1 RECHNEN – MOTOR DER WISSENSCHAFT UND TECHNIK

„It took me the best part of six weeks to draw up the computing forms and to work out the new distribution in two vertical columns for the first time. My office was a heap of hay in a cold rest billet. With practice the work of an average computer might go perhaps ten times faster. [...] If the coordinate chequer were 200 km square in plan, there would be 3200 columns on the complete map of the globe. In the tropics, the weather is often foreknown, so that we may say 2000 active columns, so that 32x2000 = 64,000 computers would be needed to race the weather for the whole globe. That is a staggering figure“ (Richardson 1922: 219).

Als Lewis Fry Richardson 1922 in seinem Buch *Weather Prediction by Numerical Process* einen Parallelcomputer entwarf, um das Wetter der nächsten Tage zu simulieren, ging er von menschlichen Computern aus: Jeweils ein Rechner sollte für die Kalkulationen eines Punktes des Berechnungsgitters zuständig sein. In seiner Wettervorhersagefabrik sollten 64.000 menschliche Computer per Hand die globale Wetterentwicklung berechnen, in der Hoffnung, dass sie nicht nur schneller rechnen als das tatsächliche Wetter sich entwickeln würde, sondern dass die Anzahl der menschlichen Rechner genügen würde, um eine ausreichend hohe Dichte an Berechnungen für aussagekräftige Prognosen zu erzielen. Denn je feiner das Berechnungsgitter einer solchen numerischen Simulation ist, desto genauer sind ihre Resultate. Eine höhere Auflösung des Berechnungsgitters geht jedoch mit einer enormen Erhöhung der dafür nötigen Berechnungen einher. Selbst mit 64.000 menschlichen Rechnern hätte Richardson seine Idee, das Wetter der nächsten Tage zu simulieren, wie es uns heute aus jedem Wetterbericht vertraut ist, nicht realisieren können. Erst seit den 1970er Jahren, als die Computer entsprechend leistungsfähig wurden, sind solche numerischen Prognosen möglich. Diese Leistungsfähigkeit der Rechner, die aktuell bei Billionen von Operationen pro Sekunde liegt, erzeugt mittlerweile eine Dichte an Berechnungen, die ausreicht, um den Computer als digitales Labor für Experimente zu nutzen. Heutige Supercomputer halten nicht nur Schritt mit dem realen Wetter, sie berechnen die Klimaentwicklung über einen Zeitraum von Jahrzehnten innerhalb weniger Tage, sie designen neue Moleküle und Materialien, lassen Flugzeuge und Autos crashen. Mit diesen automatisierten Rechenmaschinen blicken Forscher in die Zukunft und optimieren die Natur. Sie machen bislang unsichtbare Welten sichtbar und führen eine neue Logik und Praktik des Forschens in Wissenschaft und Technik ein. In diesem Sinne war Richardsons Idee visionär, denn mit seiner Wettervorhersagefabrik entwarf er – basierend auf numerischen Simulationen, parallel arbeitenden Recheneinheiten und berechneten Vorhersagen – ein modernes Wissenschaftsszenario, wie es heute in vielen mathematisierten Natur- und Ingenieurswissenschaften, den so genannten Computational Sciences, zu finden ist.

Rechnen als Kulturtechnik

Grundlage dieses modernen Wissenschaftsszenarios ist die Erfindung der Zahl und des Rechnens. Die Entwicklung bis hin zu den numerischen Simulationen von heute macht deutlich, dass das Rechnen eine der einflussreichsten Kulturtechniken des Menschen ist.[1] Zahlen spielen seit Jahrtausenden in jeder Kultur eine wichtige Rolle, sei es zum Registrieren von Waren, zur Bestimmung astronomischer Ereignisse oder zur Dokumentation klimatischer Regelmäßigkeiten. Um Vorräte und andere Wirtschaftsgüter zu registrieren, wurden anfangs Zählsteine oder Zähl-

1 „Kulturtechnik befördert die Leistungen der Intelligenz durch Versinnlichung und exteriorisierende Operationalisierungen des Denkens. […] Kulturtechniken sind (1) operative Verfahren zum Umgang mit Dingen und Symbolen, welche (2) auf einer Dissoziierung des impliziten ‚Wissens wie' vom expliziten ‚Wissen, dass' beruhen, somit (3) als ein körperlich habitualisiertes und routiniertes Können aufzufassen sind, das in alltäglichen, fluiden Praktiken wirksam wird, zugleich (4) aber auch die aisthetische, material-technische Basis wissenschaftlicher Innovation und neuartiger theoretischer Gegenstände abgeben kann. Die (5) mit dem Wandel von Kulturtechniken verbundenen Medieninnovationen sind situiert in einem Wechselverhältnis von Schrift, Bild, Ton und Zahl, das (6) neue Spielräume für Wahrnehmung, Kommunikation und Kognition eröffnet" (Bredekamp, Krämer 2003: 18).

kugeln verwendet, die in Lederbeuteln und später in versiegelten Tongefäßen aufbewahrt wurden. Als man begann, auf die Außenseite der Tongefäße Zeichen für die Anzahl der Kugeln in den Gefäßen zu ritzen, hatte man die Zahlen als symbolische Darstellungen von Einheiten erfunden. Diese Abstraktionsleistung – materiale Äquivalente für Wirtschaftsgüter (Zählsteine und -kugeln) in symbolische Notationen zu übersetzen – stellte vor gut achttausend Jahren nicht nur eine Medienwende vom Materialen zum Symbolischen dar, sondern den Ursprung von Schrift generell. Denn nachdem sich „die Verfahren des Zählens und des Referierens graphisch voneinander emanzipiert haben, spricht jetzt in der Tat nichts mehr dagegen, Referenten, die nicht gezählt werden sollen, – außerhalb des pragmatischen Zwecks der Registrierung – graphisch zu symbolisieren, also graphische Symbole für immer mehr pragmatische Zwecke und für immer mehr sprachliche Zeichen zu entwickeln" (Koch 1997: 56).

Der nächste fundamentale Schritt bestand dann in der Erfindung der Zählreihen. Indem einzelne Zeichen (Ziffern) aneinandergereiht wurden, ließen sich auf diese Weise neue Zahlen erzeugen.[2] Ziffernsysteme, wie das römische, das sich in Europa im 5. Jahrhundert v. Chr. etablierte, dokumentieren eindrucksvoll diese neue Möglichkeit, mit Symbolen operativ zu hantieren: Mit wenigen Ziffern lässt sich eine große Menge an Zahlen erzeugen. Der Zahlenraum, der sich dadurch eröffnete, überstieg nicht nur die Anzahl alltäglicher Güter. Er dehnte als Idee der Konstruierbarkeit unendlich vieler Zahlen das menschliche Denken in neue und abstrakte Bereiche aus, die in ihrer Unendlichkeit bis dahin allein dem mythischen Denken vorbehalten waren. Diese Ausdehnung ins Abstrakte, als das dem Gegenständlichen nicht Verhaftete und daher ins Unendliche Verlängerbare, konstituiert bis heute den Objektbereich der Mathematik.

Ziffernsysteme ermöglichen jedoch nicht nur die Konstruktion beliebig vieler Zahlen, sie animieren auch dazu, Anzahlen zu addieren oder zu subtrahieren, also einfache Berechnungen durchzuführen. Dabei zeigte sich bald die Unhandlichkeit des römischen Ziffernsystems, dessen

2 „Seit dem 3. Jahrtausend v. Chr. sind uns Dokumente überliefert, aus denen zu schließen ist, daß verschiedene antike Hochkulturen unabhängig voneinander Zählreihen durch Zählsysteme bildeten, in denen nicht nur ein und dasselbe Zeichen fortlaufend aneinandergefügt, sondern Zeichengruppen gebildet und diese durch Individualzeichen ersetzt wurden: die Zählreihe ist mit Hilfe von Ziffern gebildet" (Krämer 1988: 9).

Zählreihen sehr lang und daher unübersichtlich werden konnten.[3] Um mit römischen Ziffern rechnen zu können, musste auf Hilfsmittel wie Rechensteine, Rechenkugeln oder Rechenbretter zurückgegriffen werden. Diese Unhandlichkeit machte das Rechnen zu einer Kunst, die eine entsprechende Ausbildung voraussetzte und die damit das Rechnen für lange Zeit einer gebildeten Elite vorbehielt. Doch gesellschaftliche Veränderungen im frühen Mittelalter, insbesondere militärische und ökonomische Entwicklungen, führten zu einem wachsenden Bedarf an Berechnungen und ließen das Rechnen mit römischen Ziffern an seine Grenzen stoßen. Es bedurfte eines neuen Ziffernsystems, um das Rechnen effizienter und einfacher zu gestalten. Als Leonardo Fibonacci 1209 in seiner Schrift *Liber Abaci* das indisch-arabische Ziffernsystem in Europa bekannt machte, führte er damit nicht nur ein neues Zeichensystem ein, sondern transformierte das Rechnen vom Materialen ins Symbolische. Aufgrund seiner Besonderheit mit nur wenigen Ziffern auszukommen, erlaubte es das indisch-arabische Ziffernsystem, Berechnungen im Medium der Ziffern selbst, also auf Papier auszuführen und machte dadurch Rechenbretter oder Rechensteine überflüssig. Damit war die erste Medienwende vom Materialen zum Symbolischen – die Jahrtausende zuvor mit der Ablösung von Zählkugeln durch Zahlzeichen begonnen hatte – abgeschlossen. Die zweite Medienwende, vom Papier zum Computer, sollte gut achthundert Jahre später stattfinden.

Doch obwohl Fibonacci das indisch-arabische Ziffernsystem und das Rechnen auf Papier bereits 1209 beschrieben hatte, dauerte es weitere dreihundert Jahre, bis sich diese neue Kulturtechnik in Europa vollständig durchgesetzt hatte. Ein Grund dafür war die Ziffer Null, die dem römischen Ziffernsystem unbekannt war.[4] Die Null wurde in Indien bereits im 9. Jahrhundert als die Symbolisierung des Nichts eingeführt und ermöglichte es, die bis heute gültigen Rechenregeln der vier Grundrechenarten zu entwickeln. Das indisch-arabische Ziffernsystem konnte dank der Null ein neues Prinzip der Konstruktion von Zahlen entwi-

3 Um die römischen Zahlen nicht beliebig lang werden zu lassen, mussten Zahlen immer wieder zu Individualzeichen zusammengefasst werden: I (1), V (5), X (10), L (50), C (100), D (500), M (1.000), etc.

4 Die Null symbolisiert das Nichts, das in Indien mit dem Nirwana gleichgesetzt eine positive Konnotation hatte, im christlichen Europa des Mittelalters jedoch negativ besetzt war. Trotz des heftigen Kampfes der katholischen Kirche gegen die neue Rechenkunst gewannen das indisch-arabische Zahlensystem und das Rechnen auf Papier aufgrund seiner Praktikabilität zunehmend an Bedeutung. Populäre Rechenbücher wie *Rechnung auff der linihen* von Adam Ries aus dem Jahr 1518 und Rechenschulen brachten die neue Kunst des Rechnens unter das Volk (vgl. Folkerts 1997; Menninger 1958).

ckeln: das Stellenwertprinzip.[5] Dieses Prinzip besteht nicht in der endlosen Aneinanderreihung von Zahlzeichen, die schließlich zu enorm langen Zahlendarstellungen führten wie mit römischen Ziffern. Das Stellenwertprinzip basiert lediglich auf zehn Individualzeichen (0 bis 9), wobei die Position der Zeichen – als Einer, Zehner, Hunderter, etc. – den Wert einer Zahl erzeugt. Anstatt Zeichen aneinanderzureihen wird nun die Konstruktion von Zahlen mit Hilfe eines Alphabets einiger weniger Ziffern formalisierbar. Formalisierung ist immer dann gegeben, wenn auf Basis endlich vieler Zeichen und expliziter Regeln beliebig viele neue Zeichen hergestellt werden können, ohne dazu das Alphabet vergrößern zu müssen. Das römische Ziffernsystem basierte zwar auf einer expliziten Regel, das Aneinanderreihen von Einheiten, aber die Individualzeichen müssen erweitert werden, will man größere Zahlen konstruieren. Im Unterschied dazu funktioniert das indisch-arabische Ziffernsystem, dank der Null und dem Stellenwertprinzip, wie eine ‚symbolische Maschine' (vgl. Krämer 1988, 1991), die aus wenigen Komponenten beliebig viele Variationen herstellen kann. Dies ist die Voraussetzung, um auch das Rechnen auf Papier formalisieren zu können.[6] Dazu muss jedoch die Fläche des Papiers genutzt werden, indem man die zu addierenden oder zu subtrahierenden Zahlen untereinander schreibt und bei der senkrechten Spalte der Einer beginnend, von rechts nach links, die Zahlenwerte zusammenzählt oder voneinander abzieht. Diese Rechentechnik, heute jedem Schulkind vertraut, wurde 1209 von Fibonacci erstmals in Europa demonstriert und später – als Rechnen auf der Linie bezeichnet – durch Rechenmeister wie Adam Ries verbreitet (vgl. Ries 1518). Fibonacci selbst nutzte das neue Ziffernsystem, um die Folge der so genannten Fibonacci-Zahlen zu studieren. Diese Folge entsteht, wenn man eine Zahl mit der jeweils vorausgehenden Zahl addiert: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, usf.

Das Rechnen mit natürlichen Zahlen führte jedoch schnell zu neuen Zahlen. Bereits die Subtraktion einer größeren von einer kleineren Zahl sprengt den Raum natürlicher Zahlen und dehnt ihn jenseits der Null in

5 „The world suffered long for lack of positional numeration, and for a symbol for zero. Neither of these were invented by formalists. Both were the product of instrumental analysis. They came as the direct and inevitable result of the use of the abacus. [...] The mechanical fact that it [Abakus] is convenient to mount rods or wires parallel to one another in a frame produced the idea of positional numeration, and the necessity for noting down complete absence of counters under such circumstances gave us the zero" (Bush 1936: 650).

6 Beim Medienwechsel vom Papier zum Computer werden sich die zehn Zeichen des indisch-arabischen Ziffernsystems (0 bis 9) auf zwei Zustände (0, 1 materialisiert als on/off) reduzieren.

den Bereich negativer Zahlen aus. Dieser Ausdehnungsprozess setzt sich mit der Division fort und spaltet die ganzen Zahlen in Teile auf, die sich in einer neuen Unendlichkeit – zwischen zwei ganzen Zahlen eingebettet (z.B. 1:3 = 0,33333…) – verlieren.[7] Was mit dem Registrieren von Warengütern und Rechenkugeln im Konkreten begann, entwickelte sich ab dem Mittelalter zu einer Kulturtechnik, welche die Zahlen und das Rechnen von realweltlichen Bezügen ablöste. Das Rechnen verselbständigt sich zu einem rein formalen Prinzip und erhält dadurch eine Autonomie, welche die Mathematik bis heute in die Lage versetzt, die Zahlen und Rechenoperationen in neue und immer abstraktere Bereiche zu erweitern. Dabei gelangt die Mathematik von den natürlichen zu den ganzen Zahlen, von den rationalen und den reellen zu den komplexen Zahlen, von Quaternionen und den hyperreellen zu den surrealen Zahlen (vgl. Landau 1984).

Diese Autonomie der Zahlen und des Rechnens findet einen ersten Höhepunkt bei Francois Vieta, der im 16. Jahrhundert die Algebra – das Rechnen mit Buchstaben und Formeln – entwickelte (vgl. Klein 1992). Gefolgt von René Descartes, der im 17. Jahrhundert Algebra und Geometrie miteinander verknüpfte, indem er ein Koordinatensystem in die Geometrie einführte. Durch diese Metrisierung wurden die geometrischen Objekte berechenbar. In der *Geometrie* schrieb Descartes 1637: „Und ich werde mich nicht scheuen, diese der Arithmetik entnommenen Ausdrücke in die Geometrie einzuführen, um mich dadurch verständlicher zu machen" (Descartes 1637/1981: 1). Mit dieser Algebraisierung der Geometrie bereitete Descartes sowohl der Anschaulichkeit der Geometrie ein Ende, als auch ihrer Beweiskraft basierend auf der geometrischen Konstruktion. Der Beweis durch Konstruktion hatte seit Euklids Werk *Die Elemente* 325 v. Chr. als Wissenschaftsideal gegolten, das bis weit ins Mittelalter vorherrschte. Die griechische Mathematik, die auf einem geometrischen Zahlenverständnis und der axiomatisch-deduktiven Methode der Beweisführung basierte, stellte Zahlen grafisch als Strecken dar. Die Entdeckung der Inkommensurabilität zweier Strecken als Verhältnis einer Seite zur Diagonale eines Quadrats und die Folgerung, dass sich beide Strecken nicht wie rationale Zahlen zueinander verhalten, stärkte die Vorrangstellung der Geometrie gegenüber der Arithmetik. Nichts Geometrisches durfte, so das Dogma der griechi-

7 „Im 16. und z.T. im 17. Jh. haben sich nicht nur die Brüche und irrationalen Zahlen, sondern auch die Null, die negativen und die komplexen Zahlen in der Algebra durchgesetzt, und sie werden auch alle als Zahlen behandelt, d.h. man führt mit ihnen die üblichen Rechenoperationen durch" (Gericke 1970: 68).

schen Mathematik, durch die Arithmetik bewiesen werden.[8] Dies schränkte jedoch den Bereich der Algebra erheblich ein, da Ausdrücke wie a^4, die sich geometrisch nicht konstruieren ließen, nicht zulässig waren. Descartes analytische Geometrie hingegen erlaubte Ausdrücke wie a^4, die den dreidimensionalen Anschauungsraum sprengten und die Konstruierbarkeit geometrischer Objekte durch ihre Berechenbarkeit ersetzte. Damit sicherte er im Europa des 17. Jahrhunderts dem Rechnen gegenüber der Geometrie die Vorherrschaft. Für die Entwicklung der neuzeitlichen und modernen Wissenschaft war diese Vorherrschaft der Algebra von entscheidender Bedeutung.

Handwerk des Rechnens

1623 behauptete Galileo Galilei in seiner Schrift *Saggiatore*, dass das Buch der Natur in der Sprache der Mathematik geschrieben sei. Doch um dieses Buch entschlüsseln zu können, bedurfte es langwieriger Berechnungen per Hand. „It is this,“ konstatierte der Philosoph und Mathematiker Gottfried Wilhelm Leibniz, „that deters them from computing or correcting tables, from the construction of Ephemerides, from working on hypotheses, and from discussions of observations with each other. For it is unworthy of excellent men to lose hours like slaves in the labour of calculation which could safely be relegated to anyone else if machines were used“ (Leibniz 1685, übersetzt in: Goldstine 1993: 8). Von daher verwundert es nicht, dass ein Kollege Keplers, der Astronom Wilhelm Schickard 1623 die erste mechanische Rechenmaschine konstruierte, die alle vier Rechenarten ausführen konnte, wie er euphorisch in Briefen an Kepler schrieb (vgl. Seck 1978). Allerdings wurde Schickards Maschine bei einem Feuer zerstört, so dass nur Konstruktionszeichnungen erhalten sind. Daher ist es die 1642 von Blaise Pascal gebaute Pascaline, die als erste funktionstüchtige Rechenmaschine in die Geschichte einging, auch wenn sie nur die Addition und Subtraktion beherrschte. Obwohl die Idee, mechanische Rechenmaschinen zu bauen, seit dem 17. Jahrhundert die Wissenschaft beherrschte, konnte der Traum vom mechanischen Rechnen bis ins 20. Jahrhundert nur für die Grundrechenarten verwirklicht werden.[9] Da solche Rechenmaschinen in

8 Dieser griechische Denkstil wird jedoch nicht strikt eingehalten und von Mathematikern wie Diophant von Alexandrien durchbrochen.

9 Leibniz entwarf eine Rechenmaschine basierend auf einer Staffelwalze, mit der alle vier Grundrechenarten ausgeführt werden konnten. Er präsentierte seine Maschine, die heute im Landesmuseum Hannover ausgestellt ist, 1675 der Pariser Académie Royale des Sciences. Später stellte er Re-

der Regel Einzelstücke waren, musste sich die Mehrheit der Forscher mit anderen Hilfsmitteln zufrieden geben. Um jedoch den ständig zunehmenden Bedarf an Berechnungen, der allein auf Papier nicht mehr effizient durchführbar war, zu bewältigen, wurde seit dem Mittelalter eine Vielzahl von mathematischen Hilfsmitteln entwickelt. Sie basieren auf zwei Traditionen des Rechnens: Der numerischen Berechnung auf Basis des indisch-arabischen Ziffernsystems und auf der grafischen Konstruktion von Zahlen basierend auf geometrischen Verfahren.

Für das Rechnen mit Zahlen wurden seit der Antike Hilfsmittel wie der Abakus, Rechensteine und Rechentücher benutzt. Als John Napier 1614 eine neue Rechentechnik, die er Logarithmus nannte, in Europa einführte, vereinfachte er damit das Rechnen mit Zahlen ganz entscheidend. Der Logarithmus ist die Umkehrung der Exponentialfunktion und ermöglicht es, die Division auf Subtraktion und die Multiplikation auf Addition zurückzuführen.[10] Bereits drei Jahre später veröffentlichte der Mathematiker Henry Briggs die ersten logarithmischen Tabellen, die er mit Hilfe von Napiers Rechenstäbchen berechnet hatte. Diese Tabellen ersparten die Mühe des Ausrechnens für einfachere Anwendungen und entwickelten sich zu weit verbreiteten Hilfsmitteln, die bereits hundert Jahre später zu Nachschlagewerken mit Millionen von Zahlen angewachsen waren. Beispielsweise enthielt der *Thesaurus Logarithmorum Completus* von Juri Vega Mitte des 18. Jahrhunderts bereits mehr als zwei Millionen Zahlen (vgl. Whittaker, Robinson 1967). Zehn Jahre nach Napires Einführung des Logarithmus entwickelte der Mathematiker Edmund Gunter eine logarithmisch angeordnete Skala, die auf einen Stab übertragen den bis dahin einfachen Rechenschieber als mechanisches Hilfsmittel weiter- entwickelte. Dabei wurden zwei Skalen auf zwei Stäben so angeordnet, dass man sie gegeneinander verschieben und Berechnungen ausführen konnte (vgl. Gunter 1624, Mayer 1908). Loga-

chenregeln für die Kalkulation mit Binärzahlen auf und entwarf einen mechanischen Digitalcomputer, den er jedoch nie baute (vgl. Leibniz 1703).

10 Darüber hinaus sind Logarithmen geeignet, um Integrale und Gleichungen mit unbekannten Exponenten zu berechnen. 1614 publizierte John Napier seine Schrift *Mirifici logarithmorum canonis descriptio ejusque usus in utraque trigonometria etc.* und führte damit das Rechnen mit Logarithmen ein. Hilfsmittel wie Napiers Rechenstäbchen erleichterten das Rechnen per Hand erheblich (vgl. Bryden 1992; Gladstone-Millar 2003). Ohne diese neue Rechentechnik hätte Johannes Kepler seine Berechnungen des Marsorbits, für die er vier Jahre benötigte, kaum zu seinen Lebzeiten schaffen können. Allerdings basierten Keplers Kenntnisse auf den Logarithmentafeln von Jost Bürgi, der diese parallel zu Napier entwickelt hatte. Kepler selbst schrieb 1611 ein Lehrbuch mit Tafeln, das 1624 unter dem Titel *Chilias logarithmorum* veröffentlicht wurde.

rithmische Tabellen und Rechenschieber gehörten bis Mitte des 20. Jahrhunderts zu den weit verbreitetsten mathematischen Hilfsmitteln, die in jedem Laboratorium und Ingenieurbüro zu finden waren, bevor elektronische Computer und Taschenrechner die Vielfalt der Rechenmethoden und -instrumente eliminierte.

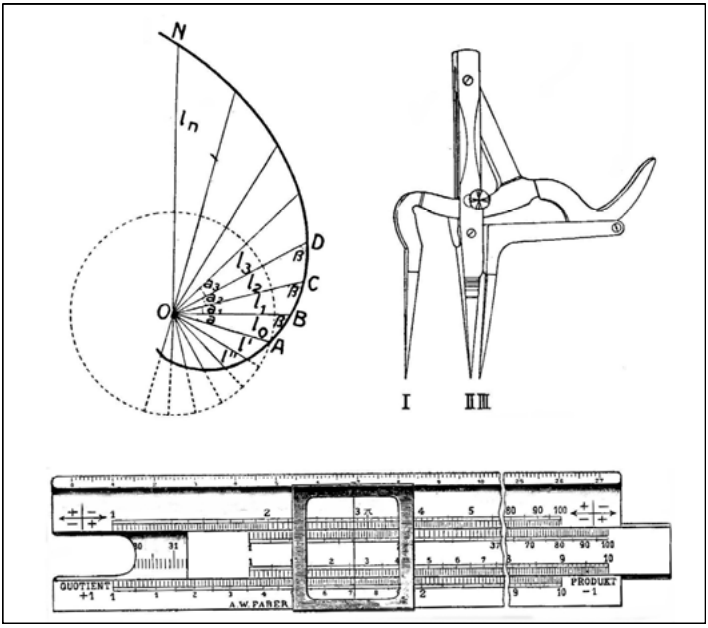

Abbildung 1: Logarithmische Spirale, logarithmischer Zirkel und logarithmischer Rechenschieber (Mayer 1908: 99, 102, 22)[11]

Eine ganz andere Methode, Berechnungen per Hand auszuführen, war das grafische Rechnen. Mit Zirkel, Lineal, Maßstab und anderen Zeichengeräten wurden reelle Zahlengrößen durch Strecken dargestellt. Neben der geometrischen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division ließen sich grafisch auch das Potenzieren und Radizieren ausführen. Im Laufe der Zeit entwickelten sich immer komplexere mechanische Apparate, um anspruchsvollere Rechenoperationen zu lösen. Es entstanden ästhetische Konstruktionen wie die logarithmische Spirale (s. Abbildung 1), die zum Radizieren von Quadratwurzeln diente und bereits von René Descartes und Jakob Bernouli untersucht wurde (vgl. Archibald 1918). Das grafi-

11 Das Deutsche Museum in München verfügt über eine der umfangreichsten Sammlungen mathematischer Instrumente weltweit.

sche Rechnen basierte auf der Verschmelzung von Geometrie und Algebra durch Descartes und brachte faszinierende Bilder hervor, welche die Ästhetik mathematischer Strukturen sichtbar machte. Diese Ästhetik der Mathematik hat bis heute nichts von ihrer Faszination verloren.

Trotz der Vielzahl verschiedener Methoden ließ sich das Rechnen bis Mitte des 20. Jahrhunderts nur teilweise an Maschinen und Hilfsmittel delegieren. Nichtsdestotrotz wurden Berechnungen zum Motor wissenschaftlicher und technischer Entwicklung, seit die Astronomen des Mittelalters mathematische Strukturen auf Naturvorgänge übertragen hatten. Allerdings widerspricht die damals angewandte Mechanik des Rechnens unserem heutigen Verständnis von Exaktheit. Grafische und logarithmische Rechenmethoden waren Näherungsverfahren. Die Exaktheit der Berechnungen war durch die Rechenmethoden, die Mechanik der Hilfsmittel und die Erfahrung des rechnenden Wissenschaftlers oder Ingenieurs begrenzt. Rechnen war ein Handwerk, dessen Güte an die taktile Geschicklichkeit und sinnliche Wahrnehmung gebunden war. „Die Benutzung des Rechenschiebers erfordert die richtige Schätzung von Abständen und da bildet ein Abstand von 0,1 mm etwa die Grenze des mit bloßem Auge Erkennbaren. Beim Einstellen oder Ablesen einer Zahl wird also ein mittlerer Längenfehler von 0,1 mm zu erwarten sein" (Runge/König 1924: 11).[12] Allerdings ließen sich „bei großer Übung und langsamerem Rechnen […] die Genauigkeitsergebnisse selbstredend bedeutend steigern. […] Andererseits muß sich der weniger Geübte mit schlechteren Resultaten begnügen" (Mayer 1908: 34). Die fortschreitende Entwicklung in Wissenschaft und Technik ließ jedoch nicht nur den Bedarf an Rechenpersonal immens steigen, sie erforderte auch immer exaktere Berechnungen. Daher lag die Idee einer Maschine in der Luft, die „[exact] algebraic patterns, just as the Jacquard-loom weaves flowers and leaves" (Lovelace 1842) erzeugen konnte, als Charles Babbage 1822 die Konstruktion seiner Difference Engine und später der komplexeren Analytical Engine begann. Motiviert wurde er durch die hohe Fehlerquote in den logarithmischen Tabellen. „I am thinking that all these tables (pointing to the logarithms) might be calculated by machinery" (Babbage 1989: 30, 31). Sein Konzept kam dabei den Entwürfen moderner Computer erstaunlich nahe: Babbage konzipierte mit der Analytical Machine einen frei programmierbaren Rechner, der zwischen Daten und Programm unterschied, und der über die 1805 von Joseph-Marie Jacquard für Webstühle entwickelten Lochkarten programmiert werden

12 Die Genauigkeit der graphischen Methoden basierte auf der Erkennbarkeit der markierten Koordinaten. Die Exaktheit der Logarithmen wurde durch die Länge der Rechenschieber begrenzt, der durchschnittlich siebenundzwanzig Zentimetern lang war und zu einem Fehler von 1/1250 führte.

sollte, wie es für die Digitalrechner bis in die 1960er Jahre üblich war. 1843 schrieb Ada Lovelace den ersten maschinentauglichen Algorithmus für Babbages Rechner. Aufgrund der Begrenzungen der Feinmechanik seiner Zeit konnte Babbage die Analytical Machine jedoch nie bauen und es gelang ihm auch nur drei Exemplare der Difference Engine zu realisieren, die jedoch alle nicht funktionstüchtig waren.

Abbildung 2: Werbung für eine Rechenmaschine, um 1900 (Mayer 1908: Anhang)

Es waren also nach wie vor einfachere Rechenmaschinen, wie in Abbildung 2 dargestellt, die für den alltäglichen Rechenbedarf an Grundrechenarten eingesetzt wurden. Im 18. Jahrhundert noch als Einzelexemplare in Handwerksbetrieben gebaut, entwickelte sich im 19. Jahrhundert eine blühende Industrie für mathematische Geräte. Beispielsweise produzierten die Thomas Werkstätten in Colmar mit dem Arithmometer den ersten mechanischen Tischrechner in Serie und lieferten bis 1878 weltweit mehr als 1.500 Stück davon aus. Damit versorgten sie die wachsenden Armeen menschlicher Rechner in den Rechensälen des Militärs, der Forschung und der Wirtschaft. Der Beruf des Computers war nicht nur ein Handwerksberuf. Das Rechnen war als arbeitsteilige Tätigkeit ein mechanischer Vorgang geworden, ähnlich der Fließbandarbeit eines Arbeiters in den aufkommenden Fabriken. „One eighteenth-century computer remarked that calculation required nothing more than ‚preserving industry and attention, which are not precisely the qualifications a mathematician is most anxious to be thought to posses'. It might be best described as ‚blue-collar science'" (Grier 2005: 4, 5). Heute sind vor allem die weiblichen Computer der Moore School of Engineering der Universität von Pennsylvania bekannt, die während des Zweiten Weltkriegs Tabellen für Raketenbahnen berechneten. An eben demselben Ort wurde 1946 ENIAC Electronic Numerical Integrator and Computer, einer der ersten elektronischen Computer, gebaut. Nicht nur der steigende Rechenbedarf oder die Absicht, den Menschen die eintönige Arbeit des Rechnens abzunehmen, waren ausschlaggebend für die forcierten Bemühungen, Computer zu bauen. Es waren ökonomische Gründe, die für eine Automatisierung sprachen:

"It seems that the [SSEC Self-Sequencing Electronic Computer von IBM] machine could be rented this fall for several weeks," schrieb der Computerpionier John von Neumann 1948. "The price is likely to be $300-$400 per hour of actual computing time. Regarding this price the following should be said: The machine multiplies (two 14 decimal digit numbers) in 20 msec. In parallel with this, it consumes 20 msec in sensing and obeying any kind of order. My judgment is that it takes 3 to 4 orders to ‚administer' a multiplication. Hence it is reasonable to allow about 70 msec, or with checking 140 msec per multiplication. This amounts to 7 multiplications per second, that is, 25.000 per hour. At $350 per hour, this is 1.4 cents per multiplication. In a human computing group a (10 decimal digit) multiplication (with a ‚Friden' or ‚Merchant') takes about 10 sec. […] Allowing $50 per computer-week and a factor 2 for general overheads, this gives 12.5 cents per multiplication. Hence, the SSEC is, at these prices, 12.5/1.4 = 9 times cheaper than a human computer group" (von Neumann 1948/1963: 665).[13]

Es ist diese Automatisierung des Rechnens, die den Anfang vom Ende des Rechnens per Hand, des Berufs des Computers und einer Fülle alternativer Rechenmethoden und Hilfsmittel markierte.

13 Die Friden wurde in den 1930er Jahren von Carl M. Friden entwickelt und von der Friden Calculating Machine Co., Inc. in den USA vertrieben. Die Marchant war ein Tischrechner der Marchant Calculating Machine Company, der 1911 erstmals vertrieben wurde.

Automatisierung des Rechnens

Die Entwicklungen des 17. Jahrhunderts hatten einen wachsenden Einfluss der Formalisierung und Mechanisierung auf Wissenschaft, Technik und Alltag zur Folge. Algorithmen, Kalküle, mechanische Instrumente, aber auch die Idee der industriellen, arbeitsteiligen Produktion stehen im Zeichen der regelbasierten Ordnung von Aktivitäten.[14] Ohne Formalisierung ist Mechanisierung nicht denkbar (vgl. Krämer 1988, 1991). Bereits 1637 stellte René Descartes in seiner Schrift *Von der Methode des richtigen Vernunftgebrauchs und der wissenschaftlichen Forschung* dafür die Regeln auf: „Niemals eine Sache als wahr anzuerkennen, von der ich nicht evidentermaßen erkenne, dass sie wahr ist […] Jedes Problem, das ich untersuchen würde, in so viele Teile zu teilen, wie es angeht und wie es nötig ist, um es leichter zu lösen […] Mit den einfachsten und am leichtesten zu durchschauenden Dingen zu beginnen, um so nach und nach, gleichsam über Stufen, bis zur Erkenntnis der zusammengesetztesten aufzusteigen, ja selbst in Dinge Ordnung zu bringen, die natürlicherweise nicht aufeinander folgen […] Überall so vollständige Aufzählungen und so allgemeine Übersichten auszustellen, daß ich versichert wäre, nichts zu vergessen“ (Descartes 1637/1960: 15, 16). Damit skizzierte Descartes das Vorgehen der neuzeitlichen Wissenschaft, indem sie in analytischer Weise alle Probleme in Teilprobleme und alle Lösungen in Lösungsschritte zerlegt. Das derart gewonnene und dargestellte Wissen, so die Hoffnung Descartes, würde für jedermann nachvollziehbar, wiederholbar und überprüfbar sein. Mit seiner Methode, die er der geometrischen Beweisführung entlehnte, sollten alle geometrischen und algebraischen Probleme lösbar seien, solange man diesen Regeln folgte. Jedes Kind könne, falls es die Regeln befolge, solche Probleme lösen: Warum nicht auch eine Maschine?

Descartes Methode basierte zwar auf einem mechanisierbarem Konzept des Problemlösens und damit auch des Rechnens, tatsächlich aber war die praktikable Delegation einer breiten Fülle von Problemlösungen an Maschinen mit dem damaligen Verständnis von algorithmischem, also regelbasiertem Problemlösen nicht möglich. Descartes Vorschlag erinnert heute eher an vage Kochrezepte als an maschinentaugliche Algorithmen. Tatsächlich dauerte es weitere zweihundert Jahre bis die Mathematikerin Ada Lovelace eine erste Maschinenanweisung für die von

14 Beispielsweise wäre Adam Smiths Werk *The Wealth of Nations* von 1776 ohne die Formalisierung und Mechanisierung von Abläufen nicht denkbar. Im 18. und 19. Jahrhundert kommt es zu einer regelrechten Normierungs- und Quantifizierungswut, die bis heute anhält (vgl. Porter 1988, 1996; Poovey 1998; Star, Bowker 2000).

Charles Babagge konzipierte, aber niemals gebaute Analytical Engine formulierte. 1843 schrieb sie: „I want to put in something about Bernoullis Numbers [...] as an example of how an implicit function may be worked out by the engine, without having been worked out by human head and hand" (Lovelace 1843). Bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts blieben Rechenmaschinen jedoch rein mechanische Geräte. Ihre Mechanik war mit den Operationen, die sie ausführen konnten, identisch. Oder in anderen Worten: Die Hardware war zugleich die Software. Beispielsweise basierte der Arithmometer auf einer Staffelwalze, die bereits 1627 von Leibniz erfunden worden war (vgl. Leibniz 1703). Die Verteilung der Zähne auf der Staffelwalze entsprach den mathematischen Operationen, welche die Maschine ausführen konnte. Doch über die vier Grundrechenarten kamen diese mechanischen Rechenmaschinen nie hinaus.[15] Daher bedurfte es anderer Hilfsmittel, um komplexe Operationen wie das Wurzelziehen oder das Lösen anspruchsvoller Gleichungen in einer einzigen Maschine zu automatisieren.

Diese Revolution des maschinellen Rechnens begann mit einem Gedankenexperiment des Mathematikers Alan Turing zur Frage, was ein Algorithmus denn genau sei. Turing gab keine Definition eines Algorithmus, sondern er konzipierte 1936 eine ideelle Maschine, die den Prozess des Schreibens selbst mechanisierte (vgl. Turing 1936; Church 1936). „Turing greift dazu auf seine Schulzeit zurück und beschreibt den Vorgang des Rechnens als Notieren von Zahlen nach festen Regeln in den Rechenkästchen karierter Schulhefte. Dies ist ein völlig mechanischer Prozeß, und Turing beschreibt ihn deshalb angemessen im Modell einer programmierten Maschine, der Turing-Maschine" (Coy 1994: 71). Die Turing-Maschine sollte Zeichen schreiben, lesen und löschen können, indem sie sich nach den Anweisungen eines Programms entlang eines Papierbandes von einem Feld zum nächsten bewegte. Jede Anweisung musste derart formuliert sein, dass sie schrittweise ausgeführt werden konnte. Dabei war das Ziel, eine Ausgangskonfiguration von Zeichen in endlich vielen Feldern in eine neue Konfiguration zu überführen. „If at each stage the motion of a machine [...] is completely determined by the configuration, we shall call the machine an ‚automatic machine' (a-machine)" (Turing 1936/1964: 118). Turing behauptete, dass jeder Algo-

15 Eine Ausnahme bilden mechanische Rechenmaschinen, die eine bestimmte Gleichung lösen konnten, beispielsweise zur Berechnung der Gezeiten. Als einzige frei programmierbare, mechanische Rechenmaschine kann Vannevar Bushs Differential Analyzer gelten, den er zwischen 1928 und 1932 am Massachusetts Institute of Technology entwickelte (vgl. Bush 1936).

rithmus, der diesen Regeln folgt, berechenbar und daher von einer frei programmierbaren Maschine ausführbar sei. Mit dem Konzept der Turing-Maschine spezifizierte er Descartes Regeln von 1637, wie ein Problem zu analysieren und zu lösen sei, und er verschob die Problematik, eine frei programmierbare Rechenmaschine zu bauen, von der Hardware auf die Software. Die Hardware musste lediglich in der Lage sein, in normierter Weise mit Symbolen umzugehen und diese gemäß einem Programm regelbasiert zu manipulieren. Doch Turings Idee einer a-Machine und Babbages Analytical Engine existierten lediglich auf dem Papier. Solange kein geeignetes Medium für die Ausführung unterschiedlichster Symboloperationen gefunden war, ließen sich diese Papiermaschinen nicht in die Realität umsetzen. Erst als die Mechanik durch Elektrik und später Elektronik ersetzt wurde, gelang es, solche frei programmierbaren Maschinen zu bauen. Führte die erste Medienwende von der Räumlichkeit der Zähl- und Rechenobjekte auf die Ebene des Papiers, so transformierte die zweite Medienwende die Statik des Papiers in das fluide Medium des Stroms. Der Computer als symbolverarbeitende Maschine simuliert dabei den Prozess des Schreibens selbst. Was geschrieben wird, hängt vom Programm ab. Doch erst in den 1940er Jahren begann die Geschichte der tatsächlich gebauten Computer mit Rechnern, die so groß waren, dass sie Maschinenhallen füllten: 1938 stellte Konrad Zuse seine Z1 und 1941 seine Z3 fertig, 1942 bauten John Atanasoff und Clifford Berry den ABC Computer sowie Howard H. Aiken Mark I, gefolgt von Tommy Flowers Colossus 1944, John Mauchlys und Presper Eckerts ENIAC 1946 und dem SSEC Rechner von IBM 1948 (vgl. Campbell-Kelly/Aspray 1996; Ceruzzi 1998; Ifrah 2001). Diese ersten Großrechner kamen ohne Software, Bildschirme oder Drucker aus. Sie konnten jedoch mehrere Operationen pro Sekunde ausführen, weshalb sie bald als Elektronengehirne bezeichnet wurden. Die Programmierung dieser Großrechner war schweißtreibende Arbeit. Für ENIAC beispielsweise, der aus 18.000 Vakuumröhren bestand, mussten Tausende von Steckverbindungen verkabelt werden. „Setting up the ENIAC meant plugging and unplugging a maze of cables and setting arrays of switches. In effect, the machine had to be rebuilt for each new problem it was to solve“ (Ceruzzi 1998: 21). Die Programmierer befanden sich buchstäblich in Mitten der Computer, die nicht annähernd die Leistungsfähigkeit eines heutigen Mikrochips hatten. Auch Computerbugs waren noch echte Käfer, die Kurzschlüsse verursachten. Grace Hopper, die erste Programmiererin des Harvard Computers Mark I, fand im September 1945 eine Motte in einer der Vakuumröhren und schrieb in das Entwicklungslogbuch: “First actual case of bug being found“ (Hopper 1945). Doch im Laufe der Jahre wurden die Rechner nicht nur schneller und einfacher in ihrer Bedienung, ihre Verbreitung nahm rapide zu. Bereits in den frühen 1960er Jahren waren weltweit Computer im Wert von rund 100 Millionen Dollar installiert. Automatisierung, Planung und Prognose industrieller Prozesse beanspruchten dabei die meiste Rechenzeit. 1969 eroberte die NASA mit einem IBM System/360 Großrechner, der 10.000 Operationen pro Sekunde ausführte, den Mond, und 2001 entschlüsselten Supercomputer das menschliche Genom. Die Supercomputer der TOP-500 Liste der weltweit schnellsten Rechner okkupieren nach wie vor hallengroße Gebäude und haben eigene Namen wie BlueGene/L, Earth Simulator, Red Storm, Frontier, Mare Nostrum oder Thunderbird (vgl. TOP-500 2008). Diese Number Cruncher führen Billionen von Operationen pro Sekunde aus und stoßen mittlerweile an ihre physikalischen Grenzen. Ein Vergleich zwischen frühen und aktuellen Computern zeigt: Wofür der Earth Simulator, von Juni 2002 bis Juni 2004 schnellster Rechner der Welt, sechs Tage Berechnungszeit benötigt, hätte einen Cray-1 Computer, schnellster Rechner des Jahres 1978, mehr als sieben Millionen Jahre beschäftigt. Menschliche Rechner müssten dafür bis in alle Ewigkeit rechnen. Diese Rechenkapazitäten werden heute nicht nur für die Automatisierung, die Planung oder den Betrieb von Benutzersoftware benötigt, sie werden hauptsächlich für die Ausführung numerischer Simulationen gebraucht. Neben allen Veränderungen, die der Computer für Wissenschaft und Technik in der Vergangenheit mit sich brachte, ist es die Entwicklung und Nutzung numerischer Simulationen, die Wissenschaft und Technik aktuell grundlegend revolutionieren. Numerische Simulationen erlauben es, auf Basis von Berechnungen Computerexperimente durchzuführen, in die Zukunft zu prognostizieren und die Natur zu optimieren – vorausgesetzt die Natur verhält sich wie die berechenbare Mechanik eines exakten Uhrwerks.

Numerische Simulation unbekannter Lösungen

Als Isaac Newton und Gottfried Wilhelm Leibniz Ende des 17. Jahrhunderts die Differentialrechnung erfanden und damit das Rechnen mit Unendlichkeiten operationalisierten, hatten sie sich sicherlich keine Vorstellung davon, welchen gewaltigen Einfluss ihre Entwicklung auf Wissenschaft, Technik und Alltag haben würde.[16] War die Beherrschung des Nichts die herausragende intellektuelle Leistung des frühen Mittelalters, so stellte die Beherrschung des Unendlichen die maßgebliche Leistung

16 Eine ausführliche Darstellung der Entwicklung des Differentialkalküls wird im nächsten Kapitel im Abschnitt Mathematisierung und Momentum gegeben.

am Übergang zur Neuzeit dar. Die Operationalisierung beider Konzepte mit Hilfe von Symbolen und Rechenregeln erlaubt es Wissenschaftlern und Ingenieuren, die Entwicklung von Prozessen in Raum und Zeit mathematisch zu beschreiben. Das Differentialkalkül ist dabei die maßgebliche Methode, um die Bewegung und Dynamik eines Geschehens darzustellen. Es nimmt Bezug auf die neuzeitliche Idee einer Welt, die wie die Mechanik eines exakten Uhrwerks funktioniert. 1814 formulierte Pierre-Simon de Laplace optimistisch: „Wir müssen also den gegenwärtigen Zustand des Weltalls als die Wirkung seines früheren Zustandes und andererseits als die Ursache dessen, der folgen wird, betrachten. Eine Intelligenz, welche für einen gegebenen Augenblick alle Kräfte, von denen die Natur belebt ist, sowie die gegenseitige Lage der Wesen, die sie zusammen setzen, kennen würde, und überdies umfassend genug wäre, um diese gegebenen Grössen einer Analyse zu unterwerfen, würde in derselben Formel die Bewegungen der grössten Weltkörper wie die des leichtesten Atoms ausdrücken: nichts würde für sie ungewiss sein und Zukunft wie Vergangenheit ihr offen vor Augen liegen. Der menschliche Geist bietet in der Vollendung, die er der Astronomie zu geben gewusst hat, ein schwaches Bild dieser Intelligenz“ (de Laplace 1814: Einleitung).

Das deterministische Wissenschaftsverständnis, wie es Laplace treffend beschrieb, resultierte aus der Entdeckung der Naturgesetze durch Galileo, Kepler und Newton: 1590 hatte Galileo das Gesetz der fallenden Körper formuliert, 1609 beschrieb Kepler das Gesetz der Planetenbewegung und 1687 verfasste Newton die drei fundamentalen Gesetze der Bewegung.[17] Basierend auf diesen Gesetzen wurde für die Wissenschaft das Verhalten der Natur in Form von Bewegungsgleichungen beschreibbar, und damit berechenbar und vorhersagbar. Im Kontext dieser mechanistischen Auffassung wurde Bewegung als Änderungsrate von Quantitäten im Verhältnis zu anderen Quantitäten artikuliert (dx/dy). Diese Verhältnisse lassen sich mit Differentialen auf Papier schreiben oder als Kurven grafisch darstellen. Zahlreiche mathematische Modelle wissenschaftlicher Sachverhalte basieren seither auf Differentialgleichungen. Um diese Modelle zu berechnen, müssen aus den Gleichungen Lösungsfunktionen analytisch abgeleitet werden, die dann das Verhalten des realweltlichen Systems für jeden Moment beschreiben. Berechnen ist hier algebraisch, als Umformung von Gleichungen in allgemein gültige exakte, d.h. für alle Raum- und Zeitpunkte geltende Lösungsfunk-

17 Galileo formulierte 1590 in *De motu antiquiora* die Fallgesetze, Kepler beschrieb 1609 in *Astronomia Nova* die Bewegung der Planeten auf eliptischen Bahnen und Netwon postulierte 1687 in seinem Werk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* die Bewegungsgesetze.

tionen, zu verstehen. Indem Zahlwerte in die Lösungsfunktion eingesetzt werden, lassen sich diese dann für konkrete Problemstellungen numerisch berechnen und in die Zukunft extrapolieren. Auf diese Weise werden die Umlaufbahnen von Planeten, die ballistischen Kurven von Kanonenkugeln oder der Landeanflug einer Marssonde berechen- und vorhersagbar.

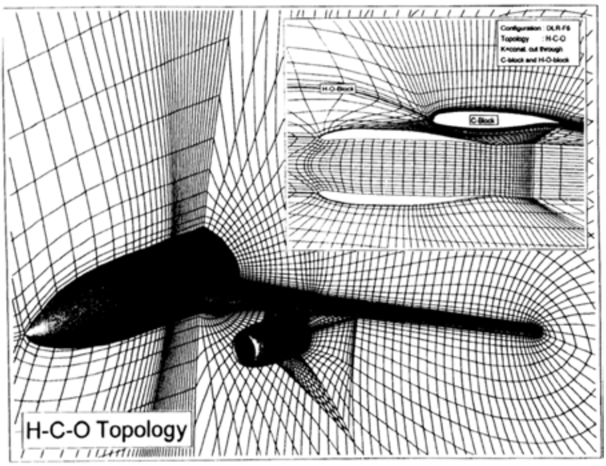

Abbildung 3: Berechnungsgitter für die numerische Simulation der Strömung um ein Flugzeu, (SCAI Report 1998: 16)

Eines der wichtigsten Differentialgleichungssysteme der Wissenschaft sind die Navier-Stokes-Gleichungen, die in Form nicht-linearer Differentialgleichungen zweiter Ordnung das Strömungsverhalten von Flüssigkeiten und Gasen beschreiben. Diese Gleichungen der Strömungsmechanik finden in der Meteorologie, der Physik und der Technik eine breite Anwendung und gehen auf die Arbeiten der Physiker Claude-Louis Navier und George Gabriel Stokes Mitte des 19. Jahrhunderts zurück (vgl. Navier 1822, Stokes 1845). Das Problem der Strömungsdynamik ist jedoch, dass diese Gleichungen nur für stark idealisierte Randbedingungen analytisch lösbar sind, beispielsweise für langsam fließende Flüssigkeiten in einem geraden Rohr ohne Reibung und Hindernisse. Soll jedoch die Strömung für realistischere Randbedingungen wie Hindernisse in der Strömung, raue Oberflächen oder geknickte Rohre berechnet werden, dann werden die Gleichungen zu komplex, um sie analytisch lösen zu können. Dies bedeutet, dass sich keine Lösungsfunktion aus den Gleichungen ableiten lässt, dass man die exakte Lösung also nicht kennt. Diese komplexen, aber analytisch unlösbaren Gleichungen sind jedoch für viele Bereiche der Wissenschaft und Technik unverzichtbar, soll das Wetter von Morgen, die Klimaentwicklung der nächsten Jahrzehnte oder die Strömung um einen Flugzeugflügel berechnet werden.

Die mathematische Alternative zur analytischen Lösung ist nun die numerische Simulation der Gleichungen. Dabei wird keine exakte Lösungsfunktion algebraisch abgeleitet, sondern die Variablen der Gleichung werden numerisch berechnet. Möglich wird dies, indem die Gleichungen mit numerischen Werten – Zahlenwerte, die meist aus Messungen stammen – initialisiert und von Zeitschritt zu Zeitschritt für einzelne Berechnungspunkte, wie in Abbildung 3 dargestellt, berechnet werden. Dabei liegt der numerischen Simulation die Idee zugrunde, dass je höher die Auflösung der raum-zeitlichen Berechnungen ist – also je dichter das Netz an Berechnungspunkten und die Anzahl der Zeitschritte wird – desto mehr nähert sich die approximierte Lösung der exakten, aber unbekannten Lösung an. Die Simulation simuliert so zusagen numerisch die unbekannte algebraische Lösung. Simulationen sind daher immer nur Näherungsverfahren und sie gelten nur für den berechneten Raum-Zeit-Ausschnitt auf Basis der gewählten Anfangswerte, mit welchen sie initialisiert wurden. Solche numerischen Simulationen können zwar für sehr grobe Berechnungsgitter und sehr einfache Gleichungen prinzipiell per Hand berechnet werden, so wie dies Lewis Fry Richardson in den 1920er Jahren versuchte. Angesichts des enormen Rechenaufwandes für etwas komplexere Gleichungen und Randbedingungen sowie höhere Auflösungen bedarf es jedoch leistungsfähiger automatischer Rechenmaschinen. Denn je feiner die Auflösung, aber auch je mehr Variablen und realitätsnahe Annahmen berücksichtigt werden, desto höher ist der Rechenaufwand. Beispielsweise werden heutige Klimamodelle global gerechnet, mit einer Auflösung von hundert Kilometern. Die Simulationen durchlaufen für diese Berechnungen allein für einen Zeitschritt bereits Millionen von Rechenoperationen. Selbst heutige Supercomputer benötigen einen ganzen Tag, um die Klimaentwicklung für drei Jahre zu simulieren, denn pro simuliertem Jahr müssen einige Quadrillionen Berechnungen durchgeführt werden. Daher verwundert es nicht, dass es die neue Rechentechnik der Simulation ist, die von Beginn an die Computerentwicklung angetrieben hat und dies bis heute tut. Anfangs aus militärischen Notwendigkeiten des zweiten Weltkrieges, aber bald danach aufgrund wissenschaftlicher, technischer und industrieller Erfordernisse. Was mit der Revolution des Rechnens und den mechanischen Recheninstrumenten im Mittelalter begann, hat sich mittlerweile zu komplexen Berechnungen auf Basis umfangreicher Simulationsmodelle und Number Crunchern enormen Ausmaßes entwickelt. Ziel dieser Berechnungen ist nichts weniger als die Natur in Form numerischer Computerexperimente zu optimieren und die Zukunft vorherzusagen. Doch diese Computerexperimente bergen ein Problem in sich.

Blickt man auf die historische Entwicklung des Rechnens zurück, so enthüllt sich der mechanistische und deterministische Blick der Wissenschaften auf die Welt. Dieser Blick wurde spätestens mit Newtons Werk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* von 1687 in seinem vollen Ausmaß deutlich. Mit dieser Schrift verankerte er die Idee, nach der alles, was berechenbar ist, auch wissenschaftlich wahr ist. Motiviert wurde er dabei von Keplers Berechnung und erfolgreicher Vorhersage der Bahn zweier Planeten. Doch was als Newtons Traum von einem deterministischen und komplett berechenbaren Universums begann, wandelte sich zweihundert Jahre später in einen Alptraum. Der Mathematiker Henri Ponicaré konnte 1889 in seiner Antwort auf die Preisfrage von Schwedens König Oskar II nach der Stabilität des Sonnensystems nachweisen, dass sich bereits ein Drei-Körper-System instabil und chaotisch verhalten kann und dass das Sonnensystem als Mehr-Körper-System irgendwann kollabieren würde (vgl. Poincaré 1891).

„Würden wir die Gesetze der Natur und den Zustand des Universums für einen gewissen Zeitpunkt genau kennen, so könnten wir den Zustand dieses Universums für irgendeinen späteren Zeitpunkt genau voraussagen. Aber selbst wenn die Naturgesetze für uns kein Geheimnis mehr enthielten, können wir doch den Anfangszustand immer nur näherungsweise kennen. Wenn wir dadurch in den Stand gesetzt werden, den späteren Zeitpunkt mit dem selben Näherungsgrade vorauszusagen, so ist das alles, was man verlangen kann; wir sagen dann: die Erscheinung wurde vorausgesagt, sie wird durch die Gesetze bestimmt. Aber es ist nicht immer so; es kann der Fall eintreten, dass kleine Unterschiede in den Anfangsbedingungen große Unterschiede in den späteren Erscheinungen bedingen; ein kleiner Irrtum in den ersteren kann einen außerordentlich großen Irrtum für die letzteren nach sich ziehen. Die Vorhersage wird unmöglich und wir haben eine ‚zufällige Erscheinung'" (Poincaré 1908/1973: 56-57).

Die Vorstellung eines instabilen Sonnensystems schockierte Poincarés Zeitgenossen zutiefst. Der strenge Determinismus Newtons, ein Universum, in dem sich alle Objekte in vorhersagbaren Bahnen bewegen, löste sich vor ihren Augen in Chaos auf und damit der Traum neuzeitlicher Wissenschaft, die Welt exakt berechnen und prognostizieren zu können. Wenn selbst kleine Unterschiede in den Anfangsbedingungen große Unterschiede in den späteren Erscheinungen bedingen konnten, so ließ das ungenaue Wissen über die Naturgesetze und Anfangszustände es nicht zu auf den Endzustand zu schließen. Dies stand konträr zur deterministischen Doktrin linearer Systeme, in welcher kleine Unterschiede in den Anfangsbedingungen ebenso kleine und vor allem genau berechenbare Unterschiede in den späteren Erscheinungen bedingen. Das idealisierte Zwei-Körper-System mit perfekten Kugelplaneten, wie es Kepler für seine Planetenbahn berechnet hatte, verhielt sich linear, solange es keinen störenden Einfluss gab. Ein Drei-Körper-System verhält sich durch den Einfluss des dritten Körpers bereits nicht mehr linear und damit, unter bestimmten Umständen, chaotisch. Exakte und damit sichere Prognosen sind für Drei-Körper-Systeme nicht möglich, da bereits jede Messung Ungenauigkeiten in sich birgt. Die Simulation des Wetters, des Klimas oder von Molekülen beschreibt Systeme, die um ein Vielfaches komplexer sind. Die moderne Wissenschaft muss sich daher von der Idee einer exakt berechenbaren und vorhersagbaren Welt verabschieden, unabhängig davon wie leistungsfähig die Computer sind oder in Zukunft noch werden. Daraus folgt, dass Prognosen für komplexe Systeme prinzipiell von Unsicherheiten gekennzeichnet sind. Selbst wenn sich die Welt gemäß des strengen Determinismus eines Newton oder Laplace verhalten würde, die Wissenschaft könnte sie mit ihren mathematischen Modellen und schnellen Computern niemals exakt berechnen.