Fälle unterschieden. Für den ersten Fall einer Einseiteneinspeisung (siehe Bild 2.8 oben links) wird für jedes Netz oder Teilnetz der Einspeisebrennwert für die Abrechnungszeitspanne volumetrisch gemittelt und als Abrechnungsbrennwert verwendet. Im zweiten Fall handelt es sich um eine Mehrseiteneinspeisung (siehe Bild 2.8 oben rechts und unten), bei der Misch- und Pendelzonen entstehen.

In Abschnitt 2.2.1 sind die Begriffe „Vermaschung“ und „Brennwertbezirk“ definiert worden, es handelt sich um physikalisch oder bilanziell verbundene Ausspeiseknoten. In diesem Zusammenhang ergibt sich nach G 685 die Anforderung, dass für die verbundenen Ausspeiseknoten die Einhaltung der 2 %-Grenze ebenfalls sicherzustellen ist.

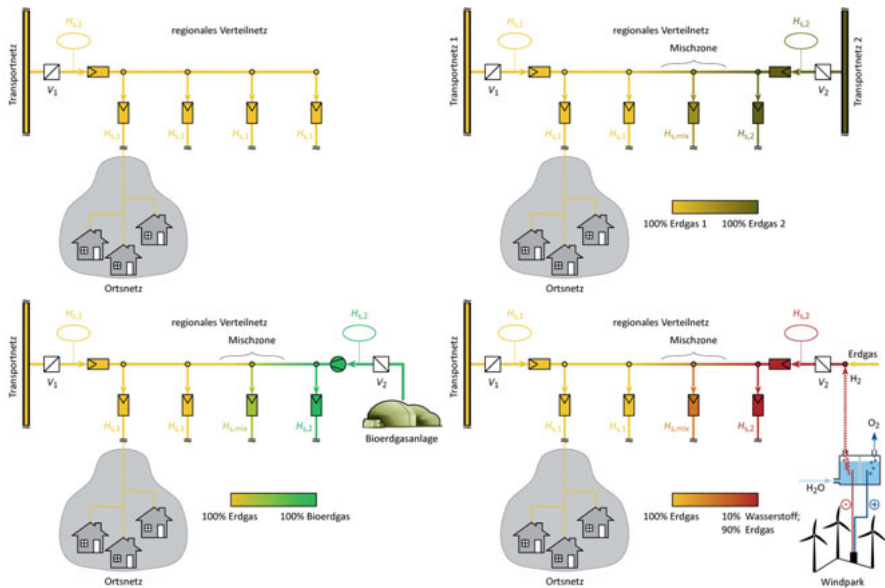


Bild 2.8 Vergleich verschiedener Einspeisesituationen. Einseiteneinspeisung (oben links) sowie Mehrseiteneinspeisung mit zweitem Erdgas (oben rechts), Bioerdgas (unten links) und Wasserstoff-Erdgasgemisch (unten rechts) (Schenk et al. [52]).

Die Pflicht zur Einhaltung der 2 %-Grenze hat bei Mehrseiteneinspeisungen in der Vergangenheit dazu geführt, dass unterschiedliche Einspeisebrennwerte angeglichen wurden. Bei einer Mehrseiteneinspeisung mit Bioerdgas erfolgte die Konditionierung des Brennwertes durch Zumischung von Propan (Flüssiggas der 3. Gasfamilie). Die Auswirkungen der Konditionierung auf den Brennwert sind exemplarisch in Bild 2.9 dargestellt. So sind beispielsweise ca. 5 mol-% Propan zuzumischen, um Bioerdgas auf den Brennwert von Nordsee-Erdgas-H zu bringen.

Neuerdings existiert mit dem in Abschnitt 2.6 beschriebenen Brennwertzuordnungsverfahren SmartSim eine Alternative zur Anpassung der Einspeisebrennwerte. Hierbei handelt es sich um ein Brennwertzuordnungssystem nach G 685, bei dem für jede Auspeisestelle ein individueller Abrechnungsbrennwert ermittelt wird. Somit kann auch bei einer Überschreitung der 2 %-Grenze für das Netz korrekt abgerechnet werden. Mit Brennwertzuordnungssystemen wird in Netzen mit unterschiedlichen Einspeisebrennwerten der Abrechnungsbrennwert dynamisch aus den Einspeisebrennwerten berechnet [2].

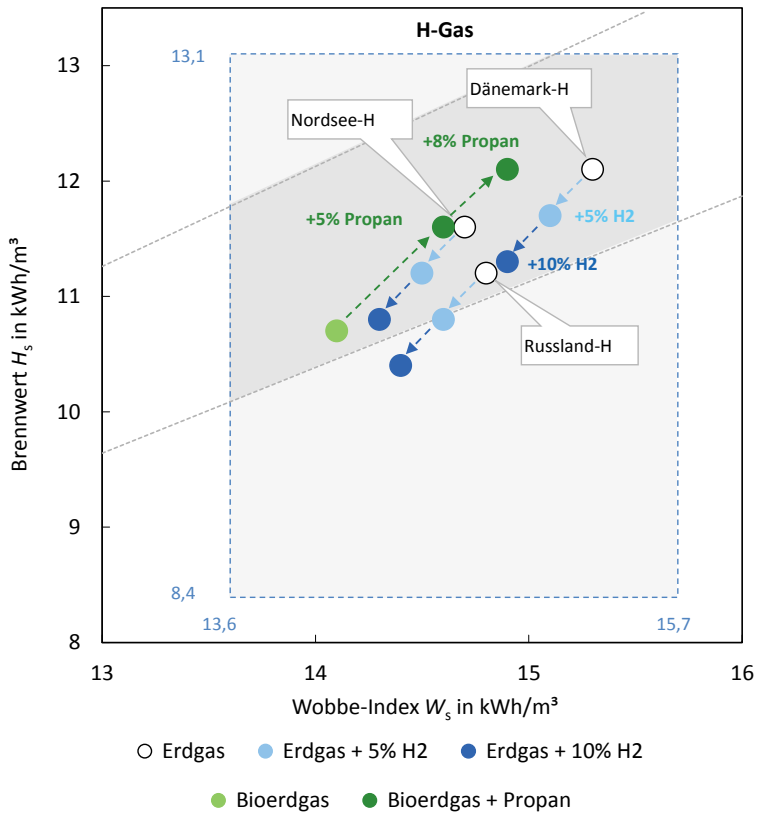


Bild 2.9 Auswirkungen der Konditionierung auf Brennwert und Wobbe-Index. Dargestellt sind zum einen die Konditionierung von Biogas mit Propan und zum anderen die Zumischung von Wasserstoff zu drei H-Gasen [51].

2.6 BRENNWERTZUORDNUNG MIT SMARTSIM

In diesem Abschnitt wird eine kurze Übersicht über die Software SmartSim gegeben, deren Hauptteil der in dieser Arbeit entwickelte Rechenkern darstellt (Hielscher et al. [53 bis 55, 6 bis 8, 52]). Es wird das verwendete Korrekturverfahren skizziert, das Ablaufschemata vorgestellt und auf die notwendigen Eingangsdaten eingegangen. Das Korrekturverfahren bereitet die verfügbaren Eingangswerte so auf, dass die anschließende Simulation mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Rechenkern erfolgen kann (siehe Kapitel 3).

Die entwickelte SmartSim-Software zur Brennwertzuordnung [6 bis 8] in regionalen Gasverteilnetzen verwendet die in Bild 2.10 dargestellten Eingangsgrößen, welche nach

Herkunft in die drei Kategorien „Leitsystem“, „Abrechnungssystem“ und „Messwerte“ eingeteilt werden.

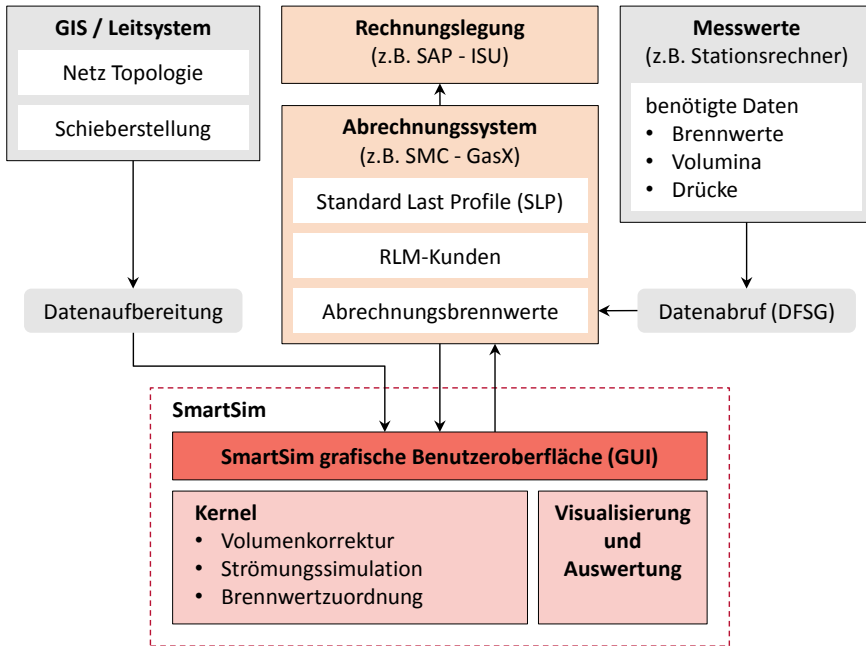


Bild 2.10 Eingangsdaten SmartSim [8].

Abgebildet wird das Gasverteilnetz mit sämtlichen Knoten, Rohren, Ventilen und Reglern durch die Netztopologie. Zu den Rohren zählen die wichtigen physikalischen Eigenschaften Rohrlänge, -durchmesser und -rauheit. Die Messdaten liegen in Stundenwerten vor und umfassen Brennwerte, Drücke und Volumina der Einspeiseknoten, Ausspeisevolumina von Großkunden (RLM)¹⁶ sowie die Ventilstellungen zur Steuerung des Netzes. Explizit sei darauf hingewiesen, dass es sich bei den sogenannten Volumina i.d.R. um Volumen pro Stunde und damit Volumenströme handelt. Im Rahmen dieser Arbeit wird allerdings der in der Gasindustrie häufig verwendete Begriff „Volumen“ zur Beschreibung von Volumenströmen verwendet. In der Kategorie SLP-Daten werden Kleinverbraucher erfasst. Die sogenannten Standard-Lastprofile (SLP) wurden an der TU München von Hellwig entwickelt [5] sowie durch den BDEW [17] und BGW [56] gepflegt. SLP berechnen den Energiebedarf eines Kleinverbrauchers in Abhängigkeit des gemessenen Periodenverbrauchs¹⁷, der Tagestemperatur sowie des Profiltyps. Die Nutzung von

¹⁶ Ein Großkunde mit registrierender Leistungsmessung (RLM) ist gekennzeichnet durch einen jährlichen Verbrauch von mindestens 1,5 GWh Gas oder eine stündliche Leistung von mehr als 500 kW.

¹⁷ Der Periodenverbrauch beschreibt den pro Kleinverbraucher gemessenen Gasverbrauch innerhalb eines bestimmten Abrechnungszeitraums und wird aus der Differenz des Zählerstands ermittelt. I.d.R. erfolgt das Ablesen des Zählerstands einmal pro Jahr oder pro Quartal.

Standard-Lastprofilen bietet sich insofern an, da eine mit erheblichen Kosten verbundene Aufrüstung der Messinfrastruktur vermieden wird¹⁸. Allerdings entspricht die Genauigkeit der über SLP Energiebedarf und vorherrschenden Brennwert ermittelten Ausspeisevolumina zunächst nicht der Güte, die für eine Brennwertverfolgung erforderlich wäre. Aus diesem Grund ist das im Folgenden skizzierte Korrekturverfahren entwickelt worden, auf dessen Basis die Genauigkeit der Ausspeisevolumina deutlich verbessert wird. Zunächst wird davon ausgegangen, dass in dem betrachteten Gasnetz die Normvolumina aller Einspeisestellen gemessen werden und somit die Summe des Einspeisevolumens genau bekannt ist. Der Zeitschritt t umfasst dabei stets eine Stunde, der Index i kennzeichnet einen einzelnen Knoten:

$$V_{E,n}(t) = \sum_i V_{E,n,i}(t) \quad (2.44)$$

Das Abnahmevolumen ergibt sich aus der Summe der gemessenen Ausspeisenormvolumina der RLM- und SLP-Kunden:

$$V_{A,n}(t) = V_{A,n,RLM}(t) + V_{A,n,SLP}(t) = \sum_i V_{A,n,RLM,i}(t) + \sum_i V_{A,n,SLP,i}(t) \quad (2.45)$$

Zeitliche Druckschwankungen und damit verbundene Änderungen des im Netz vorhandenen Gasvolumens werden berücksichtigt. Unter der Annahme konstanter Normdichten im Gasnetz gilt für die Volumenbilanz:

$$\Delta V_{Bilanz,n}(t) = V_{E,n}(t) - V_{A,n}(t) - \Delta V_{Netz,n}(t). \quad (2.46)$$

Die Unsicherheitsbeträge der Netzatmung $\Delta V_{Netz,n}(t)$ und der gemessenen Ein- und Ausspeisevolumina sind vergleichsweise gering, weshalb mögliche Bilanzabweichungen primär auf Ungenauigkeiten bei der Ermittlung der SLP-Volumina zurückzuführen sind. Folglich wird das nach Gl. (2.46) bestimmte Differenzvolumen $\Delta V_{Bilanz,n}(t)$ genutzt um die SLP-Volumina proportional zum Verbrauch zu korrigieren:

$$\hat{V}_{A,n,SLP,i}(t) = \left(1 + \frac{\Delta V_{Bilanz,n}(t)}{V_{A,n,SLP}(t)}\right) \cdot V_{A,n,SLP,i}(t) \quad (2.47)$$

Das Gesamtvolumen einer Ausspeisestelle i ergibt sich schließlich aus der Summe aller nachgelagerten RLM-Kunden und dem korrigierten SLP-Volumen:

$$V_{A,n,ges,i}(t) = \hat{V}_{A,n,SLP,i}(t) + V_{A,n,RLM,i}(t) \quad (2.48)$$

¹⁸ Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass neben der Anwendung von SLP weitere Verfahren zur Schätzung des Energiebedarfs von Kleinverbrauchern existieren. In diesem Zusammenhang wird auf die Paper von Brabec et al. [57], Sabo et al. [58], Vondracek et al. [59], Soldo [60] und Kralik [61] verwiesen.

Die SmartSim-Software läuft dabei vereinfacht in den folgenden drei Schritten ab, siehe auch SmartSim-Kernel in Bild 2.10:

- Volumenkorrektur
- Strömungssimulation, siehe Kapitel 3
- Brennwertzuordnung („Back-Propagation“)

Nachdem die Volumina jeder Stunde gemäß Gl. (2.47) korrigiert sind, wird der Strömungszustand des Netzes mit einer Strömungssimulation nach Kapitel 3 dieser Arbeit bestimmt. Damit sind die Strömungsgeschwindigkeiten sowie Massen- und Volumenströme in den einzelnen Rohren bekannt. Im letzten Schritt werden für jede Ausspeisestelle die Ausspeisevolumina rückwärts durch das Netz bis hin zu den Einspeisestellen verfolgt. Dies erfolgt mit Hilfe eines speziellen Gaspaketmodells, dem sogenannten „Back-Propagation“-Algorithmus. Dadurch ist SmartSim in der Lage, an jeder Ausspeisestelle die Anteile der eingespeisten Gase inklusive der Laufzeiten auszuweisen. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass die Ausspeisewerte stets den geeicht gemessenen Einspeisewerten zugeordnet werden. Darüber hinaus können weitere Gaskomponenten oder relevante Gaskennwerte wie z.B. Wobbe-Index, K -Zahl oder CO_2 -Emissionsfaktor in einem Rechenschritt von den Einspeisestellen abgeleitet werden. Als Ergebnis liefert SmartSim die Brennwerte für alle Ausspeisestellen des Netzes, die dann für die Abrechnung verwendet werden können. In der Regel wird der Abrechnungsbrennwert als volumengewichteter Monatsmittelwert bestimmt.

3 ENTWICKLUNG EINES NEUARTIGEN RECHENKERNS

Dieses Kapitel beschreibt den neu entwickelten Rechenkern zur Simulation des Strömungszustands in Gasverteilnetzen. Dieser Rechenkern zeichnet sich durch hohe Genauigkeit und extrem kurze Rechenzeit aus [8, 53]. In Abschnitt 3.1 wird die vereinfachte Zustandsgleichung vorgestellt, mit der das Realgasverhalten der zu simulierenden Fluide beschrieben wird. Nachfolgend in Abschnitt 3.2 wird das vollständige Modell zur Strömungssimulation aufgezeigt. In Abschnitt 3.3 wird das neu entwickelte Paketmodell zur Gasbeschaffenheitsverfolgung dargelegt und damit die Vorstellung der strömungstechnischen Simulation abgeschlossen.

3.1 ENTWICKLUNG EINER VEREINFACHTEN VIRIALGLEICHUNG

Die Beschreibung des Realgasverhaltens ist für eine genaue Simulation des Strömungszustands essentiell. Eine solche Simulation stellt jedoch besondere Anforderungen an die verwendete Zustandsgleichung. Zum einen sind die besonderen Eingangsgrößen (siehe Abschnitt 2.3.2) zu berücksichtigen, zum anderen wird die Zustandsgleichung bei der Strömungssimulation eines Monats mehrere Millionen Mal aufgerufen. In Anbetracht der Anforderungen, also sehr kurzer Rechenzeiten, stellt selbst die SGERG ein sehr zeitintensives Verfahren dar (siehe Abschnitt 4.4). Aus diesem Grund werden mit der SGERG einmalig die Virialkoeffizienten aller Einspeisestellen im Berechnungszeitraum bestimmt, welche dann zur Laufzeit der Strömungssimulation in der vereinfachten Zustandsgleichung weiter verwendet werden.

Die Anforderungen an die vereinfachte Zustandsgleichung sind in der nachfolgenden Tabelle 3.1 dargestellt. Aus der Definition von Transportnetzen (siehe Abschnitt 2.1.1) ergibt sich ein maximaler Druck von $p = 80$ bar. Ebenfalls kann der Temperaturbereich eingeschränkt werden. Aufgrund der Annahme einer isothermen Rohrströmung und dem Freischneiden von Verdichtern (siehe Abschnitt 2.2.2) sind Temperaturen oberhalb der Umgebungstemperatur physikalisch nicht möglich. Da Erdgasleitungen meist im Erdboden verlegt werden, werden i.d.R. Temperaturen unter 0 °C nicht erreicht. Eine maximale Abweichung in der Beschreibung des Realgasverhaltens durch die weiter vereinfachte Virialgleichung von $\pm 0,5\%$ ist vor dem Hintergrund der Reduzierung der Rechenzeit akzeptabel.

Tabelle 3.1 Anforderungen an die vereinfachte Zustandsgleichung.

Bereich	SGERG-88	vereinfachte Zustandsgleichung
Eingangsdaten	$H_s, \rho_{\text{rel}}, x_{\text{CO}_2}, \text{ggf. } x_{\text{H}_2}$	
Gültigkeit Druck p	$0 \text{ MPa} \leq p \leq 12 \text{ MPa}$	$0 \text{ MPa} \leq p \leq 8 \text{ MPa}$
Gültigkeit Temperatur T	$265 \text{ K} \leq T \leq 335 \text{ K}$	$273,15 \text{ K} \leq T \leq 300 \text{ K}$
Brennwert H_s	$19 \text{ MJ/m}^3 \leq H_s \leq 48 \text{ MJ/m}^3$	
Relative Dichte ρ_{rel}	$0,55 \leq \rho_{\text{rel}} \leq 0,90$	
Molarer Anteil Stickstoff x_{N_2}	$0 \leq x_{\text{N}_2} \leq 0,5$	
Molarer Anteil Kohlendioxid x_{CO_2}	$0 \leq x_{\text{CO}_2} \leq 0,3$	
Molarer Anteil Wasserstoff x_{H_2}	$0 \leq x_{\text{H}_2} \leq 0,1$	
maximale Abweichung Δz	$\pm 0,1\%$	$\pm 0,5\%$

Die vereinfachte Zustandsgleichung leitet sich von der SGERG ab und ist vom Typ einer Virialgleichung. Basierend auf den Anforderungen kann auf einen dritten Virialkoeffizienten verzichtet werden. Untersuchungen (siehe Abschnitt 4.1.1) zeigen, dass bei isothermen Zustandsbeschreibungen die Abweichung des Realgasverhaltens reduziert werden kann, wenn der zweite Virialkoeffizient $B_{i,t}$ in Abhängigkeit des Drucks anstelle der Dichte ausgedrückt wird.

Ausdrücklich sei darauf hingewiesen, dass der Virialkoeffizient $B_{i,t}(p_{\text{max}}, T)$ bei dieser vereinfachten Virialgleichung keine Druck- und Temperaturabhängigkeit besitzt. Stattdessen wird im betreffenden Simulationszeitraum der maximale Einspeisedruck p_{max} bestimmt, und dann $B_{i,t}(p_{\text{max}}, T)$ für jeden Einspeiseknoten i und -zeitschritt t zur Laufzeit berechnet. Die Temperatur T ist im Simulationszeitraum konstant, da das Modell auf isothermen Rohrströmungen basiert. So gilt für vereinfachte Virialgleichung:

$$z_{i,t}(p) = 1 + B_{i,t}(p_{\text{max}}, T) p \quad (3.1)$$

Für p_{max} gilt:

$$p_{\text{max}} = \min(p_{\text{max}}, 70 \text{ bar}) \quad (3.2)$$

Die Berechnung von $B_{i,t}(p_{\text{max}}, T)$ erfolgt durch die SGERG, welche die Größen ρ_{SGERG} und z_{SGERG} für jeden Einspeiseknoten i und -zeitschritt t liefert. Nach Gl. (3.3) und Gl. (3.4) werden der Virialkoeffizient $B_{i,t}(p_{\text{max}})$ und die Molmasse $M_{i,t}(\bar{x})$ bestimmt. Die Temperatur T entspricht der Betriebstemperatur des Erdgases¹⁹. Der Vorteil dieser Methode ist, dass die SGERG nur einmal pro Einspeiseknoten und -zeitschritt aufgerufen wird. Alle weiteren Berechnungen während der Strömungssimulation verwenden dann ausschließlich die vereinfachte Virialgleichung.

¹⁹ In Deutschland sind Erdgasrohrleitungen meist unterirdisch verlegt. Damit nimmt die Gastemperatur die Bodentemperatur an, die typische Jahresmittelbodentemperatur in Deutschland liegt bei $T = 8^\circ \text{C}$.

$$B_{i,t}(p_{\max}, T) = \frac{z_{\text{SGERG}}(p_{\max}(t), T, H_s(t), \rho_n(t), x_{\text{CO}_2}(t), x_{\text{H}_2}(t)) - 1}{p_{\max}} \quad (3.3)$$

$$M_{i,t}(\bar{x}) = \frac{R_m T}{p_{\max}} \cdot z_{\text{SGERG}}(p_{\max}(t), T, H_s(t), \rho_n(t), x_{\text{CO}_2}(t), x_{\text{H}_2}(t)) \cdot \rho_{\text{SGERG}}(p_{\max}(t), T, H_s(t), \rho_n(t), x_{\text{CO}_2}(t), x_{\text{H}_2}(t)) \quad (3.4)$$

Es werden darüber hinaus vereinfachende Mischungsregeln für den zweiten Virialkoeffizienten verwendet. Der Anteil $\varphi_{i,n}$ entspricht hier Volumenanteilen im Normzustand, eine Umrechnung von Volumenanteilen in Molenbrüche findet nicht statt:

$$B_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^N \varphi_{i,n} B_i \quad (3.5)$$

Für die Berechnung der Dichte $\rho(p)$ nach der vereinfachten Virialgleichung gilt:

$$\rho(p) = \frac{M_{i,t}(\bar{x}) p}{R_m T (1 + B_{i,t}(p_{\max}, T) p)} \quad (3.6)$$

Die Auswertungen zur Genauigkeit der vereinfachten Virialgleichung sind Abschnitt 4.1 zu entnehmen. Ein Vergleich der Rechengeschwindigkeit ist in Abschnitt 4.4.1 dargestellt.

3.2 STRÖMUNGSSIMULATION

In diesem Abschnitt wird das vollständige Modell zur Strömungssimulation in Gasverteilnetzen vorgestellt, welches das Herzstück des neu entwickelten Rechenkerns darstellt. Auf die mathematische Abbildung und Beschreibung der Gasverteilnetz-Topologie wird in Abschnitt 3.2.1 anhand eines Beispielnetzes eingegangen, die Bestimmung des Strömungszustands wird in Abschnitt 3.2.2 aufgezeigt. Die für instationäre Strömungen neu entwickelte Druckberechnung in einzelnen Rohren wird in Abschnitt 3.2.3 präsentiert. Auf Basis eines adaptiven Gradientenabstiegsverfahrens erfolgt in Abschnitt 3.2.4 die zu jedem Iterationsschritt notwendige Bestimmung der Druckverteilung des gesamten Gasverteilnetzes. Der Umgang mit Vermaschungen in Gasverteilnetzen ist in Abschnitt 3.2.5 dargestellt.

Generell handelt es sich bei dem neu entwickelten Rechenkern um ein Verfahren zur instationären Strömungssimulation. In diesem Zusammenhang ist der Begriff „Instationarität“ für einen Zeit- bzw. Iterationsschritt so definiert, dass die zeitlichen Ableitungen der Masse m und der Drücke p ungleich Null sind. Die örtlichen Ableitungen der Massenströme \dot{m} und der Strömungsgeschwindigkeit u sind ebenfalls ungleich Null.

Für die Änderung der oben genannten Größen gilt:

$$\frac{\partial m}{\partial t} \neq 0, \frac{\partial p}{\partial t} \neq 0, \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} \neq 0 \text{ und } \frac{\partial u}{\partial x} \neq 0 \quad (3.7)$$

Allerdings gilt, dass für einen Zeitschritt die zweiten Ableitungen gleich Null sind:

$$\frac{\partial^2 m}{\partial t^2} = 0, \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \frac{\partial^2 \dot{m}}{\partial x^2} = 0 \text{ und } \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (3.8)$$

Die Masse des Gasnetzes bzw. der einzelnen Rohrleitungen erfährt also eine konstante Änderung über einen Zeitschritt, die Strömungsgeschwindigkeit innerhalb eines Zeitschritts ist konstant. Die kleinste Einheit eines Zeitschritts wird auf eine Stunde festgelegt. Ausschlaggebend ist zum einen die Auflösung der Messsignale von einer Stunde in regionalen Gasverteilnetzen (vgl. Vollmer [11]) und zum anderen das erwähnte Arbeitsblatt DVGW G 685 [2] (siehe Abschnitt 2.5.2).

3.2.1 MATHEMATISCHE ABBILDUNG DER GASVERTEILNETZ-TOPOLOGIE

In diesem Abschnitt wird die mathematische Abbildung der Gasverteilnetz-Topologie beschrieben, welche abgewandelt zu den in Abschnitt 2.4.2 vorgestellten Adjazenz- bzw. Inzidenzmatrizen erfolgt. Die Grundidee des entwickelten Rechenkerns lautet, die Anzahl an notwendigen Gleichungen so niedrig wie möglich zu halten. Auf dieser Basis werden eine sogenannte Massenstrommatrix \mathbf{M}_M und eine Druckmatrix \mathbf{M}_P mit nicht-äquidistanten Ortsgittern²⁰ aufgestellt, welche im Folgenden anhand der Topologie des Beispiel-Gasverteilnetzes aus Bild 3.1 präsentiert werden. Bei beiden Matrizen entsprechen die Gitterpunktabstände den Rohrleitungslängen, es werden also keine Gitterpunkte zwischen den Knoten eingefügt.

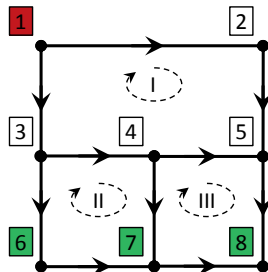


Bild 3.1 Topologie eines beispielhaften Gasverteilnetzes mit Vermaschung. Rot dargestellt ist der Einspeiseknoten 1, die drei Ausspeiseknoten 6, 7 und 8 sind grün eingefärbt.

²⁰ Der Begriff „Gitter“ leitet sich aus der Finite-Elemente-Methode zur Berechnung partieller Differentialgleichungen ab. Der Geltungsbereich der Differentialgleichung wird durch eine endliche Zahl von Gitterpunkten diskretisiert, diese Diskretisierung kann entweder äquidistant oder nicht-äquidistant erfolgen.

Mit diesen Matrizen werden die benötigten Massenströme der Netzelemente und die Drücke aller Knoten berechnet und u.a. unter Berücksichtigung der physikalischen Eigenschaften wie Durchmesser, Länge und Rauheit die Strömungsgeschwindigkeit bestimmt.

Die Berechnung der Massenströme $\dot{\mathbf{m}}$ aller Netzelemente erfolgt durch das Lösen des linearisierten²¹ Gleichungssystems aus Gl. (3.9). Hierbei entspricht $\dot{\mathbf{m}}_B$ den Randbedingungen, welche durch die vorgegebenen Massenströme der Ein- und Ausspeiseknoten definiert werden:

$$\mathbf{M}_M \dot{\mathbf{m}} = \dot{\mathbf{m}}_B \quad (3.9)$$

In einem ersten Schritt findet die Dimensionierung der $N_M \times N_M$ -Massenstrommatrix \mathbf{M}_M statt. Die Anzahl Zeilen N_M und Spalten N_M richtet sich nach den Netzelementen und der Anzahl Maschen. Damit ist die Matrix zur Lösung eines linearen Gleichungssystems immer quadratisch. Volumenregler prägen ihre Massenströme an ihren jeweiligen Start- und Endknoten in Form von Randbedingungen über den Vektor $\dot{\mathbf{m}}_B$ auf und sind damit nicht Teil der durchströmten Netzelemente. Ebenfalls zählen geschlossene Ventile nicht zu den durchströmten Netzelementen, da für diese Elemente der Massenstrom per Definition Null ist. Demzufolge ist die Dimension der Massenstrommatrix zur Laufzeit zu bestimmen. Jeder hydraulisch getrennte Netzabschnitt k weist je eine Massenstromänderung $\Delta \dot{m}_k$ auf. Durch $\Delta \dot{m}_k$ wird die in Gl. (3.7) beschriebene Änderung der Masse im Netz berücksichtigt. Insgesamt gibt es N_N hydraulisch getrennte Netzabschnitte je Netz. Im Beispiel aus Bild 3.1 liegt nur ein hydraulisch verbundener Abschnitt vor ($N_N = 1$), damit gibt es im Vektor $\dot{\mathbf{m}}$ nur eine Massenstromänderung $\Delta \dot{m}$. Über die sogenannten Massenstromdifferenzkoeffizienten $\mu_{ij,k}$ (siehe Abschnitt 3.2.2) werden die N_N Massenstromänderungen $\Delta \dot{m}_k$ in den letzten N_N Spalten der Massenstrommatrix hinterlegt. Die Indizes i und j kennzeichnen jeweils den Start- und Endknoten des Rohres. Falls in einem Gasverteilnetz Maschen auftreten, wird mit jeder linear unabhängigen Masche eine weitere Gleichung in Anlehnung an das zweite Kirchhoffsche Gesetz gebildet. Hierzu werden von allen Netzelementen, die Teil einer Masche sind, in den letzten N_V Zeilen die sogenannten Vermaschungskoeffizienten α_{ij} (siehe Abschnitt 3.2.5) der N_V linear unabhängigen Maschen eingetragen. Das beispielhafte Gasverteilnetz aus Bild 3.1 enthält drei linear unabhängige Maschen ($N_V = 3$).

Im zweiten Schritt erfolgt der Aufbau der quadratischen Massenstrommatrix \mathbf{M}_M nach folgendem Schema: Das Matricelement $\mathbf{M}_{M,lm}$ des Knotens l und des Netzelementes m ist gleich 1, wenn es sich bei Knoten l um den Startknoten des Netzelementes m handelt. Ist der Knoten l Endknoten des Netzelementes, so ist das Matricelement gleich -1 . Sind Knoten l und Netzelement m nicht miteinander verbunden, ist das Matricelement gleich Null. Die Massenstromdifferenzkoeffizienten $\mu_{ij,k}$ der Rohre zwischen Startknoten i und

²¹ Die in dieser Arbeit vorgestellte Berechnung instationärer Strömungszustände erfordert eine Linearisierung des Gleichungssystems und wird in Abschnitt 3.2.2 beschrieben.

Endknoten j werden stets in Zeile j und Spalte $N_M - N_N + k$ eingetragen. Im Fall mehrerer Rohre mit gleichem Endknoten werden die Massenstromdifferenzkoeffizienten addiert. Die Vermaschkungskoeffizienten α_{ij} (siehe Abschnitt 3.2.5) der N_V Maschen werden unter Berücksichtigung des Drehsinns jeder Masche in die Matrix eingetragen. Entspricht die Richtung des Netzelementes m von Startknoten i zu Endknoten j dem Drehsinn der Masche, ist der Vermaschkungskoeffizient positiv einzutragen, ansonsten negativ. Ist das Netzelement m Teil der Masche o , wird der zugehörige Vermaschkungskoeffizient α_{ij} in die Zeile $N_M - N_V + o$ und Spalte m eingetragen. Die Massenstromdifferenz- und Vermaschkungskoeffizienten sind neben den Randbedingungen für jeden Iterationsschritt jedes Zeitschritts erneut zu bestimmen.

Zu beachten sind die Vorzeichen des Randbedingungsvektors $\dot{\mathbf{m}}_B$. Einspeisemassenströme werden stets positiv, Ausspeisemassenströme werden stets negativ eingetragen. Ein negativer Massenstrom \dot{m}_{ij} bedeutet in diesem Zusammenhang, dass der Massenstrom ein Netzelement entgegengesetzt zur topologischen Ausrichtung durchströmt.

Somit ergibt sich das lineare Gleichungssystem aus Gl. (3.9) am Beispiel des Gasverteilnetzes aus Bild 3.1 zu Gl. (3.10). Der Index $k = 1$ der Massenstromdifferenzkoeffizienten ist aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt, mit $N_M = 11$, $N_N = 1$ und $N_V = 3$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{12} \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{13} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \mu_{34} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \mu_{25} + \mu_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \mu_{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & \mu_{47} + \mu_{67} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & \mu_{58} + \mu_{78} \\ \alpha_{12} & -\alpha_{13} & \alpha_{25} & -\alpha_{34} & 0 & -\alpha_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{34} & -\alpha_{36} & 0 & \alpha_{47} & 0 & -\alpha_{67} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{45} & -\alpha_{47} & \alpha_{58} & 0 & -\alpha_{78} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{m}_{12} \\ \dot{m}_{13} \\ \dot{m}_{25} \\ \dot{m}_{34} \\ \dot{m}_{36} \\ \dot{m}_{45} \\ \dot{m}_{47} \\ \dot{m}_{58} \\ \dot{m}_{67} \\ \dot{m}_{78} \\ \Delta \dot{\mathbf{m}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{m}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\dot{m}_6 \\ -\dot{m}_7 \\ -\dot{m}_8 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Die Bestimmung der Drücke \mathbf{p} aller Knoten erfolgt durch das Gleichungssystem in Gl. (3.11). Durch die Druckänderungen der einzelnen Rohre (siehe Abschnitt 3.2.3) ergeben sich die Randbedingungen, welche dem Vektor \mathbf{p}_B entsprechen:

$$\mathbf{M}_P \mathbf{p} = \mathbf{p}_B \quad (3.11)$$

Die Dimensionierung der $N_p \times N_p$ -Druckmatrix \mathbf{M}_P ist ausschließlich von der Knotenanzahl N_p im Netz abhängig. Wie schon die Massenstrommatrix ist auch die Druckmatrix per se quadratisch. Der Aufbau der Matrix \mathbf{M}_P und des Vektors \mathbf{p}_B läuft wie folgt ab: Zuerst wird jedem hydraulisch getrennten Teilnetzabschnitt k_T ein frei iterierbarer Druck $p_{\text{frei},k}$ (siehe Abschnitt 3.2.4) an einen beliebigen Knoten l zugewiesen. In der Regel erfolgt die Zuweisung an einen Einspeiseknoten oder Endknoten eines Reglers, im Beispiel aus Bild 3.1 ist Knoten „1“ (d.h. $l = 1$) ausgewählt. In der Druckmatrix wird anschließend das Matricelement $\mathbf{M}_{P,ll}$ mit 1 belegt, die restliche Zeile l enthält Nullelemente. Die

weiteren Netzelemente werden nun rekursiv durchschritten. Jeder neue, noch nicht verwendete Knoten j , welcher über ein Netzelement m mit dem Knoten i verbunden ist, wird in der Matrix eingetragen. Das Matricelement $\mathbf{M}_{p,jj}$ wird damit zu 1 oder -1 , falls es sich bei Knoten j um den Start- oder Endknoten von Netzelement m handelt. Entsprechend gilt für das Matricelement $\mathbf{M}_{p,ji} = -\mathbf{M}_{p,jj}$. In den Randbedingungsvektor wird an der Stelle $\mathbf{p}_{B,j}$ die Druckänderung Δp_{ij} des Netzelements m eingetragen.

Äquivalent zu negativen Massenströmen bedeutet eine negative Druckänderung Δp_{ij} , dass der Druck des Knotens i kleiner ist, als der Druck des Knotens j .

Damit wird das Gleichungssystem aus Gl. (3.11) des beispielhaften Gasverteilnetzes aus Bild 3.1 zu Gl. (3.12). Der Index $k = 1$ des frei iterierbaren Drucks ist aus Konsistenzgründen mit Gl. (3.10) nicht dargestellt, mit $N_p = 8$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \\ p_7 \\ p_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{\text{frei}} \\ \Delta p_{12} \\ \Delta p_{13} \\ \Delta p_{34} \\ \Delta p_{25} \\ \Delta p_{36} \\ \Delta p_{47} \\ \Delta p_{58} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Im Gegensatz zur Massenstrommatrix ist die Druckmatrix nicht laufzeitabhängig, sondern wird für jeden Zeitabschnitt des Simulationszeitraums einmalig bestimmt. Um maximal mögliche Geschwindigkeit bei der Matrix-Multiplikation zu erzielen wird die inverse Druckmatrix \mathbf{M}_p^{-1} zu einer dünnbesetzten Matrix²² konvertiert und infolgedessen vom entwickelten Rechenkern als Vektor-Multiplikation berechnet.

3.2.2 BESTIMMUNG DES STRÖMUNGSZUSTANDS

Dieser Abschnitt beschreibt das Ablaufschema des entwickelten Rechenkerns, eine Kurzfassung ist in [8, 53] dargestellt. Die wesentlichen Funktionen zur Berechnung der Druckänderungen in einzelnen Rohrleitungen (siehe Abschnitt 3.2.3), zur Bestimmung der Druckverteilung innerhalb eines Teilnetzabschnitts (vgl. Abschnitt 3.2.4) und zur Berechnung von Vermaschungen (siehe Abschnitt 3.2.5) werden nachfolgend separat betrachtet. Der vollständige Ablaufplan des entwickelten Rechenkerns ist in Form eines Blockdiagramms in Bild 3.2 dargestellt.

²² Englischer Begriff in der numerischen Mathematik: „sparse matrix“. Diese dünnbesetzten Matrizen können effizient abgespeichert und berechnet werden, da nur die Berücksichtigung der von Null verschiedenen Elemente erfolgt.

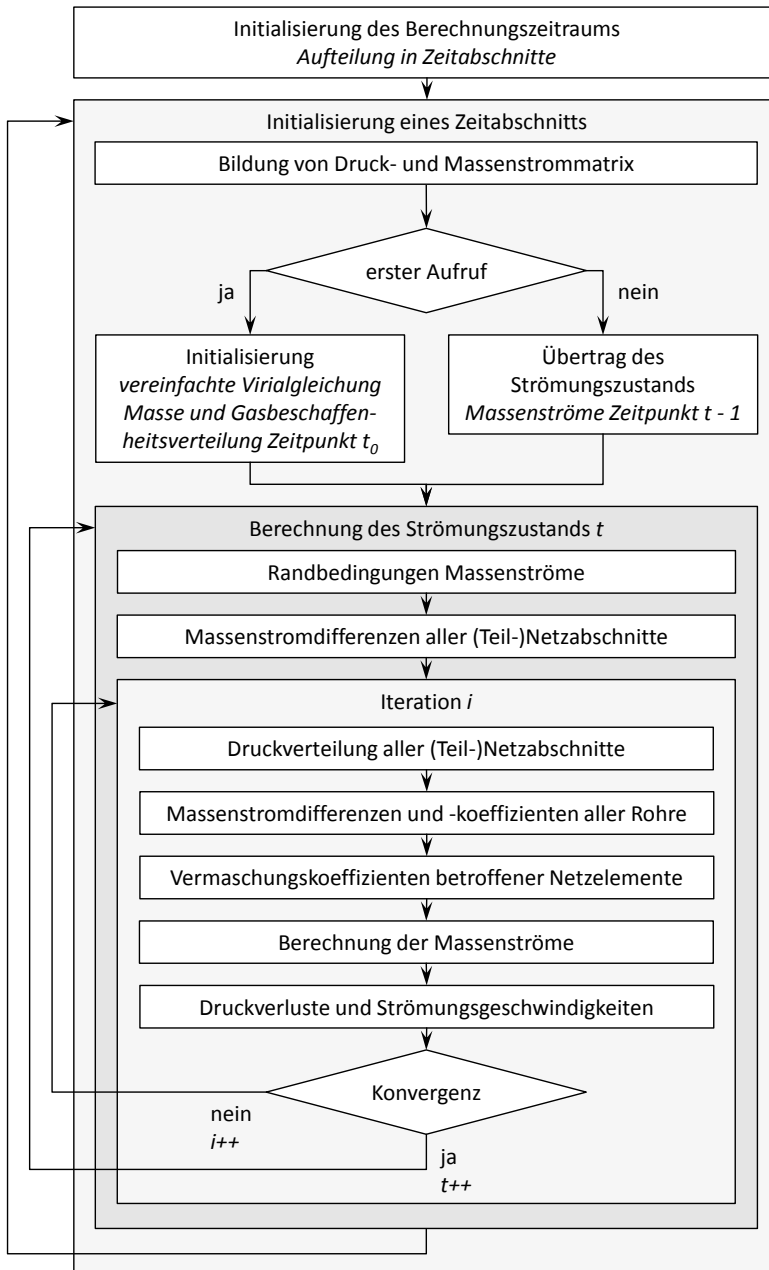


Bild 3.2 Ablaufplan des Rechenkerns in Form eines Blockdiagramms.

Die Simulation des Strömungszustands eines Gasverteilnetzes wird i.d.R. für einen Zeitraum T durchgeführt, welcher einen gesamten Monat umfasst. Auf Basis des ermittelten Strömungszustands wird die sogenannte Back-Propagation (siehe Abschnitt 2.6) zur Bestimmung der Abrechnungsbrennwerte durchgeführt (siehe Abschnitt 2.5.2). Hierbei ist explizit sicherzustellen, dass ein Strömungszustand nicht von den Ergebnissen des Vormonats abhängig ist. Jeder Berechnungsdurchlauf hat stets die gleichen Ergebnisse zu reproduzieren. Die Rückführbarkeit der Abrechnungsbrennwerte durch die Back-Propagation auf geeicht gemessene bzw. durch ein vorgelagertes Rekonstruktionssystem bestimmte Einspeisebrennwerte erfordert jedoch eine gewisse Vorlaufzeit. Als brauchbarer Erfahrungswert erweist sich zur Initialisierung des Gasverteilnetzes eine Vorlaufzeit von $T_{\text{Vor}} = 672$ h. Diese Vorlaufzeit entspricht 28 Tagen, also dem kürzesten Monat eines Jahres. Die Initialisierung umfasst damit maximal einen Vormonat. Nachfolgend wird die Initialisierung des Zeitraums sowie des Strömungszustands beschrieben, anschließend wird Berechnung des Strömungszustands erläutert.

Initialisierung des Berechnungszeitraums

Bevor mit der Initialisierung des Strömungszustands begonnen wird, findet einmalig die Aufteilung des Simulationszeitraums in sogenannte Zeitabschnitte statt. Jeder Zeitabschnitt ist dabei definiert als eine Abfolge von Zeitschritten t mit gleichen topologischen Eigenschaften (z.B. bleiben Schieberstellungen konstant). Damit sind Änderungen der Ventilstellung innerhalb eines Zeitabschnitts ausgeschlossen. Bei einem Wechsel des Abrechnungsmonats, d.h. beim Wechsel von 05:00 Uhr des ersten Tages eines Monats auf 06:00 Uhr wird zusätzlich eine Aufteilung in einen neuen Zeitabschnitt vorgenommen. Dadurch ist sichergestellt, dass die in Abschnitt 2.6 beschriebene Volumenkorrektur ausschließlich Daten des Abrechnungsmonats verwendet. Eine monatsübergreifende Korrektur und Volumenbilanz findet nicht statt, jeder Abrechnungsmonat ist unabhängig vom vorherigen Monat.

Initialisierung eines Zeitabschnitts

Für jeden Zeitabschnitt wird in einem Initialisierungsschritt zunächst die Netztopologie betrachtet. Es werden hydraulisch getrennte Netzabschnitte sowie zusammenhängende Teilnetzabschnitte bestimmt und für jeden Teilnetzabschnitt k_T ein frei iterierbarer Druck p_{frei,k_T} (siehe Abschnitt 3.2.4) an einen Knoten zugewiesen. Anschließend wird, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, die Druckmatrix \mathbf{M}_p aufgestellt. Die Massenstrommatrix \mathbf{M}_M wird unter Berücksichtigung der durchströmten Netzelemente sowie der eventuell vorkommenden Maschen bestimmt. Nach der topologischen Initialisierung werden zwei Fälle unterschieden:

Im ersten Fall wird eine einmalige Initialisierung des Strömungszustands durchgeführt. Hierzu wird nach Gl. (3.2) aus Abschnitt 3.1 der maximale Netzdruck p_{max} des gesamten Simulationszeitraums bestimmt. Mit p_{max} erfolgt anschließend die Berechnung der Virialkoeffizienten $B_{i,t}(p_{\text{max}}, T)$ und Molmassen $M_{i,t}(\bar{x})$ für alle Zeitschritte t und alle Ein-

speiseknoten i durch die SGERG nach Gl. (3.3) bzw. Gl. (3.4). Des Weiteren findet die Ermittlung einer initialen Gasbeschaffenheit statt, welche sich volumetrisch aus sämtlichen Einspeiseknoten i und Zeitschritten t mittelt. Mit dieser initialen Gasbeschaffenheit²³ erfolgt die Bestimmung des initialen Strömungszustands zum Zeitschritt t_0 , d.h. in einem ersten Schritt wird eine konstante Gasbeschaffenheit im gesamten Netz angenommen. Für den initialen Strömungszustand werden pro Teilnetzabschnitt kT alle N_p gemessenen Drücke $p_i(t_0)$ arithmetisch gemittelt, so das gilt:

$$p_{\text{frei},kT}(t_0) = \frac{1}{N_p} \sum_i^{N_p} p_i(t_0) \quad (3.13)$$

Der Druck $p_{\text{frei},kT}(t_0)$ wird in den Vektor \mathbf{p} und in die Randbedingungen \mathbf{p}_B eingetragen (siehe vorheriger Abschnitt). Anschließend erfolgt die Berechnung der Masse im Netz zum Zeitschritt t_0 , welche wesentlich vom Druck $p_{\text{frei},kT}(t_0)$ abhängig ist. Für die initiale Berechnung der Masse im Netz bzw. der in allen Rohren gespeicherten Masse wird ein stationärer Strömungszustand angenommen. Da i.d.R. die Summe der ausgespeisten Massenströme ungleich der eingespeisten Massenströme ist, werden für den Zeitschritt t_0 die Ausspeisemassenströme pro hydraulisch verbundenen Netzabschnitt angepasst. Für die angepassten Massenströme $\hat{m}_{A,i}(t_0)$ der Ausspeiseknoten i sowie des Zeitschritts t_0 gilt:

$$\hat{m}_{A,i}(t_0) = \frac{\sum \dot{m}_E(t_0)}{\sum \dot{m}_A(t_0)} \dot{m}_{A,i}(t_0) \quad (3.14)$$

Die Bestimmung der initialen Masse erfolgt nach Anpassung von $\hat{m}_{A,i}(t_0)$ äquivalent zur Berechnung des Strömungszustands für einen Zeitschritt t (siehe unten). Nachdem auf Basis der initialen Gasbeschaffenheit die Konvergenz des Strömungszustands erzielt wurde, wird die tatsächliche Gasbeschaffenheitsverteilung zum Zeitschritt t_0 bestimmt. Hierzu wird die in Abschnitt 3.3 beschriebene Gasbeschaffenheitsverfolgung solange zum Zeitschritt t_0 aufgerufen, bis für alle N_R Rohre ij des Gasverteilnetzes eine Konvergenz der Dichte nach Gl. (3.15) erreicht wird. Die Indizes i und j entsprechen hier den Indizes von Start- und Endknoten, der hochgestellte Iterations-Index $i-1$ kennzeichnet die Dichte des vorherigen Aufrufs der Gasbeschaffenheitsverfolgung. In der Regel liegt die numerische Genauigkeit bzw. Abbruchbedingung²⁴ bei $\varepsilon = 10^{-6}$. Die Dichte $\rho_{ij}(p_{m,ij}, t_0)$ in jedem Rohr wird nach Gl. (3.6) bestimmt. Die Berechnung des mittleren Drucks²⁵ $p_{m,ij}$ im Rohr ij erfolgt nach den Berechnungsvorschriften aus Abschnitt 3.2.3.

²³ Die initiale Gasbeschaffenheit entspricht dem volumengewichteten Mittel aller Einspeisestellen im Berechnungszeitraum.

²⁴ Die numerische Genauigkeit bzw. Abbruchbedingung ε kann durch das Programm vorgegeben werden. Als Standardeinstellung wird $\varepsilon = 10^{-6}$ verwendet.

²⁵ Im Fall der Initialisierung wird ein stationärer Strömungszustand aufgeprägt, so dass hier die aus der Literatur bekannten Gleichung zum integralen Mittelwert verwendet werden könnten (vgl. [23]). Aus

$$\sum_i^{N_R} \left(\frac{\rho_{ij}^i(p_{m,ij}, t_0) - \rho_{ij}^{i-1}(p_{m,ij}, t_0)}{\rho_{ij}^i(p_{m,ij}, t_0)} \right)^2 \leq \varepsilon \quad (3.15)$$

Mit der so berechneten initialen Druck- und Gasbeschaffenheitsverteilung werden anschließend die initiale Masse $m_{ij}(t_0)$ aller Rohre zum Zeitschritt t_0 bestimmt und damit die Initialisierung abgeschlossen:

$$m_{ij}(t_0) = \rho_{ij}(p_{m,ij}, t_0) V_{\text{geo},ij} \quad (3.16)$$

Im zweiten Fall ist keine Initialisierung mehr erforderlich, da bereits der Strömungszustand des vorherigen Zeitabschnitts bzw. des vorherigen Zeitschritts $t - 1$ berechnet ist. Da sich zwischen zwei Zeitabschnitten die durchströmten Netzelemente ändern können, ist es erforderlich, dass die Massenströme des bereits berechneten Zeitschritts $t - 1$ für den Zeitschritt t übertragen werden. Die Massenströme sind zur Lösung von vermaschten Netzen notwendig (siehe Abschnitt 3.2.5). Darüber hinaus können sich durch einen Wechsel in den Ventilstellungen andere (Teil-) Netzabschnitte ergeben. Für jeden (Teil-) Netzabschnitt wird die jeweils vorhandene Masse berechnet:

$$m_{kT}(t) = \sum m_{ij}(t) \quad \forall ij \in k_T \quad (3.17)$$

Berechnung des Strömungszustands

Die Berechnung des Strömungszustands läuft für jeden Zeitschritt t gleich ab. Zuerst werden die Randbedingungen des Zeitschritts t in den Bedingungsvektor der Massenströme $\dot{\mathbf{m}}_B$ übertragen. Dies schließt die Einspeisevolumina $V_{E,i}(t)$, die gesamten, korrigierten Ausspeisevolumina $V_{A,\text{ges},i}(t)$ sowie die gemessenen Volumina an Volumenreglern $V_{R,i}(t)$ der Knoten i mit ein. Alle Normvolumina werden unter Berücksichtigung der zum jeweiligen Zeitschritt und Knoten gemessenen bzw. berechneten Normdichte in Massenströme umgewandelt. Anschließend wird auf Basis der Randbedingungen die Massenstromdifferenz²⁶ $\Delta \dot{m}_k(t)$ aller hydraulisch getrennten Netzabschnitte k bestimmt:

$$\Delta \dot{m}_k(t) = \sum \dot{m}_{E,i}(t) - \sum \dot{m}_{A,i}(t) + \sum \dot{m}_{R,E,i}(t) - \sum \dot{m}_{R,A,i}(t) \quad \forall i \in k \quad (3.18)$$

Konsistenzgründen werden im entwickelten Rechenkern auch bei der Initialisierung die Gleichungen zur Berechnung einer instationären Druckänderung verwendet. In Abschnitt 4.2.2 wird gezeigt, dass die Gleichungen der instationären Druckänderung im Fall stationärer Strömung den Gleichungen aus der Literatur für stationäre Druckänderungen entsprechen.

²⁶ An dieser Stelle sei explizit darauf hingewiesen, dass die Massenstromdifferenz aufgrund des Eingriffs durch den Korrekturalgorithmus ungleich der Netzatzung aus Gl. (2.46) ist, welche sich durch die Druckdifferenz ergibt.

Die berechnete Massenstromdifferenz $\Delta\dot{m}_k(t)$ wird anschließend der Spalte $N_M - N_N + k$ der Massenstrommatrix zugeordnet. Falls es sich bei einem Netzabschnitt k um einen einzelnen Teilnetzabschnitt handelt, wird die Massenstromdifferenz $\Delta\dot{m}_{kT}(t)$ des Teilnetzabschnitts direkt der Massenstromdifferenz $\Delta\dot{m}_k(t)$ zugewiesen. Falls ein betrachteter Netzabschnitt k aus mehreren Teilnetzabschnitten k_T besteht, ist die Massenstromdifferenz auf alle Teilnetzabschnitte zu verteilen. Hierzu wird eine Fallunterscheidung durchgeführt. Für jeden Netzabschnitt wird überprüft, ob die Massenstromdifferenz $\Delta\dot{m}_k(t)$ betragsmäßig größer, gleich oder kleiner der theoretischen Massenstromdifferenz $\Delta\dot{m}_{\text{theo},k}(t)$ ist. Diese theoretische Massenstromdifferenz entspricht der Summe aller mit der mittleren Normdichte $\rho_{m,kT}(t)$ des Teilnetzabschnitts k_T multiplizierten Netzatmungen $\Delta V_{\text{Netz},kT}(t)$:

$$\Delta\dot{m}_{\text{theo},k}(t) = \sum_{k_T} \Delta V_{\text{Netz},kT}(t) \rho_{m,kT}(t) \quad \forall k_T \in k \quad (3.19)$$

Ist die Massenstromdifferenz betragsmäßig größer oder gleich der theoretischen Massenstromdifferenz, wird die Massenstromdifferenz $\Delta\dot{m}_{kT}(t)$ der Teilnetzabschnitte bestimmt zu:

$$\Delta\dot{m}_{kT}(t) = \Delta\dot{m}_{\text{theo},kT}(t) \frac{\Delta\dot{m}_k(t)}{\Delta\dot{m}_{\text{theo},k}(t)} \quad \forall k_T \in k \quad (3.20)$$

Ist die Massenstromdifferenz betragsmäßig kleiner als die theoretische Massenstromdifferenz, wird eine weitere Fallunterscheidung durchgeführt. Für jeden Teilnetzabschnitt wird überprüft, ob das Produkt aus gesamter Masse $m_{kT}(t)$ und geometrischem Volumen²⁷ $V_{\text{geo},kT}$ des Teilnetzabschnitts kleiner als 1 % der Summe der Produkte des gesamten Netzabschnitts ist. Massenstromdifferenzen dieser Teilnetzabschnitte werden direkt der theoretischen Massenstromdifferenz gleich gesetzt:

$$\Delta\dot{m}_{kT}(t) = \Delta\dot{m}_{\text{theo},kT}(t), \text{ falls } m_{kT}(t) V_{\text{geo},kT} < 0,01 \sum_{k_T} m_{kT}(t) V_{\text{geo},kT} \quad \forall k_T \in k \quad (3.21)$$

Die nach Gl. (3.21) angepassten Teilnetzabschnitte reduzieren die theoretische Massenstromdifferenz um ihren jeweiligen Betrag. Sind die Massenstromdifferenzen größer als 1 % der Summe der Produkte, wird zusätzlich zur theoretischen Massenstromdifferenz die reduzierte Differenz aus $\Delta\dot{m}_k(t) - \Delta\dot{m}_{\text{theo},k}(t)$ auf die Teilnetzabschnitte verteilt:

$$\Delta\dot{m}_{kT}(t) = \Delta\dot{m}_{\text{theo},kT}(t) + \left(\Delta\dot{m}_k(t) - \Delta\dot{m}_{\text{theo},k}(t) \right) \frac{m_{kT}(t) V_{\text{geo},kT}}{\sum_{k_T} m_{kT}(t) V_{\text{geo},kT}} \quad \forall k_T \in k \quad (3.22)$$

²⁷ Das geometrische Volumen eines Netzes entspricht der Summe aller geometrischen Rohrvolumen. Die Rohrgeometrie wird durch einen Zylinder beschrieben.

Nachdem die Bestimmung der Massenstromdifferenz abgeschlossen ist, beginnt die Iteration des Strömungszustands des Zeitschritts t . Im Wesentlichen erfolgt im jeweiligen Iterationsschritt t^i die Bestimmung der Druckverteilung unter Berücksichtigung der Dichte sowie die Berechnung der Massenströme und Strömungsgeschwindigkeiten. Beide Berechnungen bedingen einander, weshalb eine Iteration erforderlich ist. Der Ablauf der Iteration ist im Blockdiagramm in Bild 3.2 dargestellt. Zuerst wird die Druckverteilung im gesamten Netz bestimmt, welche sich durch die Massen $m_{kT}(t)$ aller Teilnetzabschnitte zum Zeitschritt t im Netz ergibt und in Abschnitt 3.2.4 vorgestellt wird. Im nächsten Schritt wird auf Basis der Druckverteilung die Massenstromdifferenz $\Delta\dot{m}_{ij}(t^i)$ jedes einzelnen Rohres ij bestimmt. Die Massenstromdifferenz ist abhängig von der mittleren Dichte²⁸ $\rho_{m,ij}(p_{m,ij}(t^i))$, dem geometrischen Rohrvolumen $V_{\text{geo},ij}$ und der Masse $m_{ij}(t)$ zu Beginn des Zeitschritts t :

$$\Delta\dot{m}_{ij}(t^i) = \Delta\dot{m}_{kT}(t) \left(\frac{\rho_{m,ij}(p_{m,ij}(t^i)) V_{\text{geo},ij} - m_{ij}(t)}{\sum (\rho_{m,ij}(p_{m,ij}(t^i)) V_{\text{geo},ij} - m_{ij}(t))} \right) \forall ij \in k_T \quad (3.23)$$

Die Bestimmung des mittleren Drucks aller Rohrleitungen erfolgt nach Abschnitt 3.2.3, die mittlere Dichte wird nach Gl. (3.6) berechnet. Die Massenstromdifferenzkoeffizienten $\mu_{ij}(t^i)$ beziehen sich stets auf die Massenstromdifferenz $\Delta\dot{m}_k(t)$ des Netzabschnitts und es gilt:

$$\mu_{ij}(t^i) = \frac{\Delta\dot{m}_{ij}(t^i)}{\Delta\dot{m}_k(t)} \forall ij \in k \quad (3.24)$$

Die Massenstromdifferenzkoeffizienten werden in der zum Endknoten der Rohrleitung ij gehörenden Spalte in der Massenstrommatrix eingetragen (vgl. Abschnitt 3.2.1). Nachfolgend werden die Vermaschkungskoeffizienten $\alpha_{ij}(t^i)$ bestimmt, die Berechnung von $\alpha_{ij}(t^i)$ ist in Abschnitt 3.2.5 dargestellt. Im nächsten Schritt erfolgt die Bestimmung der Massenströme \dot{m} nach Gl. (3.9). Im letzten Schritt der Iteration werden die Druckänderungen und Strömungsgeschwindigkeiten aller Rohrleitungen nach Abschnitt 3.2.3 bestimmt. Die Iteration wird solange fortgesetzt, bis die Ungleichung (3.25) erfüllt ist. Der Index i entspricht dem Iterationsschritt, sämtliche Knoten des Netzes werden über den Index j adressiert:

$$\sum_j^{N_P} \left(\frac{p_j(t^i) - p_j(t^{i-1})}{p_j(t^i)} \right)^2 \leq \varepsilon \quad (3.25)$$

²⁸ Die Dichte $\rho_{m,ij}$ ist abhängig von Druck und Temperatur. Da es sich aber um eine zur Simulationslaufzeit konstante Temperatur handelt, ist diese aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt.

Auch hier liegt die vorgegebene numerische Genauigkeit bzw. Abbruchbedingung bei $\varepsilon = 10^{-6}$.

3.2.3 BERECHNUNG DER DRUCKÄNDERUNG IN EINER EINZELNEN ROHRLEITUNG

Die Bestimmung der Druckänderungen in Rohrleitungen ist von zentraler Bedeutung für die strömungstechnische Simulation von Gasverteilnetzen. In Abschnitt 2.2.3 wurde für die Berechnung der Druckänderungen die Differentialgleichung Gl. (2.14) hergeleitet. Diese Gleichung ist u.a. aufgrund der Berücksichtigung des Realgasverhaltens und der Rohrreibungszahl nicht analytisch lösbar. In der Literatur werden Näherungslösungen für stationäre Strömungen präsentiert, welche für instationäre Berechnungen nicht verwendet werden können. Deshalb wird nachfolgend eine numerische Approximation für instationäre Strömungen vorgestellt. In Abhängigkeit der zu erwartenden Druckänderung findet für jede einzelne Rohrleitung eine dynamische Diskretisierung statt (siehe Tabelle 3.2).

Instationäre Strömungen²⁹ verursachen Massenstromdifferenzen zwischen dem Startknoten S und dem Endknoten E jedes Rohres ij und führen damit zur Änderung der gesamten Masse je Rohrleitung. Es wird für die Berechnung der Druckänderung angenommen, dass sich der Massenstrom linear über die Rohrleitungslänge L ändert. Am Startknoten entspricht der Massenstrom \dot{m}_{ij} und am Endknoten $\dot{m}_{ij} - \Delta\dot{m}_{ij}$.

Wie bereits im vorherigen Abschnitt beschrieben können Massenströme auch negativ und damit entgegengesetzt zur topologischen Ausrichtung der Rohrleitung sein. Ergänzend zu Abschnitt 2.2.3 wird mit Index 1 der an das Rohr angeschlossene Knoten definiert, welcher den betragsmäßig größten Massenstrom aufweist. Entsprechend bezeichnet der Index 2 den Knoten mit betragsmäßig kleinerem Massenstrom.

Aus Gl. (2.14) ergibt sich über die Länge $0 \leq x \leq L$ der Rohrleitung folgende Gleichung:

$$p_2 - p_1 = -\frac{1}{2D} \int_0^L \lambda(p, u) \rho(p) u(p)^2 dx - g \frac{\Delta H}{L} \int_0^L \rho(p) dx \quad (3.26)$$

Die numerische Lösung von Gleichung (3.26) erfolgt in N äquidistanten Schritten Δx , als Laufvariable wird k verwendet. Ausdrücklich sei darauf hingewiesen, dass die Größen Rohrreibungszahl λ , Dichte ρ und Strömungsgeschwindigkeit u jeweils vom Druck p_k am Anfangspunkt eines diskretisierten Rohrleitungsstückes abhängig sind. Der so eingetragene Fehler steht in Bezug zur Schrittzahl N und wird in Abschnitt 4.2 untersucht. Die Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit u erfolgt in Abhängigkeit des mittleren Massenstroms im diskretisierten Rohrleitungsstück. Somit wird die Änderung des Massenstroms berücksichtigt.

²⁹ Für die in dieser Arbeit verwendete Definition der Instationarität siehe Gl. (3.7) und Gl. (3.8).

$$p_{k+1} - p_k = -\frac{1}{2D} \int_{x_k}^{x_{k+1}} \lambda(p, u) \rho(p) u(p)^2 dx - g \frac{\Delta H}{L} \int_{x_k}^{x_{k+1}} \rho(p) dx \quad (3.27)$$

$$p_{k+1} = p_k - \frac{\Delta L}{2D} \lambda_k(p_k, u_k) \rho_k(p_k) u_k(p_k)^2 - g \frac{\Delta H}{L} \rho_k(p_k) \quad \forall \{k | k \in 1 \dots N\} \quad (3.28)$$

Mit:

$$\Delta L = \frac{1}{N} L = x_{k+1} - x_k \quad (3.29)$$

Für eine Strömung in Richtung der topologischen Ausrichtung gilt:

$$u_k(p_k) = \frac{1}{\pi D^2 \rho_k(p_k)} \left(\dot{m}_{ij} - \frac{k - \frac{1}{2}}{N} \Delta \dot{m}_{ij} \right) \quad (3.30)$$

Für eine Strömung entgegengesetzt zur topologischen Ausrichtung gilt:

$$u_k(p_k) = \frac{1}{\pi D^2 \rho_k(p_k)} \left(\dot{m}_{ij} - \Delta \dot{m}_{ij} + \frac{k - \frac{1}{2}}{N} \Delta \dot{m}_{ij} \right) \quad (3.31)$$

Die resultierende Druckänderung Δp_{ij} bzw. geodätische Druckänderung $\Delta p_{ij, \text{geod}}$ bezieht sich stets auf die topologische Ausrichtung des jeweiligen Rohres ij und ergibt sich zu:

$$\Delta p_{ij} = \begin{cases} p_1 - p_N, & \text{für } 1 = \text{Startknoten} \\ p_N - p_1, & \text{für } 1 = \text{Endknoten} \end{cases} \quad (3.32)$$

Und:

$$\Delta p_{\text{geod}, ij} = \begin{cases} p_{\text{geod}, 1} - p_{\text{geod}, N}, & \text{für } 1 = \text{Startknoten} \\ p_{\text{geod}, N} - p_{\text{geod}, 1}, & \text{für } 1 = \text{Endknoten} \end{cases} \quad (3.33)$$

Für die Berechnung der Druckverteilung im gesamten Gasverteilnetz ist der mittlere Druck p_m zu bestimmen (siehe Abschnitt 3.2.4). Gängige Verfahren aus der Literatur können aufgrund nicht vorhandener Gültigkeit für instationäre Strömungen nicht angewendet werden. Somit berechnet sich der mittlere Druck zu:

$$p_{m, ij} = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N-1} (p_k + p_{k+1}) \quad (3.34)$$

Der Druck $p(k=1)$ ist durch die vorherige Iteration bzw. den vorherigen Zeitschritt gegeben. Ebenfalls wird die Schrittzahl N für die dynamische Diskretisierung je Rohr

auf Basis der Drücke der vorherigen Iteration bzw. des vorherigen Zeitschritts ermittelt (siehe Tabelle 3.2).

Tabelle 3.2 Schrittzahl N zur Diskretisierung in Abhängigkeit der Druckdifferenzen der vorherigen Iteration bzw. des vorherigen Zeitschritts.

Druckdifferenz Start und Ende		Druckdifferenz Start und Mitte	Schrittzahl N
$\Delta p_{12} < 10 \%$	und	$\Delta p_{1m} < 1 \%$	3
$\Delta p_{12} < 20 \%$		$\Delta p_{1m} \geq 0 \%$	10
$\Delta p_{12} \geq 20 \%$		$\Delta p_{1m} \geq 0 \%$	30

Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit u_m wird äquivalent zu Gl. (3.34) bestimmt:

$$u_m = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_k(p_k) \quad (3.35)$$

Eine detaillierte Auswertung der Druckberechnung ist in Abschnitt 4.2 zu finden.

3.2.4 BERECHNUNG DER DRUCKVERTEILUNG MIT ADAPTIVEM GRADIENTENABSTIEGSVERFAHREN

Die Berechnung der Druckverteilung im gesamten Gasverteilnetz dient dem Zweck, die Drücke sämtlicher Knoten zu allen Zeitschritten aufgrund veränderlicher Strömungszustände zu bestimmen. Hierdurch wird die Einhaltung der Kontinuitätsgleichung sichergestellt. Von der Druckverteilung ist die Verteilung der Massenstromdifferenzen je Rohrleitung abhängig, wie in Gl. (3.23) dargestellt. Beide Verteilungen bedingen einander, so dass ein iteratives Vorgehen notwendig ist, siehe Bild 3.2.

Wie bereits in Bild 3.1 für eine Beispieltopologie dargestellt, ist die Aufgabe der Druckverteilungsberechnung das Lösen des Druckgleichungssystems aus Gl. (3.11) bzw. Gl. (3.12). Als Randbedingung gilt stets, dass die Kontinuitätsgleichung für jeden hydraulisch getrennten Teilnetzabschnitt k_T einzuhalten ist, siehe Gl. (3.36). Die Masse innerhalb eines Zeitschritts erfährt eine konstante Änderung, die zweite zeitliche Ableitung der Kontinuitätsgleichung aus Gl. (3.8) ist Null. Dementsprechend nimmt der Druck über die Zeit linear ab oder zu. Es gilt, den mittleren Strömungszustand und damit mittlere Drücke pro Stunde zu berechnen. Für eine Iteration i_D zur Berechnung der Druckverteilung aus Bild 3.2 wird die Masse zur Mitte eines Zeitschritts bestimmt und dementsprechend die Massenstromänderung mit $\frac{1}{2}\Delta t$ multipliziert. Zu beachten ist, dass die Iterationen i_D zur Bestimmung der Druckverteilung innerhalb der Iteration i des Strömungszustands ablaufen:

$$m_{k_T}(t) + \frac{1}{2}\Delta t \Delta \dot{m}_{k_T}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \sum m_{ij}(t) + \frac{1}{2}\Delta t \Delta \dot{m}_{ij}(t^{i-1}) \quad (3.36)$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \sum \rho_{m,ij} \left(p_{m,ij}(t^{i_D}) \right) V_{\text{geo},ij} \quad \forall ij \in k_T$$

Für jede Rohrleitung ij sind die zugehörigen Druckänderungen $\Delta p_{ij}(t^{i-1})$ sowie mittleren Drücke $p_{m,ij}(t^{i-1})$ aus der vorherigen Iteration $i - 1$ gegeben, siehe Abschnitt 3.2.3. Wie bereits in Abschnitt 3.2.1 erwähnt, existiert pro Teilnetzabschnitt k_T ein frei iterierbarer Druck $p_{\text{frei},k_T}(t^i)$. Von diesem Druck sind durch das Druckgleichungssystem alle weiteren Knotendrucke abhängig. In der aktuellen Iteration i_D wird $p_{\text{frei},k_T}(t^{i_D})$ angepasst, bis Gl (3.36) erfüllt ist. Als Abbruchbedingung gilt analog zu Gl. (3.25) des Strömungszustands mit $\varepsilon = 10^{-6}$:

$$\frac{\sum \rho_{m,ij} \left(p_{m,ij}(t^{i_D}) \right) V_{\text{geo},ij} - \left(m_{k_T}(t) + \frac{1}{2} \Delta t \Delta \dot{m}_{k_T}(t) \right)}{m_{k_T}(t) + \frac{1}{2} \Delta t \Delta \dot{m}_{k_T}(t)} \leq \varepsilon \quad (3.37)$$

Um das Druckgleichungssystem in einer möglichst niedrigen Anzahl Iterationen i_D zu lösen, wurde ein adaptives Gradientenabstiegsverfahren entwickelt, welches wesentlich schneller als ein Bisektionsverfahren konvergiert. Die Anpassung des frei iterierbaren Drucks $p_{\text{frei},k_T}(t^{i_D+1})$ zur Iteration $i_D + 1$ hängt damit von der vorherigen Iteration i_D ab:

$$p_{\text{frei},k_T}(t^{i_D+1}) = p_{\text{frei},k_T}(t^{i_D}) + \frac{m_{k_T}(t) + \frac{1}{2} \Delta t \Delta \dot{m}_{k_T}(t) - \sum \rho_{m,ij} \left(p_{m,ij}(t^{i_D}) \right) V_{\text{geo},ij}}{c_{k_T}(t^i)} \quad (3.38)$$

Die Bestimmung von $c_{k_T}(t^i)$ je Teilnetzabschnitt k_T erfolgt einmalig je Iteration i . Es wird ein linearer Zusammenhang zwischen Druck und Dichte um den Arbeitspunkt $\left(p_{m,k_T}(\rho_{m,k_T}(t^i)) \mid \rho_{m,k_T}(t^i) \right)$ unterstellt:

$$c_{k_T}(t^i) = \frac{\rho_{m,k_T}(t^i) V_{\text{geo},k_T}}{p_{m,k_T}(\rho_{m,k_T}(t^i))} \quad (3.39)$$

Die mittlere Dichte $\rho_{m,k_T}(t^i)$ des Teilnetzabschnitts wird dabei massengewichtet über alle Rohrleitungen ij ermittelt:

$$\rho_{m,k_T}(t^i) = \frac{1}{m_{k_T}(t) + \frac{1}{2} \Delta t \Delta \dot{m}_{k_T}(t)} \sum \left(m_{ij}(t) + \frac{1}{2} \Delta t \Delta \dot{m}_{ij}(t) \right) \rho_{m,ij}(t^i) \quad (3.40)$$

Durch die Änderung des frei iterierbaren Drucks $p_{\text{frei},k_T}(t^{i_D})$ ändern sich folglich je Iteration i_D die Drücke an Start- und Endknoten je Rohrleitung ij , die Druckdifferenz $\Delta p_{ij}(t^i)$ wird als konstant angenommen. Bei instationären Strömungen befindet sich der mittlere Druck $p_{m,ij}(t^{i_D})$ nicht zwangsläufig zwischen den Drücken an Start- und End-

knoten³⁰. Die mittlere Dichte $\rho_{m,ij}(p_{m,ij}(t^{i_D}))$ je Rohrleitung ist für die Berechnung der Druckverteilung jedoch wesentlich und hängt vom mittleren Druck ab. Demzufolge wird der mittlere Druck vereinfachend berechnet mit:

$$p_{m,ij}(t^{i_D}) = p_{m,add,ij}(t^i) + \frac{p_i(t^{i_D}) + p_j(t^{i_D})}{2} \quad (3.41)$$

Mit:

$$p_{m,add,ij}(t^i) = p_{m,ij}(t^i) - p_i(t^i) + \frac{1}{2}\Delta p_{ij}(t^i) \quad (3.42)$$

3.2.5 BERECHNUNG VON VERMASCHUNGEN IN GASVERTEILNETZEN

Regionale Gasverteilnetze weisen i.d.R. zur Sicherstellung der Versorgung einen hohen Grad an Vermaschungen auf. Eine Beispieltopologie ist in Bild 3.1 dargestellt. Ziel der Netzberechnung ist es zum einen, das System der Gleichungen geeignet aufzustellen und zu lösen. Zum anderen gilt es einen Lösungsvektor $\dot{\mathbf{m}}$ zu finden, der das erste und zweite Kirchhoffsche Gesetz erfüllt. In der Literatur wird häufig die sogenannte Maschenflussmethode (MFM) bzw. Knotendruckmethode (KDM) verwendet [23, 48]. In diesem Abschnitt wird ein ähnliches Verfahren vorgestellt, welches das Gleichungssystem Gl. (3.9) im Gegensatz zu MFM und KDM ohne Iterationen direkt löst. Ein Vorteil dieses Verfahrens ist, dass die Modellierung von instationären Strömungen ermöglicht wird.

Das Auftreten von Vermaschungen in einem Gasnetz hat bei der mathematischen Abbildung der Topologie zur Folge, dass der Rang der Massenstrommatrix \mathbf{M}_M kleiner ist als die Dimension. Um \mathbf{M}_M eindeutig lösen zu können, sind weitere Gleichungen notwendig. Nachfolgend wird beschrieben, wie hierzu die Druckänderungen in einer Masche geeignet in Massenströme umgeformt werden. Wie bereits in Abschnitt 3.2.1 beschrieben, werden für jedes Netzelement, welches Teil einer Masche ist, sogenannte Vermaschungskoeffizienten $\alpha_{ij}(t^i)$ bestimmt. Die Vermaschungskoeffizienten hängen damit von der Druckänderung $\Delta p_{ij}(t^{i-1})$ der vorherigen Iteration $i - 1$ ab und werden für jede Iteration i eines Zeitschritts t neu berechnet. Für die Bestimmung von $\alpha_{ij}(t^i)$ wird ein linearer Zusammenhang zwischen Druckänderung Δp_{ij} und mittlerem Massenstrom $\dot{m}_{m,ij}$ unterstellt, wie in Bild 3.3 dargestellt. Diese Vereinfachung ist legitim, da sich mit fortschreitender Iterationsanzahl und Konvergenz des Strömungszustands³¹ der Lösungsvektor $\dot{\mathbf{m}}$ und somit die Massenströme $\dot{m}_{m,ij}$ von Netzelementen in Maschen immer weiter dem jeweiligen Arbeitspunkt $(\dot{m}_{m,ij} | \Delta p_{ij})$ annähern:

³⁰ Für die graphische Darstellung des Druckverlaufs in Rohrleitungen mit instationärer Strömung siehe Abschnitt 4.2.2 bzw. Abschnitt 4.2.3.

³¹ Die Auswertungen zur Konvergenz des Strömungszustands sind in Abschnitt 4.4.2 dargestellt.

$$\Delta p_{ij}(t^{i-1}) \cong \beta_{ij}(t^i) + \alpha_{ij}(t^i) \dot{m}_{m,ij}(t^i) \quad (3.43)$$

Mit:

$$\dot{m}_{m,ij}(t^i) = \dot{m}_{ij}(t^i) - \frac{1}{2} \Delta \dot{m}_{ij}(t^i) \quad (3.44)$$

Für Rohrleitungen gilt:

$$\beta_{ij}(t^i) = \Delta p_{\text{geod},ij}(t^{i-1}) \quad (3.45)$$

$$\alpha_{ij}(t^i) = \frac{\Delta p_{ij}(t^{i-1}) - \Delta p_{\text{geod},ij}(t^{i-1})}{\dot{m}_{m,ij}(t^i)} \quad (3.46)$$

Mit dieser Darstellung können sämtliche Druckänderungen verschiedenster Netzelemente modelliert werden. Für Rohrleitungen entspricht das Produkt $\alpha_{ij} \dot{m}_{m,ij}$ der Summe aus statischem und dynamischem Druck. Der Koeffizient β_{ij} entspricht der durch Höhendifferenzen hervorgerufenen geodätischen Druckänderung $\Delta p_{\text{geod},ij}$. Regler geben eine Druckänderung vor, die unabhängig vom Massenstrom ist. Folglich wird die Druckänderung durch β_{ij} modelliert, das Produkt $\alpha_{ij} \dot{m}_{m,ij}$ wird (quasi) zu Null³². Ventile prägen per Definition keine Druckänderung auf und beeinflussen damit die Aufteilung der Massenströme in Maschen nicht.

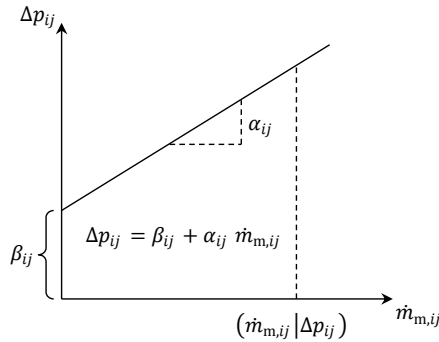


Bild 3.3 Linearisierter Zusammenhang zwischen Druckänderung und mittlerem Massenstrom der Rohrleitung ij .

Zur Lösung des Gleichungssystems der Massenströme aus Gl. (3.9) bzw. Gl. (3.10) werden für jede Masche o die Randbedingungen γ_o unter Berücksichtigung des Maschen-drehsinns, ausgedrückt durch $\text{sgn}(ij)$, bestimmt.

³² Für Regler ist das Produkt $\alpha_{ij} \dot{m}_{m,ij}$ größer Null, da ansonsten das Element der Massenstrommatrix \mathbf{M}_M nicht besetzt wäre und damit \mathbf{M}_M nicht lösbar wäre.

$$\gamma_o(t^i) = \sum \text{sgn}(ij) \left(\frac{1}{2} \Delta \dot{m}_{ij}(t^i) \alpha_{ij}(t^i) - \beta_{ij}(t^i) \right) \forall ij \in o \quad (3.47)$$

Konkret ergibt sich damit für die Masche $o = 2$ der Beispieltopologie aus Bild 3.1 folgende Gleichung zur Bestimmung der Massenströme:

$$\sum \Delta p_{ij} = 0 \Leftrightarrow \Delta p_{34} - \Delta p_{36} + \Delta p_{47} - \Delta p_{67} = 0 \quad (3.48)$$

$$\Leftrightarrow (\alpha_{34} \dot{m}_{m,34} + \beta_{34}) - (\alpha_{36} \dot{m}_{m,36} + \beta_{36}) + (\alpha_{47} \dot{m}_{m,47} + \beta_{47}) - (\alpha_{67} \dot{m}_{m,67} + \beta_{67}) = 0 \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \alpha_{34} \dot{m}_{34} - \alpha_{36} \dot{m}_{36} + \alpha_{47} \dot{m}_{47} - \alpha_{67} \dot{m}_{67} \\ &= \underbrace{\frac{1}{2} (\alpha_{34} \Delta \dot{m}_{34} - \alpha_{36} \Delta \dot{m}_{36} + \alpha_{47} \Delta \dot{m}_{47} - \alpha_{67} \Delta \dot{m}_{67})}_{\gamma_2} - \beta_{34} + \beta_{36} - \beta_{47} + \beta_{67} \end{aligned} \quad (3.50)$$

3.3 GASBESCHAFFENHEITSVERFOLGUNG AUF BASIS EINES PAKETMODELLS

Dieser Abschnitt beschreibt die Bestimmung der Gasbeschaffenheitsverteilung in Erdgasverteilnetzen. Die Verteilung der Gasbeschaffenheit stellt dabei einen wesentlichen Einfluss auf die Strömungssimulation dar und liegt in der Abhängigkeit der Dichte von Druck und Gasbeschaffenheit $\rho(p, x)$ begründet (siehe Gl. (3.6)). Zusätzlich können der Brennwert und weitere Gasbeschaffenheitsgrößen an allen Knoten bestimmt werden. Wie in der Literatur üblich (vgl. z.B. [13]), wird für die Berechnung der Verteilung auf ein sogenanntes Paketmodell zurückgegriffen.

Das in dieser Arbeit entwickelte Paketmodell bietet zwei Vorteile. Zum einen wird die Bestimmung der Gasbeschaffenheit zu den diskreten Berechnungszeitschritten der strömungstechnischen Simulation durchgeführt und eine unterständliche Berechnung entfällt. Zum anderen ist eine Berücksichtigung sämtlicher Gaskomponenten möglich. Weitere relevante Gaskennwerte können flexibel ergänzt oder aus der Gaszusammensetzung berechnet werden. Eine eigenständige Entwicklung ermöglicht darüber hinaus die optimale Integration der Gasbeschaffenheitsverfolgung in die Berechnung des Strömungszustands. Dieses Modell wird im Folgenden kurz vorgestellt.

In Abschnitt 3.3.1 wird die Propagierung von Gaspaketen in einzelnen Rohrleitungen beschrieben. Abschnitt 3.3.2 stellt die Mischung von Gaspaketen an Verzweigungen dar. Auf die Unterschiede der Rechengeschwindigkeit des Paketmodells zwischen der SGERG Zustandsgleichung und der vereinfachten Virialgleichung wird in Abschnitt 4.4.1 eingegangen.

3.3.1 GASPAKET-PROPAGIERUNG IN EINZELNER ROHRLEITUNG

Die Bestimmung der Gasbeschaffenheitsverteilung basiert, wie die gesamte strömungstechnische Simulation, auf der Massenerhaltung im Gasverteilnetz. Grundsätzlich werden Gaspakete ausschließlich durch Rohrleitungen propagiert, da Netzelemente wie Regler und Ventile in der vorliegenden Arbeit ohne geometrisches Volumen modelliert werden und damit keine Masse besitzen. Wie bereits erwähnt, findet die Propagierung der Gaspakete jeweils zu diskreten Simulationszeitschritten t statt. Damit sind die Massenströme \dot{m}_{ij} sowie die Massen m_{ij} der Netzelemente ij bekannt und werden zur Propagierung der Gaspakete verwendet. Die Größe jedes Gaspaketes P ist durch eine Masse $m_{ij,P}$ definiert. Durch das Verhältnis der Masse $m_{ij,P}$ eines Gaspaketes zur Masse m_{ij} eines Rohres ij ist die Länge des Gaspakets in der jeweiligen Rohrleitung gegeben. Es gilt stets, dass die Summe der Masse aller Gaspakete N_P in einer Rohrleitung gleich der Masse der Rohrleitung ist:

$$m_{ij} = \sum_k^{N_P} m_{ij,k} \quad (3.51)$$

Die Gaspaket-Propagierung wird nach der erfolgreichen strömungstechnischen Simulation des Strömungszustands aufgerufen und berechnet die Gasbeschaffenheitsverteilung zum Ende des Zeitschritts t bzw. zu Beginn des Zeitschritts $t + 1$ (siehe Bild 3.2). Der Aufrufpunkt ist so gewählt, dass ein Zeitschritt t jeweils mit der aktuellen Gasbeschaffenheitsverteilung berechnet wird. Während der Iteration des Strömungszustands ändert sich die Verteilung der Gasbeschaffenheit nicht. In Bild 3.4 ist die Propagierung von Gaspaketen in einer Rohrleitung mit den Knoten 1 und 2 exemplarisch dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist der Index „12“ nicht in der Beschriftung der Gaspakete aufgeführt. Die Propagierung für die Rohrleitung 12 läuft dabei folgendermaßen ab: Aus dem Rohr strömt die Masse $(\dot{m}_{12} + \Delta\dot{m}_{12}) \cdot \Delta t$ mit einer zu bestimmenden Gasbeschaffenheit. In einem nächsten Schritt werden so viele Gaspakete aus dem Rohr entnommen, bis die Masse der entnommenen Gaspakete der ausströmenden Masse entspricht:

$$\sum_k^{N_P} m_{ij,k} \stackrel{\text{def}}{=} (\dot{m}_{ij} + \Delta\dot{m}_{ij}) \Delta t \quad (3.52)$$

Die Reihenfolge der Gaspakete ist zu beachten. Es treten drei Fälle ein:

1. Die Masse der Gaspakete ist exakt gleich der ausströmenden Masse. Es wird nichts weiter unternommen.
2. Die Masse der Gaspakete ist größer als die ausströmende Masse. Das letzte Gaspaket wird aufgeteilt, ein Teil des Gaspaketes strömt aus dem Rohr, so dass Gl. (3.52) erfüllt ist. Die restliche Masse des Gaspaketes verbleibt im Rohr (vgl. Bild 3.4).
3. Die Masse der Gaspakete ist kleiner der ausströmenden Masse. Es werden rekursiv alle Rohre ermittelt, aus denen Gas auf das betroffene Rohr zuströmt. Aus diesen zu-

strömenden Rohren werden rekursiv weitere Gaspakete entnommen und gemischt, bis Gl. (3.52) erfüllt ist (vgl. Bild 3.5).

Zur Bestimmung der stündlichen Gasbeschaffenheit aller Knoten werden alle am Knoten vorbeiströmenden Gaspakete anhand der Volumenanteile im Normzustand gemittelt. Hierdurch wird ein geringer Fehler in die Mittelung eingebracht, da die Volumenanteile im Normzustand ungleich der Molenbrüche sind. Die Abweichung im Mischungsverhältnis resultiert jedoch in einem Gewinn in der Rechengeschwindigkeit und ist vertretbar. Die Gasbeschaffenheit an Knoten 2 in Bild 3.4 setzt sich demnach für den neuen Zeitschritt $t + 1$ aus den Gaspaketen m_a und m_b zusammen. Knoten 1 ist von Gaspaket m_d durchströmt worden, weshalb die Gasbeschaffenheit ausschließlich von m_d abhängig ist. Die Bestimmung der mittleren Gasbeschaffenheit einer Rohrleitung erfolgt analog zu Knoten und hängt von den Gaspaketen ab, die sich nach der Gaspaket-Propagierung im jeweiligen Rohr befinden. In Bild 3.4 bestimmt sich die Gasbeschaffenheit für den neuen Zeitschritt $t + 1$ gewichtet anhand der Volumenanteile im Normzustand zu den Gaspaketen m_b , m_c und m_d .

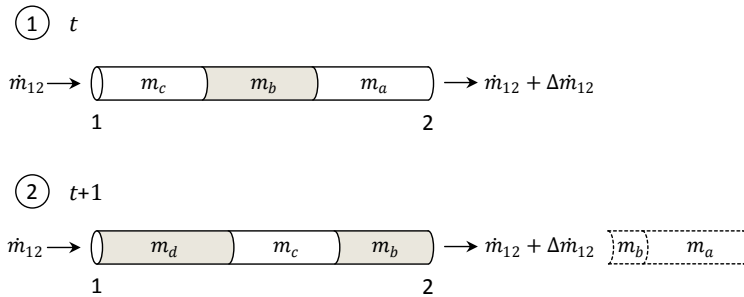


Bild 3.4 Beispielpropagierung von Gaspaketen in einer Rohrleitung mit den Knoten 1 und 2 zum Zeitschritt t und $t+1$. Verzicht auf den Index „12“ in der Beschriftung der Gaspakete aus Gründen der Übersichtlichkeit.

Ein Gaspaket P enthält die folgenden Eigenschaften:

- Masse $m_{ij,P}$
- Normvolumen $V_{n,ij,P}$
- Gasbeschaffenheit $GBH_{ij,P}$
 - Brennwert $H_{s,ij,P}$, Normdichte $\rho_{n,ij,P}$, CO₂-Anteil $x_{CO_2,ij,P}$, ggf. H₂-Anteil $x_{H_2,ij,P}$
 - Molmasse $M_{ij,P}$, Virialkoeffizient $B_{ij,P}$

Die Speicherung der Molmasse $M_{ij,P}$ und des Virialkoeffizienten $B_{ij,P}$ je Gaspaket ist notwendig, um die vereinfachte Virialgleichung zur Berechnung der Dichte $\rho(p, x)$ anzuwenden (siehe Abschnitt 3.1). Die Abgrenzung zwischen zwei Gaspaketen wird auf Grundlage der Änderungen in den ersten vier Eigenschaften der Gasbeschaffenheit ge-

troffen. Sind alle vier Änderungen³³ kleiner als 1 %, werden Gaspakete zusammengefasst. Unterhalb einer minimalen Gaspaketmasse³³ $m_{ij,p,\min} = 1$ kg werden Gaspakete ebenfalls zusammengefasst. In beiden Fällen werden die Massen addiert und die Gasbeschaffenheiten volumetrisch gemittelt. Damit wird eine Aufteilung aller Gaspakete vermieden und die Rechengeschwindigkeit nicht negativ beeinflusst.

Die Umsetzung des vorgestellten Modells am Computer wurde, wie der gesamte Rechenkern, in der Programmiersprache C umgesetzt. Hierbei ist ein aktives Speichermanagement entwickelt worden, bei dem sämtliche Speicheroperationen über Pointer-Strukturen und Speicher-Allokationen verarbeitet werden. Damit wurde die Geschwindigkeit des Modells wesentlich optimiert.

3.3.2 GASPAKET-PROPAGIERUNG AN KNOTEN

Die Gaspaket-Propagierung an Knoten (Kopplungspunkt zwischen Netzelementen) unterscheidet drei Fälle, wobei Fall 1 und 2 gleichzeitig auftreten können:

1. Aus mehr als einem Netzelement strömen Gaspakete auf einen Knoten zu (siehe Bild 3.5).
2. An einem Knoten strömen Gaspakete in mehr als ein Netzelement ab (siehe Bild 3.6).
3. An einem Knoten sind exakt zwei Netzelemente miteinander verbunden. Dieser Fall ist analog zur Gaspaket-Propagierung in einer einzelnen Rohrleitung nach Abschnitt 3.3.1 zu behandeln. Die abströmenden Gaspakete des zuströmenden Rohres an einem Knoten bilden die zuströmenden Gaspakete in das abströmende Rohr.

Wie in Abschnitt 3.3.1 beschrieben, können ausschließlich Rohrleitungen Gaspakete aufnehmen. Sind an einen Knoten andere Netzelemente angeschlossen, werden die entsprechenden Netzelemente rekursiv durchschritten und die dahinter liegenden angeschlossenen Rohrleitungen ausgewählt.

Der entwickelte Algorithmus überprüft anhand der Massenströme, welche Gaspakete den Knoten durchströmen und gemischt werden. Strömen aus mehr als einer Rohrleitung Gaspakete auf einen Knoten zu, wird die Masse der einströmenden Gaspakete addiert. Die Mischung der Gasbeschaffenheit ist abhängig von dem Quotienten $w_{ij,p}$ aus Masse eines Gaspaketes zu Massenstrom der Rohrleitung und es gilt die topologische Ausrichtung des Rohres zu berücksichtigen:

$$w_{ij,p} = \frac{m_{ij,p}}{\dot{m}_{ij} \Delta t} \text{ bzw. } w_{ij,p} = \frac{m_{ij,p}}{(\dot{m}_{ij} + \Delta \dot{m}_{ij}) \Delta t} \quad (3.53)$$

Die Quotienten aller zuströmenden Rohrleitungen werden in aufsteigender Reihenfolge sortiert und anhand der Quotienten wird die Abgrenzung der ausströmenden Gaspakete ermittelt. Die Mischung der Gasbeschaffenheit von Gaspaketen findet im Verhältnis der

³³ Es handelt sich um die Standardeinstellung des Rechenkerns bzw. des Moduls zur Propagierung der Gaspakete und ist vom Benutzer konfigurierbar.

Volumina $\dot{V}_{n,ij,P}$ im Normzustand statt. Hierdurch wird ein geringer Fehler in die Mischung eingebracht, da die Volumenanteile im Normzustand ungleich der Molenbrüche sind. Die Abweichung im Mischungsverhältnis resultiert jedoch in einem Gewinn in der Rechengeschwindigkeit und ist damit vertretbar. Die Gasbeschaffenheit $GBH_{ij,P}$ eines ausströmenden Gaspaketes P berechnet sich aus allen auf den Knoten zuströmenden Gaspakete N_Z . Der kleinste Quotient $w_{\min,ij}$ aller Gaspakete N_Z gibt die ausströmende Gaspaketgröße $m_{ij,P}$ vor:

$$GBH_{ij,P} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{N_Z} V_{n,ij,k}} \sum_{k=1}^{N_Z} V_{n,ij,k} GBH_{ij,k} \quad (3.54)$$

Mit:

$$V_{n,ij,k} = w_{\min,ij} \frac{\dot{m}_{ij} \Delta t}{\rho_{n,ij,k}} \text{ bzw. } V_{n,ij,k} = w_{\min,ij} \frac{(\dot{m}_{ij} + \Delta \dot{m}_{ij}) \Delta t}{\rho_{n,ij,k}} \quad (3.55)$$

Bild 3.5 illustriert den ersten Fall. Zum Zeitschritt t strömen aus zwei ankommenden Rohrleitungen 13 und 23 Gaspakete auf den Knoten 3 zu, die Massenströme betragen $\dot{m}_{13} + \Delta \dot{m}_{13}$ und $\dot{m}_{23} + \Delta \dot{m}_{23}$. Rohr 13 enthält ein Gaspaket mit der Masse $m_{13,a}$ und Rohr 23 enthält die Gaspakete mit den Massen $m_{23,a}$ sowie $m_{23,b}$.

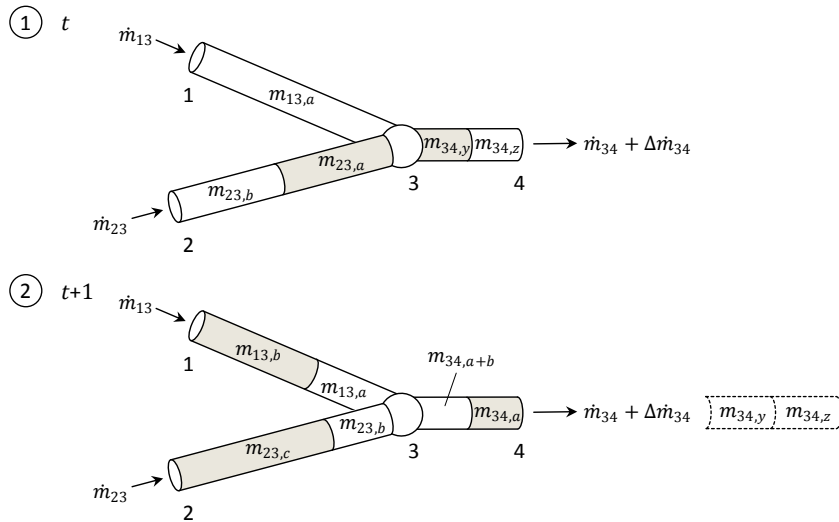


Bild 3.5 Beispielhafte Mischung von zuströmenden Gaspaketen an einem Knoten 3 zum Zeitschritt t und $t+1$.

Aus Gl. (3.54) folgt für das Beispiel in Bild 3.5: Die Masse $m_{13,a} > (\dot{m}_{13} + \Delta\dot{m}_{13}) \cdot \Delta t$ und die Massen $m_{23,a} + m_{23,b} > (\dot{m}_{23} + \Delta\dot{m}_{23}) \cdot \Delta t$ sowie $m_{13,a} > m_{23,a}$. Zuerst mischt sich das ausströmende Gaspaket mit der Masse $m_{34,a}$ aus den Gaspaketen der Massen $m_{13,a}$ und $m_{23,a}$. Bei dieser Mischung ist zu beachten, dass ein Teil von $m_{13,a}$ zur Mischung mit $m_{23,a}$ verbleibt. Damit ergibt sich $m_{34,a+b}$ aus $m_{13,a}$ und $m_{23,b}$. Ein Teil der Masse $m_{13,a}$ verbleibt im Rohr 13.

Strömen an einem Knoten Gaspakete in mehr als eine Rohrleitung, wird die Masse jedes ausströmenden Gaspaketes im Verhältnis der Massenströme auf die abströmenden Rohrleitungen aufgeteilt.

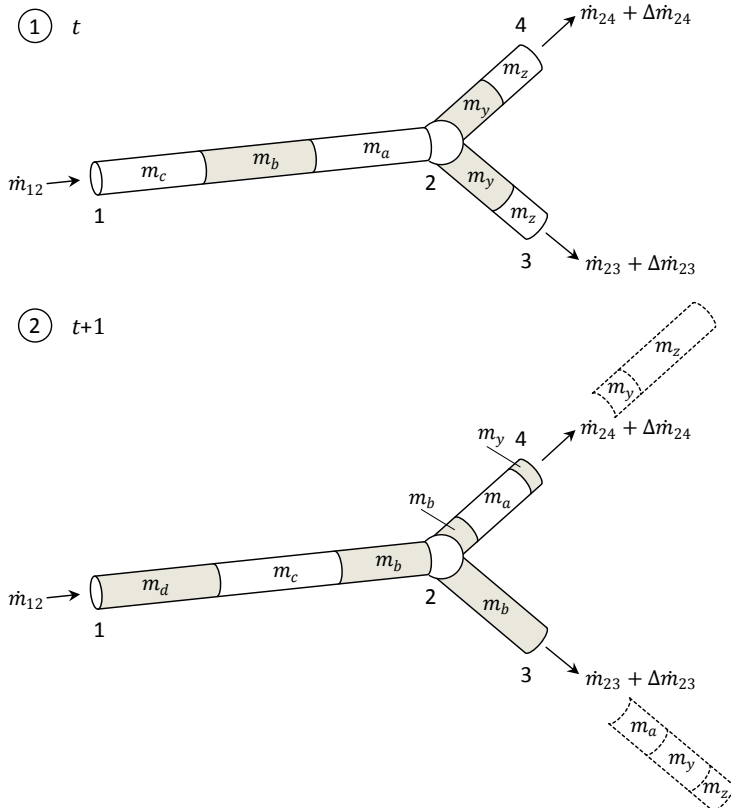


Bild 3.6 Beispielhafte Propagation von Gaspaketen an einem Knoten 2 zum Zeitschritt t und $t+1$. Verzicht auf den Index „12“ in der Beschriftung der Gaspakete aus Gründen der Übersichtlichkeit.

In Bild 3.6 ist exemplarisch der zweite Fall (abströmen in mehr als eine Rohrleitung) dargestellt. Zum Zeitschritt t strömen Gaspakete aus der Rohrleitung 12 auf den Kno-

ten 2 zu und verteilen sich auf die abströmenden Rohrleitungen 23 und 24. Es treten i.d.R. zwei typische Propagierungs-Formen der Gaspakete auf. Rohr 23 entspricht der ersten Form von Propagierung, Rohr 24 zeigt die zweite Propagierungs-Form. Die Masse der Gaspakete m_y und m_z aus Rohr 23 ist kleiner als die ausströmende Masse $(\dot{m}_{23} + \Delta\dot{m}_{23}) \cdot \Delta t$, wohingegen die Masse der Gaspakete m_y und m_z aus Rohr 24 größer als die ausströmende Masse $(\dot{m}_{24} + \Delta\dot{m}_{24}) \cdot \Delta t$ ist. Folglich strömt zusätzlich zu den Gaspaketen m_y und m_z aus Rohr 23 das Gaspaket m_a aus Rohr 12 am Knoten 3 aus. Im Gegensatz dazu verbleibt ein Teil m_y des letzten Gaspaketes m_y in Rohr 24.

4 VALIDIERUNG DES ENTWICKELTEN RECHENKERNS

In diesem Kapitel wird der entwickelte Rechenkern ausgewertet und validiert. In Abschnitt 4.1 wird die Wiedergabe des Realgasverhaltens durch die vereinfachte Virialgleichung untersucht. Der Abschnitt 4.2 betrachtet detailliert die neu entwickelte Druckberechnung in einzelnen Rohrleitungen. Eine Validierung des Strömungszustands an einem Beispielnetz wird in Abschnitt 4.3 vorgenommen. Die Auswertung erfolgt sowohl durch einen Vergleich mit Messdaten, als auch durch einen Vergleich mit einer etablierten Software. Abschließend, in Abschnitt 4.4, wird die Rechengeschwindigkeit untersucht. Hierzu gehören zum einen Untersuchungen zur Skalierbarkeit der Rechengeschwindigkeit mit der Netzgröße und zum anderen die Analyse zur Auswirkung der verwendeten Zustandsgleichung auf die Rechengeschwindigkeit. Die Konvergenz des Strömungszustands wird ebenfalls detailliert ausgewertet.

4.1 WIEDERGABE DES REALGASVERHALTENS DURCH VEREINFACHTE VIRIALGLEICHUNG

Dieser Abschnitt befasst sich mit der detaillierten Auswertung der in Abschnitt 3.1 vorgestellten vereinfachten Virialgleichung. Als Referenz-Zustandsgleichung wird die in Abschnitt 2.3.2 vorgestellte SGERG verwendet. Für die Auswertung werden dänisches Erdgas und unkonditioniertes Bioerdgas der Gruppe H betrachtet (siehe Bild 2.9). Beide Gase repräsentieren Randwerte, da zum einen Bioerdgas einen niedrigen Brennwert sowie Wobbe-Index besitzt und zum anderen dänisches Erdgas durch einen hohen Brennwert sowie Wobbe-Index gekennzeichnet ist. Die brenntechnischen Kenndaten beider Gase sind Tabelle 4.1 zu entnehmen.

Tabelle 4.1 Typische Eigenschaften von dänischem Erdgas sowie von unkonditioniertem Bioerdgas.

Typische Eigenschaften	dänisches Erdgas	unkonditioniertes Bioerdgas
Wobbe-Index W_s in kWh/m ³	15,3	14,1
Brennwert H_s in kWh/m ³	12,1	10,7
Normdichte ρ_n in kg/m ³	0,815	0,759
CO ₂ -Anteil x_{CO_2} in mol-%	0,60	2,90
H ₂ -Anteil x_{H_2} in mol-%	0,00	0,00

4.1.1 VERGLEICH DER ABHÄNGIGKEIT DER VEREINFACHTEN VIRIALGLEICHUNG VON DICHT UND DRUCK

In diesem Abschnitt wird bei der vereinfachten Virialgleichung die Abhängigkeit des zweiten Virialkoeffizienten von Druck und Dichte untersucht. Die Aussagen beziehen sich explizit auf isotherme Zustandsbeschreibungen³⁴, d.h. die Abhängigkeit des zweiten Virialkoeffizienten von der Temperatur wird nicht betrachtet.

Zur Bewertung der Abhängigkeit von Dichte oder Druck wird das Bestimmtheitsmaß³⁵ R^2 für ein lineares Regressionsmodell heran gezogen. Als zu untersuchende Gase werden das oben genannte dänische Erdgas und das unkonditionierte Bioerdgas verwendet. Die Auswertung findet bei einer Temperatur $T = 281,15$ K statt, die Ergebnisse sind für andere Temperaturen übertragbar. Zunächst werden die Referenz-Realgasfaktoren auf Basis der SGERG für typische Drücke bis $p = 80$ bar und Dichten bis $\rho(p = 80 \text{ bar})$ berechnet. Anschließend wird eine lineare Regression der Form $z_{\text{ber}}(x)$ für $z_{\text{ber}}(p)$ bzw. $z_{\text{ber}}(\rho)$ durchgeführt:

$$z_{\text{ber}}(x) = 1 + B_x x \quad (4.1)$$

Die Regressionsberechnung erfolgt nach der Minimierung der kleinsten Fehlerquadrate ε_x für ε_p bzw. ε_ρ über alle Datenpunkte i :

$$\sum_i \varepsilon_{x,i}^2 = \sum_i (z_{\text{SGERG}}(x_i) - z_{\text{ber}}(x_i))^2 \xrightarrow{!} \min \quad (4.2)$$

Das Bestimmtheitsmaß R_x^2 für R_p^2 bzw. R_ρ^2 berechnet sich für eine lineare Regression nach:

$$R_x^2 = \left(\frac{\sum_i (z_{\text{SGERG}}(x_i) - \bar{z}_{\text{SGERG}})(z_{\text{ber}}(x_i) - \bar{z}_{\text{ber},x})}{\sqrt{\sum_i (z_{\text{SGERG}}(x_i) - \bar{z}_{\text{SGERG}})^2 \sum_i (z_{\text{ber}}(x_i) - \bar{z}_{\text{ber},x})^2}} \right)^2 \quad (4.3)$$

In der Tabelle 4.2 ist nachfolgend das Bestimmtheitsmaß für die zwei untersuchten Gase dargestellt. Es zeigt sich, dass der Realgasfaktor in Abhängigkeit vom Druck für eine konstante Temperatur besser wiedergeben kann, als dies für die Abhängigkeit von der Dichte der Fall ist. Der grafische Vergleich der Abhängigkeit des Realgasfaktors z von Druck p und Dichte ρ ist Bild 4.1 zu entnehmen. Die Dichte von dänischem Erdgas liegt bei $\rho(p = 80 \text{ bar}) = 80,014 \text{ kg/m}^3$. Die Dichte von Bioerdgas ist deutlich niedriger mit $\rho(p = 80 \text{ bar}) = 69,504 \text{ kg/m}^3$.

³⁴ Der entwickelte Rechenkern berechnet den Strömungszustand auf Basis isothermer Rohrströmungen, eine Bewertung findet dementsprechend für isotherme Zustandsänderungen statt.

³⁵ Das Bestimmtheitsmaß ist im Fall einer linearen Regression gleich dem Quadrat des Korrelationskoeffizienten (siehe auch Gl. (5.25)).

Tabelle 4.2 Bestimmtheitsmaße in Abhängigkeit von Druck und Dichte.

Bestimmtheitsmaß	dänisches Erdgas	unkonditioniertes Bioerdgas
R_p^2	0,9998	0,9994
R_ρ^2	0,9938	0,9950

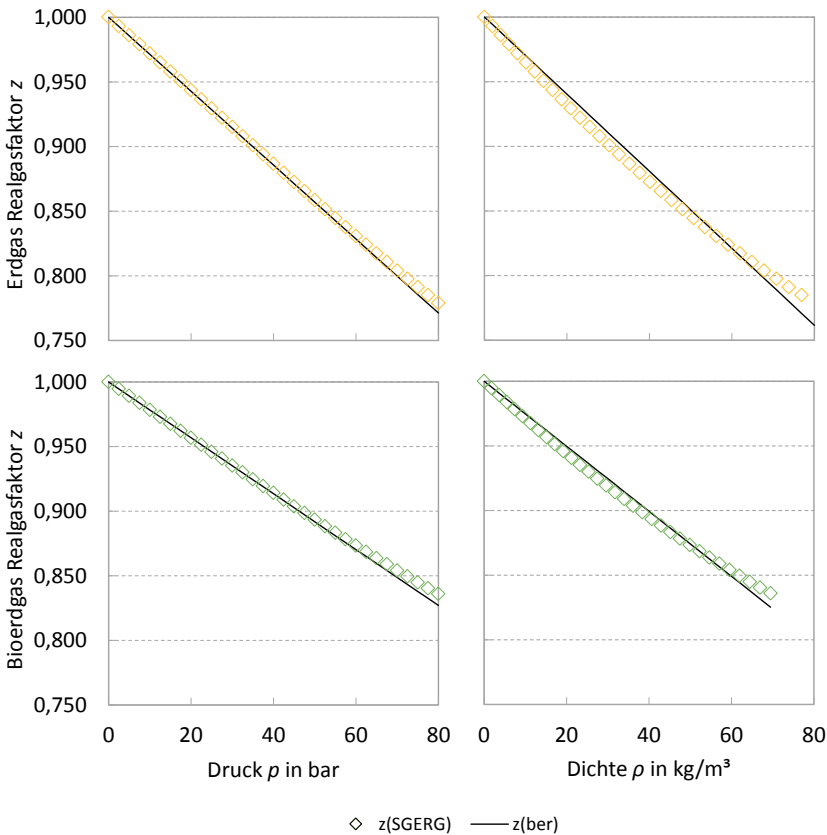


Bild 4.1 Abhängigkeit des Realgasfaktors z von Druck p und Dichte ρ . Dargestellt sind dänisches Erdgas (oben, gelb) und unkonditioniertes Bioerdgas (unten, grün) bei einer Temperatur von $T = 281,15$ K.

4.1.2 WIEDERGABE DES REALGASVERHALTENS UND DER DICHT

Dieser Abschnitt betrachtet die Unsicherheit der vereinfachten Virialgleichung, indem das Realgasverhalten und die Dichte über einen Druckbereich von $20 \text{ mbar} \leq p \leq 80 \text{ bar}$ untersucht werden. Die Auswertung findet bei einer konstanten Temperatur $T = 281,15 \text{ K}$ statt, die Ergebnisse sind für andere Temperaturen übertragbar. Als zu

untersuchende Gase werden das oben genannte dänische Erdgas (gelb), das unkonditionierte Bioerdgas (grün) und ein 50 mol-%:50 mol-%-Gemisch (rot) dieser beiden Gase verwendet. Bei diesem Mischungsverhältnis ist der Anteil des gemischspezifischen zweiten Virialkoeffizienten B_{ij} an B_{mix} für ein binäres Gemisch maximal (siehe Gl. (2.33)). Damit ist auch der Fehler in der vereinfachten Virialgleichung maximal, da nach Gl. (3.5) auf die Berechnung von B_{ij} verzichtet wird.

In Bild 4.2 ist die Abweichung zwischen der SGERG Zustandsgleichung und der vereinfachten Virialgleichung (ber) in vier Diagrammen grafisch dargestellt. Das erste Diagramm zeigt den Verlauf des Realgasfaktors $z(p)$, das zweite Diagramm die zugehörige Abweichung $\Delta z(p)$. Insgesamt wird der Realgasfaktor durch die vereinfachte Virialgleichung gut wiedergegeben, die maximale betragsmäßige Abweichung liegt bei $|\Delta z(p)| = 0,37 \%$ für Erdgas und bei $|\Delta z(p)| = 0,32 \%$ für Bioerdgas. Beide maximalen Abweichungen treten bei hohen Drücken oberhalb von p_{max} auf (siehe Gl. (3.2)). Wie zu erwarten gibt es am Auslegungsdruck p_{max} ein Minimum in der Abweichung. Das Realgasverhalten von Bioerdgas weist für mittlere Drücke von $15 \text{ bar} \leq p \leq 60 \text{ bar}$ höhere Abweichungen auf als das Realgasverhalten von Erdgas. Bei mittlerem Druck bleibt die Abweichung sowohl für Erdgas als auch für Bioerdgas kleiner $0,3 \%$. Der Einfluss des gemischten zweiten Virialkoeffizienten B_{mix} ist bis ca. $p = 40 \text{ bar}$ vernachlässigbar, erst oberhalb von $p = 65 \text{ bar}$ ist die Abweichung im Realgasverhalten des Gemisches größer als die maximale Abweichung der einzelnen Gase. Die maximale betragsmäßige Abweichung des Gemisches liegt bei $|\Delta z(p)| = 0,51 \%$.

Ähnliche Aussagen lassen sich auch für die Wiedergabe der Dichte $\rho(p)$ treffen, welche im dritten Diagramm in Bild 4.2 dargestellt ist. Die zugehörigen Abweichungen zwischen SGERG und vereinfachter Virialgleichung $\Delta \rho(p)$ befinden sich im vierten Diagramm. Auch die Dichte wird insgesamt gut durch die vereinfachte Virialgleichung wiedergegeben, hier liegen die maximalen Abweichungen für Erdgas bei $|\Delta \rho(p)| = 0,37 \%$ und für Bioerdgas bei $|\Delta \rho(p)| = 0,32 \%$. Beide maximalen Abweichungen treten bei hohen Drücken oberhalb vom Auslegungsdruck p_{max} auf (siehe Gl. (3.2)), an p_{max} selbst befindet sich ein Minimum der Abweichungen. Für die eingespeisten Gase ist hier die Abweichung definitionsgemäß Null. Für mittlere Drücke sind die Abweichungen in der Dichte beider Gase kleiner als $0,3 \%$. Bis ca. $p = 40 \text{ bar}$ ist der Einfluss des zweiten Virialkoeffizienten B_{ij} vernachlässigbar, ab einem Druck von $p = 67,5 \text{ bar}$ sind die maximalen betragsmäßigen Abweichungen der einzelnen Gase kleiner als die Abweichung des Gemisches. Die maximale Abweichung des Gemisches in der Dichte beträgt $|\Delta \rho(p)| = 0,51 \%$.

Auf Basis einer maximalen Abweichung im Realgasverhalten von $|\Delta z(p)| < 0,5 \%$ bzw. von $|\Delta \rho(p)| < 0,5 \%$ in der Dichte bleibt festzuhalten, dass die korrekte Wiedergabe beider Größen bei Drücken oberhalb von $p = 80 \text{ bar}$ nur durch Anpassung bzw. Erweiterung der vereinfachten Virialgleichung realisiert werden kann.

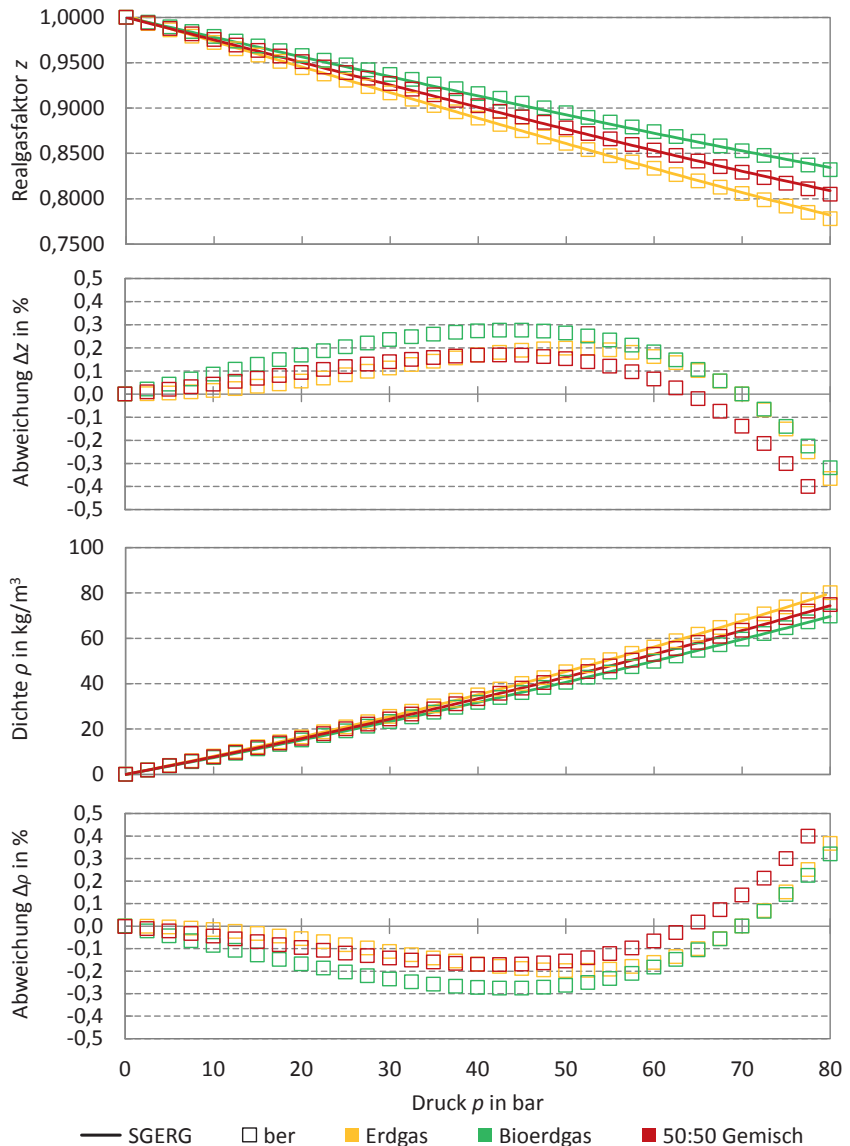


Bild 4.2 Abweichung im Realgasfaktor und in der Dichte zwischen SGERG (SGERG) und der vereinfachten Virialgleichung (ber) bei $T = 281,15 \text{ K}$ für Erdgas (gelb), Bioerdgas (grün) und ein 50 mol-%:50 mol-%-Gemisch (rot). Die Abweichungen beziehen sich auf die SGERG Zustandsgleichung.

Wie bereits in Abschnitt 2.3.2 beschrieben liegt die Genauigkeit der SGERG nur für thermisch aufbereitete Erdgase mit einem Kohlenwasserstoff-Verhältnis von 1:3 unter $|\Delta z(p)| < 0,1 \%$. Aus diesem Grund werden in Bild 4.3 und Bild 4.4 atypische Erdgase der Gruppe H untersucht: Die Auswertung wird mit konditioniertem Bioerdgas und LNG durchgeführt.

Als Referenz-Zustandsgleichung wird die GERG2004 verwendet, die typischen Eigenschaften und die typische Zusammensetzung beider Gase ist Tabelle 4.3 nach Altfeld und Schley [62] zu entnehmen. Die Berechnung des zweiten Virialkoeffizienten und der Molmasse für die vereinfachte Virialgleichung nach Gl. (3.3) bzw. Gl. (3.4) wird auf Basis der GERG2004 durchgeführt. Die Abweichungen von SGERG (blau) und vereinfachter Virialgleichung (ber, violett) beziehen sich jeweils auf die GERG2004. Die Auswertung findet bei einer konstanten Temperatur $T = 281,15 \text{ K}$ statt.

Tabelle 4.3 Typische Eigenschaften und typische Zusammensetzung von konditioniertem Bioerdgas und nigerianischem LNG [62].

Typische Eigenschaften	konditioniertes Bioerdgas	nigerianisches LNG
Wobbe-Index W_s in kWh/m ³	14,5	15,5
Brennwert H_s in kWh/m ³	11,6	10,7
Normdichte ρ_n in kg/m ³	0,827	0,805
CH ₄ -Anteil x_{CH_4} in mol-%	90,94	91,28
N ₂ -Anteil x_{N_2} in mol-%	0,69	0,08
CO ₂ -Anteil x_{CO_2} in mol-%	2,68	0,00
C ₂ H ₆ -Anteil $x_{C_2H_6}$ in mol-%	0,00	4,62
C ₃ H ₈ -Anteil $x_{C_3H_8}$ in mol-%	5,00	2,62
n-C ₄ H ₁₀ -Anteil $x_{n-C_4H_{10}}$ in mol-%	0,50	1,40
O ₂ -Anteil x_{O_2} in mol-%	0,19	0,00
H ₂ -Anteil x_{H_2} in mol-%	0,00	0,00

Der Vergleich von SGERG und GERG2004 zeigt für beide Gase, dass im betrachteten Druckbereich von $0 \text{ bar} \leq p \leq 80 \text{ bar}$ die Abweichungen im Realgasverhalten und in der Dichte stets kleiner 0,5 % bleiben. Das Verhalten des LNGs wird besser wiedergegeben als das Verhalten des konditionierten Bioerdgases, da das Kohlenwasserstoff-Verhältnis von LNG ähnlich eines typischen Erdgases ist. Einzig CO₂ wird abgetrennt. Für das konditionierte Bioerdgas und das LNG sind bei der SGERG ein Trend in den Abweichungen zu erkennen. So steigt mit steigendem Druck die Abweichung im Realgasverhalten kontinuierlich von $|\Delta z(p)| = 0,0 \%$ auf $|\Delta z(p)| < 0,5 \%$ an, die Abweichungen in der Dichte steigen von $\Delta \rho(p) = 0,0 \%$ auf $\Delta \rho(p) < 0,5 \%$.

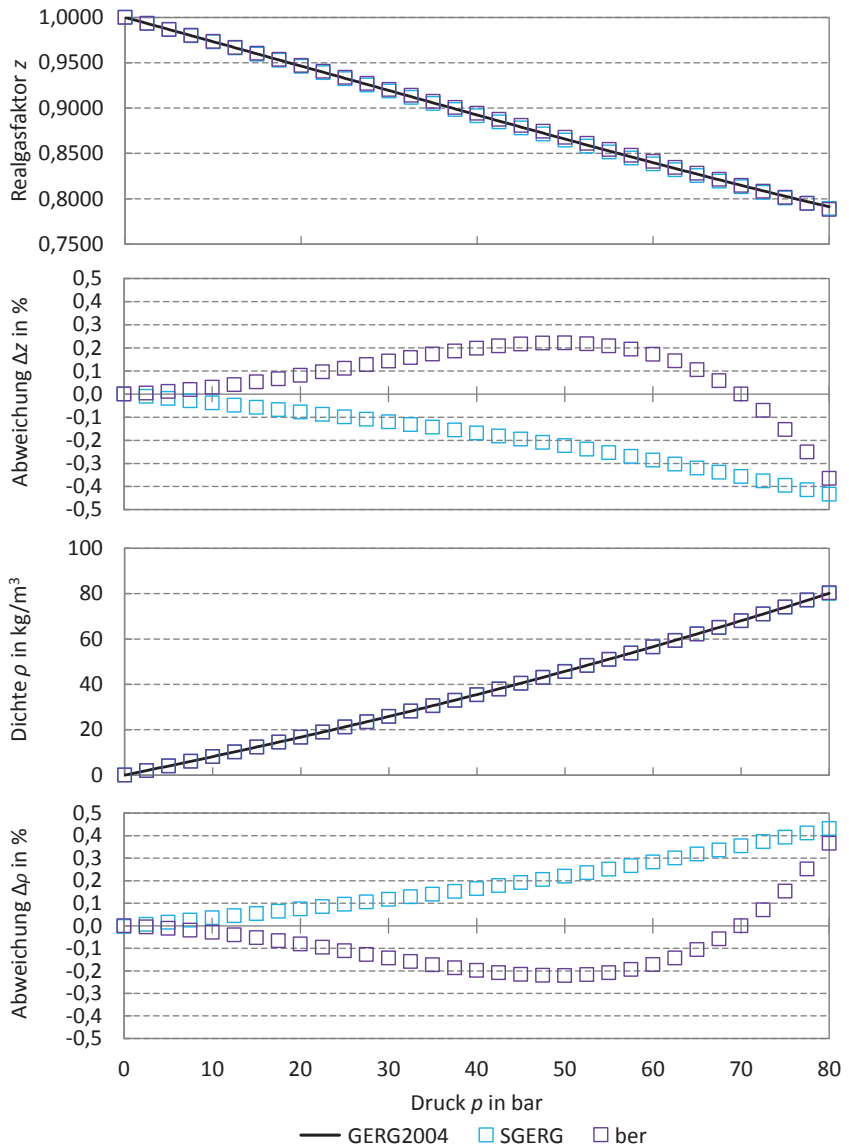


Bild 4.3 Abweichung im Realgasfaktor und in der Dichte zwischen GERG2004, der SGERG sowie der vereinfachten Virialgleichung (ber) $T = 281,15 \text{ K}$ für ein konditioniertes Bioerdgas mit 5 mol-% Propan. Die Abweichungen beziehen sich auf die GERG2004 Zustandsgleichung.

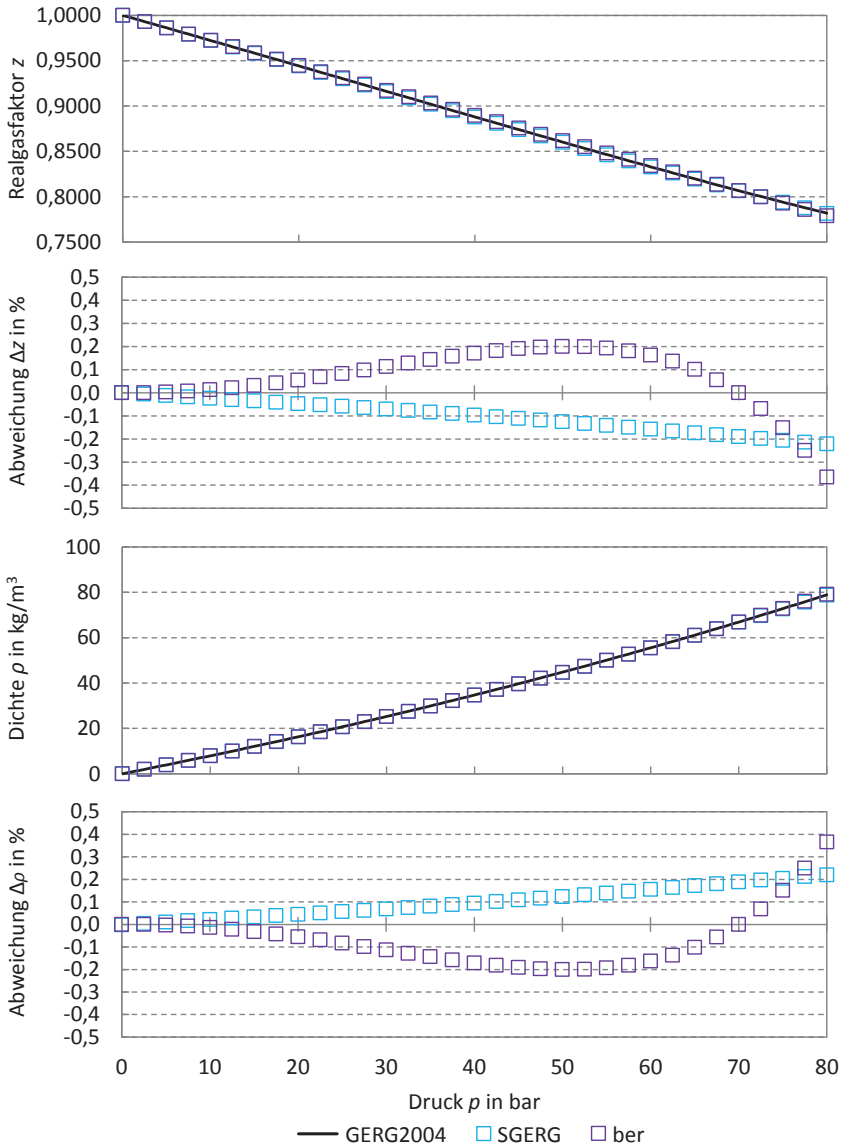


Bild 4.4 Abweichung im Realgasfaktor und in der Dichte zwischen GERG2004, der SGERG sowie der vereinfachten Virialgleichung (ber) $T = 281,15 \text{ K}$ für ein nigerianisches LNG. Die Abweichungen beziehen sich auf die GERG2004 Zustandsgleichung.

Die Abweichungen zwischen der vereinfachten Virialgleichung und der GERG2004 liegen für beide Gase im betrachteten Druckbereich unter 0,4 %. Insbesondere bei niedrigen Drücken von $p \leq 20$ bar sowie bei Drücken um den Auslegungsdruck p_{\max} betragen die betragsmäßigen Abweichungen unter 0,1 % bezogen auf die GERG2004. Für mittlere Drücke zwischen $25 \text{ bar} \leq p \leq 60 \text{ bar}$ liegen die Abweichungen unterhalb 0,3 %. Erst bei Drücken oberhalb von p_{\max} steigen die Abweichungen und erreichen Maxima von kleiner 0,4 %. Damit zeigen die Abweichungen atypischer Erdgase ähnliche Verläufe und Beträge wie die Abweichungen des unkonditionierten Bioerdgases und des dänischen Erdgases. Die vereinfachte Virialgleichung ist damit auch für Gase mit nicht-natürlichem Kohlenwasserstoff-Verhältnis anwendbar.

Die Auswertung dieses Vergleichs mit der GERG2004 zeigt, dass ein Genauigkeitsgewinn für die Beschreibung des Realgasverhaltens und der Dichte von atypischen Erdgasen erzielt werden kann, wenn zur Bestimmung des zweiten Virialkoeffizienten und der Molmasse für die vereinfachte Virialgleichung nach Gl. (3.3) bzw. Gl. (3.4) statt der SGERG die GERG2004 verwendet wird. Voraussetzung ist, dass eine vollständige Analyse der Komponenten vorliegt und somit die GERG2004 Zustandsgleichung angewendet werden kann.

Generell gilt, dass die hier untersuchten Abweichungen maximale Abweichungen für einen Druckbereich von $p \leq 80$ bar darstellen. Bei regionalen Gasverteilnetzen ist das Druckniveau i.d.R. deutlich niedriger (vgl. Abschnitt 2.1.2), so dass p_{\max} nach Gl. (3.2) als Auslegungsdruck zur Berechnung der Virialkoeffizienten ebenfalls niedriger ist. Damit reduzieren sich die maximalen Abweichungen deutlich und erreichen für maximale Drücke bis $p_{\max} = 40$ bar die Genauigkeit der SGERG.

4.2 AUSWERTUNG DER DRUCKBERECHNUNG IN EINZELNEN ROHRLEITUNGEN

Dieser Abschnitt analysiert detailliert die in Abschnitt 3.2.3 vorgestellte Druckberechnung in einzelnen Rohrleitungen. Im ersten Abschnitt 4.2.1 wird kurz die Berechnung der Rohrreibungszahl λ nach dem in dieser Arbeit verwendeten Zanke-Ansatz (vgl. Abschnitt 2.2.4) und der in der Literatur üblichen Hofer-Gleichung verglichen (vgl. [30, 13]). Der zweite Abschnitt 4.2.2 untersucht die entwickelte Druckberechnung für Rohrleitungen ohne geodätische Höhendifferenzen. Insbesondere werden die Auswirkungen instationärer Massenströme auf den resultierenden Druckverlauf analysiert. Ein Vergleich mit Druckverläufen auf Basis stationärer Druckberechnungen komplementiert den Abschnitt. Im dritten Abschnitt 4.2.3 werden die Auswirkungen geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderungen einzelner Rohrleitungen untersucht. Auch hier wird der Einfluss instationärer Massenströme auf den resultierenden Druckverlauf betrachtet.

4.2.1 VERGLEICH DER ROHRREIBUNGSZAHLBERECHNUNG ZWISCHEN ZANKE UND HOFER

In dieser Arbeit wird der Zanke-Ansatz (Gl. (2.27)) zur Berechnung der Rohrreibungszahl λ verwendet, welcher für das gesamte Gebiet laminarer und turbulenter Strömung

sowie für hydraulisch glatte und raue Rohre gültig ist (vgl. Abschnitt 2.2.4 und Bild 2.3). Damit ergibt sich ein Vorteil gegenüber der Hofer-Gleichung (Gl. (2.24)), da diese nur für turbulente Strömungen hydraulisch glatter und rauer Rohre gültig ist. Insbesondere in regionalen Gasverteilnetzen treten zu einem nicht unerheblichen Anteil laminare Strömungszustände auf, so dass eine entsprechende Modellierung notwendig ist. Bild 4.5 zeigt einen Vergleich der beiden Gleichungen. Die Abweichung $\Delta\lambda$ wird wie folgt bestimmt:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_{\text{Hofer}} - \lambda_{\text{Zanke}}}{\lambda_{\text{Zanke}}} \quad (4.4)$$

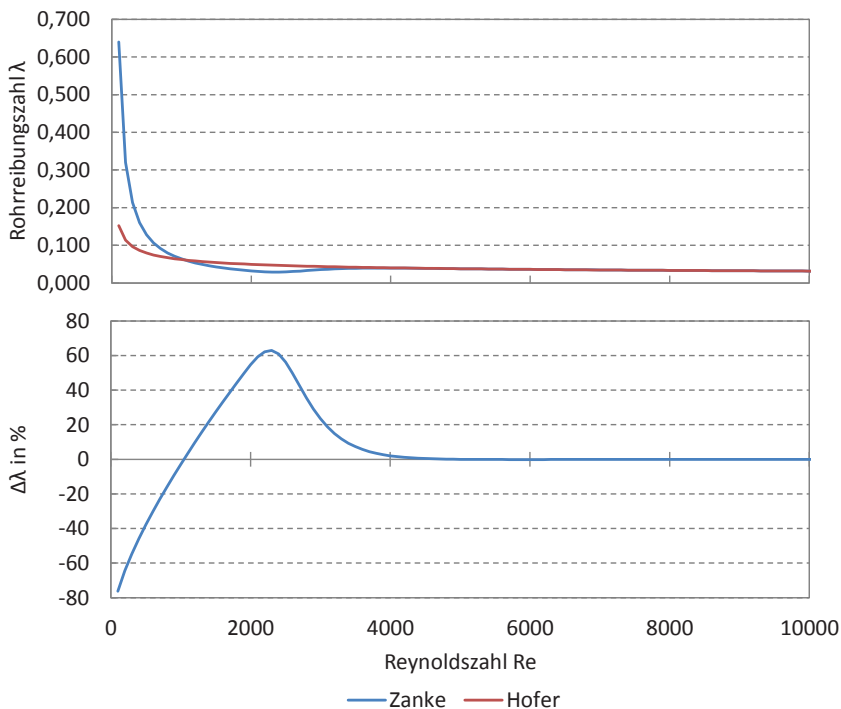


Bild 4.5 Vergleich der Rohrreibungszahl λ nach Zanke und Hofer sowie Darstellung der Abweichung bezogen auf Zanke ($D = 100$ mm, $k = 0,05$ mm).

Es handelt sich um typische Abweichungen, die für einen Durchmesser $D = 100$ mm und eine Rauheit $k = 0,05$ mm berechnet sind. Das Verhältnis von Rauheit zu Durchmesser k/D ist ausschließlich für die Bestimmung der Rohrreibungszahl λ hydraulischer rauer Rohre entscheidend. In diesem Gebiet nähern sich beide Gleichungen Colebrook und White an (Gl. (2.22)), dementsprechend zeigen sich keine Abweichungen zwischen Zanke und Hofer. Für große Reynoldszahlen $Re > 10^7$ nähern sich beide Gleichungen Ni-

kuradse an (Gl. (2.23)) und weisen daher ebenfalls keine Abweichungen auf. Im laminaren Strömungsgebiet und im Umschlagsbereich von laminarer zu turbulenter Strömung $Re < 4 \cdot 10^3$ sind die Abweichungen signifikant und betragen bis zu $|\Delta\lambda| > 65 \%$.

Aufgrund der fehlenden Gültigkeit der Hofer-Gleichung im laminaren Strömungsgebiet bzw. im Umschlagsbereich von laminarer zu turbulenter Strömung ist die Verwendung des Zanke-Ansatzes zu bevorzugen. Ein weiterer Vorteil des Zanke-Ansatzes ist, dass über das gesamte Strömungsgebiet stetig differenzierbare Rohrreibungszahlen berechnet werden. Zu beachten ist jedoch, dass im Bereich laminarer Strömungen die resultierenden Druckänderungen gering sind.

4.2.2 DRUCKBERECHNUNG IN EINZELNEN ROHRLEITUNGEN

In diesem Abschnitt wird die in Abschnitt 3.2.3 entwickelte Druckberechnung am Beispiel einer einfachen Rohrleitung detailliert ausgewertet. Die Auswertung erfolgt bei einer typischen Gastemperatur von $T = 281,15 \text{ K}$ und einem Startdruck von $p_1 = 50 \text{ bar}$. Es wird reines Methan durch eine Rohrleitung mit der Länge $L = 1000 \text{ m}$, dem Durchmesser $D = 100 \text{ mm}$ und der Rauheit $k = 0,1 \text{ mm}$ transportiert und die Druckänderung bestimmt. Bei diesem Startdruck weicht das Realgasverhalten³⁶ um $>10 \%$ vom idealen Gas ab. Um allgemeingültige Aussagen zu treffen, wird die dimensionslose Druckänderung $\Delta p/p_1$ über der normierten Rohrleitung aufgetragen. Die Übertragbarkeit auf andere Druckniveaus ist unter Berücksichtigung der Änderung im Realgasverhalten möglich. Bild 4.6 bis Bild 4.20 fassen die Ergebnisse zusammen und stellen die maximal zu erwartenden Abweichungen der in Tabelle 3.2 festgelegten Schrittzahl N zur Diskretisierung dar. Die Massenströme bedingen die Druckänderungen, werden dementsprechend iteriert und an die Druckdifferenzen angepasst. Das bedeutet, die vorgegebenen Druckdifferenzen zwischen Start- und Enddruck bzw. Start- und mittlerem Druck der betrachteten Rohrleitung sind maximal für die erste Stufe der Diskretisierung $N = 3$ ($\Delta p_{12} < 10 \%$ bzw. $\Delta p_{1m} < 1 \%$) und für die zweite Stufe der Diskretisierung $N = 10$ ($\Delta p_{12} < 20 \%$). Für die letzte Stufe der Diskretisierung $N = 30$ ($\Delta p_{12} \geq 20 \%$) wurde eine Druckänderung von $\Delta p_{12} = 40 \%$ gewählt. Damit wird deutlich, dass die hier durchgeführte Auswertung extreme Randfälle betrachtet, da tatsächlich auftretende Druckänderungen wesentlich niedriger sind. Als Referenz-Druckänderung wird die entwickelte Druckberechnung mit einer Schrittzahl von $N = 10000$ diskretisiert. Sämtliche Druckänderungen werden durch Anpassung der Ein- und ausströmenden Massenströme vorgegeben.

In Bild 4.6 bis Bild 4.20 sind die fünf möglichen Fälle des Gasflusses durch eine Rohrleitung dargestellt. Als erster Fall wird ein stationärer Strömungszustand gewählt, d.h. der Massenstrom am Eintritt der Rohrleitung ist gleich dem Massenstrom am Austritt der Rohrleitung. Die vier weiteren Fälle beschreiben extreme Randfälle instationärer Strömung, um die maximalen Abweichungen der entwickelten Druckberechnung zu analy-

³⁶ Der Realgasfaktor von reinem Methan beträgt $z(p = 5 \text{ MPa}, T = 281,15 \text{ K}) = 0,8959$.

sieren. Je Fall ist pro Stufe der Diskretisierung ein Diagramm dargestellt. Auf der primären Ordinate ist die dimensionslose Druckänderung $\Delta p/p_1$ abgebildet und auf der sekundären Ordinate ist die entsprechende Differenz $\Delta(\Delta p/p_1)$ bezogen auf die Referenz-Druckänderung gezeigt (siehe Gl. (4.5)). In den Diagrammen wird die Referenz-Druckänderung in schwarz dargestellt, die Berechnung mit reduzierter Schrittzahl ist jeweils in blau dargestellt. Der Index „ber“ in Gl. (4.5) kennzeichnet hier sowohl die Druckberechnung mit $N = 3$, $N = 10$ und $N = 30$ Schritten als auch die Druckberechnung nach Darcy-Weisbach (DW).

$$\Delta\left(\frac{\Delta p}{p_1}\right) = \left(\frac{\Delta p}{p_1}\right)_{\text{ber}} - \left(\frac{\Delta p}{p_1}\right)_{\text{Ref}} \quad (4.5)$$

Für den ersten Fall in Bild 4.6 bis Bild 4.8 findet ein Vergleich mit der aus der Literatur [23] bekannten Lösung von Darcy-Weisbach (DW) für stationäre Strömungen statt. Die erste Stufe mit drei Diskretisierungsschritten endet bereits bei einer Druckänderung von $\Delta p/p_1 = 2\%$, da mit dieser Druckänderung gerade noch die Bedingung $\Delta p_{1m} < 1\%$ erfüllt wird (vgl. Bild 4.6). Sowohl die Differenzen der Berechnung mit reduzierter Schrittzahl $\Delta x = 1/3 L$ als auch die Berechnung von DW weichen um betragsmäßig weniger als $0,01\%$ von der Referenz ab.

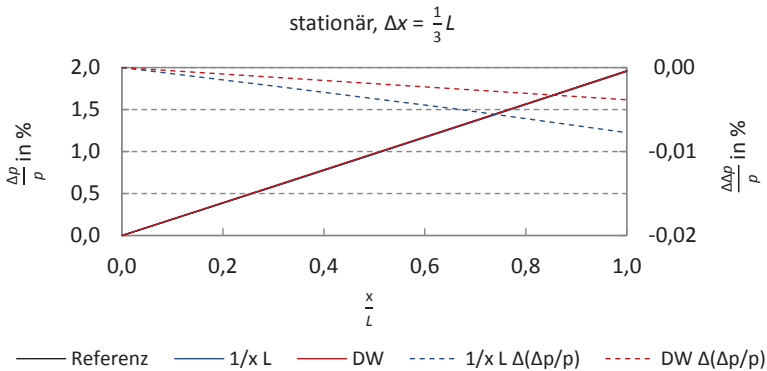


Bild 4.6 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen der entwickelten Druckberechnung für stationäre Strömungen mit drei Diskretisierungsschritten.

In der zweiten Stufe der Berechnung mit zehn Diskretisierungsschritten liefern $\Delta x = 1/10 L$ und DW vergleichbare Ergebnisse mit einer maximalen Differenz betragsmäßig kleiner als $0,5\%$ (siehe Bild 4.7). Mit steigenden Massenströmen und damit steigenden Druckänderungen in der dritten Stufe mit 30 Diskretisierungsschritten ist eine Approximation mit nur einer mittleren Rohrreibungszahl durch DW eingeschränkt möglich (vgl. Bild 4.8). Die betragsmäßigen Differenzen steigen für DW auf $1,8\%$. Hingegen liefert die Berechnung mit $\Delta x = 1/30 L$ noch immer Differenzen betragsmäßig kleiner

0,5 %. In der Praxis kommen Druckänderungen in dieser Größenordnung allenfalls in Transportleitungen über sehr weite Strecken vor.

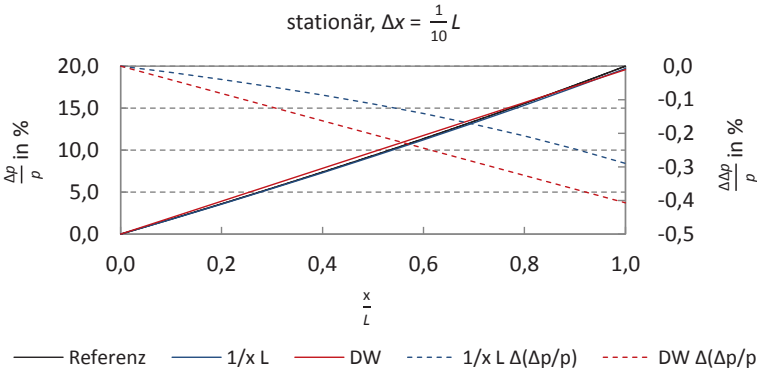


Bild 4.7 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen der entwickelten Druckberechnung für stationäre Strömungen mit zehn Diskretisierungsschritten.

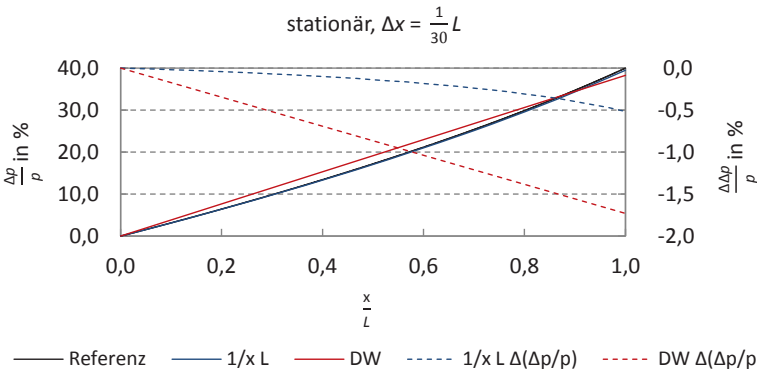


Bild 4.8 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen der entwickelten Druckberechnung für stationäre Strömungen mit 30 Diskretisierungsschritten.

In Bild 4.9 bis Bild 4.11 werden im zweiten Fall „ $\dot{m}_E > \dot{m}_A$ “ eine instationäre Strömung gezeigt: Es wird Masse in die Rohrleitung eingespeichert, indem der ausströmende Massenstrom zu Null gesetzt wird. Der Verlauf der Druckänderung in allen drei Stufen zeigt zum Ende der Rohrleitung keine Änderung mehr, die Ableitung der Druckänderung wird Null. Dies ist eingängig, da mit stehendem Gas auch keine Druckänderung entsteht. Bei einer Druckänderung von $\Delta p/p_1 < 1,3$ % endet die erste Stufe, da mit dieser Druckänderung die Bedingung $\Delta p_{1m} < 1$ % letztmalig eingehalten wird. Die betragsmäßige Differenz von $\Delta x = 1/3 L$ beträgt kleiner 0,05 % (siehe Bild 4.9). Die betragsmäßige Diffe-

renz von $\Delta x = 1/10 L$ in Bild 4.10 liegt bei ca. 0,6 %. In der dritten Stufe in Bild 4.11 $\Delta x = 1/30 L$ beträgt die Differenz betragsmäßig ca. 0,8 %.

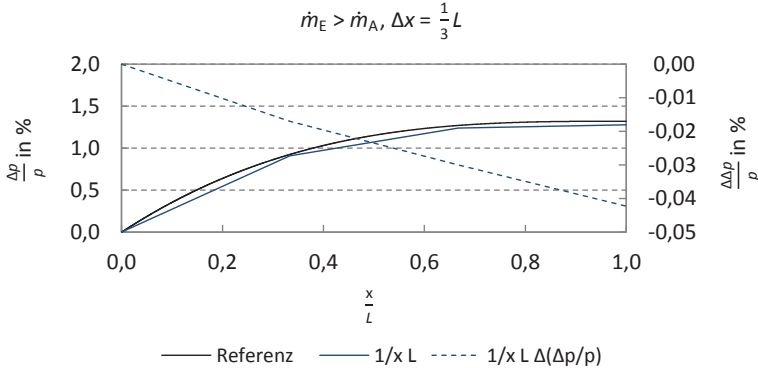


Bild 4.9 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für den Fall „ $\dot{m}_E > \dot{m}_A$ “ mit drei Diskretisierungsschritten.

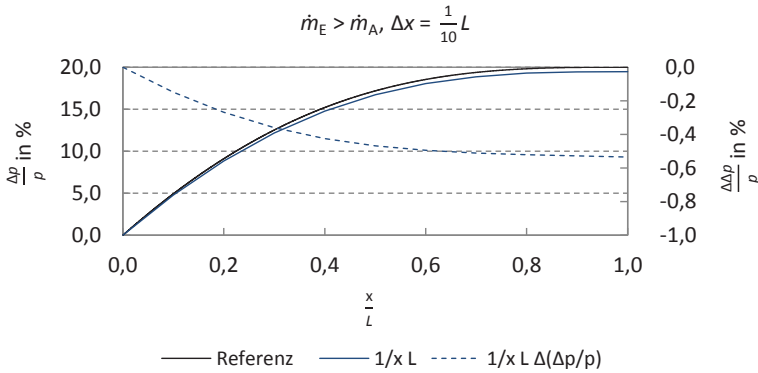


Bild 4.10 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für den Fall „ $\dot{m}_E > \dot{m}_A$ “ mit zehn Diskretisierungsschritten.

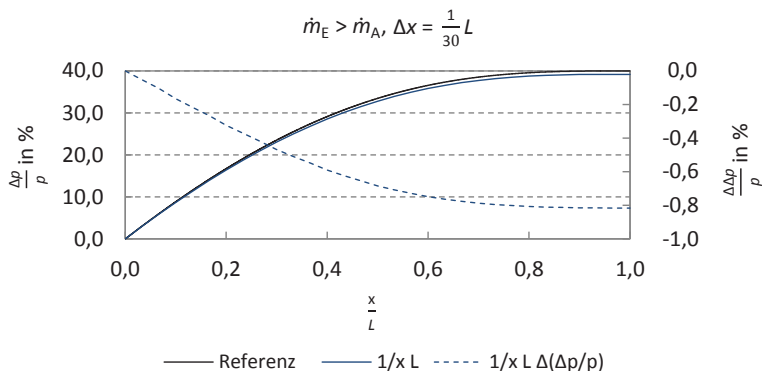


Bild 4.11 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für den Fall „ $\dot{m}_E > \dot{m}_A$ “ mit 30 Diskretisierungsschritten.

Der dritte Fall „ $\dot{m}_E < \dot{m}_A$ “ verhält sich analog zu Fall zwei (siehe Bild 4.12 bis Bild 4.14). Es wird Masse aus der Rohrleitung ausgespeichert, der einströmende Massenstrom wird zu Null gesetzt. Auch hier steht am Eintritt der Rohrleitung das Gas, so dass keine Druckänderungen entstehen. Die Abweichungen der Druckänderungen aller drei Stufen liegen in der gleichen Größenordnung der entsprechenden Stufen des zweiten Falls. Abweichungen sind der Tatsache geschuldet, dass sich die Rohrreibungszahl, die Dichte und die Strömungsgeschwindigkeit jeweils auf den Anfang eines diskretisierten Rohrleitungsteils beziehen (vgl. Gl. (3.28)). Die betragsmäßigen Differenzen der ersten Stufe $\Delta x = 1/3 L$ liegen bei ca. 0,15 % (siehe Bild 4.12), die der zweiten Stufe in Bild 4.13 $\Delta x = 1/10 L$ bei kleiner 0,6 % und in der letzten Stufe $\Delta x = 1/30 L$ bei ca. 1,0 % (siehe Bild 4.14).

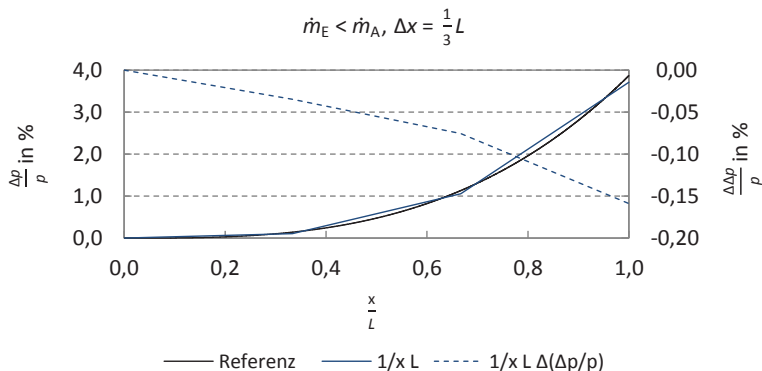


Bild 4.12 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für den Fall „ $\dot{m}_E < \dot{m}_A$ “ mit drei Diskretisierungsschritten.

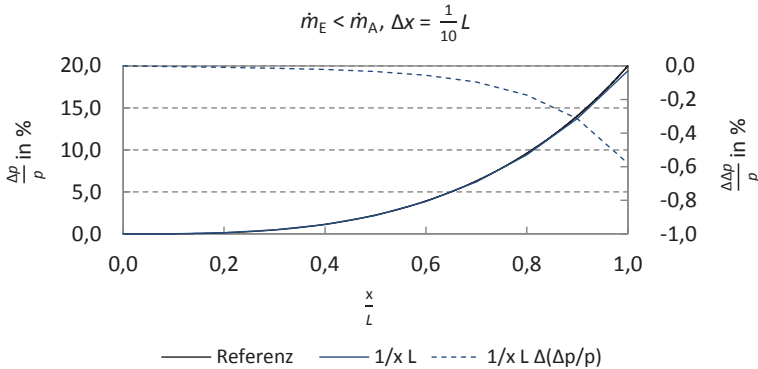


Bild 4.13 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für den Fall „ $\dot{m}_E < \dot{m}_A$ “ mit zehn Diskretisierungsschritten.

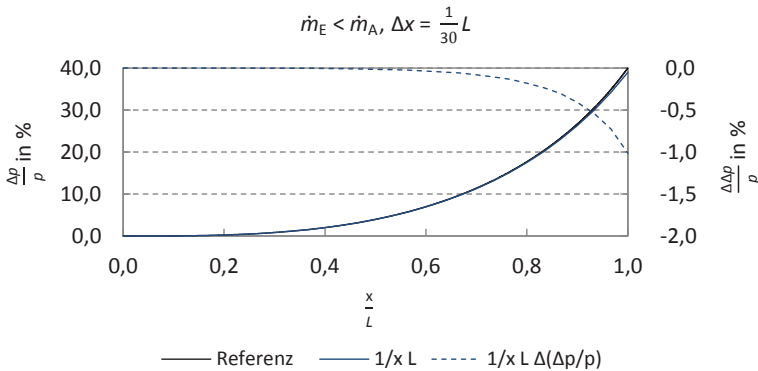


Bild 4.14 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für den Fall „ $\dot{m}_E < \dot{m}_A$ “ mit 30 Diskretisierungsschritten.

Im vierten Fall in Bild 4.15 bis Bild 4.17 ist eine sogenannte „konvergierende“ Rohrleitung dargestellt. Diese ist so definiert, als das aus Start- und Endknoten Gas in das Rohr einströmt, der Ausspeisemassenstrom ist also negativ. In der Realität tritt dieser Fall selten ein, er wird ausschließlich durch große Differenzen zwischen Ein- und Ausspeisemasse hervorgerufen. Innerhalb der Rohrleitung dreht sich die Strömungsrichtung um und das Gas bewegt sich an dieser Stelle nicht. Dies ist gut zu erkennen, die Ableitung der Druckänderung ist an dieser Position Null, äquivalent zum Ende bzw. Anfang einer Rohrleitung in Fall zwei und drei. Die betragsmäßigen Differenzen der ersten Stufe in Bild 4.15 $\Delta x = 1/3 L$ liegen bei ca. 0,06 %, die der zweiten Stufe $\Delta x = 1/10 L$ bei kleiner 2,0 % (siehe Bild 4.16) und in der letzten Stufe $\Delta x = 1/30 L$ in Bild 4.17 bei ca. 4,2 %.

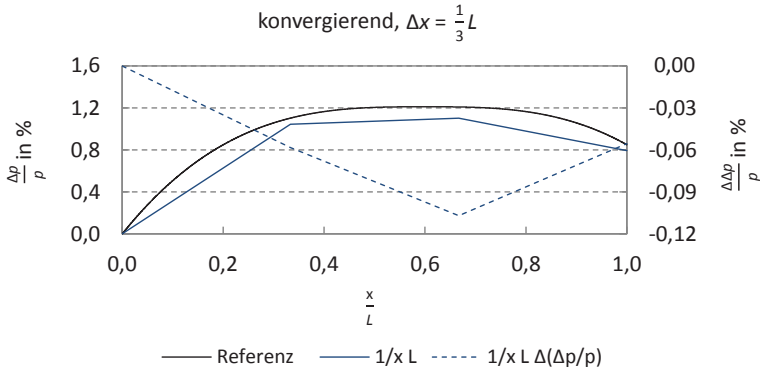


Bild 4.15 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für konvergieren-
de Strömungen mit drei Diskretisierungsschritten.

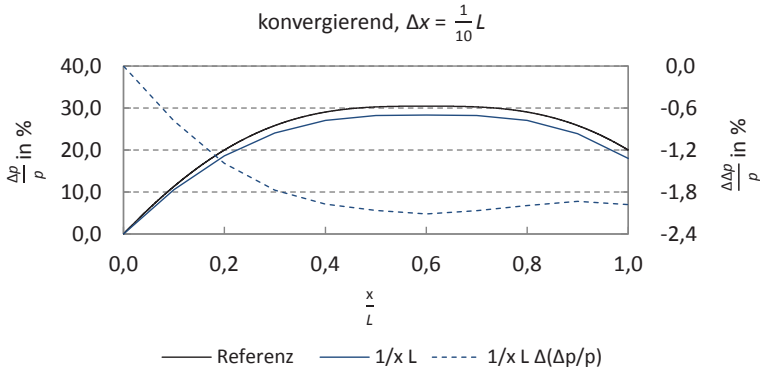


Bild 4.16 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für konvergieren-
de Strömungen mit zehn Diskretisierungsschritten.

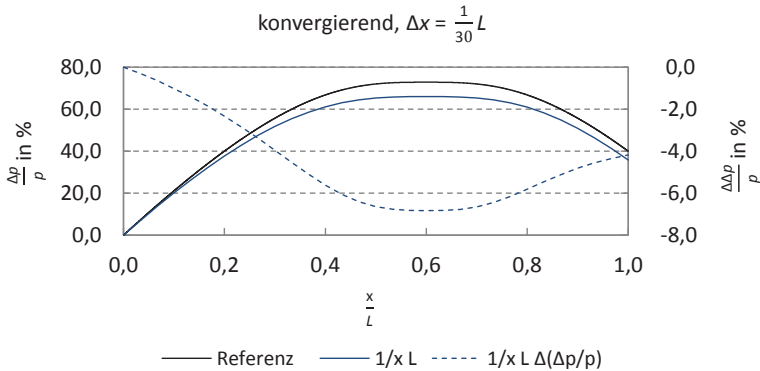


Bild 4.17 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für konvergieren-
de Strömungen mit 30 Diskretisierungsschritten.

Der fünfte Fall in Bild 4.18 bis Bild 4.20 zeigt gegenteilig zu Fall vier eine sogenannte „divergierende“ Rohrleitung. Es strömt aus Start- und Endknoten Gas aus dem Rohr hinaus, der Einspeisemassenstrom ist negativ. Auch dieser Fall tritt in der Praxis selten ein, die Ursache ist analog zu Fall vier eine große Differenz zwischen Ein- und Ausspeisemasse. Die Strömungsrichtung innerhalb der Rohrleitung ändert sich ebenfalls und das Gas bewegt sich an dieser Stelle nicht (Ableitung der Druckänderung gleich Null). Die betragsmäßigen Differenzen der ersten Stufe $\Delta x = 1/3 L$ in Bild 4.18 liegen bei ca. 0,04 %, die der zweiten Stufe $\Delta x = 1/10 L$ in Bild 4.19 bei kleiner 1,4 % und in der letzten Stufe $\Delta x = 1/30 L$ in Bild 4.20 bei ca. 1,6 %.

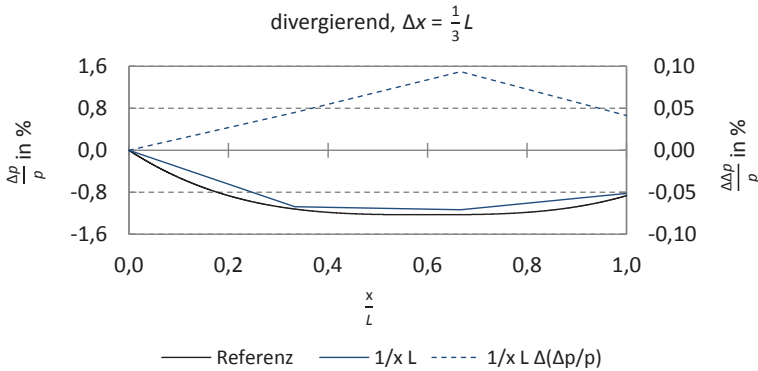


Bild 4.18 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für divergierende Strömungen mit drei Diskretisierungsschritten.

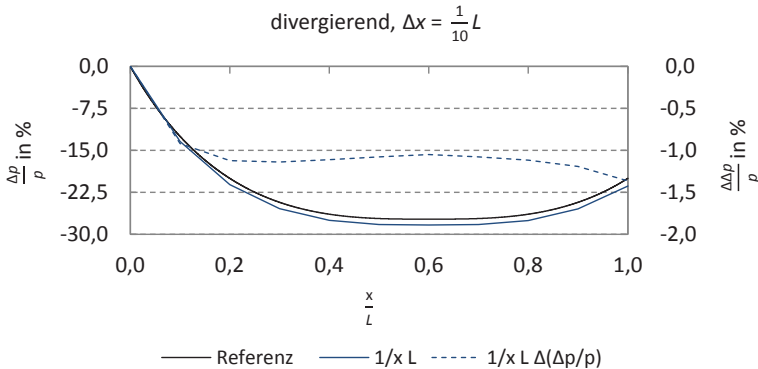


Bild 4.19 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für divergierende Strömungen mit zehn Diskretisierungsschritten.

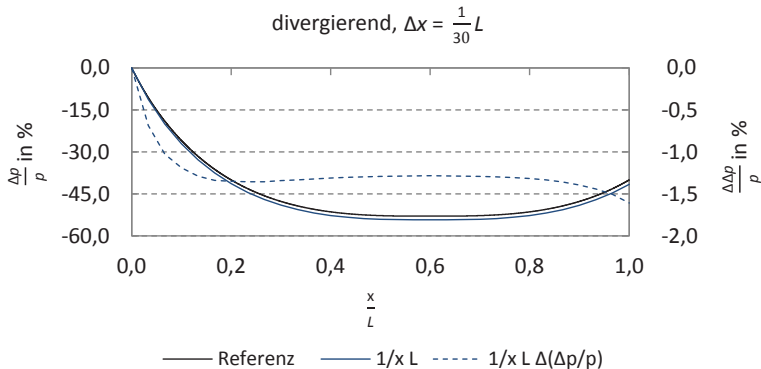


Bild 4.20 Dimensionslose Darstellung der maximalen Abweichungen für divergierende Strömungen mit 30 Diskretisierungsschritten.

Generell zeigt sich, dass sämtliche Differenzen in der Druckänderung bei der Berechnung mit reduzierter Schrittzahl negativ sind. Dieses Verhalten ist darauf zurückzuführen, dass sich die Rohrreibungszahl, die Dichte und die Strömungsgeschwindigkeit jeweils auf den Anfang eines diskretisierten Rohrleitungsteils beziehen (vgl. Gl. (3.28)). Die Differenzen in der ersten Stufe mit einer Schrittzahl von $N = 3$ sind stets betragsmäßig kleiner 0,2 %. In der zweiten bzw. dritten Stufe liegen die betragsmäßigen Differenzen kleiner 2,0 % bzw. 4,2 %. Durchgängig entstehen diese vergleichsweise hohen Differenzen im Extremfall einer konvergierenden Rohrleitung. Diese Art von Strömung entsteht sehr selten und es ist zu beachten, dass es sich dabei um maximale Abweichungen handelt. Tatsächlich auftretende Abweichungen der Druckänderung sind im Mittel wesentlich niedriger. Die in der Praxis vorkommenden Strömungen sind sehr häufig von Typ „stationär“ sowie „ $\dot{m}_E > \dot{m}_A$ “ und „ $\dot{m}_E < \dot{m}_A$ “. Es wird deutlich, dass die gewählten Diskretisierungsschritte ein Optimum zwischen Genauigkeit und erforderlicher Berechnungszeit darstellen.

4.2.3 DRUCKBERECHNUNG IN EINZELNEN ROHRLEITUNGEN UNTER BERÜCKSICHTIGUNG GEODÄTISCHER HÖHENDIFFERENZEN

In diesem Abschnitt wird der Einfluss geodätischer Höhendifferenzen auf die in Abschnitt 3.2.3 entwickelte Druckberechnung ausgewertet. Dies geschieht analog zum vorherigen Abschnitt 4.2.2 am Beispiel einer einfachen Rohrleitung. Die Randbedingungen bleiben bestehen, es wird bei einer typischen Gastemperatur von $T = 281,15 \text{ K}$ und einem Startdruck von $p_1 = 50 \text{ bar}$ reines Methan durch eine Rohrleitung mit der Länge $L = 1000 \text{ m}$, dem Durchmesser $D = 100 \text{ mm}$ und der Rauheit $k = 0,1 \text{ mm}$ transportiert. Bei diesem Startdruck weicht das Realgasverhalten³⁷ um $>10 \%$ vom idealen Gas ab. Um allgemeingültige Aussagen zu treffen, wird auch für diese Auswertung die dimensionslose Druckänderung $\Delta p/p_1$ über die normierte Rohrleitung aufgetragen. Die Übertragbarkeit auf andere Druckniveaus ist auch hier unter Berücksichtigung der Änderung im Realgasverhalten möglich. Die Ergebnisse sind in Bild 4.21 bis Bild 4.35 dargestellt und zeigen die maximal zu erwartenden Abweichungen der in Tabelle 3.2 festgelegten Schrittzahl N zur Diskretisierung. Aus Gründen der Vergleichbarkeit zum vorherigen Abschnitt sind die vorgegebenen Druckdifferenzen im Auslegungspunkt ohne geodätische Höhendifferenzen gleich den vorgegebenen Druckdifferenzen aus Abschnitt 4.2.2. Diese Druckdifferenzen aus Abschnitt 4.2.2 stellen bereits maximale Abweichungen der jeweiligen Stufe der Diskretisierung dar (Stufe 1: $N = 3$, $\Delta p_{12} < 10 \%$ bzw. $\Delta p_{1m} < 1 \%$, Stufe 2: $N = 10$, $\Delta p_{12} < 20 \%$ und Stufe 3: $N = 30$, $\Delta p_{12} \geq 20 \%$). Eine Änderung dieser Druckdifferenzen durch geodätische Höhendifferenzen hätte dementsprechend zur Folge, dass die nächsthöhere Stufe der Diskretisierung gewählt würde. Folglich wird diese automatische Einstufung außer Kraft gesetzt und in Bild 4.21 bis Bild 4.35 für gleiche Massenströme die gleiche Schrittzahl weiter verwendet. Es handelt sich auch bei dieser Auswertung um die Betrachtung extremer Randfälle. Auch in diesem Abschnitt werden sämtliche Druckänderungen durch Anpassung der Ein- und ausströmenden Massenströme vorgegeben.

Die in Bild 4.21 bis Bild 4.35 vorgestellten fünf möglichen Fälle entsprechen den Fällen aus Bild 4.6 bis Bild 4.20: Es handelt sich um einen stationären Fall und vier Fälle extremer instationärer Strömung, um maximale Druckänderungen zu analysieren. Je Fall ist pro Stufe der Diskretisierung ein Diagramm dargestellt, welches jeweils die dimensionslose Druckänderung $\Delta p/p_1$ über die normierte Rohrlänge aufrägt. Die Berechnung ohne geodätische Höhendifferenz ist analog zu Bild 4.6 bis Bild 4.20 in blau abgebildet. Negative geodätische Höhendifferenzen ($H_1 > H_2$, die Rohrleitung verläuft „bergab“) sind in rot und positive geodätische Höhendifferenzen ($H_1 < H_2$, die Rohrleitung verläuft „bergauf“) sind in grün gezeigt. Mit dunkler werdendem Farbton nimmt der Betrag der geodätischen Höhendifferenz zu.

³⁷ Der Realgasfaktor von reinem Methan beträgt $z(p = 5 \text{ MPa}, T = 281,15 \text{ K}) = 0,8959$.

Für den ersten Fall einer stationären Strömung in Bild 4.21 bis Bild 4.23 zeigt sich für alle Stufen der Diskretisierung ein ähnliches Ergebnis: Mit steigender geodätischer Höhendifferenz nimmt auch die Differenz der Druckänderung zu. Einzig in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ überlagert der geodätische Druck die gesamte Druckänderung derart, dass die relative Druckänderung bei bergab verlaufenden Rohren negativ wird. Der Druck am Ende der Rohrleitung ist also größer als der Druck am Start der Rohrleitung. Durch die geodätische Höhendifferenz von $\Delta H = -1000$ m sinkt die Druckdifferenz auf -7,1 % in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ (siehe Bild 4.21) und auf 29,2 % in Stufe $\Delta x = 1/30 L$ (siehe Bild 4.23). Entsprechend für $\Delta H = 1000$ m steigt die Druckdifferenz auf 10,4 % in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ sowie auf 49,3 % in Stufe $\Delta x = 1/30 L$. Der relative Anteil des geodätischen Drucks an der gesamten Druckänderung nimmt mit steigenden Massenströmen ab.

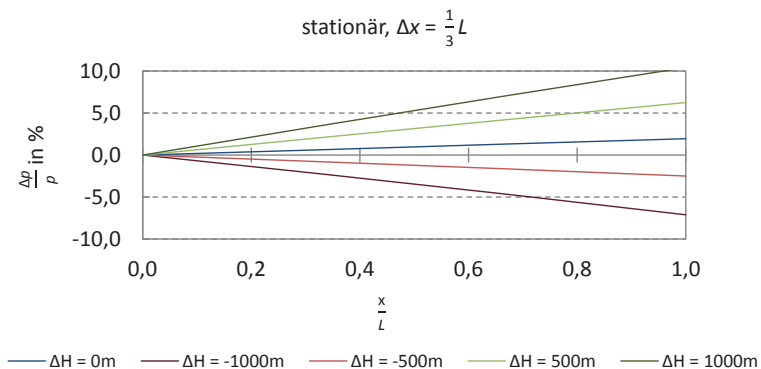


Bild 4.21 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für eine stationäre Strömung mit drei Diskretisierungsschritten.

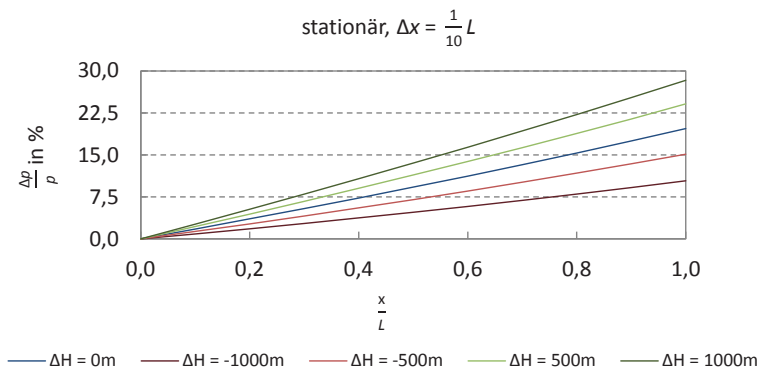


Bild 4.22 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für eine stationäre Strömung mit zehn Diskretisierungsschritten.

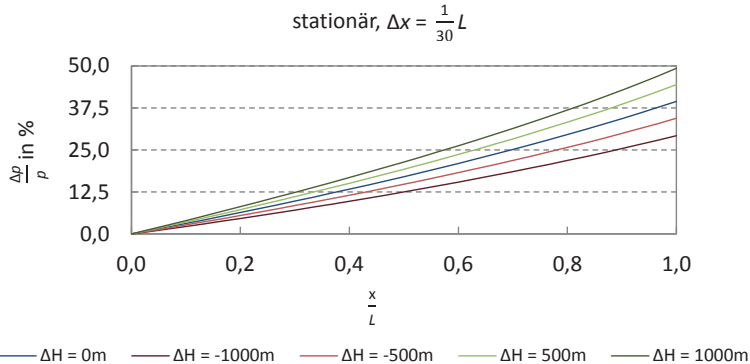


Bild 4.23 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für eine stationäre Strömung mit 30 Diskretisierungsschritten.

Im zweiten Fall „ $\dot{m}_E > \dot{m}_A$ “ in Bild 4.24 bis Bild 4.26 ist eine instationäre Strömung gezeigt: Es wird Masse in die Rohrleitung eingespeichert, indem der ausströmende Massenstrom zu Null gesetzt wird. Die Ableitung der Druckänderung ohne geodätische Höhendifferenzen wird am Ende der Rohrleitung Null, da bei stehendem Gas auch keine Druckänderung entsteht. Der geodätische Druck überlagert dieses Verhalten, dementsprechend verschiebt sich das Maximum der dimensionslosen Druckänderung hin zur Mitte der Rohrleitung. Ähnlich wie im ersten Fall wird in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ die gesamte Druckänderung für bergab verlaufende Rohre negativ (siehe Bild 4.24). Die geodätische Höhendifferenz von $\Delta H = -1000\text{ m}$ senkt die Druckänderung in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ auf -7,7 % und in Stufe $\Delta x = 1/30 L$ auf 31,4 % ab (vgl. Bild 4.25 und Bild 4.26). Hingegen steigt die Druckänderung für eine geodätische Höhendifferenz von $\Delta H = 1000\text{ m}$ in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ auf 9,7 % und in Stufe $\Delta x = 1/30 L$ auf 46,3 %.

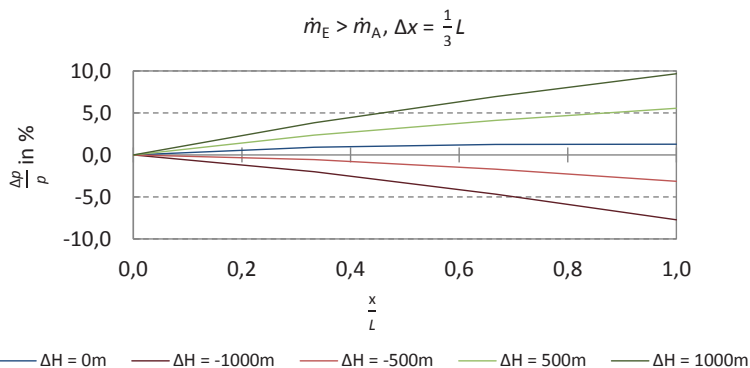


Bild 4.24 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für den Fall „ $\dot{m}_E > \dot{m}_A$ “ mit drei Diskretisierungsschritten.

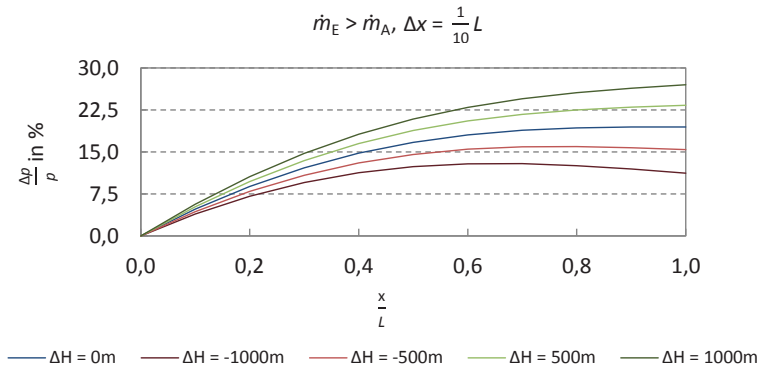


Bild 4.25 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für den Fall „ $\dot{m}_E > \dot{m}_A$ “ mit zehn Diskretisierungsschritten.

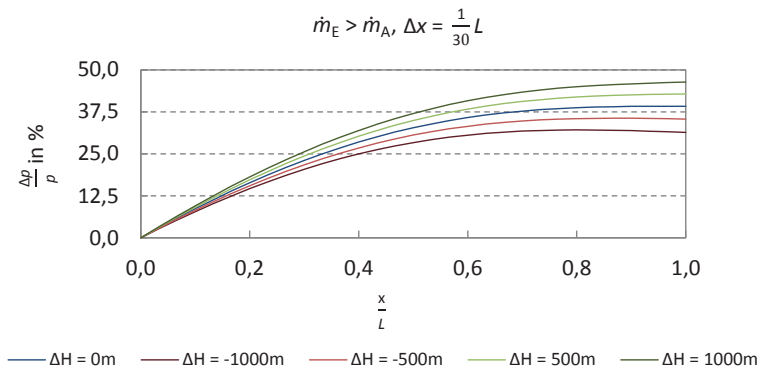


Bild 4.26 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für den Fall „ $\dot{m}_E > \dot{m}_A$ “ mit 30 Diskretisierungsschritten.

Der dritte Fall „ $\dot{m}_E < \dot{m}_A$ “ in Bild 4.27 bis Bild 4.29 verhält sich analog zu Fall zwei. Aus der Rohrleitung wird Masse ausgespeichert, der Massenstrom am Startknoten wird zu Null gesetzt. Auch hier steht am Eintritt der Rohrleitung das Gas, so dass keine dynamischen Druckänderungen entstehen. Der geodätische Druck überlagert dieses Verhalten und das Minimum der dimensionslosen Druckänderung verschiebt sich hin zur Mitte des Rohres. Ähnlich wie in Fall eins und zwei wird die gesamte Druckänderung für bergab verlaufende Rohre negativ bei niedrigen Massenströmen und großen negativen Höhendifferenzen (vgl. Stufe $\Delta x = 1/3 L$). Durch die geodätische Höhendifferenz von $\Delta H = -1000$ m sinken die Druckänderungen auf -5,5 % in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ und auf 26,5 % in Stufe $\Delta x = 1/30 L$. Entsprechend für $\Delta H = 1000$ m steigen in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ die Druckänderungen auf 12,3 % sowie in Stufe $\Delta x = 1/30 L$ auf 51,4 % (vgl. Bild 4.27 bis Bild 4.29).

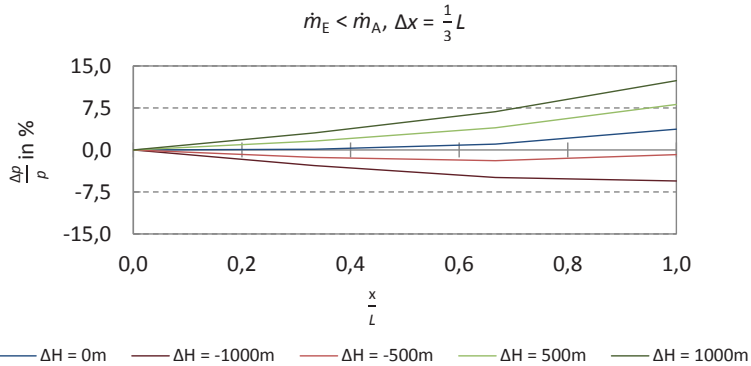


Bild 4.27 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für den Fall „ $\dot{m}_E < \dot{m}_A$ “ mit drei Diskretisierungsschritten.

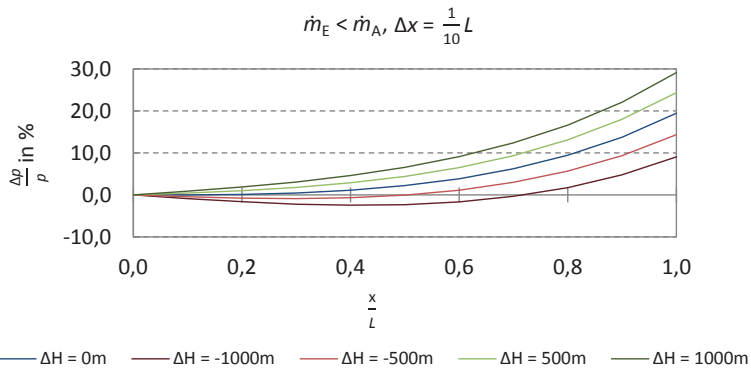


Bild 4.28 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für den Fall „ $\dot{m}_E < \dot{m}_A$ “ mit zehn Diskretisierungsschritten.

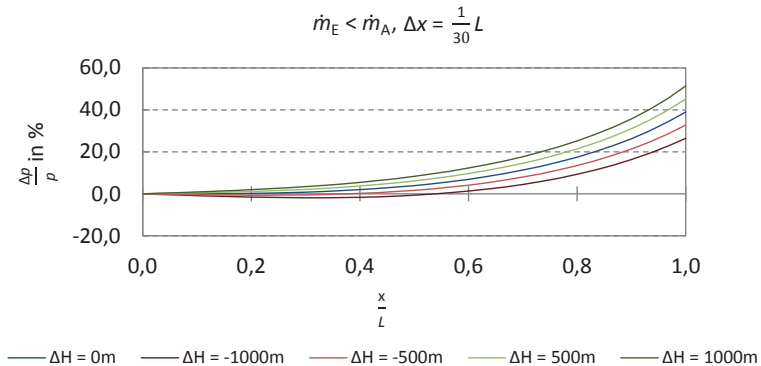


Bild 4.29 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für den Fall „ $\dot{m}_E < \dot{m}_A$ “ mit 30 Diskretisierungsschritten.

Im vierten Fall in Bild 4.30 bis Bild 4.32 wird analog zu Bild 4.15 bis Bild 4.17 eine „konvergierende“ Rohrleitung gezeigt. Hier strömt sowohl am Start- als auch am Endknoten Gas in die Rohrleitung hinein, der Ausspeisemassenstrom ist negativ. In der Realität tritt dieser Fall selten ein, er kann ausschließlich bei großen Differenzen zwischen Ein- und Ausspeisemasse entstehen. Innerhalb der Rohrleitung dreht sich die Strömungsrichtung um und das Gas bewegt sich an dieser Stelle nicht. Die Ableitung der Druckänderung ist an dieser Position Null, äquivalent zu Fall zwei und drei.

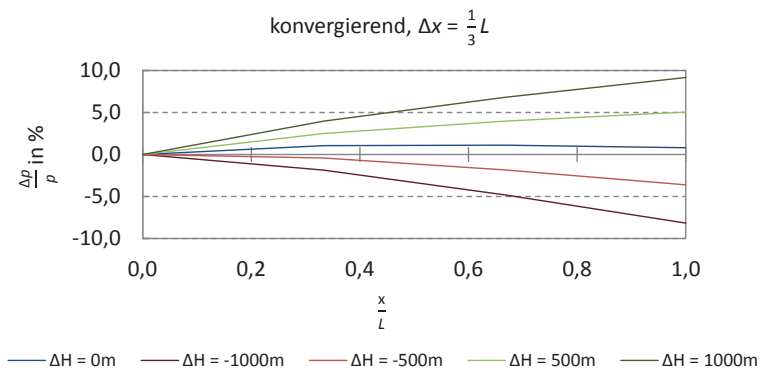


Bild 4.30 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für eine konvergierende Strömung mit drei Diskretisierungsschritten.

Der geodätische Druck überlagert die dynamische Druckänderung. Auch hier entstehen bei großen negativen Höhendifferenzen negative Druckänderungen in Stufe $\Delta x = 1/3 L$. Die Druckänderung sinkt in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ auf -8,2 % ab und in Stufe $\Delta x = 1/30 L$ auf

32,2 % durch die geodätische Höhendifferenz von $\Delta H = -1000$ m (vgl. Bild 4.30 bis Bild 4.32). Hingegen steigt die Druckänderung für eine geodätische Höhendifferenz von $\Delta H = 1000$ m in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ auf 9,1 % und in Stufe $\Delta x = 1/30 L$ auf 38,8 %.

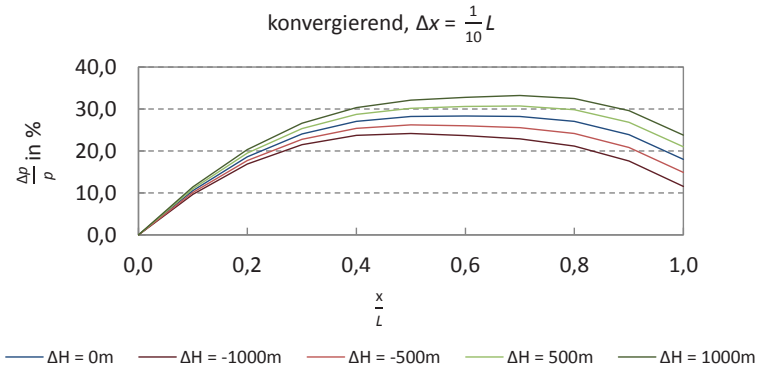


Bild 4.31 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für eine konvergierende Strömung mit zehn Diskretisierungsschritten.

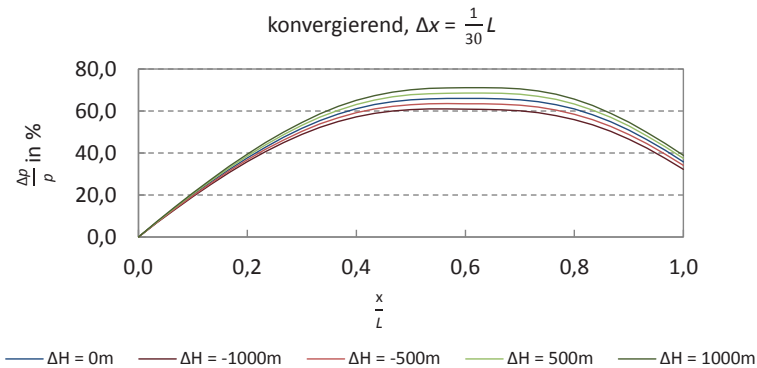


Bild 4.32 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für eine konvergierende Strömung mit 30 Diskretisierungsschritten.

Der fünfte Fall in Bild 4.33 bis Bild 4.35 stellt eine „divergierende“ Rohrleitung dar. Es strömt an Start- und Endknoten Gas aus dem Rohr hinaus, der Einspeisemassenstrom ist negativ. Auch dieser Fall tritt in der Praxis selten ein, die Ursache ist analog zu Fall vier eine große Differenz zwischen Ein- und Ausspeisemasse. Ebenfalls ändert sich innerhalb der Rohrleitung die Strömungsrichtung und das Gas bewegt sich an dieser Stelle nicht (Ableitung der Druckänderung gleich Null). Es ist eine Überlagerung durch den geodätischen Druck zu beobachten. Einzig in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ wird die relative Druckänderung

bei bergauf verlaufenden Rohren positiv. Die geodätische Höhendifferenz von $\Delta H = -1000$ m senkt die Druckänderung in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ auf -10,0 % ab und in Stufe $\Delta x = 1/30 L$ auf -57,8 %. Hingegen steigt die Druckänderung für eine geodätische Höhendifferenz von $\Delta H = 1000$ m in Stufe $\Delta x = 1/3 L$ auf 7,7 % und in Stufe $\Delta x = 1/30 L$ auf -27,3 %.

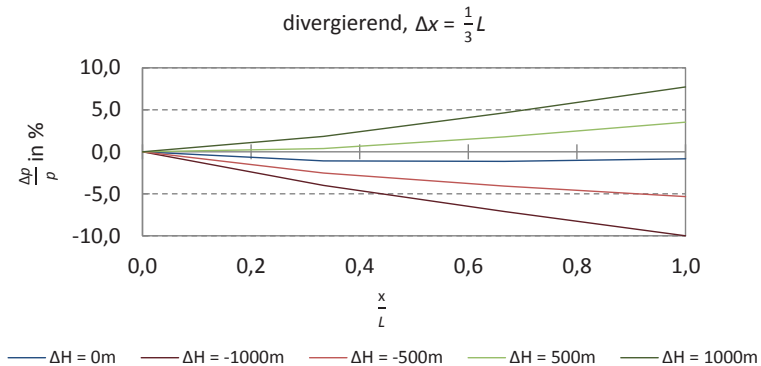


Bild 4.33 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für eine divergierende Strömung mit drei Diskretisierungsschritten.

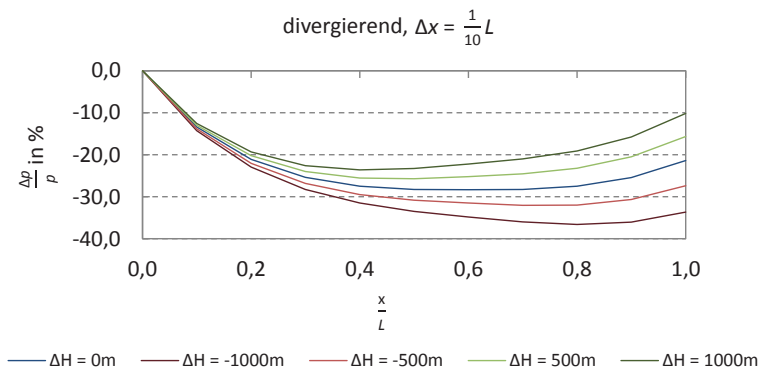


Bild 4.34 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für eine divergierende Strömung mit zehn Diskretisierungsschritten.

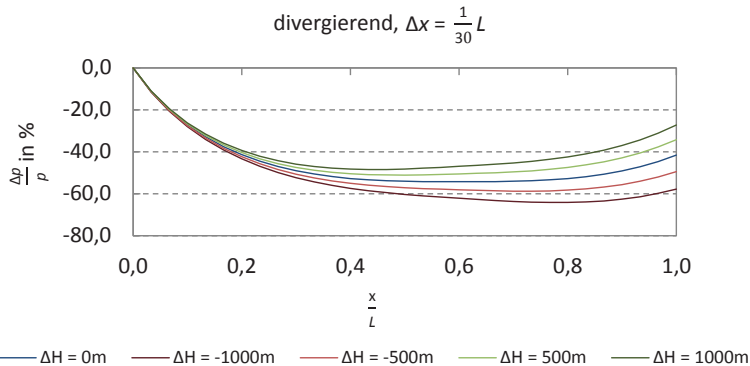


Bild 4.35 Dimensionslose Darstellung des Einflusses geodätischer Höhendifferenzen auf die Druckänderung für eine divergierende Strömung mit 30 Diskretisierungsschritten.

Allgemein gilt, dass mit sinkenden Strömungsgeschwindigkeiten der Anteil des geodätischen Drucks zunimmt. Dies kann insbesondere bei Rohrleitungen mit sehr niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten zur Folge haben, dass bei großen Höhendifferenzen der Betrag der gesamten Druckänderung in Strömungsrichtung negativ ist. Wie bereits in Abschnitt 4.2.2 festgestellt, treten betragsmäßig hohe Druckänderungen in konvergierenden und divergierenden Rohrleitungen auf. Diese Strömungsarten entstehen selten und es ist zu beachten, dass es sich in der Betrachtung um maximale Druckänderungen handelt. Im Mittel sind tatsächlich auftretende Druckänderungen wesentlich niedriger. In der Realität vorkommende Strömungen sind sehr häufig von Typ „stationär“ sowie „ $\dot{m}_E > \dot{m}_A$ “ und „ $\dot{m}_E < \dot{m}_A$ “. Auch für die Berücksichtigung des geodätischen Drucks gilt, dass die gewählten Diskretisierungsschritte ein Optimum zwischen Genauigkeit und erforderlicher Berechnungszeit darstellen.

4.3 VALIDIERUNG DES STRÖMUNGSZUSTANDS AN BEISPIELHAFTEN GASVERTEILNETZEN

In diesem Abschnitt wird der entwickelte Rechenkern anhand zweier Gasverteilnetze validiert. Die betrachteten Gasverteilnetze werden in Abschnitt 4.3.1 vorgestellt. Die Simulationsergebnisse werden auf zwei Arten ausgewertet: In Abschnitt 4.3.2 wird ein Vergleich der berechneten Brennwerte mit geeicht gemessenen Brennwerten durchgeführt. Ein Vergleich mit etablierter Simulationssoftware findet in Abschnitt 4.3.3 statt.

4.3.1 VORSTELLUNG DER UNTERSUCHTEN GASVERTEILNETZE

Die zur Validierung verwendeten Gasverteilnetze werden im Folgenden kurz vorgestellt. Es handelt sich um drei Teilnetze der Ferngas Netzgesellschaft mbH sowie um ein Netz der Avacon AG.

Gasverteilnetze der Ferngas Netzgesellschaft mbH

Die drei untersuchten Gasverteilnetze der Ferngas Netzgesellschaft mbH³⁸ werden als „Hauptnetz West“, „Hauptnetz Ost“ sowie „Bayernwald“ bezeichnet und sind hydraulisch unabhängig voneinander. Es ist zu beachten, dass das „Hauptnetz West“ (siehe Bild 4.36) und das „Hauptnetz Ost“ (siehe Bild 4.37) über ein Ventil miteinander verbunden werden können. Dies kommt in Einzelfällen vor.

Das Gasverteilnetz „Hauptnetz West“ ist in Bild 4.36 dargestellt. Es umfasst $N_A = 79$ Auspeisestellen (grün) und drei Erdgaseinspeisestellen (gelb und orange). Die Volumina sämtlicher Ein- und Ausspeisestellen werden geeicht gemessen. Über das vorgelagerte Transportnetz werden alle Einspeisestellen mit ähnlichem Erdgas versorgt, d.h. die Monatsmittelwerte der eingespeisten Brennwerte liegen alle innerhalb von 2 % bezogen auf den Abrechnungsbrennwert des Gasverteilnetzes. Typische Normvolumina $\dot{V}_{E,n}$ liegen in der Größenordnung von 50000 bis 100000 m³/h und weisen große stündliche sowie saisonale Änderungen auf. Der Betriebsdruck des Netzes beträgt i.d.R. $p = 60$ bar, die kumulierte Leitungslänge liegt bei ca. 350 km.

Im Rahmen des Feldversuchs wird auf die Ergebnisse der beiden PGCs an den gekennzeichneten Standorten zugegriffen (siehe Bild 4.36). Die stündlich gemessenen Brennwerte werden für die Validierung der Simulationsergebnisse des neuen Rechenkerns verwendet.

³⁸ Im Folgenden wird die Ferngas Netzgesellschaft mbH aus Gründen der einfachen Lesbarkeit als „Ferngas“ bezeichnet.

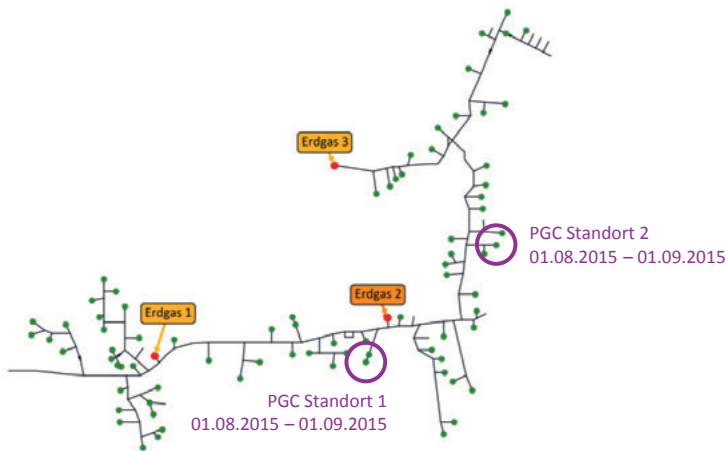


Bild 4.36 Topologiedarstellung des „Hauptnetz West“ der Ferngas mit violett gekennzeichneten Standorten der PGCs.

Das Gasverteilnetz „Hauptnetz Ost“ wird in Bild 4.37 gezeigt: Es wird von fünf Erdgaseinspeisestellen und zwei Bioerdgasrückverdichtungen mit Gas versorgt. I.d.R. werden Erdgaseinspeisestellen mit gleicher Farbgebung auch mit gleichem Erdgas aus dem vorgelagerten Transportnetz versorgt. In der Vergangenheit lagen sämtliche Monatsmittelwerte der eingespeisten Erdgasbrennwerte innerhalb von 2 % bezogen auf den Abrechnungsbrennwert des Gasverteilnetzes. Zukünftig sind Abweichungen größer als 2 % nicht ausgeschlossen. Typische Einspeise-Normvolumina $\dot{V}_{E,n}$ liegen zwischen 50000 und 200000 m³/h und schwanken stündlich und saisonal stark. Das Bioerdgas kann bei Kapazitätsengpässen der nachgelagerten Ortsnetze in das Gasverteilnetz rückverdichtet werden, die Volumina der Rückverdichtung überschreiten 700 m³/h nicht. Aktuell findet zur Angleichung der Einspeisebrennwerte eine Konditionierung der Bioerdgase mit Propan statt. Ziel ist, zukünftig auf die Zumischung von Propan zu verzichten. Das Netz umfasst $N_A = 200$ Ausspeisestellen (grün). Sämtliche Ein- und Ausspeisevolumina werden geeicht gemessen. Das Netz ist in zwei Druckstufen unterteilt: Der Hauptteil der Netzes wird mit einem Betriebsdruck von $p = 60$ bar gefahren. Aus dem 60 bar Abschnitt findet eine volumetrisch geeicht gemessene Weiterverteilung in einen Bereich mit $p = 25$ bar statt (in Bild 4.37 blau hinterlegt). Die kumulierte Leitungslänge liegt bei ca. 1180 km.

Im Rahmen eines Feldversuchs sind ab August 2015 zwei feste PGCs an den gekennzeichneten Standorten installiert worden (vgl. Bild 4.37). Die stündlich gemessenen Brennwerte werden für die Validierung der Simulationsergebnisse des neuen Rechenkerns verwendet.

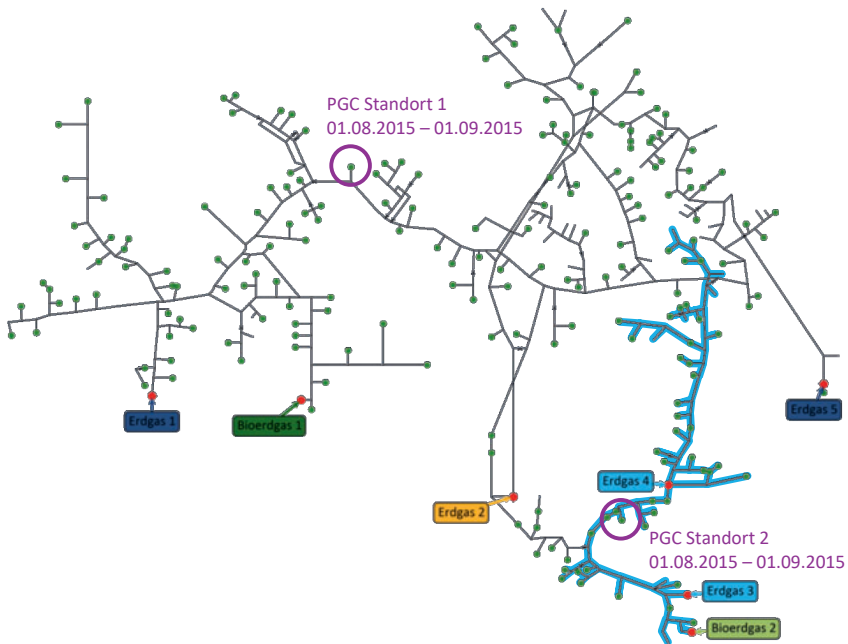


Bild 4.37 Topologiedarstellung des „Hauptnetz Ost“ der Ferngas mit violett gekennzeichneten Standorten der PGCs. Blau hervorgehoben ist die Druckstufe $p = 25$ bar.

Zuletzt wird die Topologie des Verteilnetzes „Bayernwald“ der Ferngas vorgestellt (siehe Bild 4.38). Das Verteilnetz weist $N_A = 71$ Ausspeisestellen (grün), drei Erdgaseinspeisestellen sowie eine Bioerdgasrückverdichtung auf. Auch in diesem System werden sämtliche Ein- und Ausspeisevolumina geeicht gemessen. Über das vorgelagerte Transportnetz werden die Einspeisestellen Erdgas 1 und Erdgas 2 i.d.R. mit gleichem Erdgas versorgt. Trotz unterschiedlicher Erdgasbeschaffenheiten lagen in der Vergangenheit alle eingespeisten Erdgasbrennwerte innerhalb von 2 % bezogen auf den Abrechnungsbrennwert des Gasverteilnetzes. Auch hier sind zukünftig Abweichungen größer als 2 % nicht ausgeschlossen. Die typischen Einspeise-Normvolumina $\dot{V}_{E,n}$ liegen zwischen 1000 und 25000 m³/h. Stündliche und saisonale Schwankungen sind auch hier die Regel. Die Volumina der Bioerdgas-Rückverdichtung überschreiten 700 m³/h nicht. Auch hier wird eine Konditionierung des Bioerdgases eingesetzt und soll zukünftig abgeschaltet werden.

Das Gasverteilnetz „Bayernwald“ ist in drei Druckstufen unterteilt. Die Hauptbereiche werden mit einem Betriebsdruck von $p = 60$ bar gefahren und speisen volumetrisch geeicht gemessen in einen $p = 15$ bar sowie $p = 10$ bar Bereich ein (vgl. Bild 4.38). Au-

ßerdem kann vom „15 bar“-Bereich Erdgas über einen Druckregler in den „10 bar“-Bereich strömen. Die kumulierte Leitungslänge beträgt ca. 390 km.

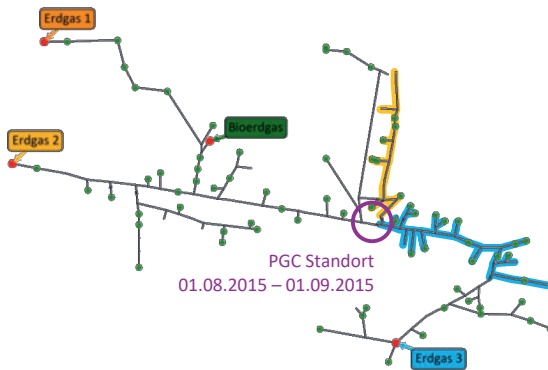


Bild 4.38 Topologiedarstellung des Verteilnetzes „Bayernwald“ der Ferngas mit dem violett gekennzeichneten Standort des mobilen PGCs. Blau hervorgehoben ist die Druckstufe $p = 15$ bar, gelb hervorgehoben ist die Druckstufe $p = 10$ bar.

Zur Validierung der Simulationsergebnisse wurde zwischen dem 01.08.2015 und dem 01.09.2015 ein mobiler PGC am Volumenregler zwischen dem „60 bar“- und „15 bar“-Bereich installiert (siehe Bild 4.38).

Gasverteilnetz „Lüchow“ der Avacon AG

Das regionale Gasverteilnetz „Lüchow“ der Avacon AG³⁹ ist in Bild 4.39 dargestellt. Es umfasst $N_A = 40$ Ausspeisestellen, drei Erdgaseinspeisestellen sowie zwei Bioerdgaseinspeisestellen. Über eine gemeinsame Transportleitung werden die Erdgaseinspeisestellen mit dem gleichen Erdgas versorgt. Der Brennwert des Erdgases ist größer als der Brennwert des Bioerdgases, sodass zum Zweck der Abrechnung und der damit verbundenen Brennwertanpassung eine Konditionierung des Bioerdgases mit Propan erfolgt. Typische, bedarfsgesteuerte Erdgas-Normvolumina $\dot{V}_{E,n}$ variieren von 500 m³/h (Sommer) bis 10000 m³/h (Winter) und weisen große stündliche Änderungen auf. Die Bioerdgaseinspeisung wird nahezu konstant bei 600 m³/h betrieben, typische Betriebsdrücke des Netzes betragen $p = 5$ bar (Sommer) und $p = 16$ bar (Winter). Alle Rohre besitzen eine kumulierte Leitungslänge von ca. 80 km. Ferner sind zur Steuerung der Gasflüsse vier Ventile installiert, welche i.d.R. saisonal geschaltet werden.

Zur Validierung der Berechnungsergebnisse wurden zwei Feldversuche durchgeführt. Im Zeitraum vom 01.07.2014 bis zum einschließlich 26.01.2014 wurden stündlich Vergleichsmessungen mit Hilfe eines mobilen Prozessgaschromatographen (PGC) an zwei verschiedenen Ausspeisestellen durchgeführt. Die Zeitraum- und Standortangabe des

³⁹ Im Folgenden wird die Avacon AG als „Avacon“ bezeichnet.

mobilen PGCs während des sogenannten Feldversuchs ist ebenfalls Bild 4.39 zu entnehmen. Darüber hinaus wurde bereits zwischen dem 13.12.2010 und dem 29.08.2011 ein Feldversuch durchgeführt. Die Auswertungen in Abschnitt 4.3.2 beziehen sich auf den Feldversuch 2014/2015 und die Auswertungen in Abschnitt 4.3.3 sowie Kapitel 6 beziehen sich auf den Feldversuch 2010/2011.

Die Topologie umfasst 98 Rohrelemente. An 33 der 40 Ausspeiseknoten sind SLP-Profile hinterlegt, d.h. die Ausspeisevolumina werden nicht gemessen. Zusätzlich sind im Netz 12 RLM-Kunden mit geeicht gemessenen Erdgasabnahmen angeschlossen, welche in sieben Fällen über einen separaten Ausspeiseknoten mit dem Gasnetz verbunden sind.

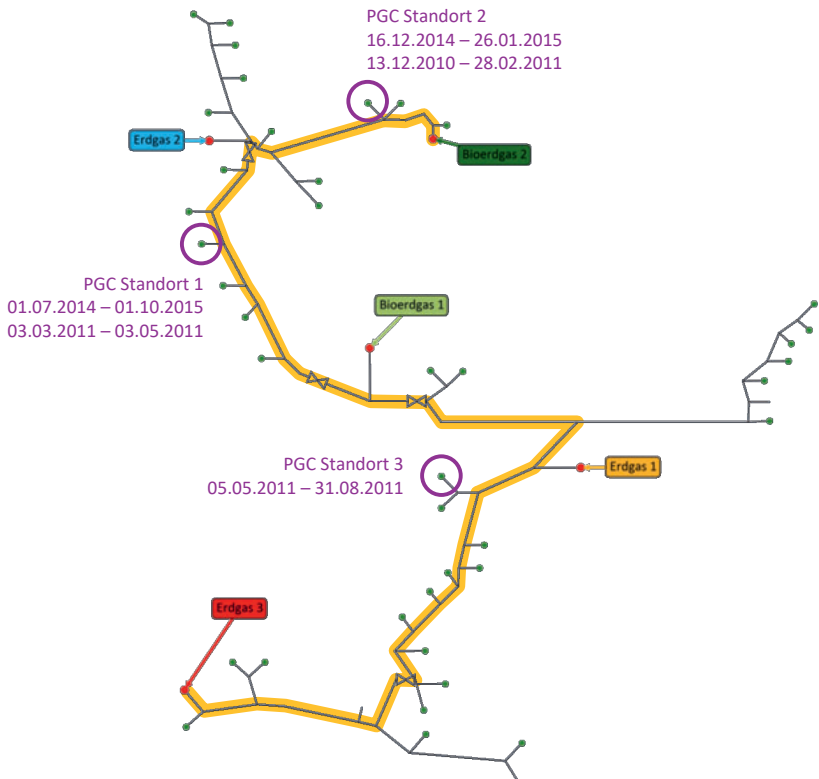


Bild 4.39 Topologiedarstellung des Gasverteilnetzes „Lüchow“ der Avacon mit violett gekennzeichneten Standorten des mobilen PGC. In gelber Farbe hinterlegt ist der bei „Bioerdgas 2“ beginnende und bei „Erdgas 3“ endende Pfad, welcher in Abschnitt 4.3.3 für eine detaillierte Auswertung verwendet wird.

4.3.2 VERGLEICH DER SIMULATIONSERGEBNISSE MIT MESSDATEN

In diesem Abschnitt wird ein Vergleich der Simulationsergebnisse anhand geeicht gemessener Brennwerte durchgeführt, welche mit (mobilen) PGCs ermittelt werden. Die stündlichen Abweichungen im Brennwert ΔH_s werden nach Gl. (4.6) bestimmt:

$$\Delta H_s = \frac{H_{s,ber} - H_{s,Ref}}{H_{s,Ref}} \quad (4.6)$$

Die Abweichungen $\Delta \bar{H}_s$ bezogen auf den Monatsmittelwert ergeben sich volumetrisch gewichtet aus den stündlichen Abweichungen nach Gl. (4.7):

$$\Delta \bar{H}_s = \frac{1}{\sum \dot{V}_n(t)} \sum_t \dot{V}_n(t) \Delta H_s(t) \quad (4.7)$$

Nachfolgend wird die Auswertung der Brennwert-Abweichungen für die Gasverteilnetze der Ferngas und der Avacon durchgeführt (siehe Bild 4.41 bis Bild 4.45). Die Abbildungen sind stets gleich aufgebaut: Das obere Diagramm zeigt die Brennwertverläufe im betrachteten Monat. Die violette Kurve entspricht dem berechneten Brennwert am jeweiligen Standort im Netz. Dunkelblau ist der Verlauf des mit dem PGC gemessenen Brennwertes dargestellt. Mit leichter Transparenz sind zusätzlich die Brennwertverläufe der Einspeisestellen abgebildet. Die Farben korrespondieren mit der jeweiligen Einspeisestelle der Topologie. Zusätzlich ist ein hellgraues $\pm 2\%$ -Band im Diagramm um den volumetrisch gemittelten Brennwert dargestellt. Dieses Band entspricht, bezogen auf den Monatsmittelwert, der 2% -Grenze aus DVGW Arbeitsblatt G 685 (siehe Abschnitt 2.5.2). Im Diagramm darunter ist das ausgespeiste Normvolumen des betrachteten PGC Standorts in violett dargestellt. Die Summe aus SLP- und RLM-Volumen entspricht der schwarzen Kurve. Die hellgraue Fläche repräsentiert den SLP-Anteil, die dunkelgraue Fläche entspricht dem RLM-Anteil. Etwaige Differenzen der Summe aus SLP und RLM sowie der violetten Kurve entstehen durch den Korrekturalgorithmus (siehe Abschnitt 2.6). Im dritten Diagramm ist die Zusammensetzung des ausgespeisten Erdgases abgebildet bezogen auf die verschiedenen Einspeisestellen. Auch hier stimmen die Farben mit den Einspeisestellen der Topologie überein. Im untersten Diagramm sind die Laufzeiten von der jeweiligen Einspeisestelle bis zum PGC Standort dargestellt. Mit Hilfe der beiden unteren Diagramme kann direkt nachvollzogen werden, aus welchen geeicht gemessen Einspeisewerten und zugehörigen Zeitschritten sich das Erdgas am PGC Standort zusammensetzt. Diese Informationen werden mit dem sogenannten „Back-Propagation“-Algorithmus bestimmt (siehe Abschnitt 2.6). Die volumengewichteten Monatsmittelwerte sämtlicher Werte sind in der rechten Spalte der Abbildung dargestellt. Die Standorte mit Angabe der Zeiträume der PGCs sind dem vorherigen Abschnitt zu entnehmen.

In Bild 4.40 ist der Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messwerten am „PGC Standort 1“ im Gasverteilnetz „Hauptnetz West“ der Ferngas dargestellt. Dieser Standort wird vorwiegend mit Erdgas aus der Einspeisestelle „Erdgas 2“ versorgt. Insgesamt zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung. Explizit sei darauf hingewiesen, dass die Einspeisebrennwerte des vorgelagerten Rekonstruktionssystems als Tagesmittelwerte übertragen werden, so dass untertägig schwankende Brennwerte durch die Auflösung der Eingangsbrennwerte nicht wiedergegeben werden können. Dies erklärt die verhältnismäßig hohen Abweichungen um den 20.08. Die ebenfalls verhältnismäßig hohen Abweichungen zwischen dem 14.08. und 17.08. haben keinen Einfluss auf die mittlere, volumengewichtete Abweichung, da in diesem Zeitraum keine Ausspeisung stattfindet. Die mittlere Abweichung beträgt $\Delta \bar{H}_s = 0,01 \%$.

Bild 4.41 zeigt den Vergleich zwischen Simulationsergebnissen und Messwerten am „PGC Standort 1“ im Gasverteilnetz „Hauptnetz Ost“ der Ferngas. Es ist klar zu erkennen, dass der Standort in einer Pendelzone liegt: Abwechselnd erreicht den PGC Standort Erdgas 1 bzw. Erdgas 2. Der Vergleich zwischen simulierten und gemessenen Brennwerten zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. Zu beachten ist, dass es sich bei den Einspeisebrennwerten um Tagesmittelwerte des vorgelagerten Rekonstruktionssystems handelt, eine stündliche Auflösung der Brennwerte ist nicht verfügbar. Dies erklärt auch die verhältnismäßig hohen Abweichungen zwischen dem 20.08. und 21.08. Die mittlere Abweichung beträgt $\Delta \bar{H}_s = -0,01 \%$.

In Bild 4.42 ist der Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messwerten am „PGC Standort 2“ im Gasverteilnetz „Hauptnetz Ost“ der Ferngas dargestellt. Es liegt eine sehr konstante Flusssituation vor, dieser Standort bezieht den gesamten Monat lang ausschließlich Erdgas aus der Einspeisestelle Erdgas 4. Die Einspeisestelle Erdgas 3 ist im August 2015 nicht in Betrieb gewesen. Bioerdgas wird ebenfalls nicht nach Norden gedrückt, die Kapazität der Einspeisestelle Bioerdgas 2 ist hierfür zu gering. Auch hier gilt, dass die Auflösung der Brennwerte auf Tagesmittelwerte durch das vorgelagerte Rekonstruktionssystem limitiert ist. Der zeitliche Versatz (siehe Laufzeit-Diagramm) zwischen Einspeise- und Ausspeisezeitschritt wird korrekt berechnet, die gemessenen und simulierten Brennwerte sind deckungsgleich. Es zeigt sich eine mittlere Abweichung von $\Delta \bar{H}_s = 0,02 \%$.

Bild 4.43 stellt den Vergleich mit Messwerten des mobilen PGCs am „PGC Standort“ im „Bayernwald“-Gasverteilnetz der Ferngas dar. Den PGC Standort durchströmt abwechselnd Erdgas aus den Einspeisestellen Erdgas 1 und Erdgas 2 sowie Bioerdgas aus der Bioerdgas-Einspeisestelle. Während der Messkampagne gab es einen Ausfall des mobilen PGCs, Messwerte zwischen dem 15.08.2015 und 19.08.2015 sind nicht verfügbar. Genau in diesem Zeitraum erreichen den PGC Standort nennenswerte Bioerdgas-Anteile von $>10 \%$. An der Bioerdgas-Einspeisestelle wird der Brennwert mit einem PGC gemessen, so dass stundenscharfe Brennwert-Eingangsdaten für das Bioerdgas verfügbar sind. Aufgrund des stündlich schwankenden Mischungsverhältnisses variiert der Brennwert

am PGC Standort ebenfalls stündlich, auch wenn ausschließlich zwei Erdgase den Standort durchströmen. Anhand der gleichen Flanken im Brennwertverlauf von Messung und Simulation wird deutlich, dass das Mischungsverhältnis richtig wiedergegeben wird. Die mittlere Abweichung liegt bei $\Delta \overline{H}_s = -0,03 \%$.

Die Abbildungen Bild 4.44 und Bild 4.45 zeigen den Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messwerten im Gasverteilnetz „Lüchow“ der Avacon an den beiden PGC Standorten. Beide Standorte liegen jeweils in einer Mischungszone: PGC Standort 1 erreicht ein Gemisch aus Bioerdgas 1 sowie Erdgas 1 und am PGC Standort 2 strömt ein Gemisch aus Bioerdgas 1 sowie Erdgas 2 aus. An beiden Standorten zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit den Messwerten des mobilen PGCs. Dies zeigt, dass sowohl das Mischungsverhältnis der (Bio-)Erdgase als auch die Laufzeiten richtig wiedergegeben werden. Die mittlere Abweichung am PGC Standort 1 beträgt $\Delta \overline{H}_s = 0,01 \%$, am PGC Standort 2 liegt die mittlere Abweichung bei $\Delta \overline{H}_s = -0,01 \%$.

Tabelle 4.4 fasst die Ergebnisse des Vergleichs mit den geeicht gemessenen Brennwerten zusammen. Es zeigen sich für alle betrachteten Gasverteilnetze ausschließlich sehr geringe Abweichungen zwischen Simulation und Messung. Alle mittleren Abweichungen $\Delta \overline{H}_s$ liegen betragsmäßig unter 0,05 % und damit im Bereich der Messunsicherheit der PGCs.

Tabelle 4.4 Vergleich der gemessenen und berechneten Monatsmittelbrennwerte in den untersuchten Verteilnetzen von Ferngas und Avacon.

Verteilnetz	Zeitraum	Knoten	$\overline{H}_{s, \text{gem}}$ (kWh/m ³)	$\overline{H}_{s, \text{ber}}$ (kWh/m ³)	$\Delta \overline{H}_s$ (%)
Hauptnetz West	August 2015	PGC Standort 1	11,318	11,319	0,01
Hauptnetz West	August 2015	PGC Standort 2	11,318	11,318	0,00
Hauptnetz Ost	August 2015	PGC Standort 1	11,314	11,312	-0,01
Hauptnetz Ost	August 2015	PGC Standort 2	11,294	11,296	0,02
Bayernwald	August 2015	PGC Standort	11,294	11,290	-0,03
Lüchow	Juli 2014	PGC Standort 1	11,197	11,200	0,03
Lüchow	August 2014	PGC Standort 1	11,174	11,175	0,01
Lüchow	September 2014	PGC Standort 1	11,188	11,190	0,01
Lüchow	Dezember 2014	PGC Standort 2	11,245	11,242	-0,02
Lüchow	Januar 2015	PGC Standort 2	11,262	11,261	-0,01

Insgesamt zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit den gemessenen Brennwerten. Dies gilt sowohl für den Vergleich der Monatsmittelwerte, als auch für den Vergleich auf Stundenbasis. Dies zeigt, dass sowohl das Mischungsverhältnis der (Bio-)Erdgase als auch die Laufzeiten richtig wiedergegeben werden. Die am Beispiel des Brennwerts gezeigte sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung gilt ebenfalls für die Normdichte und den CO₂-Anteil.

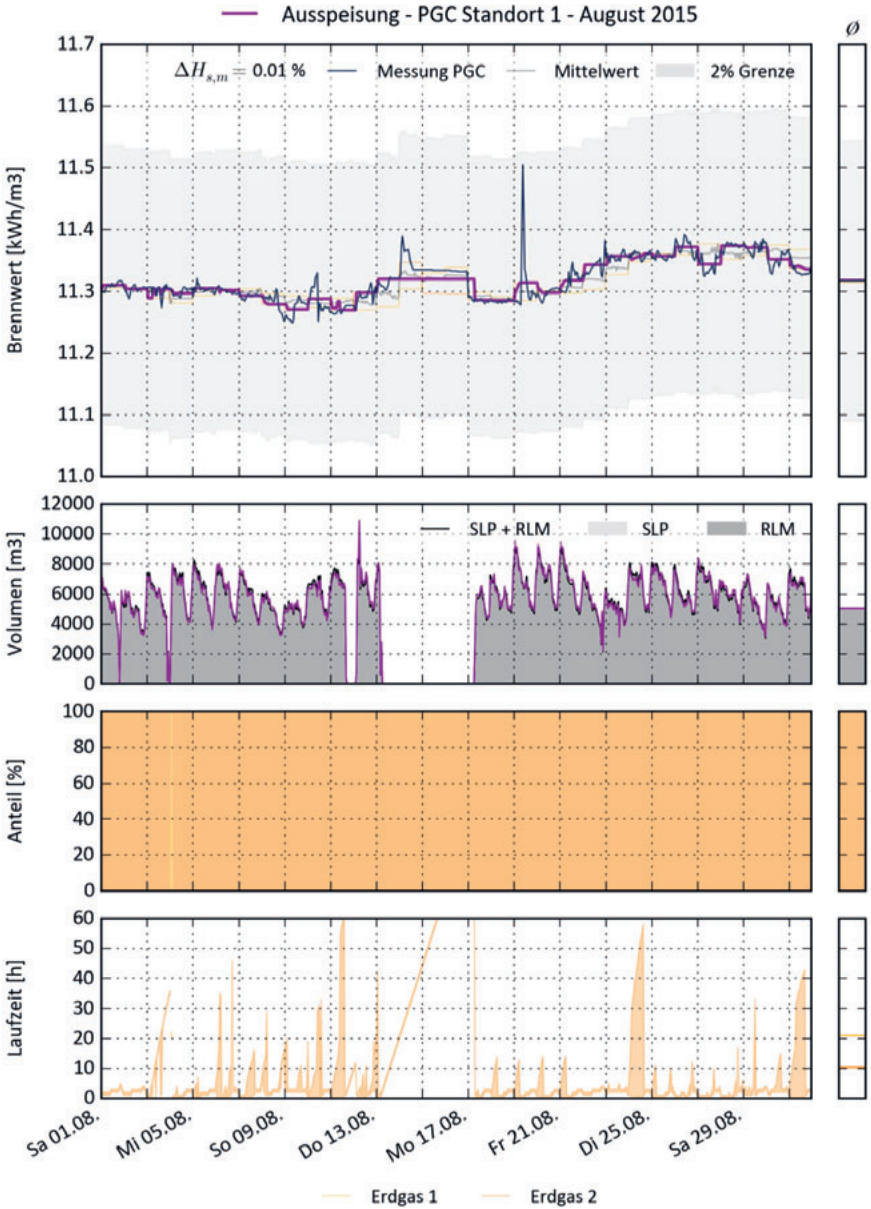


Bild 4.40 Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messdaten am „PGC Standort 1“ im Gasverteilnetz „Hauptnetz West“ der Ferngas.

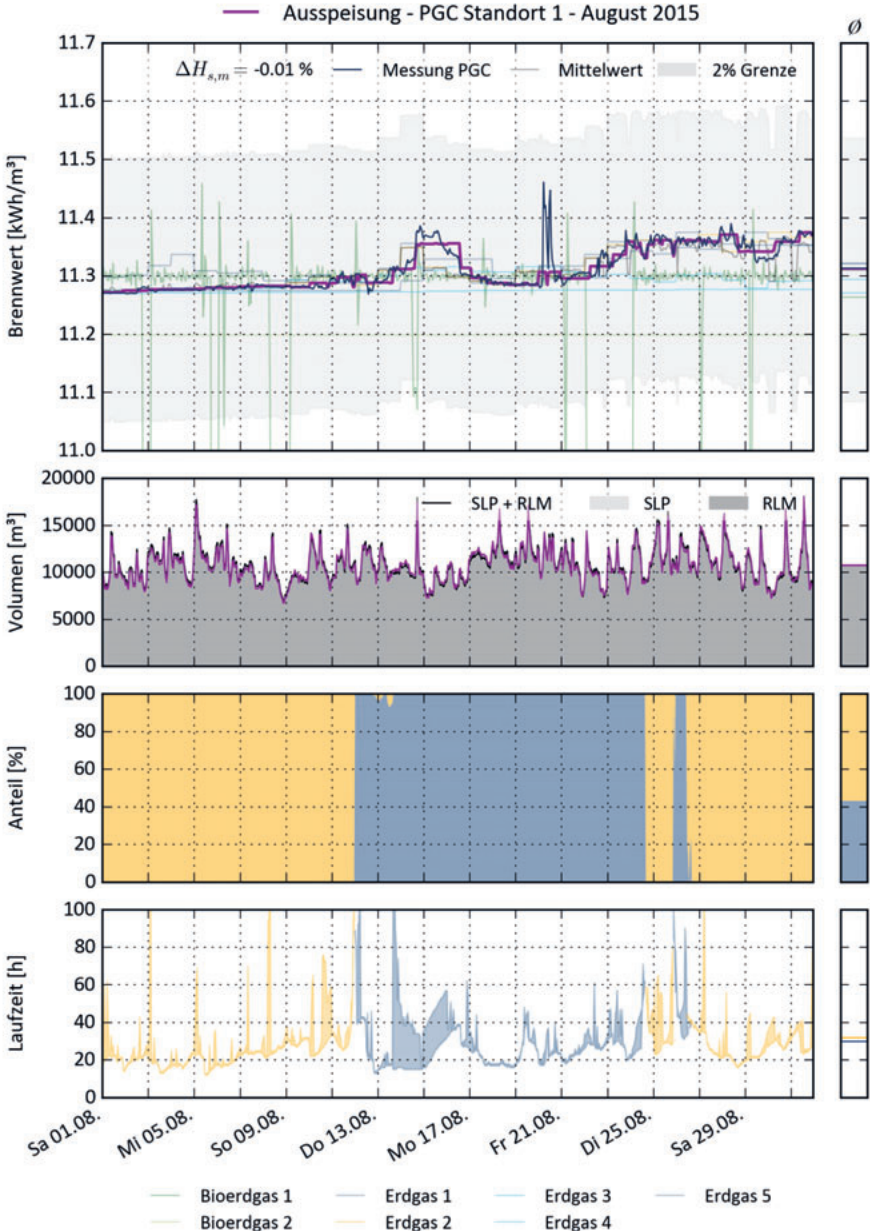


Bild 4.41 Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messdaten am „PGC Standort 1“ im Gasverteilnetz „Hauptnetz Ost“ der Ferngas.

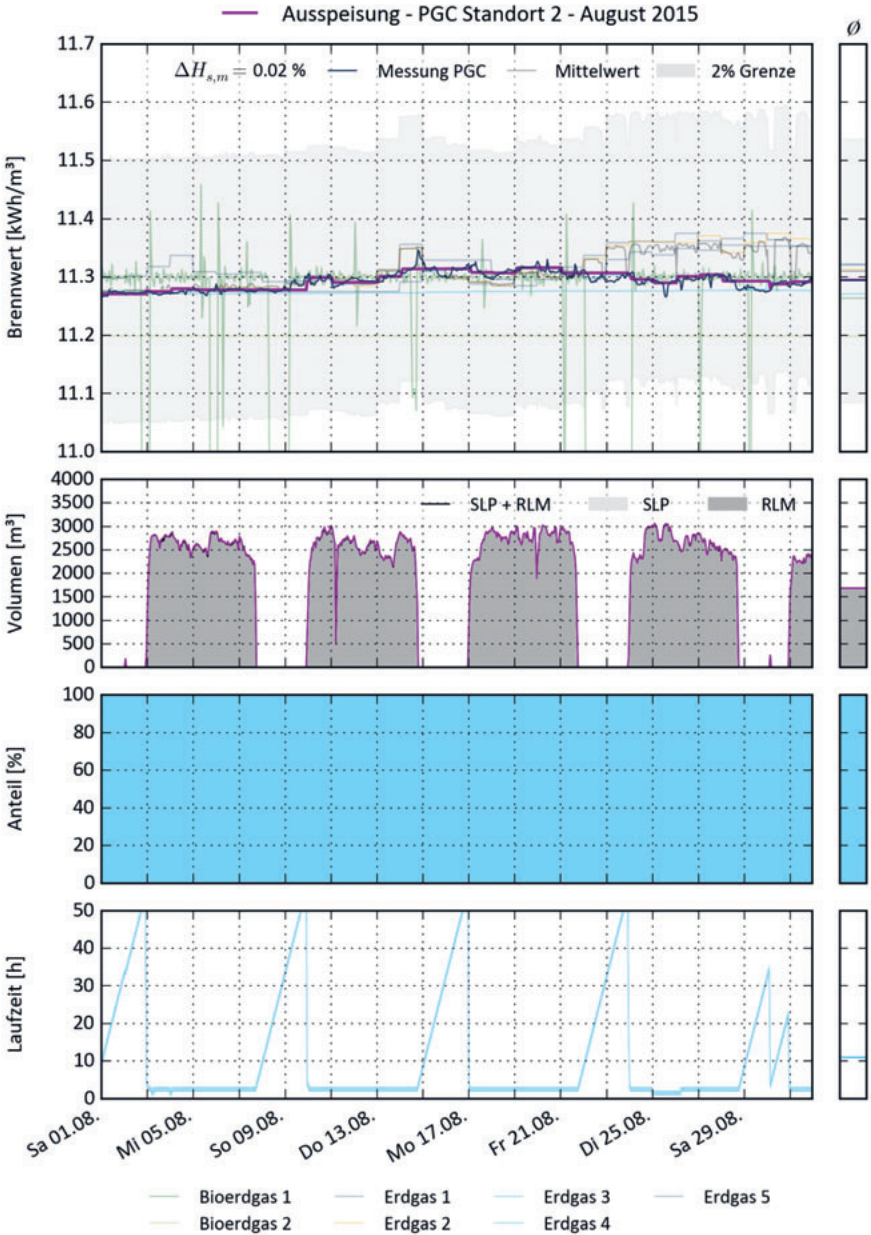


Bild 4.42 Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messdaten am „PGC Standort 2“ im Gasverteilnetz „Hauptnetz Ost“ der Ferngas.

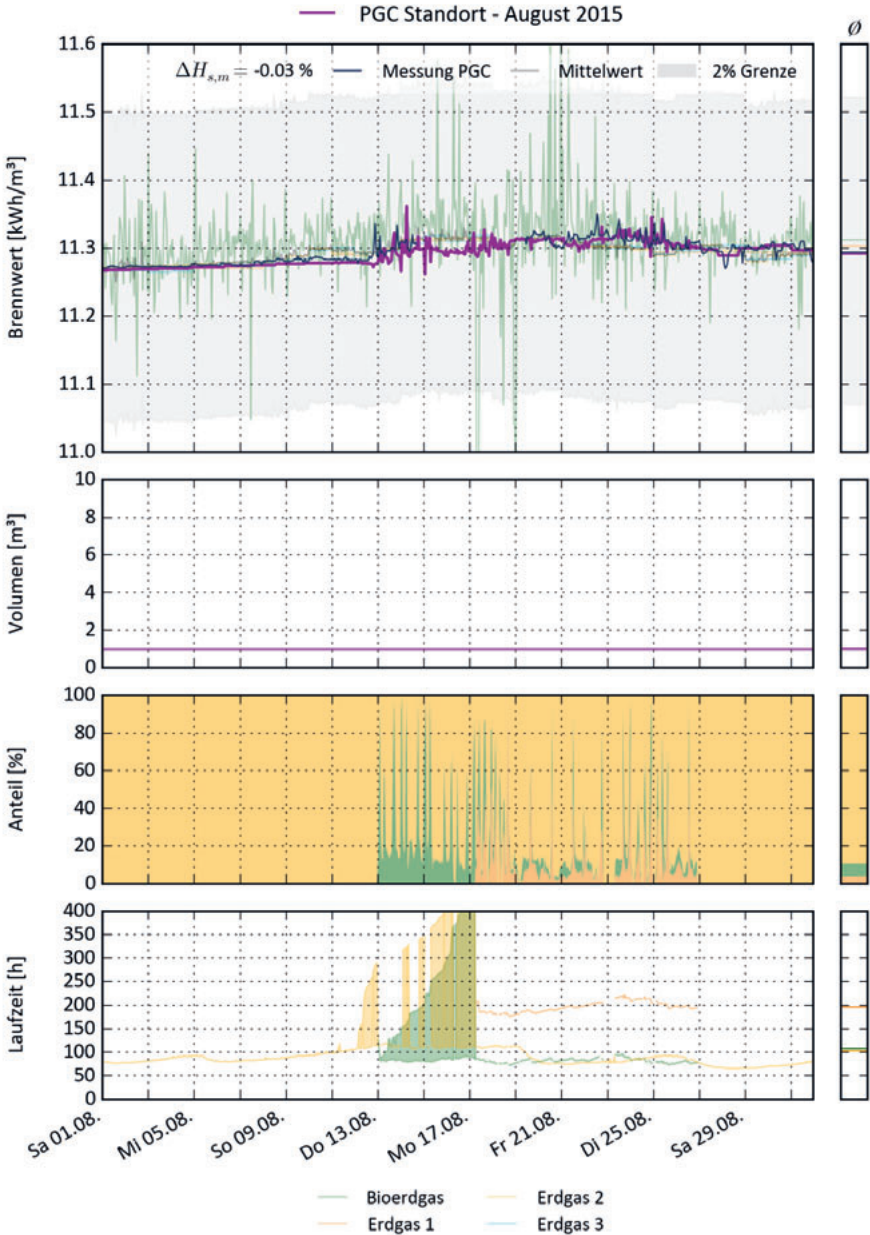


Bild 4.43 Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messdaten am „PGC Standort“ im Gasverteilnetz „Bayernwald“ der Ferngas.

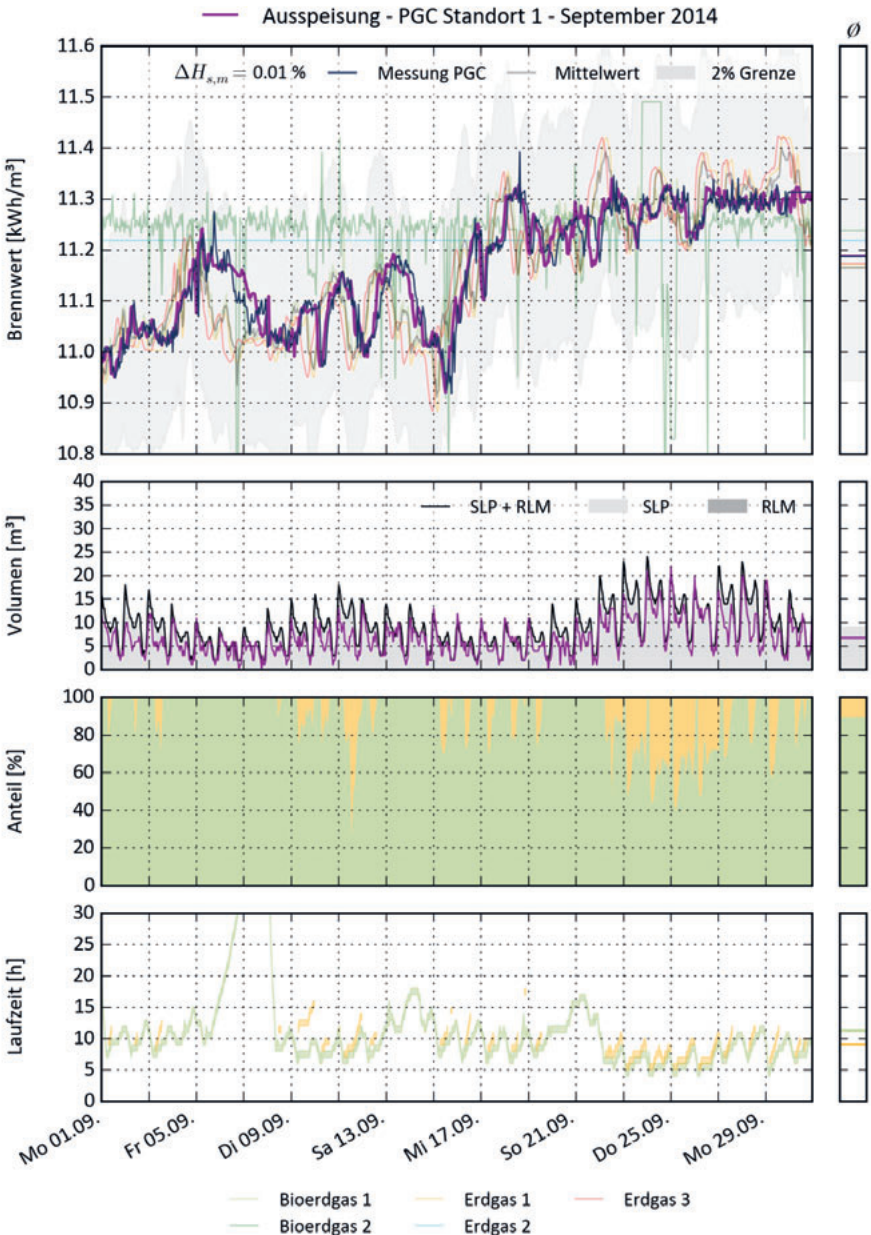


Bild 4.44 Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messdaten am „PGC Standort 1“ im Verteilnetz „Lüchow“ der Avacon.

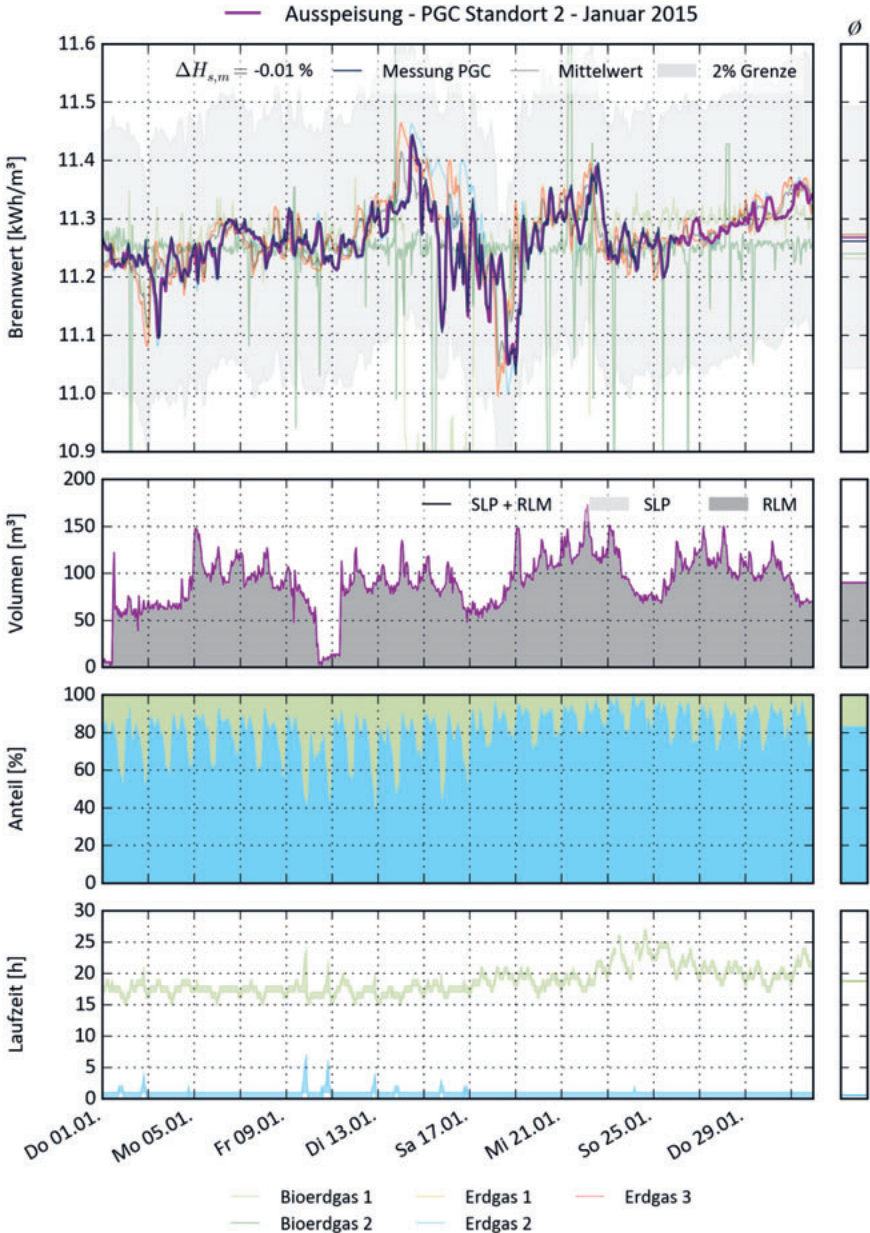


Bild 4.45 Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messdaten am „PGC Standort 2“ im Verteilnetz „Lüchow“ der Avacon.

4.3.3 VERGLEICH DER SIMULATIONSERGEBNISSE MIT REFERENZ-SOFTWARE

In diesem Abschnitt wird ein Vergleich mit der etablierten Software Simone [12] durchgeführt. Die Ergebnisse dieses Abschnitts sind bereits in Hielscher et al. [8] veröffentlicht worden. Aufgrund von Limitierungen in der entwickelten API-Kommunikation⁴⁰ von SmartSim kann der Vergleich nur für das regionale Gasverteilnetz „Lüchow“ erfolgen. Die Validierung erfolgt im erweiterten Zeitraum des Feldversuchs vom 01.12.2010 bis 01.10.2011 (vgl. Abschnitt 4.3.1) durch Auswertung der relativen Brennwertdifferenz je Stunde und Knoten bezogen auf die Software Simone nach Gl. (4.6). Auf diese Weise wird der Vergleich von Drücken, Strömungsgeschwindigkeiten und Volumenströmen zusammengefasst, da die Brennwertverteilung in Gasnetzen von diesen Größen abhängig ist. Die Auswertung umfasst 671140 Stundenwerte. In Bild 4.46 ist die Abweichung des entwickelten Rechenkerns zur Referenz als Histogramm mit relativer Häufigkeit dargestellt. Die mittlere Abweichung von $\Delta \bar{H}_s = 0,01 \%$ zeigt, dass keine signifikanten systematischen Abweichungen auftreten. Die Standardabweichung liegt bei $\sigma = 0,09 \%$ und ist neben der mittleren Abweichung ein Indikator für sehr geringe Abweichungen zwischen dem SmartSim Rechenkern und Simone.

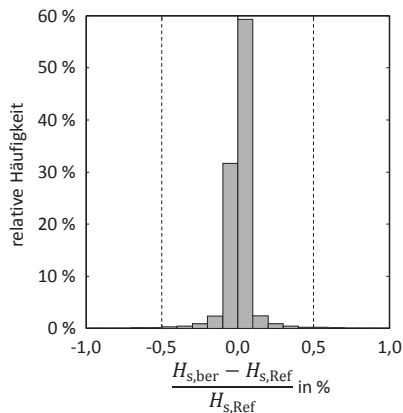


Bild 4.46 Abweichung des entwickelten Kernels und der Referenz-Software. 95 % aller Abweichung sind betragsmäßig kleiner als 0,174 %.

Der detaillierte Vergleich des neu entwickelten Rechenkerns und der Referenz-Software ist nachfolgend in Bild 4.47 und Bild 4.48 dargestellt. Zur Visualisierung typischer Druckverteilungen in einem Diagramm wird der Hauptpfad des Netzes Lüchow verwendet, welcher in Bild 4.39 gelb hervorgehoben ist. Auf der x-Achse sind die Bezeichnungen der Knoten aus der Topologie aufgetragen (siehe auch Bild 6.1). Der Pfad beginnt bei Knoten „Bioerdgas 2“ (LA23) und endet an Knoten „Erdgas 3“ (LV40) und weist typi-

⁴⁰ API, engl. application programming interface; eine von einer Software zur Verfügung gestellte Schnittstelle, um die Anbindung von anderen Programmen an die jeweilige Software herzustellen.

scherweise die größten Druckänderungen auf. In der linken Spalte von Bild 4.47 sowie Bild 4.48 sind die Verläufe von Druck p , Druckänderung Δp , Brennwert H_s , Strömungsgeschwindigkeit u und Normvolumenstrom \dot{V} dargestellt. Hierzu wurde zur Darstellung einer typischen Flusssituation mit hohem Gasabsatz der 01.01.2011 06:00 als Zeitschritt ausgewählt (siehe Bild 4.47). Zur Darstellung einer typischen Flusssituation mit geringem Gasabsatz ist in Bild 4.48 der 01.06.2011 06:00 gezeigt. Es zeigen sich geringe Abweichungen im Absolutdruck p zwischen SmartSim und der Referenz-Software. Dies deckt sich auch mit den gut übereinstimmenden Druckänderungen Δp . Der Vergleich des Brennwerts zeigt faktisch keine Abweichungen. Die Verläufe von Strömungsgeschwindigkeit und Normvolumenstrom zeigen kleine Abweichungen, der qualitative Verlauf ist jedoch deckungsgleich. Um eine belastbare Aussage zur allgemeinen Abweichung der beiden Rechenkerne treffen zu können, wird auf die statistischen Parameter Mittelwert *mean* und Standardabweichung σ zurückgegriffen. Diese sind in der rechten Spalte von Bild 4.47 und Bild 4.48 zu finden und werden auf Basis aller stündlichen Differenzen des jeweiligen Monats gebildet. Wie bereits beschrieben zeigen sich geringe systematische Abweichungen im Druck, der Mittelwert *mean*(Δp) ist nicht Null. Die Auswertung der Druckänderungen, Strömungsgeschwindigkeiten und Normvolumenströme zeigt sowohl sehr geringe systematische als auch sehr geringe zufällige Abweichungen. Eine Ursachensuche gestaltet sich aufgrund der Komplexität der betrachteten Systeme als schwierig. Insbesondere kann keine Aussage zur Referenz-Software getroffen werden, da zwar die Methoden und Gleichungen in [13] beschrieben sind, die tatsächliche Implementierung und Umsetzung jedoch nicht einsehbar sind. Die Abweichungen des Brennwerts sind zu vernachlässigen. Für alle untersuchten Größen gilt, dass die Abweichungen im Netzabschnitt mit „Erdgas 3“ größer sind als im restlichen Netz (d.h. das rechte Diagrammdrittel). Die Ursache liegt in einer intermittierenden Fahrweise dieses Abschnitts. Hierbei zeigt sich häufig, dass die stündliche Massenbilanz durch die Referenz-Software nicht eingehalten wird. Sowohl für Strömungsgeschwindigkeiten, Volumenströme, Drücke und Brennwerte zeigen sich insgesamt sehr gute Übereinstimmungen.

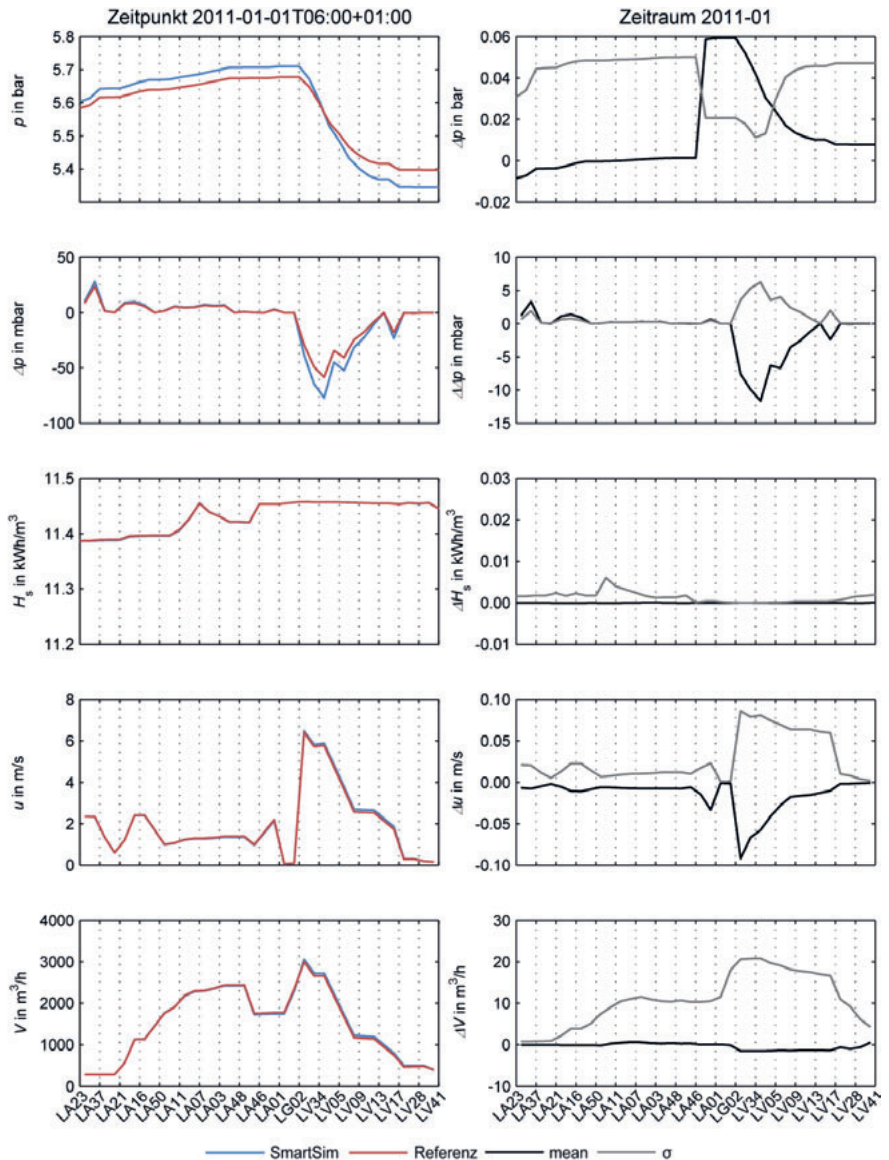


Bild 4.47 Detaillierter Vergleich des neuen Rechenkerns (blau) mit der Referenz-Software (rot). In der linken Spalte sind die exemplarischen Verläufe von Druck p , Brennwert H_s , Strömungsgeschwindigkeit u und Normvolumenstrom \dot{V} des 01.01.2011 um 06:00 dargestellt. In der rechten Spalte finden sich die zugehörigen Mittelwerte $mean$ und Standardabweichungen σ sämtlicher Differenzen des Januars 2011.

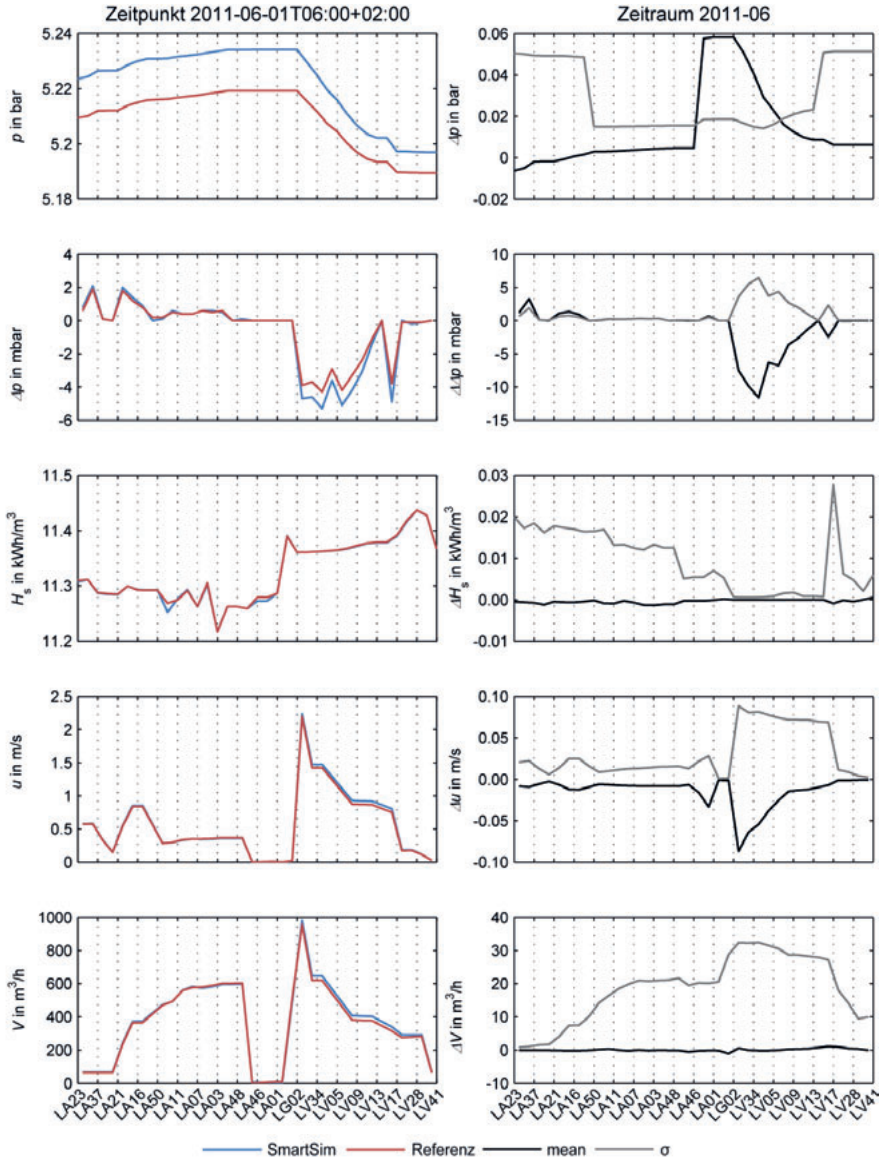


Bild 4.48 Detaillierter Vergleich des neuen Rechenkerns (blau) mit der Referenz-Software (rot). In der linken Spalte sind die exemplarischen Verläufe von Druck p , Brennwert H_s , Strömungsgeschwindigkeit u und Normvolumenstrom \dot{V} des 01.06.2011 um 06:00 dargestellt. In der rechten Spalte finden sich die zugehörigen Mittelwerte $mean$ und Standardabweichungen σ sämtlicher Differenzen des Juni 2011.

4.4 AUSWERTUNG DER RECHGESCHWINDIGKEIT UND DER KONVERGENZ DES STRÖMUNGSZUSTANDS

In diesem Abschnitt wird die Performance und Konvergenz des entwickelten Rechenkerns untersucht. Die erforderliche Rechenzeit wird detailliert in Abschnitt 4.4.1 analysiert: Zum einen findet eine Auswertung der Rechengeschwindigkeit in Abhängigkeit der Netzgröße statt und zum anderen wird der Unterschied in der Rechenzeit zwischen der SGERG- und der vereinfachten Virialgleichung dargestellt. Darüber hinaus werden die Auswirkungen der entwickelten Optimierungen auf Rechengeschwindigkeit gezeigt. In Abschnitt 4.4.2 findet eine Beurteilung der Konvergenz des Strömungszustands statt.

4.4.1 RECHGESCHWINDIGKEIT IN ABHÄNGIGKEIT VON DER NETZGRÖßE

Dieser Abschnitt liefert einen Überblick über die Auswirkungen der entwickelten Optimierungen auf die Rechenzeit. Die Analyse der Rechengeschwindigkeit erfolgt für unterschiedliche Netzgrößen, weiterhin wird die Wahl der Zustandsgleichung auf die Rechengeschwindigkeit analysiert. Als Testumgebung dient ein Computer mit den Eigenschaften aus Tabelle 4.5. Um Abweichungen in der jeweils ermittelten Dauer der Rechenzeit zu minimieren, wird jeder Lauf 10 Mal wiederholt und jeweils der Mittelwert dargestellt. Alle nachfolgend dargestellten Ergebnisse beziehen sich auf kompilierten Code im Release-Modus.

Tabelle 4.5 Übersicht des zur Auswertung verwendeten Computers.

Eigenschaft	Wert
Prozessor	Intel Core i5-4310u
Prozessorarchitektur	Haswell, 4. Generation der Core i Serie
Arbeitsspeicher	8 GB DDR3
Betriebssystem	Windows 7 64 Bit
Entwicklungsumgebung	Visual Studio Professional 2013

Entscheidend für die Rechengeschwindigkeit ist die Anzahl der Knoten, da hiervon direkt die Größe der Gleichungssysteme abhängig ist (siehe Abschnitt 3.2.1). Die Untersuchung findet an den in Abschnitt 4.3.1 vorgestellten Gasverteilnetzen statt. Um eine Aussage über die Rechengeschwindigkeit besonders großer Gasverteilnetze treffen zu können, werden die drei Teilnetze der Ferngas zusätzlich in einer Topologie zusammengefasst. Damit ergibt sich für die Anzahl der Knoten in den untersuchten Gasverteilnetzen folgendes Bild:

- Avacon „Lüchow“: 101 Knoten
- Ferngas „Bayernwald“: 167 Knoten
- Ferngas „Hauptnetz West“: 206 Knoten
- Ferngas „Hauptnetz Ost“: 537 Knoten
- gesamtes Gasverteilnetz der Ferngas: 910 Knoten

Auswirkungen der entwickelten Optimierungen auf die Rechenzeit

Die Auswirkungen der Optimierungen auf die Rechenzeit t sind in Bild 4.49 dargestellt und in drei Stufen unterteilt. In der ersten Stufe findet eine Optimierung der Compiler-Einstellungen statt, welche in Tabelle 4.6 gezeigt sind. Insbesondere macht sich der Einsatz von AVX-Instruktionen⁴¹ wesentlich in der Performance bemerkbar, welche erstmals mit SandyBridge-Prozessoren eingeführt wurden. Die Auswirkungen der Compiler-Optimierung steigen mit zunehmender Netzgröße.

Tabelle 4.6 Gewählte Compiler-Einstellungen im Release-Modus.

Einstellung	Wert
EnableEnhancedInstructionSet	AdvancedVectorExtensions
FavorSizeOrSpeed	Speed
FloatingPointModel	Fast
OmitFramePointers	true
Optimization	MaxSpeed
WholeProgramOptimization	true

Im entwickelten Rechenkern wurden, neben weiteren Anpassungen, die beiden Module mit dem größten Anteil an Rechenzeit optimiert. Hierzu zählt zum einen das Verfahren zur Lösung des Massenstrom-Gleichungssystems (siehe Gl. (3.9)) und zum anderen das Verfahren zur Berechnung der Druckverteilung (siehe Gl. (3.11)). Die Optimierungen beider Module sind in Bild 4.49 in der zweiten und dritten Stufe dargestellt.

Einen wesentlichen Anteil an der Optimierung der Lösung des Massenstrom-Gleichungssystems liefert die Indizierung von Arrays. Die klassische Indizierung in großen Arrays durch ein Inkrement ist bekanntermaßen nicht die schnellste Methode zur Adressierung des Speichers. Alle Matrix-Operationen werden deshalb durch Pointer-Adressierungen ausgeführt. Durch weitere interne Optimierungen ergibt sich damit ein Performance-Gewinn von ca. 30 % beim Lösen des Massenstrom-Gleichungssystems bezogen auf die Rechenzeit ohne Optimierung. Dieser Anteil ist unabhängig von der Netzgröße, nimmt jedoch bezogen auf die Stufe mit aktivierten Compiler-Optimierungen stark zu. Eine signifikante Reduktion der Rechenzeit zur Berechnung der Druckverteilung ergibt sich durch den Einsatz von sparse-Matrizen. Hier werden alle Matrix-Operationen als Vektor-Operation ausgeführt und Null-Elemente in der Druckmatrix werden entfernt. Auch hier ergibt sich ein deutlicher Performance-Gewinn von ca. 30 % im Gasverteilnetz Lüchow und von ca. 10 % im gesamten Gasverteilnetz der Ferngas. Dieser Unterschied ist dadurch zu erklären, dass im Gasverteilnetz der Ferngas mehrere Maschen vorhanden sind und sich damit das Verhältnis von besetzten zu unbesetzten Matrixelementen verschiebt.

⁴¹ Advanced Vector Extensions. Unter Visual Studio 2013 sind SSE2-Instruktionen für 64 Bit Programme nicht verfügbar, so dass auf die neueren AVX-Instruktionen zurückgegriffen wird.

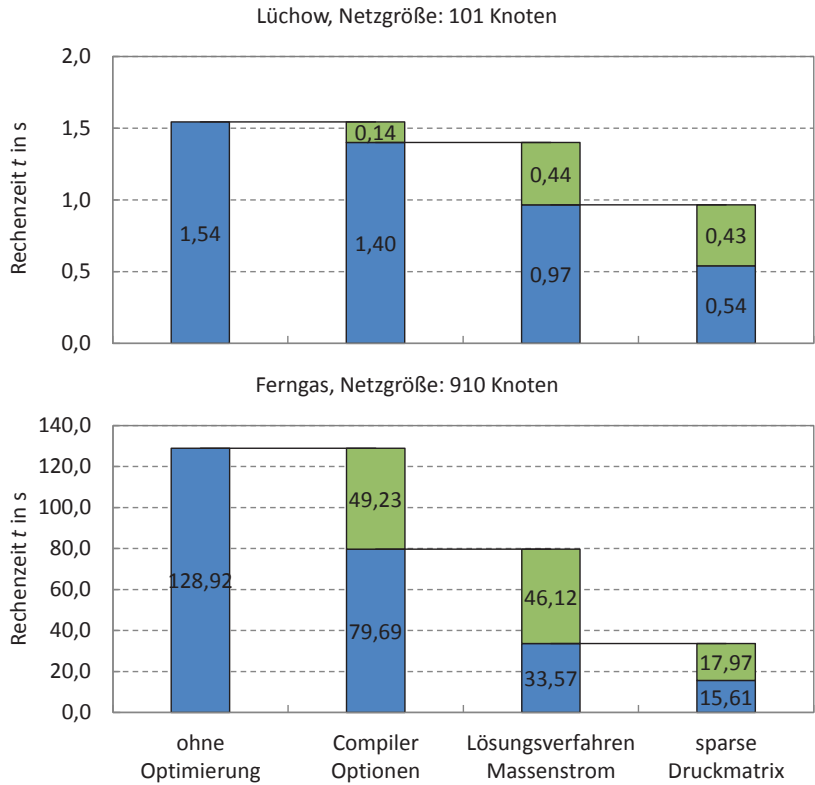


Bild 4.49 Auswirkungen der Optimierungen auf die Rechengeschwindigkeit für unterschiedliche Netzgrößen.

Insgesamt kann die Rechenzeit durch den Einsatz der Optimierungen stark reduziert werden. Mit zunehmender Netzgröße steigt der Anteil der Optimierungen und sorgt im Fall des gesamten Gasverteilnetzes der Ferngas für eine Verzehnfachung der Rechengeschwindigkeit. Das Optimierungsverfahren der Massenstrommatrix ist unabhängig von der Anzahl Maschen, während für die Optimierung der Druckmatrix eine Abhängigkeit des Grads an Vermaschungen zu erkennen ist.

Rechengeschwindigkeit in Abhängigkeit der Netzgröße

In Bild 4.50 ist die Rechengeschwindigkeit in Abhängigkeit der entwickelten vereinfachten Virialgleichung und der SGERG-Zustandsgleichung gezeigt. Die Rechenzeit t unter Verwendung der vereinfachten Virialgleichung ist in lila (Datenreihe „ber“) abgebildet, die Rechenzeit t unter Benutzung der SGERG ist in blau dargestellt. Die Auswertung findet für die fünf verschiedenen Netzgrößen statt. Es ist klar erkennbar, dass die Rechenzeit durch die Verwendung der SGERG deutlich über der Rechenzeit mit vereinfachter

Virialgleichung liegt. Zu beachten ist, dass es sich hierbei um die Darstellung der gesamten Rechenzeit zur Simulation des Strömungszustands handelt (alle Optimierungen aktiv). Wie bereits erwähnt entfallen ein Großteil der Rechenzeit auf die Lösung des Massenstrom-Gleichungssystems (siehe Gl. (3.9)) und auf das Verfahren zur Berechnung der Druckverteilung (siehe Gl. (3.11)). Mit steigender Netzgröße nimmt der Anteil dieser beiden Module zu und beträgt für das gesamte Gasverteilnetz der Ferngas über 65 %. Vor diesem Hintergrund zeigt sich deutlich, dass die Anwendung der vereinfachten Virialgleichung sinnvoll ist: Die SGERG ist bezogen auf die Stoffdatenaufrufe mindestens um den Faktor 30 langsamer, als die vereinfachte Virialgleichung.

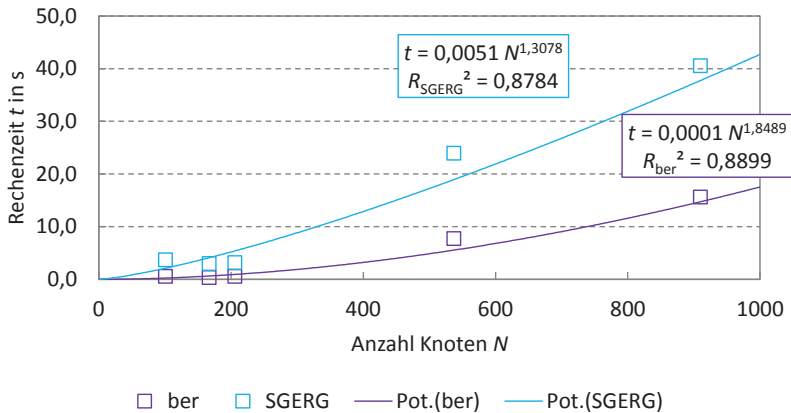


Bild 4.50 Darstellung der gesamten Rechenzeit in Abhängigkeit der Netzgröße und der verwendeten Zustandsgleichung (alle Optimierungen aktiv).

Für beide verwendeten Zustandsgleichungen zeigt sich, dass die Rechenzeit nicht linear mit der Netzgröße zunimmt. Es wird ein direkter Zusammenhang zwischen Netzgröße und Rechenzeit unterstellt und in einer Trendlinie der Form $t = a x^b$ dargestellt. Die Variable x entspricht der Anzahl Knoten. In der Abbildung sind die ermittelten Parameter für a und b ebenso wie das Bestimmtheitsmaß R^2 dargestellt. Die Annahme eines potenziellen Zusammenhangs zwischen Rechenzeit t und Knotenanzahl x ist sinnvoll, da u.a. viele Verfahren zur Lösung von Gleichungssystemen einen potenziellen Zusammenhang zwischen Anzahl der Variablen und Anzahl notwendiger Rechenschritte aufweisen. Die Anzahl notwendiger Rechenschritte einer Matrix-Multiplikation steigt quadratisch mit der Matrix-Dimension. Es stellt sich heraus, dass der Zusammenhang zwischen Rechenzeit und Netzgröße unter Verwendung der vereinfachten Virialgleichung proportional zu weniger als der zweiten Potenz ist. Einen nicht zu vernachlässigenden Aspekt stellt der Grad an Vermaschungen dar. Eine Extrapolation auf weitere Gasverteilnetze sollte also mit einer gewissen Unschärfe möglich sein.

Zusammenfassend lassen sich folgende Aussagen treffen: Die Entwicklung der vereinfachten Virialgleichung ist sinnvoll, da diese mindestens um den Faktor 30 schneller ist, als die SGERG-Zustandsgleichung. Weiterhin zeigt sich, dass die Rechenzeit weniger als quadratisch mit der Netzgröße steigt. Eine Extrapolation der Rechenzeit auf weitere Gasverteilnetze sollte vorsichtig möglich sein.

4.4.2 UNTERSUCHUNG ZUR KONVERGENZ DES STRÖMUNGSZUSTANDS

Dieser Abschnitt untersucht den entwickelten Rechenkern auf die Konvergenz des Strömungszustands. Wie in Abschnitt 3.2.2 beschrieben und in Bild 3.2 gezeigt, werden zwei verschiedene Iterationen zur Berechnung des Strömungszustands durchgeführt. Innerhalb der Iteration des gesamten Strömungszustands findet eine Iteration der Druckverteilung statt (siehe Abschnitt 3.2.4). Die Auswertung der Konvergenz des Strömungszustands wird für einen Monat inklusive Vorlaufzeit durchgeführt. Es ergeben sich damit 1416 Zeitschritte. Für alle Zeitschritte wird jeweils der Mittelwert und die zugehörige zweifache Standardabweichung gebildet und in Bild 4.51 dargestellt. Die Anzahl der Iterationen, bis die Konvergenz des Strömungszustands erreicht ist, ist blau abgebildet. In rot ist die Anzahl Iterationen bis zur Konvergenz der Druckverteilung dargestellt. Die zweifache Standardabweichung ist jeweils als Fehlerindikator gezeigt. Die Anzahl Iterationen ist weitestgehend unabhängig von der Netzgröße und liegt etwa bei $i = 4$ Iterationen zur Bestimmung des Strömungszustands. Mehr als 6 Iterationen bis zur Konvergenz des Strömungszustands sind selten notwendig. Die mittlere Anzahl Iterationen zur Berechnung der Druckverteilung beträgt $\text{ca. } 2,5 \leq i_D \leq 4$. In der Regel sind auch hier nicht mehr als 5 Iterationen erforderlich. Es kann also festgestellt werden, dass der entwickelte Rechenkern gute Konvergenzeigenschaften aufweist.

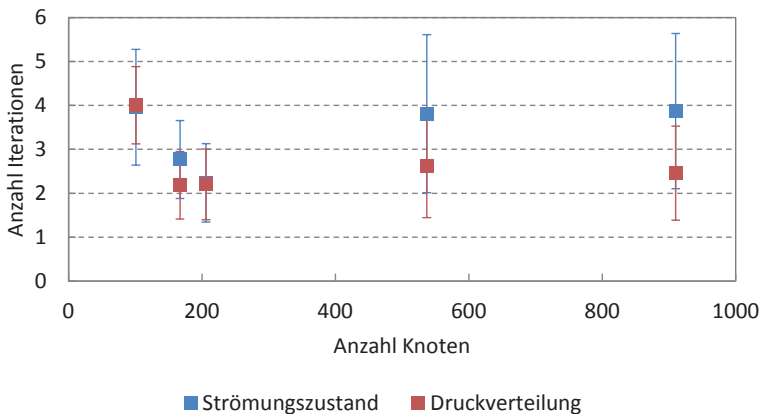


Bild 4.51 Anzahl Iterationen zur Lösung des Strömungszustands und zur Lösung der Druckverteilung in Abhängigkeit der Netzgröße. Die Fehlerindikatoren entsprechen der zweifachen Standardabweichung des jeweils zugrunde liegenden Datensatzes.

Die Abbildungen in Bild 4.52 bis Bild 4.56 zeigen die typische Konvergenz des Strömungszustands im gesamten Gasverteilnetz der Ferngas. Es handelt sich um einen Zeitschritt, der vier Iterationen i bis zur Konvergenz benötigt (siehe Bild 4.51). Aus Gründen der Vergleichbarkeit werden jeweils in den fünf Abbildungen die relativen Änderungen der Berechnungsgrößen Druck p_i , Rohrleitungsmasse m_{ij} , Massenstromdifferenzkoeffizienten μ_{ij} , Vermaschkoeffizienten α_{ij} und Massenströme \dot{m}_{ij} zwischen der Iteration i und der vorherigen Iteration $i - 1$ dargestellt. Die relativen Änderungen der Berechnungsgröße x berechnen sich zu:

$$\Delta x_{ij}^{i,i-1} = \frac{x_{ij}^i - x_{ij}^{i-1}}{x_{ij}^{i_{\max}}} \quad (4.8)$$

Mit $i = i_{\max} = 4$. Im Fall von $i = 0$ bezieht sich der Index i auf den konvergierten Strömungszustand des vorherigen Zeitschritts.

In Bild 4.52 sind die 25 betragsmäßig größten Druckänderungen $\Delta p_i^{i,i-1}$ aller Knoten i des Gasverteilnetzes dargestellt. Es ist nur ein geringer Unterschied zum vorherigen Zeitschritt feststellbar, alle Druckänderungen bleiben unter 3,0 %. In der dritten Iteration sind die Änderungen zur zweiten Iteration bereits kleiner als 0,2 %, mit Abschluss der vierten Iteration ist die Abbruchbedingung aus Gl. (3.25) erfüllt und die Konvergenz des betrachteten Strömungszustands erreicht.

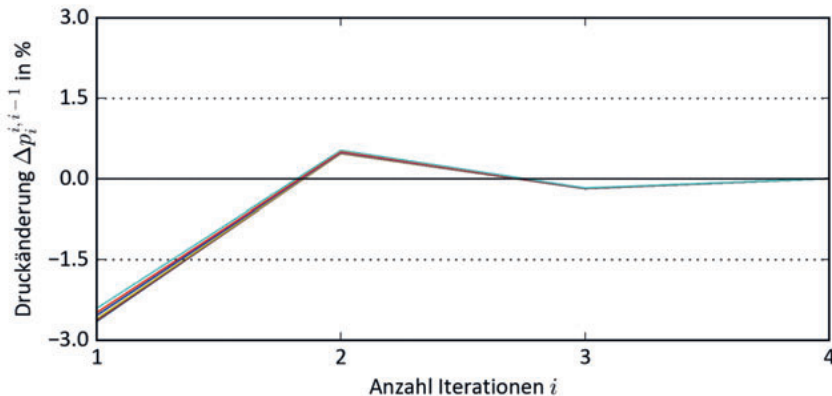


Bild 4.52 Darstellung der 25 betragsmäßig größten relativen Druckänderungen über alle Iterationen.

Bild 4.53 zeigt die 25 betragsmäßig größten Massenänderungen $\Delta m_{ij}^{i,i-1}$ aller Rohrleitungen ij . Auch hier ist ein ähnliches Verhalten analog zur Druckänderung zu beobachten. Aufgrund nur geringer Druckänderungen sind auch keine wesentlich größeren Mas-

senänderungen zu erwarten, die betragsmäßig etwas kleineren Abweichungen resultieren u.a. aus einer veränderten Gasbeschaffenheitsverteilung im Vergleich zum vorherigen Zeitschritt. Bereits in der dritten Iteration sind die betragsmäßigen Änderungen zu vernachlässigen.

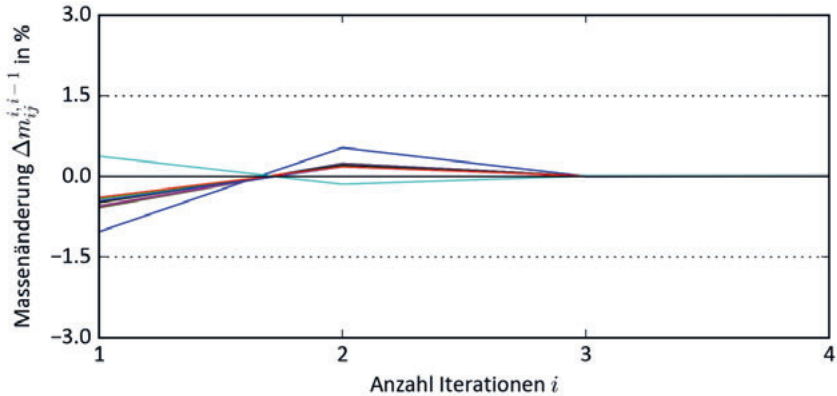


Bild 4.53 Darstellung der 25 betragsmäßig größten relativen Massenänderungen über alle Iterationen.

In Bild 4.54 sind die 25 betragsmäßig größten Änderungen der Massenstromdifferenzkoeffizienten $\Delta\mu_{ij}^{i,i-1}$ aller Rohrleitungen ij abgebildet. Auf den ersten Blick zeigen sich verhältnismäßig hohe Abweichungen bis zu 200 %. Es ist zu beachten, dass die Summe der Massenstromdifferenzkoeffizienten in einem hydraulisch zusammenhängenden Abschnitt $k \sum \mu_{ij} = 1$ ergibt (vgl. Gl. (3.24)). Somit sind die Massenstromdifferenzkoeffizienten μ_{ij} bereits betragsmäßig sehr klein und Rohrleitungen mit nur geringem Anteil an der Netzatmung eines hydraulisch zusammenhängenden Abschnitts weisen große Abweichungen auf. Gemessen an der jeweiligen Massenänderung sämtlicher Rohrleitungen, fallen diese Änderungen jedoch nicht zu sehr ins Gewicht (vgl. Bild 4.53).

In Bild 4.55 sind die 25 betragsmäßig größten Änderungen der Vermaschkoeffizienten $\Delta\alpha_{ij}^{i,i-1}$ aller Rohrleitungen ij dargestellt. Es zeigen sich sehr große Änderungen in der Iteration $i = 1$ bezogen auf den vorherigen Strömungszustand. Auch in diesem Diagramm gilt, dass sich alle Änderungen nach Gl. (4.8) auf den Vermaschkoeffizienten der Iteration $i_{\max} = 4$ beziehen. Aufgrund starker Änderungen in den Randbedingungen, d.h. Änderungen der Ein- und Ausspeisevolumina im Gasverteilnetz der Ferngas im Vergleich zum vorherigen Zeitschritt, sind hohe Abweichungen zur Iteration $i = 1$ zu erwarten. Ergänzend kann der Fall eintreten, dass eine Rohrleitung ij zum vorherigen Zeitschritt einen betragsmäßig niedrigen Massenstrom \dot{m}_{ij} aufweist und im nächsten Zeitschritt einen betragsmäßig hohen Massenstrom (und vice versa). Von den

Massenströmen sowie den Druckänderungen sind die Vermaschkungskoeffizienten abhängig (vgl. Gl. (3.46)). Aufgrund dieser gegenseitigen Beeinflussung treten auch in der zweiten Iteration noch große Änderungen auf, welche dann abklingen.

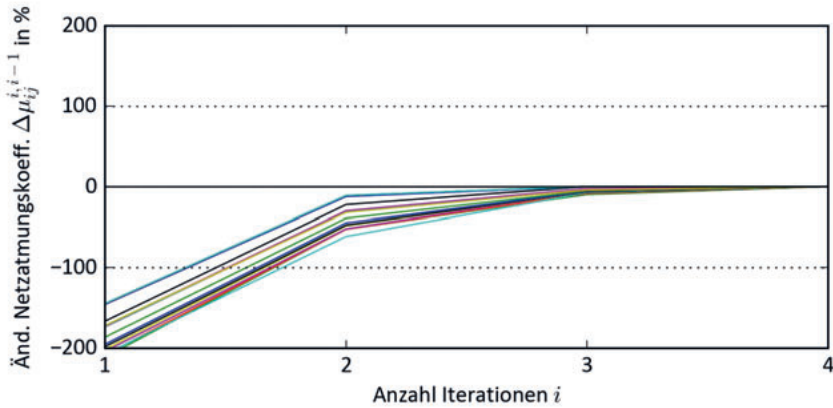


Bild 4.54 Darstellung der 25 betragsmäßig größten relativen Änderungen der Massenströmdifferenzkoeffizienten über alle Iterationen.

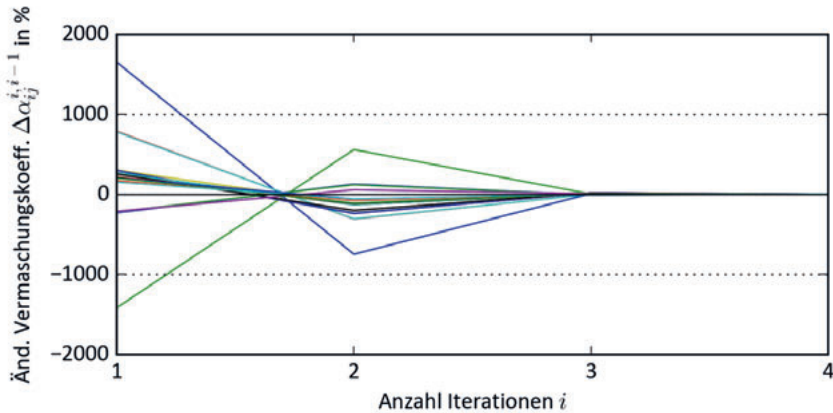


Bild 4.55 Darstellung der 25 betragsmäßig größten relativen Änderungen der Vermaschkungskoeffizienten über alle Iterationen.

Bild 4.56 zeigt die 25 betragsmäßig größten Massenstromänderungen $\Delta \dot{m}_{ij}^{i,i-1}$ aller Rohrleitungen ij . Wie bereits beschrieben sind aufgrund starker Änderungen in den Randbedingungen, d.h. den Ein- und Auspeisevolumina, hohe Abweichungen zur Iteration $i = 1$ zu erwarten. Die Massenstromänderungen und die Änderungen der Vermaschkungskoeffizienten beeinflussen sich stark (siehe Gl. (3.46)), so dass auch hier hohe

Abweichungen zu erwarten sind. Diese gegenseitige Beeinflussung ist die Ursache für hohe Änderungen von bis zu 1800 %, welche dann in den Iterationen $i = 3$ bzw. $i = 4$ abklingen. Obwohl hier nur qualitativ dargestellt, d.h. ohne klare Zuordnung der einzelnen Rohrleitungen, treten die höchsten Massenstromänderungen in Rohrleitungen auf, welche Teil einer Masche sind.

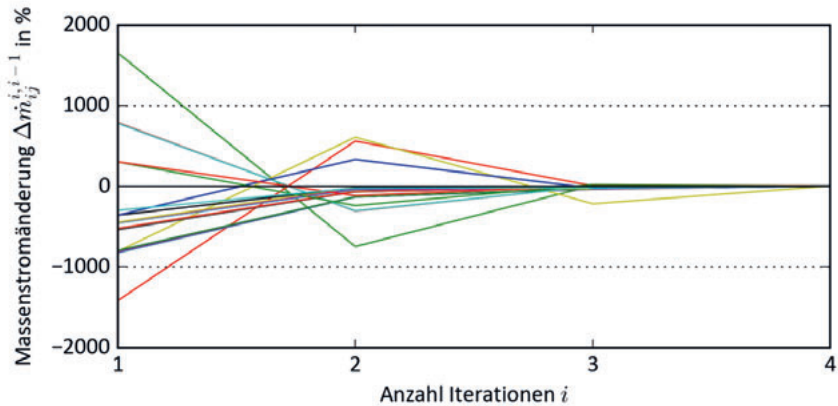


Bild 4.56 Darstellung der 25 betragsmäßig größten relativen Massenstromänderungen über alle Iterationen.

Insgesamt ist zu beobachten, dass der Rechenkern eine gute Konvergenz aufweist. Insbesondere die teilweise hohen Änderungen in den Massenstromdifferenzkoeffizienten μ_{ij} , in den Vermaschkungskoeffizienten α_{ij} sowie den Massenströmen \dot{m}_{ij} beeinflussen die Konvergenzgeschwindigkeit stark. Mit durchschnittlich vier notwendigen Iterationen, welche unabhängig von der Netzgröße sind, ist das Konvergenzverhalten dennoch als gut zu bewerten.

5 UNSICHERHEITSBERECHNUNG FÜR GASVERTEILNETZE

In diesem Kapitel werden die Verfahren zur Berechnung der Unsicherheit vorgestellt. Zunächst werden die Unsicherheiten der Eingangsgrößen festgelegt und anschließend die drei Verfahren Monte-Carlo-Simulation, Sensitivitätsanalyse und Korrelationsanalyse zur Unsicherheitsberechnung präsentiert. Die hier gezeigte Unsicherheitsberechnung, d.h. die Monte-Carlo-Simulation, die Sensitivitätsanalyse und die Korrelationsanalyse wurden in Zusammenarbeit mit Prof. Dr.-Ing. Joachim Schenk entwickelt (siehe Schenk [63]).

5.1 ANWENDUNG DES „GUIDE TO THE EXPRESSION OF UNCERTAINTY IN MEASUREMENT“ IN GASVERTEILNETZEN

Die Unsicherheitsberechnung der Abrechnungsbrennwerte in einem Gasverteilnetz erfolgt in dieser Arbeit nach den Richtlinien des „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“ (GUM) [9]. Hierbei handelt es sich um Verfahren zur Bestimmung der resultierenden Unsicherheiten der Abrechnungsbrennwerte durch eine Fehlerfortpflanzung der Messunsicherheiten sämtlicher Eingangsgrößen. Falls das betrachtete Modell linear ist bzw. ohne signifikante Fehler linearisiert werden kann, erfolgt die Fehlerfortpflanzung i.d.R. analytisch. Zu beachten ist, dass der Fehlereinfluss durch eine Linearisierung bei einem nicht-linearen Modell zu fehlerhaften Unsicherheiten führen kann.

Aufgrund der hohen Komplexität eines Gasverteilnetzes und des entwickelten Rechenkerns ist eine analytische Fehlerfortpflanzung nicht möglich. Die Unsicherheitsberechnung wird folglich für das nicht-lineare Modell mit einem GUM-S2 Monte-Carlo-Ansatz [10] durchgeführt. Es wird weiterhin mit einer Sensitivitätsanalyse untersucht, ob eine Linearisierung um den Arbeitspunkt des Verfahrens zulässig ist. Das Modell kann als linear um den Arbeitspunkt angenommen werden, wenn Monte-Carlo-Simulation und Sensitivitätsanalyse ähnliche Ergebnisse liefern.

5.2 EINGANGSGRÖßEN FÜR DIE UNSICHERHEITSBERECHNUNG

In diesem Abschnitt werden die für die gesamte Auswertung (Monte-Carlo-Simulation in Abschnitt 5.3, Sensitivitätsanalyse in Abschnitt 5.4 und Korrelationsanalyse in Abschnitt 5.5) benötigten Größen und Gleichungen erläutert.

Betrachtet wird der volumengewichtete Monatsbrennwert $\bar{H}_{s,j,i,m}$ je Szenario j , je Knoten i und Zeitraum T . Der jeweilige Zeitraum mit dem Umfang eines Monats lässt sich angeben zu

$$T = \{t_{\text{start}}, t_{\text{ende}}\}, \quad (5.1)$$

wobei hier t_{start} und t_{ende} jeweils Indizes eines Zeitvektors sind, der in Tagen aufgelöst ist. Die Länge des Zeitraums ergibt sich dann zu

$$|T| = t_{\text{ende}} - t_{\text{start}} + 1 \quad (5.2)$$

und umfasst hier 28, 30 oder 31 Tage. Für den volumengewichteten Monatsbrennwert gilt damit

$$\bar{H}_{s,j,i,T} = \frac{1}{\sum_{t=t_{\text{start}}}^{t_{\text{ende}}} V_{A,j,i,t}} \cdot \sum_{t=t_{\text{start}}}^{t_{\text{ende}}} (V_{A,j,i,t} \cdot H_{s,j,i,t}), \quad (5.3)$$

wobei $V_{A,j,i,t}$ die Summe aus berechnetem und gemessenem Ausspeisevolumen und $H_{s,j,i,t}$ den berechneten Brennwert im Szenario j am Knoten i zum Zeitschritt t bezeichnen. Dementsprechend ergibt sich für den Knoten i und jeden Zeitraum T der Monatsbrennwert des Referenzszenarios zu

$$\bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}} = \frac{1}{\sum_{t=t_{\text{start}}}^{t_{\text{ende}}} V_{A,i,t}^{\text{Ref}}} \cdot \sum_{t=t_{\text{start}}}^{t_{\text{ende}}} (V_{A,i,t}^{\text{Ref}} \cdot H_{s,i,t}^{\text{Ref}}). \quad (5.4)$$

Aus den Brennwerten in Gleichung (5.3) und (5.4) lässt sich die relative Änderung im Monatsbrennwert berechnen zu

$$\Delta \bar{H}_{s,j,i,T} = \frac{\bar{H}_{s,j,i,T} - \bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}}{\bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}} \cdot 100 \%. \quad (5.5)$$

Für die rechnerische Untersuchung des Verfahrens mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation und einer Sensitivitätsanalyse werden für die in Abschnitt 2.6, Bild 2.10 dargestellten Eingangsgrößen x die Standardunsicherheiten⁴² $u(x)$ nach GUM bestimmt. Für die Monte-Carlo-Simulation werden die Standardunsicherheiten in Fehlergrenzen umgewandelt (siehe Tabelle 5.1). Den Fehlergrenzen liegt eine kontinuierliche Gleichverteilung⁴³ (Rechteckverteilung) zugrunde. Die Wahl der Fehlergrenzen leitet sich für Brennwert, Normdichte, CO₂- und H₂-Anteil von den gesetzlichen Eichfehlergrenzen ab.

⁴² Die Standardunsicherheit u bezeichnet die als Standardabweichung σ ausgedrückte Unsicherheit des Ergebnisses einer Messung.

⁴³ Bedingt durch endliche Intervallgrenzen sowie eine konstante Wahrscheinlichkeitsdichte der Rechteckverteilung vergrößert sind die Standardunsicherheiten einer Rechteckverteilung um den $\sqrt{3}$ im Vergleich zur Standardunsicherheit einer Normalverteilung.

Die Fehlergrenzen sämtlicher Volumina basieren auf den gesetzlichen Verkehrsfehlergrenzen. Allen weiteren Eingangsgrößen liegen Erfahrungswerte für die Fehlergrenzen zugrunde. Die Sensitivitätsanalyse verwendet relative Änderungen, welche sich ebenfalls von den Standardunsicherheiten ableiten und in Tabelle 5.1 dargestellt sind.

Tabelle 5.1 Darstellung sämtlicher Eingangsgrößen mit zugehörigen Fehlergrenzen für die Monte-Carlo-Simulation sowie Angabe der relativen Änderungen für die Sensitivitätsanalyse.

Größe x	Monte-Carlo-Simulation	Sensitivitätsanalyse		
	Fehlergrenzen	δx^-	δx^+	$u(x)$
Brennwert (bezogen auf Tagesmittelwert)	[99 % ... 101 %]	-1 %	1 %	2 %
Normdichte (bezogen auf Tagesmittelwert)	[99 % ... 101 %]	-1 %	1 %	2 %
CO ₂ -Anteil (bezogen auf Tagesmittelwert)	±0,5 mol-%	-0,5 mol-%	0,5 mol-%	1 mol-%
H ₂ -Anteil (bezogen auf Tagesmittelwert)	±0,5 mol-%	-0,5 mol-%	0,5 mol-%	1 mol-%
Einspeisevolumen	[98 % ... 102 %]	-1 %	1 %	2 %
Einspeisedruck	[96 % ... 104 %]	-2 %	2 %	4 %
SLP-Energie 1 (systematisch, alle Knoten)	[70 % ... 130 %]	-10 %	10 %	30 %
SLP-Energie 2 (systematisch, einzelne Knoten)	[70 % ... 130 %]	-10 %	10 %	30 %
SLP-Energie 3 (Stundenwert, alle Knoten)	[70 % ... 130 %]	-	-	-
RLM-Abnahme	[98 % ... 102 %]	-1 %	1 %	2 %
Gastemperatur	±5 K	-5 K	5 K	10 K
Rohrlänge	[90 % ... 110 %]	-5 %	5 %	10 %
Rohrdurchmesser	[96 % ... 104 %]	-2 %	2 %	4 %
Rohrrauheit	[20 % ... 200 %]	-80 %	100 %	200 %

Die in Tabelle 5.1 aufgelisteten Eingangsgrößen Brennwert, Normdichte und CO₂- sowie H₂-Anteil sind zur Angabe der gesamten Unsicherheit essentiell. Im Rahmen dieser Arbeit wird jedoch ausschließlich der Einfluss der Simulation auf die Unsicherheit untersucht, so dass die vier genannten Eingangsgrößen vernachlässigt werden. Darüber hinaus werden sämtliche Auswertungen am Beispiel des Brennwertes durchgeführt. Auswertungen der Normdichte und des CO₂- sowie H₂-Anteils lassen sich vollständig analog durchführen.

5.3 MONTE-CARLO-SIMULATION

Durch eine Monte-Carlo-Simulation (MC-Simulation) wird der Zusammenhang zwischen der Messunsicherheit der Eingangsgrößen (siehe Tabelle 5.1) und der resultierenden Unsicherheit des Monatsbrennwertes empirisch ermittelt. Im Gegensatz zur Sensitivitätsanalyse erfolgt die Variation der Eingangsgrößen bei der Monte-Carlo-Simulation parallel und nicht seriell. Die Unsicherheit der Ausgangsgröße $\bar{H}_{s,i,T}$ je Knoten i und Monat T wird hierbei in die mittlere Abweichung $E_{MC}(\bar{H}_{s,i,T})$ sowie die zugehörige Standardunsicherheit $u_{MC}(\bar{H}_{s,i,T})$ unterteilt.

5.3.1 BERECHNUNG DER STANDARDUNSICHERHEIT

Für die mittlere Abweichung gilt

$$E_{MC}(\bar{H}_{s,i,T}) = \frac{1}{N_{MC}} \cdot \sum_{j=1}^{N_{MC}} \Delta \bar{H}_{s,j,i,T} \quad (5.6)$$

und die zugehörige Standardunsicherheit ergibt sich zu

$$\begin{aligned} u_{MC}(\bar{H}_{s,i,T}) &= \sqrt{E_{MC}(\bar{H}_{s,i,T}^2) - E_{MC}(\bar{H}_{s,i,T})^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{N_{MC} - 1} \cdot \sum_{j=1}^{N_{MC}} (\Delta \bar{H}_{s,j,i,T} - E_{MC}(\bar{H}_{s,i,T}))^2} \end{aligned} \quad (5.7)$$

mit $\Delta \bar{H}_{s,j,i,T}$ nach Gleichung (5.5).

5.3.2 ANZAHL DER MONTE-CARLO-SZENARIEN

Unter der Annahme von Kessel und Kacker [64], dass die Ergebnisse der MC-Simulation normalverteilt sind, konvergiert die Varianz schneller als der Mittelwert. Zur allgemeingültigen Bestimmung der Anzahl der Szenarien ist es daher ausreichend ein Kriterium für den Mittelwert zu verwenden. Die Anzahl der MC-Szenarien ist unabhängig von der Standardunsicherheit. Weiterführende Literatur zu Bestimmung der Anzahl notwendiger MC-Szenarien liefert z.B. Wübbeler et al. [65].

Gegeben sei eine beliebige Standardabweichung σ_y der Ergebnisse y_{MC} für $N_{MC} \rightarrow \infty$ (d.h. beliebig viele Szenarien werden betrachtet). Somit berechnet sich die Standardabweichung des Mittelwerts zu

$$\sigma_{\mu,y} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{N_{MC}}} \quad (5.8)$$

Eine Stichprobe der Normalverteilung ist stets Student-t-verteilt. Auf Basis der Student-t-Quantile ergibt sich ein Überdeckungsintervall $I(p)$ (Konfidenzintervall) mit dem Signifikanzniveau p zu [64]

$$I(p) = y \pm \underbrace{\sigma_{\mu,y} \cdot t\left(1 - \frac{1-p}{2}, N_{MC}\right)}_{\text{Halbbreite } d} \quad (5.9)$$

Die Wahrscheinlichkeit für die Ergebnisse y_∞ innerhalb $I(p)$ zu liegen, beträgt p .

Ist die erforderliche Genauigkeit der MC-Simulation als Halbbreite d mit der Wahrscheinlichkeit p gegeben, ist die Halbbreite des Konfidenzintervalls kleiner oder gleich d [64]:

$$\frac{\sigma_y}{\sqrt{N_{MC}}} \cdot t\left(1 - \frac{1-p}{2}, N_{MC}\right) \leq d \quad (5.10)$$

Eine mögliche Bedingung für die Anzahl N_{MC} der Szenarien liefert [64]

$$d = r \cdot \sigma_y, \quad (5.11)$$

wobei r die relative Unsicherheit des Mittelwerts bezogen auf die Standardabweichung angibt. Somit ergibt sich aus Gleichung (5.10) und Gleichung (5.11) [64]

$$N_{MC} \geq \frac{1}{r^2} \cdot t\left(1 - \frac{1-p}{2}, N_{MC}\right)^2. \quad (5.12)$$

Die Anzahl der notwendigen MC-Simulationen kann mit Gleichung (5.12) iterativ gelöst werden. Für große N_{MC} ($N_{MC} \gg 100$) kann die Student-t-Verteilung durch die Quantile der Standard-Normalverteilung $\mathcal{N}(0,1)$ ersetzt werden. Es ergibt sich

$$N_{MC} \geq \frac{1}{r^2} \cdot \Phi^{-1}\left(1 - \frac{1-p}{2}\right)^2. \quad (5.13)$$

Die rechte Seite von Gleichung (5.13) ist nun unabhängig von N_{MC} .

Tabelle 5.2 Anzahl N_{MC} der Szenarien der MC-Simulation in Abhängigkeit der geforderten maximalen Unsicherheit r sowie des Signifikanzniveaus p

Anzahl N_{MC}	$r = 5 \%$	$r = 10 \%$	$r = 15 \%$	$r = 20 \%$	$r = 25 \%$
$p = 50 \%$	182	46	21	12	8
$p = 95 \%$	1537	385	171	97	62
$p = 99 \%$	2654	664	295	166	107

Da, wie eingangs erwähnt, die Varianz schneller konvergiert als der Mittelwert, ist nach N_{MC} Szenarien der MC-Simulation die Unsicherheit der Standardabweichung höchstens

so groß wie das gewählte r . So wird für jedes Signifikanzniveau p (z.B. $p = 95\%$) und jede geforderte Unsicherheit r die Anzahl N_{MC} der Szenarien der MC-Simulation bestimmt. In Tabelle 5.2 ist die minimale Anzahl erforderlicher Szenarien für die Signifikanzniveaus $p \in \{50\%, 95\%, 99\%\}$ und die geforderten maximalen Unsicherheiten $r \in \{5\%, 10\%, 15\%, 20\%, 25\%\}$ zusammengefasst. Die p -Quantile von $\mathcal{N}(0,1)$ ergeben sich folglich zu

$$\Phi^{-1}\left(1 - \frac{1-p}{2}\right) = \begin{cases} 0,67 & \text{für } p = 50\% \\ 1,96 & \text{für } p = 95\% \\ 2,58 & \text{für } p = 99\% \end{cases} \quad (5.14)$$

Für die Durchführung der MC-Simulation wird $p = 95\%$, d.h. eine mindestens 95 %-ige Genauigkeit der Standardabweichung mit einer Sicherheit von $1 - r = 95\%$ gewählt. Es ergeben sich somit $N_{MC} \geq 1537$ Szenarien. Im Folgenden wird N_{MC} auf $N_{MC} = 1600$ gesetzt und es gilt für $r = 5\%$ ein Signifikanzniveau von $p \geq 95\%$.

5.4 SENSITIVITÄTSANALYSE

Die Sensitivitätsanalyse wertet den Einfluss sämtlicher Eingangsgrößen auf den Monatsbrennwert aus. Es wird ein lineares Modell angenommen, welches nachfolgend überprüft wird:

$$\bar{H}_{s,k,i,T} = \bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}} + c_{k,i,T} \cdot \frac{\bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}}{x_k^{\text{Ref}}} \cdot (x_k - x_k^{\text{Ref}}) = \bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}} \cdot (1 + c_{k,i,T} \cdot \delta x_k), \quad (5.15)$$

mit

$$\delta x_k = \frac{(x_k - x_k^{\text{Ref}})}{x_k^{\text{Ref}}}. \quad (5.16)$$

Hierbei bezeichnen $\bar{H}_{s,k,i,T}$ den Monatsbrennwert am Knoten i im Monat T bei Variation des Objekt-Eingangsgrößen-Tupels k . Dieses Tupel beschreibt konkret jede gültige Kombination aus Objekten des untersuchten Gasverteilsnetzes sowie deren zugehöriger Eingangsgrößen aus Tabelle 5.1.⁴⁴ $\bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}$ bezeichnet den Monatsbrennwert des Referenzszenarios und $c_{k,i,T}$ den relativen Sensitivitätskoeffizienten des Objekt-Eingangsgrößen-Tupels. Der Referenzwert des Objekt-Eingangsgrößen-Tupels wird durch x_k^{Ref} ausgedrückt, x_k stellt den zugehörigen variierten Wert dar. Die sich ergebende relative Änderung δx_k der Eingangsgröße ist in Tabelle 5.1 aufgeführt.

⁴⁴ Für jedes Objekt der Topologie (z.B. Rohr, Knoten, usw.) wird jede zugehörige Eingangsgröße G (z.B. Rohrrauheit, Rohrdurchmesser, usw.) im Rahmen der Sensitivitätsanalyse variiert. Die Objekt-Eingangsgrößen-Tupel werden im Folgenden mit dem Index k adressiert (z.B. $k = 1$: Rohr 1, darin die Rohrrauheit).

Die Ermittlung des relativen Sensitivitätskoeffizienten $c_{k,i,T}$ erfolgt nach Gleichung (5.17) und (5.18) auf zwei Wegen: Zum einen wird der relative Sensitivitätskoeffizient $c_{k,i,T}^-$ unter Verwendung der negativen, relativen Änderung δx_k^- bestimmt, zum anderen wird der relative Sensitivitätskoeffizient $c_{k,i,T}^+$ unter Verwendung der positiven, relativen Änderung δx_k^+ bestimmt. Es ergeben sich

$$c_{k,i,T}^- = \frac{\frac{\bar{H}_{s,k,i,T}^- - \bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}}{\bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}}}{\frac{x_k^- - x_k^{\text{Ref}}}{x_k^{\text{Ref}}}} = \frac{\bar{H}_{s,k,i,T}^- - \bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}}{\bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}} \cdot \frac{1}{\delta x_k^-} \quad (5.17)$$

und

$$c_{k,i,T}^+ = \frac{\frac{\bar{H}_{s,k,i,T}^+ - \bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}}{\bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}}}{\frac{x_k^+ - x_k^{\text{Ref}}}{x_k^{\text{Ref}}}} = \frac{\bar{H}_{s,k,i,T}^+ - \bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}}{\bar{H}_{s,i,T}^{\text{Ref}}} \cdot \frac{1}{\delta x_k^+} \quad (5.18)$$

Zur Überprüfung der Linearität um den Arbeitspunkt wird die Einhaltung der Bedingung

$$2 \cdot \frac{|c_{k,i,T}^-| - |c_{k,i,T}^+|}{|c_{k,i,T}^-| + |c_{k,i,T}^+|} \leq 0,05 \quad (5.19)$$

überprüft und anschließend der relative Sensitivitätskoeffizient bestimmt zu

$$c_{k,i,T} = \frac{c_{k,i,T}^- + c_{k,i,T}^+}{2} \quad (5.20)$$

5.4.1 UNSICHERHEITSFORTPFLANZUNG

Die Unsicherheitsfortpflanzung für den Monatsbrennwert bei unkorrelierten Eingangsgrößen ergibt sich nach GUM aus den berechneten relativen Sensitivitätskoeffizienten zu

$$u_{\text{SA}}^2(\bar{H}_{s,k,i,T}) = c_{k,i,T}^2 \cdot u^2(x_k). \quad (5.21)$$

Die Standardunsicherheit der Sensitivitätsanalyse (SA) $u_{\text{SA}}(x_k)$ ist Tabelle 5.1 zu entnehmen, siehe hierzu Abschnitt 5.2.

Die relative Unsicherheit $u_{\text{SA}}(\bar{H}_{s,i,T}^G)$ einer Eingangsgröße G (z.B. Rohrrauheit, Rohrlänge, usw.) des Knotens i im Monat T erhält man durch zusammenführen der jeweils zur Eingangsgröße G gehörenden Einzelunsicherheiten mit $x_k \in G$. Die Anzahl aller in G enthaltenen Topologieelemente wird durch $|G|$ dargestellt. Beispielsweise sind zur Berechnung der relativen Unsicherheit $u_{\text{SA}}(\bar{H}_{s,i,T}^{\text{Rohrrauheit}})$ alle Rohre der Topologie, d.h. alle Ein-

zelunsicherheiten x_k sämtlicher Rohrelemente, seriell zu betrachten. $|G|$ entspricht dann der Anzahl aller Rohrelemente. Es gilt:

$$u_{SA}(\bar{H}_{s,i,T}^G) = \sqrt{\sum_{k=1}^{|G|} u_{SA}^2(\bar{H}_{s,k,i,T})} = \sqrt{\sum_{k=1}^{|G|} c_{k,i,T}^2 \cdot u_{SA}^2(x_k)}. \quad (5.22)$$

Die relative Gesamtunsicherheit $u_{SA}(\bar{H}_{s,i,T})$ des Knotens i im Monat T erhält man durch erneutes Zusammenführen der relativen Unsicherheiten sämtlicher Eingangsgrößen $u_{SA}(\bar{H}_{s,i,T}^G)$ nach

$$u(\bar{H}_{s,i,T}) = \sqrt{\sum_{g \in G} u^2(\bar{H}_{s,i,T}^G)}. \quad (5.23)$$

5.4.2 RESULTIERENDE RELATIVE SENSITIVITÄTSKOEFFIZIENTEN

Neben der Unsicherheitsfortpflanzung werden die resultierenden relativen Sensitivitätskoeffizienten $c_{i,T}^G$ der einzelnen Eingangsgrößen am Knoten i und Monat T betrachtet. Analog zu Gleichung (5.22) wird $c_{i,T}^G$ zu

$$c_{i,T}^G = \sqrt{\sum_{k=1}^{|G|} c_{k,i,T}^2} \quad (5.24)$$

berechnet. Diese resultierenden relativen Sensitivitätskoeffizienten entsprechen der Änderung y des Brennwerts $\bar{H}_{s,i,T}$ in Prozent, wenn die Eingangsgröße G relativ um x Prozent verändert wird und besitzen folglich die Einheit Prozent pro Prozent (%/%). Dies ermöglicht den Vergleich sämtlicher Eingangsgrößen G .

5.5 KORRELATIONSANALYSE

Eine Korrelationsanalyse untersucht die Abhängigkeit zwischen zwei Ausspeiseknoten. Hierzu werden die relativen Änderungen des Brennwerts eines Szenarios zum Referenzszenario berechnet und zwischen zwei Ausspeiseknoten verglichen. Damit stellt die Korrelationsanalyse ein Werkzeug zur Identifizierung geeigneter Mess-Standorte dar. Es kann der Messaufwand reduziert werden, da eine Messung eines Ausspeiseknotens Rückschlüsse auf andere Knoten ermöglicht. In diesem Abschnitt werden die für die Korrelationsanalyse notwendigen Bezeichnungen und Gleichungen vorgestellt. Ferner wird die zeitliche Auflösung der Berechnung festgelegt.

5.5.1 KORRELATIONSKOEFFIZIENT

Zur Ermittlung des linearen Zusammenhangs zwischen den Abweichungen im Brennwert der Knoten i_1 und i_2 wird der empirische Korrelationskoeffizient $q_{i_1,i_2,T}$ verwendet.

Insgesamt werden alle N_{MC} Monte-Carlo-Szenarien ausgewertet. Der Zeitraum T wird für diese Auswertung angepasst: Während in den vorangegangenen Abschnitten 5.3 und 5.4 monatsbezogene Brennwerte berechnet wurden, werden hier allgemein Zeiträume $T = \{t_{\text{start}}, t_{\text{ende}}\}$ mit der Dauer $|T|$ Tage betrachtet. Die kleinste Auflösung von T sind hier Tagesmittelwerte. Der Korrelationskoeffizient errechnet sich zu

$$\begin{aligned}
 \rho_{i1,i2,T} &= \\
 &= \frac{1}{N_{MC} - 1} \cdot \sum_{j=1}^{N_{MC}} [(\Delta \bar{H}_{s,j,i1,T} - \Delta \bar{H}_{s,i1,T}) \cdot (\Delta \bar{H}_{s,j,i2,T} - \Delta \bar{H}_{s,i2,T})] \\
 &= \frac{\sqrt{\frac{1}{N_{MC} - 1} \cdot \sum_{j=1}^{N_{MC}} (\Delta \bar{H}_{s,j,i1,T} - \Delta \bar{H}_{s,i1,T})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{MC} - 1} \cdot \sum_{j=1}^{N_{MC}} (\Delta \bar{H}_{s,j,i2,T} - \Delta \bar{H}_{s,i2,T})^2}}{\sum_{j=1}^{N_{MC}} [(\Delta \bar{H}_{s,j,i1,T} - \Delta \bar{H}_{s,i1,T}) \cdot (\Delta \bar{H}_{s,j,i2,T} - \Delta \bar{H}_{s,i2,T})]} \quad (5.25) \\
 &= \frac{\sum_{j=1}^{N_{MC}} [(\Delta \bar{H}_{s,j,i1,T} - \Delta \bar{H}_{s,i1,T}) \cdot (\Delta \bar{H}_{s,j,i2,T} - \Delta \bar{H}_{s,i2,T})]}{\sqrt{\sum_{j=1}^{N_{MC}} (\Delta \bar{H}_{s,j,i1,T} - \Delta \bar{H}_{s,i1,T})^2} \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^{N_{MC}} (\Delta \bar{H}_{s,j,i2,T} - \Delta \bar{H}_{s,i2,T})^2}}
 \end{aligned}$$

Dabei gilt

$$\Delta \bar{H}_{s,i,T} = \frac{1}{N_{MC}} \cdot \sum_{j=1}^{N_{MC}} \Delta \bar{H}_{s,j,i,T}. \quad (5.26)$$

Der Korrelationskoeffizient zur Bildung der volumengewichteten Brennwerte bezieht sich auf den Zeitraum T .

5.5.2 WAHL DER ZEITRÄUME

Die Auswahl des zur Berechnung der Korrelationskoeffizienten betrachteten Zeitraums T ist Einschränkungen unterworfen. Ein Zeitraum kann nicht beliebig lang gewählt werden, da aufgrund der dynamischen Strömungszustände ein linearer Zusammenhang zwischen den relativen Brennwertänderungen zweier Knoten nicht gewährleistet ist. Hingegen führt ein zu kurzer Korrelationszeitraum zu einer ungenügenden Generalisierung, da z.B. Laufzeitunterschiede des Erdgases nicht ausreichend berücksichtigt werden. Folglich wird für die Korrelationsanalyse ein Zeitraum zwischen 1 und 7 Tagen, d.h. $1 < |T| \leq 7$ gewählt.

5.5.3 GLEITEND-MITTELNDER KORRELATIONSKOEFFIZIENT

Zur Auswertung der Szenarien der MC-Simulation wird ein gleitend-mittelnder Korrelationskoeffizient verwendet. Für jeden Tag t des Simulationszeitraums wird der Mittelungszeitraum festgelegt zu

$$T = \{\min(t - \Delta T, 1), t\}, \text{ mit } \Delta T \in \{1, 3\} \text{ und } \min(a, b) = \begin{cases} a & \text{für } a \leq b \\ b & \text{für } b > a \end{cases}. \quad (5.27)$$

6 ANWENDUNG DER UNSICHERHEITSBERECHNUNG FÜR GASVERTEILNETZE

Die in Kapitel 5 hergeleiteten theoretischen Methoden zur Unsicherheitsberechnung werden konkret in einem regionalen Gasverteilnetz angewendet und beurteilt. Die Auswertungen werden ausschließlich am Beispiel des Brennwertes durchgeführt, sie lassen sich jedoch für die Normdichte und den CO₂- bzw. H₂-Anteil vollständig übertragen.

6.1 ANPASSUNG DES REGIONALEN GASVERTEILNETZES „LÜCHOW“

Das regionale Gasverteilnetz „Lüchow“ der Avacon AG ist bereits in Abschnitt 4.3.1 vorgestellt worden. Im Rahmen der Unsicherheitsbetrachtung werden folgende Anpassungen vorgenommen: Zur Bestimmung der Unsicherheit des Brennwertes wird ein gesamtes Jahr (hier: 01.12.2010 bis 31.11.2011) untersucht und die Unsicherheit nach Monat und Ausspeiseknoten aufgelöst. Hierfür wird ein sogenanntes Referenzszenario berechnet, welches konstante Einspeisebrennwerte von 10,8 kWh/m³ (Bioerdgas) und 11,6 kWh/m³ (Erdgas) verwendet. Alle aus Fehlern der Eingangsgrößen resultierenden Abweichungen werden auf das Referenzszenario bezogen. Der Brennwertunterschied von 0,8 kWh/m³ entspricht Abweichungen von 7,4 % zwischen den Einspeisebrennwerten und wird zur Differenzierung der einspeisenden Gase verwendet. Die für das weitere Verständnis dieses Kapitels notwendigen Knotenbezeichnungen sind Bild 6.1 zu entnehmen.

6.2 MONTE-CARLO-SIMULATION

Im Rahmen der Monte-Carlo-Untersuchungen für das vorgestellte Gasverteilnetz „Lüchow“ wird, wie in Abschnitt 5.3.2 beschrieben, die Anzahl notwendiger MC-Szenarien auf $N_{MC} = 1600 > 1537$ festgelegt. Nach der Durchführung wird die mit $k = 3$ erweiterte Unsicherheit $U_{MC}(\bar{H}_{s,i,T})$ für jeden Knoten i und Monat T in einem Balkendiagramm aufgetragen (siehe Bild 6.2). Die maximal zulässige Abweichung wird zu 2 % definiert, welche sich aus der 2 %-Grenze des abrechnungsrelevanten Arbeitsblatt G 685 des DVGW ergeben [2]. Um die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse sicherzustellen erhält der Zufallsgenerator zur Aufprägung der Fehler sämtlicher Eingangsgrößen vor dem ersten MC-Szenario einen festen Initialisierungswert.

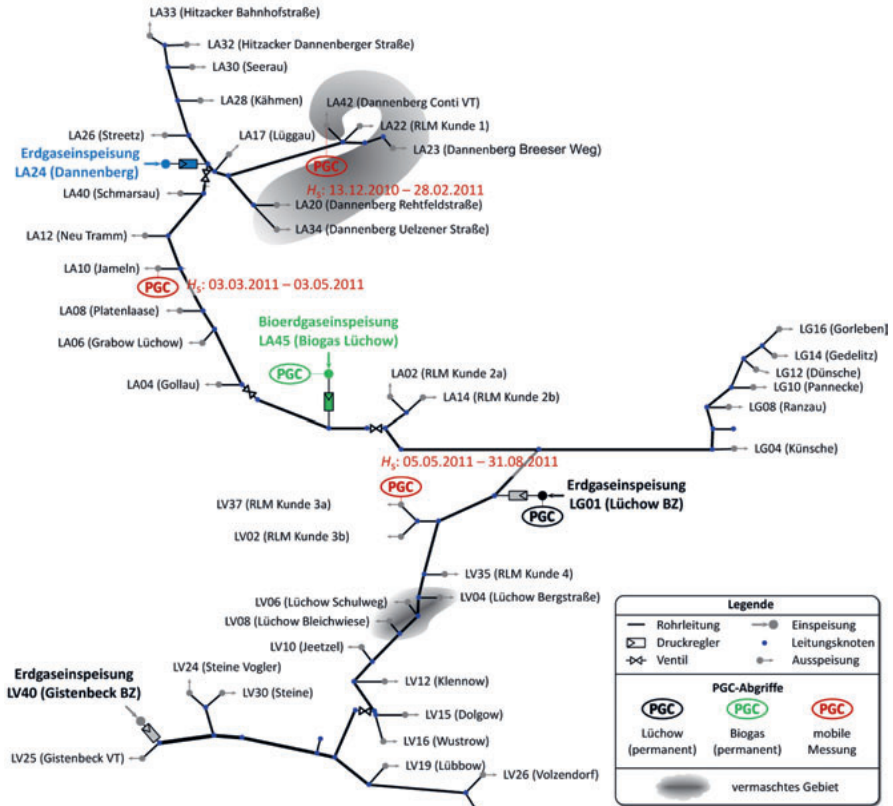


Bild 6.1 Topologiedarstellung des evaluierten Verteilnetzes „Lüchow“.

Die erweiterte Unsicherheit $U_{MC}(\bar{H}_{s,i,T})$ ist stark von den verschiedenen Ausspeiseknoten und somit grundsätzlich vom Strömungszustand des Netzes abhängig. Die Knoten LV37 bis LV26 (unterhalb der Erdgaseinspeisestelle LG01 in Bild 6.1) weisen erweiterte Unsicherheiten $U_{MC}(\bar{H}_{s,i,T}) < 0,2 \%$ auf. Physikalisch ist dies durch die fast ausschließliche Versorgung mit Erdgas begründet, Bioerdgas fließt nur in wenigen Szenarien in diesen Bereich des Netzes. Ähnlich stabil ist der Strömungszustand der Knoten LA33 bis LA34 (oben links in Bild 6.1), der Anteil Bioerdgas variiert hierbei in Abhängigkeit der MC-Szenarien nur schwach, somit ist $U_{MC}(\bar{H}_{s,i,T}) < 0,3 \%$. Anders stellt sich die Situation für die Ausspeiseknoten LA40 bis LG16 dar: Die aufgeprägten, szenarioweise variierenden Fehler der Eingangsgrößen verursachen Änderungen des Bioerdgas-Anteils und führen zu erweiterten Unsicherheiten von $U_{MC}(\bar{H}_{s,i,T}) < 0,5 \%$. Eine Ausnahme bildet die erweiterte Unsicherheit von $U_{MC}(\bar{H}_{s,i,T}) = 0,9 \%$ des Knotens LA14 im April 2011. An diesem Knoten wird durch einen angeschlossenen RLM-Kunden im April nur ein geringes und diskontinuierliches Normvolumen von weniger als 100 m^3 Erdgas abgenom-

men. Dieses Abnahmeprofil führt zu stehendem Gas in der vorgelagerten Rohrleitung und durch die diskontinuierliche Abnahme zu stark schwankenden Bioerdgas-Anteilen. Relativ zum jährlichen Ausspeisevolumen von ca. 4,5 Mio. m³ Erdgas ist die hohe erweiterte Unsicherheit im April zu vernachlässigen.

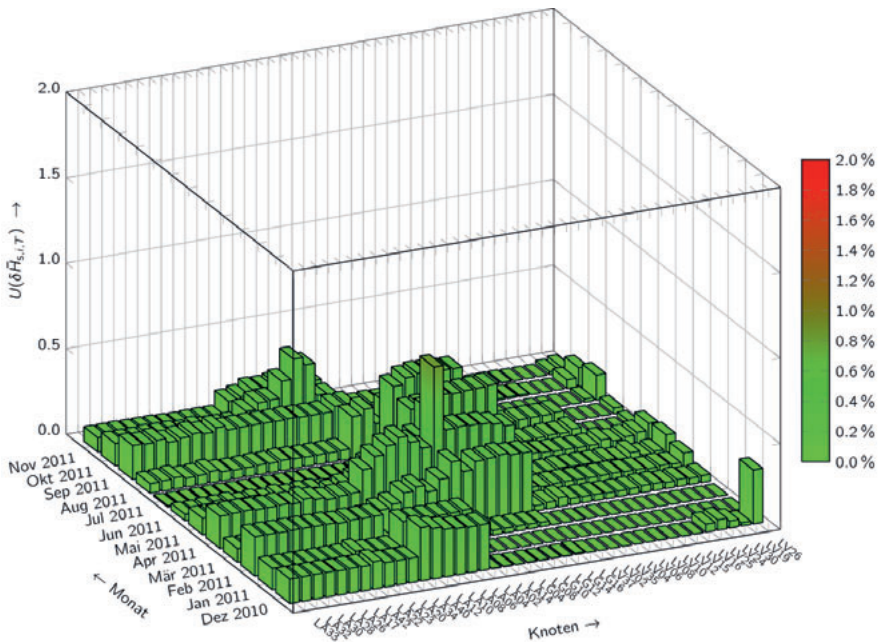


Bild 6.2 Mit $k = 3$ erweiterte Standardunsicherheit $U_{MC}(\bar{H}_{s,i,T})$ nach Gleichung (5.7) der mittleren relativen Brennwertabweichung $\Delta \bar{H}_{s,i,T}$ je Knoten und Monat nach $N_{MC} = 1600$ Monte-Carlo-Durchläufen.

6.3 SENSITIVITÄTSANALYSE

Für das betrachtete Netz aus Abschnitt 6.1 ergeben sich im Rahmen der Sensitivitätsanalyse insgesamt $N = 652$ Szenarien für alle in Tabelle 5.1 aufgeführten Eingangsgrößen. Nachfolgend ist in Bild 6.3 die mit $k = 3$ erweiterte relative Gesamtunsicherheit $U_{SA}(\bar{H}_{s,i,T})$ dargestellt, welche den Vergleich mit der erweiterten Unsicherheit $U_{MC}(\bar{H}_{s,i,T})$ der MC-Simulation ermöglicht. Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse zeigen eine für alle Knoten i und Monate T unter 0,95 % liegende erweiterte relative Gesamtunsicherheit $U_{SA}(\bar{H}_{s,i,T})$. Die Ergebnisse von Knoten LA14 im April 2011 sowie von Knoten LV26 im September und Oktober sind übereinstimmend mit den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation (siehe Abschnitt 6.2).

Tabelle 6.1 Minimale, mittlere und maximale relative Sensitivität der verschiedenen Eingangsgrößen bezogen auf den volumengewichteten Monatsbrennwert.

Größe	relative Sensitivitätskoeffizienten $c_{i,T}^G$		
	min	mittel	max
Rohrrauheit	0	$1,478 \cdot 10^{-5}$	$4,310 \cdot 10^{-4}$
Rohrlänge	0	$1,318 \cdot 10^{-3}$	$1,642 \cdot 10^{-2}$
Rohrdurchmesser	0	$3,034 \cdot 10^{-3}$	$4,13 \cdot 10^{-2}$
SLP-Energie 1 (systematisch, alle Knoten)	0	$4,908 \cdot 10^{-4}$	$1,215 \cdot 10^{-2}$
SLP-Energie 2 (systematisch, einzelne Knoten)	0	$2,695 \cdot 10^{-3}$	$2,153 \cdot 10^{-2}$
RLM-Abnahme	0	$4,930 \cdot 10^{-3}$	$4,050 \cdot 10^{-2}$
Einspeisevolumen	0	$1,669 \cdot 10^{-2}$	$9,934 \cdot 10^{-2}$
Einspeisedruck	0	$1,622 \cdot 10^{-3}$	$1,541 \cdot 10^{-2}$
Gastemperatur	0	$7,886 \cdot 10^{-3}$	$7,096 \cdot 10^{-2}$

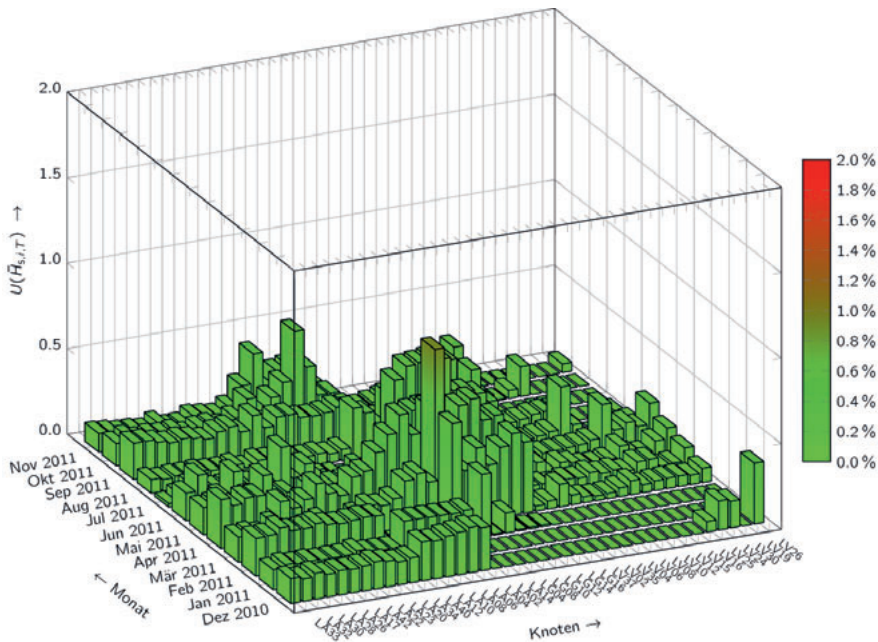


Bild 6.3 Erweiterte ($k = 3$) relative Gesamtunsicherheit $U_{SA}(\bar{H}_{s,i,T})$ nach Gl (5.23) je Knoten und Monat.

Für den Vergleich des Einflusses der verschiedenen Eingangsgrößen werden die relativen Sensitivitätskoeffizienten $c_{i,T}^G$ verwendet, dargestellt in Tabelle 6.1 sowie als Boxplot mit logarithmischer Auftragung in Bild 6.4. Es zeigt sich, dass die Rohrrauheit die geringste und das Einspeisevolumen die größte Sensitivität auf die gesamte Unsicherheit besitzen.

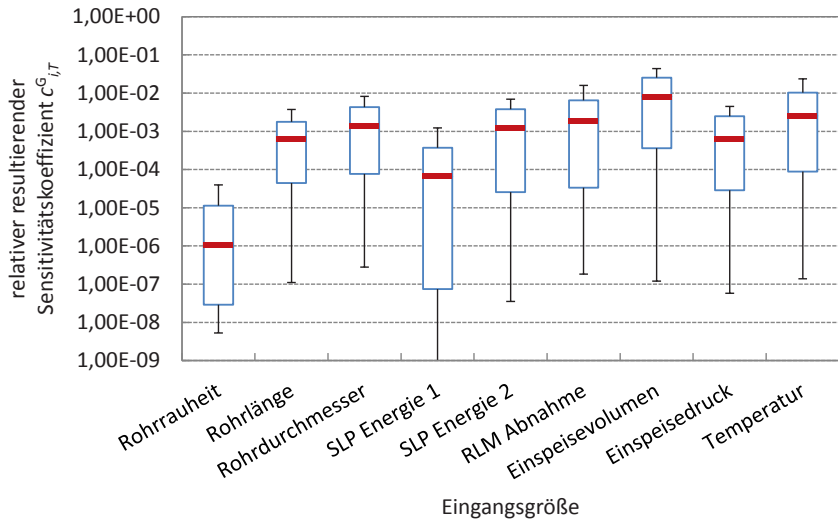


Bild 6.4 Boxplot der relativen resultierenden Sensitivitätskoeffizienten $c_{i,T}^G$ nach Gl. (5.24) mit logarithmischer Auftragung und Hervorhebung des Medians.

Die relative Gesamtunsicherheit $u_{SA}(\bar{H}_{s,i,T})$ und die relativen Unsicherheiten sämtlicher Eingangsgrößen $u_{SA}(\bar{H}_{s,i,T}^G)$ sind in Bild 6.5 dargestellt. Hierfür werden die tatsächlichen Eingangsunsicherheiten berücksichtigt. Trotz mittlerer relativer Sensitivitätskoeffizienten besitzt die mit hohen Unsicherheiten behaftete Eingangsgröße „SLP-Energie 2“ die größte relative Unsicherheit.

Falls bereits für einen zurückliegenden Zeitraum gezeigt wurde, dass Monte-Carlo-Simulation und Sensitivitätsanalyse vergleichbare Ergebnisse liefern, ist die Wahl der Unsicherheitsberechnung für einen zukünftigen Zeitraum von der Anzahl der Elemente eines Netzes abhängig: So steigt die Anzahl der Szenarien der Sensitivitätsanalyse mit der Anzahl der Netzelemente, während die Anzahl der MC-Szenarien bei einem Signifikanzniveau von $p = 95 \%$ konstant bei $N_{MC} = 1600$ Szenarien liegt. Aus Sicht der Rechenzeit und vor dem Hintergrund gleichwertiger Ergebnisse ist das Verfahren mit weniger Szenarien zu wählen.

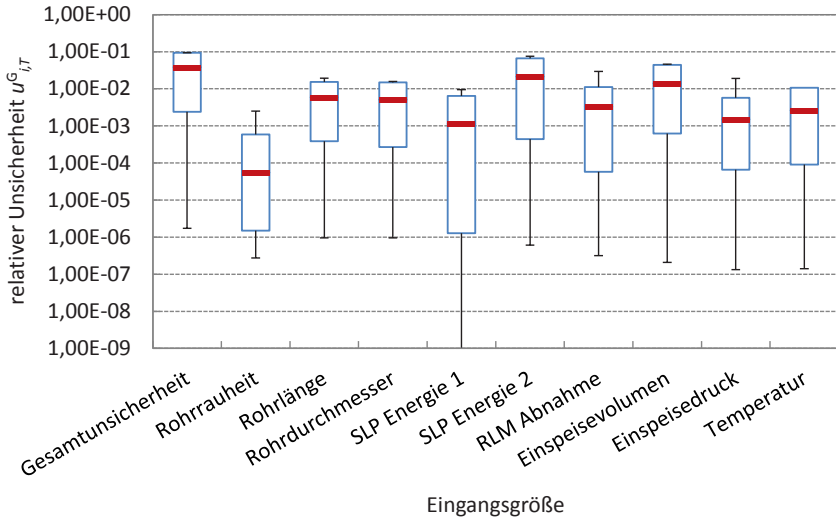


Bild 6.5 Boxplot der Gesamtunsicherheit $u_{SA}(\bar{H}_{s,i,T})$ nach Gl. (5.23) sowie der Unsicherheit $u_{SA}(\bar{H}_{s,i,T}^G)$ der einzelnen Eingangsgrößen nach Gl. (5.22) mit logarithmischer Auftragung sowie Hervorhebung des Medians.

6.4 KORRELATIONSANALYSE

Für jeden Zeitraum wird der ggf. nicht-gemessene Knoten i_1 mit dem jeweils gemessenen Knoten i_2 korreliert. Farblich hervorgehoben sind Bereiche, die für einen Zeitraum $\Delta T > 2$ einen Korrelationskoeffizienten $|\rho_{i1,i2,T}| > 0,5$ besitzen. Die Färbung erfolgt zur Kennzeichnung der Netzfahrweise in Abhängigkeit des in das Netz eingespeisten Erdgasvolumens gemäß

1. $\bar{V}_{E,\Delta T} > \bar{V}_E \rightarrow$ Farbe 1 (gelb) und
2. $\bar{V}_{E,\Delta T} \leq \bar{V}_E \rightarrow$ Farbe 2 (blau).

Nachfolgend ist exemplarisch die Korrelationsanalyse für den Knoten LA33 in Bild 6.6 dargestellt. Im oberen Diagramm sind für $|T| = 3$ die Verläufe des Absolutbetrags des gleitend-mittelnden Korrelationskoeffizienten $|\rho_{i1,i2,T}|$ in blau sowie der relativen Einspeisemenge $V_E/\max(V_E)$ in grün gezeigt. Rote senkrechte Trennlinien markieren das jeweilige Startdatum, zu dem der mobile PGC im Rahmen des Feldversuchs an den drei Ausspeiseknoten LA42, LA10 und LV37 aufgestellt war. Die Bereiche mit $|\rho_{i1,i2,T}| > 0,5$ sind jeweils in gelb bzw. blau in Abhängigkeit der relativen Einspeisemenge eingefärbt. Zusätzlich mit stärker gesättigter Farbe sind die Bereiche hervorgehoben, für die in den darunter liegenden Diagrammen die jeweilige Verbundwahrscheinlichkeitsdichte dargestellt ist. Im linken Diagramm ist die Verbundwahrscheinlichkeitsdichte der beiden

Knoten LA33 und LA42 für $\bar{V}_{E,\Delta T} > \bar{V}_E$ gezeigt. Im rechten Diagramm wird die Verbundwahrscheinlichkeitsdichte der beiden Knoten LA33 und LA10 für $\bar{V}_{E,\Delta T} \leq \bar{V}_E$ dargestellt. Es ergeben sich für den Knoten LA33 sechs Zeiträume mit $\Delta T > 2$ Tage für $\bar{V}_{E,\Delta T} > \bar{V}_E$ und $\bar{V}_{E,\Delta T} \leq \bar{V}_E$, in dem $|q_{i1,i2,T}| > 0,5$ gilt.

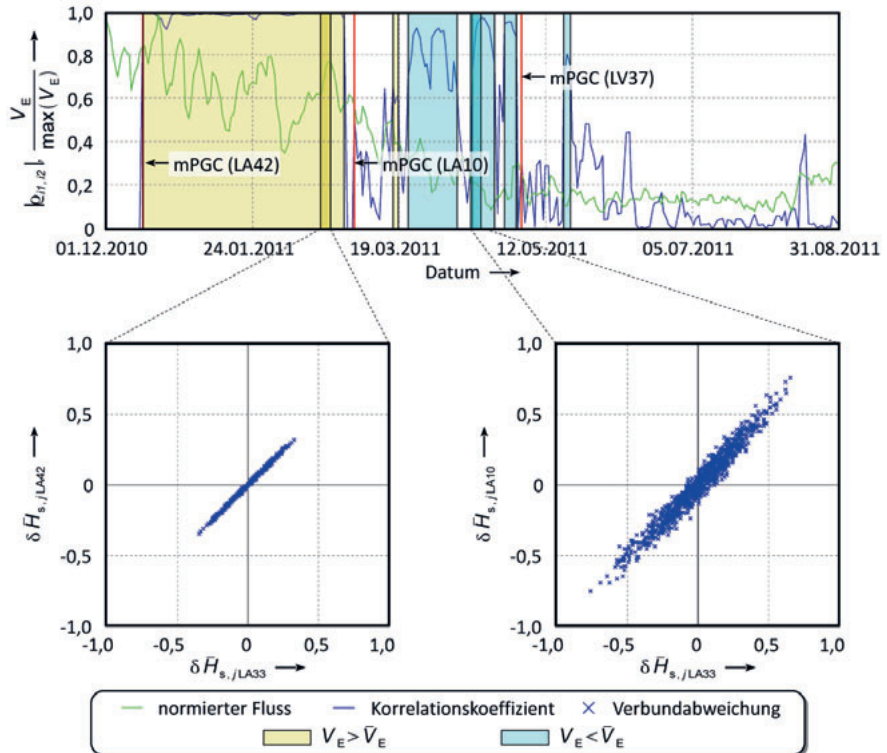


Bild 6.6 Beispielhafte Darstellung des gleitend-mittelnden Korrelationskoeffizienten. Hervorgehoben sind die Bereiche hoher Korrelation, farblich markiert in Abhängigkeit des durchschnittlichen Einspeisevolumens [63].

Die Ergebnisse des Feldversuchs (siehe Bild 6.1) sind in Tabelle 6.2 angegeben. Die Tabelle enthält auch die berechneten erweiterten Unsicherheiten, welche betragsmäßig größer als die Abweichung zwischen gemessenem und berechnetem Monatsbrennwert sind. Dies ist auf die Anpassung der Einspeisebrennwerte zur Unsicherheitsberechnung zurückzuführen.

Tabelle 6.2 Vergleich der gemessenen und berechneten Monatsbrennwerte im Zeitraum des Feldversuchs mit Angabe der erweiterten Unsicherheit, welche basierend auf Monte-Carlo-Simulation (MC) sowie Sensitivitätsanalyse (SA) bestimmt wurde.

Monat	Knoten	$\bar{H}_{s, \text{gem}}$ (kWh/m ³)	$\bar{H}_{s, \text{ber}}$ (kWh/m ³)	Δ (%)	$U_{\text{MC}}(\bar{H}_{s, \text{ber}})$ (%)	$U_{\text{SA}}(\bar{H}_{s, \text{ber}})$ (%)
Dezember 2010	LA42	11,369	11,368	-0,01	0,143	0,145
Januar 2011	LA42	11,338	11,335	-0,03	0,125	0,127
Februar 2011	LA42	11,337	11,339	0,02	0,229	0,227
März 2011	LA10	11,276	11,276	0,00	0,183	0,214
April 2011	LA10	11,284	11,277	-0,06	0,382	0,404
Mai 2011	LV37	11,353	11,352	-0,01	0,043	0,018
Juni 2011	LV37	11,354	11,355	0,01	0,048	0,070
Juli 2011	LV37	11,307	11,309	0,02	0,026	0,039
August 2011	LV37	11,213	11,211	-0,02	0,028	0,019

Insgesamt ist festzustellen, dass eine Korrelationsanalyse den Messaufwand reduzieren kann, da durch Messungen an einem Ausspeiseknoten Rückschlüsse auf weitere Knoten ermöglicht werden. Darüber hinaus stellen hohe Korrelationen mit weiteren Ausspeiseknoten ein sinnvolles Entscheidungskriterium zur Wahl des Standortes einer mit mobilem PGC durchgeführten Messung dar. Die Wahl des PGC-Standortes ist allerdings von weiteren praktischen Bedingungen abhängig, wie z.B. geeignetes Gelände und verfügbarer Stromanschluss.

7 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Die vorliegende Arbeit befasste sich mit der strömungstechnischen Simulation von Gasverteilnetzen. Es wurde ein neues Verfahren zur Simulation des Strömungszustands entwickelt, welches auch für instationäre Strömungen angewendet werden kann. Ein Modell zur Gasbeschaffenheitsverfolgung wurde integriert. Zusätzlich wurde eine Unsicherheitsberechnung nach GUM auf Basis einer Monte-Carlo-Simulation und Sensitivitätsanalyse durchgeführt.

7.1 BEITRÄGE UND ERGEBNISSE

Nach einer Einführung in die theoretischen Grundlagen (d.h. die Grundlagen der Strömungssimulation, die Berechnung von Stoffdaten, die Graphentheorie und die geltenden Regelwerke in Deutschland) wurde im ersten Teil der Arbeit ein neues Verfahren zur strömungstechnischen Simulation von Gasverteilnetzen entwickelt und anschließend validiert.

Das Verfahren in Form eines Rechenkerns eignet sich zur Simulation instationärer Strömungen und zeichnet sich durch hohe Genauigkeit sowie kurze Rechenzeit aus. Es wurde im Detail vorgestellt, angefangen bei der mathematischen Abbildung einer Gasverteilnetz-Topologie über den Ablaufplan zur Bestimmung des Strömungszustands bis hin zur Beschreibung der drei wichtigsten Module. Hierzu zählt zuerst die entwickelte Druckberechnung für instationäre Strömungen, welche sich von der aus der Literatur bekannten Darcy-Weisbach-Formel ableitet. Als zweites Modul wird die Bestimmung der Druckverteilung dargestellt. Dank des Einsatzes des entwickelten adaptiven Gradientenabstiegsverfahrens ergeben sich wesentliche Geschwindigkeitsvorteile gegenüber einem Bisektionsverfahren. In Anlehnung an die aus der Literatur bekannten Knotendruckmethode (KDM) und Maschenflussmethode (MFM) ist im dritten Modul eine Methode zur Berechnung von Vermaschungen entwickelt worden. Diese Methode stellt eine Weiterentwicklung von KDM bzw. MFM dar, weil diese sich auch für die Bestimmung instationärer Strömungen eignet. Zwei weitere Entwicklungen des Rechenkerns stellen zum einen die von des SGERG abgeleitete vereinfachte Virial-Zustands-gleichung dar und zum anderen das neuartige Paketmodell zur Gasbeschaffenheitsverfolgung. Der in dieser Arbeit entwickelte Rechenkern lässt sich zur Brennwertverfolgung nutzen.

Die Validierung des Rechenkerns erfolgt in mehreren Abschnitten. Zuerst wird die Wiedergabe des Realgasverhaltens durch die vereinfachte Virial-Zustandsgleichung unter-

sucht. Es zeigen sich im Druckbereich bis $p = 80$ bar maximale Abweichungen in der Dichte von $|\Delta\rho(p)| \leq 0,5$ %. Für isotherme Rohrströmungen in Gasverteilnetzen wird eine wesentliche Verbesserung in der Wiedergabe des Realgasverhaltens mit Hilfe der Virialkoeffizienten durch die Abhängigkeit des Drucks anstelle der Dichte erzielt. Anschließend findet im zweiten Abschnitt eine theoretische Betrachtung der entwickelten Druckberechnung statt, sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung des Einflusses geodätischer Höhenunterschiede. Eine Untersuchung extremer Strömungssituationen zeigt, dass die gewählten Stufen der Diskretisierung effizient gesetzt wurden, um bei hoher Rechengeschwindigkeit maximale Abweichungen von $|\Delta(\Delta p/p_1)| < 2,0$ % nicht zu überschreiten. Tatsächlich auftretende Abweichungen sind i.d.R. weitaus geringer. Im dritten Abschnitt wird an vier beispielhaften Gasverteilnetzen eine Validierung auf Basis von Messungen mit (mobilen) Prozessgaschromatografen (PGC) durchgeführt. Weiterhin wird für ein Gasverteilnetz ein Vergleich mit etablierter Simulationssoftware ausgewertet. Die maximalen Abweichungen der Messwerte bezogen auf den volumengewichteten Monatsmittelwert des Brennwertes liegen bei $|\Delta\bar{H}_s| < 0,05$ % und damit im Bereich der Messgenauigkeit der PGCs. Für Strömungsgeschwindigkeiten, Volumenströme, Drücke und Brennwerte zeigen sich sehr gute Übereinstimmungen mit der etablierten Simulationssoftware. Im letzten Abschnitt werden die Rechengeschwindigkeit und Konvergenz des Strömungszustands analysiert. Die entwickelten Optimierungen reduzieren die Rechengeschwindigkeit um den Faktor zehn, einen wesentlichen Anteil haben die Optimierung der Lösung des Massenstromgleichungssystems und die Berechnung der Druckverteilung. Weiter zeigt sich, dass die Rechenzeit geringer als quadratisch mit der Netzgröße steigt. Der entwickelte Rechenkern weist gute Konvergenzeigenschaften auf, die sich nicht mit der Netzgröße ändern. Häufig tritt bereits nach 3 bzw. 4 Iterationen eine Konvergenz des Strömungszustands ein.

Im zweiten Teil dieser Arbeit wurden erstmals Unsicherheiten eines Systems zur Brennwertverfolgung in Gasverteilnetzen bestimmt. Zu diesem Zweck wurde das notwendige Verfahren zur Unsicherheitsberechnung allgemeingültig in Form einer Monte-Carlo-Simulation sowie einer Sensitivitätsanalyse erarbeitet und anschließend konkret an einem regionalen Gasverteilnetz angewendet.

Beide Verfahren liefern annähernd gleiche Ergebnisse für die Verteilung der erweiterten Unsicherheit $U(\bar{H}_{s,i,T})$, im Fall der Monte-Carlo-Simulation ist $U(\bar{H}_{s,i,T}) < 0,90$ % sowie $U(\bar{H}_{s,i,T}) < 0,95$ % für die Sensitivitätsanalyse. Die Berechnungsergebnisse implizieren die Linearität des Modells, da die Sensitivitätsanalyse auf der Annahme linearen Verhaltens basiert. Zwischen MC-Simulation und Sensitivitätsanalyse bestehende Differenzen sind auf die unterschiedlichen Verfahrensarten zurückzuführen und vernachlässigbar. Intuitiv erwartete Abweichungen im Brennwert, wie z.B. durch Erdgas-Mischzonen hervorgerufen, werden bestätigt. Andere Abweichungen, z.B. verursacht durch stehendes Gas, werden erst durch den Einsatz beider Verfahren aufgedeckt.

Aktuell existiert kein etabliertes Verfahren, um die zu einem gemessenen oder berechneten Brennwert zugehörigen Unsicherheiten in Gasnetzen angeben zu können. Die in dieser Arbeit vorgestellten Methoden und Auswertungsschemata ermöglichen dies und können auf beliebige Gasverteilnetze angewendet werden. Eine Verallgemeinerung der Unsicherheitsergebnisse ist jedoch nicht möglich, da jedes Netz spezifische Charakteristika aufweist, z.B. in Form topologischer Eigenschaften und auftretender Strömungszustände. Auch eine Extrapolation innerhalb eines Netzes auf einen zukünftigen Zeitraum ist nur bedingt möglich. Vielmehr ist ein Vergleich des Strömungszustands erforderlich, so dass für einen zukünftigen Zeitraum die erneute Durchführung einer MC-Simulation oder Sensitivitätsanalyse notwendig wird. Falls bereits für einen zurückliegenden Zeitraum gezeigt wurde, dass Monte-Carlo-Simulation und Sensitivitätsanalyse vergleichbare Ergebnisse liefern, ist die Wahl der Unsicherheitsberechnung für einen zukünftigen Zeitraum von der Anzahl der Elemente eines Netzes abhängig: So steigt die Anzahl der Szenarien der Sensitivitätsanalyse mit der Anzahl der Netzelemente, während die Anzahl der MC-Szenarien bei einem Signifikanzniveau von $p = 95 \%$ konstant bei $N_{MC} = 1600$ Szenarien liegt. Aus Sicht der Rechenzeit und vor dem Hintergrund gleichwertiger Ergebnisse ist das Verfahren mit weniger Szenarien zu wählen.

7.2 AUSBLICK

Die hier gemachten Beobachtungen bezüglich Genauigkeit und Konvergenz des Rechenkerns beziehen sich nur auf den Gasverteilnetze mit einer zeitlichen Auflösung der Messsignale von einer Stunde sowie für Drücke bis maximal $p = 80$ bar. Eine Untersuchung, in wie weit eine Erweiterung auf kürzere Zeitintervalle und höhere Drücke möglich ist, ist weiterführenden Arbeiten vorbehalten.

Ein wichtiger Aspekt stellt die gezielte Aufteilung der Volumen- bzw. Massenströme in Vermischungen zur Verringerung eventueller Abweichungen zwischen Simulation und Messung dar. Ein möglicher Lösungsansatz könnte durch Anpassung der integralen Rauheit aller involvierten Rohrleitungen erfolgen. Gasverteilnetze könnten so während des Feldversuchsphase an die Messwerte „einkalibriert“ werden.

Eine Weiterentwicklung der Unsicherheitsbetrachtung, insbesondere der Korrelationsanalyse, scheint ein komplexes wie notwendiges Themenfeld darzustellen. Gerade vor dem Hintergrund unzureichender Messinfrastruktur in Gasverteilnetzen mag die Weiterentwicklung zielführend sein, um Messergebnisse an einer Stelle im Netz für Aussagen an weiteren Stellen im Netz einsetzen zu können.

SYMBOLVERZEICHNIS

MATHEMATISCHE OPERATOREN UND BEZEICHNUNGEN

$ \cdot $	Betragsbildung
$\overline{(\cdot)}$	Mittelwert
$\widehat{(\cdot)}$	korrigiert
Δ	Abweichung- oder Differenz
d	differentiell
∂	partiell Differential
$\text{mean}(\cdot)$	Mittelwertfunktion
$\text{min}(\cdot)$	Minimumfunktion
$\text{sgn}(\cdot)$	Signumfunktion
\mathbf{x}	Vektorschreibweise
\mathbf{X}	Matrixschreibweise

HÄUFIG VERWENDETE NOMENKLATUR

α	Vermischungskoeffizient, Übergangsparameter zwischen laminarer und turbulenter Strömung
β	Vermischungskoeffizient für Berücksichtigung der geodätischen Höhe
B	zweiter Virialkoeffizient
c	adaptiver Gradient, relativer Sensitivitätskoeffizient
C	dritter Virialkoeffizient
δ	relative Änderung
d	relative Dichte

D	Durchmesser
E	Erwartungswert
γ	Randbedingungen einer Vermaschung
g	Erdbeschleunigung
G	Eingangsgröße
h	Enthalpie
H	Höhe
H_s	Brennwert
k	Rauheit, Erweiterungsfaktor
λ	Rohrreibungszahl
L	(Rohrleitungs-)Länge
μ	Massenstromdifferenzkoeffizient
m	Masse
\dot{m}	Massenstrom
η	Viskosität
φ	Dissipation
p	Druck
P	Punkt im kartesischen Koordinatensystem
ρ	Dichte
ϱ	Korrelationskoeffizient
R_m	allgemeine Gaskonstante
Re	Reynoldszahl
σ	Standardabweichung
t	Zeit
T	Zeitraum, Temperatur
u	Geschwindigkeit, Standardunsicherheit
u^*	innere Energie

U	erweiterte Unsicherheit
V	Volumen
\dot{V}	Volumenstrom
W_s	Wobbe-Index
x	molarer Anteil, x-Richtung
y	y-Richtung
ζ	Druckverlustbeiwert
z	Realgasfaktor, z-Richtung

TIEFGESTELLTE INDIZES

A	Ausspeisung
add	additiv
b	Betrieb
B	Randbedingungen
ber	berechnet
E	Einspeisung, Endknoten
frei	Index des Knotens mit einem frei iterierbaren Druck
gem	gemessen
geo	geometrisch
geod	geodätisch
ges	gesamt
i	integral
irr	irreversibel
k	kritisch
lam	laminar
m	Mittel
M	Massenstrommatrix

max	maximal
MC	Monte-Carlo-Simulation
min	minimal
mix	Mischung, engl. „Mixture“
n	Normzustand
Netz	Netzatmung
P	Druckmatrix
R	Volumenregler
Ref	Referenz
rel	relativ
rev	reversibel
s	äquivalente Rauheitshöhe von unendlich dicht angeordneten Sandkörnern
S	Startknoten
SA	Sensitivitätsanalyse
T	Teilnetzabschnitt
theo	theoretisch
turb	turbulent
V	Volumen, Vermaschung
x	x-Richtung
y	y-Richtung

HOCHGESTELLTE INDIZES

0	ideal, initial
-	negativ
+	positiv
i	Iteration
i_D	Iteration der Druckverteilung

ABKÜRZUNGEN

AGA	American Gas Association
AVX	Advanced Vector Extensions
BDEW	Bundesverband der Energie- und Wasserwirtschaft e.V.
BGW	Bundesverband der deutschen Gas- und Wasserwirtschaft e.V.
DDR	Double Data Rate
DIN	Deutsches Institut für Normung e.V.
DVGW	Deutscher Verein des Gas- und Wasserfaches e.V.
GBH	Gasbeschaffenheit
GERG	Groupe Européen de Recherches Gazières
ISO	International Organization for Standardization
KDM	Knotendruckmethode
LNG	Liquefied Natural Gas
MFM	Maschenflussmethode
NKP	Netzkopplungspunkt
SGERG	Standard GERG-88 Virial Equation
SIMD	Single Instruction Multiple Data
SLP	Standard-Lastprofile
SSE2	Streaming SIMD Extensions 2
RLM	Registrierende Leistungs-Messung

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] British Petroleum: BP Statistical Review of World Energy. London 2015
- [2] Deutsche Vereinigung des Gas- und Wasserfaches: G 685 Gasabrechnung. DVGW-Regelwerk: G. Bonn: DVGW 2008
- [3] Weimann, A.: Modellierung und Simulation der Dynamik von Gasverteilnetzen im Hinblick auf Gasnetzführung und Gasnetzüberwachung, Technische Universität München Dissertation. München 1978
- [4] Lappus, G.: Analyse und Synthese eines Zustandsbeobachters für große Gasverteilnetze, Technische Universität München Dissertation. München 1983
- [5] Hellwig, M.: Entwicklung und Anwendung parametrisierter Standard-Lastprofile, Technische Universität München Dissertation. München 2003
- [6] Schley, P., Schenk, J. u. Hielscher, A.: Brennwertverfolgung in Verteilnetzen. Teil 1 - Entwicklung und Validierung des Verfahrens. GWF / Gas, Erdgas 152 (2011) 9 S. 552-556
- [7] Schenk, J., Schley, P. u. Hielscher, A.: Brennwertverfolgung in Verteilnetzen. Teil 2 - Auswertung Feldversuch und Implementierung. GWF / Gas, Erdgas (2011) 10 S. 676-683
- [8] Hielscher, A., Fiebig, C., Schley, P., Span, R. u. Schenk, J.: Brennwertverfolgung mit SmartSim - ein neuer Rechenkern zur Strömungssimulation. GWF / Gas, Erdgas (2014) 10 S. 736-743
- [9] ISO/IEC.: Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement 98-3
- [10] ISO/IEC.: Evaluation of measurement data - Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" - Propagation of distributions using a Monte Carlo method 98-3-1
- [11] Vollmer, D.: Ein Beitrag zur prozeßbegleitenden Zustandsbeobachtung in regionalen Erdgasverteilungsnetzen, Technische Universität Clausthal Dissertation. Clausthal 1999
- [12] Liwacom: Simone Software Benutzerhandbuch Version 5.6 (2007)
- [13] Liwacom: Simone Software Gleichungen und Methoden (2004)
- [14] Weimann, A.: Programmsystem GANESI - Dokumentationsberichte I-III (PDV-E90-E92). Kernforschungszentrum Karlsruhe 1976 (1976)
- [15] Herr, E., Scheibe, D., Schröder, P., Voss, K.-F. u. Weimann, A.: Rechnergestützte Zuordnung von an den Einspeisepunkten eines Ferngasnetzes vorgenommenen

- Brennwertmessungen zu den an Übergabestationen entnommenen Gasmengen. GWF / Gas, Erdgas (1983) 124 S. 157–164
- [16] Altfeld, K., Bödeker, J., Frieling, H., Schley, P. u. Uhrig, M.: Modelling of gas flow in pipelines tracking gas quality. Proceedings IGRC (2008)
- [17] BDEW/VKU/GEODE: Leitfaden Abwicklung von Standardlastprofilen Gas. Berlin: BDEW Bundesverband der Energie- und Wasserwirtschaft e.V., Verband kommunaler Unternehmen e.V. (VKU), GEODE – Groupement Européen des entreprises et Organismes de Distribution d'Énergie, EWIV 2013. 28.06.2013
- [18] Lappus, G., Scheibe, D. u. Weimann, A.: Instationäre Gasrohrnetzberechnung unter Berücksichtigung der geodätischen Höhe und der Gastemperatur. GWF / Gas, Erdgas 121 (1980) 6 S. 230–237
- [19] Bender, E. u. Konrad, B.: Zur Simulation dynamischer Vorgänge in Gasnetzen. Regelungstechnik 27 (1979) 4 S. 105–110
- [20] Kolnsberg, A. u. Wachenberg, B.: Simulation instationärer Strömungsvorgänge in Gas-Rohrleitungen. GWF / Gas, Erdgas 124 (1983) 6 S. 309–313
- [21] Fiebig, C., Hielscher, A., Schley, P. u. Spiza, S.: Eingangsdaten für SmartSim, Technische Dokumentation SmartSim, Essen 2015
- [22] Gersten, K.: Einführung in die Strömungsmechanik. Studienbücher Naturwissenschaft und Technik. Braunschweig: Vieweg 1986. 4. Auflage
- [23] Mischner, J., Fasold, H.-G. u. Kadner, K.: gas2energy.net mit DVD. Systemplanerische Grundlagen der Gasversorgung. Edition gwf, Gas, Erdgas. München: Oldenbourg Industrieverlag 2011
- [24] Eberhard, R. u. Hüning, R.: Handbuch der Gasversorgungstechnik. Gastransport und Gasverteilung. München, Wien: R. Oldenbourg Verlag 1990. 2. Auflage
- [25] Ferguson, J. W.: A mathematical analysis of the effort of differences in elevation on flow formula for gas pipelines. Gas Age 78 (1936)
- [26] Gersten, K. u. Papenfuß, H.-D.: GERG Research Project 1.19 on Calculation of Flow in Gas Pipelines Downstream of a Compressor. Final Report Part I: One-Phase Flow. 1999
- [27] Deutsche Vereinigung des Gas- und Wasserfaches: G 2000 Mindestanforderungen bezüglich Interoperabilität und Anschluss an Gasversorgungsnetze. DVGW-Regelwerk: G. Bonn: DVGW 2006
- [28] Glück, B.: Hydrodynamische und gasdynamische Rohrströmung, Druckverluste. Bausteine der Heizungstechnik. Berlin: Verlag für Bauwesen 1988. 1. Auflage
- [29] Deutsche Vereinigung des Gas- und Wasserfaches: GW 303-1 Berechnung von Druckverlusten bei der Gasverteilung. DVGW-Regelwerk: GW. Bonn: DVGW 2006
- [30] Mischner, J.: Notizen zur hydraulischen Berechnung von Gasleitungen. GWF / Gas, Erdgas (2012) 4 S. 258–272
- [31] Blasius, H.: Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, insbesondere aus den Laboratorien der technischen Hochschulen, Bd. 131. Berlin, Heidelberg: Springer 1913

- [32] Prandtl, L.: zur turbulenten Strömung in Rohren und längs Platten. Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen. München, Berlin: R. Oldenbourg Verlag 1932. III. Lieferung
- [33] Betz, A. u. Prandtl, L.: Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. Göttinger Klassiker der Strömungsmechanik, Bd. 7. Göttingen, Göttingen: Niedersächsische Staats-und Universitätsbibliothek; Univ.-Verl. Göttingen 2009
- [34] Colebrook, C. F.: Turbulent Flow in Pipes, with particular reference to the Transition Region between the Smooth and Rough Pipe Laws. Journal of the ICE 11 (1939) 4 S. 133–156
- [35] Nikuradse, J.: Strömungsgesetze in rauhen Rohren. VDI Forschungsheft (1933) 361
- [36] Hofer, P.: Beurteilung von Fehlern in Rohrnetzberechnungen. GWF / Gas, Erdgas 114 (1973) 3 S. 113–119
- [37] Zanke, U.: Zur Berechnung von Strömungswiderstandsbeiwerten. Wasser & Boden (1993)
- [38] Zanke, U.: Zum Übergang hydraulisch glatt- hydraulisch rauh. Wasser & Boden (1996)
- [39] Jaeschke, M. u. Humphreys, A. E.: Standard GERG Virial Equation for Field Use. Simplification of the Input Data Requirements for the GERG Virial Equation - an Alternative Means of Compressibility Factor Calculation for Natural Gases and Similar Mixtures. GERG Technical Monograph, Bd. 5. Düsseldorf: VDI Verlag 1992
- [40] Starling, K. E. u. Savidge, J. L.: Compressibility factors of natural gas and other related hydrocarbon gases. Transmission Measurement Committee, No. 8. American Gas Association 1992. Second Edition
- [41] Kunz, O., Klimeck, R., Wagner, W. u. Jaeschke, M.: The GERG-2004 Wide-Range Equation of State for Natural Gases and Other Mixtures. Reihe 6, Bd. 557. Düsseldorf: VDI Verlag 2007
- [42] Kunz, O. u. Wagner, W.: The GERG-2008 Wide-Range Equation of State for Natural Gases and Other Mixtures: An Expansion of GERG-2004. Journal of Chemical & Engineering Data 57 (2012) 11 S. 3032–3091
- [43] Jaeschke, M., Audibert, S., van Canaghem, P., Humphreys, A. E., Janssen-Van Rosmalen, R. u. Pellei, Q.: High Accuracy Compressibility Factor Calculation for Natural Gases and Similar Mixtures by Use of a Truncated Virial Equation. GERG Technical Monograph, Bd. 2. Düsseldorf: VDI Verlag 1988
- [44] Redlich, O., & Kwong, J. N.: The thermodynamics of solutions. V. An equation of state. Fugacities of gaseous solutions. Chem. Rev. (1949) Vol. 44
- [45] Soave, G.: Equilibrium Constants for Modified Redlich-Kwong Equation of State. Chem. Eng. Sci. (1972) Vol. 27
- [46] Peng, D.-Y., & Robinson, D. B.: A New Two-Constant Equation of State. Ind.Eng. Chem. Fundam. (1976) Vol. 15
- [47] Diestel, R.: Graphentheorie. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 2006. 3. Auflage

- [48] Rüdiger, J.: Gasnetzsimulation durch Potentialanalyse, Helmut-Schmidt-Universität/Universität der Bundeswehr Hamburg Dissertation. Hamburg 2009
- [49] Prim, R. C.: Shortest Connection Networks And Some Generalizations. Bell System Technical Journal 36 (1957) 6 S. 1389–1401
- [50] Deutsche Vereinigung des Gas- und Wasserfaches: G 260 (A) Gasbeschaffenheit. DVGW-Regelwerk: G. Bonn: DVGW 2013
- [51] Schley, P.: Vorlesung Gasmesstechnik. 2. Gasqualität / Gaskennwerte, Ruhr-Universität Bochum Skript. Bochum 2014
- [52] Schenk, J., Schley, P. u. Hielscher, A.: A new method for gas quality tracking in distribution grids. gas for energy (2012) 3 S. 34–42
- [53] Hielscher, A., Fiebig, C., Span, R., Schley, P. u. Schenk, J.: Gas Quality Tracking in distribution grids with SmartSim - a new kernel for flow calculation. Proceedings IGRC 2014 (2014)
- [54] Fiebig, C., Hielscher, A., Span, R., Gulin, A., Rickelt, S. u. Schley, P.: Gas Quality Tracking in distribution grids with SmartSim - Application in complex and meshed grids. Proceedings IGRC 2014 (2014)
- [55] Schenk, J., Schley, P. u. Hielscher, A.: Ein Neues Verfahren zur Brennwertverfolgung in Verteilnetzen. 3R (2011) 10 S. 724–730
- [56] BGW: Anwendung von Standardlastprofilen zur Belieferung nicht-leistungsgemessener Kunden. Praxisinformation P 2006/8 Gastransport/Betriebswirtschaft. WVGW Wirtschafts- und Verlagsgesellschaft Gas und Wasser mbH (2006)
- [57] Brabec, M., Konár, O., Pelikán, E. u. Malý, M.: A nonlinear mixed effects model for the prediction of natural gas consumption by individual customers. International Journal of Forecasting 24 (2008) 4 S. 659–678
- [58] Sabo, K., Scitovski, R., Vazler, I. u. Zekić-Sušac, M.: Mathematical models of natural gas consumption. Energy Conversion and Management 52 (2011) 3 S. 1721–1727
- [59] Vondráček, J., Pelikán, E., Konár, O., Čermáková, J., Eben, K., Malý, M. u. Brabec, M.: A statistical model for the estimation of natural gas consumption. Applied Energy 85 (2008) 5 S. 362–370
- [60] Soldo, B.: Forecasting natural gas consumption. Applied Energy 92 (2012) S. 26–37
- [61] Králik, J.: Dynamic modeling of large-scale networks with application to gas distribution. Studies in automation and control, v. 6. Amsterdam, New York: Elsevier 1988
- [62] Altfeld, K. u. Schley, P.: Development of natural gas qualities in Europe. gwf international (2011) Issue 2 S. 1–8
- [63] Schenk, J.: Robustheitsanalyse (Dokumentation D2 mitgeltende Unterlagen). Persönliche Mitteilung
- [64] Kessel, R. u. Kacker, R.: Improved adaptive procedure to determine the necessary number of Monte Carlo trials to achieve the required numerical tolerance. Conference on Advanced Mathematical and Computational Tools in Metrology and Testing (2011)

- [65] Wübbeler, G., Harris, P. M., Cox, M. G. u. Elster, C.: A two-stage procedure for determining the number of trials in the application of a Monte Carlo method for uncertainty evaluation. *Metrologia* 47 (2010) 3 S. 317–324

CURRICULUM VITAE

Andreas Hielscher

geboren am 31.07.1986 in Dortmund

BERUFLICHE TÄTIGKEIT

seit 02.2015 E.ON Metering GmbH (vormals E.ON Technologies GmbH)
Project Manager Gas Systems & Products

08.2011 – 01.2015 Ruhr-Universität Bochum
Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Thermodynamik

08.2010 – 07.2011 E.ON Ruhrgas
Praktikum Center of Competence Gas Technologies and Energy Systems

AUSBILDUNG

10.2006 – 07.2011 Ruhr-Universität Bochum
Studium des Allgemeinen Maschinenbaus
(Vertiefungsrichtung: Energie- und Verfahrenstechnik)
Abschluss: Diplom-Ingenieur

08.1998 – 06.2006 Heinrich-von-Kleist Gymnasium, Bochum
Abschluss: Abitur

Online-Shops



**Fachliteratur und mehr -
jetzt bequem online recher-
chieren & bestellen unter:
www.vdi-nachrichten.com/
Der-Shop-im-Ueberblick**



**Täglich aktualisiert:
Neuerscheinungen
VDI-Schriftenreihen**



Im Buchshop von vdi-nachrichten.com finden Ingenieure und Techniker ein speziell auf sie zugeschnittenes, umfassendes Literaturangebot.

Mit der komfortablen Schnellsuche werden Sie in den VDI-Schriftenreihen und im Verzeichnis lieferbarer Bücher unter 1.000.000 Titeln garantiert fündig.

Im Buchshop stehen für Sie bereit:

VDI-Berichte und die Reihe **Kunststofftechnik**:

Berichte nationaler und internationaler technischer Fachtagungen der VDI-Fachgliederungen

Fortschritt-Berichte VDI:

Dissertationen, Habilitationen und Forschungsberichte aus sämtlichen ingenieurwissenschaftlichen Fachrichtungen

Newsletter „Neuerscheinungen“:

Kostenfreie Infos zu aktuellen Titeln der VDI-Schriftenreihen bequem per E-Mail

Autoren-Service:

Umfassende Betreuung bei der Veröffentlichung Ihrer Arbeit in der Reihe Fortschritt-Berichte VDI

Buch- und Medien-Service:

Beschaffung aller am Markt verfügbaren Zeitschriften, Zeitungen, Fortsetzungsreihen, Handbücher, Technische Regelwerke, elektronische Medien und vieles mehr – einzeln oder im Abo und mit weltweitem Lieferservice

Die Reihen der Fortschritt-Berichte VDI:

- 1 Konstruktionstechnik/Maschinenelemente
 - 2 Fertigungstechnik
 - 3 Verfahrenstechnik
 - 4 Bauingenieurwesen
- 5 Grund- und Werkstoffe/Kunststoffe
 - 6 Energietechnik
 - 7 Strömungstechnik
- 8 Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik
 - 9 Elektronik/Mikro- und Nanotechnik
 - 10 Informatik/Kommunikation
 - 11 Schwingungstechnik
- 12 Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik
 - 13 Fördertechnik/Logistik
- 14 Landtechnik/Lebensmitteltechnik
 - 15 Umwelttechnik
 - 16 Technik und Wirtschaft
- 17 Biotechnik/Medizintechnik
- 18 Mechanik/Bruchmechanik
- 19 Wärmetechnik/Kältetechnik
- 20 Rechnerunterstützte Verfahren (CAD, CAM, CAE CAQ, CIM ...)
 - 21 Elektrotechnik
 - 22 Mensch-Maschine-Systeme
- 23 Technische Gebäudeausrüstung

ISBN 978-3-18-3**50507**-4