

Zur Durchstanztragfähigkeit loch- randgestützter Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche

Torsten Welsch

Dieses Werk ist einschließlich aller seiner Teile urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die über die engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes hinausgeht, ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen sowie die Speicherung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen und Handelsnamen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass solche Bezeichnungen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und deshalb von jedermann benutzt werden dürften.

Soweit in diesem Werk direkt oder indirekt auf Gesetze, Vorschriften oder Richtlinien (z.B. DIN, VDI) Bezug genommen oder aus ihnen zitiert worden ist, kann der Verlag keine Gewähr für Richtigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität übernehmen.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2013, ISBN 978-3-8167-9002-0

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau IRB

Postfach 80 04 69
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de

Zur Durchstanztragfähigkeit lochrandgestützter Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche

**Vom Fachbereich D (Abteilung Bauingenieurwesen) der
Bergischen Universität Wuppertal angenommene**

Dissertation

zur

**Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)**

von

Torsten Welsch

aus Hennef

Wuppertal, April 2013

Kurzfassung

Punktgestützte Stahlbetonflachdecken haben sich aufgrund zahlreicher wirtschaftlicher, konstruktiver und architektonischer Vorzüge als fester Bestandteil des Hochbaus etabliert. In jüngerer Zeit werden neben konventionellen Stahlbetonstützen auch besonders tragfähige Verbund- und Schleuderbetonstützen sowie Stützen aus hochfestem Beton als Auflagerelemente eingesetzt. Für diese Konstruktionsarten wurden Knotendetails entwickelt, bei denen die Lastdurchleitung durch den Stützen-Decken-Knoten über im Querschnitt reduzierte, hochfeste Kerne erfolgt, die die Decke durchdringen. Für die Einleitung der Deckenlast in die Stütze steht hier nicht der gesamte Stützenquerschnitt zur Verfügung, sondern nur eine reduzierte Lasteinleitungsfläche in der Stützenrandzone. Die Auflagerung ist dann nicht mehr kontinuierlich punktgestützt, sondern es stellt sich eine Lochrandstützung mit kleiner Lasteinleitungsfläche ein.

Während der Versagensmechanismus und die wesentlichen Einflussfaktoren beim Durchstanzen normal punktgelagerter Platten bekannt sind und hierfür zahlreiche theoretische Modelle hergeleitet wurden, ist die Anzahl der Untersuchungen an lochrandgestützten Platten überschaubar. Die vorliegenden Arbeiten wurden hauptsächlich im Zusammenhang mit dem Hubdeckenverfahren verfasst und sind aufgrund verschiedener Aspekte ungeeignet, um das Durchstanzen bei lochrandgestützten Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche zu beschreiben.

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Tragverhalten lochrandgestützter Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche mittels FEM-Simulationen untersucht. Auf Grundlage der Simulationsergebnisse werden Bemessungsvorschläge für verschiedene Konstruktionsarten angegeben. Abschließend werden Vorschläge für ein Versuchsprogramm und einen Versuchsaufbau gemacht, mit denen die Simulationsergebnisse in einem zweiten Schritt überprüft werden können.

Abstract

Flat slabs have been established due to a number of economic, structural and architectural advantages as an integral part of building construction. More recently, in addition to conventional reinforced concrete columns also composite and spun concrete columns and columns of high-strength concrete are used as supports. Characteristic of these kinds of constructions is that the load transmission through the node between column and slab is made by high-strength cores with a reduced cross-section, which penetrate the slab. The reaction force of the slab then is passed to the column by a small load application area in the fringe of the column. These slabs are characterized as hole edge supported slabs with a small load application area.

While the failure mechanism and the essential factors in normal flat slabs are well known and numerous theoretical models for this purpose have been developed, there is only a small number of investigations on hole edge supported slabs. These papers were mainly written relating to lift slabs. Due to several aspects, they are unsuitable to describe the punching in hole edge supported slabs with a small load application area.

In this paper the structural behavior of hole edge supported slabs with a small load application area is investigated by means of FEM simulations. Based on the simulation results, design approaches are proposed for different kinds of construction. Finally, suggestions for a test series and a test set-up are made in order to check the simulation results in a second step.

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand in den Jahren 2010 bis 2012 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehr- und Forschungsgebiet „Massivbau & Tragkonstruktionen“ der Bergischen Universität Wuppertal.

Mein besonderer Dank gilt dem Inhaber des Lehrstuhls, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. M. Held, für die Idee zu dieser Arbeit, die zahlreichen interessanten Gespräche und seine stete Unterstützung während meiner Forschungstätigkeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. A. Goris danke ich für das große Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Koreferats, ebenso den weiteren Mitgliedern der Prüfungskommission, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. S. Anders (Vorsitz) und Herrn Univ.-Prof. Dr. rer. nat. A. Seyfried.

Bedanken möchte ich mich auch bei meinen Kolleginnen und Kollegen am Lehr- und Forschungsgebiet „Massivbau & Tragkonstruktionen“ für das angenehme Arbeitsklima und die freundschaftliche Zusammenarbeit.

Ich bedanke mich bei meinen Eltern dafür, dass sie mir meinen beruflichen Werdegang ermöglicht und mich dabei immer bedingungslos unterstützt haben. Meiner Frau Britta und meiner Tochter Maja bin ich für ihre immerwährende moralische Unterstützung von Herzen dankbar.

Wuppertal, im April 2013

Torsten Welsch

Tag der Einreichung: 12. Oktober 2012
Tag der mündlichen Prüfung: 12. März 2013

Prüfungskommission:

1. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Markus Held, Bergische Universität Wuppertal
2. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Alfons Goris, Universität Siegen
Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Steffen Anders, Bergische Universität Wuppertal
Weiteres Mitglied: Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Armin Seyfried, Bergische Universität Wuppertal

Inhaltsverzeichnis

1	EINFÜHRUNG	1
1.1	EINLEITUNG UND PROBLEMSTELLUNG	1
1.2	KONSTRUKTIONSARTEN MIT LOCHRANDSTÜTZUNG UND KLEINER LASTEINLEITUNGSFLÄCHE	3
1.2.1	Verbundstützen mit eingestelltem Stahlprofil	4
1.2.2	Kompaktstütze (CC) System DYWIDAG®.....	7
1.2.3	Schleuderbetonstütze System MABA®.....	9
1.2.4	Schleuderbetonstützen System EUROPOLES®.....	10
1.3	BERÜCKSICHTIGUNG DER LOCHRANDSTÜTZUNG IN REGELWERKEN	12
1.4	FAZIT KAPITEL 1	12
2	STAND DER FORSCHUNG	13
2.1	DURCHSTANZEN: DEFINITION, VERSAGENSMECHANISMUS UND EINFLUSSFAKTOREN	13
2.1.1	Betonart.....	16
2.1.2	Statische Nutzhöhe	17
2.1.3	Biegebewehrung.....	18
2.1.4	Betonnormalspannung	19
2.1.5	Stützenlage	19
2.1.6	Stützengeometrie	21
2.1.7	Durchstanzbewehrung	21
2.2	DURCHSTANZMODELL VON MUTTONI (SCHWEIZ, 2008)	26
2.2.1	Versagenskriterium nach der Theorie der kritischen Schubrissbreite.....	27
2.2.2	Ermittlung der Last-Rotations-Beziehung	29
2.2.3	Erweiterung der CSCT auf Platten mit Durchstanzbewehrung.....	34
2.3	BISHERIGE UNTERSUCHUNGEN ZUM DURCHSTANZTRAGVERHALTEN LOCHRANDGESTÜTZTER PLATTEN	39
2.4	FAZIT KAPITEL 2	44
3	EIGENE UNTERSUCHUNGEN MITTELS FEM-BERECHNUNGEN.....	45
3.1	KONZEPT FÜR DIE FEM-UNTERSUCHUNGEN.....	45
3.1.1	Geometrie.....	45
3.1.2	Elementauswahl und Diskretisierung	46
3.1.3	Werkstoffgesetze für die physikalisch nichtlineare Berechnung.....	48
3.1.4	Belastung.....	49
3.1.5	Berechnung	49
3.1.6	Kriterien für die Auswahl von Fremdversuchen zu normal punktgestützten Platten	54
3.2	DURCHSTANZVERSUCH P1 VON SCHAEIDT, LADNER UND RÖSLI (SCHWEIZ, 1967)	55
3.2.1	Geometrie und Materialeigenschaften im Versuch.....	55
3.2.2	Versuchsaufbau und -ablauf	56
3.2.3	Versuchsergebnisse.....	56
3.2.4	Diskretisierung.....	59
3.2.5	Werkstoffparameter für die FEM-Berechnung	61
3.2.6	Berechnung	63
3.2.7	Ergebnisse der FEM-Berechnungen	63
3.3	DURCHSTANZVERSUCH S2.2 VON TOLF (SCHWEDEN, 1988).....	72
3.3.1	Geometrie und Materialeigenschaften im Versuch.....	72
3.3.2	Versuchsaufbau und -ablauf	73
3.3.3	Versuchsergebnisse.....	74
3.3.4	Diskretisierung.....	77

3.3.5	<i>Werkstoffparameter für die FEM-Berechnung</i>	78
3.3.6	<i>Berechnung</i>	79
3.3.7	<i>Ergebnisse der FEM-Berechnungen</i>	79
3.4	DURCHGEFÜHRTE PARAMETERSTUDIEN IN HINBLICK AUF LOCHRANDSTÜTZUNG	87
3.4.1	<i>Lochrandstützung bei Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte</i>	88
3.4.2	<i>Lochrandstützung bei Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte</i>	106
3.4.3	<i>Lochrandstützung mit Stahlkern und daran fixierter Längsbewehrung</i>	122
3.5	FAZIT KAPITEL 3	133
4	BEMESSUNGSVORSCHLAG	137
4.1	LOCHRANDGESTÜTZTE PLATTEN MIT EINEM SACKLOCH IN PLATTENMITTE	137
4.2	LOCHRANDGESTÜTZTE PLATTEN MIT EINEM STAHLKERN IN PLATTENMITTE	145
4.3	LOCHRANDGESTÜTZTE PLATTEN MIT EINEM STAHLKERN UND DARAN FIXIERTER BEWEHRUNG	148
4.4	FAZIT KAPITEL 4	150
5	KONZEPTION EINER VERSUCHSREIHE UND EINES VERSUCHSAUFBAUS	152
5.1	ENTWURF EINER VERSUCHSREIHE	152
5.2	KONZEPTION EINES VERSUCHSTANDS	158
5.3	DURCHFÜHRUNG UND AUSWERTUNG DER VERSUCHE	161
5.4	FAZIT KAPITEL 5	163
6	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	164
7	LITERATURVERZEICHNIS	169

Einheiten und Bezeichnungen

Nachstehend werden die wichtigsten in dieser Arbeit verwendeten Einheiten und Formelzeichen angegeben. Nicht aufgeführte Bezeichnungen werden im Text erläutert.

Einheiten:

Kräfte:	kN, MN
Momente:	kNm
Spannungen:	KPa, MPa
Längen:	mm, cm, m
Flächen:	mm ² , cm ² , m ²
Winkel:	rad, Grad

Bezeichnungen:

Kleine lateinische Buchstaben

<i>c</i>	Stützenbreite, Stützendurchmesser
<i>d</i>	statische Nutzhöhe
<i>h</i>	Bauteilhöhe
<i>e</i>	Lastausmitte
<i>l</i>	Stützweite
<i>r</i>	Radius
<i>u</i>	kritischer Rundschnitt im Abstand $d/2$ vom Anschnitt
<i>w</i>	Durchbiegung
<i>x</i>	Druckzonenhöhe

Große lateinische Buchstaben

<i>E</i>	Elastizitätsmodul
<i>G</i>	Schubmodul
<i>V</i>	Stützenlast

Kleine lateinische Buchstaben mit Indizes

c_x, c_y	Abmessungen einer Rechteckstütze
d_{col}	Durchmesser einer kreisrunden Stütze
d_{core}	Durchmesser eines Stahlkerns
d_{fixed}	Durchmesser eines Stahlkerns mit daran fixierter Betonstahlbewehrung
d_g	Größtkorndurchmesser
d_{hole}	Durchmesser eines Sacklochs
d_s	Stabdurchmesser der Betonstahlbewehrung
f_c	Einaxiale Zylinderdruckfestigkeit des Betons
f_{ck}	Charakteristische Zylinderdruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen
$f_{cm, cube150}$	Mittelwert der Betondruckfestigkeit eines Würfels mit 150 mm Kantenlänge nach 28 Tagen

$f_{cm,cube200}$	Mittelwert der Betondruckfestigkeit eines Würfels mit 200 mm Kantenlänge nach 28 Tagen
$f_{cm,cyl}$	Mittelwert der einaxialen Zylinderdruckfestigkeit des Betons
f_{ct}	zentrische Zugfestigkeit des Betons
$f_{ct,fl}$	Biegezugfestigkeit des Betons
f_{ctm}	Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons
f_{tk}	Charakteristische Zugfestigkeit der Betonstahlbewehrung
f_y	Streckgrenze der Betonstahlbewehrung
f_{yw}	Streckgrenze der Durchstanzbewehrung
$f_{ywd,ef}$	wirksamer Bemessungswert der Streckgrenze der Durchstanzbewehrung
k_{core}	Abminderungsbeiwert zur Ermittlung der rechnerischen Versagenslast lochrandgestützter Platten mit einem Kern in Plattenmitte
$k_{hole,2}$	Abminderungsbeiwert zur Ermittlung der rechnerischen Versagenslast lochrandgestützter Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte, bilinearer Ansatz
$k_{hole,3}$	Abminderungsbeiwert zur Ermittlung der rechnerischen Versagenslast lochrandgestützter Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte, kubischer Ansatz
l_{col}	Stützenlänge
l_w	Länge des schubbewehrten Bereichs
m_{cr}	Rissmoment
m_r	radiales Plattenmoment (erzeugt Dehnungen in radialer Richtung / tangentielle Risse)
m_t	tangentiales Plattenmoment (erzeugt Dehnungen in tangentialer Richtung / radiale Risse)
r_c	Radius einer kreisrunden Stütze
r_q	Radius der Lasteinleitungspunkte
r_s	Außenradius eines kreisrunden Deckenausschnitts
s_r	radialer Abstand einer Durchstanzbewehrungsreihe
u_0	Stützenumfang
u_1	Umfang des kritischen Rundschnitts
$u_{out,ef}$	Umfang des äußeren Rundschnitts
v_{min}	Mindestwert des Querkraftwiderstands
v_q	über den Umfang verteilte Belastung eines kreisrunden Deckenausschnitts
$v_{Rd,c}$	Bemessungswert des Durchstanzwiderstands längs des kritischen Rundschnitts einer Platte ohne Durchstanzbewehrung
$v_{Rd,c,core}$	Bemessungswert des Durchstanzwiderstands längs des kritischen Rundschnitts einer lochrandgestützten Platte mit einem Kern in Plattenmitte ohne Durchstanzbewehrung
$v_{Rd,c,hole}$	Bemessungswert des Durchstanzwiderstands längs des kritischen Rundschnitts einer lochrandgestützten Platte mit einem Sackloch in Plattenmitte ohne Durchstanzbewehrung
$v_{Rd,cs}$	Bemessungswert des Durchstanzwiderstands für Platten mit Durchstanzbewehrung
$v_{Rd,c,out}$	Bemessungswert des Durchstanzwiderstands längs des äußeren Rundschnitts einer Platte mit Durchstanzbewehrung
$v_{Rd,max}$	Bemessungswert des maximalen Durchstanzwiderstands je Flächeneinheit längs des Stützenumfangs
$v_{Rd,s}$	Bemessungswert des Durchstanzwiderstands der Durchstanzbewehrung

w_k	Rissbreite
$x_{5\%}$	5%-Quantil
x_m	Mittelwert

Große lateinische Buchstaben mit Indizes

A_c	Betonquerschnittsfläche
A_{col}	Stützenquerschnittsfläche
A_{Load}	Lasteinleitungsfläche
$A_{Load,red}$	Infolge Lochrandstützung reduzierte Lasteinleitungsfläche
A_{sw}	Querschnittsfläche der Durchstanzbewehrung in einer Bewehrungsreihe
E_c	Elastizitätsmodul des Betons
E_{cm}	Mittelwert des Elastizitätsmoduls des Betons
E_{c0m}	Mittelwert des Elastizitätsmoduls des Betons als Tangente im Ursprung der Spannungs-Dehnungsline nach 28 Tagen
EI_0	Biegesteifigkeiten vor Erstrissbildung
EI_1	Biegesteifigkeiten nach Erstrissbildung
E_s	Elastizitätsmodul der Betonstahlbewehrung
G_f	Bruchenergie
$V_{E,k}$	charakteristischer Wert der Stützenlast
V_{flex}	bei Erreichen der Biegetragfähigkeit wirkende Querkraft
$V_{R,cs}$	Durchstanztragfähigkeit im durchstanzbewehrten Bereich
$V_{R,out}$	Durchstanztragfähigkeit außerhalb des durchstanzbewehrten Bereichs
$V_{R,max}$	Durchstanztragfähigkeit der Druckstrebe
V_u	Versagenslast
$V_{u,core}$	Versagenslast einer lochrandgestützten Platte mit Kern in Plattenmitte
$V_{u,core,cal}$	rechnerische Versagenslast einer lochrandgestützten Platte mit Kern in Plattenmitte
$V_{u,core,EC}$	rechnerische Versagenslast einer lochrandgestützten Platte mit Kern in Plattenmitte unter Verwendung eines Ansatzes nach Eurocode 2
$V_{u,disp}$	Versagenslast einer Vollplatte mit ausgelagerter Bewehrung
$V_{u,fixe d}$	Versagenslast einer lochrandgestützten Platte mit Kern und daran fixierter Längsbewehrung in Plattenmitte
$V_{u,fixe d,cal}$	rechnerische Versagenslast einer lochrandgestützten Platte mit Kern und daran fixierter Längsbewehrung in Plattenmitte
$V_{u,fixe d,EC}$	rechnerische Versagenslast einer lochrandgestützten Platte mit Kern und daran fixierter Längsbewehrung in Plattenmitte unter Verwendung eines Ansatzes nach Eurocode 2
$V_{u,hole}$	Versagenslast einer lochrandgestützten Platte mit Sackloch in Plattenmitte
$V_{u,hole,cal2}$	rechnerische Versagenslast einer lochrandgestützten Platte mit Sackloch in Plattenmitte unter Verwendung eines bilinearen Ansatzes
$V_{u,hole,cal3}$	rechnerische Versagenslast einer lochrandgestützten Platte mit Sackloch in Plattenmitte unter Verwendung eines kubischen Ansatzes
$V_{u,hole,EC}$	rechnerische Versagenslast einer lochrandgestützten Platte mit Sackloch in Plattenmitte unter Verwendung eines Ansatzes nach Eurocode 2

Griechische Buchstaben

α	Winkel zwischen Durchstanzbewehrung und Plattenebene
β	Lasterhöhungsfaktor zur Berechnung des Bemessungswerts der Stützenlast
β	Faktor zur Abminderung des Schubmoduls infolge Rissbildung
γ	Schubverzerrung
ε	Dehnung
κ	Korrekturfaktor zur Berücksichtigung des Maßstabeffekts
μ	<i>COULOMB</i> 'scher Reibungskoeffizient
μ	Querdehnzahl
σ	Spannung
φ	Reibungswinkel
ψ	Plattenrotation
χ	Krümmung

Griechische Buchstaben mit Indizes

$\Delta\varphi$	Winkel eines Sektorelements
Δu	Relativverschiebung
ε_c	Betondehnung
ε_{cr}	Dehnung bei Erreichen der Betonzugfestigkeit
ε_s	Betonstahldehnung
ε_u	prozentuale Betonstahldehnung bei Höchstkraft
η_l	Beiwert für Leichtbeton
ρ_l	Geometrischer Längsbewehrungsgrad
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptspannungen
σ_{cp}	Spannung im Beton aus Normalkraft oder Vorspannung
σ_s	Spannung in der Betonstahlbewehrung
σ_x	Standardabweichung
χ_r	radiale Krümmung
χ_t	tangentiale Krümmung

Abbildungen

Bild 1-1: Knotenpunkt normalfeste Decke – hochfeste Stütze	3
Bild 1-2: Unterscheidung der unterschiedlichen Lagerungsarten	4
Bild 1-3: Mantelrohr und Einstellprofil durchlaufend (aus [12])	5
Bild 1-4: Mantelrohr unterbrochen, Einstellprofil durchlaufend (aus [12])	5
Bild 1-5: Mantelrohr und Einstellprofil unterbrochen (aus [12])	6
Bild 1-6: Stoß der eingestellten Stahlprofile oberhalb der Decke [13]	6
Bild 1-7: Beispiel für die Ausführung einer Verbundstütze mit großem Kern (aus [15])	7
Bild 1-8: DYWIDAG Kompaktknoten [®] (aus [4])	8
Bild 1-9: Detailschnitt DYWIDAG Kompaktknoten [®] (aus [17])	9
Bild 1-10: Schleuderbetonstütze mit Deckenknoten System MABA [®] (aus [19])	10
Bild 1-11: Ausführung des Knotens Schleuderbetonstütze – Decke mit Baustahlkonstruktion (nach [22])	10
Bild 1-12: Knoten mit durchgehender Stützenbewehrung mit großem Betonstahlquerschnitt (nach [23])	11
Bild 2-1: Bruchkegelquerschnitt bei Bauteilen unterschiedlicher Schlankheit (nach [36])	13
Bild 2-2: Bruchbild einer zentrisch belasteten Innenstützen-Verbindung (nach [39])	14
Bild 2-3: Verformungen im Durchstanzbereich (nach [40])	14
Bild 2-4: Qualitativer Verlauf der Last-Dehnungs-Kurven (nach [42])	15
Bild 2-5: Bogen-Zugband-System (C = compression / Druck, T = tension / Zug)	16
Bild 2-6: Kraftfluss in Normal- und Leichtbeton auf der Meso-Ebene (nach [36])	17
Bild 2-7: Last-Rotations-Beziehungen für Versuche von KINNUNEN und NYLANDER (nach [40])	18
Bild 2-8: Bruchbilder von Randstützen mit unterschiedlicher Lastausmitte (nach [38])	20
Bild 2-9: Überlagertes Fachwerk-System (C = Druck, T = Zug)	22
Bild 2-10: Versagensstellen bei Bauteilen mit Durchstanzbewehrung (nach [36])	22
Bild 2-11: Last-Verformungs-Kurven verschiedener Bewehrungselemente (aus [52])	24
Bild 2-12: Durchstanzmodell von MUTTONI, a) Störung der geraden Druckstrebe durch den kritischen Schubriss, b) Fachwerkmodell mit geknickter Druckstrebe (nach [40])	27
Bild 2-13: Durchstanzversuche von BOLLINGER (nach [40])	28
Bild 2-14: Vergleich des Versagenskriteriums von MUTTONI mit 99 Versuchen aus der Literatur (nach [40])	29
Bild 2-15: Versuchsergebnisse von KINNUNEN und NYLANDER im Vergleich zur Versagenslast aus Gl. 2.6 und Gl. 2.22 (nach [40])	30
Bild 2-16: Quadrilineare Momenten-Krümmungs-Beziehung nach MUTTONI (nach [40])	30
Bild 2-17: Annahmen zur Ableitung der Last-Rotations-Beziehung (nach [40]);	31
Bild 2-18: Druckstrebentragfähigkeit als Schnittpunkt zwischen Versagenskriterium und Last-Rotations-Beziehung (nach [59])	34
Bild 2-19: Zerlegung der Durchstanztragfähigkeit im durchstanzbewehrten Bereich in einen Beton- und einen Bewehrungstraganteil (nach [59])	35
Bild 2-20: geometrische Beziehungen im Schubriss und am Durchstanzkegel (nach [59])	36
Bild 2-21: Ermittlung der Durchstanztragfähigkeit außerhalb des durchstanzbewehrten Bereichs (nach [59])	38
Bild 2-22: Verlauf der Tangential- und Radialmomente in Abhängigkeit von der Auflagerung (nach [72])	40
Bild 2-23: Verhältnis $V_{E,k}/A_{Load}$ der vorgestellten Arbeiten im Vergleich zu Platten	41
Bild 2-24: Praxisbeispiel für eine Verbundstütze mit großem Kern	42
Bild 2-25: Praxisbeispiel für eine Verbundstütze mit Stahlpilz [73]	42

Bild 3-1: Isoparametrisches 20-Knoten-Quaderelement vom Typ „CHX60“ (aus [79])	46
Bild 3-2: Volumenelement CHX 60 mit eingebetteter Bewehrung (nach [79])	48
Bild 3-3: Topologie und Spannung für eingebettete Bewehrung (nach [79]).....	48
Bild 3-4: Newton-Raphson-Verfahren (nach [88])	51
Bild 3-5: Modifiziertes Newton-Raphson-Verfahren (nach [88])	52
Bild 3-6: Quasi-Newton-Verfahren (nach [88]).....	53
Bild 3-7: In <i>DIANA</i> implementierte Konvergenzkriterien (nach [88])	54
Bild 3-8: Geometrie und Bewehrung der Versuchsplatte <i>P1</i> (nach [101]).....	55
Bild 3-9: Last-Verformungs-Diagramm (nach [101])	57
Bild 3-10: Last-Dehnungs-Diagramm der Bewehrung (links) und Last-Stauchungs-Diagramm des Betrags (rechts) (nach [101])	57
Bild 3-11: Rissbild bei $V = 669$ kN (Gebrauchslast; Zahlenwerte = Rissbreite in 1/100 mm) (nach [101]).....	58
Bild 3-12: Rissbild bei $V_u = 1662$ kN (Bruchzustand) (nach [101]).....	58
Bild 3-13: Durchstanzkegel, Neigung ca. 30° (nach [101]).....	59
Bild 3-14: Geometrie des FEM-Modells zu Platte <i>P1</i>	59
Bild 3-15: Verwendetes Netz einschl. Lagerungsbedingungen und Belastung	60
Bild 3-16: Element-Seitenverhältnisse in Modell <i>P1</i>	60
Bild 3-17: Für die FEM-Berechnung verwendete Arbeitslinie des Betonstahls „Tor 50 IIIb“	63
Bild 3-18: Last-Verformungs-Kurve des Versuchs <i>P1</i> und der FEM-Simulation <i>P1</i> im Vergleich ..	64
Bild 3-19: Betonstauchungen im Versuch <i>P1</i> und in der FEM-Simulation <i>P1</i>	65
Bild 3-20: Bewehrungsdehnungen im Versuch <i>P1</i> und in der FEM-Simulation <i>P1</i> im Vergleich ...	66
Bild 3-21: Rissbildung in Lastinkrement 12 ($V = 693,5$ kN) im Vergleich zum Rissbild bei $V = 669$ kN (Gebrauchslast) im Versuch	67
Bild 3-22: Rissbildung beim Bruch in der FEM-Simulation (Lastinkrement 31) im Vergleich zum Versuchsergebnis (Durchstanzrisse jeweils nachgezeichnet)	67
Bild 3-23: Durchstanzriss in der Symmetrieebene auf der X-Achse (nachgezeichnet).....	68
Bild 3-24: Rissbildung (links) und Radiale Spannungen σ_{xx} (rechts) [MPa, mm]	69
Bild 3-25: Vertikale Dehnungen ε_{zz} in den letzten Lastinkrementen	70
Bild 3-26: Ausbildung einer geknickten Druckstrebe beim Versagen (Spannungen σ_{zx} [MPa]).....	71
Bild 3-27: Versuchsplatte <i>S2.2</i> von <i>TOLF</i> (nach [111])	72
Bild 3-28: Arbeitslinie des verwendeten Betonstahls „Ks 60S“ (nach [111]).....	73
Bild 3-29: Versuchsaufbau von <i>TOLF</i> (nach [111])	74
Bild 3-30: Messstellen an Platte <i>S2.2</i> (nach [111]).....	74
Bild 3-31: Plattenrotation (links) und vertikale Verschiebungen (rechts) (nach [111])	75
Bild 3-32: Bewehrungsdehnungen in Plattenmitte (links) und Betonstauchungen bei $a = 65$ mm (rechts) (nach [111]).....	75
Bild 3-33: Rissbild und Rissbreiten bei verschiedenen Laststufen (nach [111]).....	76
Bild 3-34: Durchstanzriss in Platte <i>S2.2</i> (nach [111])	76
Bild 3-35: Geometrie des FEM-Modells zu Platte <i>S2.2</i>	77
Bild 3-36: Verwendetes Netz einschl. Lagerungsbedingungen und Belastung	77
Bild 3-37: Für die Berechnung verwendete Arbeitslinie des Betonstahls „Ks 60S“	78
Bild 3-38: Last-Verformungs-Kurve des Versuchs <i>S2.2</i> und der FEM-Simulation <i>S2.2</i> im Vergleich	79
Bild 3-39: Betonstauchungen im Versuch <i>S2.2</i> und in der FEM-Simulation <i>S2.2</i>	80
Bild 3-40: Bewehrungsdehnungen im Versuch <i>S2.2</i> und in der FEM-Simulation <i>S2.2</i>	81
Bild 3-41: Rissbildung in Lastinkrement 12 ($V = 242,3$ kN) im Vergleich zum Rissbild bei $V = 240$ kN (Gebrauchslast) im Versuch	82
Bild 3-42: Rissbildung beim Bruch in der FEM-Simulation (Lastinkrement 31, $V = 606,1$ kN, Durchstanzriss nachgezeichnet) im Vergleich zum Versuchsergebnis ($V = 603$ kN)	82
Bild 3-43: Durchstanzriss in der Symmetrieebene auf der X-Achse (nachgezeichnet).....	83

Bild 3-44: Rissbildung (links) und radiale Spannungen σ_{xx} auf der X-Achse (rechts) [MPa, mm] .	84
Bild 3-45: Vertikale Dehnungen ε_{zz} in der Symmetrieebene auf der X-Achse.....	85
Bild 3-46: Zugdehnungen ε_{zz} in der Simulation und Durchstanzriss beim Versuch im Vergleich...	86
Bild 3-47: Schräge Druckstrebe beim Versagen (Spannungen σ_{zx} [MPa]).....	86
Bild 3-48: Anschluss der Bewehrung an den Kern mit Gewindemuffen (links, aus [15]) und Durchsteckmontage bei Schleuderbetonstützen (Mitte, aus [21]) und Verbundstützen (rechts, aus [15])	87
Bild 3-49: Modelle für Parameterstudien mit Lochrandstützung, hier exemplarisch für Platte <i>P1-H-450</i> (links) und <i>S2.2-H-200</i> (rechts)	89
Bild 3-50: Vernetzung der Modelle <i>P1-H-450</i> (links) und <i>S2.2-H-200</i> (rechts)	89
Bild 3-51: Elementseitenverhältnisse bei Modell <i>P1-H-450</i>	90
Bild 3-52: Elementseitenverhältnisse bei Modell <i>S2.2-H-200</i>	90
Bild 3-53: Stützenversagen bei Verwendung normalfesten Betons für die Stütze (Versuch <i>P1-H-400</i>)	91
Bild 3-54: Last-Verformungs-Beziehungen für die lochrandgestützten Platten der Reihe <i>P1-H</i>	92
Bild 3-55: Last-Verformungs-Beziehungen für die lochrandgestützten Platten der Reihe <i>S2.2-H</i> ...	92
Bild 3-56: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe <i>P1-D</i>	93
Bild 3-57: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe <i>S2.2-D</i>	94
Bild 3-58: Betondehnungen in Platte <i>P1-H-450</i>	95
Bild 3-59: Betondehnungen in Platte <i>S2.2-H-200</i>	95
Bild 3-60: Stahldehnungen in Platte <i>P1-H-450</i> , Stab S1	96
Bild 3-61: Stahldehnungen in Platte <i>S2.2-H-200</i> , Stab S1	97
Bild 3-62: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte <i>P1-H-450</i> beim Versagen (Lastinkrement 20) ..	98
Bild 3-63: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte <i>S2.2-H-200</i> beim Versagen (Lastinkrement 27)	98
Bild 3-64: Platte <i>P1-H-450</i> , Rissbildung in der Symmetrieebene auf der X-Achse im Bruchzustand	99
Bild 3-65: Platte <i>S2.2-H-200</i> , Rissbildung in der Symmetrieebene auf der X-Achse im Bruchzustand.....	99
Bild 3-66: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte <i>P1-H-450</i> , rechts Platte <i>P1</i> ...	100
Bild 3-67: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte <i>S2.2-H-200</i> , rechts Platte <i>S2.2</i>	101
Bild 3-68: Vertikale Dehnungen ε_{zz} (links) und Spannungen σ_{zz} (rechts, MPa), Modell <i>P1-H-450</i>	102
Bild 3-69: Vertikale Dehnungen ε_{zz} (links) und Spannungen σ_{zz} (rechts, MPa), Modell <i>S2.2-H-200</i>	103
Bild 3-70: Druckstrebenneigungen in Platte <i>P1-H-450</i> (links) und <i>S2.2-H-200</i> (rechts).....	104
Bild 3-71: Lokales Versagen in Platte <i>S2.2-H-180</i> und Durchstanzen in Platte <i>S2.2-H-160</i>	105
Bild 3-72: Lokales Versagen in Platte <i>P1-H-425</i> bis <i>P1-H-375</i> , Durchstanzen in Platte <i>P1-H-350</i>	105
Bild 3-73: Modelle für Parameterstudien mit Kern, Platte <i>P1-C-450</i> (links) und <i>S2.2-C-200</i> (rechts)	106
Bild 3-74: Vernetzung der Modelle <i>P1-C-450</i> (links) und <i>S2.2-C-200</i> (rechts)	107
Bild 3-75: Interface-Elemente CQ48I mit lokalen Koordinatensystemen (nach [79])	107
Bild 3-76: Ausbildung einer Fuge zwischen Kern und Beton in Bereichen mit positiven Radialspannungen (hier dargestellt σ_{xx} in Lastinkrement 15, <i>P1-C-450</i>).....	108
Bild 3-77: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe <i>P1-C</i>	109
Bild 3-78: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe <i>S2.2-C</i>	109
Bild 3-79: Betonstauchungen in Platte <i>P1-C-450</i>	110
Bild 3-80: Betonstauchungen in Platte <i>S2.2-C-200</i>	111
Bild 3-81: Stahldehnungen in Platte <i>P1-C-450</i> , Stab S1	112
Bild 3-82: Stahldehnungen in Platte <i>S2.2-C-200</i> , Stab S1	112

Bild 3-83: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte <i>PI-C-450</i> beim Versagen (Lastinkrement 24)	113
Bild 3-84: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte <i>S2.2-C-200</i> beim Versagen (Lastinkrement 33)	113
Bild 3-85: Platte <i>PI-C-450</i> , Rissbildung in der Symmetrieebene auf der X-Achse im Bruchzustand	114
Bild 3-86: Platte <i>S2.2-C-200</i> , Rissbildung in der Symmetrieebene auf der X-Achse im Bruchzustand	114
Bild 3-87: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte <i>PI-C-450</i> , rechts Platte <i>PI...</i>	115
Bild 3-88: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte <i>S2.2-C-200</i> , rechts Platte <i>S2.2</i>	116
Bild 3-89: Vertikale Dehnungen ε_{ZZ} (links) und Spannungen σ_{ZZ} (rechts, MPa), Modell <i>PI-C-450</i>	117
Bild 3-90: Vertikale Dehnungen ε_{ZZ} (links) und Spannungen σ_{ZZ} (rechts, MPa), Modell <i>S2.2-C-200</i>	117
Bild 3-91: Ausbildung einer geknickten Druckstrebe beim Bruch; Spannungen σ_{zx} [MPa],	118
Bild 3-92: Relativverschiebungen Δu_z [mm] in den Interfaceelementen,	119
Bild 3-93: Lokales Versagen in Platte <i>PI-C-400</i> , Durchstanzversagen in Platte <i>PI-C-375</i> ;	120
Bild 3-94: Lokales Versagen in Platte <i>S2.2-C-180</i> , Durchstanzversagen in Platte <i>S2.2-C-160</i> ;	120
Bild 3-95: Modelle für Parameterstudien mit Kern und daran fixierter Bewehrung,	122
Bild 3-96: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe <i>PI-F</i>	123
Bild 3-97: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe <i>S2.2-F</i>	123
Bild 3-98: Betonstauchungen in Platte <i>PI-F-450</i>	124
Bild 3-99: Betonstauchungen in Platte <i>S2.2-F-200</i>	125
Bild 3-100: Stahldehnungen im Bereich der Stütze; links <i>PI</i> , rechts <i>PI-F-450</i>	125
Bild 3-101: Bewehrungsdehnungen in Platte <i>PI-F-450</i>	126
Bild 3-102: Bewehrungsdehnungen in Platte <i>S2.2-F-200</i>	126
Bild 3-103: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte <i>PI-F-450</i> beim Versagen (Lastinkrement 28)	127
Bild 3-104: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte <i>S2.2-F-200</i> beim Versagen (Lastinkrement 36)	128
Bild 3-105: Platte <i>PI-F-450</i> , Durchstanzriss in der Symmetrieebene auf der X-Achse	128
Bild 3-106: Platte <i>S2.2-F-200</i> , Durchstanzriss in der Symmetrieebene auf der X-Achse	128
Bild 3-107: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte <i>PI-F-450</i> , rechts Platte <i>PI</i>	129
Bild 3-108: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte <i>S2.2-F-200</i> , rechts Platte <i>S2.2</i>	130
Bild 3-109: Vertikale Dehnungen ε_{ZZ} in Modell <i>PI-F-450</i>	131
Bild 3-110: Vertikale Dehnungen ε_{ZZ} in Modell <i>S2.2-F-200</i>	131
Bild 3-111: Druckstrebenneigungen bei Platte <i>PI-F-450</i> (links) und <i>S2.2-F-200</i> (rechts)	132
Bild 4-1: Vereinfachte Berechnung der Plattenrotation ψ aus der Verformung w	137
Bild 4-2: Kubischer Zusammenhang zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Versagenslast bei den Platten der <i>H</i> -Serie	138
Bild 4-3: Bilinearer Zusammenhang zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Versagenslast bei den Platten der <i>H</i> -Serie	139
Bild 4-4: Versagenskriterium nach <i>MUTTONI</i> und Versagenskriterium für lochrandgestützte Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte nach Gl. 4.3 (<i>H</i> -Serie)	140
Bild 4-5: Linearer Zusammenhang zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Versagenslast bei den Platten der <i>C</i> -Serie	145
Bild 4-6: Zusammenhang zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Versagenslast (<i>F</i> -Serie)	148

Bild 5-1: Versuchsplatte <i>LI</i> (Referenz-Vollplatte)	154
Bild 5-2: Versuchsplatte <i>LI-H-250</i>	155
Bild 5-3: Versuchsplatte <i>LI-C-250</i>	156
Bild 5-4: Versuchsplatte <i>LI-F-250</i>	157
Bild 5-5: Entwurf für einen Versuchsstand zur Durchführung der Durchstanzversuche	159
Bild 5-6: Vorschlag für die Anordnung der Messinstrumente	160

Tabellen

Tabelle 3-1: Materialeigenschaften des Versuchskörpers <i>PI</i>	56
Tabelle 3-2: Grundwert der Bruchenergie G_{f0} (nach [105])	61
Tabelle 3-3: Werkstoffparameter des Betons für die Berechnung	62
Tabelle 3-4: Mechanische Eigenschaften des Betonstahls „Tor 50 IIIb“	62
Tabelle 3-5: Materialeigenschaften des Versuchskörpers <i>S2.2</i>	73
Tabelle 3-6: Werkstoffparameter des Betons für die Berechnung	78
Tabelle 3-7: Untersuchungsprogramm für Parameterstudien mit Sackloch	88
Tabelle 3-8: Versagenslasten für Vollplatten V_u , Platten mit Sackloch $V_{u,hole}$ und Vollplatten mit ausgelagerter Bewehrung $V_{u,disp}$ im Vergleich	94
Tabelle 3-9: Untersuchungsprogramm für Parameterstudien mit Stahlkern	106
Tabelle 3-10: Versagenslasten der Vollplatten V_u , der Modelle mit Kern $V_{u,core}$ und der Vollplatten mit ausgelagerter Bewehrung $V_{u,disp}$ im Vergleich	110
Tabelle 3-11: Untersuchungsprogramm für Modelle mit Stahlkern und angeschlossener Bewehrung	122
Tabelle 3-12: Versagenslasten der Vollplatte V_u und der Platten aus der F-Serie $V_{u,fixe}$ im Vergleich	124
 Tabelle 4-1: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.3 mit den Ergebnissen	141
Tabelle 4-2: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.4 mit den Ergebnissen	141
Tabelle 4-3: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.3 mit den Ergebnissen	142
Tabelle 4-4: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.4 mit den Ergebnissen	143
Tabelle 4-5: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.6 mit den Ergebnissen	144
Tabelle 4-6: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.8 mit den Ergebnissen	146
Tabelle 4-7: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.8 mit den Ergebnissen	147
Tabelle 4-8: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.10 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} (C-Serie)	147
Tabelle 4-9: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 2.6 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der mittleren Betondruckfestigkeit f_c (F-Serie)	149
Tabelle 4-10: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 2.6 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} (F-Serie)	149
Tabelle 4-11: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 2.1a mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} (F-Serie)	150
 Tabelle 5-1: Übersicht über das konzipierte Versuchsprogramm	158

1 EINFÜHRUNG

1.1 EINLEITUNG UND PROBLEMSTELLUNG

Punktgestützte Flachdecken kommen seit einigen Jahrzehnten im Geschossbau mit steigender Tendenz zur Ausführung. Die Gründe für diese Entwicklung liegen in den zahlreichen wirtschaftlichen und architektonischen Vorzügen gegenüber Unterzugdecken: Bei der Herstellung des Gebäudes ist die Verwendung einer durchgehenden Schalung für die Deckenuntersicht, die nicht durch die Schalung von Unterzügen unterbrochen wird, sowohl in Hinblick auf die Bauzeit als auch auf die Kosten sehr vorteilhaft. Bei der technischen Gebäudeausrüstung ergeben sich durch die ebene Deckenuntersicht gegenüber liniengelagerten Decken weniger Zwangspunkte, so dass Installationen für die Haustechnik (Wasser, Heizung, Lüftung, Elektrotechnik, Brandschutz) wesentlich flexibler verlegt werden können. Gleichzeitig kann durch die geringere Gesamthöhe der Decke der umbaute Raum bei gleicher lichter Raumhöhe reduziert werden, was sich Baukosten senkend auswirkt. Der herausragende Vorteil der Flachdecke zeigt sich jedoch während der Nutzungsphase des Gebäudes: Durch die Punktstützung werden die tragende und die raumabschließende Funktion der vertikalen Bauteile voneinander getrennt, so dass eine flexible Nutzung des Gebäudes möglich ist. Die Anordnung der raumabschließenden Elemente kann dabei den sich im Laufe der Nutzungsdauer eines Gebäudes ändernden Anforderungen immer wieder angepasst werden, ohne dass Änderungen an der Tragstruktur des Gebäudes erforderlich werden.

Wesentlicher Nachteil dieser Konstruktionsart ist, dass zur Sicherstellung eines ausreichenden Widerstandes gegen Querkraftversagen (Nachweis gegen „Durchstanzen“, Grenzzustand der Tragfähigkeit) und einer ausreichenden Gebrauchstauglichkeit (Begrenzung der Verformungen, Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit) häufig größere Deckendicken erforderlich sind als bei liniengelagerten Decken. Einen detaillierten Überblick über die historische Entwicklung der Flachdecke und ihrer Bauarten hat der Autor in [1] gegeben.

Bei üblichen Stützweiten und Belastungen sowie geringer Geschossanzahl können Flachdecken in Verbindung mit normalfesten Stahlbetonstützen mit kleinen Querschnittsabmessungen ausgeführt werden. Bei großer Geschossanzahl oder/und großen Deckenstützweiten sind die Lasten in den Stützen der unteren Geschosse sehr hoch, so dass bei Ausführung mit konventionellen Stahlbetonstützen sehr große Stützenquerschnitte erforderlich sind. Die Vergrößerung der Stützenabmessungen geht einher mit einem Verlust an Nutzfläche und gestalterischer Qualität. In den vergangenen Jahrzehnten wurde mit verschiedenen Ansätzen das Ziel verfolgt, die Stützentragfähigkeit bei größerer Schlankheit zu steigern. In diesem Zusammenhang sind vor allem die Entwicklungen im Verbundbau [2] sowie im Bereich hochfester Betone [3] und Betonstähle [4] zu nennen.

Während die Tragfähigkeit der Druckglieder durch diese neuen Entwicklungen problemlos den Erfordernissen angepasst werden kann, ist die Durchleitung der hohen Stützenlasten durch den Knoten zwischen der hoch tragfähigen Stütze und der im Regelfall normalfesten Decke problematisch. Es wurden daher Konstruktionsarten entwickelt, bei denen die Lastdurchleitung durch sehr tragfähige Kerne gewährleistet wird, die den Deckenknoten durchdringen. Die Decke ist dann nicht mehr an der Lastdurchleitung, sondern nur noch an der Lasteinleitung der Deckenlasten beteiligt. Mit zunehmender Größe des Kerns reduziert sich die Lasteinleitungsfläche für die Deckenlasten, so dass sich anstelle einer kontinuierlichen Punktlagerung eine Lochrandstützung

einstellt. Der Einfluss der Lochrandstützung auf das Durchstanztragverhalten wurde im Zusammenhang mit diesen Konstruktionen bislang nicht untersucht.

In Kapitel 1 werden einige der Konstruktionsarten mit Lochrandstützung vorgestellt, um die baupraktische Bedeutung dieses Problems aufzuzeigen. Eine Sichtung nationaler und internationaler Regelwerke des Stahlbetonbaus in Hinblick auf die Durchstanzbemessung lochrandgestützter Platten dient der Abklärung des Stands der Technik in diesem Bereich.

Im zweiten Kapitel erfolgt zunächst eine Beschreibung des Versagensmechanismus beim Durchstanzen unter Berücksichtigung der wesentlichen Einflussparameter bei konventioneller Punktstützung. Eine kurze Übersicht über verschiedene Modellvorstellungen zur Beschreibung des Durchstanzproblems vervollständigt die Ausführungen zum normalen Durchstanzen. Dabei wird ein Modell detaillierter beleuchtet, das im vierten Kapitel als Grundlage für einen eigenen Bemessungsvorschlag verwendet wird. Der Überblick zum Stand der Forschung wird durch die Vorstellung und Bewertung der bislang durchgeführten Untersuchungen zum Durchstanzen lochrandgestützter Platten abgeschlossen.

Im dritten Kapitel wird auf der Basis von FEM-gestützten Modellrechnungen das Durchstanztragverhalten von lochrandgestützten Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche untersucht. Die Untersuchungen werden an rotationssymmetrisch belasteten Deckenausschnitten ohne Durchstanzbewehrung auf kreisrunden Innenstützen durchgeführt. Dabei wird der Einfluss verschiedener Parameter wie die Art der Lochrandstützung (Sackloch oder Kern in Plattenmitte), die Loch- bzw. Kerngröße, das Verbundverhalten zwischen Kern und Platte sowie die Lage der Biegebewehrung berücksichtigt.

Auf Grundlage der Ergebnisse der numerischen Untersuchungen wird im vierten Kapitel ein erster Bemessungsvorschlag für das Durchstanzen von lochrandgestützten Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche ohne Durchstanzbewehrung angegeben.

Im fünften Kapitel wird ein Versuchsaufbau für zukünftige experimentelle Untersuchungen konzipiert, mit deren Hilfe die Ergebnisse der Modellrechnungen in einem zweiten Schritt validiert werden müssen.

Die Arbeit schließt in Kapitel 6 mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse und einem Ausblick auf weiteren Forschungsbedarf im Zusammenhang mit dem Durchstanztragverhalten lochrandgestützter Platten.

1.2 KONSTRUKTIONSARTEN MIT LOCHRANDSTÜTZUNG UND KLEINER LASTEINLEITUNGSFLÄCHE

Die Tragfähigkeit des Knotens zwischen Decke und Stütze hinsichtlich der Durchleitung von Stützenlasten ist bei herkömmlicher Ausführung mit Decken aus normalfestem Normalbeton durch die Druckfestigkeit des Deckenbetons begrenzt (Bild 1-1). Zwar hat *WEISKE* in [5] gezeigt, dass durch den räumlichen Spannungszustand im Bereich des Knotens im ungestörten Deckenbereich von Innenstützen größere Kräfte übertragen werden können, als sich aus der einaxialen Zylinderdruckfestigkeit f_c ergeben (Lasterhöhungsfaktor $\alpha^* = 3,0$), allerdings sind die auftretenden Verformungen verhältnismäßig groß, so dass der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit bei Ausschöpfen der vollen Traglast im Grenzzustand der Tragfähigkeit unter Umständen nicht erbracht werden kann. Weitere Untersuchungen und Bemessungsvorschläge für die Lastdurchleitung hochfester Stahlbetonstützen durch normalfeste Decken finden sich bei *TUE ET AL.* [6], *CYLLOK* [7] und *GUIDOTTI* [8; 9].

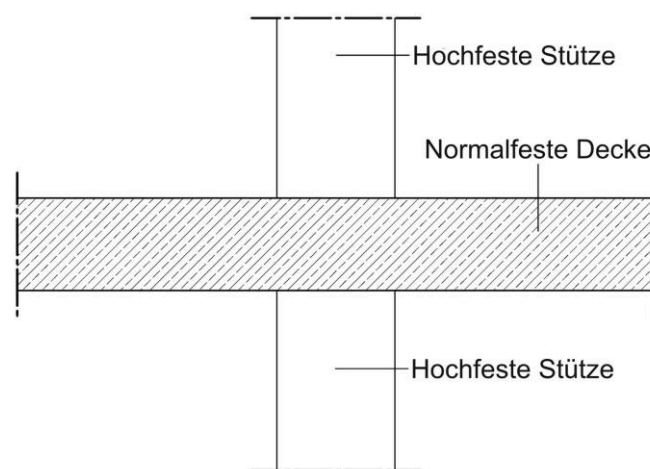
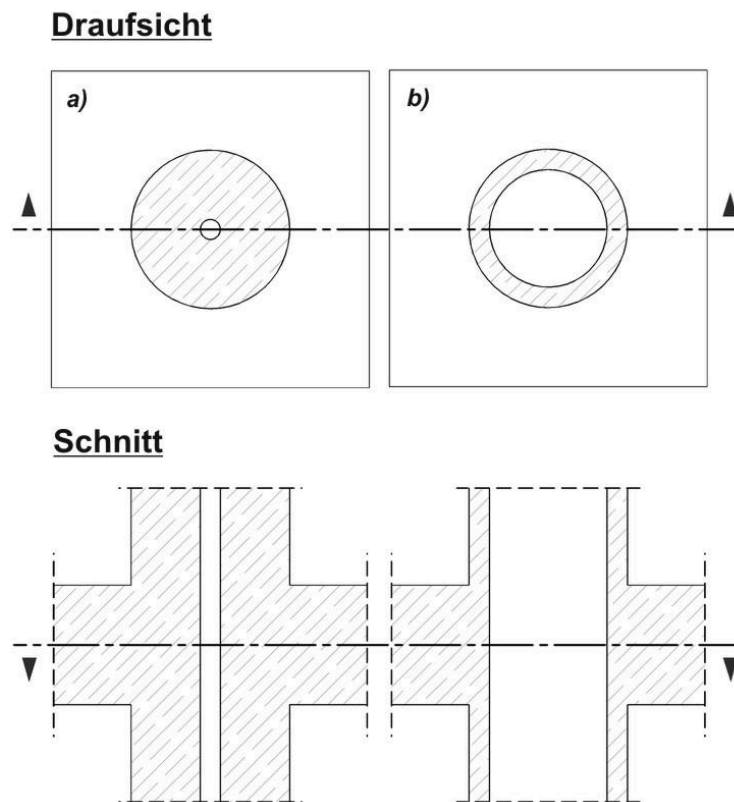


Bild 1-1: Knotenpunkt normalfeste Decke – hochfeste Stütze

Der Nachweis der Lastdurchleitung kann häufig auch unter Ausnutzung der erhöhten Betontragfähigkeit im Lastdurchleitungsbereich nicht erbracht werden. Daher wurden verschiedene Konstruktionsarten entwickelt, bei denen der Deckenbeton nicht oder nur zu einem geringen Anteil zur Lastdurchleitung herangezogen wird. Die Übertragung der Vertikallasten aus der Stütze oberhalb der Decke in die Stütze unterhalb erfolgt hier durch einen im Querschnitt verjüngten Teil der unteren Stütze („Kern“), der die Decke durchdringt. Maßgebend für die Tragfähigkeit des Knotens in Hinblick auf die vertikale Lastdurchleitung ist dann nicht mehr der Deckenbeton, sondern die Tragfähigkeit des durchlaufenden Kerns. Die Einleitung der Deckenlast in die untere Stütze erfolgt über die durch den Kernquerschnitt reduzierte Lasteinleitungsfläche $A_{Load,red}$ und, in Abhängigkeit von der Konstruktionsart, ggf. zusätzlich über Verbundwirkung zwischen Kern und Deckenbeton. Nähere Angaben zur Bemessung von Hohlprofilverbundstützen im Lasteinleitungsbereich können [10] entnommen werden, ein Vorschlag zur Ausführung und Bemessung des Knotens Flachdecke – Verbundrandstütze ist z.B. in [11] zu finden. Mit steigender Kernquerschnittsfläche und damit kleiner werdender Lasteinleitungsfläche ändert sich das Tragverhalten der Decke weg von der kontinuierlichen Lagerung und hin zur Lochrandstützung (Bild 1-2). Nachfolgend werden einige dieser Konstruktionsarten vorgestellt.



*Bild 1-2: Unterscheidung der unterschiedlichen Lagerungsarten
a) normale Punktstützung (mittiges Loch ohne Einfluss), b) Lochrandstützung*

1.2.1 Verbundstützen mit eingestelltem Stahlprofil

Verbundstützen mit eingestelltem Stahlkern sind eine weit verbreitete Bauweise, bei der große Tragfähigkeit und große Schlankheit miteinander vereinbart werden. Sie bestehen aus einem Mantelrohr und einem eingestellten Kernprofil (Doppel-T-, Kreis-, Lamellen- oder Kreuzquerschnitt) aus Baustahl, der Zwischenraum zwischen den Stahlbauteilen wird vor Ort oder im Werk ausbetoniert. Je nach Erfordernis wird im Zwischenraum zusätzlich Betonstahlbewehrung eingebaut. Entsprechend der Knotenausbildung Verbundstütze – Decke werden drei verschiedene Konstruktionsarten unterschieden:

- a) Mantelrohr und Einstellprofil durchlaufend (Bild 1-3),
- b) Mantelrohr unterbrochen, Einstellprofil durchlaufend (Bild 1-4),
- c) Mantelrohr und Einstellprofil unterbrochen (Bild 1-5).

Beim Typ a) handelt es sich um eine klassische Lochrandstützung, bei der die Decke auf einem umlaufenden Stahlkragen aufliegt (s. Abs. 2.3). Je nach Ausführungsart des Stützenkopfes der unteren Stütze kann Typ c) wie eine konventionelle Stahlbetonstütze betrachtet werden, anderenfalls handelt es sich wie bei Typ b) um eine Lochrandstützung mit kleiner Lasteinleitungsfläche.

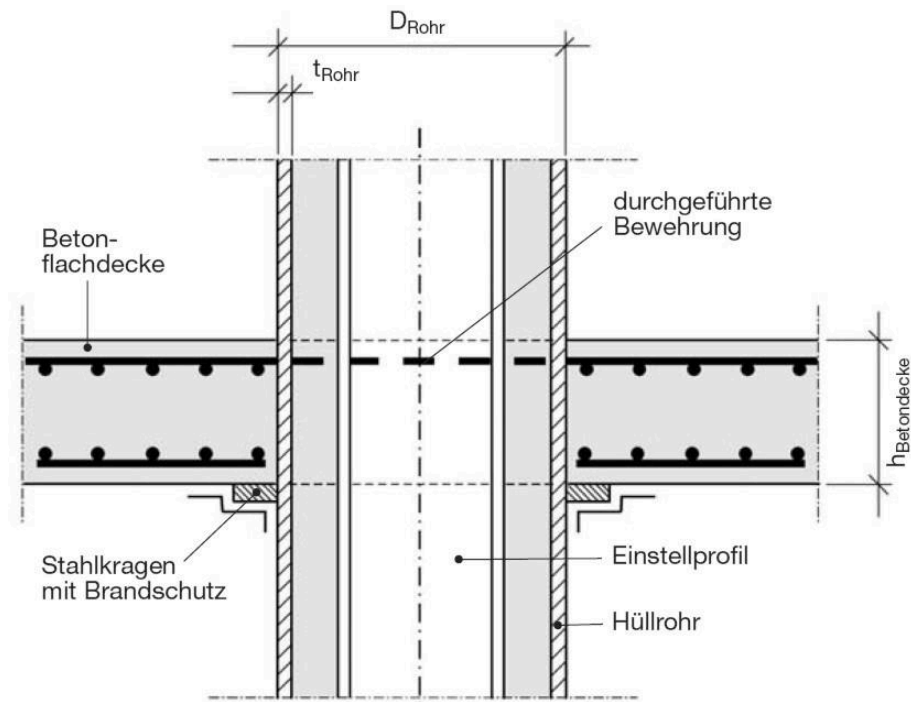


Bild 1-3: Mantelrohr und Einstellprofil durchlaufend (aus [12])

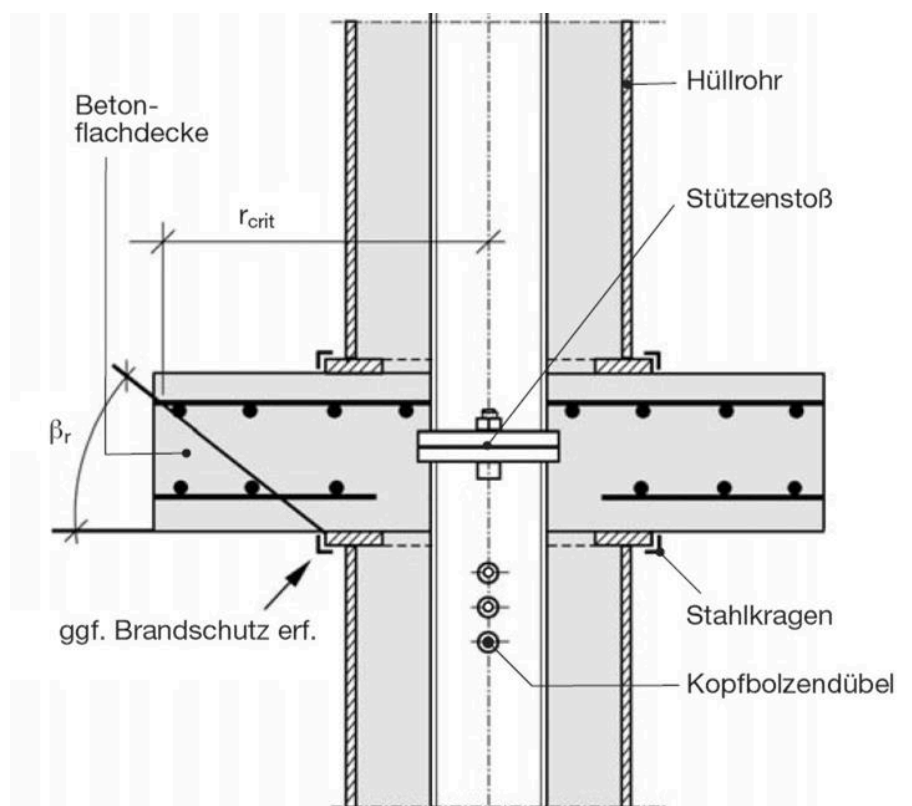


Bild 1-4: Mantelrohr unterbrochen, Einstellprofil durchlaufend (aus [12])

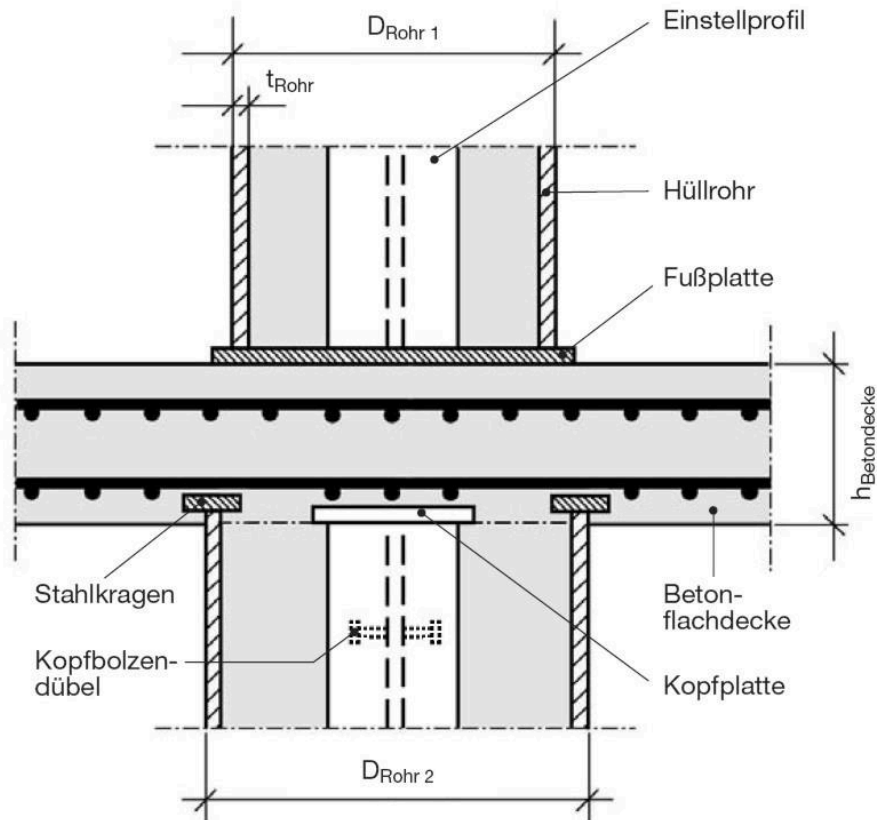


Bild 1-5: Mantelrohr und Einstellprofil unterbrochen (aus [12])

Kennzeichnend für den Typ b) ist, dass die Lastdurchleitung von der oberen zur unteren Stütze überwiegend über das durchlaufende Kernprofil erfolgt, während die Lasteinleitung aus der Decke durch den Beton im Zwischenraum und das Mantelrohr sichergestellt werden soll. Der Stoß des eingestellten Stahlprofils erfolgt entweder unmittelbar im Deckenknoten oder, baupraktisch einfacher, einige cm oberhalb der Deckenoberkante (Bild 1-6).



Bild 1-6: Stoß der eingestellten Stahlprofile oberhalb der Decke [13]

In [14] werden Hinweise zur konstruktiven und rechnerischen Handhabung von Verbundstützen mit eingestellten Stahlprofilen gegeben. Danach ist der Durchstanznachweis bei unterbrochenem Mantelrohr und durchgehendem Kernprofil wie für eine konventionelle Stahlbetonstütze zu führen. Einzige Besonderheit ist, dass der rechnerische Stützendurchmesser um die Kragenbreite entsprechend Bild 1-4 vergrößert wird. Etwaige Einflüsse aus der durch das Kernprofil reduzierten Lasteinleitungsfläche bleiben danach unberücksichtigt.

Die Festlegung des Kernprofils (Profilart und –größe) erfolgt nach statischer Erfordernis. Bild 1-7 zeigt, dass die Ausführung sehr großer Kerne mit entsprechend kleiner Lasteinleitungsfläche $A_{Load,red}$ baupraktische Realität ist.



Bild 1-7: Beispiel für die Ausführung einer Verbundstütze mit großem Kern (aus [15])

1.2.2 Kompaktstütze (CC) System DYWIDAG®

Um die Jahrtausendwende hat die Walter Bau-AG den sogenannten „DYWIDAG-Kompaktknoten“[®] für Stützenstoß und Deckenanschluss“ entwickelt und 2002 patentieren lassen [16]. Bei diesem Knoten handelt es sich um ein Bauteil aus profiliertem, hochfestem und bewehrtem Beton, das zur Durchleitung von Stützenlasten in den Deckenknoten Flachdecke – Stütze einbetoniert wird (Bild 1-8). Aus dem Kompaktknoten wurden unter Mitwirkung von FALKNER geschosshohe Fertigteilstützen aus hochfestem Beton und hochfester Bewehrung („HH-Stützen“) entwickelt, die beim Neubau des „Herriot’s“ in Frankfurt erstmalig eingesetzt wurden [4]. In [17] wird über die Weiterentwicklung dieser HH-Stützen zu sogenannten Kompaktstützen (Compact Column: CC) berichtet. Ziel dieser Bemühungen war einerseits, das Verfahren für die erforderliche Zustimmung im Einzelfall zu vereinfachen, und andererseits, durch Konzeption eines Typenprogramms die Einsatzmöglichkeiten für diese Stützen zu verbessern. Die Kompaktstützen wurden bis zur Insolvenz der Walter Bau-AG 2005 aus den Betonfestigkeitsklassen C70/85 oder C100/115 hergestellt und mit Betonstahl BSt 500 S oder BSt 500 S-GEWI mit Stabdurchmessern bis zu 40 mm bewehrt.

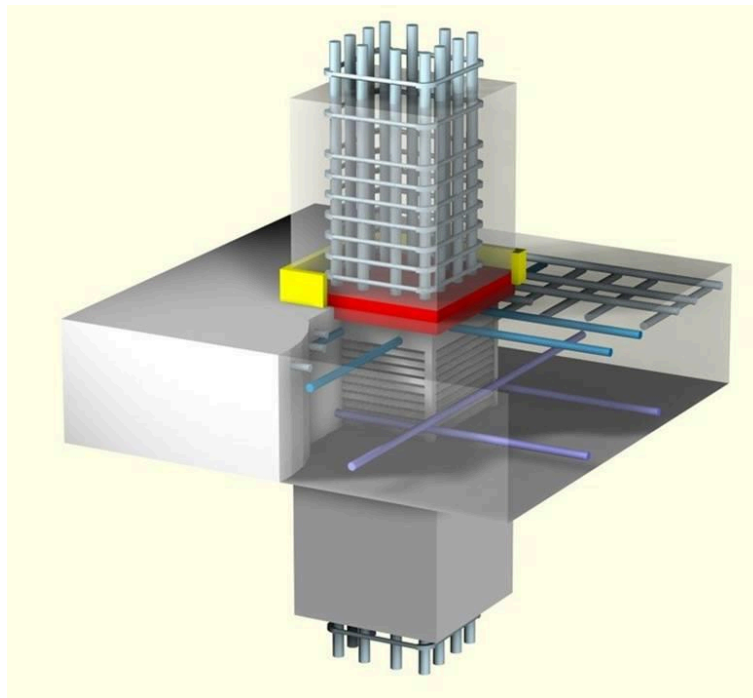


Bild 1-8: DYWIDAG Kompaktknoten[©] (aus [4])

Zur Verbesserung der Bauteileigenschaften in Hinblick auf Sprödigkeit und Verhalten im Brandfall wurden Polypropylenfasern hinzugegeben, so dass für die maximal 5,00 m hohen Stützen bei voller Ausnutzung die Feuerwiderstandsklasse F90 erreicht wurde. Die Kopf- und Fußplatten aus 20 mm dickem Baustahl S 355 JR wurden umlaufend 3 cm kleiner als der Stützenquerschnitt ausgeführt. Da der Stützenstoß 1 cm über Deckenoberkante erfolgte, konnte die entstehende Fuge zur Erfüllung der Anforderungen an den Brandschutz einfach mit Zementmörtel verfüllt werden (Bild 1-9). Der Kernquerschnitt, der die Decke durchdringt, wurde ebenfalls umlaufend 3 cm kleiner hergestellt als der Stützenquerschnitt, die Kontaktflächen zum Deckenbeton wurden profiliert ausgeführt. Die obere Deckenbewehrung wurde über einbetonierte Schraubanschlüsse angeschlossen, die Bewehrung zur Vermeidung eines fortschreitenden Versagens („Kollapsbewehrung“) nach DIN 1045-1 [18], Abs. 13.3.2 (12), neben dem Kern, also auf der Betondeckung der unteren Stütze, verlegt (siehe Bild 1-9).

Nach [17] kann der Durchstanznachweis ohne Einschränkung nach DIN 1045-1 [18] geführt werden. Begründet wird dies ohne nähere Untersuchung mit der Auflagerung des Deckenbetons auf der allseitigen 3 cm tiefen Nische und der Profilierung des Kerns, die einen monolithischen Verbund zwischen Fertigteilkern und Ortbetondecke sicherstellen soll. Der Einfluss der unterschiedlichen E-Moduli von Kern- und Deckenbeton auf das Verbund- und Verformungsverhalten bleibt hierbei unberücksichtigt, so dass die Wirksamkeit der Profilierung nicht eindeutig geklärt ist. Unterstellt man, dass die Lasteinleitung in die Stütze hauptsächlich über die Nischen erfolgt, handelt es sich bei dieser Art Kernausbildung um eine Lochrandstützung mit kleiner Lasteinleitungsfläche.

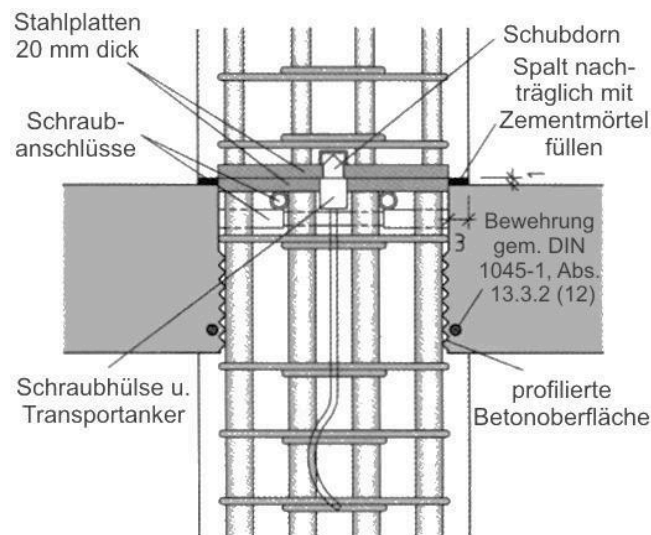


Bild 1-9: Detailschnitt DYWIDAG Kompaktknoten[©] (aus [17])

1.2.3 Schleuderbetonstütze System MABA[©]

An der TU Wien wurden in den Jahren 2001 bis 2007 im Auftrag der MABA Fertigteilindustrie GmbH hochbewehrte Schleuderbetonstützen (Längsbewehrungsgrad bis 14,7%) untersucht [19]. Neben der Konzeption eines Bemessungsmodells für die Stützen selbst wurde auch ein Bemessungskonzept für den Knoten zwischen Stütze und Decke erarbeitet. Dabei wurden sowohl normalfeste Deckenknoten untersucht als auch ein neuer Deckenknoten mit hochfestem Kern entwickelt (Bild 1-10).

Die Grundidee dieses Knotens ähnelt dem in Abs. 1.2.2 vorgestellten Knoten: Am Stützenkopf wird bei der Herstellung der Schleuderbetonstützen aus C50/60 oder C70/85 ein im Querschnitt reduzierter Kern (Vollquerschnitt) angeformt, der den Deckenbeton bis Oberkante Decke durchdringt. Die Mantelfläche des Kerns ist ebenfalls profiliert ausgeführt, der Stoß mit der aufgehenden Stütze erfolgt auch hier über eine Stahlfußplatte, die allerdings im Mörtelbett aus hochfestem Zementmörtel aufgesetzt wird. Im oberen Bereich des Kerns wird eine kreuzförmige Aussparung hergestellt, die eine Verlegung der oberen Deckenbewehrung zwischen den so entstehenden „Tortenstücken“ ermöglicht. Die untere Bewehrung läuft seitlich am Kern vorbei bzw. endet vor dem Kern. Die Kollapsbewehrung ist daher auch hier planmäßig im Bereich der Betondeckung der unteren Stütze zu verlegen. Die Schleuderbetonstütze mit hochfestem Kern ist patentrechtlich geschützt [20]. In den umfangreichen Untersuchungen, die RINNHOFFER et. al. an Versuchen und FE-Modellen angestellt haben [19; 21], wurde vorrangig die Lastdurchleitung von der oberen in die untere Stütze beleuchtet, wobei neben der Ausführung des Knotens (mit Kern / ohne Kern – normalfeste Decke) auch der Längsbewehrungsgrad der Stützen und die Mörtelart variiert wurden. Es wurde festgestellt, dass die Tragfähigkeit des Knotens gegenüber der Ausführung als normalfeste Decke deutlich gesteigert werden kann, während sich die Verformungen gleichzeitig auf verträgliche Größenordnungen reduzieren. Sowohl für die Lösung mit als auch für die ohne Kern werden Bemessungsvorschläge angegeben. Der Durchstanznachweis soll auch hier ohne besondere Berücksichtigung des durchgehenden Kerns geführt werden. Es gelten daher die in Abs. 1.2.2 gemachten Aussagen hinsichtlich des Durchstanztragverhaltens.

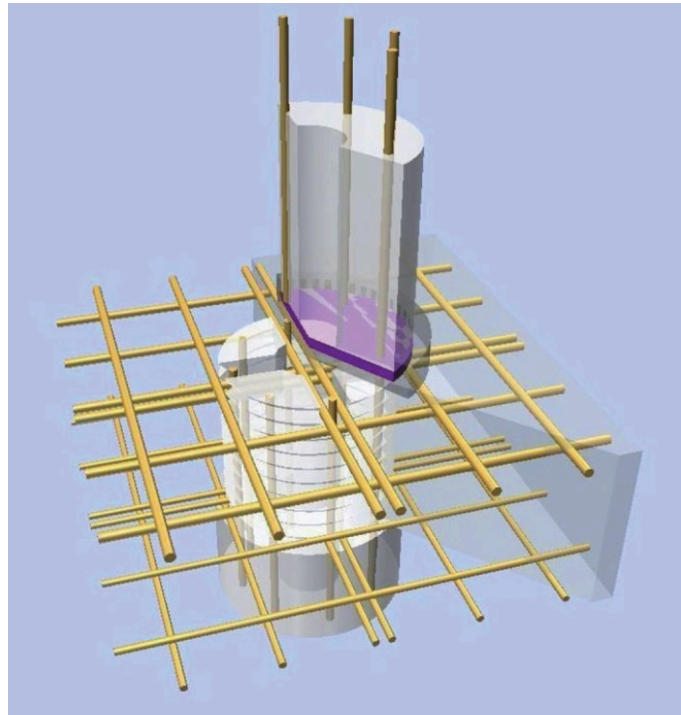


Bild 1-10: Schleuderbetonstütze mit Deckenknoten System MABA[®] (aus [19])

1.2.4 Schleuderbetonstützen System EUROPOLES[®]

Die Firma Euro poles GmbH & Co. KG stellt hoch tragfähige Schleuderbetonstützen bis zu einer Betonfestigkeitsklasse C100/115 und einem Längsbewehrungsgrad von 15% her. Die Durchleitung der Stützenlasten durch den Deckenknoten erfolgt hier entweder über den Deckenbeton, über die durchlaufende Stützenbewehrung (bis $d_s = 50$ mm) oder über Sonderkonstruktionen aus Baustahl, die im Deckenknoten einbetoniert werden. In beiden Fällen kommt es durch die großen Beton- bzw. Baustahlquerschnitte im Kern auch bei diesem System zu einer Reduzierung der Lasteinleitungsfläche A_{Load} und des für die Verlegung der Deckenbewehrung zur Verfügung stehenden Zwischenraumes (Bilder 1-11 und 1-12).

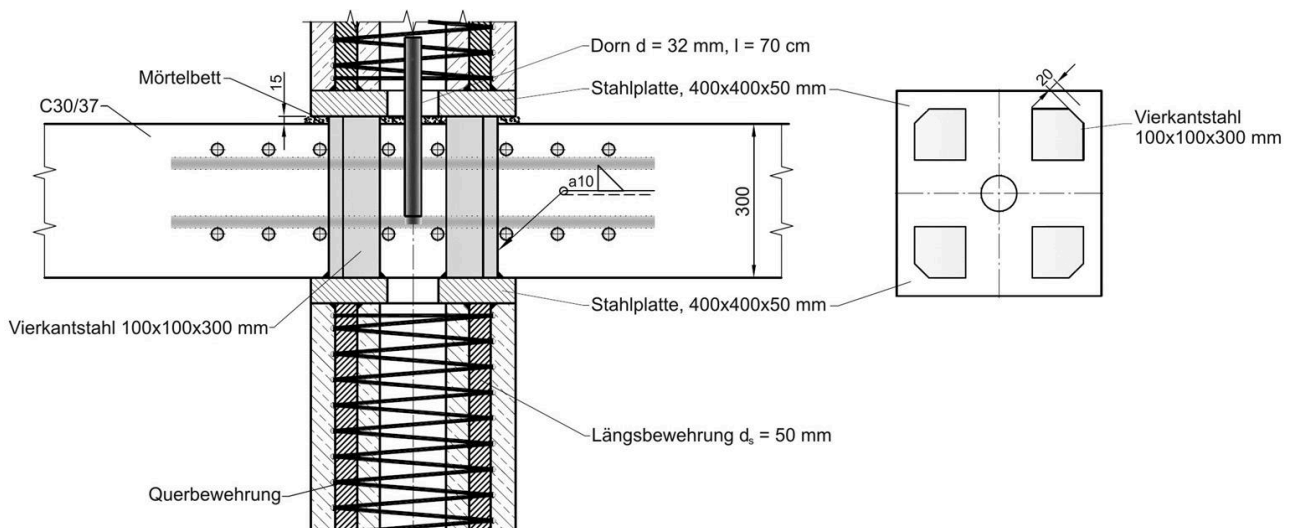
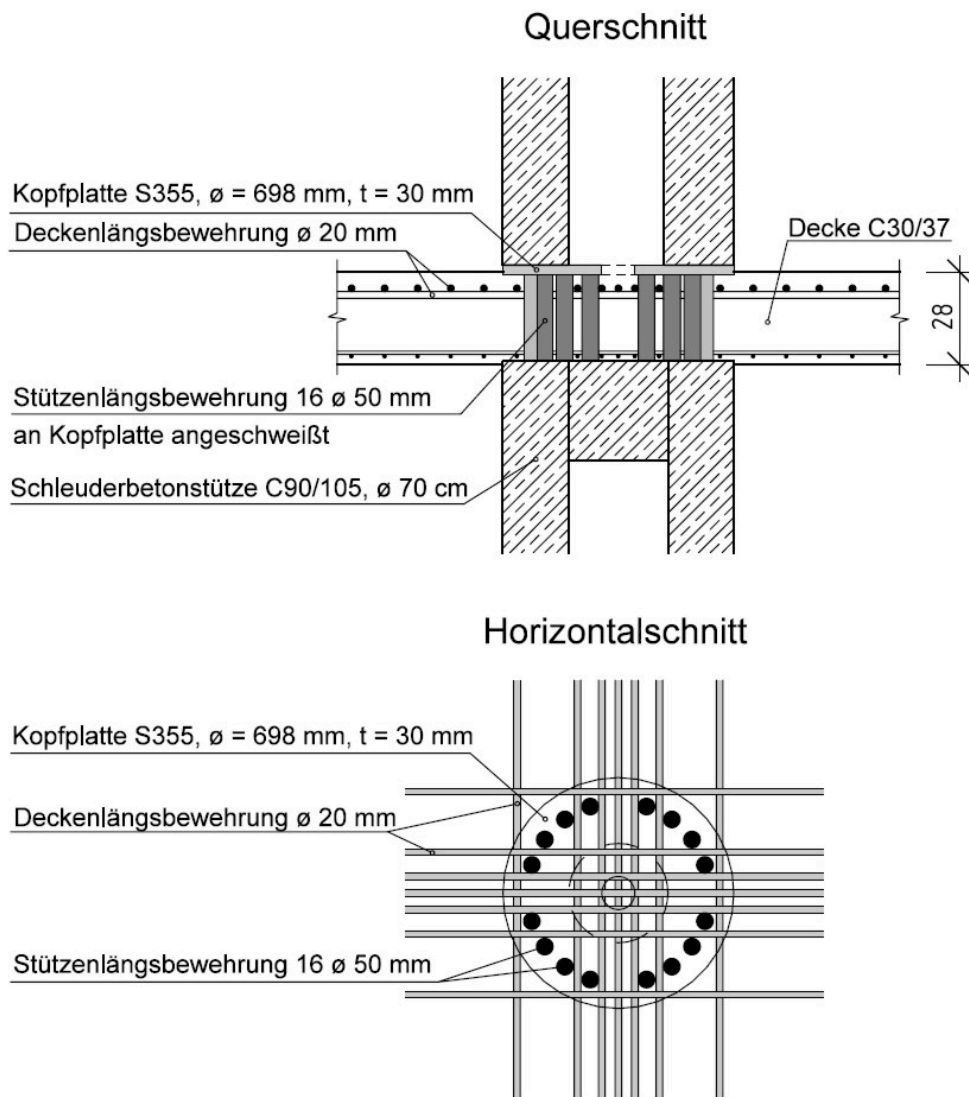


Bild 1-11: Ausführung des Knotens Schleuderbetonstütze – Decke mit Baustahlkonstruktion (nach [22])



*Bild 1-12: Knoten mit durchgehender Stützenbewehrung mit großem Betonstahlquerschnitt
 (nach [23])*

Die auf den Bildern 1-11 und 1-12 dargestellten Konstruktionen mit mehreren Einzelkernen anstelle eines großen Kerns werfen die Frage auf, welchen Einfluss die Kerngröße auf das Durchstanztragverhalten hat. Bei den Untersuchungen des dritten Kapitels wird daher auch eine Abgrenzung zwischen normalem Durchstanztragverhalten und dem Tragverhalten bei Lochrandstützung mit kleiner Lasteinleitungsfläche im Blickpunkt stehen.

Anstelle der Baustahlelemente können nach einer Idee von *KOLLEGER* auch ein oder mehrere Knotenelemente aus hochfestem Beton verwendet werden, die zwischen den hochfesten Stützen in die Decke eingebaut werden [24]. Da für diese Ausführungsvariante das Gleiche gilt wie für die bereits beschriebenen Elemente, wird auf eine weitergehende Beschreibung verzichtet.

1.3 BERÜCKSICHTIGUNG DER LOCHRANDSTÜTZUNG IN REGELWERKEN

Zur Abklärung des Stands der Technik wurde folgende Auswahl nationaler und internationaler Regelwerke in Hinblick auf normative Regelungen für die Bemessung lochrandgestützter Platten gesichtet:

- DIN 1045-1 (8/2008) [25] einschl. Auslegungen zu DIN 1045-1 [26] und Heft 525 des DAfStb [27]
- DIN EN 1992-1-1 (1/2011) [28] und Nationaler Anhang [29]
- ACI 318-08 [30]
- AS 3600-2009 [31]
- SIA 262:2003 [32]
- BS 8110-1:1997 [33], (zwischenzeitlich ersetzt durch DIN EN 1992-1-1 (1/2011) [28])
- Model Code 2010 [34]

In keiner der aufgeführten Stahlbetonnormen ist die rechnerische Handhabung lochrandgestützter Platten explizit geregelt. Die Anwendbarkeit der Regelungen zur Durchstanzbemessung auf lochrandgestützte Platten ist in allen Fällen nicht eindeutig. Eigene Erfahrungen zeigen, dass die Durchstanzbemessung lochrandgestützter Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche in Deutschland dennoch häufig unter Verwendung der Regelungen für kontinuierliche Punktstützung durchgeführt wird. Hier wären eindeutige Regelungen wünschenswert, wie es sie in der Vergangenheit in Deutschland schon einmal gab. In DIN 1045 von 1988 [35] wird in Abs. 22.1 darauf hingewiesen, dass lochrandgestützte Platten außerhalb des Geltungsbereichs von DIN 1045 liegen: *„Lochrandgestützte Platten (z.B. Hubdecken) sind keine punktförmig gestützte Platten im Sinne dieser Norm“*.

1.4 FAZIT KAPITEL 1

Die Bauweise „Flachdecke“ hat sich aufgrund zahlreicher wirtschaftlicher, konstruktiver und architektonischer Vorzüge als fester Bestandteil des Hochbaus etabliert. Das Bestreben, Flachdecken aus wirtschaftlichen und gestalterischen Gründen auf Stützen mit möglichst kleinen Abmessungen aufzulagern, hat zur Entwicklung sehr schlanker Druckglieder geführt. Um die Durchleitung der großen Lasten aus den hoch tragfähigen Stützen durch die in der Regel aus normalfestem Beton hergestellten Decken zu ermöglichen, wurden verschiedene Stützensysteme entwickelt, bei denen die Lastdurchleitung durch den Stützen-Decken-Knoten über durchgehende Kerne erfolgt. Die Decke ist dann nur noch an der Lasteinleitung, nicht aber an der Lastdurchleitung beteiligt. Es stellt sich die Frage, ob die veränderte Auflagerung, die nun als Lochrandstützung mit kleiner Lasteinleitungsfläche erfolgt, einen Einfluss auf das Durchstanztragverhalten hat. In den maßgeblichen nationalen und internationalen Regelwerken werden hierzu keine Angaben gemacht. In Ermangelung eindeutiger normativer Bestimmungen wird die Durchstanzbemessung für Platten mit Lochrandstützung und kleiner Lasteinleitungsfläche in der Praxis zumeist unter Annahme einer normalen Punktstützung entsprechend DIN 1045-1 oder Eurocode 2 durchgeführt.

2 STAND DER FORSCHUNG

2.1 DURCHSTANZEN: DEFINITION, VERSAGENSMECHANISMUS UND EINFLUSSFAKTOREN

Als Durchstanzen wird das lokale Querkraftversagen punktförmig gestützter oder durch Punktlasten beanspruchter Platten oder Fundamente bezeichnet. Charakteristisch für das Versagensbild ist das Herauslösen eines kegelförmigen Betonkörpers im Lasteinleitungs- bzw. Stützbereich, dessen Seitenflächen bei Platten mit großer Schlankheit unter ca. 30° - 35° und bei Platten mit geringer Schlankheit (z.B. Fundamente) unter ca. 45° geneigt sind (Bild 2-1).

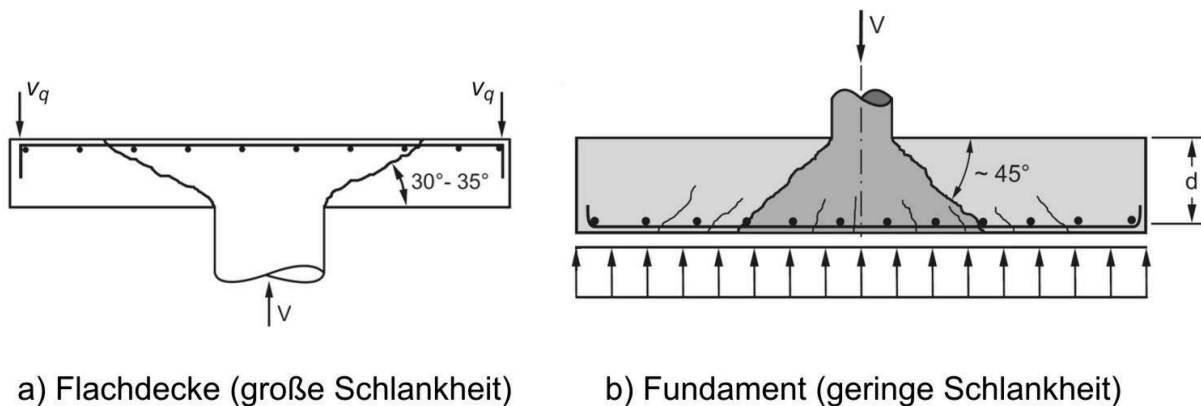


Bild 2-1: Bruchkegelquerschnitt bei Bauteilen unterschiedlicher Schlankheit (nach [36])

Das Tragverhalten und der Versagensmechanismus lassen sich wie folgt beschreiben (Darstellung anhand punktförmig gestützter, rotationssymmetrisch belasteter Flachdecken ohne Durchstanzbewehrung): Bedingt durch den zweiachsigen Lastabtrag und die damit verbundenen zweiachsigen Krümmungen stellt sich im Stützbereich ein konzentrierter Beanspruchungszustand mit Momenten- und Querkraftbeanspruchung ein, der durch Radialmomente und ringförmige Tangentialmomente gekennzeichnet ist [37].

Bei geringem Lastniveau (bis ca. 20-40% der Bruchlast) weist die Platte linear-elastisches Tragverhalten ohne Rissbildung auf (Zustand I). Mit steigender Beanspruchung kommt es zur Überschreitung der Betonzugfestigkeit an der Plattenoberseite (Übergang in Zustand II), es bilden sich zunächst tangentielle Biegerisse am Stützenanschnitt (Nr. 1 in Bild 2-2). Von hier ausgehend zeigen sich radiale Biegerisse, die zuerst nur in den Systemhauptachsen verlaufen, sich aber im weiteren Verlauf bis ca. 70-90% der Bruchlast zu einem sternförmigen Rissbild ausweiten (Nr. 2 in Bild 2-2). Parallel hierzu entstehen ab etwa 60-80% der Bruchlast von der Stützung nach außen fortschreitend weitere tangentielle Risse (Nr. 3 in Bild 2-2).

Unabhängig von den Biegerissen an der Plattenoberseite bilden sich im Platteninneren ab ca. 50% der Bruchlast schräge, ringförmig verlaufende Schubrisse, die sich mit weiter steigender Last in die Biegezug- und -druckzone ausweiten. Dieses als „stabil“ bezeichnete Risswachstum setzt sich fort, bis sich die Schubrisse schließlich zu einem durchgehenden Trennriss vereinigen, der die Druckzone durchtrennt („instabiles Wachstum“). Das rotationssymmetrische Rissbild ist mit Entstehung dieses äußersten Tangentialrisses, der den Durchstanzkegel begrenzt, abgeschlossen (Nr. 4 in Bild 2-2), es kommt schlagartig zum Bruch [38; 39].

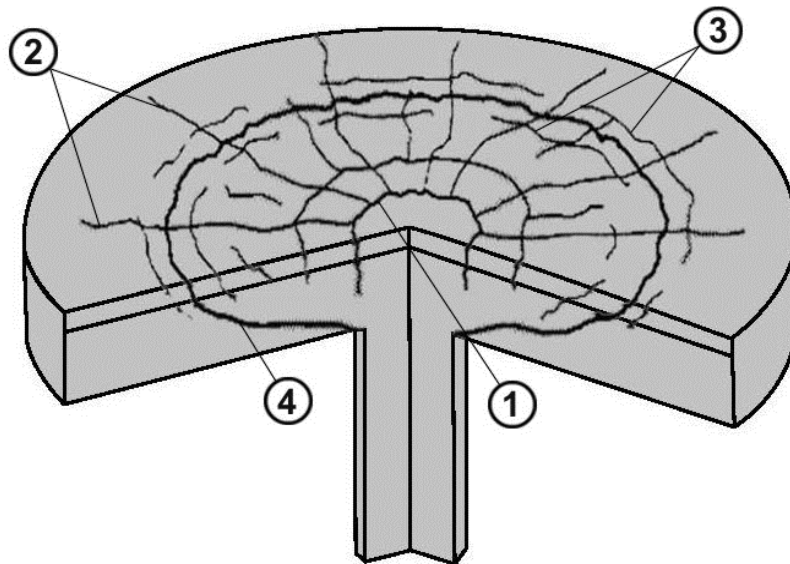


Bild 2-2: Bruchbild einer zentrisch belasteten Innenstützen-Verbindung (nach [39])

Die Verformung der Platte an der Stützungsstelle ist gekennzeichnet durch einen Bereich größerer Krümmungen, der durch den späteren Durchstanzkegel begrenzt wird. Die anschließenden Deckenbereiche bleiben weitgehend gerade (Bild 2-3). Mit zunehmender Rissbildung bzw. Rissöffnung vergrößert sich die Plattenrotation, was zu einer weiter fortschreitenden Einschnürung der Druckzone führt.

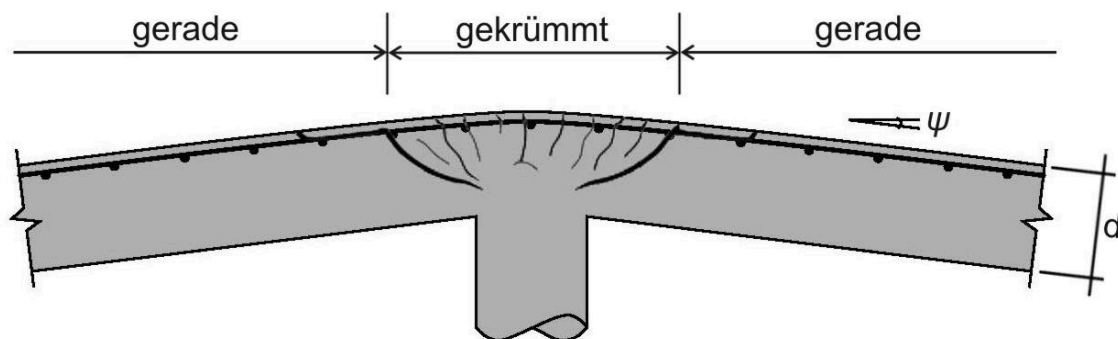


Bild 2-3: Verformungen im Durchstanzbereich (nach [40])

Die Rissbildung an der Plattenoberseite geht einher mit einer Zunahme der Betonstauchungen an der Plattenunterseite (Bild 2-4). Während sich die tangentialen Stauchungen bis zum Bruch überlinear entwickeln, kommt es bei den radialen Stauchungen nach zunächst ebenfalls überlinearer Entwicklung ab etwa 50-70% der Bruchlast zu einem Rückgang (Kurven 1 und 2 in Bild 2-4). Die Stauchungen in Richtung der geneigten Betondruckstrebe entwickeln sich etwa quadratisch (Kurve 3 in Bild 2-4), die Dehnungen senkrecht hierzu verlaufen zunächst etwa positiv linear, ehe bei 50-70% der Bruchlast ein Knick mit starker Zunahme der positiven Dehnungen zu verzeichnen ist (Kurve 4 in Bild 2-4). Der Knick in Kurve 4 ist erklärbar durch die Ausprägung erster schräger Schubrisse im Platteninneren und deutet zusammen mit dem zeitgleichen Rückgang in Kurve 2 auf eine Veränderung im Tragverhalten der Platte hin (Umlagerung von Radial- zu

Tangentialmomenten [37]). Als Schlussfolgerung aus Bild 2-4 ist festzuhalten, dass die durch die Rissbildung eingeschnürte Druckzone einem mehraxialen Druckspannungszustand (Kurven 1, 2 und 3 in Bild 2-4) ausgesetzt ist, so dass sich rund um den Stützenanschnitt ein Druckring ausbildet. Die Lasteinleitung aus der Platte erfolgt überwiegend über diesen Druckring, der Bereich darüber ist an der Lasteinleitung nur in geringem Maße beteiligt. Durch den günstigen Einfluss des mehraxialen Druckspannungszustandes werden beim Durchstanzen größere Tragfähigkeiten erreicht als beim ebenen Querkraftproblem [38; 41].

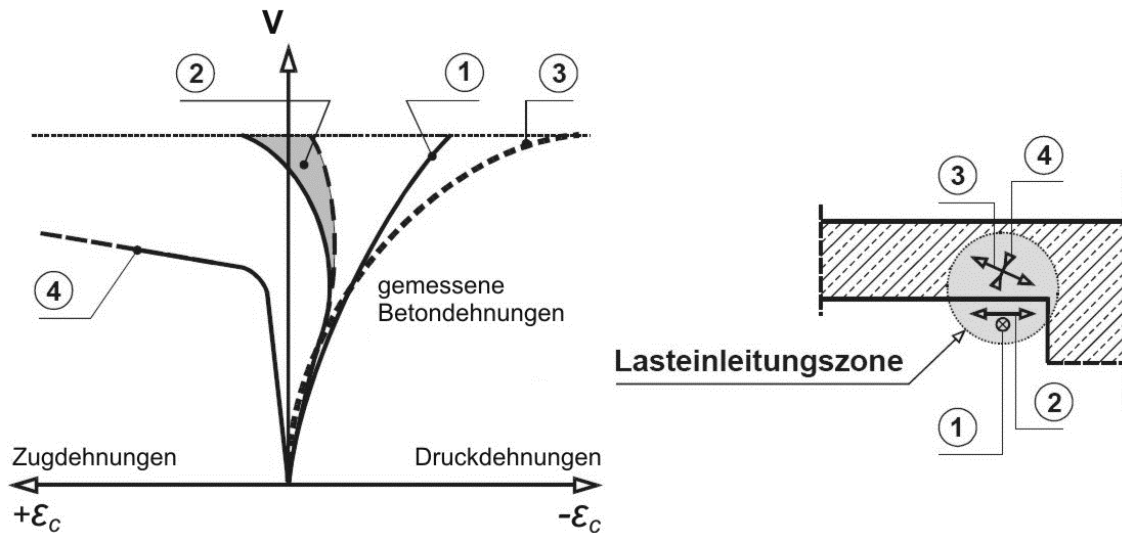


Bild 2-4: Qualitativer Verlauf der Last-Dehnungs-Kurven (nach [42])

In einer Vielzahl insbesondere der früheren Arbeiten zum Durchstanzen wird das Erreichen einer bestimmten Betonstauchung oder Betondruckspannung im Bereich der schrägen Druckstrebe als Ursache für den Versagensfall genannt. Eine Reihe von neueren Untersuchungen hingegen untermauert die These, dass die Größe und Verteilung der Betonzugspannungen ursächlich für den Bruch ist. Danach führt das durch Querkzugspannungen (Kurve 4 in Bild 2-4) hervorgerufene Abplatzen der Betondeckung an der Plattenunterseite zur Aufhebung der Querdehnungsbehinderung und damit zur plötzlichen Reduzierung der Tragfähigkeit des Druckrings. Durchstanzversagen tritt daher als sprödes Versagen mit geringer Vorankündigung auf [41; 39; 43; 44].

In Abs. 2.2 ist ein Überblick über die zahlreichen Modellvorstellungen, die zur Beschreibung des Tragmechanismus beim Durchstanzen entwickelt wurden, zu finden. An dieser Stelle soll als Grundlage für die weiteren Ausführungen zunächst ein einfaches, ebenes Bogen-Zugband-System eingeführt werden (Bild 2-5). Die am Druck-Zug-Knoten Knoten $K1$ einwirkende Kraft wird danach durch eine schräge Druckstrebe von der Plattenoberseite zum Druckknoten $K2$ im Übergang zwischen Plattenunterseite und Stützenanschnitt abgetragen. Das Knotengleichgewicht an der Oberseite wird mit einem horizontalen Zugband gebildet. Unter Einbeziehung der senkrecht zur Ebene wirkenden Kräfte erhält man die vollständigen Beanspruchungen der Knoten: Bei $K1$ handelt es sich somit um einen TCC-Knoten mit senkrechtem Zug ($C = \text{compression}$, $T = \text{Tension}$) und bei $K2$ um einen CCC-Knoten mit senkrechtem Druck (dreiaxialer Druckspannungszustand).

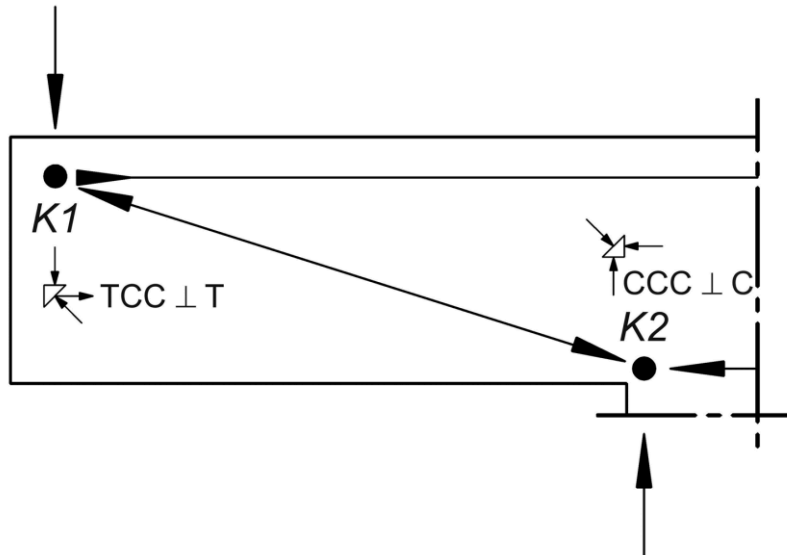


Bild 2-5: Bogen-Zugband-System (C = compression / Druck, T = tension / Zug)

Außer durch die Betonfestigkeit wird das Durchstanztragverhalten durch eine Reihe anderer Faktoren beeinflusst. Diese Parameter lassen sich z.B. an der semi-empirischen Gleichung für den Durchstanzwiderstand von Bauteilen ohne Durchstanzbewehrung aus DIN EN 1992-1-1 (Eurocode 2) [28] ablesen, die auf der Gleichung für den Querkraftwiderstand von Bauteilen ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung basiert:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \quad \text{für Normalbeton} \quad (2.1a)$$

$$v_{lRd,c} = C_{lRd,c} \cdot k \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{lck})^{1/3} + k_2 \cdot \sigma_{cp} \geq (\eta_1 \cdot v_{l,\min} + k_2 \cdot \sigma_{cp}) \quad \text{für Leichtbeton} \quad (2.1b)$$

Wegen der großen baupraktischen Relevanz und Verbreitung werden die wesentlichen Einflussgrößen nachstehend anhand von Gleichung 2.1 erläutert. Die Faktoren $C_{Rd,c}$ und k_1 bzw. $C_{lRd,c}$ und k_2 sind empirisch abgeleitete Beiwerte, mit deren Hilfe der Berechnungsansatz mit Versuchsergebnissen kalibriert und ein ausreichendes Sicherheitsniveau gewährleistet wird.

2.1.1 Betonart

Bauteile aus Leichtbeton weisen eine geringere Durchstanztragfähigkeit auf als vergleichbare Bauteile aus Normalbeton [45]. Ursächlich hierfür sind die Unterschiede in Kraftfluss und innerer Rissbildung, die abhängig sind von den unterschiedlichen Zuschlagsstoffen: Während beim Normalbeton (Zuschläge fester als Zementstein) der Kraftfluss direkt zwischen den harten Körnern stattfindet, werden die Kräfte im Leichtbeton (Zuschläge weicher als Zementstein) im Wesentlichen über den Zementstein übertragen (Bild 2-6). Risse verlaufen beim Normalbeton entsprechend durch den Zementstein und um die Körner herum, während sie beim Leichtbeton die Körner durchtrennen. Daher ist die Scherfestigkeit beim Leichtbeton geringer als beim Normalbeton, die Rissverzahnung ist schwächer ausgeprägt. Die Spannungs-Dehnungs-Linie von Leichtbeton verläuft flacher als die von Normalbeton und ist bei steigender Belastung geringer gekrümmt [38].

Die geringere Durchstanstragfähigkeit von Leichtbeton wird in Gl. (2.1b) durch die Faktoren η_l , der nach Gl. 11.1 aus DIN EN 1992-1-1 in Abhängigkeit von der Trockenrohdichte zu ermitteln ist ($\eta_l < 1,0$), und $k_2 = 0,08$ berücksichtigt.

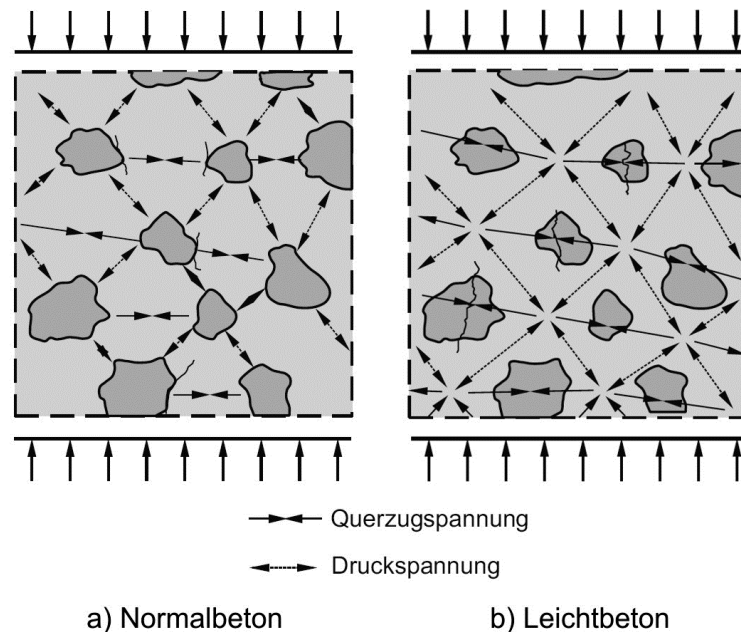


Bild 2-6: Kraftfluss in Normal- und Leichtbeton auf der Meso-Ebene (nach [36])

2.1.2 Statische Nutzhöhe

Zwischen Plattendicke bzw. statischer Nutzhöhe und Durchstanstragfähigkeit besteht ein nichtlinearer Zusammenhang. Die Durchstanstragfähigkeit nimmt mit größer werdender Bauteildicke infolge sinkender Bruchschubspannungen unterproportional zu [46]. OŽBOLT [47] erklärt dieses als Maßstabseffekt bezeichnete Phänomen mit der Rissbildung und der damit einhergehenden Freisetzung von Energie: Bei konstanter Bruchenergie G_f steigt die durch Rissbildung freigesetzte Energie bei zunehmender Bauteildicke an. Bei dicken Platten übersteigt die freigesetzte Energie das Energieverbrauchsvermögen, so dass die Energiedissipation die Bruchlast bestimmt und ein sprödes Bruchverhalten zu beobachten ist. Bei dünnen Platten ist die freigesetzte Energie im Verhältnis zum Energieverbrauchsvermögen klein, so dass sie keinen Einfluss auf die Bruchlast hat und das Bruchverhalten duktil ist.

Andere bruchmechanische Erklärungsversuche führen den Maßstabseffekt auf das Verhältnis zwischen Größtkorndurchmesser und Plattendicke zurück: Bei großen Verhältnissen d_g/h ist die Verzahnung der Rissufer deutlich ausgeprägter als bei kleinen Verhältnissen d_g/h , so dass bei dicken Platten größere Schubrissbreiten und damit kleinere Bruchschubspannungen auftreten [40]. Bei Platten mit Durchstanzbewehrung ist der Maßstabseffekt weniger stark ausgeprägt als bei schubunbewehrten Platten, was mit dem Einfluss der Durchstanzbewehrung auf die Rissbildung erklärt werden kann [48].

Der Maßstabseffekt wird in Gl. (2.1) über den Faktor κ berücksichtigt:

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0 \quad (2.2)$$

2.1.3 Biegebewehrung

Wie eingangs bereits beschrieben, ist die Rissöffnung an der Plattenoberseite und die damit einhergehende Einschnürung der Druckzone an der Unterseite ein wesentlicher Bestandteil des Versagensmechanismus. Da sowohl die Rissbreite als auch die Druckzonenhöhe von der Biegezugbewehrung an der Plattenoberseite abhängig sind, hat diese wesentlichen Einfluss auf die Durchstanztragfähigkeit und die Versagensart: Bei gering bewehrten Platten (etwa $\rho_l < 0,75\%$) tritt ein „Biegeschubbruch“ auf, bei dem der Schubriss aus einem Biegeriss entsteht. Charakteristisch für diese Versagensart sind Fließen in der gesamten Biegebewehrung, ausgeprägte plastische Verformungen vor dem Bruch und eine Rotation der Platte um die Stütze entlang der Bruchlinien. Bei Platten mit hohem Längsbewehrungsgrad (etwa $\rho_l \geq 0,75\%$) bleiben die Dehnungen und damit die Rissbreiten klein, so dass durch die geringere Rotation und die Verzahnung der Rissufer größere Querkraft übertragen werden können als bei schwach bewehrten Platten. Das Versagen erfolgt als Spröbruch ohne Vorankündigung durch plastische Verformungen („Schubzugbruch“), bei dem im Gegensatz zum Biegeschubbruch vor allem eine Translation der Platte gegenüber der Stütze zu beobachten ist. Der Einfluss des Längsbewehrungsgrades auf die Last-Rotations-Beziehung ist aus Bild 2-7 erkennbar [49; 40; 50]. Voraussetzung für diese Betrachtungen ist, dass zwischen oberer Längsbewehrung und Deckenbeton im Durchstanzbereich Verbund besteht, da mangelnder bzw. fehlender Verbund mit einer größeren Rotation und Rissöffnung einhergeht.

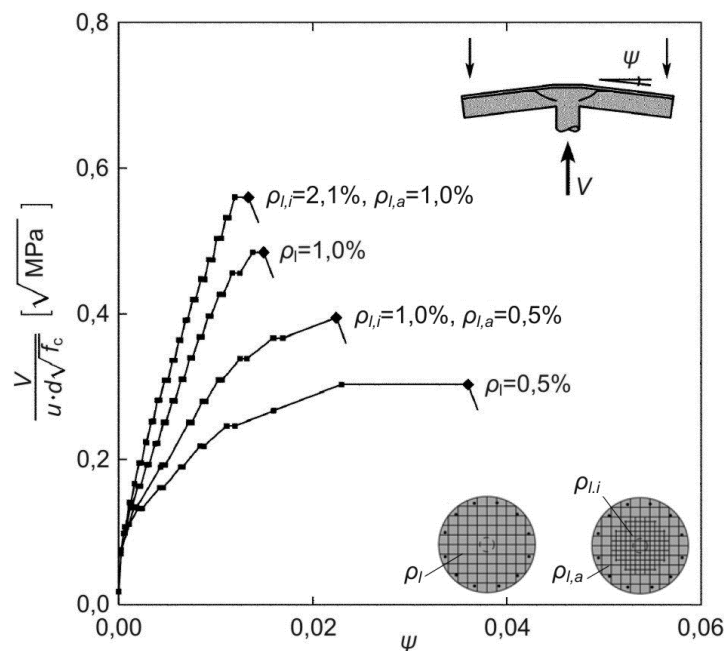


Bild 2-7: Last-Rotations-Beziehungen für Versuche von KINNUNEN und NYLANDER (nach [40])

Bei der Ermittlung der aufnehmbaren Querkraft nach Gleichung 2.1 wird der Einfluss der Längsbewehrung über den geometrischen Längsbewehrungsgrad ρ_l berücksichtigt. Nach [38] hat die Streckgrenze f_y nur einen äußerst geringen Einfluss auf die Durchstanztragfähigkeit, weil die Bewehrung bei üblichen Längsbewehrungsgraden bis zum Bruch nur in sehr eng begrenzten Plattenbereichen ins Fließen gerät. Die für das Versagen entscheidenden Verformungen sind jedoch abhängig vom Gesamtformänderungsverhalten der Platte, im Wesentlichen also von Plattenbereichen, in denen die Streckgrenze der Biegebewehrung nicht erreicht wird. Der Einfluss einer Biegedruckbewehrung ist nach [38] ebenfalls vernachlässigbar.

Vergleichende Versuche von *KINNUNEN* und *NYLANDER* [51] an Platten, die ausschließlich mit Ringbewehrung bewehrt waren, und an Platten nur mit einem orthogonalem Bewehrungsnetz haben gezeigt, dass die Bruchlast der Platten mit orthogonalem Bewehrungsnetz um 15-20% höher ist als mit Ringbewehrung. Diese Erhöhung wird mit einer Dübeltragwirkung begründet, die infolge der Relativverschiebung der Rissufer in der den Schubriss kreuzenden Bewehrung aktiviert wird. *BEUTEL* hat in [52] durch FE-Simulationen festgestellt, dass die Längsbewehrung durch Dübeltragwirkung mit ca. 12% an der experimentellen Durchstanztraglast beteiligt ist. Dieser Traganteil wird in Gl. (2.1) nicht explizit erfasst, sondern indirekt über den geometrischen Längsbewehrungsgrad berücksichtigt [48].

2.1.4 Betonnormalspannung

Eine Vorspannung hat einen günstigen Einfluss auf das Durchstanztragverhalten. In Deutschland werden vorgespannte Flachdecken üblicherweise mittels Monolitzen ohne Verbund vorgespannt, die im Stützbereich gekrümmt verlaufen [1]. Die günstige Wirkung der Vorspannung wird rechnerisch dadurch berücksichtigt, dass die vertikale Komponente der Vorspannung auf der Einwirkungsseite, d.h. bei der Ermittlung der maßgebenden Durchstanzkraft, in Abzug gebracht werden darf, während die horizontale Komponente in Form eines von der Normalspannung $\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c$ abhängigen Anteils auf der Widerstandsseite (in Gl. (2.1) als Mittelwert beider Tragrichtungen, Drucknormalkraft mit positivem Vorzeichen) erfasst wird. Nach *KORDINA* und *NÖLTING* [38] ist diese Erhöhung der aufnehmbaren Querkkräfte im Wesentlichen dem Effekt der Vorspannung zuzuschreiben, dass durch die erhöhte Biegesteifigkeit der Platte die Krümmung und die Einschnürung der Druckzone reduziert werden. *HÄUSLER* hat dies in seinen Untersuchungen zum maximalen Durchstanzwiderstand vorgespannter Platten [48] anhand numerischer Simulationen insofern bestätigt, als dass die Steigerung des Durchstanzwiderstandes nicht von der Vertikalkomponente der Spannkraft abhängt, sondern entscheidend von der Plattenkrümmung. Neben dem Einfluss planmäßig auftretender Normalkräfte aus Vorspannung können über den Normalspannungsanteil in Gl. (2.1) auch andere Effekte abgebildet werden. *GUIDOTTI* et. al. haben in [9] festgestellt, dass sich infolge großer Auflasten im Stützen-Decken-Knoten, etwa aus Stützenlasten aufgehender Geschosse, radiale Druckspannungen in der Decke einstellen, die den Durchstanzwiderstand der Platte erhöhen. Insofern können Lasteinleitung und Lastdurchleitung bei normal gelagerten Flachdecken (ohne Kern im Stützen-Decken-Knoten) nicht losgelöst voneinander betrachtet werden. Diesem Aspekt wurde in der Literatur bislang nur wenig Beachtung geschenkt. Die in [9] angegebene Formulierung bietet die Möglichkeit, die radiale Druckspannung aus der Lastdurchleitung zu ermitteln und beim Durchstanznachweis mit Gl. (2.1) zu berücksichtigen.

2.1.5 Stützenlage

Der in Abs. 2.1 beschriebene Versagensmechanismus gilt für zentrisch belastete Innenstützen, d.h. bei rotationssymmetrischer Belastung ohne Anschlussmomente im Stützen-Decken-Knoten („zentrisches Durchstanzen“). Das Durchstanztragverhalten von Platten im Bereich von Rand- und Eckstützen („Exzentrisches Durchstanzen“) unterscheidet sich hiervon aufgrund mehrerer Faktoren fundamental. Wegen der nicht vorhandenen Rotationssymmetrie kann sich ein mehraxialer Druckspannungszustand an der Plattenunterseite nicht einstellen. Demzufolge erhöht sich für diese

Stützungsstellen die Durchstanztragfähigkeit nicht in gleicher Weise wie bei Innenstützen. Gleichzeitig treten auf der Einwirkungsseite Effekte auf, die die Beanspruchung der Platte ungünstig beeinflussen: Wegen der fehlenden Rotationssymmetrie sind die Schubspannungen entlang des Umfangs ungleichmäßig verteilt. Zudem sind an Rand- und Eckstützen in der Regel Stützenanschlussmomente zu übertragen, die aus Rahmentragwirkung resultieren. Dies gilt auch für Innenstützen mit stark unterschiedlichen Stützweiten, ungleichmäßiger Laststellung oder mit Horizontallasten in Deckenebene. Der Bruchmechanismus dieses als Momenten-Querkraft-Interaktion bezeichneten Effekts ist abhängig von der bezogenen Lastausmitte e/c (mit $e = M/V$ und $c =$ Stützenbreite). In Bild 2-8 sind die Bruchbilder verschiedener Randstützen unter flächig belasteten Flachdecken mit unterschiedlichen bezogenen Lastausmitten dargestellt.

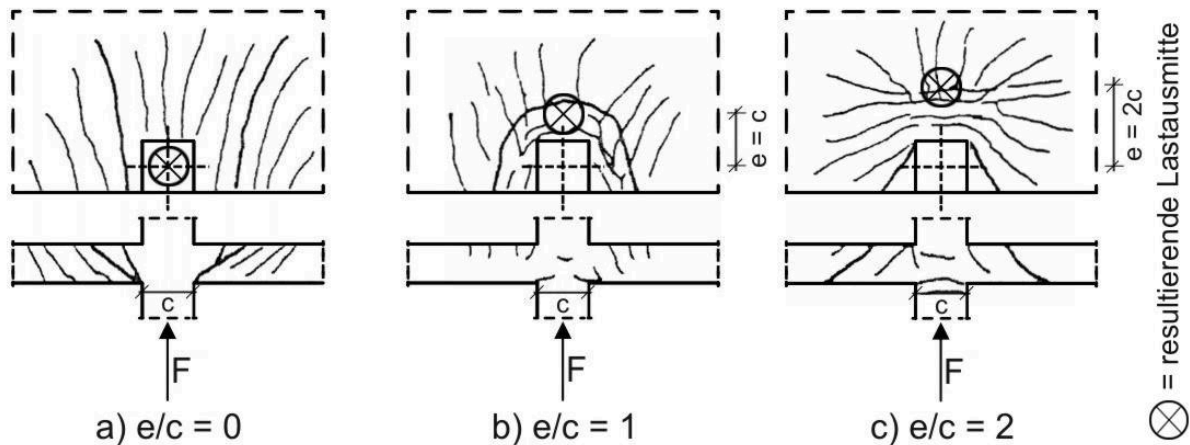


Bild 2-8: Bruchbilder von Randstützen mit unterschiedlicher Lastausmitte (nach [38])

Bei $e/c \approx 0$ ist das Tragverhalten der Platte im Wesentlichen durch Durchlaufwirkung parallel zum freien Rand gekennzeichnet, so dass sich ein weitgehend ebenes Querkraftversagen mit zwei nahezu parallelen, senkrecht zum freien Rand verlaufenden Schubbruchflächen mit einem Ausbruchwinkel von ca. 45° einstellt („Schubbruch“). Ab $e/c \approx 1$ beteiligen sich die weiter innen liegenden Plattenbereiche am Lastabtrag, so dass die Tragrichtung senkrecht zum Rand maßgebend wird. Der Lastabtrag an der Stütze ist dementsprechend durch Auftreten eines Torsionsmomentes zwischen Platte und Stütze gekennzeichnet. Das Bruchbild ähnelt dem des zentrischen Durchstanzens mit Herauslösen eines Durchstanzkegels, dessen Seitenflächen unter ca. 30° geneigt sind („Schubtorsionsbruch“). Bei größeren Ausmitten von $e/c \approx 2,0$ überwiegen die Torsionsbeanspruchungen an den Stützenseitenrändern bzw. die Biegebeanspruchungen an der Stützenstirnseite. Das Bruchbild weist überwiegend Biege- und Torsionsrisse auf („Biegetorsionsbruch“) [38; 39]. Aber nicht nur das Bruchbild, sondern auch der Durchstanzwiderstand ist abhängig von der bezogenen Lastausmitte. Die Größe des Durchstanzwiderstandes ist beim Schubbruch und Schubtorsionsbruch annähernd gleich, beim Biegetorsionsbruch jedoch bedeutend kleiner. Die bezogene Lastausmitte ist daher die maßgebende Größe beim exzentrischen Durchstanzen [41].

In DIN EN 1992-1-1 wird der Ausdruck für den Bauteilwiderstand (Gl. 2.1) unabhängig von der Lage der Stützen und der Symmetrie der Belastung verwendet. Der Einfluss dieser Parameter wird einwirkungsseitig berücksichtigt, indem die Länge des kritischen Rundschnitts, auf den die einwirkende Stützenkraft bezogen wird, entsprechend der Stützenlage angepasst und die Durchstanzlast durch einen Lasterhöhungsfaktor β vergrößert wird. Anders als in DIN 1045-1 [25]

werden in DIN EN 1992-1-1 neben konstanten, empirisch abgeleiteten Lasterhöhungsfaktoren zusätzlich Formulierungen angeben, mit denen β in Abhängigkeit von der Momenten-Querkraft-Interaktion unter Ansatz einer plastischen Schubspannungsverteilung rechnerisch ermittelt werden kann. Die in Eurocode 2 vorgesehene Ermittlung von β auf der Grundlage verkürzter Rundschnitte ist in Deutschland gemäß nationalem Anhang [29] nicht zulässig. Alternativ besteht die Möglichkeit, den Lasterhöhungsfaktor β über Sektormodelle zu bestimmen, siehe z.B. [52], [27]. Bei diesem Verfahren ist als wenig plausibel hervorzuheben, dass sich in Abhängigkeit von der Sektoreinteilung bei ansonsten gleichen Randbedingungen z.T. sehr unterschiedliche Werte für β ergeben können. Eine Zusammenstellung weiterer Ansätze zur Bestimmung von β ist in [36] zu finden.

VOCKE hat in [41] auf Grundlage von Versuchen und numerischen Untersuchungen einen eigenen Bemessungsansatz abgeleitet, bei dem die bezogene Lastausmitte e/c sowie die bezogene Länge des schubbewehrten Bereichs l_w/d , die Stützegeometrie c_x/c_y und das charakteristische Tragniveau von Rand- und Eckstützen explizit berücksichtigt werden. Die Wirkung einer Vorspannung lässt sich hiermit jedoch bislang nicht erfassen. HAMMELEHLE hat ein Durchstanzmodell vorgestellt [39], mit dessen Hilfe sich anhand differenzierter Betrachtung von Einzelsektoren der Durchstanzwiderstand schubunbewehrter Flachdecken unabhängig von der Lage der Stütze bestimmen lässt.

2.1.6 Stützegeometrie

Der Durchstanzwiderstand wird hinsichtlich der Stützegeometrie durch mehrere Parameter beeinflusst: durch die Stützenform, durch das Verhältnis des Stützendurchmessers zur statischen Nutzhöhe c/d und durch das Verhältnis von Stützenumfang zur statischen Nutzhöhe u_0/d . Bei runden Stützen treten entlang des Umfangs keine Spannungsspitzen auf. Im Gegensatz hierzu kommt es bei rechteckigen Stützen im Bereich der Ecken zu Spannungskonzentrationen, die mit einer Abnahme des Durchstanzwiderstandes einhergehen. Die Größe dieser Spannungskonzentrationen ist abhängig vom Verhältnis c/d : Mit zunehmenden Stützenabmessungen entziehen sich die Bereiche zwischen den Ecken der Querkraftaufnahme. Gleichzeitig nimmt unabhängig von der Stützenform mit steigendem Verhältnis u_0/d der mehraxiale Druckspannungszustand ab, der für die erhöhte Querkrafttragfähigkeit beim Durchstanzen gegenüber dem ebenen Querkraftproblem verantwortlich ist. Im nationalen Anhang zu DIN EN 1992-1-1 [29] werden diese Effekte durch eine Begrenzung der Länge des kritischen Rundschnitts berücksichtigt [48].

2.1.7 Durchstanzbewehrung

Durch die Anordnung einer Querkraftbewehrung im Durchstanzbereich kann ein weniger sprödes Bruchverhalten erreicht und der Durchstanzwiderstand erhöht werden. In DIN EN 1992-1-1 wird diesem Umstand Rechnung getragen, indem die Querkrafttragfähigkeit für Bauteile mit Durchstanzbewehrung gegenüber Gl. (2.1) um einen additiven Anteil zur Berücksichtigung der Durchstanzbewehrung erhöht wird:

$$v_{Rd,cs} = 0,75 \cdot v_{Rd,c} + 1,5 \cdot (d/s_r) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot (1/(u_1 \cdot d)) \cdot \sin \alpha \quad (2.3)$$

Die traglasterhöhende Wirkung einer Durchstanzbewehrung kann nach *KORDINA* und *NÖLTING* [38] durch zwei Effekte erklärt werden: Zum einen bildet sich im schubbewehrten Bereich ein zusätzliches Fachwerk aus, das dem Bogen-Zugband-System überlagert wird (Bild 2-9). Voraussetzung hierfür ist neben der Aktivierung der Zugstreben durch Rissbildung, dass die zusätzliche Horizontalkraft aus dem Fachwerk durch die vorhandene Längsbewehrung aufgenommen werden kann. Durch dieses Aufhängefachwerk wird vor allem die schräge Druckstrebe des Hauptsystems entlastet, indem die einwirkende Last hoch gehängt und durch mehrere kleine Druckstreben abgetragen wird. Zum anderen werden die auftretenden Risse durch die Durchstanzbewehrung verklammert, was mit einer geringeren Rissöffnung und damit einer kleineren Rotation an der Risswurzel verbunden ist.

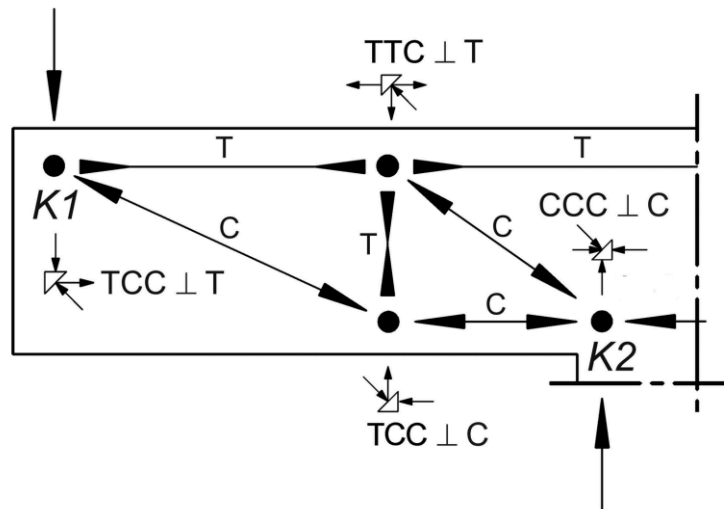


Bild 2-9: Überlagertes Fachwerk-System ($C = \text{Druck}$, $T = \text{Zug}$)

Bei Bauteilen mit Durchstanzbewehrung kommen dementsprechend drei verschiedene Versagensarten bzw. Versagensstellen in Betracht (Bild 2-10):

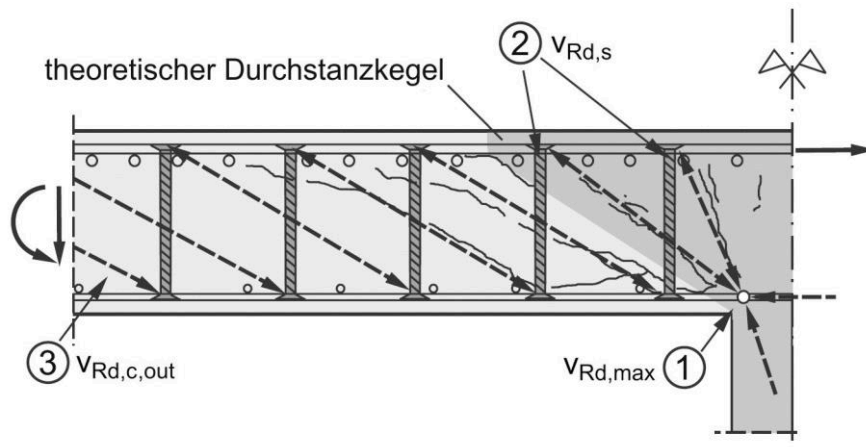


Bild 2-10: Versagensstellen bei Bauteilen mit Durchstanzbewehrung (nach [36])

Versagen der Betondruckstrebe (Stelle 1 in Bild 2-10):

Die maximale Durchstanstragfähigkeit kann durch die Anordnung einer Durchstanzbewehrung nicht beliebig gesteigert werden, sondern ist durch die Tragfähigkeit der Druckstrebe begrenzt.

Analog zum Durchstanzen bei schubunbewehrten Platten tritt das Versagen ein, wenn der Beton in der mehraxial hoch belasteten Druckzone am Stützenanschnitt versagt. In DIN EN 1992-1-1 wird der Nachweis der Druckstrebe daher unmittelbar am Stützenanschnitt (d.h. im Rundschnitt u_0) geführt, wobei der Bauteilwiderstand analog zur Druckstrebentragfähigkeit von Balken ermittelt wird. Diese ist ausschließlich von der Betondruckfestigkeit und dem Stützenumfang abhängig.

Vergleichsrechnungen [53] haben gezeigt, dass die maximale Durchstanztragfähigkeit von schlanken Platten bei Ansatz der Druckstrebentragfähigkeit von Balken überschätzt wird. Ursächlich hierfür ist, dass bei schlanken Platten der Bruch in der Regel vor Erreichen der Druckstrebentragfähigkeit durch ein Versagen der Druckzone am Stützenanschnitt eintritt. Die Querkrafttragfähigkeit der Druckzone wird maßgeblich beeinflusst durch die Druckzonenhöhe, den Maßstabseffekt und die Dübelwirkung der oberen Längsbewehrung. Diese Einflussfaktoren werden durch den Längsbewehrungsgrad ρ , die Betondruckfestigkeit f_{ck} , die statische Nutzhöhe d und den Faktor zur Berücksichtigung des Maßstabeffekts k beschrieben. Im deutschen nationalen Anhang zu DIN EN 1992-1-1 [29] wird der Druckstrebenachweis daher im für die Ermittlung der Durchstanzbewehrung maßgebenden Rundschnitt u_1 im Abstand $2,0d$ vom Stützenanschnitt geführt, wobei die Maximaltragfähigkeit analog zu DIN 1045-1 [25] und anderen internationalen Normen als Vielfaches des Durchstanzwiderstandes von Bauteilen ohne Durchstanzbewehrung (s. Gl. 2.1) ausgedrückt wird:

$$v_{Rd,max} = 1,4 \cdot v_{Rd,c,u1} \quad (2.4)$$

Auf diese Weise werde alle oben beschriebenen Einflussfaktoren berücksichtigt. Außerdem besteht durch eine Anpassung des Vorfaktors die Möglichkeit, den Einfluss verschiedener Durchstanzbewehrungen auf die maximale Tragfähigkeit zu berücksichtigen [52].

Versagen der Durchstanzbewehrung (Stelle 2 in Bild 2-10):

Ein Ausfall der Zugstreben ist gleichbedeutend mit dem Wegfall des zusätzlichen Traganteils aus dem überlagerten Fachwerkmodell innerhalb des schubbewehrten Bereichs. Die Tragfähigkeit der Zugstreben ist abhängig vom Querschnitt, von der Streckgrenze und von der Verankerungsqualität der eingesetzten Bewehrungselemente. In DIN EN 1992-1-1 sind als Durchstanzbewehrung ausschließlich Bügel und schräge Bewehrungsstäbe geregelt. Durch diese Bewehrungsarten kann die Durchstanztragfähigkeit um maximal 40% gesteigert werden (s. Gl. 2.4). Durch die Verwendung von bauaufsichtlich zugelassenen Sonderformen von Durchstanzbewehrung kann dieses Maß erhöht werden, z.B. auf 96% bei Kopfbolzen-Dübelleisten [54; 55] oder 70% bei Gitterträgern (Dieser Wert bezieht sich auf die Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung [56] nach DIN 1045-1 [25]. Eine Europäische Technische Zulassung nach DIN EN 1992-1-1 [28] lag zum Zeitpunkt der Drucklegung noch nicht vor.). Diese Werte für die Steigerung der Tragfähigkeit wurden empirisch abgeleitet.

Ursächlich für die beträchtliche Differenz der maximalen Tragfähigkeit ist das unterschiedliche Verankerungsverhalten. Bei dünnen Platten kann die Tragfähigkeit der Durchstanzbewehrung nur dann zu 100% aktiviert werden, wenn diese oberhalb der oberen Bewehrungslage und unterhalb der unteren Bewehrungslage vollständig verankert ist. Herkömmliche Bügel weisen gegenüber

Doppelkopfkern einen wesentlich größeren Verankerungsschlupf auf (Bild 2-11), so dass die Tragfähigkeit der Bügel nicht voll ausgeschöpft werden kann. Bei dicken Platten ist dieser Effekt weniger stark ausgeprägt, weil ein Teil der Kräfte über Verbund in den Beton eingeleitet werden kann [52; 48]. In Gl. (2.3) wird diesem Effekt durch den Faktor

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25d \leq f_{ywd} \quad (2.5)$$

(mit d in mm) Rechnung getragen. Zusätzlich wird in DIN EN 1992-1-1 eine Mindestdicke für Platten mit Durchstanzbewehrung von $h_{min} = 200$ mm gefordert. Die Verankerungsqualität der Durchstanzbewehrung beeinflusst die Größe der Schubrotationen in der Druckzone am Stützenanschnitt. Hierbei ist insbesondere die Verankerung in der Druckzone problematisch, weil diese nur wenige cm hoch ist und oft nur der Höhe der Betondeckung entspricht [49].

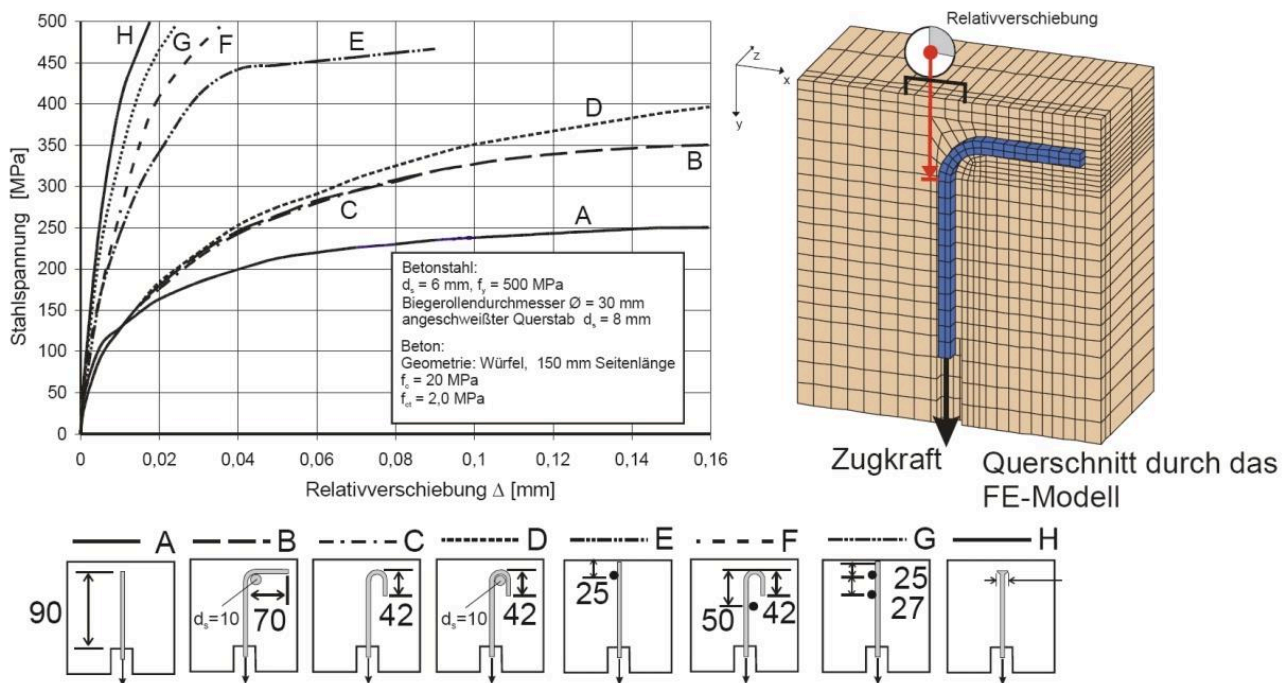


Bild 2-11: Last-Verformungs-Kurven verschiedener Bewehrungselemente (aus [52])

Je besser die Verankerungsqualität ist, desto größer sind die Umschnürung der Druckzone und damit der Durchstanzwiderstand. Die maximale Tragfähigkeit der Druckstrebe wird aber auch bei Verwendung von Durchstanzbewehrung mit guter Verankerungsqualität nicht erreicht, weil die umschnürende Wirkung der Schubbewehrung unvollkommen ist, so dass es vor Erreichen der Druckstrebetragfähigkeit zum Abplatzen der Betondeckung und damit zum Versagen kommt. Neben der Art und Menge ist vor allem auch die Lage der Durchstanzbewehrung von maßgeblicher Bedeutung für die Größe des Durchstanzwiderstandes. Nur wenn die Schubrisse durch die Bewehrungselemente gekreuzt werden, kann die Durchstanzbewehrung aktiviert werden [48]. Es ist daher durch die Einhaltung der in DIN EN 1992-1-1 bzw. den Allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen angegebenen Konstruktionsregeln für die Anordnung der Durchstanzbewehrung sicherzustellen, dass sich das beim Durchstanznachweis unterstellte Modell im Bauteil einstellen

kann. Dabei ist zu beachten, dass beim Einbau der Durchstanzbewehrung vor Ort Abweichungen von der planmäßigen Lage nur in sehr engen Toleranzen zulässig sind [57].

Versagen außerhalb des schubbewehrten Bereichs (Stelle 3 in Bild 2-10):

Außerhalb des schubbewehrten Bereichs ist ein Durchstanzversagen analog zu Bauteilen ohne Durchstanzbewehrung möglich. Dabei ist zu beachten, dass sich durch den mit größerem Abstand vom Stützenanschnitt geringer werdenden Einfluss des mehraxialen Spannungszustandes die Tragfähigkeit der ebenen Querkraftprobleme annähert. Diesem Aspekt wird im nationalen Anhang zu DIN EN 1992-1-1 dadurch Rechnung getragen, dass beim Nachweis des äußeren Rundschnitts $u_{out,ef}$ im Abstand $1,5d$ von der letzten Bewehrungsreihe nicht der höhere Durchstanzwiderstand bei Punktlagerung nach Gl. 2.1 angesetzt werden darf, sondern nur der kleinere Querkraftwiderstand bei Linienlagerung (wie Gl. 2.1, jedoch mit reduziertem $C_{Rd,c}$).

Weitere detaillierte Informationen zum Durchstanzen schubbewehrter Flachdecken im Bereich von Innenstützen können der umfangreichen Arbeit von *BEUTEL* entnommen werden [52].

2.2 DURCHSTANZMODELL VON MUTTONI (SCHWEIZ, 2008)

Seit den 1960er Jahren wurde eine Vielzahl von Versuchen zum Durchstanzen durchgeführt, auf deren Grundlage zahlreiche Modelle entwickelt wurden, um den Versagensmechanismus zu beschreiben und geeignete Kriterien zur Berechnung der Versagenslast abzuleiten [1]. Eine Übersicht hierzu findet sich z.B. in [38]. Diese Arbeiten unterscheiden sich in Ihren Ansätzen zum Teil erheblich, weswegen sie in der Literatur in verschiedene Kategorien unterteilt werden. Eine mögliche Gliederung gibt *BEUTEL* [52] unter Beschreibung der jeweils relevantesten Arbeiten an:

- a) Modelle auf Grundlage von Plattensegmenten
- b) Modelle auf Grundlage der Plastizitätstheorie
- c) Fachwerkmodelle
- d) Modelle auf Grundlage der Bruchmechanik
- e) Durchstanzen als Folge eines lokalen Verbundversagens
- f) Numerische Modelle
- g) Empirische Modelle

Weitere Gliederungen mit Zuordnung bekannter Untersuchungen zum Durchstanzen sind in [48] und [41] zu finden, eine kritische Sichtung der Modellvorstellungen hat *STALLER* in [58] vorgenommen.

An dieser Stelle wird eines dieser Modelle detailliert beschrieben, das in Kapitel 4 als Grundlage für einen Bemessungsvorschlag zum Durchstanzen lochrandgestützter Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche dienen wird. Die Auswahl eines geeigneten Modells erfolgte unter folgenden Kriterien:

- 1. Prognosegüte,
- 2. Anschaulichkeit,
- 3. Mechanische Plausibilität,
- 4. Berücksichtigung der in Abs. 2.1 beschriebenen Parameter,
- 5. Optional Berücksichtigung des Einflusses von Durchstanzbewehrung,
- 6. Rechnerische Handhabbarkeit,
- 7. Erweiterungsfähigkeit in Hinblick auf Lochrandstützung.

Nach intensiver Sichtung verschiedener Modelle wurde ein bruchmechanischer Vorschlag von *MUTTONI* aufgegriffen [40], mit dem sich die Durchstanzbruchlast mit sehr hoher Prognosegüte berechnen lässt. Das Modell liefert, auf der Theorie der kritischen Schubrissbreite („*Critical Shear Crack Theory*“, CSCT) basierend, eine mechanische Erklärung für das Durchstanzen in rotationssymmetrisch belasteten Decken unter Berücksichtigung aller relevanten Parameter einschließlich des Maßstabeffekts. Es ist konsistent mit dem Modell von *KINNUNEN* und *NYLANDER* [51], das hinsichtlich der Prognosegüte noch immer zu den besten Durchstanzmodellen zählt, die übrigen der oben angeführten Kriterien jedoch nicht durchgängig erfüllt. Eine Erweiterung der CSCT durch *MUTTONI* und *FERNÁNDEZ RUIZ* bietet darüber hinaus die Möglichkeit, die Wirkung einer Durchstanzbewehrung auf das Tragverhalten zu beschreiben und ihren Einfluss auf die Versagenslast rechnerisch zu erfassen [59]. Weitere Ergänzungen der CSCT ermöglichen ihre Anwendung auf Platten mit nicht rotationssymmetrischer Belastung [50] sowie die

Berücksichtigung des Einflusses großer Stützenlasten auf das Durchstanztragverhalten [9]. Die in Model Code 2010 [34] angegebenen Ausdrücke für die Durchstanzbemessung basieren auf dieser Theorie, was die Bedeutung der CSCT unterstreicht. Dort wurde auch das ebenfalls von *MUTTONI* und *FERNÁNDEZ RUIZ* für die Durchstanzbemessung vorgeschlagene „Levels-of-approximation“-Konzept (LoA), das eine Steuerung der Prognosegüte für die Bruchlast unter Verwendung unterschiedlich aufwändiger Ansätze zur Ermittlung der für die Berechnung der Versagenslast erforderlichen Last-Rotations-Beziehung ermöglicht, verankert [60].

Nachfolgend werden das von der Plattenrotation abhängige Versagenskriterium und das mechanische Modell, das zur Ermittlung der Last-Rotations-Beziehung verwendet wird, vorgestellt. Die Beschreibung der CSCT wird abgeschlossen, indem ihre Erweiterung auf Platten mit Durchstanzbewehrung erläutert wird.

2.2.1 Versagenskriterium nach der „Critical Shear Crack Theory“

MUTTONI und *SCHWARTZ* [61] begründen die in Versuchen beobachtete Abhängigkeit der Durchstanztragfähigkeit von der Plattenrotation (s. Abs. 2.1.3 und Bild 2-7) mit dem Auftreten eines kritischen Schubrisses, der sich durch die geneigte Druckstrebe ausbreitet (Bild 2-12 a)). Als Beleg für den Einfluss des kritischen Schubrisses führen sie zwei bei Versuchen beobachtete Phänomene an: Zum einen stützen sie sich auf den in Abs. 2.1 beschriebenen und in Bild 2-4 dargestellten charakteristischen Verlauf der radialen Betondehnungen an der Plattenunterseite. Sie erklären den Rückgang der Stauchungen kurz vor dem Bruch damit, dass sich die Form der Druckstrebe mit der Entwicklung des kritischen Schubrisses verändert. Anstelle des zunächst geraden Verlaufs bilden sich unmittelbar vor dem Bruch eine geknickte Druckstrebe und, aufgrund von Gleichgewichtsbetrachtungen, in Stütznähe eine horizontale Zugstrebe an der Plattenunterseite aus (Bild 2-12 b)).

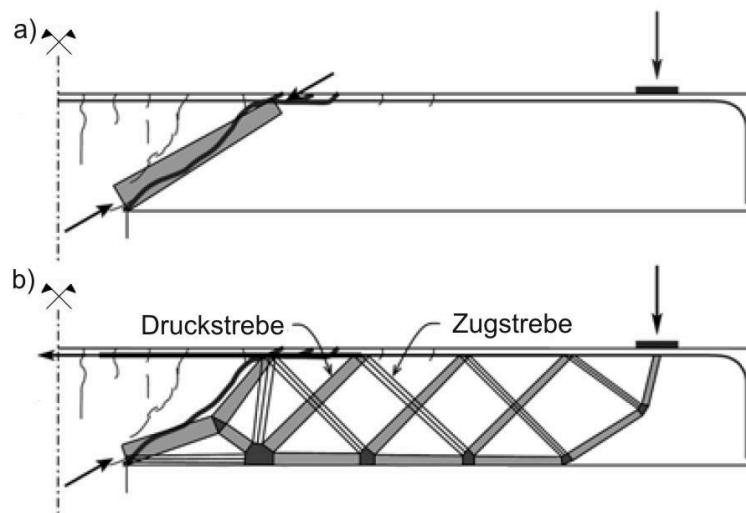


Bild 2-12: Durchstanzmodell von *MUTTONI*, a) Störung der geraden Druckstrebe durch den kritischen Schubriss, b) Fachwerkmodell mit geknickter Druckstrebe (nach [40])

Zum anderen verweisen sie auf Durchstanzversuche von *BOLLINGER* [62] an bewehrten Plattenausschnitten mit ausschließlich am Plattenrand angeordneter Ringbewehrung (Bild 2-13a). Bei diesen Versuchen traten ausschließlich radiale Risse auf, die bei orthogonaler Bewehrung

üblichen kreisförmigen Risse in Stützennähe wurden nicht beobachtet. Die Anordnung eines zusätzlichen Bewehrungsringes in Stützennähe (Bild 2-13b)) führte zur Entwicklung eines ringförmigen Risses im Bereich des zusätzlichen Bewehrungsringes. Verbunden mit dem Auftreten dieses zusätzlichen Tangentialrisses war eine Reduzierung der Bruchlast um 43% (Bild 2-13c)). *MUTTONI* und *SCHWARTZ* bewerten diesen deutlichen Abfall der Tragfähigkeit als Beleg für den großen Einfluss eines Schubrisses auf die Durchstanztragfähigkeit.

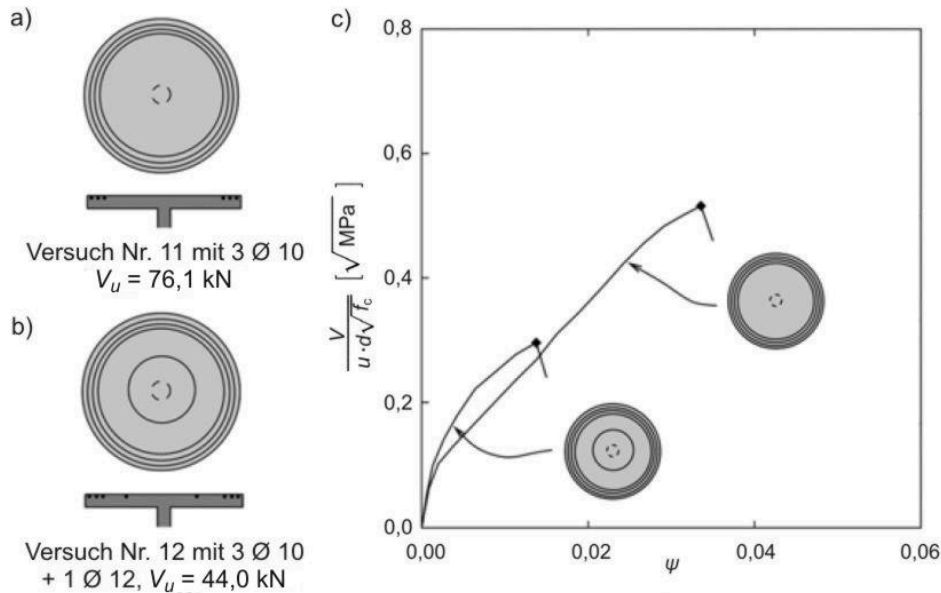


Bild 2-13: Durchstanzversuche von BOLLINGER, a) mit Ringbewehrung nur am Plattenrand, b) mit zusätzlichem Ring in Stützennähe, c) Vergleich der Last-Rotations-Beziehungen (nach [40])

Nach *MUTTONI* und *SCHWARTZ* tritt Versagen ein, wenn der Schubriss, der die geneigte Druckstrebe durchtrennt und damit ihre Tragfähigkeit reduziert, eine kritische Schubrissbreite erreicht. Es wird angenommen, dass die Schubrissbreite proportional zum Produkt aus Plattenrotation ψ und statischer Nutzhöhe d ist (s. Bild 2-3). Die Größe der Schubspannungen, die über den Schubriss übertragen werden können, ist neben der Schubrissbreite abhängig von der Rauigkeit der Rissufer, die durch den Größtkorndurchmesser d_g bestimmt wird. Basierend auf diesen Annahmen gibt *MUTTONI* in [63] folgendes halbempirische Versagenskriterium an:

$$V_u = \frac{0,75 \cdot u \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad \text{Parameter in [N, mm]} \quad (2.6)$$

Darin sind u der Umfang des kritischen Rundschnitts im Abstand $d/2$ vom Stützenrand und d_{g0} ein Bezugskorndurchmesser mit $d_{g0} = 16$ mm. ψ ist als Rotation außerhalb des gekrümmten Plattenabschnitts im Bereich der Stütze definiert (Bild 2-3). Die Plattenrotation beim Versagen wird auf iterativem Weg durch einen Vergleich des Versagenskriteriums der Gl. 2.6 mit der Last-Rotations-Beziehung der betrachteten Decke ermittelt (s. Abs. 2.2.2).

Die Nachrechnung von 99 Versuchen aus der Literatur mit dem Versagenskriterium aus Gl. 2.6 ergab eine sehr gute Übereinstimmung mit einem Mittelwert von 1,03 und einem Variationskoeffizienten von 0,10. Bild 2-14 zeigt die Ergebnisse dieses Vergleichs, dabei wurde die

Plattenrotation ψ mit dem Faktor $d/(d_{g0}+d_g)$ multipliziert, um Einflüsse aus dem Größtkorndurchmesser und der Plattendicke zu eliminieren.

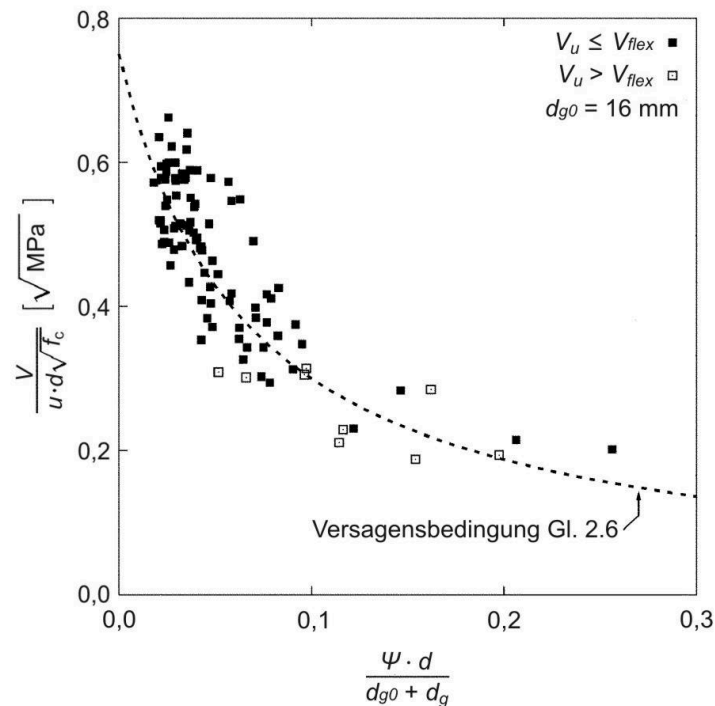


Bild 2-14: Vergleich des Versagenskriteriums von MUTTONI mit 99 Versuchen aus der Literatur (nach [40])

2.2.2 Ermittlung der Last-Rotations-Beziehung

Um die Versagenslast mit Hilfe von Gl. 2.6 bestimmen zu können, ist die Kenntnis der Last-Rotations-Beziehung erforderlich. Die rechnerische Bruchlast ergibt sich dann aus dem Schnittpunkt zwischen der Versagensbedingung der Gl. 2.6 und der Last-Rotations-Beziehung (Bild 2-15). Diese kann z.B. mit Hilfe einer nichtlinearen FEM-Berechnung ermittelt werden. Für Stützen mit rotationssymmetrischer Lasteinleitung gibt MUTTONI mehrere, unterschiedlich genaue Ansätze an, um die Last-Rotations-Beziehung direkt zu berechnen [40]. Die Idee, den Grad der Genauigkeit und damit den zu betreibenden Rechenaufwand entsprechend den Erfordernissen anzupassen, mündete im bereits erwähnten Konzept der „Levels-of-approximation“ (LoA) [60]. Hier wird ein auf einer quadrilinearen Momenten-Krümmungs-Beziehung basierender Ansatz vorgestellt, mit dem MUTTONI die beste Übereinstimmung zwischen errechneter und im Versuch gemessener Plattenrotation erzielte. Auf Bild 2-16 ist die verwendete Momenten-Krümmungs-Beziehung im Vergleich zu einer einfacheren bilinearen Beziehung angegeben, wie sie in ähnlicher Weise auch von KINNUNEN und NYLANDER abgeleitet wurde [51]. Letztere wird nur zur Veranschaulichung der unterschiedlichen Prognosegüten der Last-Rotations-Beziehungen angegeben und hier nicht weiter erläutert. Bild 2-15 zeigt die bereits aus Bild 2-7 bekannten Versuchsergebnisse aus vier Versuchen von KINNUNEN und NYLANDER im Vergleich zu diesen quadrilinearen und bilinearen Ansätzen. Es wird deutlich, dass mit beiden Ansätzen die Versagenslast in guter Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen prognostiziert wird, der Verlauf der gesamten Last-Rotations-Beziehung mit dem quadrilinearen Ansatz aber deutlich besser abgebildet wird.

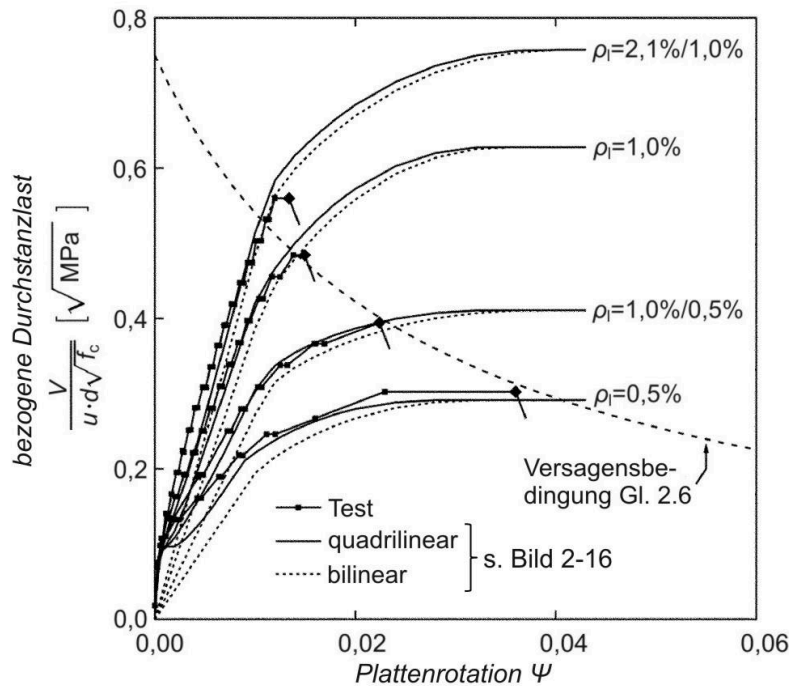


Bild 2-15: Versuchsergebnisse von KINNUNEN und NYLANDER im Vergleich zur Versagenslast aus Gl. 2.6 und Gl. 2.22 (nach [40])

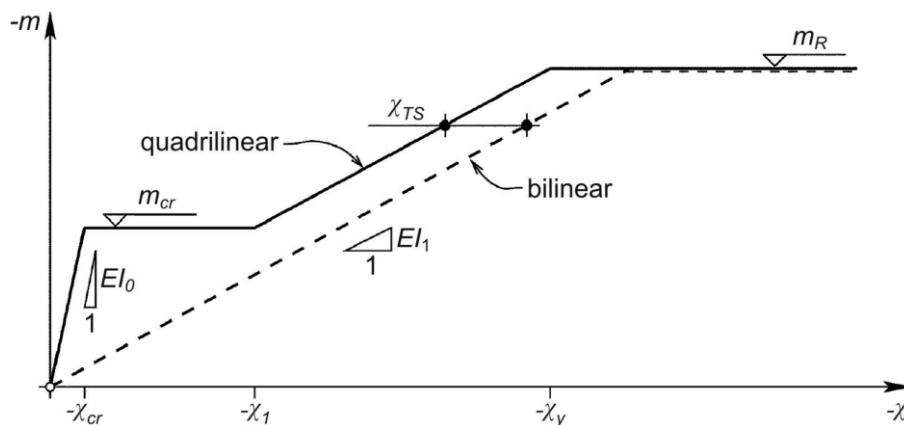


Bild 2-16: Quadrilineare Momenten-Krümmungs-Beziehung nach MUTTONI (nach [40])

Die Ableitung der Last-Rotations-Beziehung basiert auf der in Abs. 2.1 beschriebenen Beobachtung, dass sich die radialen Krümmungen χ_r in der Platte auf den durch den Schubriss begrenzten Bereich (mit dem Radius r_0 im Abstand d vom Stützenanschnitt) konzentrieren, während radiale Krümmungen und radiale Momente m_r außerhalb dieses Bereichs schnell abnehmen (Bild 2-17 d) und e)). Daraus folgt ein konischer Verlauf des Plattenbereichs außerhalb des Schubrisses mit konstanter Rotation ψ (Bild 2-17 a)). Die tangentielle Krümmung χ_t außerhalb des Schubrisses kann dann angegeben werden mit

$$\chi_t = -\frac{\psi}{r} \quad \text{für } r > r_0 \quad (2.7)$$

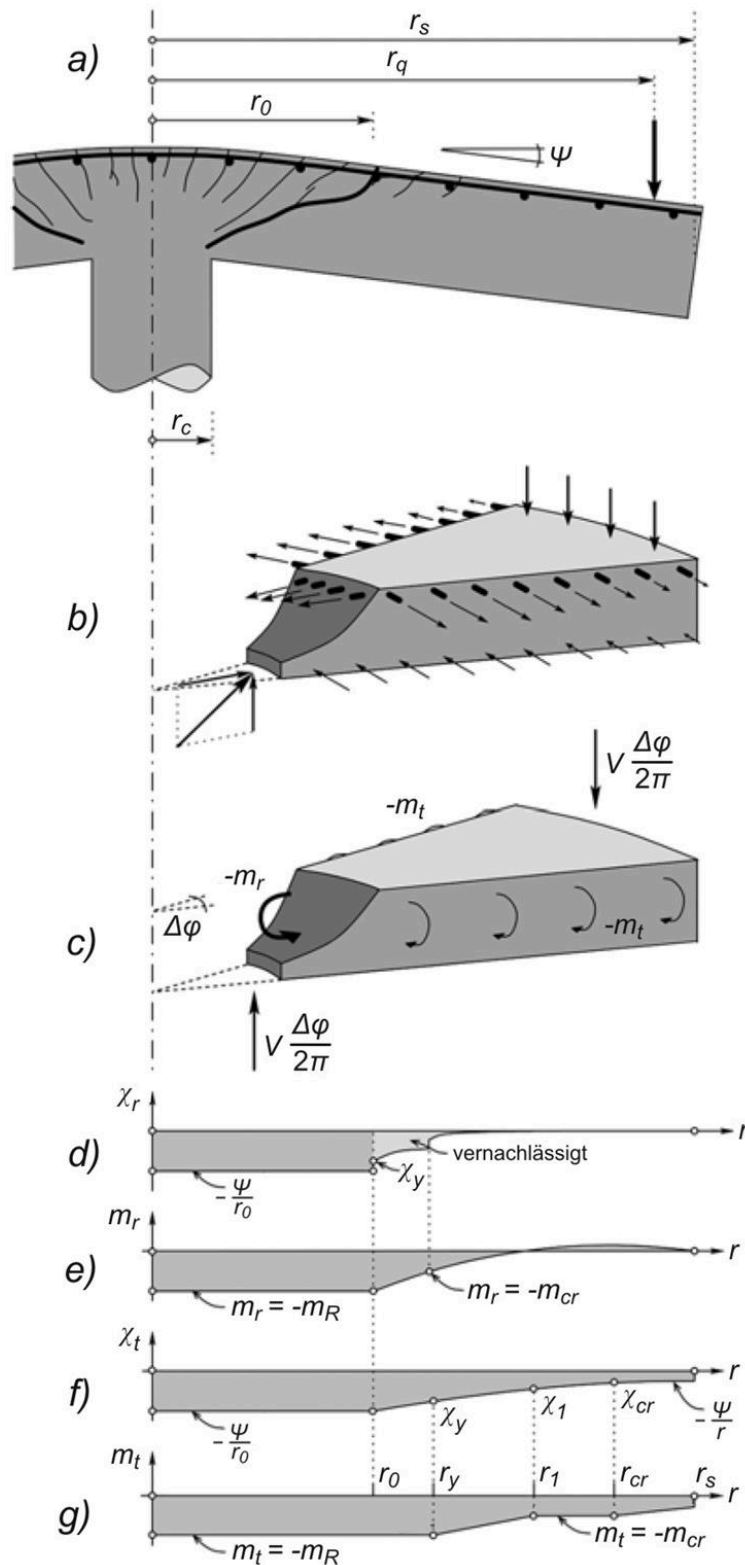


Bild 2-17: Annahmen zur Ableitung der Last-Rotations-Beziehung (nach [40]);

- a) geometrische Größen und Rotation der Decke;
- b) am Sektorelement wirkende Kraftgrößen;
- c) innere Kraftgrößen des Sektorelements;
- d) Verlauf der radialen Krümmungen;
- e) Verlauf der radialen Momente;
- f) Verlauf der tangentialen Krümmungen;
- g) Verlauf der tangentialen Momente (quadrilinearer Ansatz)

Es wird angenommen, dass die Krümmungen im Bereich innerhalb des Schubrisses in beiden Richtungen konstant und gleich groß sind (kugelförmiger Verlauf der Krümmungen):

$$\chi_r = \chi_t = -\frac{\psi}{r_0} \quad \text{für } r \leq r_0 \quad (2.8)$$

Die auf Bild 2-17 b) und c) dargestellten Kraftgrößen können mit Hilfe der Krümmungen aus Gl. 2.7 und Gl. 2.8 gemäß der quadrilinearen Momenten-Krümmungs-Beziehung aus Bild 2-16 berechnet werden. Zur Bestimmung der Momenten-Krümmungs-Beziehung werden die Biegesteifigkeiten vor und nach Erstrissbildung (EI_0 und EI_1), das Rissmoment m_{cr} , die Biegetragfähigkeit m_R und ein Faktor χ_{TS} zur Berücksichtigung der Zugverfestigung („*tension stiffening*“) benötigt. Des Weiteren ist die Kenntnis der Radien r_y (Radius, innerhalb dessen $\sigma_s \geq f_y$ gilt), r_l (Radius des Bereichs mit stabilem Risswachstum) und r_{cr} (Radius der gerissenen Zone) sowie der zugehörigen Krümmungen χ_y , χ_l und χ_{cr} erforderlich (siehe Bild 2-17 f) und g)). Unter Vernachlässigung der Bewehrung vor Erstrissbildung ergibt sich:

$$m_{cr} = \frac{f_{ct} \cdot h^2}{6} \quad (2.9)$$

$$EI_0 = \frac{E_c \cdot h^3}{12} \quad (2.10)$$

$$-\chi_{cr} = \frac{m_{cr}}{EI_0} = \frac{2 \cdot f_{ct}}{h \cdot E_c} \quad (2.11)$$

Für die Biegesteifigkeit nach Erstrissbildung kann bei Annahme linear-elastischen Werkstoffverhaltens von Beton und Bewehrungsstahl angegeben werden:

$$EI_1 = \rho_l \cdot \beta \cdot E_s \cdot d^3 \cdot \left(1 - \frac{x}{d}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{3d}\right) \quad (2.12)$$

Darin ist β ein empirischer Beiwert zur Berücksichtigung der Bewehrungsanordnung und dem Verhältnis zwischen Torsions- und Biegesteifigkeit nach Rissbildung. Es ist $\beta = 1,0$ für polare Bewehrungsanordnung (Radial- plus Ringbewehrung) und $\beta = 0,6$ für orthogonal angeordnete Bewehrung. Die Druckzonenhöhe x ist:

$$x = \rho_l \cdot \beta \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot d \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2 \cdot E_c}{\rho_l \cdot \beta \cdot E_s}} - 1 \right) \quad (2.13)$$

Die Biegetragfähigkeit ergibt sich unter Annahme ideal plastischen Werkstoffverhaltens der Bewehrung nach Erreichen der Streckgrenze, unter Ansatz eines rechteckigen Spannungsblocks für den Beton in der Druckzone und unter Vernachlässigung etwaiger Druckbewehrung zu

$$m_R = \rho_l \cdot f_y \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{\rho_l \cdot f_y}{2 \cdot f_c}\right) \quad (2.14)$$

Als Näherung für die Reduzierung der Krümmung infolge des *tension stiffening* gibt *MUTTONI* folgenden konstanten Krümmungsanteil an

$$\chi_{TS} = \frac{f_{ct}}{\rho_l \cdot \beta \cdot E_s} \cdot \frac{1}{6 \cdot h} \quad (2.15)$$

Damit ergeben sich die Krümmungen am Beginn des Bereichs mit stabilem Risswachstum χ_l und am Rand des Bereichs mit fließender Bewehrung χ_y zu

$$-\chi_l = \frac{m_{cr}}{EI_1} - \chi_{TS} \quad (2.16)$$

$$-\chi_y = \frac{m_R}{EI_1} - \chi_{TS} \quad (2.17)$$

Durch Einsetzen der Gl. 2.11, 2.16 und 2.17 in Gl. 2.7 erhält man die zu den o.a. Krümmungen gehörenden Radien (siehe auch Bilder 2-16 und 2-17):

$$r_{cr} = -\frac{\psi}{\chi_{cr}} = \frac{\psi \cdot EI_0}{m_{cr}} \leq r_s \quad (2.18)$$

$$r_l = -\frac{\psi}{\chi_l} = \frac{\psi}{\frac{m_{cr}}{EI_1} - \chi_{TS}} \leq r_s \quad (2.19)$$

$$r_y = -\frac{\psi}{\chi_y} = \frac{\psi}{\frac{m_R}{EI_1} - \chi_{TS}} \leq r_s \quad (2.20)$$

Mit den nun bekannten Momenten, Krümmungen und Radien kann die Gleichgewichtsbedingung für das in Bild 2-17 c) dargestellte Sektorelement aufgestellt werden:

$$V \cdot \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot (r_q - r_c) = -m_r \cdot \Delta\varphi \cdot r_0 - \Delta\varphi \cdot \int_{r_0}^{r_s} m_\varphi \cdot dr \quad (2.21)$$

Darin ist m_r das nach Bild 2-16 berechnete Radialmoment bei $r = r_0$ und m_φ die radiale Komponente der Tangentialmomente bezogen auf die Winkelhalbierende des Sektorelements. Durch Umstellen und Auswertung des Integrals erhält man schließlich für die Last-Rotations-Beziehung:

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \cdot \left(\begin{aligned} &-m_r \cdot r_0 + m_R \cdot \langle r_y - r_0 \rangle + EI_1 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_l) - \ln(r_y) \rangle + \\ &EI_1 \cdot \chi_{TS} \cdot \langle r_l - r_y \rangle + m_{cr} \cdot \langle r_{cr} - r_l \rangle + EI_0 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_s) - \ln(r_{cr}) \rangle \end{aligned} \right) \quad (2.22)$$

Für die Ausdrücke in eckigen Klammern $\langle z \rangle$ gilt: $\langle z \rangle = z$ für $z \geq 0$ und $\langle z \rangle = 0$ für $z < 0$.

Da sowohl das Versagenskriterium der Gl. 2.6 als auch die Last-Rotations-Beziehung der Gl. 2.22 abhängig von der Rotation ψ sind, erfolgt die Bestimmung der Versagenslast auf iterativem Weg. D.h. ψ wird so variiert, dass V_u nach Gl. 2.6 und Gl. 2.22 gleich groß sind.

2.2.3 Erweiterung der „Critical Shear Crack Theory“ auf Platten mit Durchstanzbewehrung

Die von MUTTONI und FERNÁNDEZ RUIZ vorgestellte Erweiterung der *Critical Shear Crack Theory* auf Platten mit Durchstanzbewehrung [59] erfasst die drei auf Bild 2-10 dargestellten und in Abs. 2.1.7 beschriebenen Versagensarten. Die Durchstanztragfähigkeit ergibt sich aus dem Minimum der Druckstreben­tragfähigkeit $V_{R,max}$ (entsprechend $V_{Rd,max}$ in Eurocode 2), der Tragfähigkeit im durchstanzbewehrten Bereich $V_{R,cs}$ ($V_{Rd,s}$ nach EC2) und der Durchstanztragfähigkeit außerhalb des durchstanzbewehrten Bereichs $V_{R,out}$ ($V_{Rd,c,out}$ nach EC2).

In Analogie zu der in Abs. 2.1.7 beschriebenen Vorgehensweise wird die Druckstreben­tragfähigkeit als Vielfaches des Durchstanzwiderstandes von Bauteilen ohne Durchstanzbewehrung (Gl. 2.6) angegeben:

$$V_{R,max} = \lambda \cdot \frac{0,75 \cdot u \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad [\text{N, mm}] \quad (2.23)$$

Darin ist λ ein empirischer Vorfaktor, mit dem der Einfluss der unterschiedlichen Durchstanzbewehrungsarten auf die Druckstreben­tragfähigkeit erfasst wird. Für Bewehrungselemente mit guter Verankerungsqualität (Kopfbolzen) ist $\lambda = 3,0$, ansonsten ist $\lambda = 2,0$ anzunehmen. Die maximale Druckstreben­tragfähigkeit ergibt sich dann aus der Last-Rotations-Beziehung der Gl. 2.22 und dem Versagenskriterium der Gl. 2.23 durch iterative Bestimmung der Plattenrotation ψ bzw. aus dem Schnittpunkt der beiden zugehörigen Kurven (Bild 2-18).

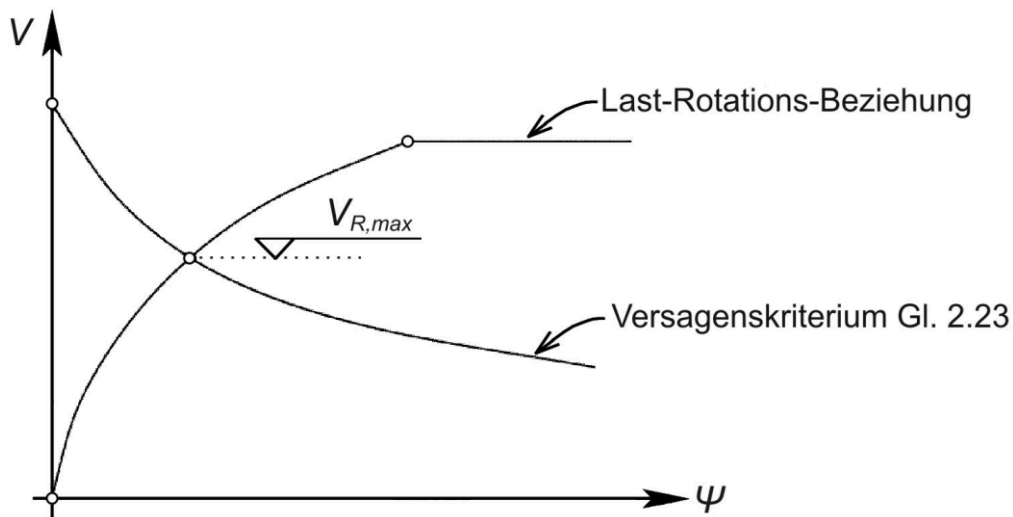


Bild 2-18: Druckstreben­tragfähigkeit als Schnittpunkt zwischen Versagenskriterium und Last-Rotations-Beziehung (nach [59])

Die Ermittlung der Tragfähigkeit des durchstanzbewehrten Bereichs erfolgt, ähnlich der Durchstanzbemessung in den meisten Regelwerken (s.a. Abs. 2.1.7), durch Zerlegung der Gesamttragfähigkeit in einen Beton- und einen Bewehrungstraganteil (Bild 2-19)

$$V_{R,cs} = V_c + V_s \quad (2.24)$$

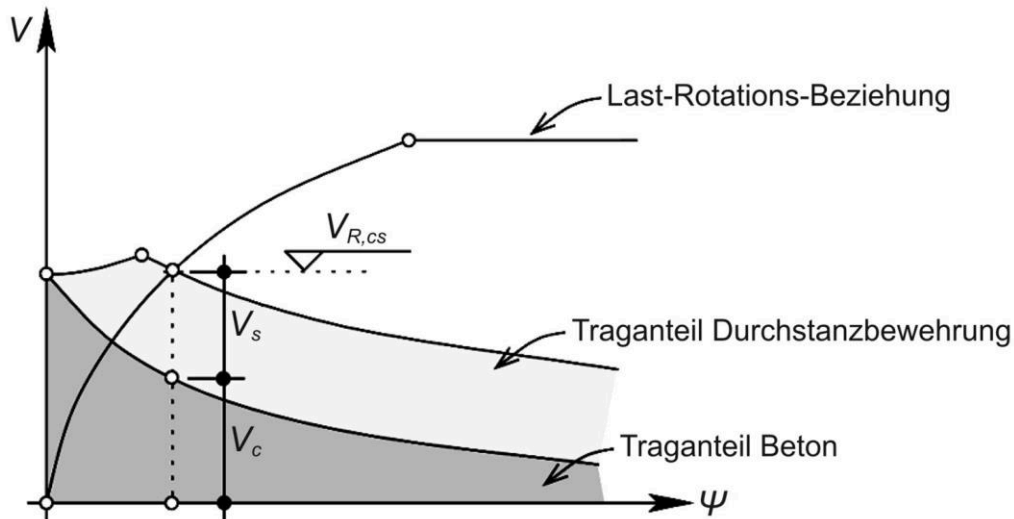


Bild 2-19: Zerlegung der Durchstanztragfähigkeit im durchstanzbewehrten Bereich in einen Beton- und einen Bewehrungstraganteil (nach [59])

Der Betontraganteil V_c ist aus dem von der Plattenrotation abhängigen Versagenskriterium der Gl. 2.6 zu ermitteln. Der Bewehrungstraganteil wird ebenfalls auf Grundlage der Annahme, dass die Rissöffnung des kritischen Schubrisses w_k proportional zum Produkt aus Plattenrotation ψ und statischer Nutzhöhe d ist, bestimmt:

$$w_k = \kappa \cdot \psi \cdot d \quad (2.25)$$

mit κ einer Konstanten, für die MUTTONI und FERNÁNDEZ RUIZ $\kappa = 0,5$ vorschlagen. Unter Annahme eines geraden Durchstanzkegels mit dem Rotationszentrum an der Risswurzel (Schnittpunkt zwischen Stützenanschnitt und Plattenunterseite) lassen sich folgende Beziehungen für die Relativverschiebungen der Rissufer parallel (w_{bi}) und senkrecht (δ_{bi}) zur Durchstanzbewehrung angeben (Bild 2-20 b)):

$$w_{bi} = \kappa \cdot \psi \cdot h_i \cdot \cos\left(\alpha + \beta_i - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.26)$$

$$\delta_{bi} = \kappa \cdot \psi \cdot h_i \cdot \sin\left(\alpha + \beta_i - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.27)$$

Darin sind h_i der vertikale Abstand zwischen der Risswurzel und dem Schnittpunkt der Durchstanzbewehrung mit der Kegelmantelfläche (Bild 2-20 c)), α die Neigung des Durchstanzkegels (hier angenommen zu $\pi/4$) und β_i der Winkel zwischen Durchstanzbewehrung und Plattenebene (Bild 2-20 a)). Mit Hilfe von w_{bi} können die Dehnungen ε_{si} und damit auch die Spannungen σ_{si} in den Durchstanzbewehrungselementen ermittelt werden. Da diese von den Verbundeigenschaften und damit von der Art der Durchstanzbewehrung abhängig sind, kann hierfür kein einheitlicher Ansatz angegeben werden. An dieser Stelle soll als Beispiel der Ausdruck für glatte Doppelkopfanker angegeben werden. Für weitere Bewehrungselemente wie gerippte

Doppelkopfkanker oder vorgespannte Doppelkopfkanker wird auf [59] verwiesen. Die Dehnung in einem Bewehrungselement ergibt sich unter Annahme einer konstanten Dehnung über die glatte Ankerlänge l_s zu

$$\varepsilon_{si} = \frac{w_{bi}}{l_s} \quad (2.28)$$

Somit erhält man für die Spannung

$$\sigma_{si} = E_s \cdot \frac{\kappa \cdot \psi \cdot h_i \cdot \cos\left(\alpha + \beta_i - \frac{\pi}{2}\right)}{l_s} \leq f_{yw} \quad (2.29)$$

Der Traganteil der gesamten Durchstanzbewehrung ergibt sich dann durch Aufsummierung der Tragfähigkeit der einzelnen Bewehrungselemente:

$$V_s = \sum_{i=1}^n \sigma_{si}(\psi) \cdot A_{swi} \cdot \sin(\beta_i) \quad (2.30)$$

Darin ist A_{swi} der Querschnitt der einzelnen Bewehrungselemente.

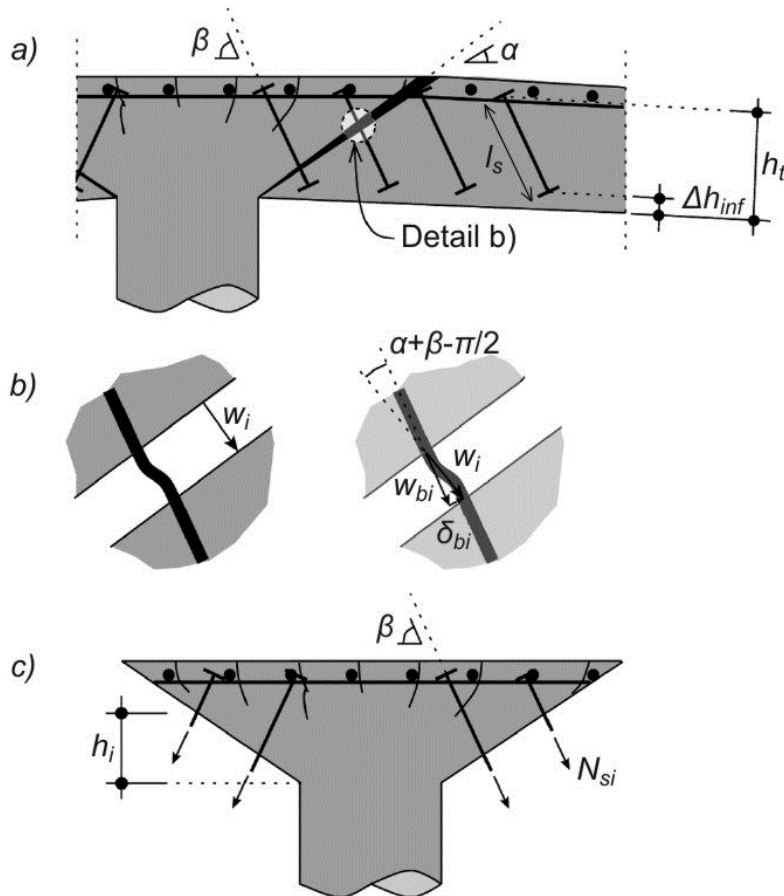


Bild 2-20: geometrische Beziehungen im Schubriss und am Durchstanzkegel (nach [59])

Gl. 2.29 und 2.30 können erheblich vereinfacht werden, wenn angenommen wird, dass in allen Bewehrungselementen eine mittlere Spannung entsprechend der Spannung in der Durchstanzbewehrung im Abstand $0,5d$ vom Stützenanschnitt herrscht. Für lotrecht eingebaute glatte Doppelkopffanker ergibt sich dann mit $h_i = 0,5l_s$

$$V_s = 0,25 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot E_s \cdot \psi \cdot A_{sw} \leq f_{yw} \cdot A_{sw} \quad (2.31)$$

Für gerippte Doppelkopffanker kann unter denselben Voraussetzungen und der vereinfachenden Annahme einer konstanten Verbundspannung über die Ankerlänge ein entsprechender Ausdruck angegeben werden:

$$V_s = \left(0,25 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot E_s \cdot \psi + \tau_b \cdot \frac{d}{d_b} \right) \cdot A_{sw} \leq f_{yw} \cdot A_{sw} \quad (2.32)$$

Darin sind d_b der Durchmesser der Durchstanzbewehrung und τ_b die durchschnittliche Verbundspannung, die nach *MUTTONI* und *FERNÁNDEZ RUIZ* mit $\tau_b = 5$ MPa angenommen werden kann.

Die Durchstanztragfähigkeit außerhalb des durchstanzbewehrten Bereichs wird analog Gl. 2.6 ermittelt, wobei der Nachweisschnitt und die statische Nutzhöhe angepasst werden:

$$V_{R,out} = \frac{0,75 \cdot u_{out} \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad [\text{N, mm}] \quad (2.33)$$

Der Umfang des äußeren Rundschnitts u_{out} ist im Abstand $d/2$ von der letzten Bewehrungsreihe zu ermitteln. Um die Bildung eines Durchstanzrisses zu verhindern, der infolge lokaler Rissbildung im Bereich der Ankerköpfe entsteht („pullout cracks“), ist anstelle der statischen Nutzhöhe d eine reduzierte Nutzhöhe d_v einzusetzen (Bild 2-21 a)). Die Versagenslast ergibt sich auch hier durch iterative Lösung bzw. Schnittpunkt der Kurven für die Last-Rotations-Beziehung (Gl. 2.22) und der Versagensbedingung für die Durchstanztragfähigkeit außerhalb des durchstanzbewehrten Bereichs (Gl. 2.33), siehe Bild 2-21 b).

Die Nachrechnung von insgesamt 45 Versuchen an rotationssymmetrisch belasteten Platten mit Durchstanzbewehrung zeigte eine sehr gute Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse mit den Versuchsdaten bei einem Mittelwert von 1,06 und einem Variationskoeffizienten von 0,10. Neben den Versagenslasten konnten auch die Last-Rotations-Beziehungen in guter Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen ermittelt werden.

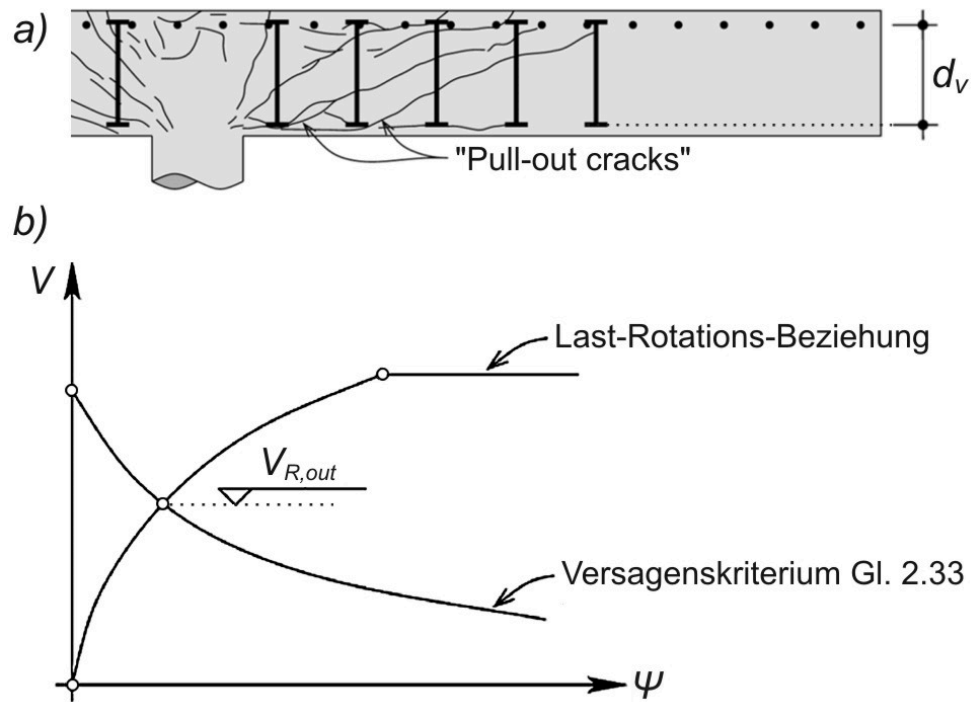


Bild 2-21: Ermittlung der Durchstanztragfähigkeit außerhalb des durchstanzbewehrten Bereichs;
a) reduzierte statische Nutzhöhe infolge „pull-out cracks“; b) $V_{R,out}$ als Schnittpunkt zwischen Last-Rotations-Beziehung und Versagenskriterium (nach [59])

2.3 BISHERIGE UNTERSUCHUNGEN ZUM DURCHSTANZTRAGVERHALTEN LOCHRANDGESTÜTZTER PLATTEN

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse von Versuchen zum Durchstanztragverhalten lochrandgestützter Platten aus der Literatur zusammengefasst. Auf die im Zusammenhang mit Stahlverbundstützen entwickelten Stahlverbundsysteme zur Erhöhung der Durchstanztragfähigkeit von Flachdecken wird hier nicht eingegangen, da sich das Problem der Lochrandstützung bei diesen Baustahlelementen bauartbedingt nicht stellt [42].

Erste Untersuchungen zum Durchstanztragverhalten lochrandgestützter Platten wurden im Zusammenhang mit dem Hubdeckenverfahren („*lift slabs*“) in den 1950er Jahren in den USA angestellt, es folgten einige weitere Veröffentlichungen insbesondere in den 1960er bis 1980er Jahren. In Anhang A1 sind die Versuchsaufbauten und –ergebnisse der Untersuchungen folgender Forscher zusammengestellt:

- A1.1 *SCORDELIS, LIN und MAY* (USA, 1958, [64]),
- A1.2 *ANDERSSON* (Schweden, 1962, [65; 66]),
- A1.3 *TASKER und WYATT* (Australien, 1963, [67]),
- A1.4 *BOLL* (Deutschland, 1966, [68]),
- A1.5 *STIGLAT und STEINER* (Deutschland, 1980, [69]),
- A1.6 *REYER* (Deutschland, 1980, [70]),
- A1.7 *GERBER und BURNS* (USA, 1971, [71]),
- A1.8 *MARINKOVIĆ und ALENDAR* (Serbien, 2008, [43]).

Bei den in den Abs. A1.1 bis A1.6 beschriebenen Arbeiten wurden Versuche an schlaff bewehrten, rotationssymmetrisch belasteten Platten mit Lochrandstützung durchgeführt. Die Abs. A1.7 und A1.8 beinhalten Angaben über weitere Untersuchungen, die an vorgespannten lochrandgestützten Platten durchgeführt wurden. Auch wenn vorgespannte Platten nicht im Fokus dieser Arbeit stehen, sind die Ergebnisse dieser Versuche von Interesse.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen zum Durchstanztragverhalten lochrandgestützter Platten zeigen, dass Versagensart und Versagensmechanismus prinzipiell dem in Abs. 2.1 beschriebenen Verhalten normal punktgestützter Flachdecken entsprechen. Die aus den Versuchen für normal punktgestützte Platten bekannte positive Wirkung einer Vorspannung und einer ausreichend dimensionierten schlaffen Bewehrung auf die Duktilität, das Rissverhalten, die Größe der Bruchlast und die Resttragfähigkeit konnten in den beschriebenen Arbeiten ebenso bestätigt werden [64; 67; 71] wie die Wirksamkeit von Dübelleisten [69]. Darüber hinaus werden das Tragverhalten und die Versagenslast jedoch durch einige mit der Lochrandstützung zusammenhängende Parameter, die nachfolgend zusammengefasst werden, beeinflusst.

Kragensteifigkeit: Die beschriebenen Untersuchungen zum Durchstanzen lochrandgestützter Platten wurden größtenteils im Zusammenhang mit dem Hubdeckenverfahren bzw. für an durchlaufenden Stahlstützen aufliegende Flachdecken durchgeführt. Charakteristisch für diese Bauweisen ist, dass der Deckenrand an der Aussparung durch einen Stahlkragen, der als Hub- und Auflagerelement dient, ausgesteift wird. Die Versuche von *SCORDELIS, LIN und MAY* [64], *ANDERSSON* [65; 66] sowie *MARINKOVIĆ und ALENDAR* [43] zeigen deutlich den großen Einfluss der Kragensteifigkeit auf das Tragverhalten und die Versagenslast. Dabei sind insbesondere die

Kragenhöhe, etwaige Aussteifungsbleche, die Höhenlage des Kragens in der Platte (mit oder ohne Rücksprung an der Plattenunterseite) und die Befestigung des Kragens an der Stütze von maßgeblicher Bedeutung.

Aus den Ergebnissen von *ANDERSSON* [65; 66], *BOLL* [68], *TASKER* und *WYATT* [67] sowie *STIGLAT* und *STEINER* [69] ist ersichtlich, dass sich Hubplatten mit sehr steifen Kragen weitgehend identisch zu normal punktgestützten Decken verhalten. Dies gilt insbesondere für Platten, bei denen die Kragen mit den Stützen verschweißt sind [67]. Dass Rissbild dieser Platten ist gekennzeichnet durch radiale und tangentiale Risse, wie sie auch vom normalen Durchstanzen her bekannt sind. Bei Platten mit weichen Kragen hingegen sind ausschließlich radiale Risse zu beobachten. Erklärbar ist dieses Phänomen durch eine Grenzbetrachtung von Lagerungsbedingungen: Bei Ausführung des Lochrandes mit geringer Kragensteifigkeit ist von Gelenkbildung auszugehen, während bei sehr großer Steifigkeit Volleinspannung am Lochrand angenommen werden kann. Entsprechend den Ausführungen des Abs. 2.1 führt im ersten Fall die geringe radiale Steifigkeit zu großen Tangentialmomenten und infolgedessen zu radialen Rissen. Im zweiten Fall treten infolge der großen radialen Steifigkeit größere Radial- und kleinere Tangentialmomente auf, was zur Bildung tangentialer Risse führt (Bild 2-22).

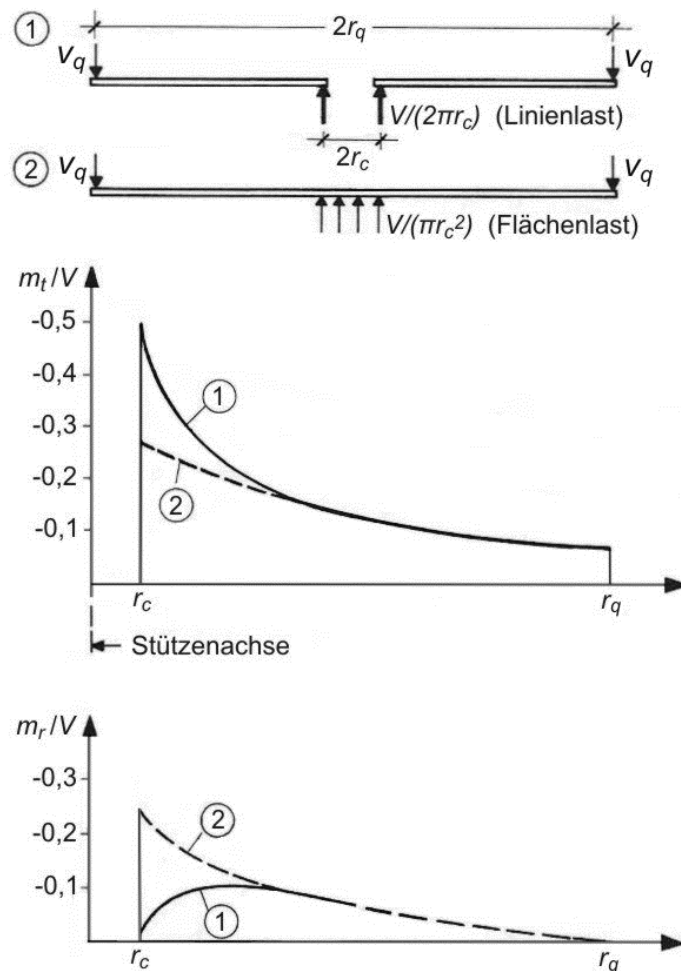


Bild 2-22: Verlauf der Tangential- und Radialmomente in Abhängigkeit von der Auflagerung (nach [72])

Neben der Kragensteifigkeit ergibt sich eine Beeinflussung der Lagerungsbedingungen auch aus dem Verbundverhalten zwischen Kragen und Betonplatte. Ein Loslösen des Betons vom Kragen an

der Plattenoberseite führt nach *GERBER* und *BURNS* dazu, dass sich der Beton der Aufnahme radialer Momente entzieht [71].

REYER hat ein Ingenieurmodell abgeleitet, mit dessen Hilfe sich der Einfluss der Kragensteifigkeit und der Lagerungsbedingungen durch eine Anpassung des Nachweisschnittes für den Durchstanznachweis rechnerisch berücksichtigen lässt [70]. Lochrandgestützte Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche sind dort jedoch nicht erfasst.

Bei den in Abs. 1.2 vorgestellten Konstruktionsarten von lochrandgestützten Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche wird der Plattenrand nicht verstärkt. Die radiale Steifigkeit ist hier abhängig von der Aufnahme radialer Druckkräfte an der Plattenunterseite durch den Kern und radialer Zugkräfte an der Plattenoberseite durch die obere Bewehrung. Wegen des großen Einflusses der radialen Steifigkeit auf Rissbildung, Rotation und Bruchlast ist daher bei den FEM-basierten Untersuchungen des dritten Kapitels besonderes Augenmerk auf die Kernausbildung sowie auf die Anordnung der Bewehrung an der Plattenoberseite zu richten.

Lasteinleitungsfläche: Ein deutlicher Unterschied zwischen den in Abs. 1.2 beschriebenen Konstruktionsarten und den vorgestellten Untersuchungen an lochrandgestützten Platten besteht in der Größe der Lasteinleitungsfläche A_{Load} . Bild 2-23 zeigt das Verhältnis von Deckenauflagerlast $V_{E,k}$ zur Lasteinleitungsfläche A_{Load} für verschiedene Versuchsergebnisse an Innenstützen im Vergleich zu einer Verbundstütze mit üblichen Abmessungen entsprechend Bild 2-24. Aus dem großen Unterschied des Verhältnisses $V_{E,k} / A_{Load}$ der Verbundstütze zu den übrigen lochrandgestützten Platten ergibt sich die Bezeichnung der in Abs. 1.2 vorgestellten Konstruktionsarten als „lochrandgestützte Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche“.

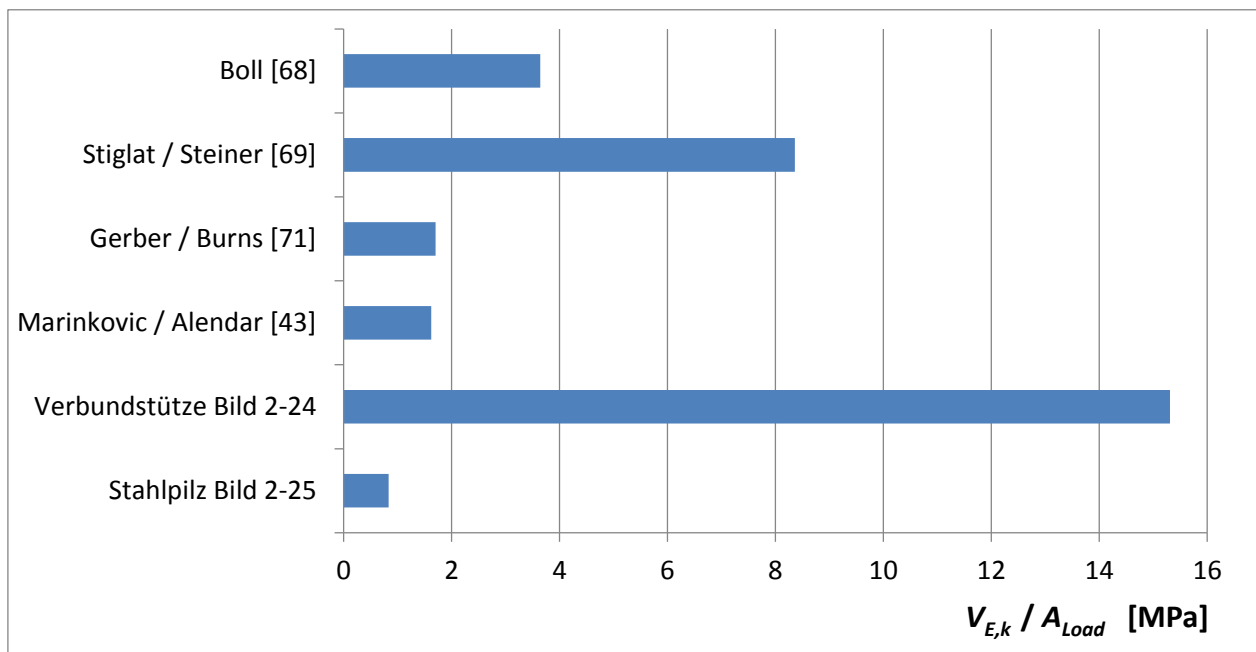


Bild 2-23: Verhältnis $V_{E,k} / A_{Load}$ der vorgestellten Arbeiten im Vergleich zu Platten mit Auflagerung auf Verbundstützen bzw. Stahlpilzen

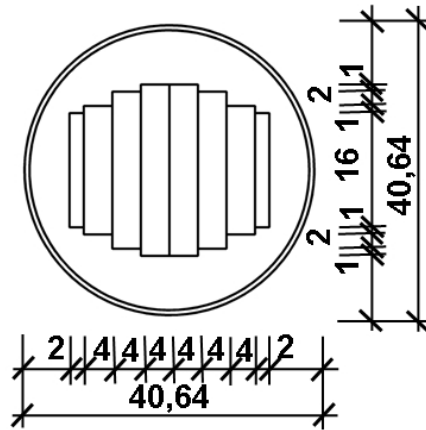


Bild 2-24: Praxisbeispiel für eine Verbundstütze mit großem Kern

Aufgrund der zum Teil deutlich voneinander abweichenden Randbedingungen (Plattengeometrie, Betondruckfestigkeit, Längsbewehrungsgrad, Bewehrungslage etc.) lässt ein solcher Vergleich nur eine qualitative Bewertung zu. Es wird jedoch sehr deutlich, dass die Beanspruchung der Lasteinleitungsfläche bei der Verbundstütze deutlich größer ist als bei den Versuchen zu Hubdecken. Besonders eklatant wird diese Differenz, wenn ein Vergleich zwischen Verbundstütze und Ausführung mit ausgestellttem Stahlkragen („Stahlpilz“, Bild 2-25) angestellt wird. Während bei der Verbundstütze die Durchstanzlast auf eine sehr kleine Lasteinleitungsfläche wirkt, wird die Lasteinleitungsfläche bei den Stahlpilzen vergrößert, um die Beanspruchungen der Decke im Stützenbereich signifikant zu reduzieren. Die den Stahlpilzen zugrunde liegende und ingenieurmäßig sinnvolle Idee eines entschärften Durchstanzbereichs wird bei sehr schlanken Stützen mit entsprechend kleiner Lasteinleitungsfläche somit in ihr Gegenteil verkehrt.



Bild 2-25: Praxisbeispiel für eine Verbundstütze mit Stahlpilz [73]

In allen vorliegenden Arbeiten wurden Platten mit rechteckiger Lasteinleitungsfläche A_{Load} untersucht. Zu kreisrunden Lasteinleitungsflächen, wie sie z.B. bei Verbund- oder Schleuderbetonstützen auftreten (s. Abs. 1.2), liegen keine Versuchsergebnisse vor.

Da sich die in Anhang A1 vorgestellten Konstruktionen sowohl hinsichtlich des Verhältnisses $V_{E,k} / A_{LOAD}$ als auch hinsichtlich der Geometrie der Lasteinleitungsfläche von den hier im Blickpunkt stehenden Konstruktionsarten deutlich unterscheiden, ist die Übertragbarkeit der Versuchsergebnisse auf die in Abs. 1.2 beschriebenen Bauarten in Frage zu stellen. Die hierzu erforderlichen Untersuchungen an lochrandgestützten Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche wurden bislang nicht durchgeführt. Bei den eigenen Untersuchungen (siehe Kapitel 3) wird daher insbesondere die Variation der Lasteinleitungsfläche A_{Load} im Vordergrund stehen.

Sowohl bei den älteren Arbeiten [64; 67; 71] als auch in neueren Untersuchungen [43] konnte bei einem Vergleich der Versagenslasten aus den Versuchen mit den rechnerischen Bruchlasten aus zeitgenössischen Bemessungsgleichungen zur Ermittlung des Durchstanzwiderstandes für normal punktgestützte Platten ein ausreichendes Sicherheitsniveau nachgewiesen werden. Als rechnerische Lasteinleitungsfläche A_{Load} wurde hierbei jeweils die durch die Kragenaußenkanten definierte Fläche angesetzt. Die hierbei getroffene Annahme eines vollständigen Rundschnitts im vom Berechnungsansatz abhängigen Abstand von der Lasteinleitungsfläche gilt jedoch nicht uneingeschränkt. Die Untersuchungen von REYER [70] zeigen, dass die Rundschnittlänge in Abhängigkeit von der Kragensteifigkeit und den Lagerungsbedingungen angepasst werden muss, um mit den Bemessungsgleichungen für normale Punktstützung auch im Fall von lochrandgestützten Platten einen ausreichenden Durchstanzwiderstand sicherzustellen. Da entsprechende Regelungen für lochrandgestützte Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche bislang nicht vorgestellt wurden, ergibt sich die Erfordernis eines neuen Bemessungsansatzes für diese Fälle (siehe Kapitel 4).

2.4 FAZIT KAPITEL 2

Das Durchstanztragverhalten und der Versagensmechanismus normal punktgestützter Flachdecken wurden in den letzten 50 Jahren mit Hilfe zahlreicher Versuche intensiv erforscht. Die Ergebnisse dieser Versuche zeigen, dass wesentliche Einflussfaktoren die Betondruckfestigkeit, die Betonart, die Plattendicke, Größe und Anordnung der Biegebewehrung, die Wirkung einer ggf. vorhandenen Vorspannung, Stützenlage und –geometrie sowie die traglaststeigernde Wirkung einer Durchstanzbewehrung sind.

Auf Grundlage dieser sehr breiten Datenbasis wurden zahlreiche Modelle entwickelt, mit deren Hilfe der Versagensmechanismus beim normalen Durchstanzen theoretisch beschrieben werden kann. Bei der Herleitung dieser Modelle wurden zum Teil sehr unterschiedliche Ansätze verfolgt, so dass zur rechnerischen Ermittlung der Bruchlast Modelle auf der Grundlage von Plattensegmenten oder der Plastizitätstheorie, Fachwerkmodelle, numerische, empirische oder bruchmechanische Modelle zur Verfügung stehen.

Aus der Vielzahl dieser Modellvorstellungen ist der auf der Annahme eines kritischen Schubrisses basierende Vorschlag von *MUTTONI* hervorzuheben. Auf Basis dieses als „*Critical Shear Crack Theory*“ (CSCT) bezeichneten Ansatzes konnten die Bruchlasten von 99 Versuchen aus der Literatur in sehr guter Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen rechnerisch ermittelt werden. Neben der außerordentlichen hohen Prognosegüte besticht das Modell durch seine Erweiterungsfähigkeit, die u.a. zu einer Erweiterung auf Platten mit Durchstanzbewehrung oder Platten mit nicht rotationssymmetrischer Belastung geführt hat.

Im Gegensatz zu den umfangreichen Untersuchungen an normal punktgestützten Platten ist die Anzahl der Untersuchungen an lochrandgestützten Platten überschaubar. Die vorliegenden Arbeiten wurden im Wesentlichen im Zusammenhang mit an durchlaufenden Stahlstützen aufliegenden Flachdecken (insbesondere Hubdecken) mit Stahlkragen am Lochrand verfasst. Die Ergebnisse der durchgeführten Versuche zeigen, dass Versagensart und Versagensmechanismus prinzipiell dem Verhalten normal punktgestützter Flachdecken entsprechen. Über die oben beschriebenen Einflussfaktoren hinaus wird das Tragverhalten lochrandgestützter Platten aber wesentlich durch die radiale Steifigkeit des Lochrandes und die Größe der Lasteinleitungsfläche beeinflusst.

Aufgrund der Stahlkragen am Lochrand unterscheiden sich die bislang untersuchten Konstruktionen sowohl hinsichtlich der Größe und der Geometrie der Lasteinleitungsfläche als auch hinsichtlich der radialen Steifigkeit deutlich von den hier im Blickpunkt stehenden Konstruktionsarten. Die Übertragbarkeit der Versuchsergebnisse auf die in Abs. 1.2 beschriebenen Bauarten ist daher in Frage zu stellen. Die erforderlichen Untersuchungen an lochrandgestützten Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche wurden bislang nicht durchgeführt. Durch die eigenen Untersuchungen (siehe Kapitel 3) ist daher insbesondere der Einfluss des Kerns auf die radiale Steifigkeit und die Größe der Lasteinleitungsfläche zu klären.

Die bisherigen Untersuchungen zeigen, dass die Ermittlung der Versagenslast unter Zuhilfenahme von Ansätzen, die für normal punktelagerte Flachdecken hergeleitet wurden, für sehr steife Auflager in der Regel zu einem ausreichenden Sicherheitsniveau führt. Für weniger steife Auflager hingegen ist eine Reduzierung des Durchstanzwiderstandes durch Anpassung des Nachweisschnitts erforderlich. Entsprechende Vorschläge für lochrandgestützte Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche wurden bislang nicht vorgelegt. Daher wird in Kapitel 4 ein eigener, auf der CSCT von *MUTTONI* basierender Vorschlag vorgestellt.

3 EIGENE UNTERSUCHUNGEN MITTELS FEM-BERECHNUNGEN

3.1 KONZEPT FÜR DIE FEM-UNTERSUCHUNGEN

Der Einfluss eines durchgehenden Kerns und somit einer reduzierten Lasteinleitungsfläche auf den Versagensmechanismus beim Durchstanzen soll im Rahmen dieser Arbeit anhand von dreidimensionalen, physikalisch nichtlinearen Simulationen mit der Finite Elemente Methode (FEM) untersucht werden. Hierzu wird die Software *DIANA* [74] verwendet, die Modellierung und die Auswertung der Berechnungen erfolgen mit dem Pre-/Post-Processor *MIDAS FX+* für *DIANA* [75]. Für die Darstellung der Rissbilder wird der Post-Processor *iDIANA* [76] verwendet, da die entsprechende Funktion in *MIDAS FX+* wegen eines Programmfehlers zurzeit nur sehr eingeschränkt genutzt werden kann.

Zum Zweck der Validierung werden zwei Fremdversuche an normal punktgestützten Platten ohne Durchstanzbewehrung nachgerechnet und die Ergebnisse der FEM-Berechnungen mit den Versuchsergebnissen verglichen (Abs. 3.2 und 3.3). Ausgehend von dem bei den Nachrechnungen verwendeten und durch Versuche abgesicherten Modell wird eine Erweiterung der Modellierung in Hinblick auf die Lochrandstützung vorgenommen (Abs. 3.4). Aus den in Abs. 1.2 vorgestellten Konstruktionsarten wird hierfür die kreisrunde Stahlverbundstütze mit kreisrundem Stahlkern ausgewählt, weil hier der Durchstanzmechanismus in ungestörter Form, d.h. ohne den Einfluss von Spannungsspitzen aus eckigen Stützen und / oder eckigen Kernen, aufgerauten Verbundfugen zwischen Kern und Decke o.ä. untersucht werden kann.

Nachfolgend wird zunächst das den FEM-Berechnungen zugrundeliegende Konzept in Hinblick auf die geometrische und physikalische Abbildung der Versuche im Modell beschrieben. Da ein Großteil der Literatur zur FEM in englischer Sprache abgefasst ist und für einige Begriffe kein deutsches Pendant zur Verfügung steht, werden dabei die wichtigsten Begriffe auch auf Englisch angegeben. Abschließend erfolgt eine Zusammenstellung der maßgebenden Kriterien für die Auswahl der zur Validierung verwendeten Fremdversuche.

3.1.1 Geometrie

Zur Verkürzung der Rechenzeiten erfolgt die Eingabe der Geometrie unter Ausnutzung der doppelten Symmetrie jeweils für ein Viertel des Gesamtsystems. In den Symmetrieachsen werden zur Herstellung der Verträglichkeit alle Knoten jeweils senkrecht zur Schnittebene horizontal gelagert, wodurch Biegemomente um die Symmetrieachsen übertragen werden können. Die vertikale Verschieblichkeit in den Symmetrieachsen hingegen bleibt erhalten. Plattenbereiche außerhalb der Lasteinleitungsstellen bzw. der Verankerungsstellen für die Abspannungen werden zur Reduzierung der Elementanzahl nicht modelliert.

Der Einfluss der berücksichtigten Stützenlänge auf die Berechnungsergebnisse ist nach [77] gering. Eigene Voruntersuchungen haben gezeigt, dass die Stützenlänge einer Stütze mit $l_{col} \geq h$ im Modell auf $l_{col} = h$ begrenzt werden kann, ohne dass signifikante Veränderungen der Berechnungsergebnisse festzustellen sind. In Hinblick auf eine möglichst kleine Elementanzahl wird daher $l_{col} = h$ gesetzt, sofern die tatsächliche Stützenlänge im Versuch nicht kleiner als die Plattendicke ist.

Darüber hinaus wird die Eingabe entsprechend den tatsächlichen Versuchsaufbauten vorgenommen.

3.1.2 Elementauswahl und Diskretisierung

KHWAOUNJOO ET. AL. haben in umfangreichen Parameterstudien [78] u.a. den Einfluss der Elementgröße untersucht, um bei der Modellierung von Durchstanzproblemen mit DIANA den bestmöglichen Kompromiss zwischen Rechenzeiten einerseits und Prognosegüte andererseits zu erzielen. Für die Abbildung des Betons verwendeten sie isoparametrische 3D-Volumenelemente mit 20 Knoten (Quaderform, „brick elements“), die sich als gut geeignet für die Simulation von Durchstanzproblemen mit DIANA erwiesen. Daher werden für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten FEM-Simulationen diese Elemente, die in DIANA mit „CHX60“ bezeichnet werden, verwendet (Bild 3-1).

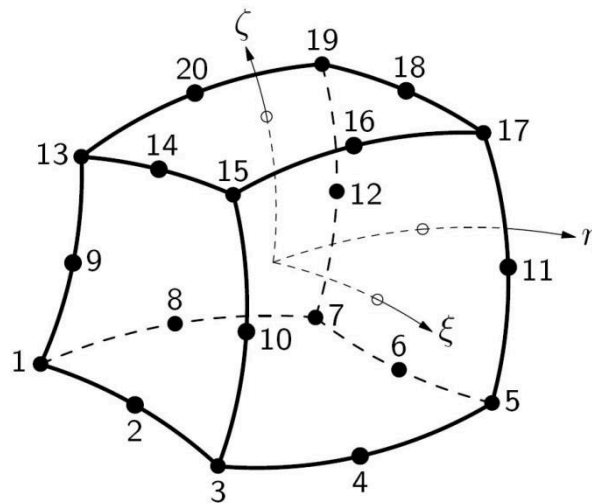


Bild 3-1: Isoparametrisches 20-Knoten-Quaderelement vom Typ „CHX60“ (aus [79])

Die Ansatzfunktion für die CHX60-Elemente lautet [79]:

$$\begin{aligned}
 u_i(\xi, \eta, \zeta) = & a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\zeta + a_4\xi\eta + a_5\eta\zeta + a_6\xi\zeta + a_7\xi^2 + a_8\eta^2 \\
 & + a_9\zeta^2 + a_{10}\xi\eta\zeta + a_{11}\xi^2\eta + a_{12}\xi^2\zeta + a_{13}\xi\eta^2 + a_{14}\xi\zeta^2 \\
 & + a_{15}\eta^2\zeta + a_{16}\eta\zeta^2 + a_{17}\xi^2\eta\zeta + a_{18}\xi\eta^2\zeta + a_{19}\xi\eta\zeta^2
 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Als Integrationsschema kann in DIANA zwischen einer 2 x 2 x 2 Gauß-Quadratur und einer 3 x 3 x 3 Gauß-Quadratur gewählt werden. *KHWAOUNJOO ET. AL.* haben bei ihren Untersuchungen festgestellt, dass das Integrationsschema keinen signifikanten Einfluss auf die numerischen Ergebnisse hat. Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen wird daher die in DIANA standardmäßig vorgesehene 3 x 3 x 3 Gauß-Quadratur verwendet.

Die weiteren Ergebnisse der Studie zeigen, dass die Verwendung von mehr als zwei Lagen solcher Elemente mit Zwischenknoten weder hinsichtlich der Bruchlasten noch hinsichtlich der Last-Verschiebungs-Kurven eine Verbesserung der Ergebnisse bewirkt. Allerdings konnten hierbei durch eine sehr günstige Geometrie (quadratischer Plattenausschnitt auf quadratischer Stütze) Elementseitenverhältnisse von $l/h \geq 0,5$ problemlos sichergestellt werden (h = größte, l = kleinste Elementabmessung).

Bei den im Rahmen dieser Arbeit zu untersuchenden kreisrunden Geometrien sind die Randbedingungen in Hinblick auf die Vernetzung sehr viel schwieriger. Im Viertelkreis-Plattensegment unmittelbar über der Rundstütze sind die beiden orthogonal zueinander stehenden Schnittflächen in den Symmetrieachsen mit der verbindenden Zylindermantelfläche der Stütze zu vernetzen. Diese Problematik ergibt sich insbesondere bei den Modellen mit Lochrandstützung. Die gewählte rotationssymmetrische Vernetzung führt hier in Abhängigkeit von der Kerngröße zu Elementen mit sehr kleiner Grundfläche im Kernbereich. Daher ergeben sich bei der Verwendung von nur zwei Lagen CHX60-Elementen Seitenverhältnisse von $l/h < 0,1$

Um unrealistische Ergebnisse hinsichtlich der Schubverzerrungen (Locking-Effekte u.ä.) ausschließen zu können, sollten die Elementseitenverhältnisse nach Untersuchungen von *HEGGER ET. AL.* für hochwertige Elemente $l/h \geq 0,2$ betragen [80]. Dieser Wert wurde durch eigene Voruntersuchungen an Standard-Zylindern und an Flachdeckenausschnitten ebenfalls als Grenzwert für das Elementseitenverhältnis ermittelt. Daher wird bei der Diskretisierung die Anzahl der Elementlagen so gewählt, dass $l/h \geq 0,2$ eingehalten wird.

Sowohl die Untersuchungen von *KHWAOUNJOO ET. AL.* [78] als auch die Versuchsnachrechnungen von *MARINKOVIĆ* und *ALENDAR* [43] haben gezeigt, dass für die Untersuchung von Durchstanzproblemen die Abbildung der Plattenlängsbewehrung als „verschmierte Bewehrung“ („*embedded reinforcements*“) mit vollständigem Verbund („*perfect bond*“) und ohne Berücksichtigung eines Dübeleffekts ausreichend genau ist, was die Berechnungsdauer und insbesondere den Eingabeaufwand gegenüber der Eingabe diskreter Bewehrung erheblich reduziert. Kennzeichnend für eine verschmierte Bewehrung ist, dass die Bewehrung in die Betonelemente, die sogenannten „Mutterelemente“, eingebettet wird. Die Verschiebungen und die Dehnungen der Bewehrung, die keine eigenen Freiheitsgrade besitzt, werden aus den Verschiebungen der Mutterelemente berechnet, was zunächst die Annahme eines vollständigen Verbundes zwischen Bewehrung und Mutterelement impliziert. Bei der Verwendung von 3D-Volumenelementen ist es in DIANA jedoch möglich, durch die Eingabe von Koppelementen („*interface elements*“) das Verbundverhalten auch von verschmierter Bewehrung zu manipulieren. In diesem Fall wird die Bewehrung intern als Fachwerk- oder Balkenelement abgebildet und mittels der Koppelemente mit den umgebenden Betonelementen verbunden. In dieser Arbeit wird vor dem Hintergrund der o.a. guten Übereinstimmungen zwischen Berechnung und Versuch bei Annahme von vollständigem Verbund von dieser Möglichkeit kein Gebrauch gemacht.

Die Festlegung der Bewehrungsgeometrie, die im Modell die Form einer Linie hat, erfolgt über einzelne Abschnitte, die mit sogenannten „Lokalisierungspunkten“ am Anfang und Ende jedes Abschnitts mit den Elementkanten verbunden werden. Innerhalb der Elemente können auf den Abschnitten weitere Lokalisierungspunkte angegeben werden, mit deren Hilfe eine Krümmung der Bewehrung in Form einer Parabel zweiter oder dritter Ordnung erzeugt werden kann (Bild 3-2).

Im vorliegenden Fall kann wegen der geraden Längsbewehrung auf die Eingabe von Zwischenpunkten verzichtet werden, so dass sich eine lineare Ansatzfunktion ergibt:

$$\begin{aligned} x(\xi) &= a_{x0} + a_{x1}\xi \\ y(\xi) &= a_{y0} + a_{y1}\xi \\ z(\xi) &= a_{z0} + a_{z1}\xi \end{aligned} \quad (3.2)$$

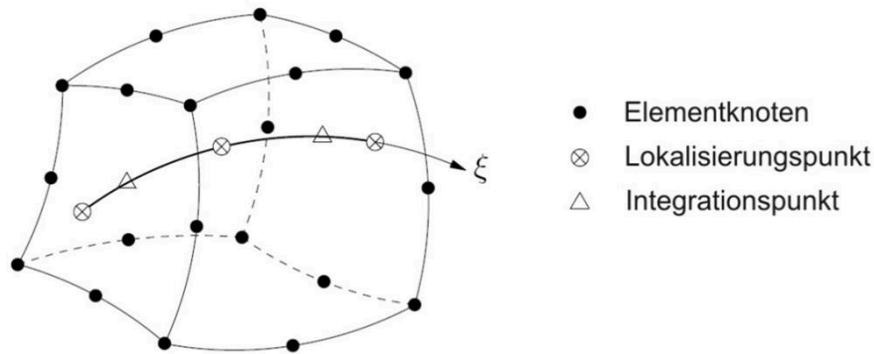


Bild 3-2: Volumenelement CHX 60 mit eingebetteter Bewehrung (nach [79])

Die numerische Integration wird von DIANA in den Integrationspunkten getrennt für jeden Abschnitt als 2-Punkt Gaußintegration durchgeführt (möglich ist auch 3-, 4- oder 5-Punkt Gaußintegration). In jedem der Integrationspunkte wird eine lokale \hat{x} -Achse festgelegt, die tangential zum Verlauf der Bewehrung im Integrationspunkt liegt. Die Dehnungen ε_{xx} und die Spannungen σ_{xx} werden in dieser lokalen \hat{x} -Achse ausgegeben (siehe Bild 3-3).

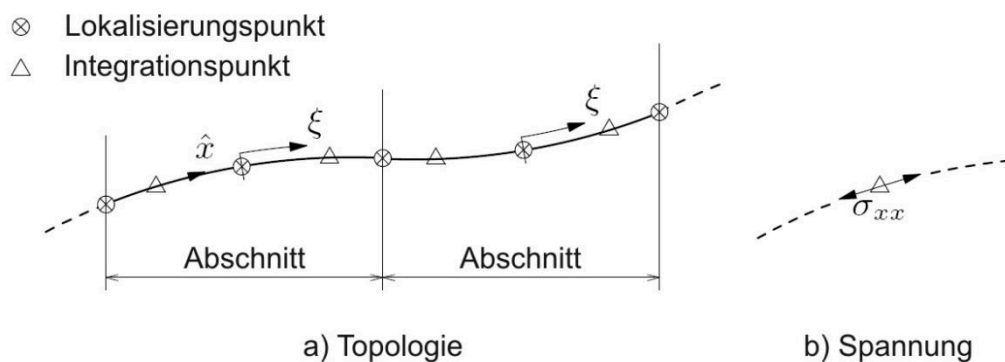


Bild 3-3: Topologie und Spannung für eingebettete Bewehrung (nach [79])

3.1.3 Werkstoffgesetze für die physikalisch nichtlineare Berechnung

Für die Durchführung der FEM-Berechnungen werden Werkstoffgesetze für Beton und Stahl benötigt, um das Verhalten der Werkstoffe unter Belastung zu beschreiben. Während das Materialverhalten des verwendeten Stahls häufig durch aus Zugversuchen abgeleitete Arbeitslinien eindeutig definiert ist, ist für die Abbildung des Betons im Druck- und Zugbereich die Implementierung eines Materialmodells erforderlich. In DIANA besteht sowohl die Möglichkeit, das Verhalten unter Druck- und Zugbeanspruchung durch getrennte Modelle zu beschreiben (elastisches oder plastisches Materialverhalten für den Druckbereich und diskrete oder verschmierte Rissbildung im Zugbereich), als auch ein ganzheitliches Modell („*Total strain crack model*“) zu verwenden, das Ansätze für den Druck- und den Zugbereich in sich vereint. In umfangreichen eigenen Voruntersuchungen zeigte sich, dass prinzipiell beide Varianten geeignet sind, um den Versagensmechanismus beim Durchstanzen wirklichkeitsnah zu simulieren. Insgesamt ergaben sich beim *Total strain crack model* bei deutlich reduzierten Rechenzeiten geringfügig bessere Übereinstimmungen mit den Versuchsergebnissen als bei den getrennten Modellen. Bei den

Modellen mit plastischem Materialverhalten im Druckbereich war ein gehäuftes Auftreten von Divergenzen zu beobachten, was beim *Total strain crack model* nicht der Fall war. Die bereits von ALDEJOHANN [81] beschriebene zutreffendere Erfassung des Rissverhaltens beim *Total strain crack model* konnte ebenfalls bestätigt werden. Daher wird entschieden, dieses Modell für die nachfolgenden Berechnungen zu verwenden. Als Ergebnis der eigenen Voruntersuchungen werden folgende Materialmodelle für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten FEM-Berechnungen verwendet:

- Nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung für die einaxiale Betondruckfestigkeit nach THORENFELDT ET. AL. [82]
- Berücksichtigung des Einflusses von mehraxialem Druck auf die Betondruckfestigkeit durch eine lineare Anpassung des absteigenden Astes der THORENFELDT-Kurve mit einem Ansatz von SELBY und VECCHIO [83]
- Anpassung der Betondruckfestigkeit in gerissenem Beton („*compression softening*“) über einen von der Querdehnung abhängigen Entfestigungsparameter β_{scr} nach VECCHIO und COLLINS [84]
- Beschreibung der Rissbildung unter Zugbeanspruchung durch verschmierte Rissbildung mit fester Rissrichtung
- Erfassung des Dehnungs-Entfestigungs-Verhaltens des Betons nach Erreichen der Zugfestigkeit („*tension softening*“) sowie die Mitwirkung des gerissenen Betons unter Zugbeanspruchung („*tension stiffening*“) mit einem Ansatz von HORDIJK ET. AL. [85; 86]
- Berücksichtigung der aus der Rissbildung resultierenden verminderten Schubkraftübertragung durch einen konstanten *Shear Retention Factor* $\beta = 0,15$.

Eine detaillierte Beschreibung der verwendeten Materialmodelle ist in Anhang A2 zu finden.

3.1.4 Belastung

Die Belastung wird entsprechend der tatsächlichen Belastung im Versuch entweder über die Stütze oder am Plattenrand inkrementell aufgebracht. Dabei werden die Lasteinleitungs- bzw. Auflagerpunkte am Plattenrand zur Vermeidung von örtlichen Spannungsspitzen durch eine kontinuierliche Belastung / Lagerung über den Umfang des Plattenrandes ersetzt, d.h. alle auf dem jeweiligen Radius an der Plattenoberseite liegenden Elementknoten werden belastet bzw. vertikal gelagert. Zur Vermeidung eines lokalen Versagens im Lasteinleitungsbereich werden bei Bedarf Elemente mit linear-elastischem Verhalten modelliert. Die Berechnungssteuerung erfolgt entsprechend der tatsächlichen Steuerung in den Versuchen lastgesteuert.

3.1.5 Berechnung

Aufgrund der ausgeprägten Nichtlinearität der Werkstoffeigenschaften ist das Verhältnis zwischen Last- und Verschiebungsvektoren in den zu untersuchenden Systemen nichtlinear, so dass eine direkte Lösung der Gleichgewichtsbedingung

$${}^t\mathbf{R} - {}^t\mathbf{F} = 0 \quad (3.3)$$

nicht möglich ist. Diese Gleichgewichtsbedingung zwischen dem Vektor der äußeren Kräfte ${}^t\mathbf{R}$ und dem Vektor der inneren Kräfte ${}^t\mathbf{F}$ muss für alle Zeitpunkte t der Lastgeschichte erfüllt sein. Die Bestimmung der nichtlinearen Antwort mittels Gl. 3.3 erfolgt i.d.R. schrittweise durch den Einsatz inkrementell iterativer Lösungsverfahren. Die Gleichgewichtsbedingung der Gl. 3.3 kann nach dem Zeitinkrement Δt wie in Gl. 3.4 angegeben aufgeschrieben werden. Darin ist $\Delta\mathbf{R}$ ein *nicht ausbalancierter Lastvektor*, d.h. ein Lastvektor, der mit den Element-Spannungen noch nicht im Gleichgewicht ist.

$$\Delta\mathbf{R} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F} = 0 \quad (3.4)$$

Werden, wie im vorliegenden Fall, Zeiteffekte (Kriechen, Schwinden, Relaxation etc.) vernachlässigt, dient Δt lediglich als Variable für die Lastinkremente. Setzt man voraus, dass die Lösung von Gl. 3.3 zum Zeitpunkt t bekannt ist, dann gilt weiterhin

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{F} = {}^t\mathbf{F} + \mathbf{F} \quad (3.5)$$

Darin beschreibt der Vektor \mathbf{F} die Zunahme der Knotenpunktkräfte, die dem Zuwachs der Elementverschiebungen und -spannungen im Zeitraum von t bis $t + \Delta t$ entspricht. Er kann angenähert werden durch das Produkt zwischen der tangentialen Steifigkeitsmatrix ${}^t\mathbf{K}$ (die variabel ist) und dem Vektor der inkrementellen Knotenpunktverschiebungen \mathbf{U} :

$$\mathbf{F} = {}^t\mathbf{K}\mathbf{U} \quad (3.6)$$

Als Approximation für das Gleichgewicht zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ (Gl. 3.4) kann mit den Gleichungen 3.5 und 3.6 angegeben werden

$${}^t\mathbf{K}\mathbf{U} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^t\mathbf{F} \quad (3.7)$$

Analog erhält man als Näherung für die Verschiebungen zum Zeitpunkt $t + \Delta t$

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{U} = {}^t\mathbf{U} + \mathbf{U} \quad (3.8)$$

Mit Hilfe der aus Gl. 3.8 ermittelten Verschiebungen können die zugehörigen Spannungen und inneren Kräfte berechnet werden. Aufgrund der mit Gl. 3.6 vorgenommenen Approximation für den Vektor \mathbf{F} handelt es sich bei diesen Werten um angenäherte Größen, so dass der nicht ausbalancierte Lastvektor $\Delta\mathbf{R} \neq 0$ ist, die Gleichgewichtsbedingung der Gl. 3.4 also nicht erfüllt ist.

Durch iterative Anpassung der inkrementellen Knotenpunktverschiebungen \mathbf{U} ist die Approximation solange zu verbessern, bis Gl. 3.4 mit hinreichender Genauigkeit erfüllt wird bzw. $\Delta \mathbf{R}$ hinreichend klein ist. Der Grad der Genauigkeit wird dabei durch Definition geeigneter Konvergenzkriterien bestimmt [87].

Weit verbreitete inkrementell iterative Verfahren zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme, die auch als Pfadverfolgungsalgorithmen bezeichnet werden, sind das Newton-Raphson-Verfahren, das modifizierte Newton-Raphson-Verfahren und verschiedene Quasi-Newton-Verfahren. Bei allen Verfahren wird die Anpassung der inkrementellen Knotenpunktverschiebungen \mathbf{U} durch die Einführung von Verschiebungsinkrementen $\Delta \mathbf{U}$, die iterativ verbessert werden, erreicht:

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta \mathbf{U}^{(i)} \quad (3.9)$$

Die Berechnung von $\Delta \mathbf{U}$ erfolgt über die tangentielle Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} , die einen linearisierten Zusammenhang zwischen Last- und Verschiebungsvektor angibt. Die Verfahren unterscheiden sich in der Art und Weise, wie \mathbf{K} während der Iteration für ein Zeit- bzw. Lastinkrement verwendet wird [88].

Beim (regulären) *Newton-Raphson-Verfahren* (Bild 3-4) wird die tangentielle Steifigkeitsmatrix bei jedem Iterationsschritt neu aufgestellt. Das Verfahren zeichnet sich durch quadratische Konvergenz in der Nähe der Lösung aus, d.h. bei jedem Iterationsschritt verdoppelt sich die Anzahl der genauen Dezimalstellen. Hierdurch werden oft nur wenige Iterationen benötigt, bis Konvergenz gefunden wird. Großer Nachteil des Verfahrens ist, dass die Neuaufstellung der Steifigkeitsmatrix in jedem Iterationsschritt sehr rechenintensiv ist, so dass die einzelnen Iterationsschritte zeitaufwendig sind. Ist die Startprognose weit von der endgültigen Lösung entfernt, kommt es bei der Newton-Raphson-Methode gelegentlich zum vorzeitigen Abbruch der Berechnung durch das Auftreten von Divergenzen [88].

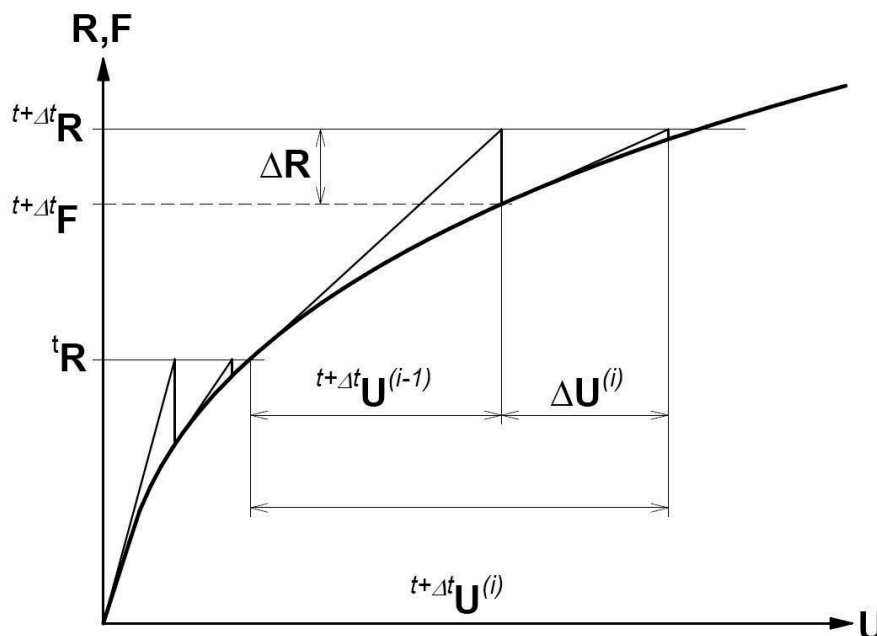


Bild 3-4: Newton-Raphson-Verfahren (nach [88])

Dem gegenüber wird \mathbf{K} beim *modifizierten Newton-Raphson-Verfahren* (Bild 3-5) in jedem Lastinkrement nur bei der ersten Iteration berechnet und bis zum Ende des Inkrements konstant gehalten. Es wird daher auch als Verfahren der Anfangssteifigkeiten bezeichnet. Dem Vorteil deutlich reduzierter Rechenzeiten steht der Nachteil einer nur linearen Konvergenz gegenüber. Demzufolge ist jeder Iterationsschritt schneller als beim regulären Newton-Raphson-Verfahren, es werden aber deutlich mehr Iterationsschritte benötigt, um Konvergenz zu erreichen. Dies wirkt sich insbesondere bei ausgeprägten Nichtlinearitäten aus, wenn sich \mathbf{K} im Verlaufe der Iteration deutlich verändert [89].

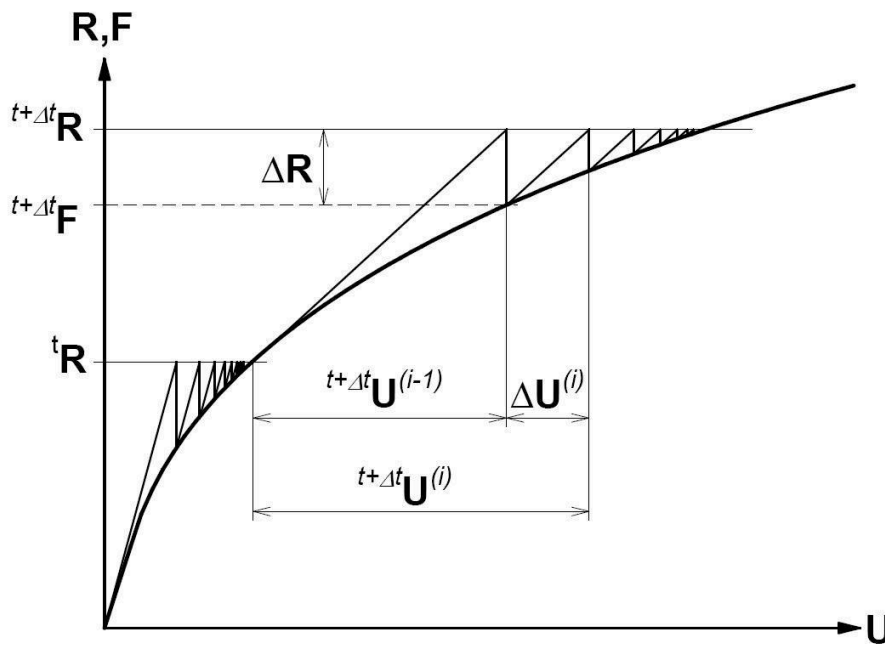


Bild 3-5: Modifiziertes Newton-Raphson-Verfahren (nach [88])

Als Kompromiss zwischen der regulären und der modifizierten Newton-Raphson-Methode können die *Quasi-Newton-Verfahren* interpretiert werden (Bild 3-6). Hierbei wird in jedem Iterationsschritt eine aktualisierte Steifigkeitsmatrix verwendet, die jedoch nicht vollständig neu aufgestellt, sondern auf Grundlage vorangegangener Verschiebungs- bzw. nicht ausbalancierter Lastvektoren desselben Lastinkrements definiert wird. Dabei wird die Tangentensteifigkeit durch die Sekantensteifigkeit, die aus bekannten Punkten des Antwortpfades bestimmt wird, approximiert. Daher werden diese Verfahren auch als *Sekantenverfahren* bezeichnet [88].

Konvergenz wird bei Quasi-Newton-Verfahren üblicherweise supralinear erzielt, also schneller als bei den modifizierten Newton-Raphson-Verfahren, aber langsamer als bei den regulären Newton-Raphson-Verfahren [89]. Zur Approximation der Tangentenmatrix (bzw. ihrer Inversen) wurden in der Vergangenheit verschiedene Aufdatierungsverfahren abgeleitet, z.B. das *Broyden-Verfahren* [90], das *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno-Verfahren* („*BFGS-Update*“) [91–97] oder das *Crisfield-Verfahren* [98]. Die von *WRIGGERS* [89] und *BATHE* [87] proklamierte Einschätzung, dass das *BFGS-Update* unter den genannten Aufdatierungsverfahren die besten Konvergenzeigenschaften besitzt, konnte im Rahmen der bereits angeführten eigenen Voruntersuchungen zur Simulation von Durchstanzproblemen mit *DIANA* bestätigt werden. Auch im Vergleich zu den in *DIANA* ebenfalls implementierten Newton-Raphson-Verfahren (regulär und modifiziert) erwies sich das *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno-Verfahren* in Hinblick auf

Robustheit und Konvergenzgeschwindigkeit als sehr leistungsfähig, weswegen es für die weiteren Berechnungen verwendet wird. Auf eine detaillierte Ableitung dieses verhältnismäßig aufwändigen Verfahrens wird an dieser Stelle verzichtet, nähere Angaben hierzu finden sich z.B. in [87].

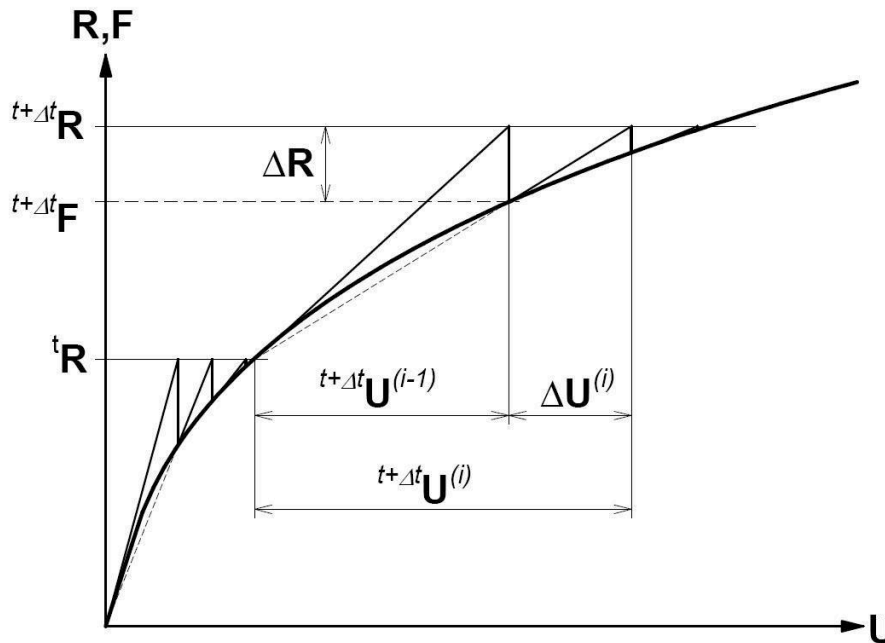


Bild 3-6: Quasi-Newton-Verfahren (nach [88])

Als Konvergenzkriterien können in DIANA sowohl Vektornormen (Kraft- oder Verschiebungsnormen) als auch Energienormen eingesetzt werden (siehe Bild 3-7). Da das Tragverhalten beim Durchstanzen im Wesentlichen durch Zugspannungen und damit durch Rissbildung bestimmt wird, entwickeln sich die Verschiebungen überproportional zur Belastung. Die Verwendung einer Kraftnorm würde daher bereits bei kleinen Abweichungen im Kräftegleichgewicht zu großen Fehlern bei den Verschiebungen führen und ist daher für die hier untersuchten Probleme ungeeignet. Da es sich bei der Energienorm um das Skalarprodukt von Kraft- und Weggrößen handelt, stellt sich hier das Problem in gleicher Weise. Daher wird folgendes, auf der Verschiebungsnorm basierendes Konvergenzkriterium festgelegt [87]:

$$\varepsilon_D \geq \frac{\|\Delta \mathbf{U}^{(i)}\|_2}{\|t + \Delta t \mathbf{U}^{(i)}\|_2} \quad (3.10)$$

Bei der Verwendung von Quasi-Newton-Verfahren als Pfadverfolgungsalgorithmus haben sich Konvergenz-Toleranzen zwischen $\varepsilon_D \leq 0,01$ und $\varepsilon_D \leq 0,001$ als sinnvoll erwiesen [99]. Bei den durchgeführten Voruntersuchungen wurde festgestellt, dass mit einer Konvergenz-Toleranz von 1% ein guter Kompromiss zwischen Genauigkeit und Berechnungsdauer erzielt wird. Daher wird bei den nachfolgenden Berechnungen mit $\varepsilon_D = 0,01$ gerechnet. Die Anzahl der Iterationsschritte wird auf 75 begrenzt, die Größe der Lastinkremente wird in Abhängigkeit vom jeweiligen Versuch gewählt.

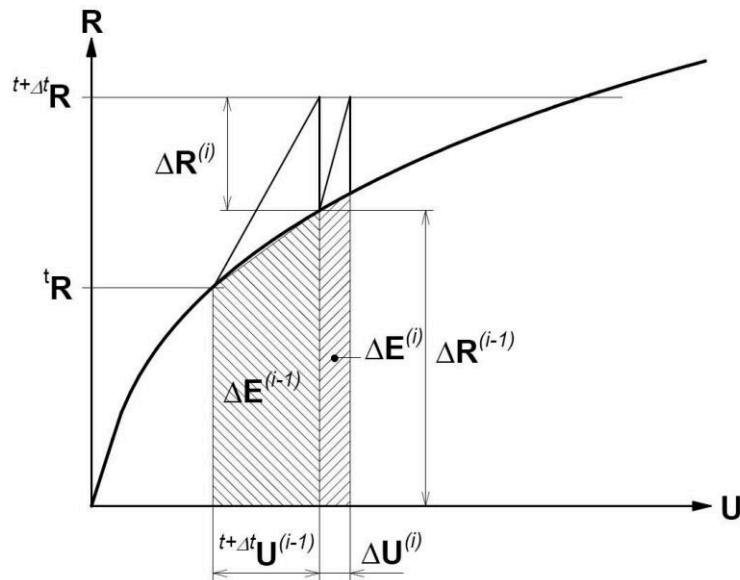


Bild 3-7: In DIANA implementierte Konvergenzkriterien (nach [88])

3.1.6 Kriterien für die Auswahl von Fremdversuchen zu normal punktgestützten Platten

Die Kriterien, die zur Auswahl geeigneter Fremdversuche an normal punktgestützten Platten herangezogen werden können, ergeben sich einerseits aus der Festlegung für die späteren Untersuchungen des Einflusses aus der Lochrandstützung (L), andererseits aus der Intention des Autors, einen möglichst großen Praxisbezug (P) herzustellen. Weitere Anforderungen resultieren aus dem Bestreben, die Validierung der FEM-Untersuchungen auf der Grundlage möglichst belastbarer Versuchsdaten (V) durchzuführen. In Summe ergeben sich folgende Kriterien für die Auswahl der Fremdversuche:

- Deckenausschnitt auf kreisrunder Innenstütze (L),
- Übliche Deckendicken $20 \text{ cm} \leq h \leq 30 \text{ cm}$ und Stützendurchmesser $25 \text{ cm} \leq d_{col} \leq 50 \text{ cm}$ (P),
- Schlaffe Bewehrung mit orthogonalem Bewehrungsnetz (P),
- Geometrischer Längsbewehrungsgrad mit praxisrelevanter Größe von $\rho_l \geq 0,75\%$ (Erzwingung eines Schubzugbruchs, „brittle punching“, siehe Abs. 2.1.3) (P),
- Verwendung von normalfestem Beton („normal strength concrete“, NSC) (P),
- Durchführung der Versuche an verschiedenen Standorten, so dass systematische Fehler in den zur Validierung genutzten Versuchsergebnissen ausgeschlossen werden können (V),
- ausführliche Dokumentation der Materialeigenschaften, des Versuchsaufbaus und der Ergebnisse sind vorhanden (V).

Aus den in [38], [100] und [58] veröffentlichten Versuchsdatenbanken werden zwei Versuche ohne Durchstanzbewehrung ausgewählt, die diesen Kriterien entsprechen (Abs. 3.2 und 3.3).

3.2 DURCHSTANZVERSUCH P1 VON SCHAEIDT, LADNER UND RÖSLI (SCHWEIZ, 1967)

In den Jahren 1967 bis 1974 wurde an der Eidgenössischen Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA) in Dübendorf (Schweiz) ein Versuchsprogramm aufgelegt, um Grundlagen für die Durchstanzbemessung von Flachdecken zu erarbeiten. Im Rahmen dieses Programms wurde 1967 von *SCHAEIDT, LADNER* und *RÖSLI* ein Durchstanzversuch an einem Flachdeckenausschnitt mit baupraktischen Abmessungen durchgeführt [101–103], der nachfolgend zunächst beschrieben wird. Anschließend erfolgen die Nachrechnung des Versuchs mit einem gemäß Abs. 3.1 erzeugten FEM-Modell und ein Vergleich der Ergebnisse.

3.2.1 Geometrie und Materialeigenschaften im Versuch

Die vollständige Geometrie einschließlich der eingebauten Längsbewehrung ist aus Bild 3-8 ersichtlich. Eine Schub- bzw. Durchstanzbewehrung wurde nicht vorgesehen. Die im Rahmen des Versuchs bestimmten Materialeigenschaften können Tabelle 3-1 entnommen werden.

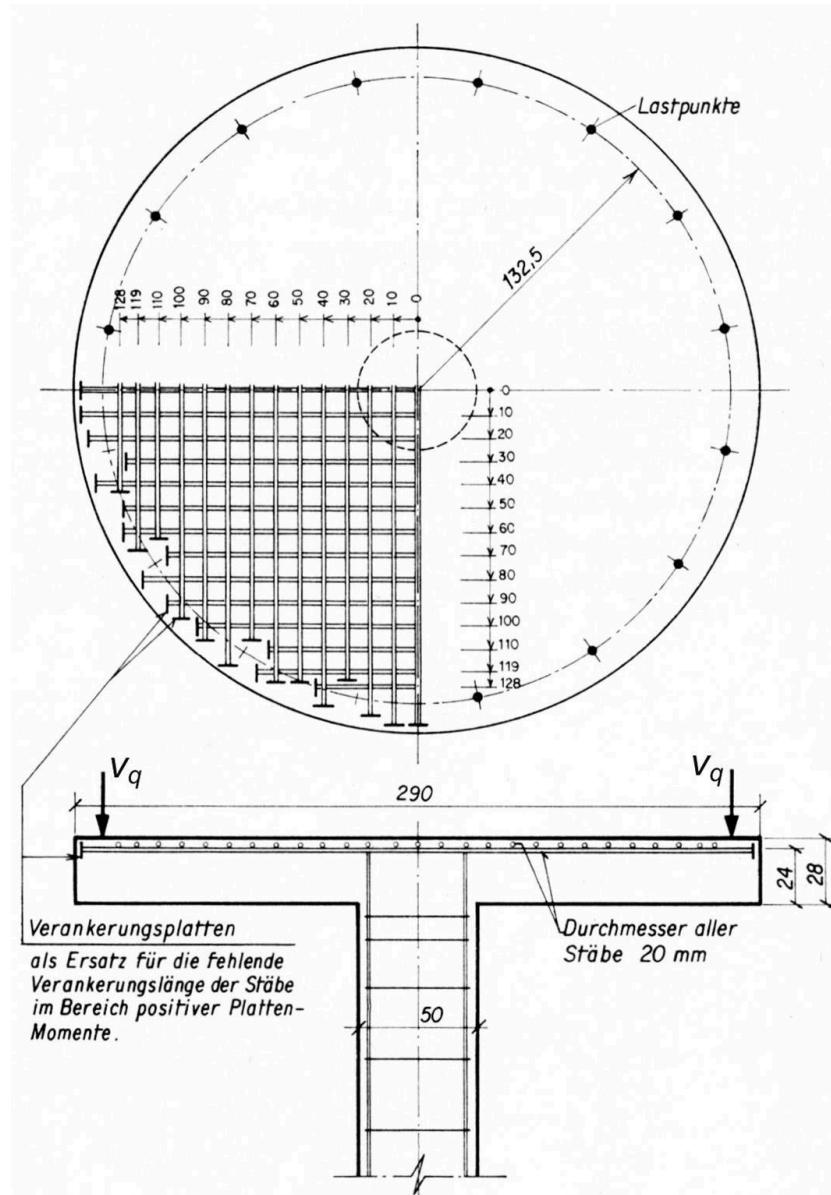


Bild 3-8: Geometrie und Bewehrung der Versuchsplatte P1 (nach [101])

Würfeldruckfestigkeit des Betons	$f_{cm, cube200}$	MPa	34,9
Biegezugfestigkeit des Betons	$f_{ct, fl}$	MPa	5,8
Größtkorndurchmesser (Kies-Sand)	d_g	mm	32
0,2 %-Dehngrenze des Betonstahls	$f_{0,2k}$	MPa	544
Geometrischer Längsbewehrungsgrad	ρ_l	%	1,32

Tabelle 3-1: Materialeigenschaften des Versuchskörpers P1

3.2.2 Versuchsaufbau und -ablauf

Der Versuchskörper entsprach in seinen Abmessungen einem Ausschnitt aus einer Flachdecke mit einem Stützenraster von $l_x = l_y = 6,00$ m entlang dem Nullkreis der radialen Momente bei $r = 0,22l$. Die Eigenlast der Decke betrug 7,00 KPa, die Nutzlast 11,75 KPa, woraus eine charakteristische Stützenlast auf Gebrauchslastniveau von 675 kN resultiert. Die Anrisslast wurde nach der Elastizitätstheorie zu $V_{cr} \approx 290$ kN errechnet, die Bruchlast nach dem Verfahren von KINNUNEN und NYLANDER [51] zu $V_u = 1635$ kN. Die Belastung wurde in Schritten von etwa 1/10 der errechneten Bruchlast bis zur Gebrauchslast lastgesteuert und danach über den Wegaufnehmer mit der größten Verformung weggesteuert durch 16 hydraulisch gesteuerte Zugzylinder als Einzellasten auf den Deckenausschnitt aufgebracht (Lage der Lastpunkte siehe Bild 3-8).

Die Kraftmessung erfolgte über Druckmessdosen am Stützenfuß, die zwischen zwei planparallelen Stahlplatten angeordnet wurden. Zusätzlich wurde die Belastung zur Kontrolle über vier Zugstangen mit Dehnmessstreifen, die gleichmäßig über den Umfang der Versuchskörper angeordnet waren, gemessen. Die Vertikalverformungen am Plattenrand wurden durch vier Messuhren mit einer Ablesegenauigkeit von $\pm 1/100$ mm gemessen, die jeweils in den Hauptachsen angeordnet waren. Zusätzlich wurden im Stützbereich vier Messuhren mit einer Ablesegenauigkeit von $\pm 1/1000$ mm installiert, mit deren Hilfe die Relativverschiebungen zwischen Stütze und Platte sowie die Stützenstauchung gemessen werden konnten. Die Messung der radialen und tangentialen Betonstauchungen an der Plattenunterseite im Stützenbereich erfolgte mittels elektrischer Dehnmessstreifen, die Dehnungen des Bewehrungsstahls wurden mit induktiven Setzdehnungsgebern mit einer Basislänge von 10 cm gemessen. Während der Ablesung der Messinstrumente wurde die Last konstant gehalten.

3.2.3 Versuchsergebnisse

Der geometrische Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 1,32\%$ lässt ein sehr sprödes Versagen ohne vorhergehende plastische Verformungen („Schubzugbruch“, s. Abs. 2.3.1) erwarten. Tatsächlich weist das Last-Verformungs-Diagramm (Bild 3-9) nach Erstrissbildung einen nahezu linearen Verlauf ohne Abflachung vor dem Bruch, wie sie für einen Biegebruch typisch wäre, auf. Auch das Last-Dehnungs-Diagramm für den Betonstahl und das Last-Stauchungs-Diagramm für den Beton (Bild 3-10) weisen nach Erstrissbildung einen annähernd linearen Verlauf auf. Dabei sind die Betonstauchungen ab einer Last von ca. 1225 kN (entsprechend 74% der maximalen Last) in tangentialer Richtung größer als in radialer Richtung. Die Streckgrenze der Längsbewehrung wird während des gesamten Versuchs nicht erreicht.

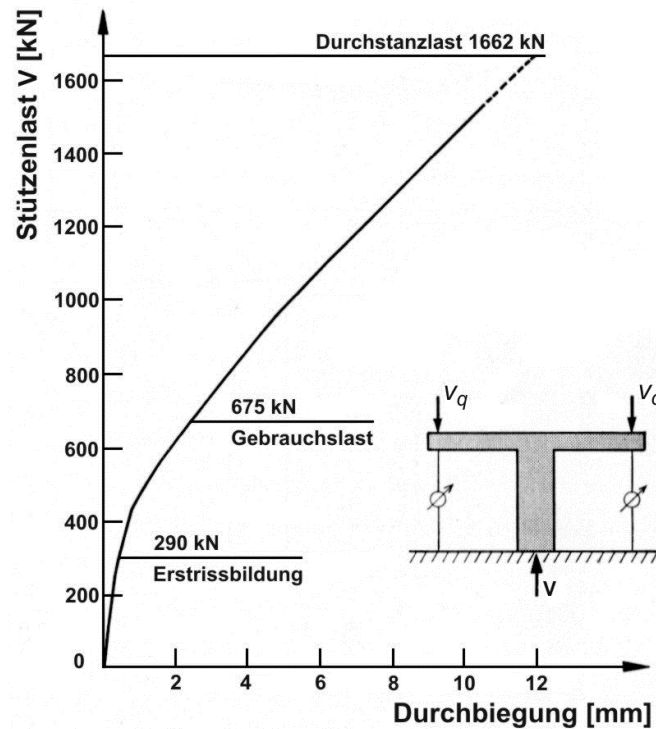


Bild 3-9: Last-Verformungs-Diagramm (nach [101])

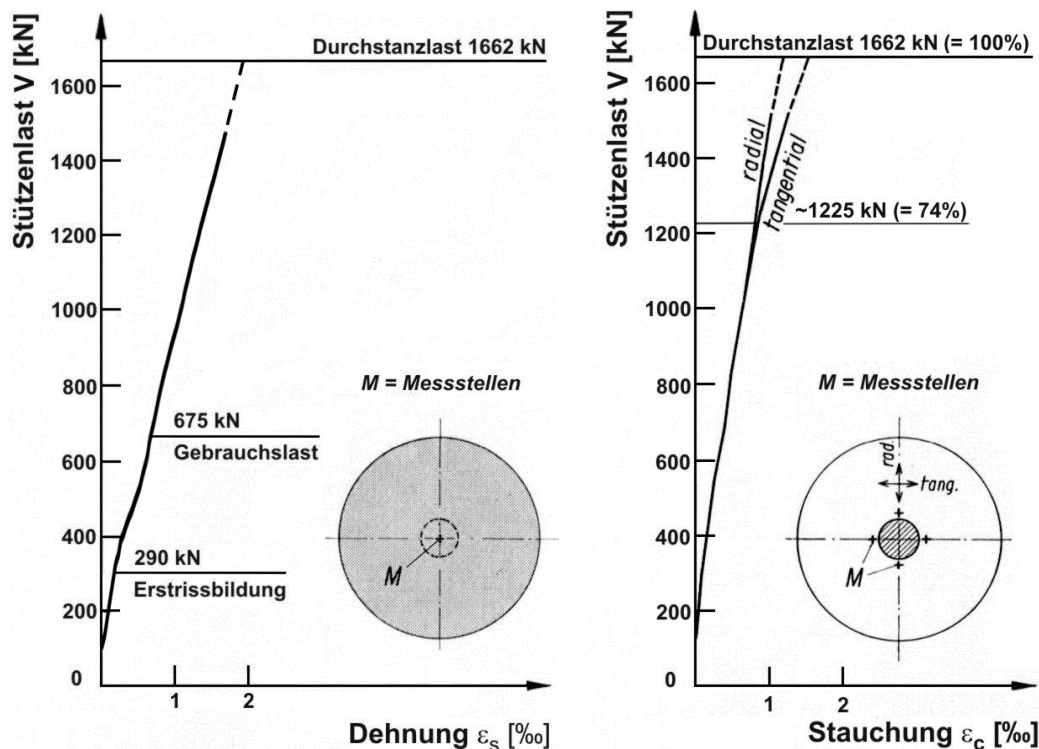


Bild 3-10: Last-Dehnungs-Diagramm der Bewehrung (links) und Last-Stauchungs-Diagramm des Betons (rechts) (nach [101])

Auf Gebrauchslastniveau zeigten sich ausschließlich radiale Risse mit Rissbreiten bis zu $w_k = 0,33$ mm (Bild 3-11). Im Bruchzustand ist eine stärkere Ausbildung der radialen Risse bei gleichzeitigem Auftreten von tangentialen Rissen innerhalb des Durchstanzkegels zu beobachten. Der tangentiale Riss, der den Durchstanzkegel begrenzt, ist erst unmittelbar vor dem Bruch erkennbar (Bild 3-12).

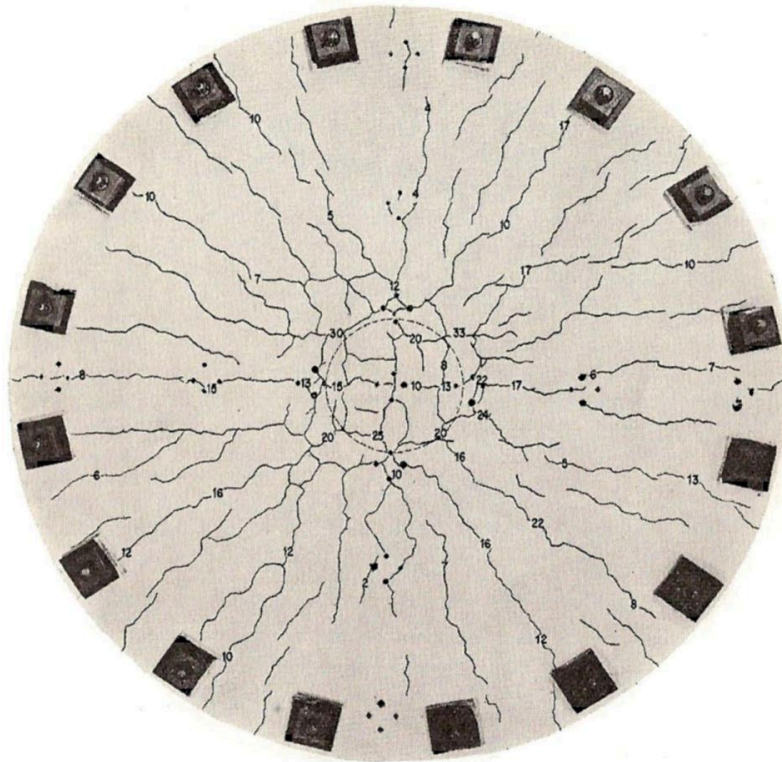


Bild 3-11: Rissbild bei $V = 669 \text{ kN}$ (Gebrauchslast; Zahlenwerte = Rissbreite in $1/100 \text{ mm}$) (nach [101])

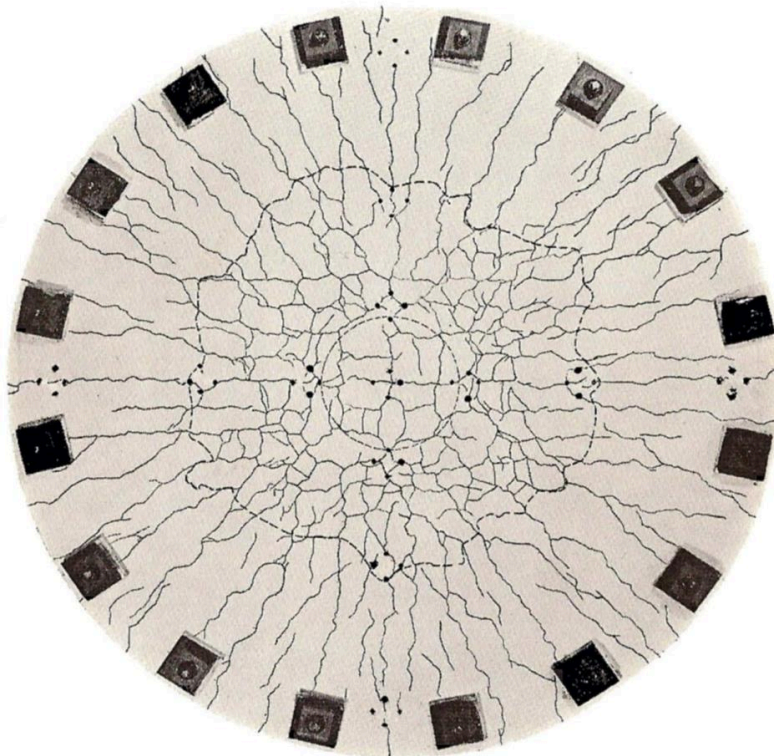


Bild 3-12: Rissbild bei $V_u = 1662 \text{ kN}$ (Bruchzustand) (nach [101])

Das Versagen trat bei einer Last von $V_u = 1662 \text{ kN}$ schlagartig durch Durchstanzen ein, wobei sich ein unter ca. 30° geneigter Durchstanzkegel aus der Platte herauslöste (Bild 3-13). Der Durchmesser des Durchstanzkegels an der Plattenoberseite betrug ca. $1,50 \text{ m}$.

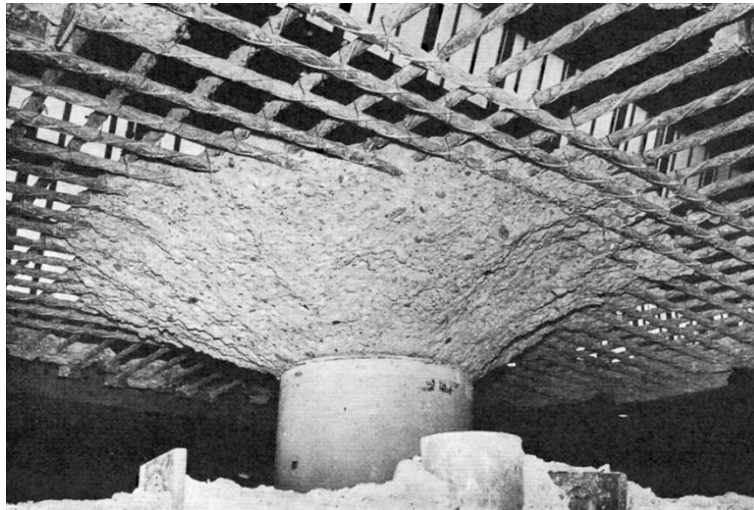


Bild 3-13: Durchstanzkegel, Neigung ca. 30° (nach [101])

3.2.4 Diskretisierung

Die Diskretisierung wird nach dem in Abs. 3.1 beschriebenen Prozedere vorgenommen. Die Bewehrung wird zur Berücksichtigung der unterschiedlichen statischen Nutzhöhen entsprechend ihrer tatsächlichen Höhenlage eingegeben. Dabei werden für die in den Symmetrieachsen liegenden Bewehrungsstäbe jeweils 50% des Bewehrungsquerschnitts berücksichtigt. Da für die Bewehrung im FEM-Modell vollkommener Verbund angenommen wird, erübrigt sich die Eingabe der im Versuch angeordneten Endverankerungsplatten. Die Geometrie des FEM-Modells ist aus Bild 3-14 ersichtlich, das verwendete Netz einschließlich der Lagerungsbedingungen und der Belastungen aus Bild 3-15.

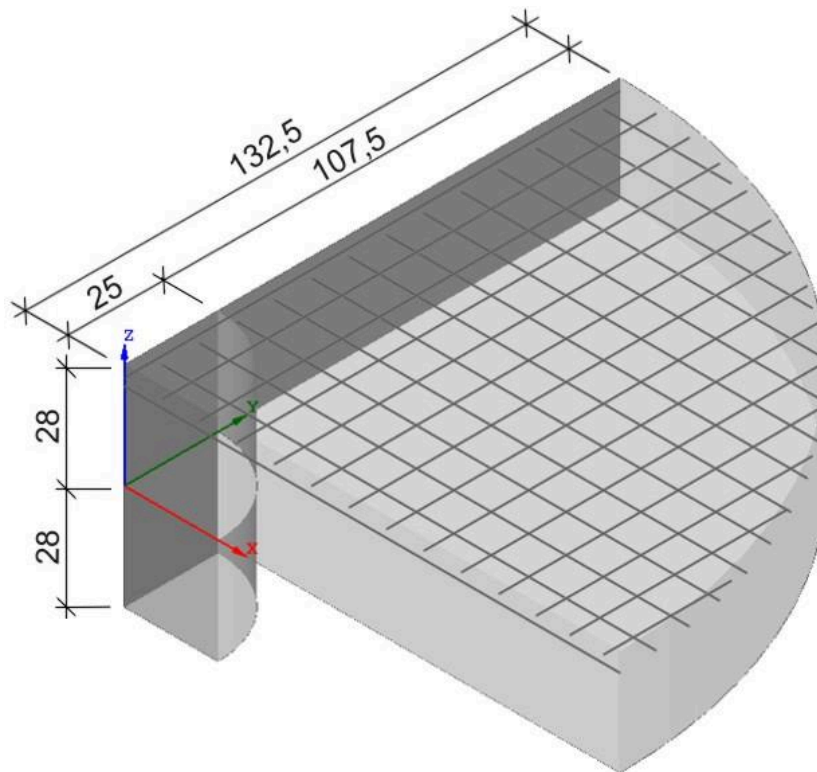


Bild 3-14: Geometrie des FEM-Modells zu Platte P1

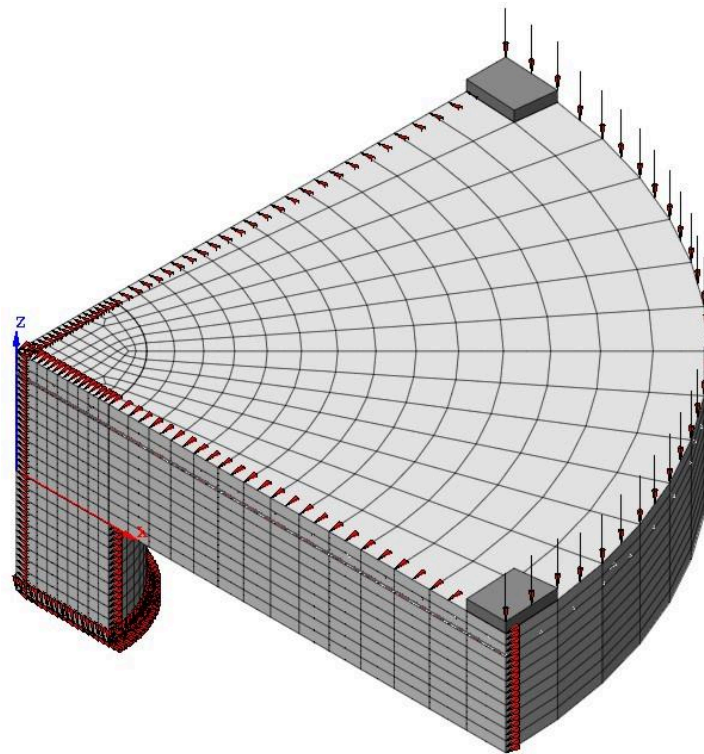


Bild 3-15: Verwendetes Netz einschl. Lagerungsbedingungen und Belastung

Die Belastung erfolgt analog zum Versuch am Plattenrand, wobei sie zur Vermeidung lokaler Spannungsspitzen gleichmäßig über den Umfang verteilt anstatt an nur vier Ankerstellen pro Viertelkreissegment aufgebracht wird. In den an die Symmetrieachsen angrenzenden Elementen, die durch Knotenlasten beansprucht werden, traten bei Vorberechnungen dennoch Spannungsspitzen auf, die zu einem lokalen Versagen des Systems deutlich unterhalb der Durchstanzbruchlast führten. Daher werden über diesen Elementen die in Bild 3-15 dunkelgrau dargestellten Lastplatten aus Stahl (linear-elastisch) angeordnet.

Die Ausgabe der Element-Seitenverhältnisse zeigt, dass die gewählte rotationssymmetrische Vernetzung in der Stütze zu Verhältnissen $l/h \approx 1,0$, im Durchstanzbereich zu $l/h \geq 0,467$ und in den weiter außen liegenden Plattenbereichen zu $l/h \geq 0,2$ führt, was als zufriedenstellend zu bewerten ist (Bild 3-16).

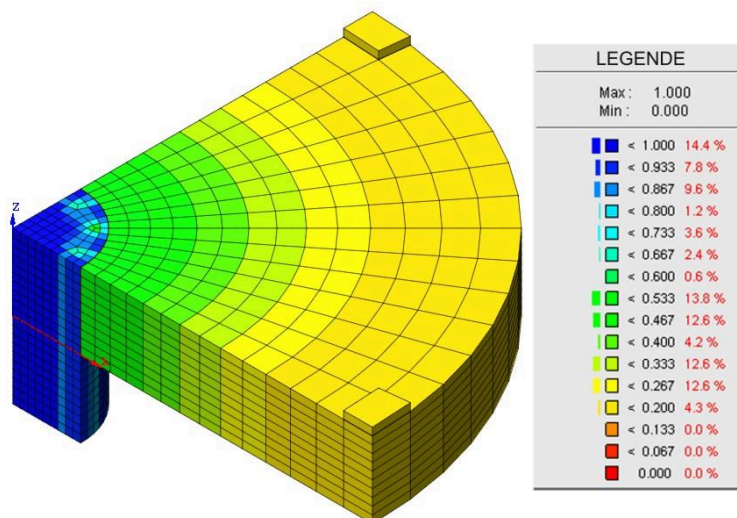


Bild 3-16: Element-Seitenverhältnisse in Modell P1

3.2.5 Werkstoffparameter für die FEM-Berechnung

Für die Verwendung der in Abs. 3.1.3 beschriebenen Werkstoffmodelle werden einige Werkstoffparameter benötigt, die nachstehend ermittelt werden. Die in Tabelle 3-1 angegebenen Druckfestigkeiten wurden an Würfeln mit 200 mm Kantenlänge ermittelt. Für die FEM-Berechnungen sowie für die Ermittlung der Versagenslast mit der CSCT wird die Druckfestigkeit $f_{cm,cyl}$ eines Standard-Probezyinders mit den Abmessungen 150 mm x 300 mm (d x h) benötigt. Die Umrechnung der Würfeldruckfestigkeit $f_{cm,cube200}$ aus Tabelle 3-1 auf die Zylinderdruckfestigkeit erfolgt nach SCHNELL ET. AL. [104]:

$$f_{cm,cyl} = 0,82 \cdot f_{cm,cube150} \quad (3.11)$$

mit

$$f_{cm,cube150} = 1,05 \cdot f_{cm,cube200} \quad (3.12)$$

Der charakteristische Wert der Zylinderdruckfestigkeit, der Elastizitätsmodul des Betons als mittlerer Tangentenmodul und die Zugfestigkeit werden nach fib Model Code 2010 [34] aus der Zylinderdruckfestigkeit berechnet:

$$f_{ck} = f_{cm,cyl} - \Delta f \quad \text{mit } \Delta f = 8 \text{ MPa} \quad (3.13)$$

$$E_{cm} = 2,15 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{10} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{mit } \Delta f = 8 \text{ MPa} \quad (3.14)$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}} \quad (3.15)$$

Die im Vorfeld durchgeführten Untersuchungen haben gezeigt, dass die für die Simulation von Durchstanzproblemen eminent wichtige Bruchenergie mit der in fib Model Code 2010 enthaltenen Formulierung tendenziell überschätzt wird. Auf Grundlage der konservativeren Regelungen aus dem Vorgängerdokument ceb-fib Model Code 1990 [105] konnte eine gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen erzielt werden:

$$G_f = G_{f0} \cdot \left(\frac{f_{cm,cyl}}{f_{cm0}} \right)^{0,7} \quad \text{in [N/m]} \quad (3.16)$$

mit $f_{cm,cyl}$ in [MPa], $f_{cm0} = 10 \text{ MPa}$ und G_{f0} dem Grundwert der Bruchenergie nach Tabelle 3-2.

d_g [mm]	G_{f0} [N/m]
8	25
16	30
32	38

Tabelle 3-2: Grundwert der Bruchenergie G_{f0} (nach [105])

Hieraus resultieren die in Tabelle 3-3 angegebenen Werte für die FEM-Berechnung:

$f_{cm,cube200}$	$f_{cm,cyl}$	f_{ck}	E_{cm}	f_{ctm}	G_f
[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[N/m]
34,9	30,0	22,0	31.008	2,4	82,0

Tabelle 3-3: Werkstoffparameter des Betons für die Berechnung

Diese Werte werden auch für die Stütze verwendet, wobei die Betondruckfestigkeit zur Vermeidung eines Stützenversagens auf 100 MPa erhöht wird (s. Abs. 3.4.1 für nähere Erläuterungen hierzu).

Die Arbeitslinie des verwendeten Betonstahls ist in [101] nicht enthalten. In [102] wird angegeben, dass die Stahlsorte „Tor 50“ verwendet wurde. Hierbei handelt es sich um einen kalt verwundenen Rippenstahl, der anhand einer zeitgenössischen Übersicht über Schweizer Betonstähle der Gruppe IIIb [106] aufgrund seiner charakteristischen Verdrillung und Querrippung (Bild 3-13) als „Tor 50 IIIb“ der „von Moos’schen Eisenwerke Luzern“ (heute Swiss Steel AG) identifiziert werden konnte. Für diese Betonstahlsorte wurden zwei zeitgenössische Untersuchungsberichte der EMPA, die im Rahmen der Fremdüberwachung der Stahlqualität erstellt wurden, gesichtet [107; 108]. Auf Grundlage der Ergebnisse der Fremdüberwachung können unter Verwendung der beim Versuch gemessenen 0,2%-Dehngrenze (Tabelle 3-1) die in Tabelle 3-4 angegebenen mechanischen Eigenschaften für Betonstahl „Tor 50 IIIb“ errechnet werden.

0,2%-Dehngrenze	$f_{0,2k}$	[N/mm ²]	544
Verhältnis	f_{tk} / f_{yk}	[-]	1,15
Zugfestigkeit	f_{tk}	[N/mm ²]	626
Elastizitätsmodul	E_s	[N/mm ²]	$2,1 \cdot 10^5$
Bruchdehnung	A_5	[%]	17,3
	A_{10}	[%]	11,0
	A_{gl}	[%]	4,5

Tabelle 3-4: Mechanische Eigenschaften des Betonstahls „Tor 50 IIIb“

Aus diesen Werten ergibt sich in gute Übereinstimmung mit den in [109] enthaltenen Spannungs-Dehnungs-Diagrammen für die ständige EMPA-Überwachung von kalt verformtem Bewehrungsstahl „Tor 50 IIIb“ die auf Bild 3-17 dargestellt Arbeitslinie, die als Grundlage für die FEM-Berechnung dient.

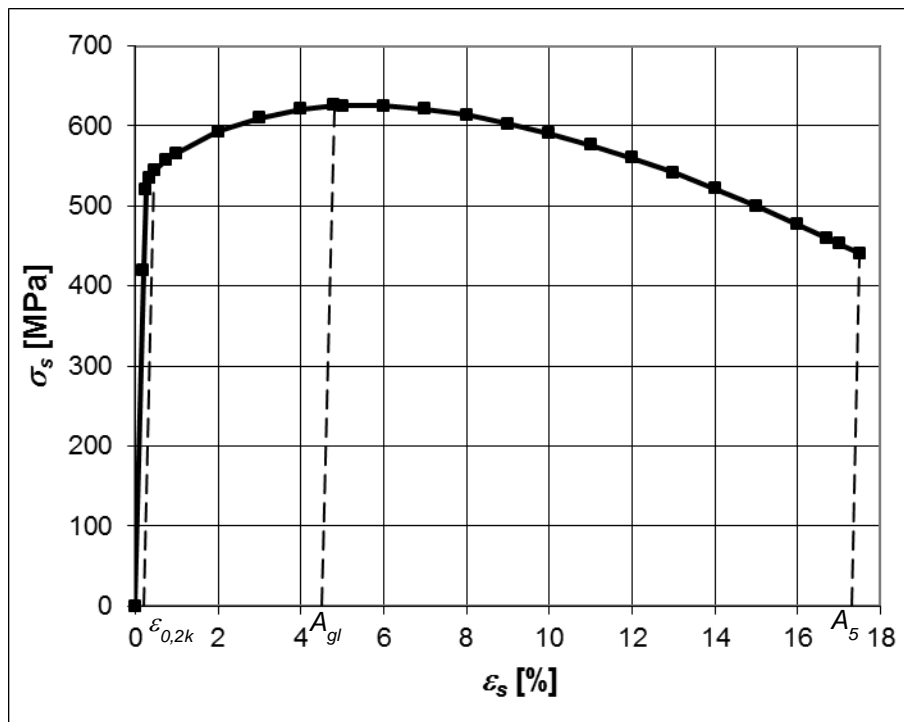


Bild 3-17: Für die FEM-Berechnung verwendete Arbeitslinie des Betonstahls „Tor 50 IIIb“

3.2.6 Berechnung

Da ein Wechsel der Berechnungssteuerung während der Berechnung nicht möglich ist, wird die beim Versuch nur im ersten Drittel verwendete Laststeuerung bei der FEM-Simulation während der gesamten Berechnung beibehalten. Um numerische Schwierigkeiten durch zu große Lastschritte zu vermeiden, wird die Lastschrittgröße gegenüber dem Versuch von 10% der Bruchlast auf 3,5% der Bruchlast reduziert. Da nur ein Viertel des Systems im Modell abgebildet wird, ergibt sich für jeden der 29 Knoten am Plattenrand eine Belastung von 0,5 kN je Lastschritt. In der Nähe der aufgrund des Versuchs zu erwartenden Bruchlast von 1660 kN wird die Größe der Lastinkremente auf 50% des Ausgangswerts reduziert.

Bis Lastschritt 30 (entsprechend einer Stützenlast von 1594,9 kN) wurde Konvergenz durchgängig mit ≤ 50 Iterationen erreicht. In Lastinkrement 31 (entsprechend 1623,9 kN) konnte auch bei 75 Iterationen keine Konvergenz mehr gefunden werden, so dass die Berechnung an dieser Stelle abgebrochen wurde.

3.2.7 Ergebnisse der FEM-Berechnungen

Auf Bild 3-18 ist die in der FEM-Berechnung ermittelte Last-Verformungskurve im Vergleich zu den Versuchswerten dargestellt. Die angegebenen Verformungen sind jeweils Mittelwerte aus den Verformungen in den Symmetrieachsen am oberen Plattenrand an den gekennzeichneten Stellen. Insgesamt ist die Übereinstimmung der FEM-Ergebnisse mit den Versuchswerten als gut zu bezeichnen, insbesondere angesichts der Tatsache, dass die Werkstoffparameter mit Ausnahme der Betondruckfestigkeit und der 0,2%-Dehngrenze des Stahls berechnet und nicht gemessen wurden. Die auftretenden Abweichungen zwischen Versuch und Berechnung entsprechen qualitativ und

quantitativ denjenigen, die *ANDRÄ* bei der Nachrechnung desselben Versuchs (mit einem achsensymmetrischen FEM-Modell unter Verwendung gänzlich anderer Materialmodelle) festgestellt hat [110]. In Hinblick auf die Abweichungen zwischen FEM-Ergebnissen und Versuch erscheinen die von *ANDRÄ* angestellten Vermutungen plausibel. Er weist darauf hin, dass die Last-Verformungskurve aus dem Versuch vor dem Hintergrund der bei lastgesteuerten Versuchen auftretenden Schwierigkeiten bei der Datenerfassung die tatsächlichen Sachverhalte nicht zwangsläufig besser wiedergibt als die FEM-Kurve. Weiterhin verweist *ANDRÄ* auf die Zeitabhängigkeit der Verformungen, die bei großen Lasten auch im Kurzzeitversuch auftritt und durch das hier gewählte FEM-Modell nicht berücksichtigt wird.

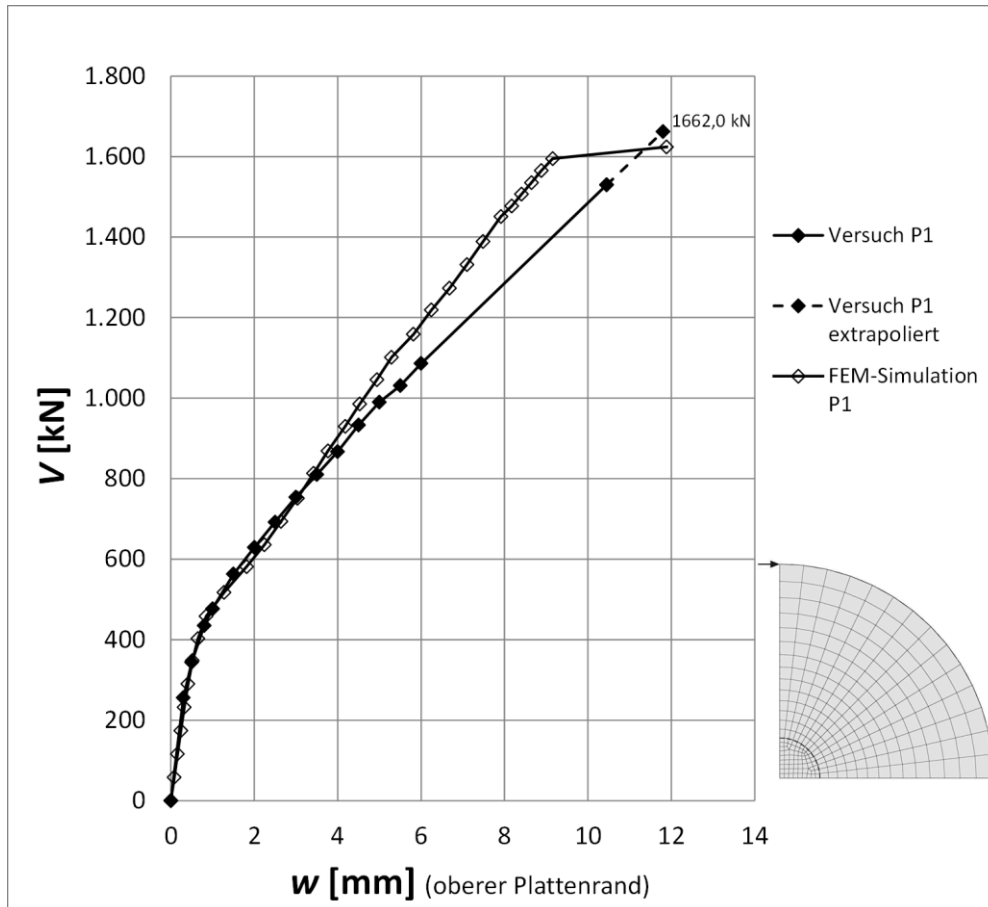


Bild 3-18: Last-Verformungs-Kurve des Versuchs P1 und der FEM-Simulation P1 im Vergleich

Bild 3-19 zeigt die Mittelwerte der radialen und tangentialen Betonstauchungen an der Plattenunterseite, gemessen jeweils in den Symmetrieachsen in ca. 10 cm (Versuch) bzw. 10,9 cm (FEM) Abstand vom Anschnitt. Die in der FEM-Simulation ermittelten Betonstauchungen stehen ebenfalls in guter Übereinstimmung mit den Messwerten aus dem Versuch. Die insgesamt etwas kleineren Dehnungen in der Simulation können u.a. durch die im Vergleich zum Versuch weiter vom Anschnitt gelegene Messstelle erklärt werden, die sich aus der Lage der Knotenpunkte im verwendeten FE-Netz ergibt. Da die Anordnung der Messpunkte im Versuch in [101] und [102] nicht angegeben ist und aus dem zur Verfügung stehenden Bildmaterial gemessen wurde, ist ein exakter Vergleich der Betonstauchungen ohnehin nicht möglich. Daher wurde auf eine Anpassung des Netzes verzichtet.

Ab ca. 1225 kN ist im Versuch eine Veränderung im Tragverhalten der Platte zu beobachten. Bei weiterer Laststeigerung zeigen die tangentialen Betonstauchungen ab dieser Laststufe einen stärkeren Zuwachs als die radialen Stauchungen. Dieses Verhalten wird in der FEM-Simulation zutreffend erfasst, wobei der Beginn dieser Entwicklung bei 1100 kN etwas früher eintritt als im Versuch. Ab ca. 1520 kN wurden die Stauchungen im Versuch nicht mehr gemessen, sondern durch geradlinige Extrapolation ermittelt. Auf Grundlage der in zahlreichen anderen Versuchen beobachteten und auf Bild 2-4 dargestellten charakteristischen Verläufe der Betondehnungen (radiale Stauchungen werden kurz vor dem Bruch betragsmäßig kleiner, tangentiale Stauchungen wachsen überproportional an) sind die FEM-Ergebnisse ab dieser Laststufe als realitätsnäher zu bewerten.

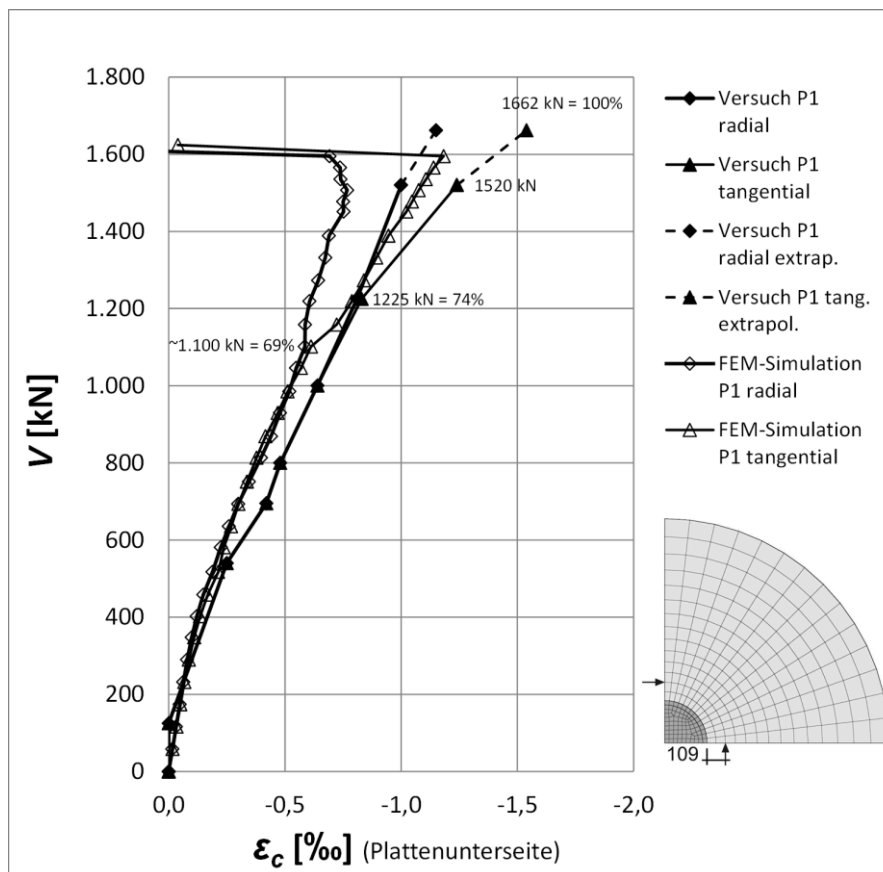


Bild 3-19: Betonstauchungen im Versuch P1 und in der FEM-Simulation P1

Die in der FEM-Simulation ermittelten radialen Bewehrungsdehnungen im Plattenzentrum zeigen ebenso eine gute Übereinstimmung zu den Versuchsergebnissen (Bild 3-20). Im Lastbereich bis etwa 700 kN sind die Stahldehnungen im Versuch geringfügig größer als in der Simulation, danach bewegen sich die Abweichungen in Größenordnungen von $\pm 0,2$ ‰. Die in der FEM-Kurve zu beobachtende Änderung der Steigung bei ca. 1100 kN ist konsistent zu den Betonstauchungen, die auf diesem Lastniveau eine Zunahme der tangentialen Stauchungen bei gleichzeitiger Abnahme der radialen Stauchungen zeigen. Die FEM-Ergebnisse erscheinen hier realitätsnäher als die Versuchsergebnisse, die ab ca. 600 kN bis zum Versagen einen linearen Verlauf aufweisen.

Erste tangentiale und radiale Risse unmittelbar über der Stütze zeigen sich in der Berechnung in Lastschritt 4, entsprechend einer Stützenlast von 232 kN. Dies entspricht annähernd der Laststufe der Erstrissbildung im Versuch, die mit 290 kN angegeben wurde.

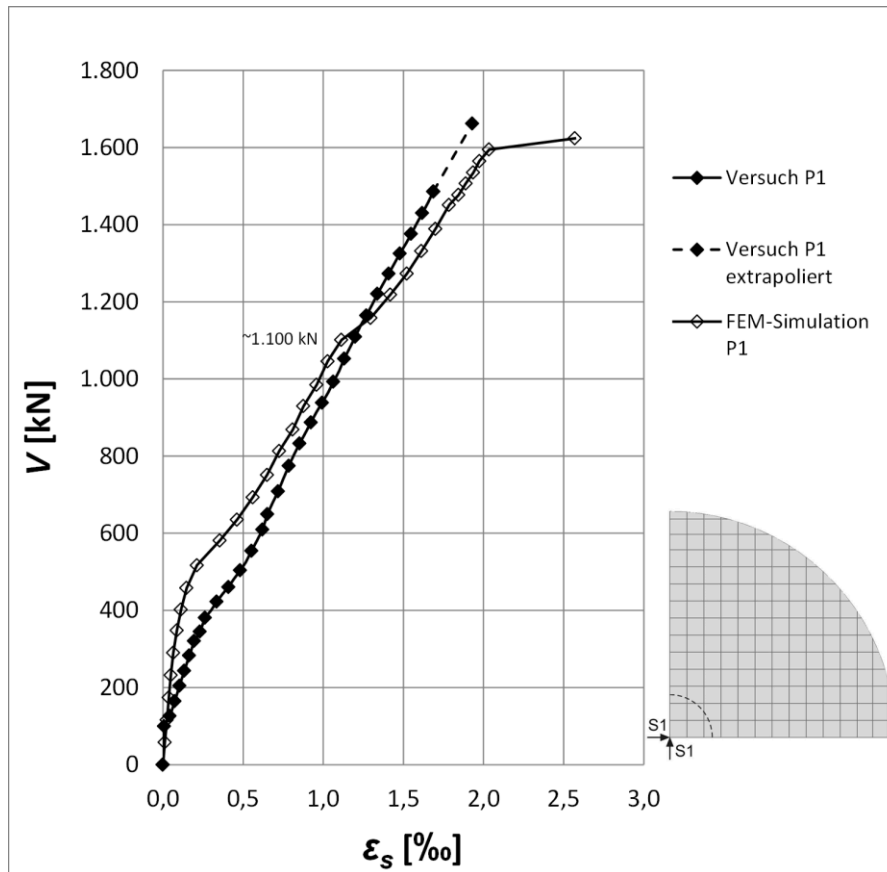


Bild 3-20: Bewehrungsdehnungen im Versuch P1 und in der FEM-Simulation P1 im Vergleich

Eine Auswertung der Rissbilder an der Plattenoberseite in der FEM-Simulation in den Lastschritten 12 und 31 (entsprechend einer Stützenlast von 696 kN (Gebrauchslast) und beim Versagen, analog zum Versuch) zeigt, dass die Rissbildung im Modell korrekt widergegeben wird. Bei Lastschritt 12 (Bild 3-21, dargestellt sind Risse im Rissdehnungsbereich $\varepsilon_{cr} \geq 0,0005$, entsprechend den Rissdehnungen im Versuch) zeigen sich einige wenige tangentiale Risse in der Nähe des Stützenanschnitts und mehrere radiale Risse, die sich vom Stützenanschnitt ausgehend bis zum Plattenrand ausgebreitet haben. Plattenbereiche in der Nähe der Symmetrieachsen sind weitgehend frei von Rissen. In Lastschritt 31 (Bild 3-22, Darstellung des Rissdehnungsbereichs $\varepsilon_{cr} \geq 0,001$) ist eine deutliche Zunahme der radialen und tangentialen Rissbildung zu beobachten. Die Lage des äußersten tangentialen Risses entspricht in etwa der Lage des Durchstanzrisses im Versuch. Der exakte Rissverlauf ist aus der Ellipsendarstellung der Rissdehnungen in der FEM-Ausgabe nicht eindeutig ersichtlich. Der aus dieser Darstellung abgeleitete mögliche Rissverlauf ist in Bild 3-22 nachgezeichnet.

Der auf Bild 3-23 dargestellte Schnitt in der Symmetrieebene auf der X-Achse zeigt einen unter ca. 35° geneigten Schubriss, der von der Plattenunterseite bis zur Längsbewehrung verläuft. Im Bereich der Längsbewehrung ist die Darstellung des Rissverlaufs unterbrochen, darüber ist, etwas weiter außen, der Verlauf des äußersten Tangentialrisses von der Bewehrungslage bis zur Plattenoberseite erkennbar. Der Rissverlauf im Bereich der Bewehrung kann im Modell, vermutlich aufgrund der verschmiert modellierten Bewehrung, offensichtlich nicht eindeutig abgebildet werden. Für die weitere Auswertung von Simulationsergebnissen wird in dieser Arbeit daher die Ausbildung eines durchgehenden Schubrisses bis zur Bewehrungslage und oberhalb der Bewehrung der äußerste von der Bewehrung bis zur Plattenoberseite verlaufende Tangentialriss als „Durchstanzriss“ definiert.

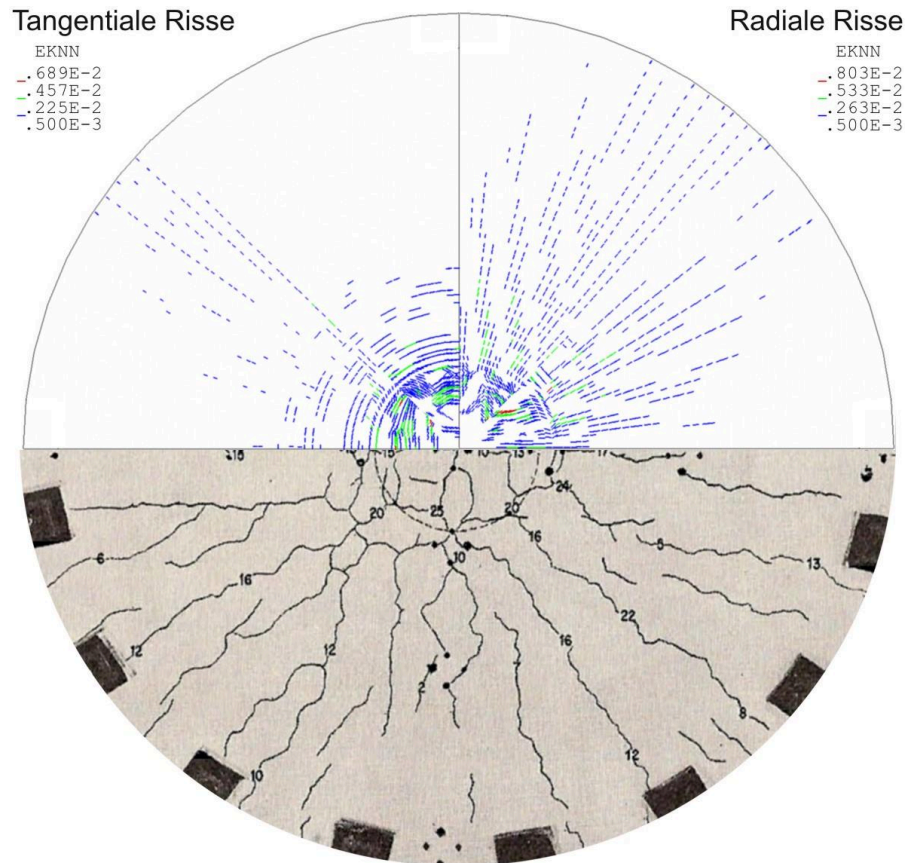


Bild 3-21: Rissbildung in Lastinkrement 12 ($V = 693,5 \text{ kN}$) im Vergleich zum Rissbild bei $V = 669 \text{ kN}$ (Gebrauchslast) im Versuch

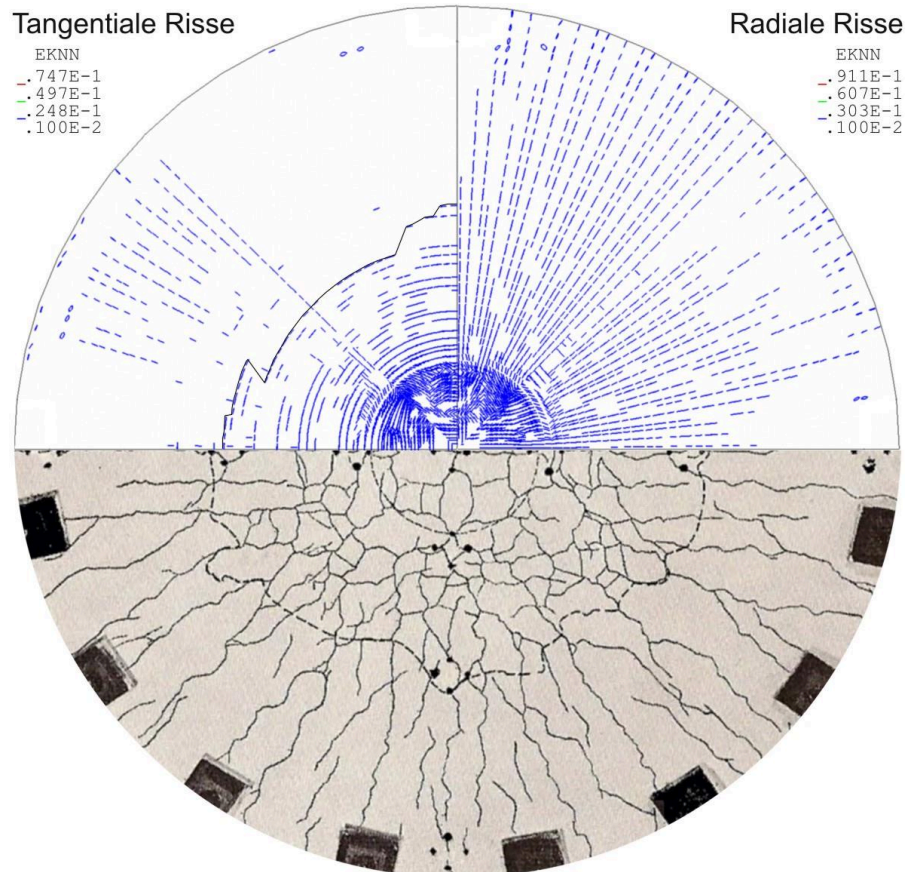


Bild 3-22: Rissbildung beim Bruch in der FEM-Simulation (Lastinkrement 31) im Vergleich zum Versuchsergebnis (Durchstanzrisse jeweils nachgezeichnet)

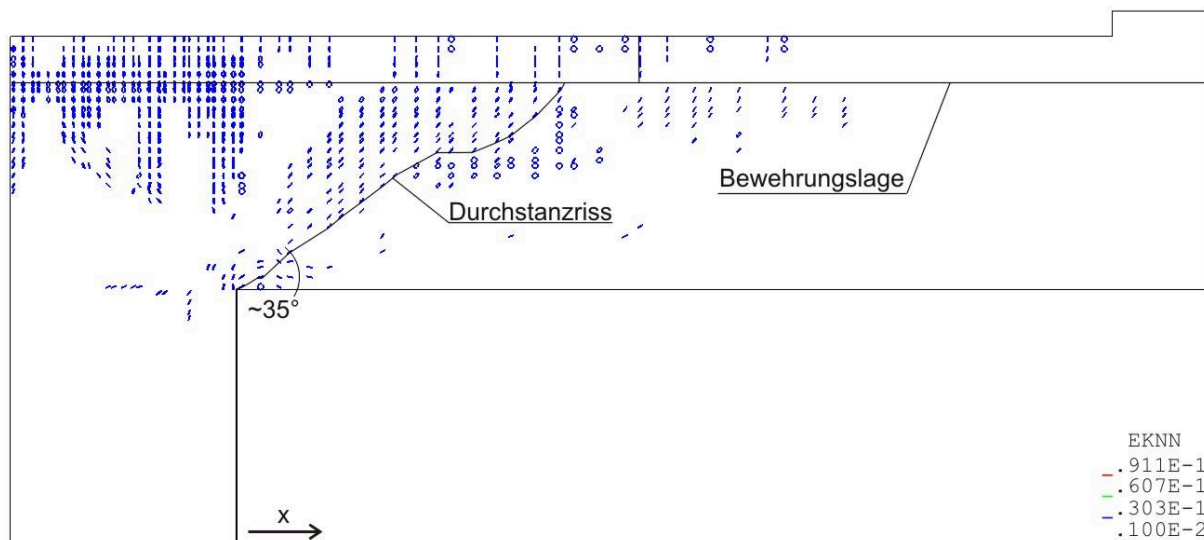


Bild 3-23: Durchstanzriss in der Symmetrieebene auf der X-Achse (nachgezeichnet)

Eine Auswertung der radialen Spannungen und der vertikalen Dehnungen in den letzten Lastinkrementen zeigt sehr anschaulich den Bruchvorgang in der Platte. In Bild 3-24 sind die Spannungen σ_{xx} in der Symmetrieebene auf der X-Achse und gespiegelt dazu die Rissentwicklung als Ausschnitt dargestellt (die Stütze wurde jeweils zur besseren Gegenüberstellung weggelassen). In Lastinkrement 24 ist ein intakter, etwa 4,2 cm hoher Druckring an der Plattenunterseite mit einer maximalen radialen Spannung von -106,7 MPa (entsprechend $3,6 \cdot f_{cm,cyl}$) erkennbar. Von Lastschritt 24 zu Lastschritt 30 nimmt die radiale Druckspannung kontinuierlich auf -72,7 MPa ab. Bis zu diesem Punkt der Lastgeschichte ist zwar im Platteninneren ein schräger Schubriss erkennbar, in der Druckzone der Platte ist aber keine Rissbildung zu beobachten. In Lastinkrement 31 breitet sich der Schubriss in die Druckzone aus und reicht nun bis zur Plattenunterseite. Diese Rissbildung geht einher mit einer plötzlichen Aufhebung des mehraxialen Druckspannungszustandes am Stützenanschnitt. Das Druckspannungsmaximum verlagert sich in das Platteninnere, auf der Plattenunterseite sind nun radiale Zugspannungen zu erkennen. Dieser Prozess korreliert mit der Entwicklung der vertikalen Dehnungen ε_{zz} (Bild 3-25). In Lastinkrement 24 sind im Platteninneren bereits vertikale Dehnungen $\geq 2 \text{ ‰}$ und damit deutlich oberhalb der Dehnung bei Erreichen der Betonzugfestigkeit ($\varepsilon_{cr} = 0,1 \text{ ‰}$) sichtbar, die als Bildung eines schrägen Risses zu interpretieren sind. In Lastinkrement 30 sind an der Plattenunterseite in ca. 5 cm Abstand vom Anschnitt ebenfalls vertikale Zugdehnungen in Höhe von 0,9 ‰ erkennbar, die vom schrägen Schubriss in Platteninneren durch ein horizontales Band vertikaler Druckdehnungen getrennt sind (hellblauer Bereich). Die Umlagerung von den radialen zu den tangentialen Betonstauchungen ab einer Last von ca. 1100 kN (Bild 3-19) wird begleitet von einer zunehmenden Ausbreitung des Schubrisses und einem Anwachsen der vertikalen Dehnungen auf bis zu 4,1 ‰. Die Zugdehnungen an der Plattenunterseite nehmen zeitgleich auf 1,4 ‰ zu, ehe sie sich in Lastschritt 31 explosionsartig auf 7,9 ‰ vergrößern. In diesem Lastinkrement ist weiterhin eine Vereinigung der Bereiche mit großen Zugdehnungen zu einem durchgehenden Durchstanzriss erkennbar.

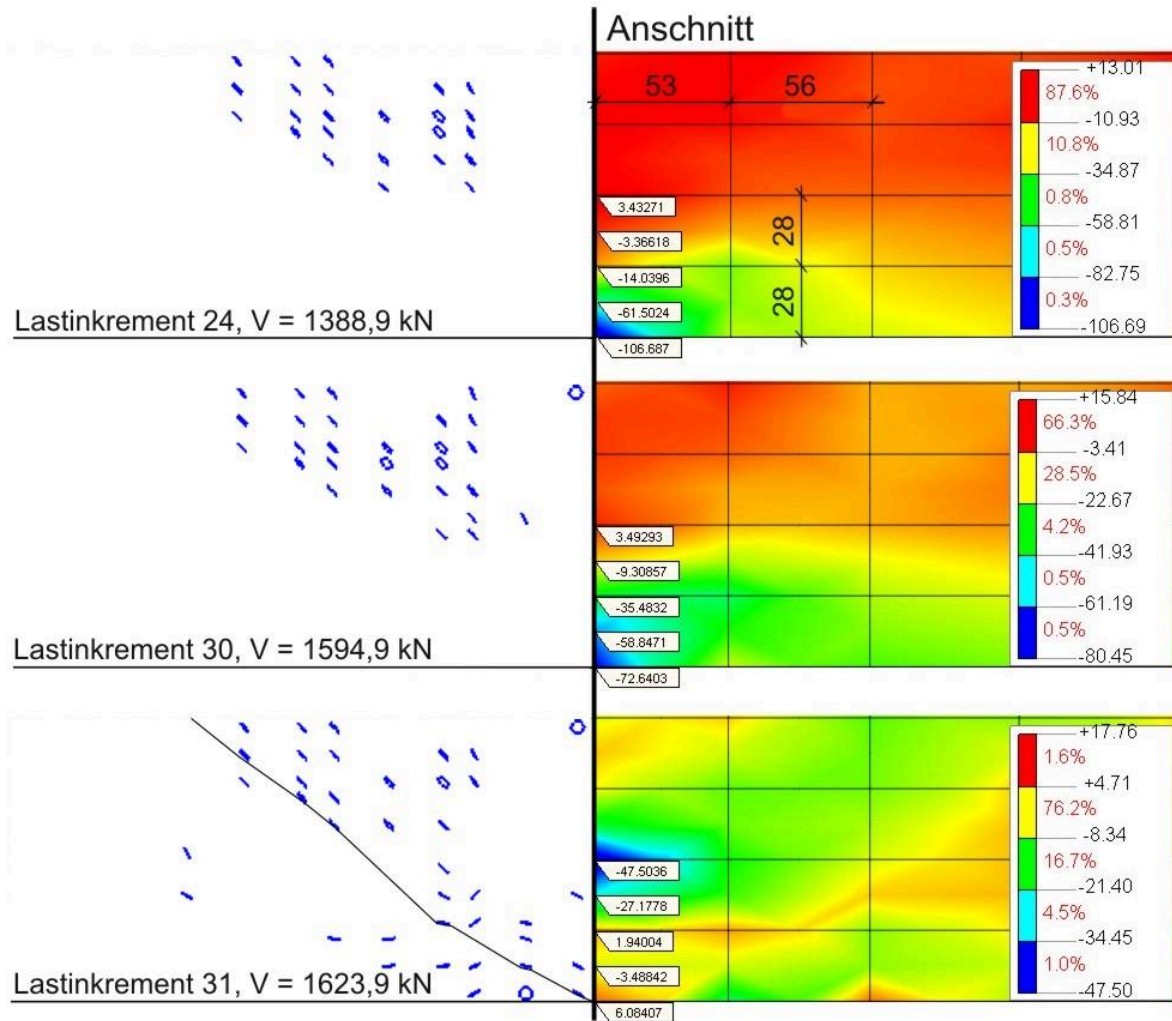


Bild 3-24: Rissbildung (links) und Radiale Spannungen σ_{xx} (rechts) [MPa, mm]

Dieser schlagartige Dehnungszuwachs kann als ein Abplatzen des Betons an der Plattenunterseite in Stütznähe interpretiert werden und steht in Übereinstimmung mit den Ausführungen des Abs. 2.1, wonach das Auftreten vertikaler Zugspannungen am unteren Plattenrand in Stütznähe zur Aufhebung der Querdehnungsbehinderung und damit des mehraxialen Druckspannungszustands führt. Hervorzuheben ist, dass diese großen Zugspannungen nicht unmittelbar am Stützenanschnitt, sondern in ca. 5 cm Abstand hierzu auftreten. Dies deckt sich mit den Beobachtungen von MARINKOVIĆ und ALENDAR [43], die das Auftreten von vertikalen Zugspannungen ebenfalls neben dem Druckring lokalisierten. In der Folge kommt es zu einer Überschreitung der Druckstrebentragfähigkeit und zur Ausbildung eines durchgehenden Durchstanzrisses. Dies führt schließlich zum Durchstanzversagen bei einer rechnerischen Stützenlast von 1623,9 kN (entsprechend 97,7% der im Versuch festgestellten Bruchlast).

Das Abplatzen der Betondeckung und das Versagen des Druckrings rund um die Stütze werden in Bild 3-25 (Lastinkrement 31) durch Auftreten eines Knicks an der Unterseite der ersten Elementreihe neben der Stütze erkennbar.

In Bild 3-25 jeweils links ist im Übergang von der Stütze zur Platte ein Bereich großer vertikaler Zugdehnungen erkennbar. Bei der zentrisch über die Stütze belasteten Platte S2.2 (s. Abs. 3.3.7) ist dieser Effekt nicht zu beobachten (vgl. Bild 3-45). Da sich die Platten *P1* und *S2.2* insbesondere in

Hinblick auf die Belastungsart unterscheiden, ist dieser Unterschied im Tragverhalten am wahrscheinlichsten durch die Art der Lastaufbringung zu erklären. Offensichtlich führt die Belastung der Platte *P1* am Plattenrand zu einer exzentrischen Lasteinleitung von der Platte in die Stütze (vertikales Kräftepaar mit Druck am äußeren Stützenrand und Zug in Plattenmitte), die ein Ablösen des inneren Stützenbereichs von der Platte zur Folge hat. Bei Platte *S2.2* tritt dieser Effekt wegen der gleichmäßig über die gesamte Stützenfläche in die Platte eingeleiteten Last nicht auf.

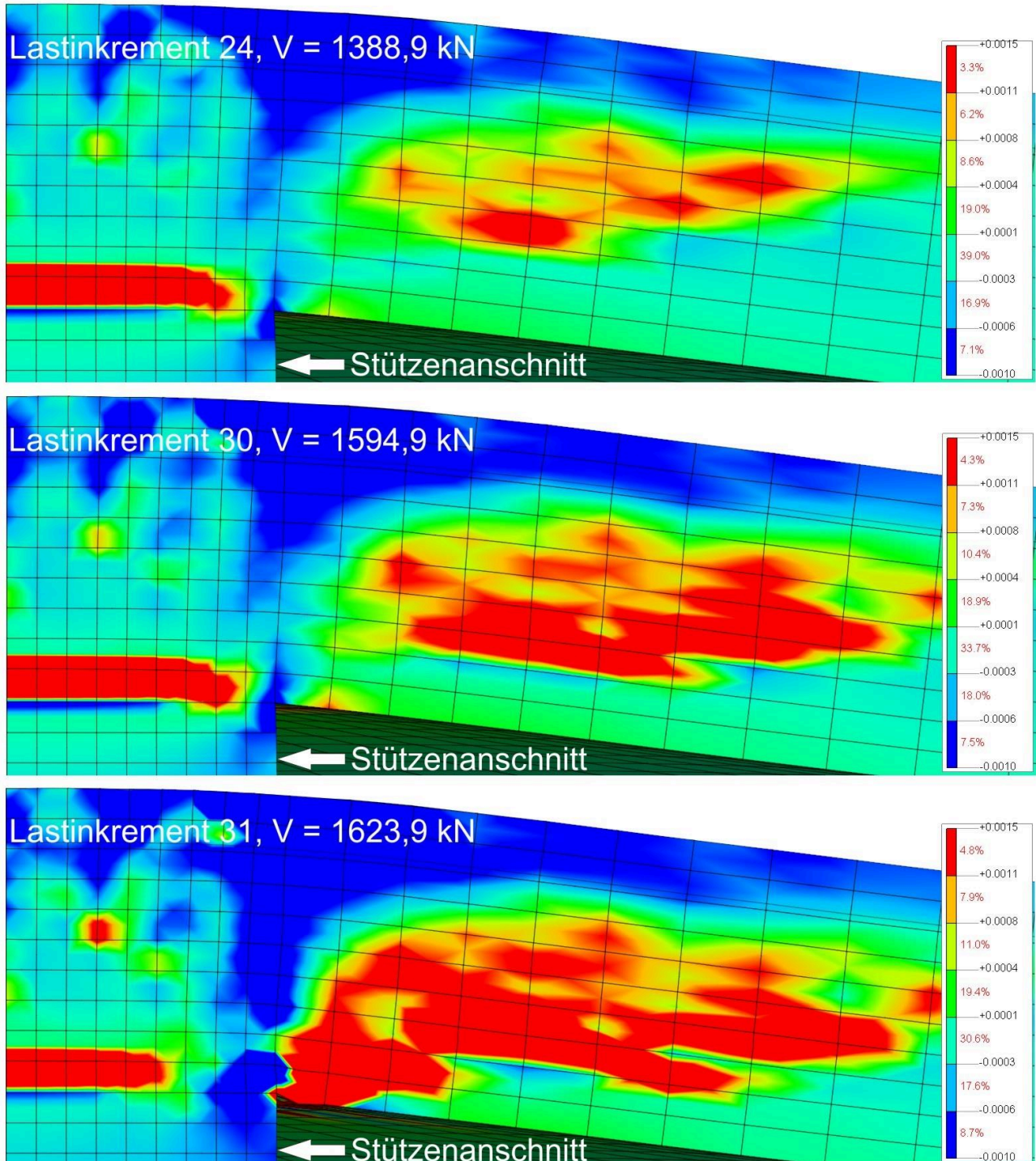


Bild 3-25: Vertikale Dehnungen ε_{zz} in den letzten Lastinkrementen

Der am Plattenausschnitt *P1* beobachtete Effekt großer vertikaler Zugdehnungen zwischen Platte und Stütze kann in einem Geschossbau – mit Ausnahme der Dachdecke – aufgrund der Vertikallasten aus aufgehenden Stützen praktisch nicht auftreten. Hieraus sind in Hinblick auf zukünftige Versuchsanordnungen zwei Schlussfolgerungen zu ziehen: Flachdeckenausschnitte, bei denen die Belastung im Versuch über den Plattenrand aufgebracht wird, sollten über der Stütze zusätzlich von oben belastet werden. Ein entsprechender Versuchsaufbau ist z.B. in [9] beschrieben. Auf diese Weise würde die Situation im Bauwerk hinsichtlich des Einflusses einer Stützenauflast auf die Plattensteifigkeit realistisch abgebildet. Zudem würde die gegenseitige Beeinflussung von Lasteinleitung und Lastdurchleitung im Versuch erfasst (siehe Abs. 2.1.4). Ist dies aufgrund der versuchstechnischen Randbedingungen nicht möglich, sollte einem Versuchsaufbau mit zentrischer Belastung durch die Stütze von unten der Vorzug gegeben werden.

Die von *MUTTONI* propagierte Ausbildung einer geknickten Druckstrebe beim bzw. kurz vor dem Bruch (s. Abs. 2.2) wird durch die Ergebnisse der FEM-Simulation bestätigt (Bild 3-26). Die Druckstrebenneigung beträgt im vorletzten Lastinkrement ca. 35° .

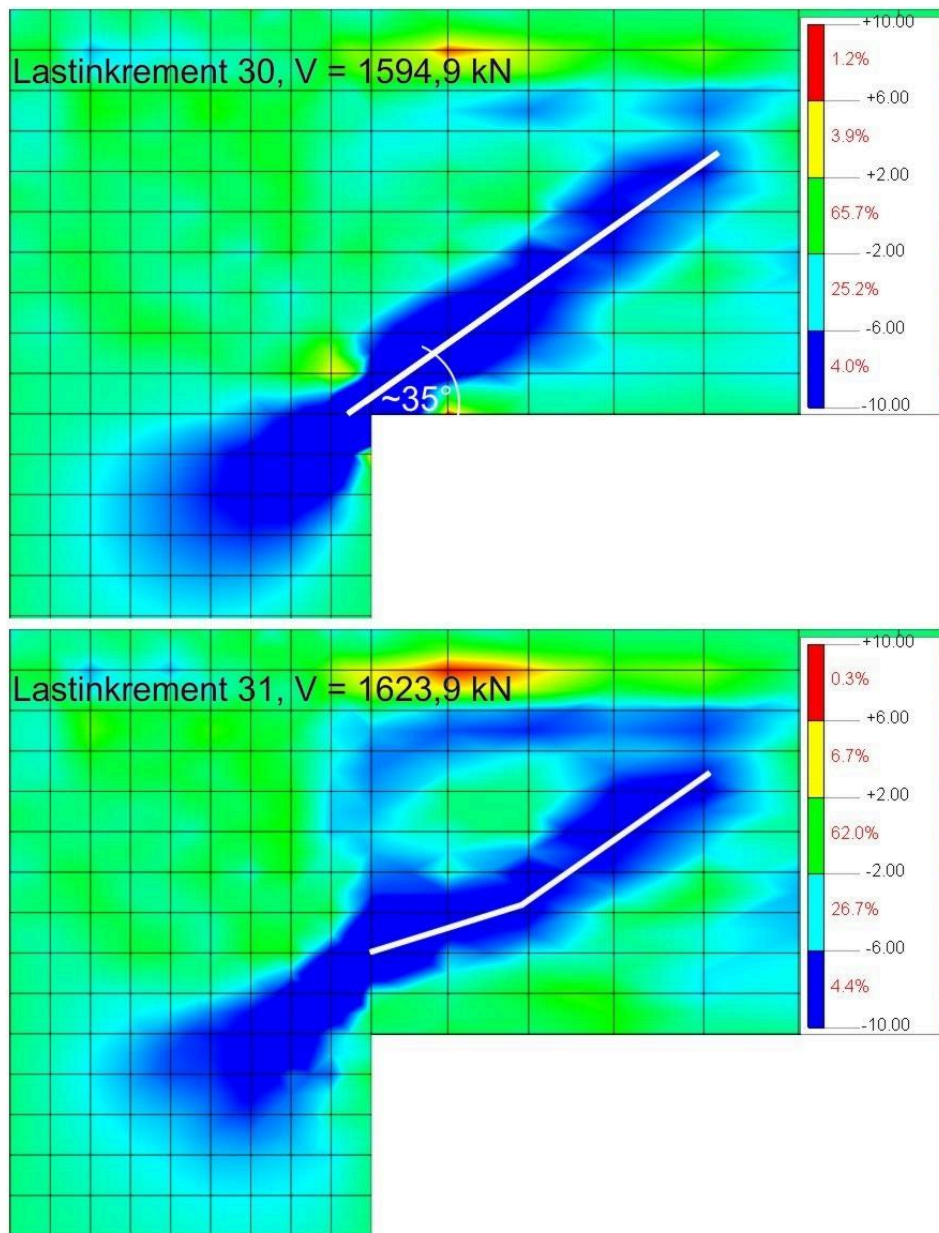


Bild 3-26: Ausbildung einer geknickten Druckstrebe beim Versagen (Spannungen σ_{zx} [MPa])

3.3 DURCHSTANZVERSUCH S2.2 VON TOLF (SCHWEDEN, 1988)

TOLF hat 1988 an der Königlich Technischen Hochschule in Stockholm 16 Durchstanzversuche an auf Innenstützen gelagerten Flachdeckenausschnitten durchgeführt, um den Einfluss der Plattengröße und der Verwendung von Durchstanzbewehrung aus Betonstahl auf die Durchstanztragfähigkeit zu untersuchen [111]. Aus dieser Versuchsreihe entsprechen die bis auf geringe Abweichungen der Betondruckfestigkeit identischen Versuche S2.1 und S2.2 den in Abs. 3.1.6 formulierten Kriterien. Da *STALLER* [58] den Versuch S2.2 mit einem FEM-Programm nachgerechnet hat, bot es sich an, ebenfalls diesen Versuch auszuwählen, so dass ein Vergleich der Ergebnisse nicht nur mit den Versuchsdaten, sondern auch mit einer weiteren Nachrechnung möglich ist.

3.3.1 Geometrie und Materialeigenschaften im Versuch

Die Abmessungen und die Anordnung der Bewehrung in der Versuchsplatte sind auf Bild 3-27 dargestellt, die am Versuchstag bestimmten Werkstoffparameter können Tabelle 3-5 entnommen werden. Weitere Parameter wie Elastizitätsmodul und Betonzugfestigkeit wurden nicht ermittelt.

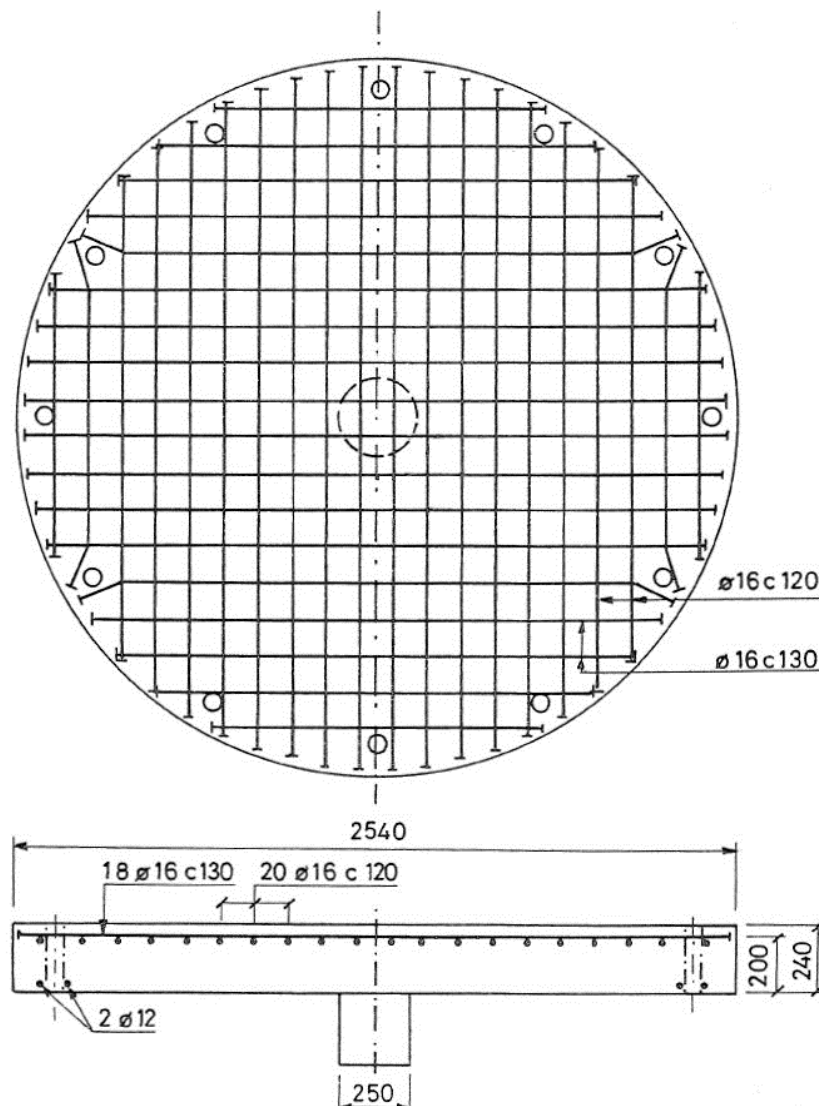


Bild 3-27: Versuchsplatte S2.2 von TOLF (nach [111])

Würfeldruckfestigkeit des Plattenbetons	$f_{cm, cube150}$	MPa	28,6
Würfeldruckfestigkeit des Stützenbetons	$f_{cm, cube150}$	MPa	45,0
Größtkorndurchmesser	d_g	mm	32
Streckgrenze des Betonstahls	f_{yk}	MPa	670
Geometrischer Längsbewehrungsgrad	ρ_l	%	0,80

Tabelle 3-5: Materialeigenschaften des Versuchskörpers S2.2

Die Spannungs-Dehnungs-Linie des verwendeten naturharten Betonstahls vom Typ „Ks 60S“ wurde an Zugproben ermittelt und ist aus Bild 3-28 ersichtlich. Die Biegebewehrung wurde jeweils beidseitig mit angeschweißten Verankerungsplatten versehen.

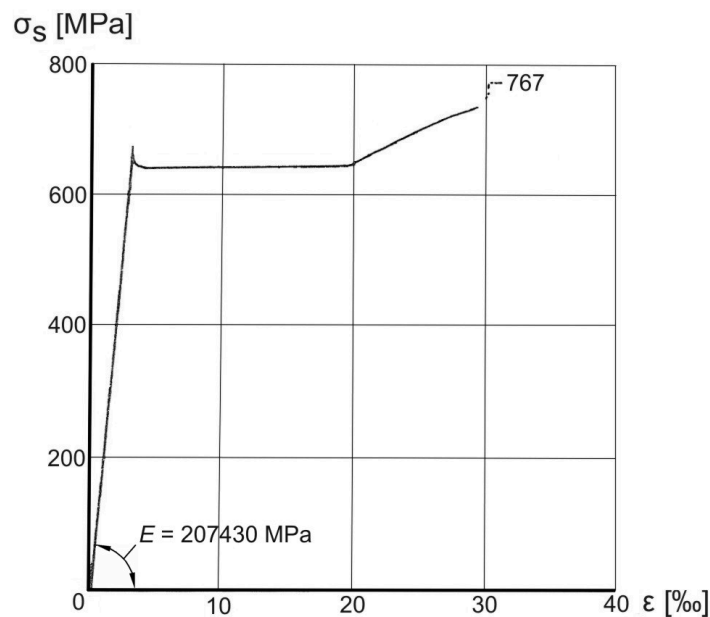


Bild 3-28: Arbeitslinie des verwendeten Betonstahls „Ks 60S“ (nach [111])

3.3.2 Versuchsaufbau und -ablauf

Die Versuchsdecke wurde an zwölf über den Umfang verteilten Punkten mittels gelenkig gelagerter Zugstangen verankert und zentrisch über eine auf den Stützenfuß wirkende Hydraulikpresse belastet (siehe Bild 3-29). Die Belastung wurde lastgesteuert in Schritten von 80 kN, in der Nähe der erwarteten Bruchlast von 40 kN aufgebracht. Das Aufbringen eines Lastschrittes dauerte ca. zwei Minuten. Danach wurde die Belastung jeweils für dreizehn Minuten konstant gehalten, um neue Risse zu markieren, Rissbreiten zu messen und die Messinstrumente abzulesen.

Die Belastung wurde mit einer unter der Stütze angeordneten Kraftmessdose gemessen, eine zusätzliche Kontrolle erfolgte über die Manometerablesung an der Hydraulikpresse. Die auftretenden Abweichungen waren sehr gering. Die Verformung am Plattenrand wurde an neun Punkten mit sogenannten Deflektometern, das sind aus Messfedern und elektrischen Dehnmessstreifen bestehende Geräte, ermittelt. Die Stahldehnungen und die Betonstauchungen wurden mit elektrischen Dehnmessstreifen gemessen. Die Lage der Messpunkte ist auf Bild 3-30 dargestellt.

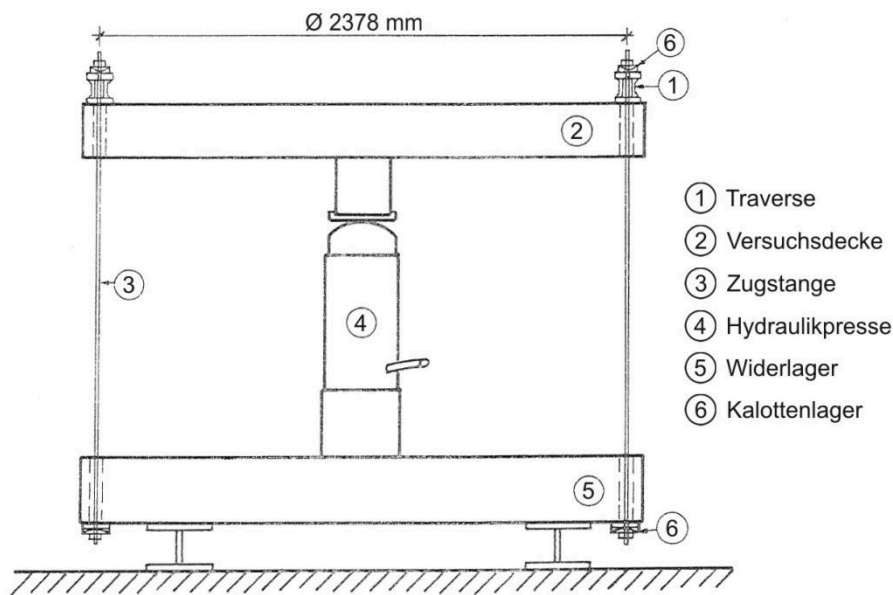


Bild 3-29: Versuchsaufbau von TOLF (nach [111])

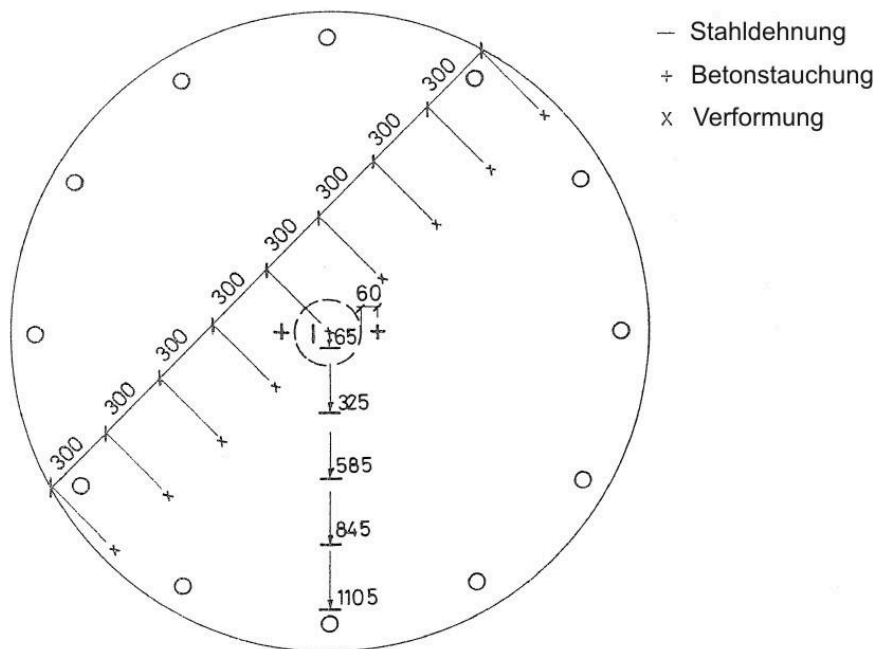


Bild 3-30: Messstellen an Platte S2.2 (nach [111])

3.3.3 Versuchsergebnisse

Sowohl die Plattenrotation als auch die Verformungen weisen nach Erstrissbildung einen nahezu linearen Verlauf ohne Abflachung vor dem Bruch auf, so dass der Bruch erwartungsgemäß auch hier als Schubzugbruch zu bezeichnen ist (Bild 3-31). Bei der Bewertung der Verformungen ist zu beachten, dass die Messstellen gemäß Bild 3-30 unter 45° zum Bewehrungsnetz angeordnet waren. Die Stahldehnungen und die Betonstauchungen (Bild 3-32) verlaufen ebenfalls annähernd linear, wobei die radialen Betondehnungen die bekannte Charakteristik aufweisen, dass sie kleiner sind als die tangentialen Betonstauchungen und kurz vor dem Bruch in den positiven Bereich umschlagen.

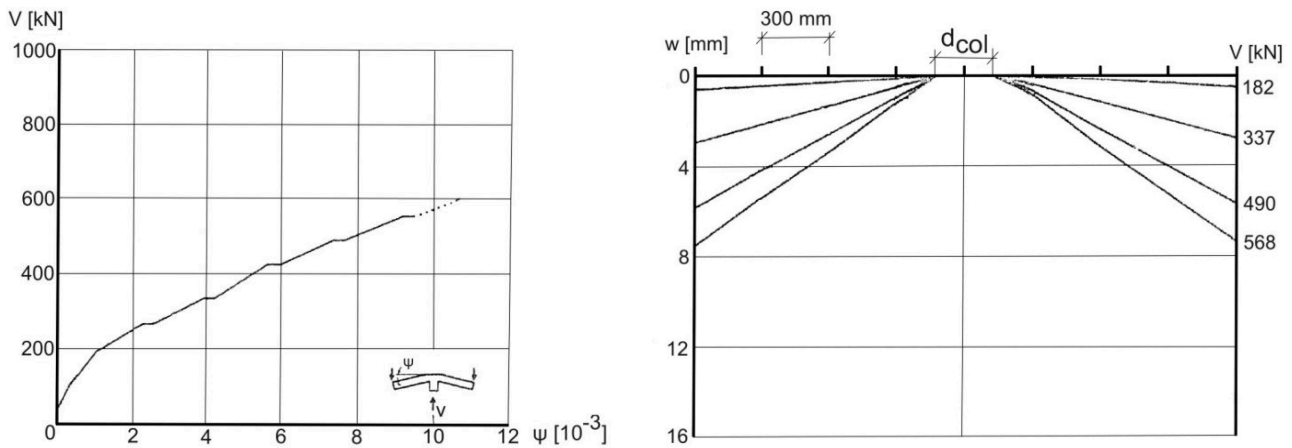


Bild 3-31: Plattenrotation (links) und vertikale Verschiebungen (rechts) (nach [111])

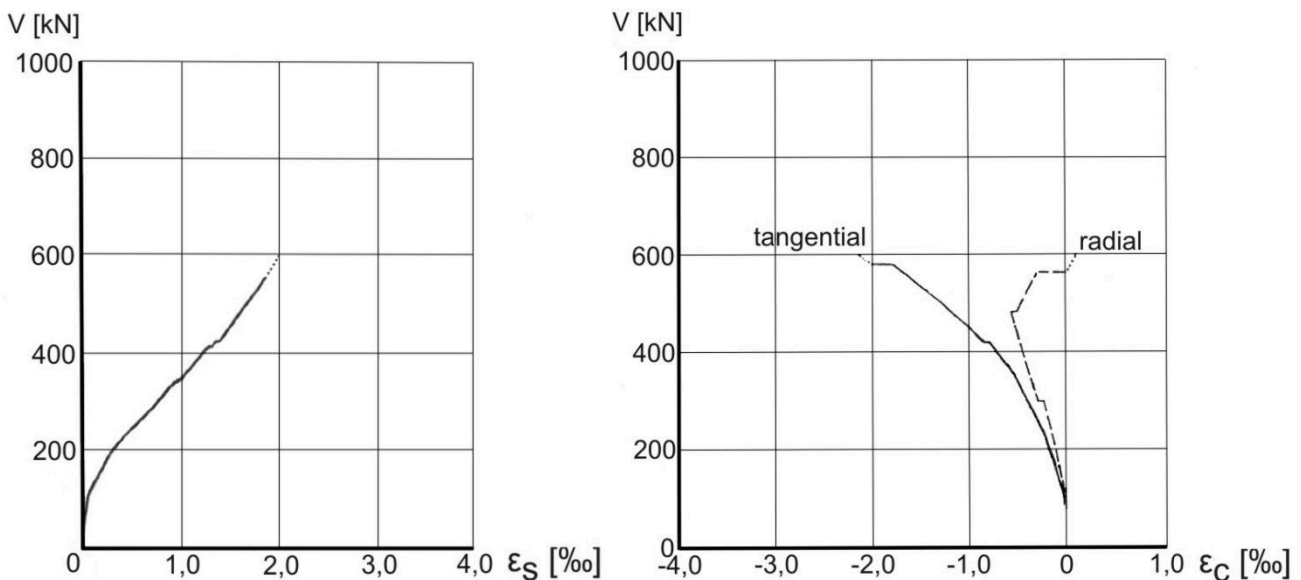


Bild 3-32: Bewehrungsdehnungen in Plattenmitte (links) und Betonstauchungen bei $a = 65$ mm (rechts) (nach [111])

Die in den Bildern 3-31 und 3-32 erkennbaren horizontalen Kurvenabschnitte resultieren aus dem Konstanthalten der Belastung zur Ableseung von Messwerten (s. Abs. 3.3.2). Bei der nachfolgenden Gegenüberstellung von Versuchs- und Berechnungsergebnissen (Abs. 3.3.7) werden die Kurven um die Beträge dieser horizontalen Abschnitte zusammengeschoben, um einen zutreffenderen Vergleich der Ergebnisse zu ermöglichen.

Das in verschiedenen Laststufen aufgenommene Rissbild (bei ca. 1/3 und 2/3 der Bruchlast sowie beim Bruch) zeigt einen charakteristischen Verlauf mit ausschließlich radialen Rissen bei kleinerem Lastniveau und zusätzlichen tangentialen Rissen im Lastbereich kurz vor dem Bruch (Bild 3-33). Erstrissbildung wurde bei ca. 160 kN (entsprechend 27% der Versagenslast) beobachtet. Die Rissbreiten für die radialen und tangentialen Risse in Abhängigkeit von der Stützenlast können ebenfalls Bild 3-33 entnommen werden. Der Bruch trat bei 603 kN in Form eines klassischen Durchstanzversagens auf, wobei sich ein Durchstanzkegel mit einem Durchmesser an der Plattenoberseite von ca. 1,70 m und einer Neigung von ca. 38° ausbildete (Bild 3-34).

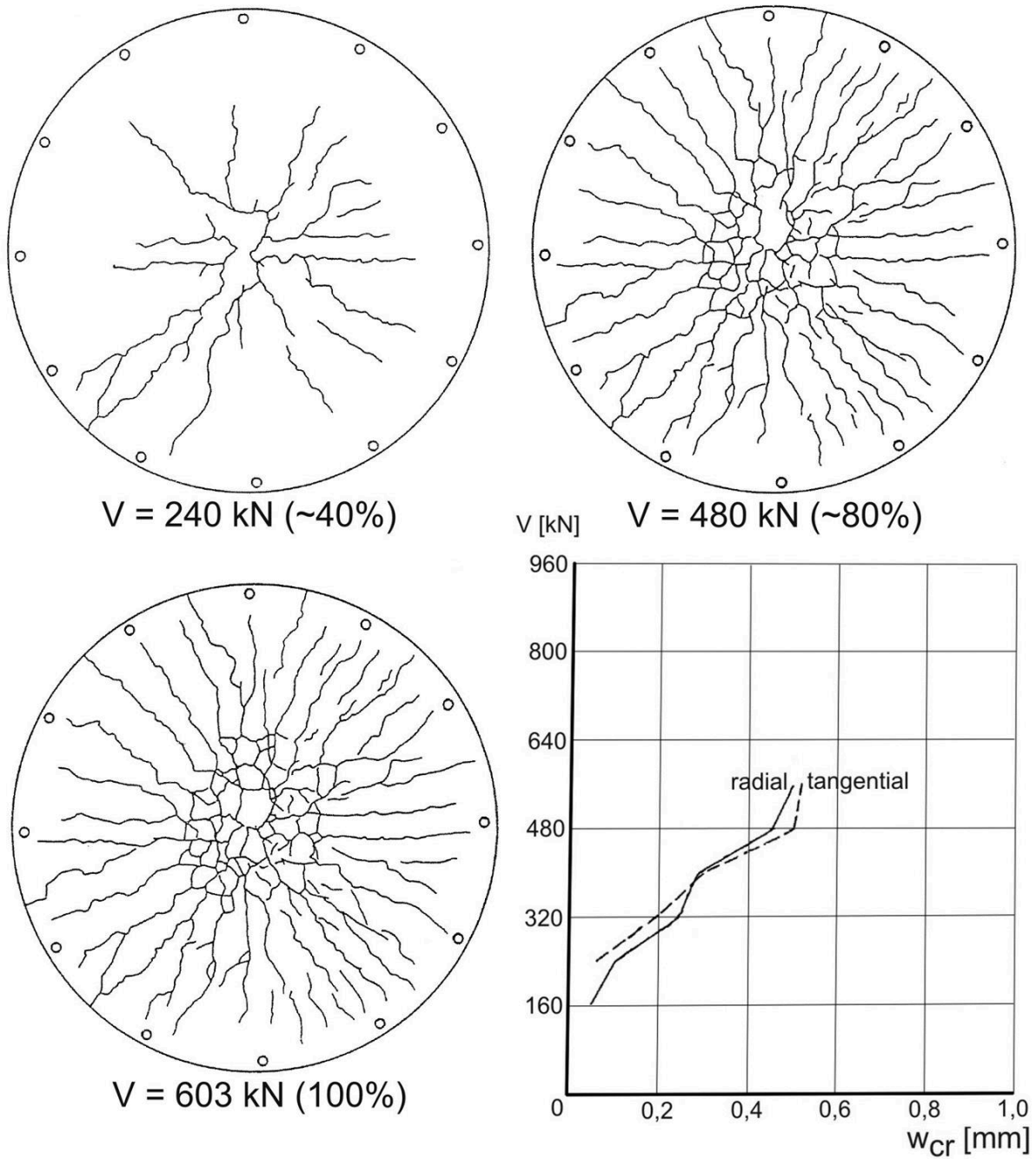


Bild 3-33: Rissbild und Rissbreiten bei verschiedenen Laststufen (nach [111])

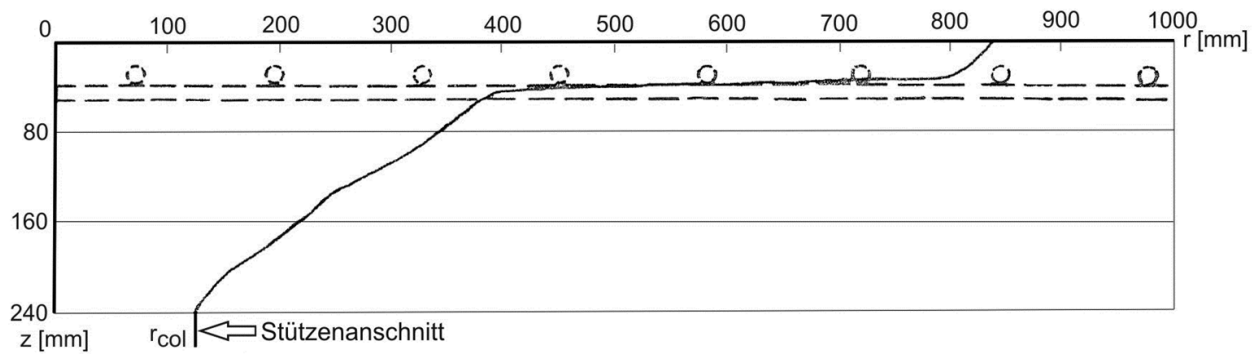


Bild 3-34: Durchstanzriss in Platte S2.2 (nach [111])

3.3.4 Diskretisierung

Die Diskretisierung erfolgte in der in den Absätzen 3.1.1, 3.1.2 und 3.2.4 beschriebenen Art und Weise und ist aus den Bildern 3-35 und 3-36 ersichtlich.

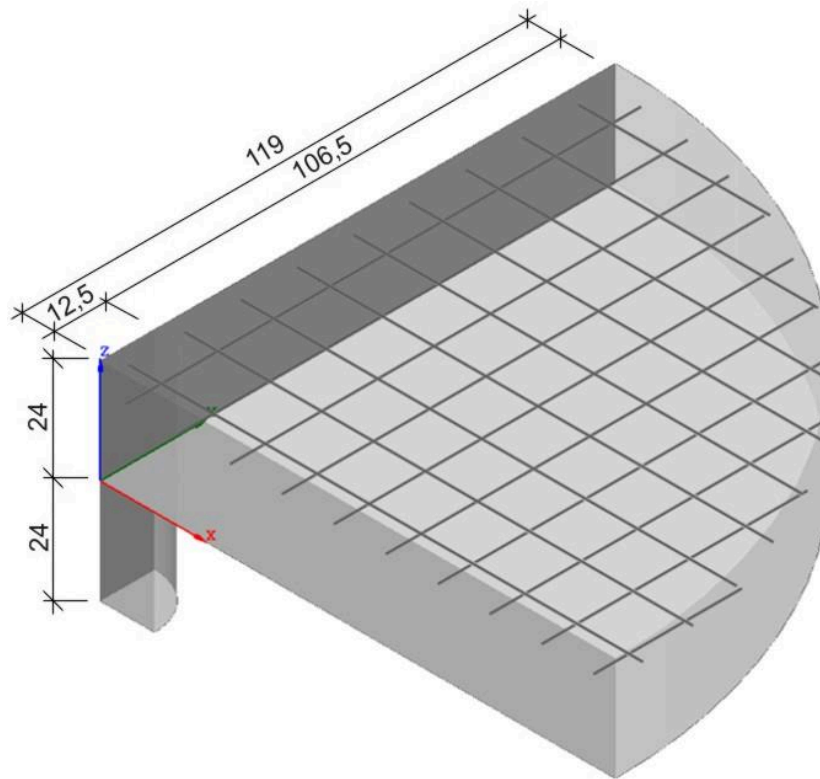


Bild 3-35: Geometrie des FEM-Modells zu Platte S2.2

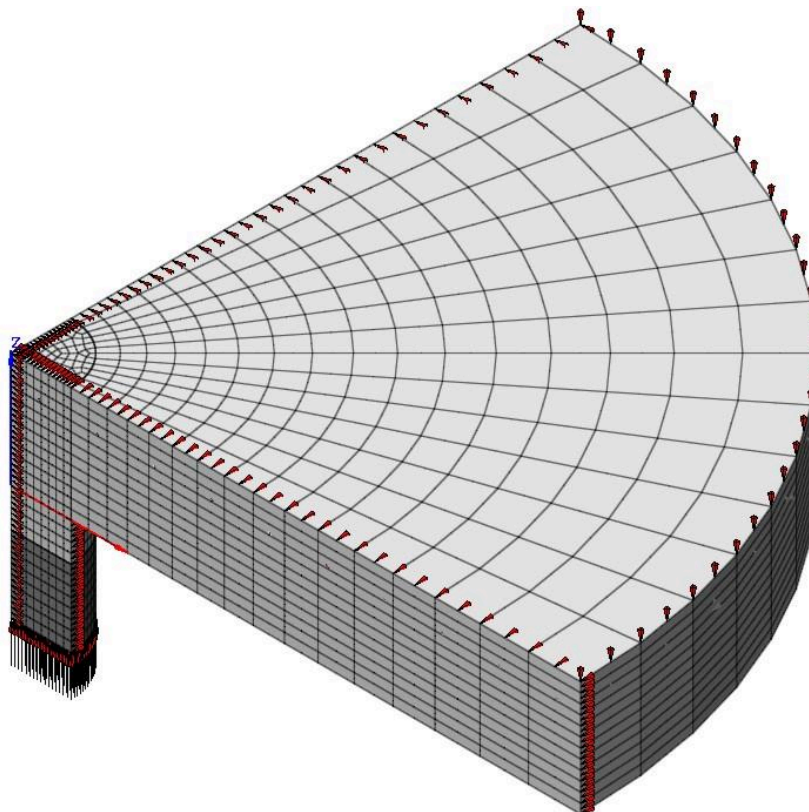


Bild 3-36: Verwendetes Netz einschl. Lagerungsbedingungen und Belastung

Bei Verwendung der in Abs. 3.1.3 beschriebenen nicht-linearen Werkstoffgesetze für die gesamte Stütze kam es bei eigenen Vorberechnungen zu lokalem Versagen im Lasteinleitungsbereich am Stützenfuß deutlich vor Erreichen der Durchstanzbruchlast. Daher wird bei der endgültigen Berechnung den unteren acht Elementreihen in der Stütze linear-elastisches Verhalten mit einem E-Modul entsprechend dem Stützenbeton (in Bild 3-36 dunkelgrau eingefärbt) und den vier Elementreihen unterhalb der Platte nichtlineares Verhalten zugewiesen.

3.3.5 Werkstoffparameter für die FEM-Berechnung

Die Werkstoffparameter werden entsprechend der in Abs. 3.2.5 beschriebenen Verfahrensweise ermittelt. Aus den Formeln 3.11 bis 3.16 ergeben sich folgende Werte für die FEM-Berechnung:

Bauteil	$f_{cm, cube150}$	$f_{cm, cyl}$	f_{ck}	E_{c0m}	f_{ctm}	G_f
	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[N/m]
Platte	28,6	23,5	15,5	28584	1,9	69,1
Stütze	45,0	36,9	28,9	33224	2,8	94,8

Tabelle 3-6: Werkstoffparameter des Betons für die Berechnung

Analog zu Abs. 3.2.5 wird auch hier die Betondruckfestigkeit der Stütze auf 100 MPa erhöht. Im Übrigen wird mit den in Tabelle 3-6 angegebenen Werten gerechnet.

Da entsprechend der Versuchsergebnisse die Streckgrenze in der Längsbewehrung nicht erreicht wurde, ist der Bereich der Verfestigung für die Modellierung irrelevant. Daher wurde die auf Bild 3-28 angegebene Arbeitslinie des im Versuch verwendeten Betonstahls „Ks 60S“ für die FEM-Berechnung als bilineares Spannungs-Dehnungs-Diagramm idealisiert (Bild 3-37).

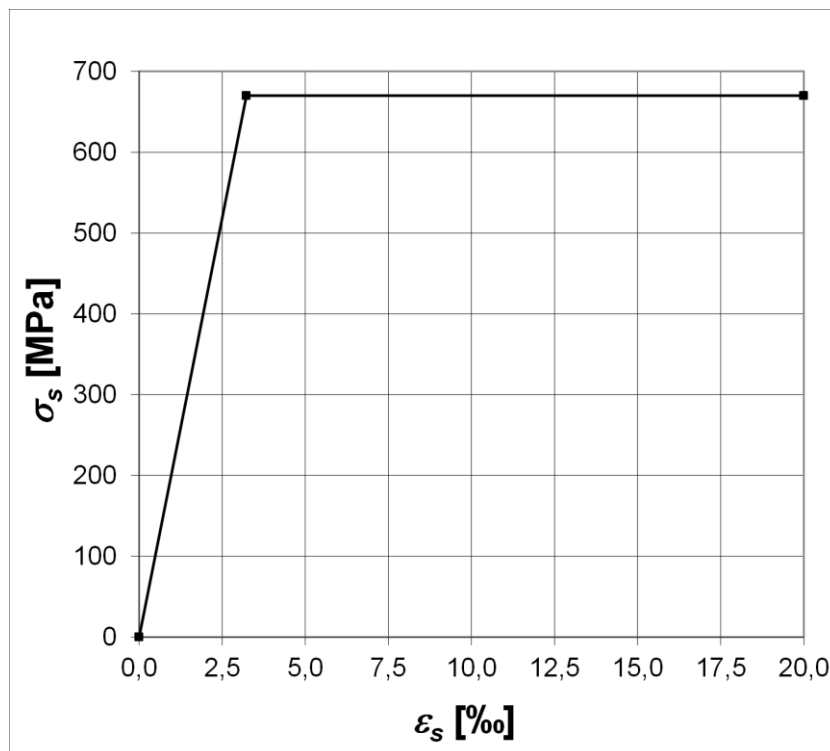


Bild 3-37: Für die Berechnung verwendete Arbeitslinie des Betonstahls „Ks 60S“

3.3.6 Berechnung

Die Kontrolle der FEM-Berechnung erfolgt analog zum Versuch lastgesteuert durch Aufbringen der Belastung am Stützenfuß. Je Lastinkrement wird eine Belastung von 5,05 kN (entsprechend 20,2 kN für das Gesamtsystem bzw. 3,4% der Versuchsbruchlast) aufgebracht, kurz vor dem Bruch wird die Größe der Lastinkremente auf 50% des Ausgangswertes reduziert.

Bis Lastinkrement 34 wurde Konvergenz mit ≤ 40 Iterationen erreicht (Ausnahme Lastschritt 26 mit 56 Iterationen), in Lastschritt 35 wurde auch nach 75 Iterationen keine Konvergenz mehr gefunden.

3.3.7 Ergebnisse der FEM-Berechnungen

Die Last-Verformungskurve der FEM-Berechnung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen (Bild 3-38). Die geringfügigen Abweichungen zwischen den beiden Kurven lassen sich wie in Abs. 3.2.7 geschildert durch die Annahmen bei der Berechnung der Werkstoffparameter, die Messungenauigkeiten bei lastgesteuerten Versuchen und die im FE-Modell nicht berücksichtigten Zeiteffekte plausibel erklären. Zu ergänzen ist, dass in [111] nur Verformungen für vier Laststufen angegeben werden und die in Bild 3-38 dargestellte Kurve somit nur eine verhältnismäßig grobe Approximation der Verformungen angibt. Im Vergleich zu den Berechnungsergebnissen von *STALLER* [58] zeigt sich im Lastbereich bis 510 kN (85% der Bruchlast) eine etwas bessere Übereinstimmung zwischen den beiden Kurven, oberhalb dieses Wertes konnte bei den Berechnungen von *STALLER* keine Konvergenz mehr gefunden werden.

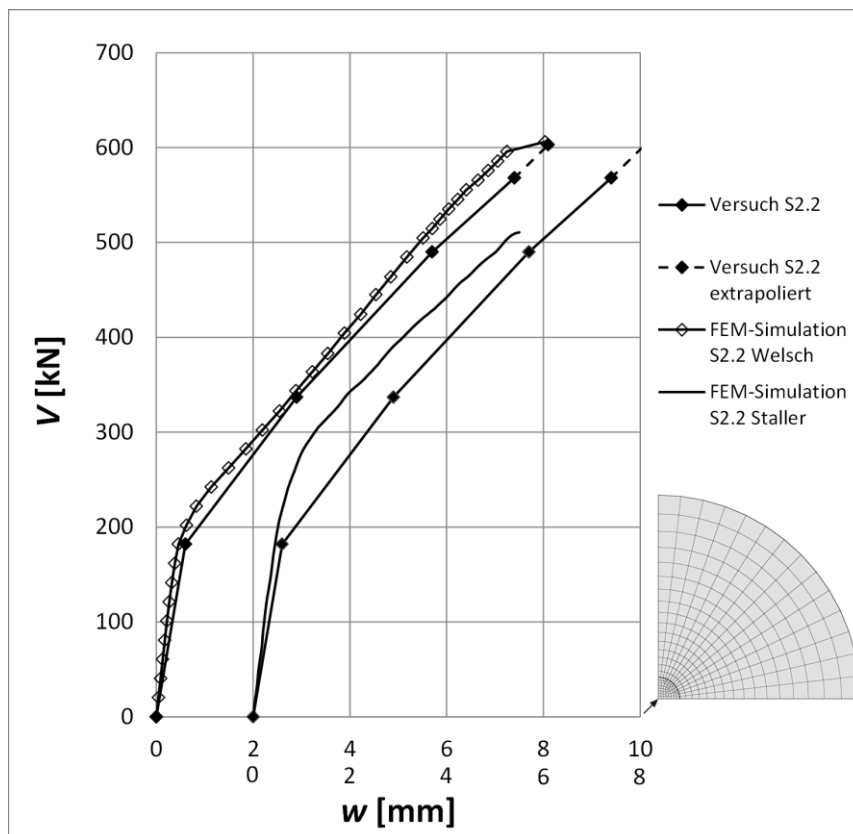


Bild 3-38: Last-Verformungs-Kurve des Versuchs S2.2 und der FEM-Simulation S2.2 im Vergleich

Auf Bild 3-39 sind die Betonstauchungen dargestellt, jeweils als Mittelwert aus zwei Messstellen in den Symmetrieachsen mit 60 mm (Versuch) bzw. 75 mm (Simulation) Abstand vom Stützenanschnitt. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen berechneten und im Versuch ermittelten Werten. Sowohl bei den Rechenwerten als auch bei den Messwerten zeigen sich wiederum die in Abs. 2.1 beschriebenen charakteristischen Kurvenverläufe. Die geringfügig größeren Stauchungen im Versuch sind durch die etwas voneinander abweichenden Messstellen erklärbar.

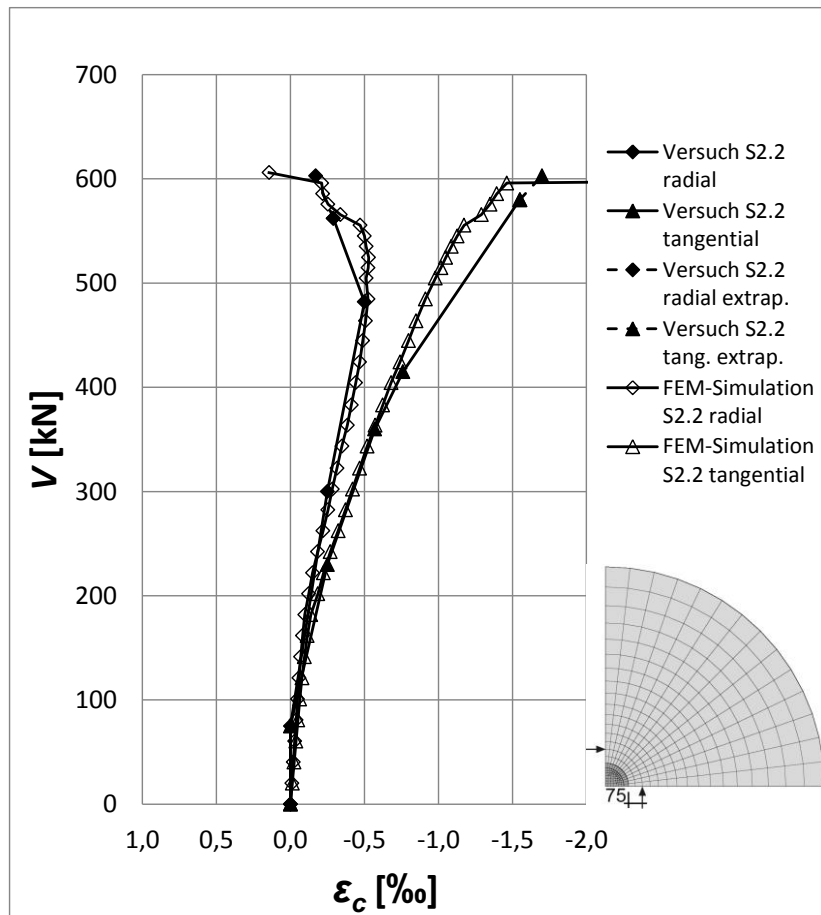


Bild 3-39: Betonstauchungen im Versuch S2.2 und in der FEM-Simulation S2.2

Ein Vergleich der gemittelten Stahldehnungen im jeweils ersten Bewehrungsstab neben den Symmetrieachsen an den in Bild 3-40 gekennzeichneten Stellen ergibt eine gute Übereinstimmung zwischen Rechen- und Versuchswerten bis zu einem Lastniveau von ca. 400 kN. Im Lastbereich von 400 kN bis zum Bruch ergeben sich größere Abweichungen von bis zu 0,6‰. Kleinere Abweichungen sind durch die geringe Anzahl an Messwerten im Versuch erklärbar. Als Ursache für die größeren Abweichungen kommt der in der Berechnung unterstellte vollkommene Verbund zwischen Bewehrung und Beton in Betracht. Dies würde auch erklären, warum sich die Platte in der Simulation geringfügig steifer als im Versuch verhält (vgl. Bild 3-38).

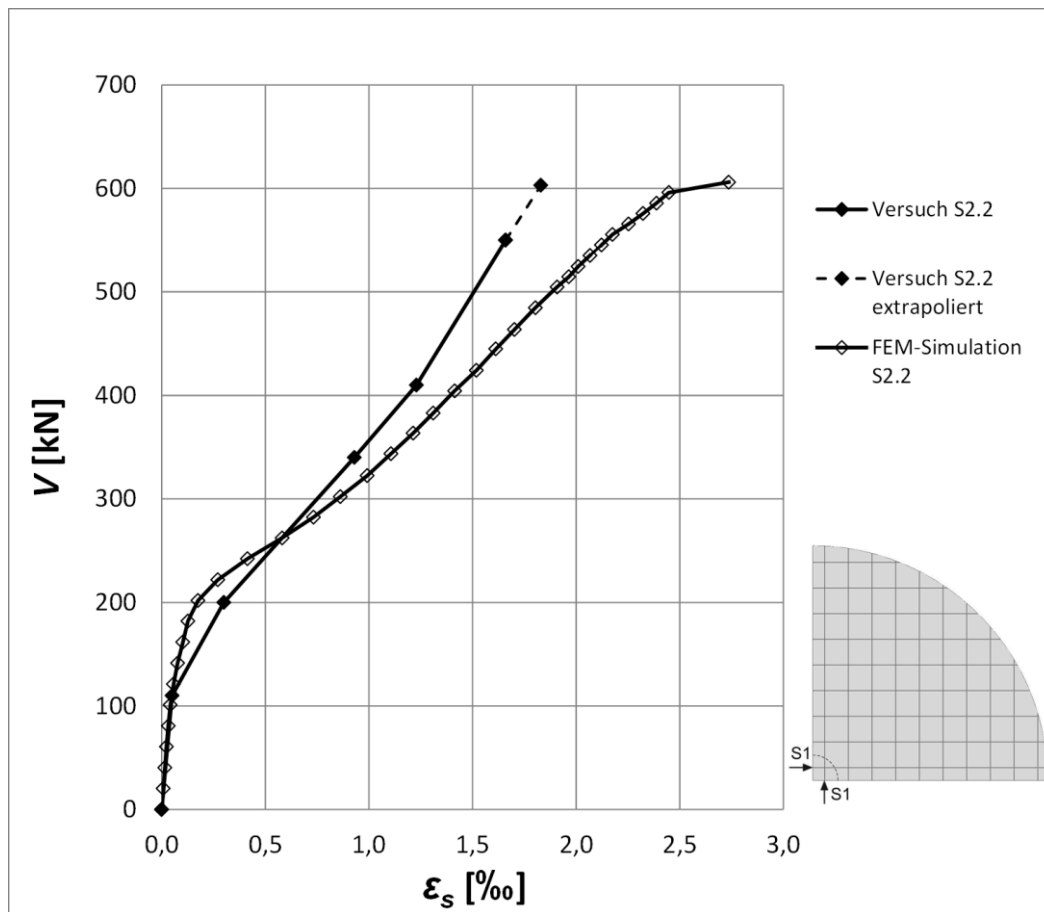


Bild 3-40: Bewehrungsdehnungen im Versuch S2.2 und in der FEM-Simulation S2.2

Im FEM-Modell sind abweichend von den Beobachtungen beim Versuch bereits in Lastschritt 4 (entsprechend einer Gesamtstützenlast von 80,8 kN, d.h. bei ca. 50% der Erstriss-Last im Versuch) erste Risse erkennbar. In den Laststufen $V = 242$ kN (Gebrauchslast) und $V = 603$ kN (Bruch) wird die Rissbildung in der FEM-Simulation jedoch grundsätzlich realistisch abgebildet (Bilder 3-41 und 3-42).

In Lastschritt 12 (Bild 3-41, dargestellt sind Risse im Rissdehnungsbereich $\epsilon_{cr} \geq 0,0004$, in etwa den Rissdehnungen im Versuch entsprechend) zeigen sich nur am Stützenanschnitt und in unmittelbarer Nähe dazu tangentielle Risse. Darüber hinaus sind sowohl in der FEM-Simulation als auch im Versuch nur radiale Risse erkennbar, die nur zu einem kleinen Teil bis zum Plattenrand reichen. Die Lage der im letzten Lastinkrement Nr. 35 erkennbaren äußersten Tangentialrisse entspricht ungefähr der Lage der äußersten Tangentialrisse im Versuch (in Bild 3-42 ist ein auf der Ellipsendarstellung basierender möglicher Rissverlauf nachgezeichnet, Rissdehnungsbereich $\epsilon_{cr} \geq 0,001$). Der Verlauf des Durchstanzrisses an der Plattenoberseite wurde in dem im Versuch aufgezeichneten Rissbild nicht markiert (Bild 3-33). Aus der Schnittdarstellung Bild 3-34 ist jedoch ersichtlich, dass die Begrenzung des Bruchkegels an der Plattenoberseite sehr viel weiter außen verläuft als die im Grundriss dargestellten äußersten Tangentialrisse. Diese im Versuch erkennbare Störung des Rissverlaufs durch die obere Biegebewehrung wird in der Simulation nicht erfasst. Eine realistische Abbildung dieses Rissverlaufs im Bereich der Bewehrungslage im Modell gestaltet sich schwierig, da Randbedingungen wie mangelnde Umhüllung des Bewehrungsstahls mit Beton infolge mäßiger Verdichtung etc. in der Simulation nicht berücksichtigt werden können.

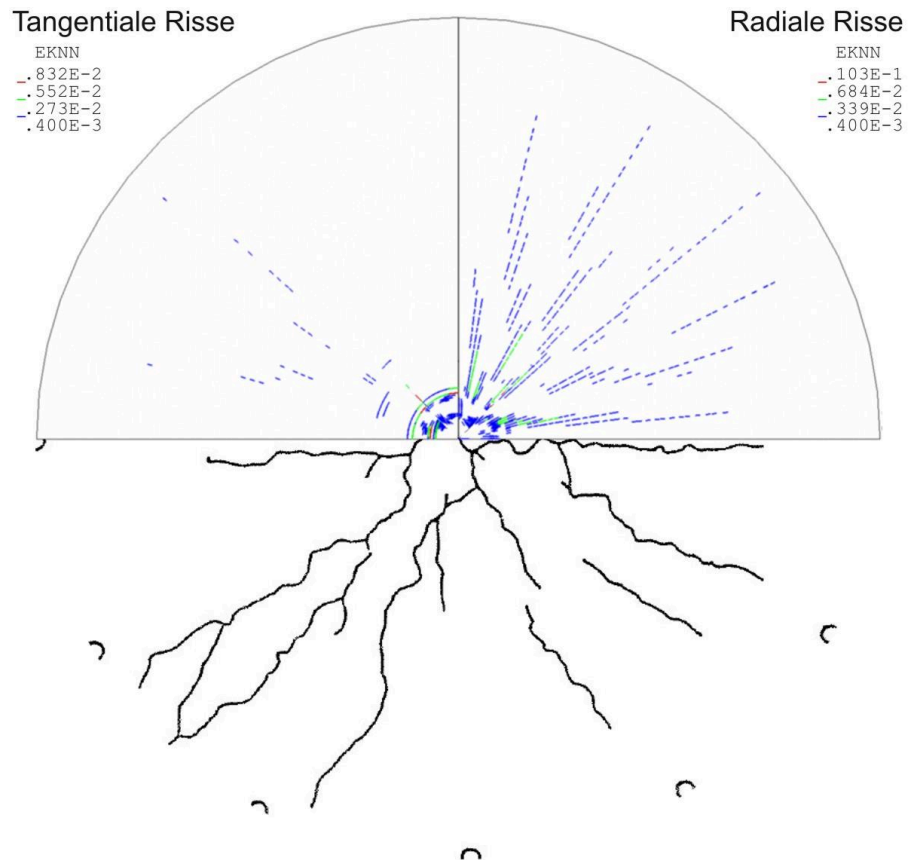


Bild 3-41: Rissbildung in Lastinkrement 12 ($V = 242,3 \text{ kN}$) im Vergleich zum Rissbild bei $V = 240 \text{ kN}$ (Gebrauchslast) im Versuch

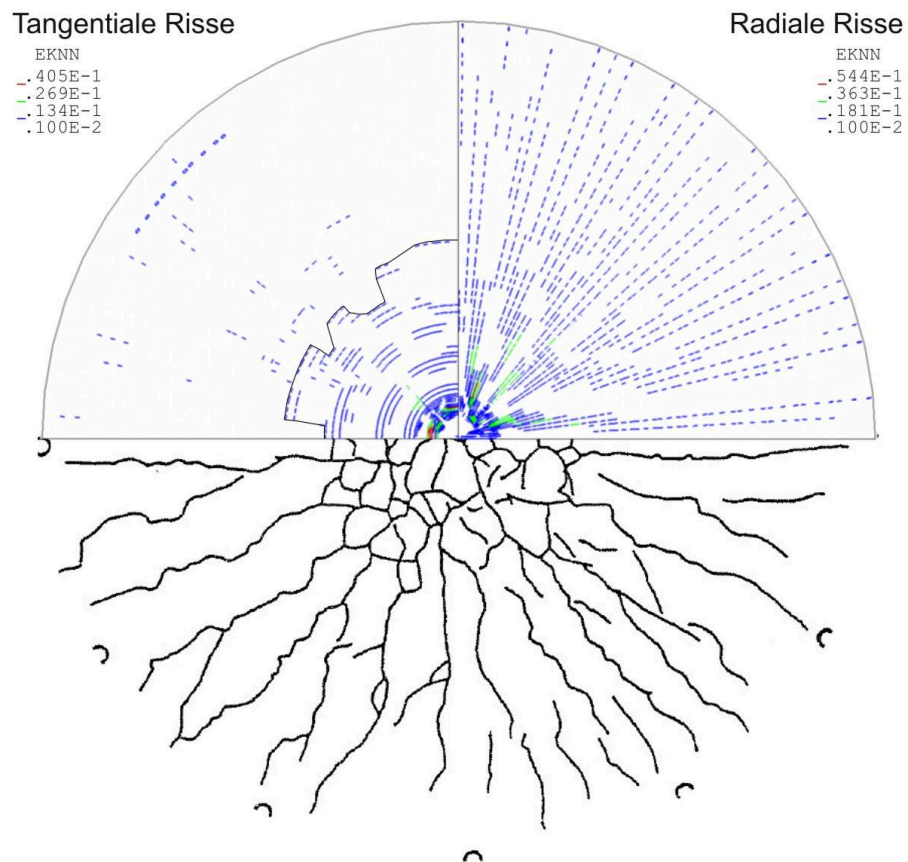


Bild 3-42: Rissbildung beim Bruch in der FEM-Simulation (Lastinkrement 31, $V = 606,1 \text{ kN}$, Durchstanzriss nachgezeichnet) im Vergleich zum Versuchsergebnis ($V = 603 \text{ kN}$)

Lässt man die Umlenkung des Rissverlaufs durch die Längsbewehrung außer Acht und definiert die im Grundriss dargestellten äußersten Tangentialrisse als Durchstanzriss, so wird die Lage des Durchstanzrisses im Modell korrekt wiedergegeben.

Im Gegensatz zur FEM-Simulation zu Versuch *PI* ist in der Simulation *S2.2* im Vertikalschnitt auf der X-Achse ein von der Plattenunterseite bis zur Plattenoberseite durchlaufender Durchstanzriss erkennbar (Bild 3-43). Allerdings zeigt sich im Bereich der Bewehrung ein unrealistischer, nämlich vertikaler Rissverlauf, so dass der Bruchkegel in der Simulation am äußeren Rand abgeschnitten ist. Damit gilt die bereits bei Platte *PI* gemachte Anmerkung, dass der Rissverlauf im Bereich der Bewehrung in der Simulation nicht korrekt abgebildet wird, auch für Platte *S2.2*. Wie bereits angedeutet, scheint es sich hierbei um ein generelles Problem bei der Verwendung verschmierter Bewehrung zu handeln. Die Neigung des Durchstanzrisses in der Simulation beträgt ca. 32° und ist damit etwas flacher als die im Versuch beobachtete Neigung von ca. 38° (Bild 3-34).

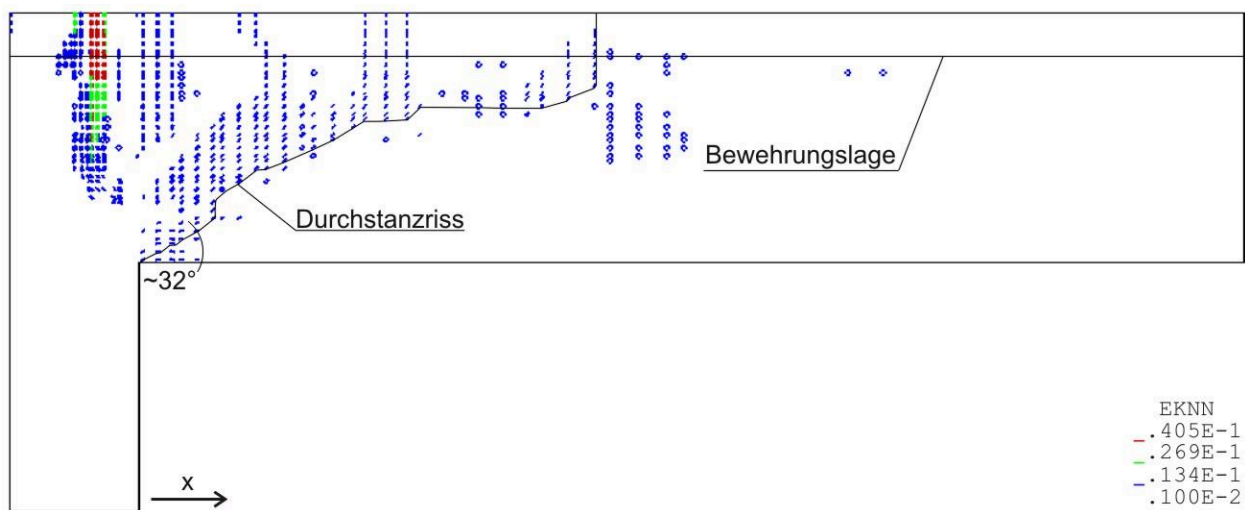


Bild 3-43: Durchstanzriss in der Symmetrieebene auf der X-Achse (nachgezeichnet)

Der Bruchvorgang lässt sich im FEM-Modell gut ablesen und entspricht im Wesentlichen dem in Abs. 3.2.7 beschriebenen Mechanismus. Von Lastinkrement 27 an ist ein kontinuierlicher Rückgang der radialen Spannungen σ_{xx} von $-80,6$ MPa auf $-71,2$ MPa in Lastschritt 30 zu beobachten (Bild 3-44). Im Platteninneren ist die Ausbildung eines schrägen Schubrisses erkennbar, der jedoch nicht bis in die Druckzone reicht. Anders als in Simulation *PI* kommt es nun zu einem sprunghaften Rückgang der radialen Druckspannungen auf $-46,6$ MPa. Bis Lastschritt 34 ist wiederum eine gleichmäßige Abnahme der Druckspannungen auf $-35,0$ MPa festzustellen. Auffällig ist, dass die maximale Druckspannung nun nicht mehr an der Plattenunterseite, sondern 20 mm darüber auftritt. Unterhalb dieses verschobenen Spannungsmaximums sind nun erste schräge Risse mit flacher Neigung in der Plattendruckzone erkennbar. In Lastinkrement 35 gehen die Druckspannungen am unteren Plattenrand sprunghaft auf $-8,7$ MPa zurück, das weiterhin darüber liegende Druckspannungsmaximum reduziert sich auf $-27,6$ MPa. Dieser plötzliche Rückgang der radialen Druckspannungen geht einher mit der Ausbreitung des schrägen Schubrisses in die Druckzone.

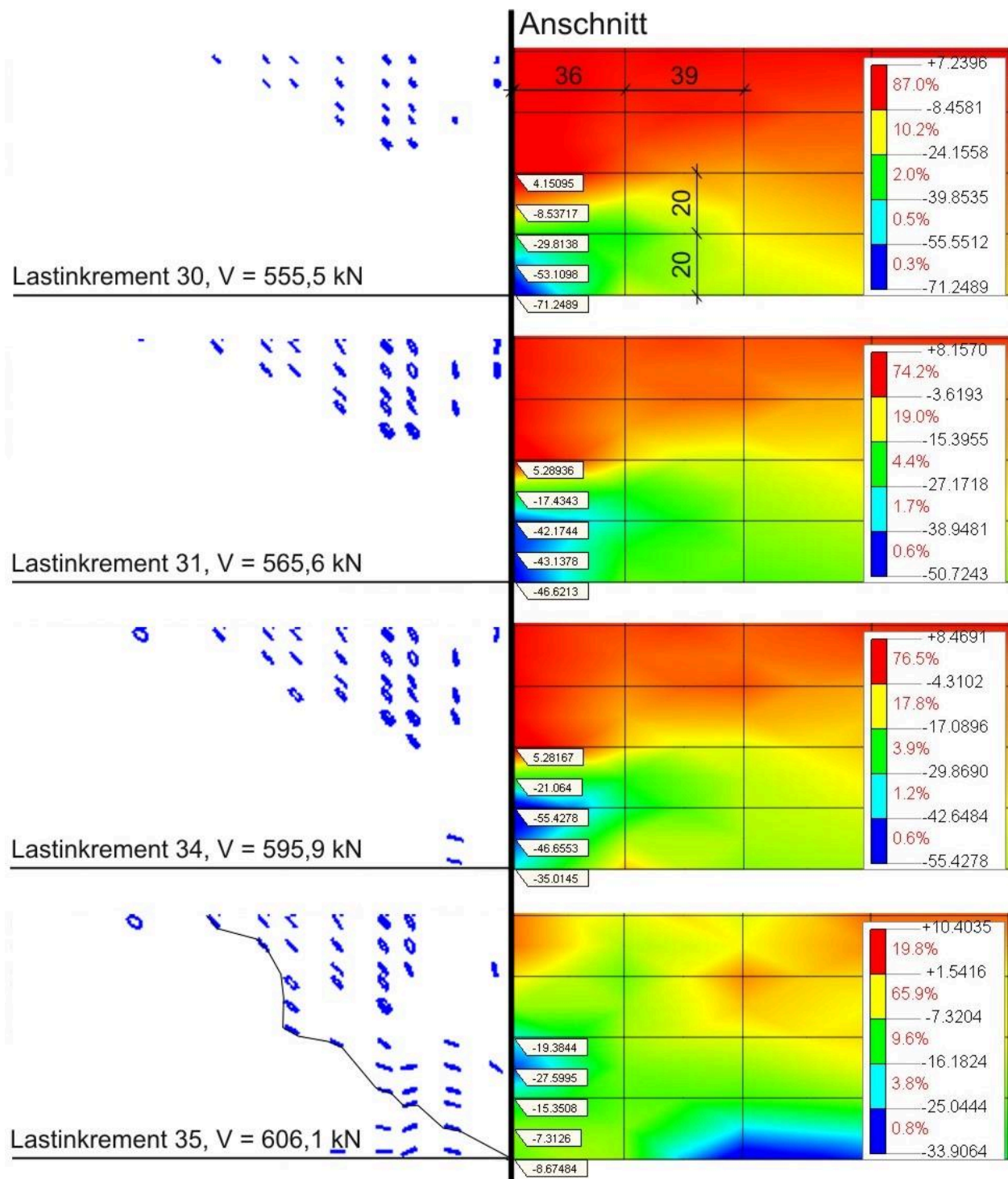


Bild 3-44: Rissbildung (links) und radiale Spannungen σ_{xx} auf der X-Achse (rechts) [MPa, mm]

Die Entwicklung der vertikalen Dehnungen ε_{zz} entspricht qualitativ der von Simulation *PI* (Bild 3-45). In Lastinkrement 30 ist im Platteninneren bereits ein schräg verlaufender Bereich mit vertikalen Dehnungen bis zu $\varepsilon_{zz} = 3,4 \text{ ‰}$ erkennbar, der die Bildung eines schrägen Schubrisses anzeigt. Weiterhin ist auch hier in ca. 4 cm Abstand zum Anschnitt an der Plattenunterseite ein Bereich positiver Dehnungen $\leq 1,1 \text{ ‰}$ auszumachen. Diese beiden Bereiche weiten sich bis Lastschritt 34 aus, bleiben aber durch ein Band von Druckdehnungen bzw. Zugdehnungen $\leq 0,1 \text{ ‰}$ (in Bild 3-45 hellblau bzw. hellgrün dargestellt) voneinander getrennt. In Lastinkrement 35 kommt

es zu einem plötzlichen Anstieg der Zugdehnungen an der Plattenunterseite auf 3,0 ‰ und zu einer Vereinigung der beiden Bereiche mit großen positiven Dehnungen.

Wie auch schon bei Simulation *P1* wird das plötzliche Anwachsen der Zugdehnungen neben dem Druckring an der Plattenunterseite als Abplatzen von Beton interpretiert, das zur Aufhebung des mehraxialen Druckspannungszustands und damit zur Ausbildung eines durchgehenden Durchstanzrisses führt. Das Versagen infolge Durchstanzens tritt in der FEM-Berechnung bei einer Stützenlast von 606,1 kN (entsprechend 101% der im Versuch festgestellten Bruchlast) ein und wird in der Verformungsfigur durch das charakteristische Ausknicken der ersten Elementreihe neben dem Anschnitt an der Plattenunterseite deutlich (Bild 3-45 unten).

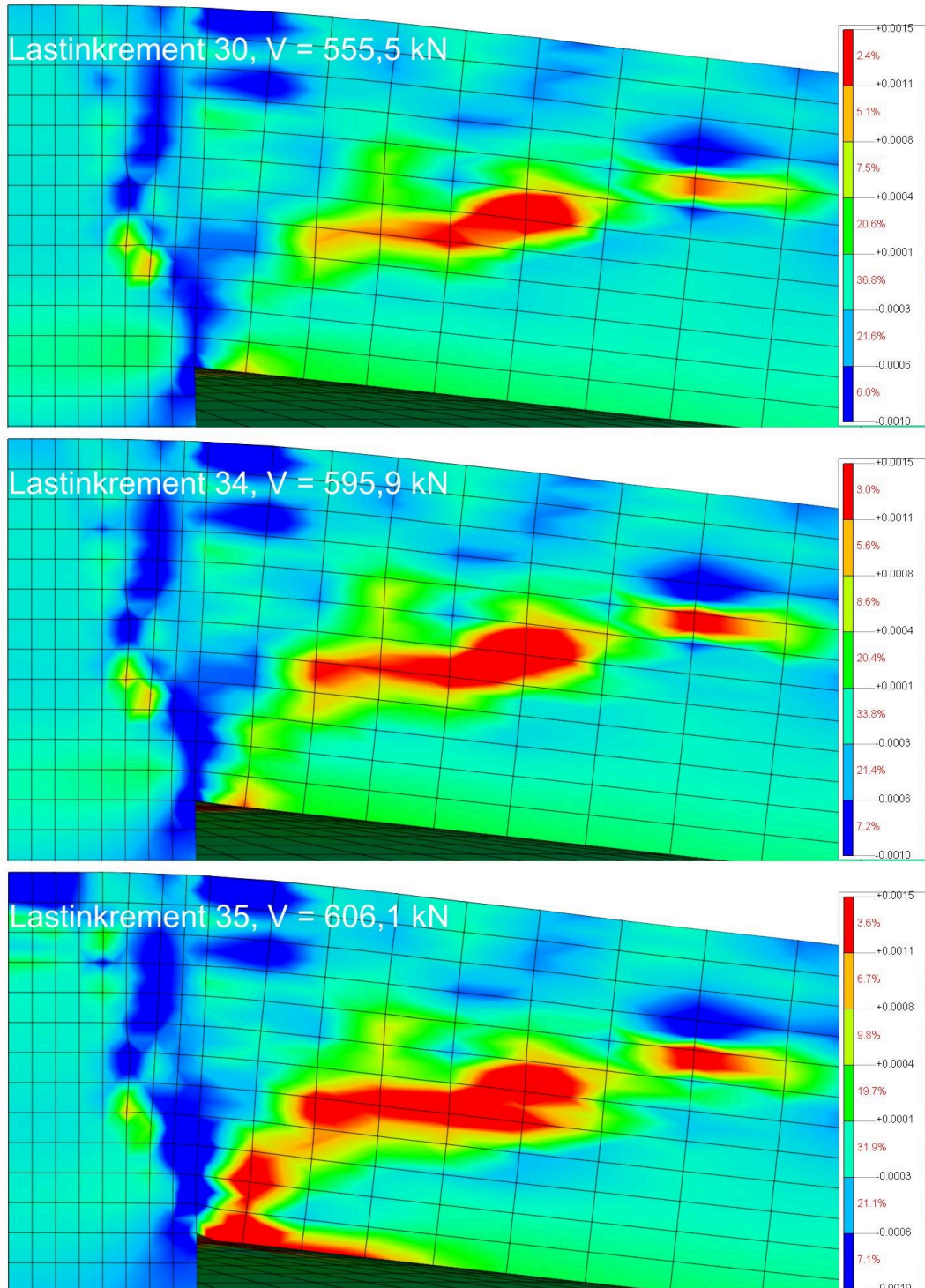


Bild 3-45: Vertikale Dehnungen ε_{zz} in der Symmetrieebene auf der X-Achse

Ein Vergleich der vertikalen Dehnungen ε_{zz} in der Simulation beim Versagen mit dem Verlauf des Durchstanzrisses im Versuch zeigt anschaulich, dass die vertikalen Dehnungen den schrägen Durchstanzriss realitätsnah repräsentieren (Bild 3-46). Es wird aber nochmals deutlich, dass der Rissverlauf nur von der Plattenunterseite bis zur Lage der Biegebewehrung korrekt wiedergegeben wird, die Ablenkung des Rissverlaufs durch die Längsbewehrung jedoch nicht im Modell erfasst wird.

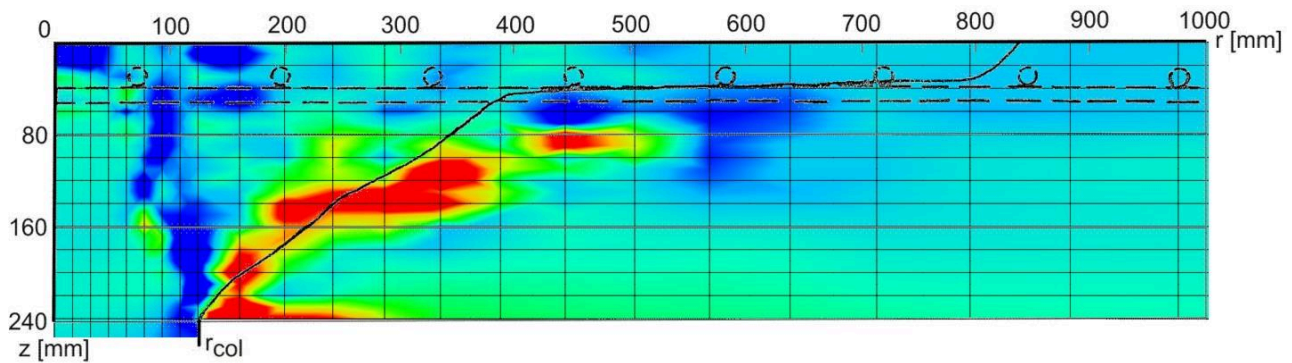


Bild 3-46: Zugdehnungen ε_{zz} in der Simulation und Durchstanzriss beim Versuch im Vergleich

Die in Modell *P1* erkennbare Ausbildung eines Knicks in der schrägen Druckstrebe ist hier nicht eindeutig festzustellen, erkennbar ist jedoch eine Verschiebung des unteren Teils der Druckstrebe in das Platteninnere (Bild 3-47). Die Druckstrebenneigung im vorletzten Lastinkrement beträgt ca. 37° und hat damit in etwa dieselbe Größe wie in Platte *P1*.

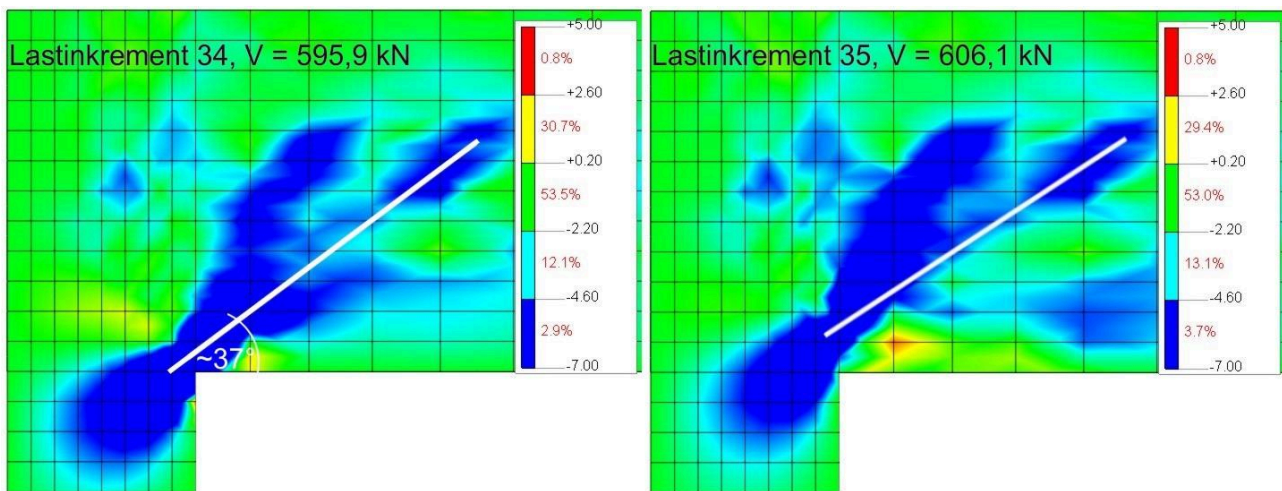


Bild 3-47: Schräge Druckstrebe beim Versagen (Spannungen σ_{zx} [MPa])

3.4 DURCHGEFÜHRTE PARAMETERSTUDIEN IN HINBLICK AUF LOCHRANDSTÜTZUNG

Die Auswertungen der bislang durchgeführten Untersuchungen zum Durchstanztragverhalten lochrandgestützter Platten (siehe Kapitel 2.3) zeigen einen sehr großen Einfluss der radialen Steifigkeit am Lochrand auf Plattenrotation, Rissbild und Versagenslast. Bei den auf der Grundlage der in den Absätzen 3.2 und 3.3 untersuchten Durchstanzversuche durchgeführten Parameterstudien für lochrandgestützte Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche wird daher schrittweise der Grad der radialen Steifigkeit am Lochrand verändert.

Zunächst wird in Abs. 3.4.1 der Grenzfall der gelenkigen Lagerung am Lochrand betrachtet. Hierzu wird in Plattenmitte ein Sackloch angeordnet, dessen Tiefe der Plattenhöhe entspricht. Eine Übertragung von Normalspannungen in radialer Richtung ist an der Plattenunterseite (Druckzone) somit nur noch sehr eingeschränkt möglich. Die im Bereich des Sacklochs liegende obere Biegebewehrung wird unmittelbar neben das Loch ausgelagert.

In einem zweiten Schritt (Abs. 3.4.2) werden die Stützen jeweils mit einem Stahlkern versehen, der die Platte bis zu ihrer Oberkante durchdringt. Da in der Druckzone die Aufnahme radialer Normalspannungen über den (als linear-elastisch angenommenen) Kern möglich ist, wird die radiale Steifigkeit hier wesentlich von dem durch die ausgelagerte Bewehrung gebildeten Zuggurt bestimmt.

Zuletzt wird das Modell mit durchgehendem Kern dahingehend verändert, dass die bislang ausgelagerte Bewehrung zugfest an den Kern angeschlossen wird (Abs. 3.4.3). Mit dieser Variante, die die größte radiale Steifigkeit erwarten lässt, soll simuliert werden, dass die Biegebewehrung mit dem Kern verschweißt, mittels Gewindemuffen verschraubt oder durch Löcher bzw. entsprechende Aussparungen durch den Kern hindurch gesteckt wird (Bild 3-48).

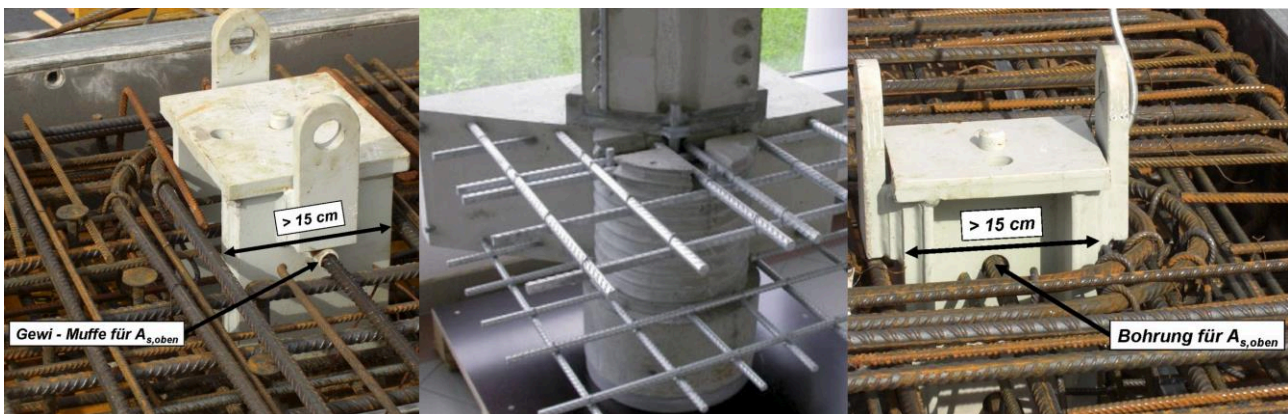


Bild 3-48: Anschluss der Bewehrung an den Kern mit Gewindemuffen (links, aus [15]) und Durchsteckmontage bei Schleuderbetonstützen (Mitte, aus [21]) und Verbundstützen (rechts, aus [15])

In Abs. 2.3 wurde hervorgehoben, dass sich die bisherigen Untersuchungen an lochrandgestützten Platten hinsichtlich des Verhältnisses $V_{E,k} / A_{Load}$ deutlich von den in Abs. 1.2 vorgestellten Konstruktionsarten unterscheiden. Daher wird die Lasteinleitungsfläche A_{Load} in den folgenden Untersuchungen durch die Berücksichtigung verschieden großer Löcher bzw. Kerne variiert.

Bei der Festlegung des größten Loch- bzw. Kerndurchmessers wird angenommen, dass dieser dem Stützendurchmesser abzüglich der Betondeckung entspricht (siehe z.B. [21] oder [17]). Die Betondeckung bei Schleuderbetonstützen ist gegenüber normal betonierten Stützen aufgrund der

besseren Verdichtung i.d.R. deutlich reduziert und beträgt im Minimalfall $c_{nom} = 25$ mm [112]. Ausgehend von dem hieraus resultierenden größten Durchmesser werden die Loch- bzw. Kerndurchmesser in 25/50 mm – Schritten (Platte *P1*) bzw. in 20 mm – Schritten (Platte *S2.2*) reduziert, bis kein Einfluss mehr erkennbar ist.

3.4.1 Lochrandstützung bei Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte (*H*-Serie)

Unter Berücksichtigung der zuvor beschriebenen Randbedingungen für die Parameterstudien wurde das in Tabelle 3-7 dargestellte Untersuchungsprogramm konzipiert (*H*-Serie). Die Plattenbezeichnung setzt sich jeweils aus der als Grundlage verwendeten Vollplatte, der Loch- bzw. Kernausbildung (hier: „*H*“ für „hole“ / Loch) und dem Lochdurchmesser zusammen. Die Abstände a_i geben jeweils den Achsabstand der ausgelagerten Bewehrungsstäbe von der Stützenmitte an (s.a. Bild 3-49). Diese Abstände werden, losgelöst von etablierten Konstruktionsregeln, so gewählt, dass der Achsabstand des ersten Stabes vom Lochrand 10 mm beträgt und die Achsabstände der Stäbe untereinander 20 mm. Hiermit soll der Einfluss der Auslagerung auf das Berechnungsergebnis soweit wie möglich reduziert werden. Die auf den Symmetrieachsen liegenden Stäbe mit der halben Querschnittsfläche werden jeweils nach außen ausgelagert (s.a. Bild 3-49).

Platte	d_{col} [mm]	d_{hole} [mm]	A_{col} [mm ²]	$A_{Load,red}$ [mm ²]	$A_{Load,red}$ / A_{col}	a_1 [mm]	a_2 [mm]	a_3 [mm]
<i>P1-H-450</i>	500	450	196350	37306	0,19	235	255	275
<i>P1-H-425</i>	500	425	196350	54487	0,28	222,5	242,5	265,5
<i>P1-H-400</i>	500	400	196350	70686	0,36	210	230	250
<i>P1-H-375</i>	500	375	196350	85903	0,44	197,5	217,5	237,5
<i>P1-H-350</i>	500	350	196350	100138	0,51	185	205	225
<i>P1-H-300</i>	500	300	196350	125664	0,64	160	180	-
<i>P1-H-250</i>	500	250	196350	147262	0,75	135	155	-
<i>P1-H-200</i>	500	200	196350	164934	0,84	110	130	-
<i>P1-H-100</i>	500	100	196350	188496	0,96	60	-	-
<i>S2.2-H-200</i>	250	200	49087	17671	0,36	110	-	-
<i>S2.2-H-180</i>	250	180	49087	23640	0,48	100	-	-
<i>S2.2-H-160</i>	250	160	49087	28981	0,59	90	-	-
<i>S2.2-H-140</i>	250	140	49087	33694	0,69	80	-	-
<i>S2.2-H-120</i>	250	120	49087	37778	0,77	70	-	-

Tabelle 3-7: Untersuchungsprogramm für Parameterstudien mit Sackloch

Die Diskretisierung erfolgt analog Abs. 3.2.4 und 3.3.4. Die resultierenden Modelle und Vernetzungen sind auf den Bildern 3-49 und 3-50 exemplarisch für die Platten mit den jeweils größten Lochdurchmessern, *P1-H-450* und *S2.2-H-200*, dargestellt.

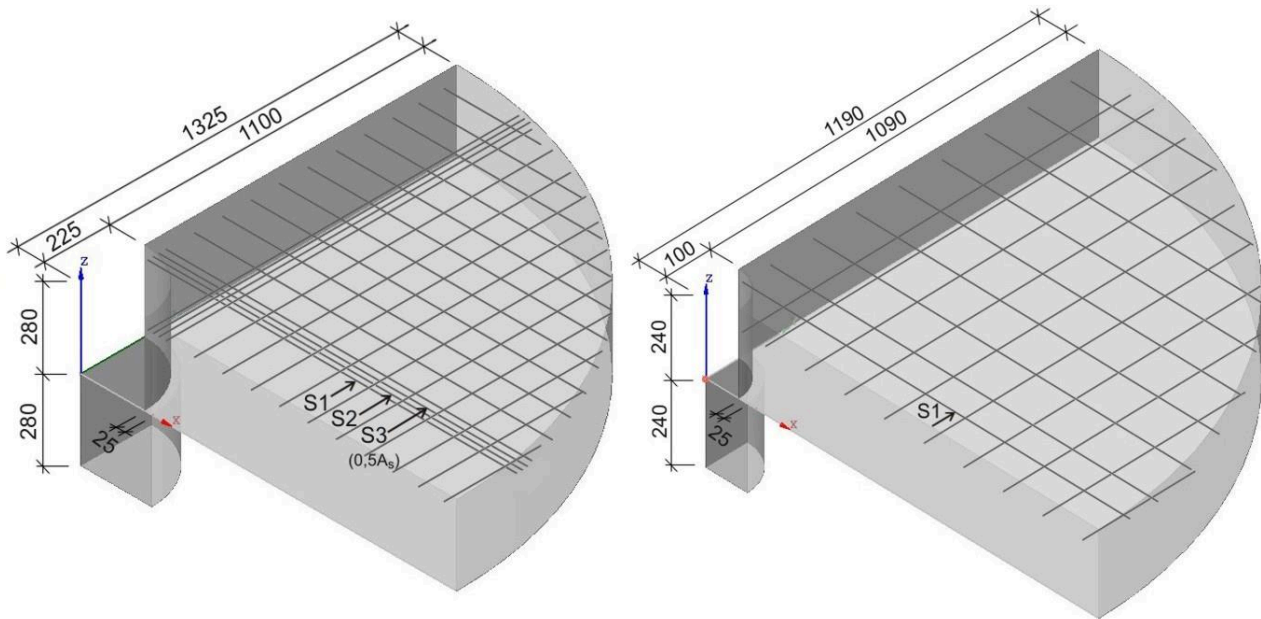


Bild 3-49: Modelle für Parameterstudien mit Lochrandstützung, hier exemplarisch für Platte P1-H-450 (links) und S2.2-H-200 (rechts)

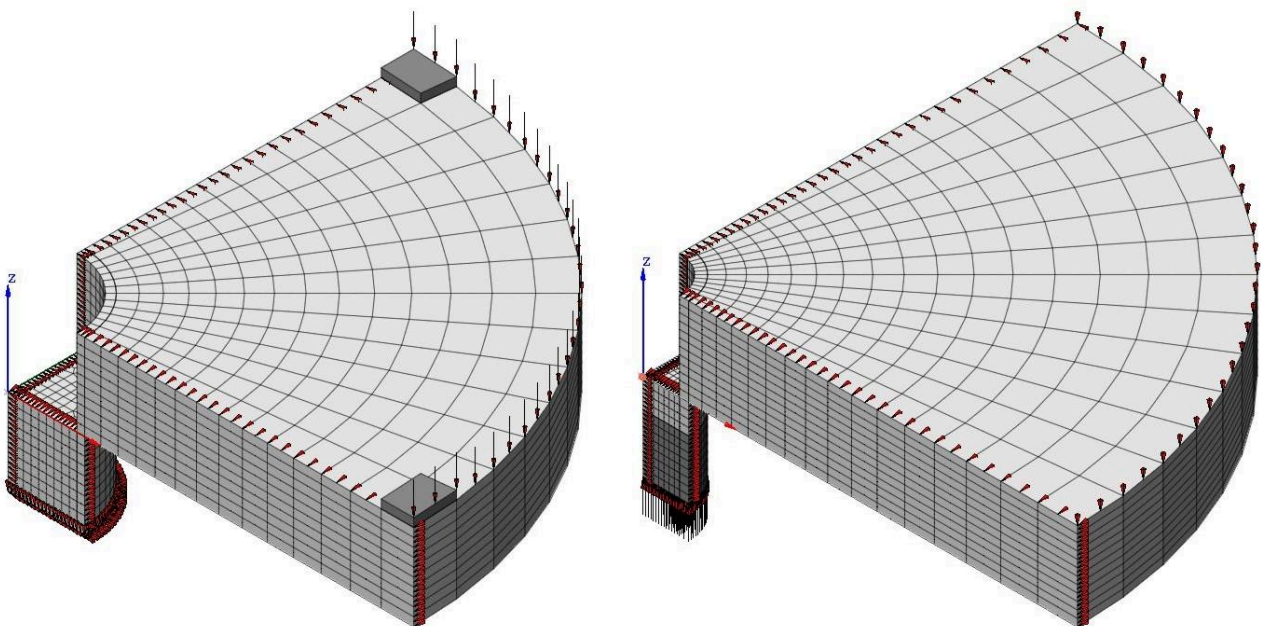


Bild 3-50: Vernetzung der Modelle P1-H-450 (links) und S2.2-H-200 (rechts); dunkelgrau eingefärbte Elemente sind Elemente mit linear-elastischen Eigenschaften

Das Aufbringen der Belastung und die maximale Anzahl von Iterationen bleiben gegenüber Abs. 3.2.6 bzw. 3.3.6 unverändert. Bei den Platten der Reihe S2.2 ergeben sich aufgrund der netzabhängigen Knotenanzahl am Stützenfuß geringfügige Abweichungen in der Größe der Lastinkremente. Die Lastinkremente bei den Platten der Reihe P1 bleiben unverändert.

Die Überprüfung der Elementseitenverhältnisse für die Modelle P1-H-450 und S2.2-H-200 ergibt, insbesondere in den relevanten Bereichen am Lochrand und im zu erwartenden Durchstanzkegel, durchgängig unkritische Seitenverhältnisse (Bilder 3-51 und 3-52).

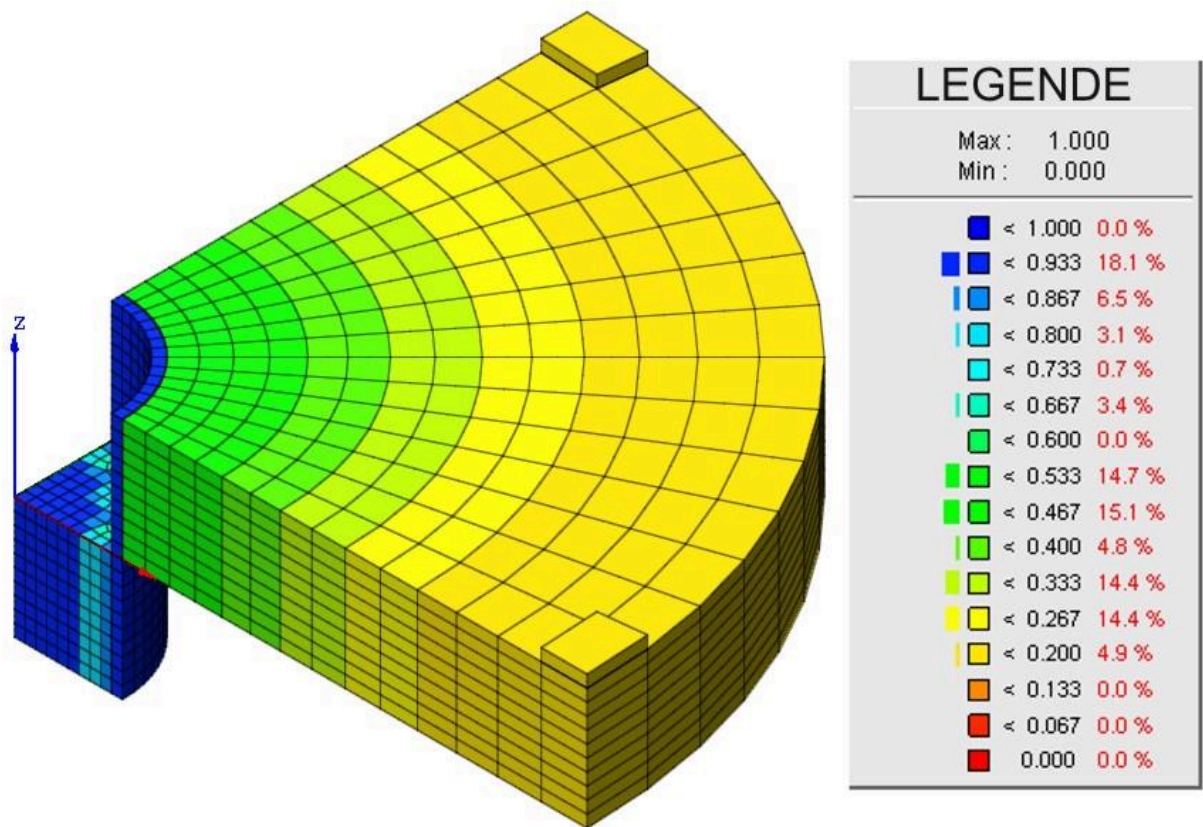


Bild 3-51: Elementseitenverhältnisse bei Modell P1-H-450

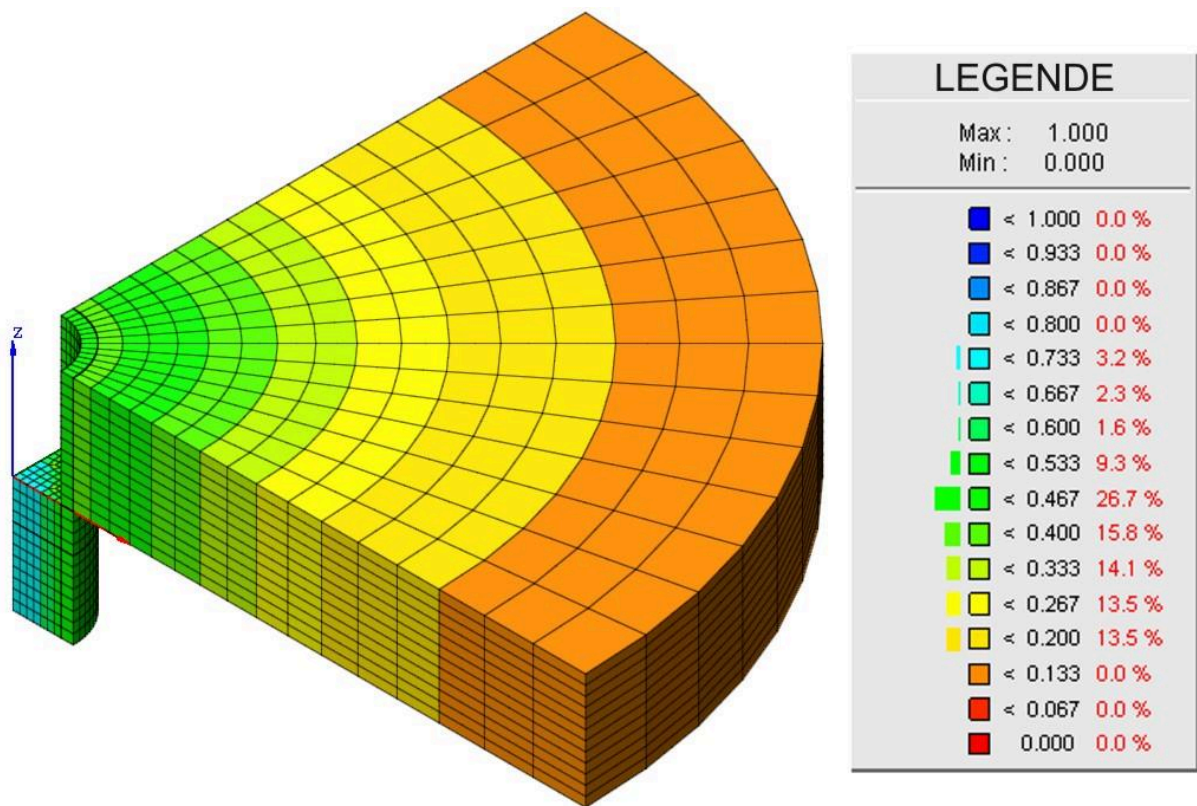


Bild 3-52: Elementseitenverhältnisse bei Modell S2.2-H-200

Eigene Vorberechnungen zu den Parameterstudien mit Lochrandstützung haben gezeigt, dass das System bei Ansatz normalfesten Betons für die Stütze infolge eines lokalen Versagens am Stützenkopf deutlich vor Auftreten eines Durchstanzproblems versagt (Bild 3-53).

Aus diesem Grund wird die Druckfestigkeit des Stützenbetons für alle Berechnungen der Parameterstudien (Modelle *P1-H* und *S2.2-H*) auf $f_c = 100$ MPa erhöht. Alle weiteren Werkstoffparameter bleiben unverändert. Um die Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen aus den Modellen *P1* und *S2.2* zu gewährleisten, wurde diese Erhöhung der Betondruckfestigkeit der Stützen dort ebenfalls vorgenommen (siehe Abs. 3.2.4 und 3.3.4).

Diese Vorgehensweise ist vor dem Hintergrund der hier untersuchten Konstruktionsarten mit Verbundstützen (umschnürende Wirkung des Mantelrohres) oder mit Stützen aus hochfestem bzw. ultrahochfestem Schleuderbeton gerechtfertigt. Es ist hervorzuheben, dass die nachfolgenden Ergebnisse damit ausdrücklich nicht auf lochrandgestützte Platten mit Stützen aus normalfestem Beton übertragen werden können.

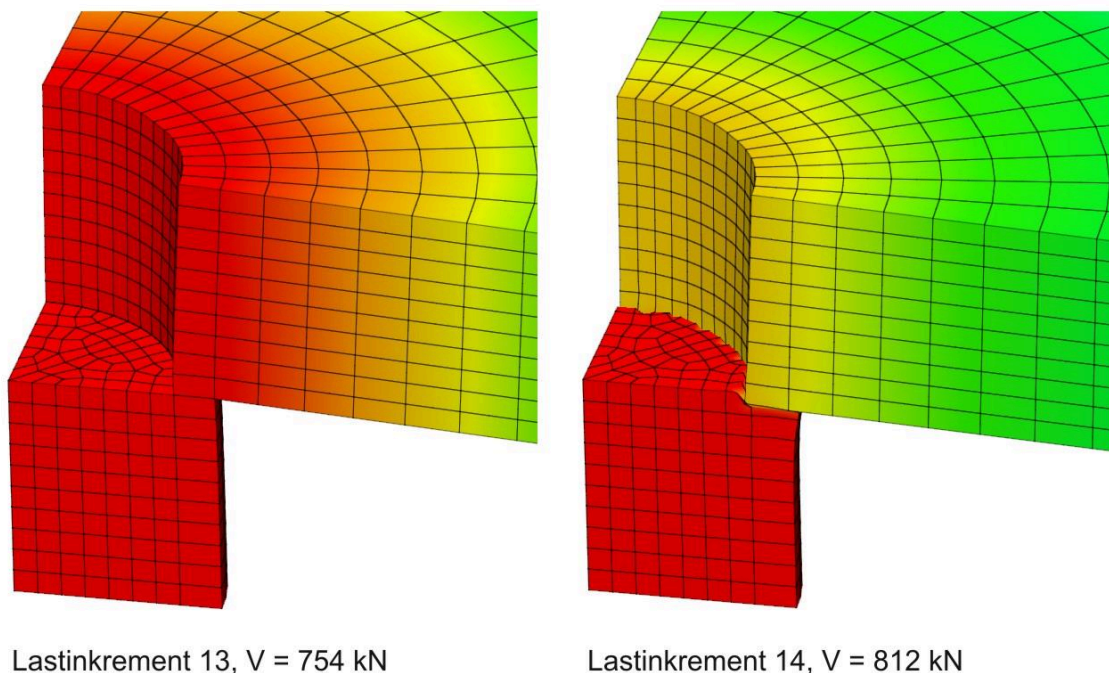


Bild 3-53: Stützenversagen bei Verwendung normalfesten Betons für die Stütze (Versuch P1-H-400)

Die folgenden Ergebnisse sind weiterhin nicht auf Platten übertragbar, bei denen die Biegebewehrung analog zu Vollplatten (also ohne Auslagerung) verlegt und im Bereich des Sacklochs gekürzt wird. Entsprechende eigene Voruntersuchungen ergaben Bruchlasten deutlich unter den im Folgenden präsentierten Simulationsergebnissen.

Die Bilder 3-54 und 3-55 zeigen die Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihen *P1-H* und *S2.2-H* im Vergleich. Die Last-Verformungs-Beziehungen für die einzelnen Modelle sind in Anhang A3.1 angegeben. Bei beiden Reihen zeigt sich ein Einfluss der Lochgröße auf die Verschiebungen, die ein mit zunehmendem Lochdurchmesser weiches Verhalten der Platten erkennen lassen. Weiterhin ist eine Abhängigkeit zwischen Lochdurchmesser und Versagenslast, die zwischen 63% (*P1-H-450*) und 100% (*S2.2-H-120*) der Versagenslast der jeweiligen Referenz-Vollplatte beträgt, feststellbar (Tabelle 3-8).

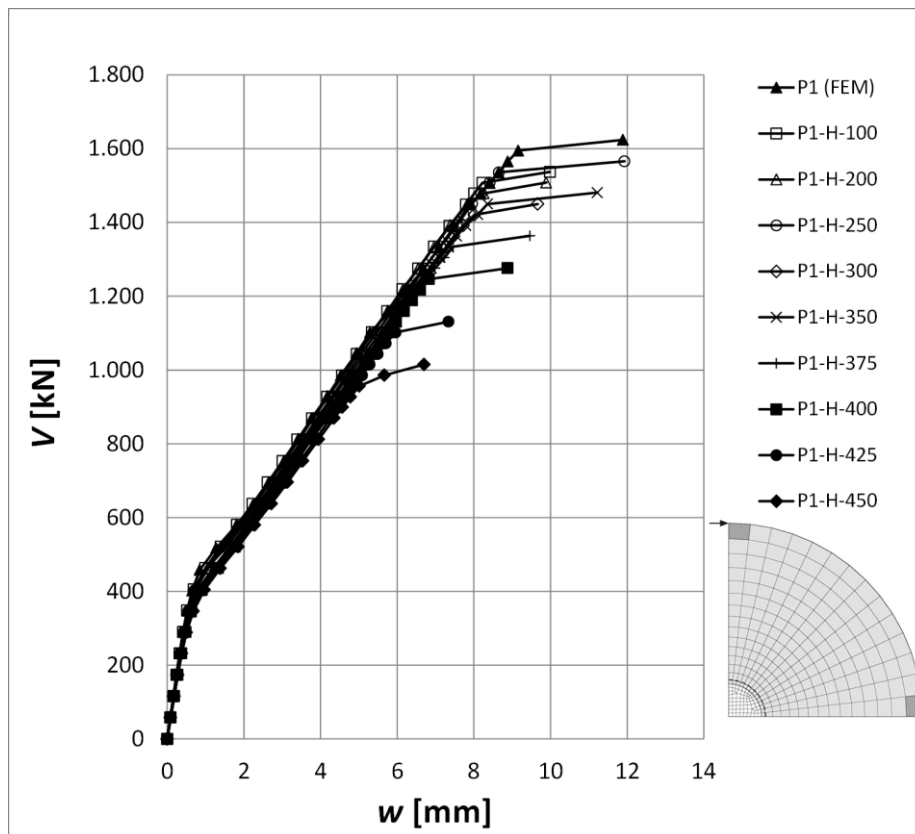


Bild 3-54: Last-Verformungs-Beziehungen für die lochrandgestützten Platten der Reihe P1-H

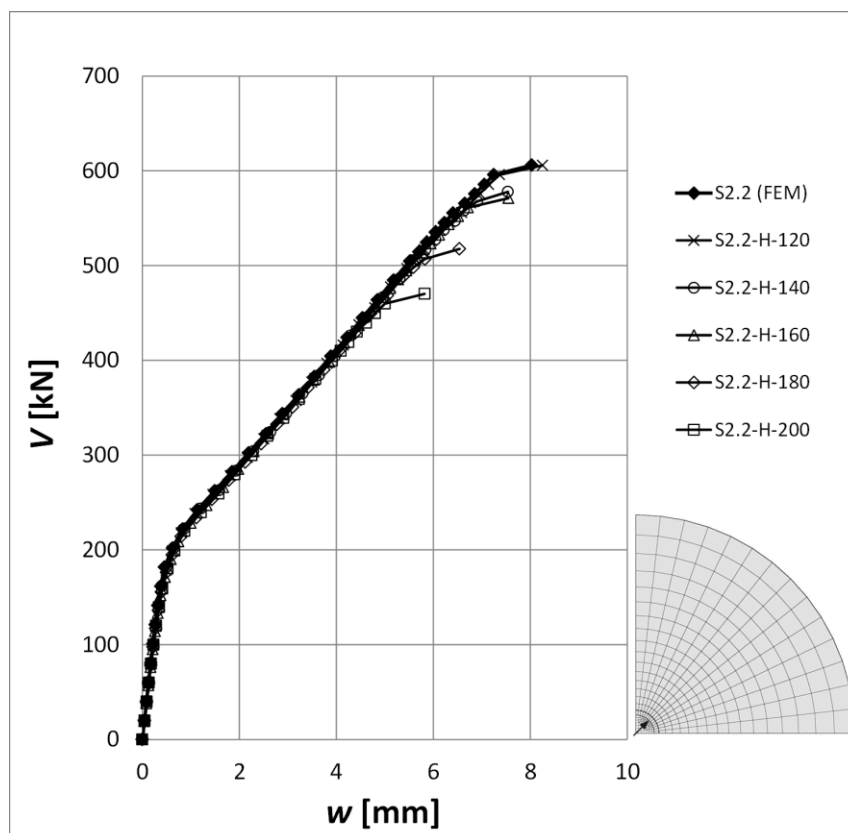


Bild 3-55: Last-Verformungs-Beziehungen für die lochrandgestützten Platten der Reihe S2.2-H

Da gegenüber den Referenz-Vollplatten *P1* bzw. *S2.2* zwei Parameter verändert wurden, nämlich die Anordnung der Sacklöcher und als Folge hiervon die Auslagerung der Bewehrung neben die Löcher, stellt sich die Frage nach dem Einfluss der Bewehrungsführung auf das Tragverhalten. *ANDRÄ* gibt an, dass durch eine Auslagerung der Bewehrung die Biegetragfähigkeit für Radialmomente reduziert, die für Tangentialmomente jedoch erhöht wird [37]. Da sich mit zunehmender Belastung die Radial- zu den Tangentialmomenten umlagern (siehe Bild 2-4), ist danach kein signifikanter Einfluss aus der veränderten Bewehrungsführung auf die Versagenslastlast zu erwarten.

Um diese Frage rechnerisch abzuklären, werden nachfolgend Vergleichsrechnungen an Vollplatten mit ausgelagerter Bewehrung durchgeführt (Tabelle 3-8). Bei diesen Platten der *D*-Serie („displaced“, ausgelagerte Bewehrung) handelt es sich um Vollplatten ohne Sackloch, bei denen die Bewehrungsposition exakt der Lage der Bewehrung in der entsprechenden Lochplatte entspricht. Damit unterscheiden sich die korrespondierenden Modelle der *H*-Serie und der *D*-Serie ausschließlich durch das Vorhandensein oder Nichtvorhandensein eines Sacklochs. Die auf den Bildern 3-56 und 3-57 dargestellten Last-Verformungs-Beziehungen und die in Tabelle 3-8 ermittelten Verhältnisse der Versagenslasten zeigen, dass die nur geringfügig reduzierte Tragfähigkeit der Modelle *P1-H-350* bis *P1-H-100* und *S2.2-H-160* bis *S2.2-H-120* durch den Einfluss der ausgelagerten Bewehrung erklärt werden kann. Bei diesen Platten ist der Unterschied der Versagenslasten zwischen der *H*-Serie und der *D*-Serie $\leq 5\%$ (letzte Spalte in Tabelle 3-8). Bei den Platten *P1-H-375* bis *P1-H-450* und *S2.2-H-180* bis *S2.2-H-200* hingegen sind zwischen *H*-Serie und *D*-Serie Tragfähigkeitsunterschiede von bis zu 30% festzustellen. Bei diesen Modellen kann die Reduzierung der Bruchlasten somit nicht allein mit der Auslagerung der Bewehrung begründet werden. Daraus ist die Schlussfolgerung zu ziehen, dass die kleineren Bruchlasten dieser lochrandgestützten Platten zu einem wesentlichen Teil auf die Sacklöcher zurückzuführen sind.

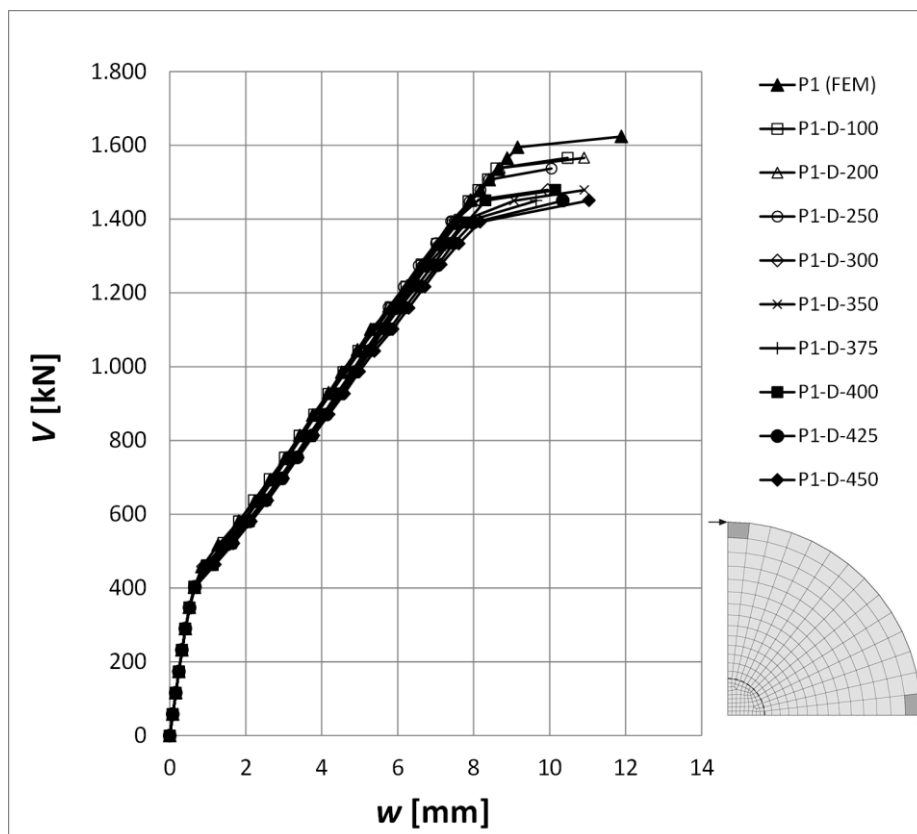


Bild 3-56: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe *P1-D*

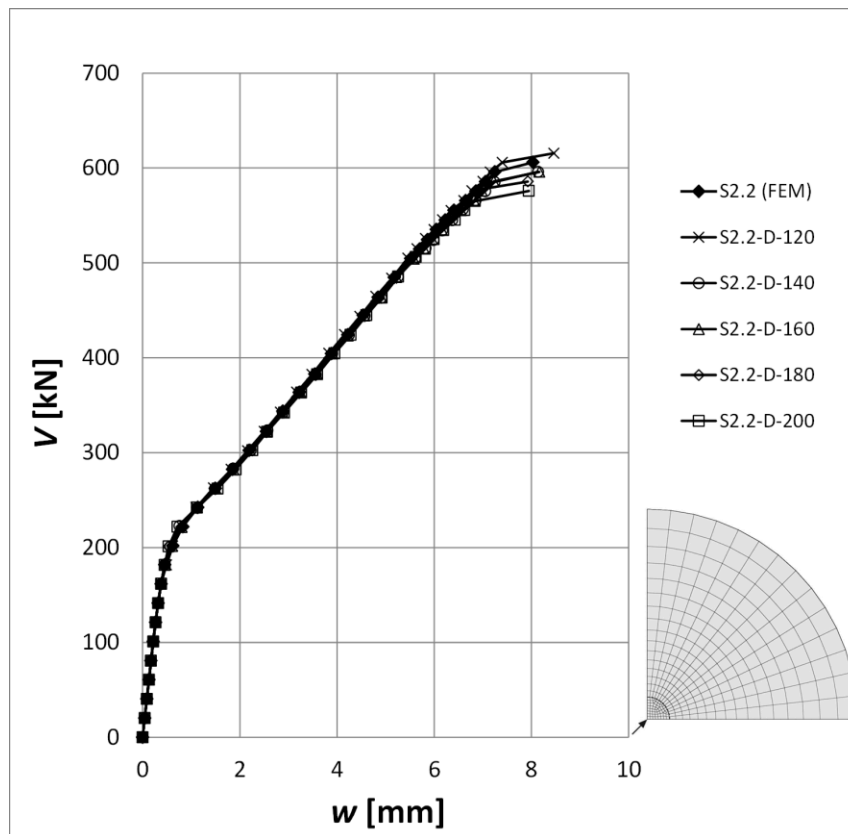


Bild 3-57: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe S2.2-D

Modell	$V_{u,hole}$ [kN]	$V_{u,hole}/V_u$ [-]	Modell	$V_{u,disp}$ [kN]	$V_{u,disp}/V_u$ [-]	$V_{u,hole}/V_{u,disp}$ [-]
P1-H-450	1015,1	0,63	P1-D-450	1450,7	0,89	0,70
P1-H-425	1131,0	0,70	P1-D-425	1450,0	0,89	0,78
P1-H-400	1276,0	0,79	P1-D-400	1479,0	0,91	0,86
P1-H-375	1363,8	0,84	P1-D-375	1450,0	0,89	0,94
P1-H-350	1481,0	0,91	P1-D-350	1478,9	0,91	1,00
P1-H-300	1450,0	0,89	P1-D-300	1479,3	0,91	0,98
P1-H-250	1566,0	0,96	P1-D-250	1537,0	0,95	1,02
P1-H-200	1508,1	0,93	P1-D-200	1566,1	0,96	0,96
P1-H-100	1537,0	0,95	P1-D-100	1566,0	0,96	0,98
S2.2-H-200	470,2	0,78	S2.2-D-200	575,9	0,95	0,82
S2.2-H-180	517,6	0,85	S2.2-D-180	585,7	0,97	0,88
S2.2-H-160	571,2	0,94	S2.2-D-160	595,8	0,98	0,96
S2.2-H-140	577,9	0,95	S2.2-D-140	596,0	0,98	0,97
S2.2-H-120	605,8	1,00	S2.2-D-120	615,6	1,02	0,98

Tabelle 3-8: Versagenslasten für Vollplatten V_u , Platten mit Sackloch $V_{u,hole}$ und Vollplatten mit ausgelagerter Bewehrung $V_{u,disp}$ im Vergleich

Aufgrund der Versuchsergebnisse aus Abs. 2.3 ist anzunehmen, dass die Anordnung der Sacklöcher zu einer Umlagerung von den Radial- zu den Tangentialmomenten führt. Diese Annahme wird

durch die bei den FEM-Simulationen ermittelten Betondehnungen untermauert. Die Bilder 3-58 und 3-59 zeigen die radialen und tangentialen Betondehnungen für das jeweils größte Sackloch.

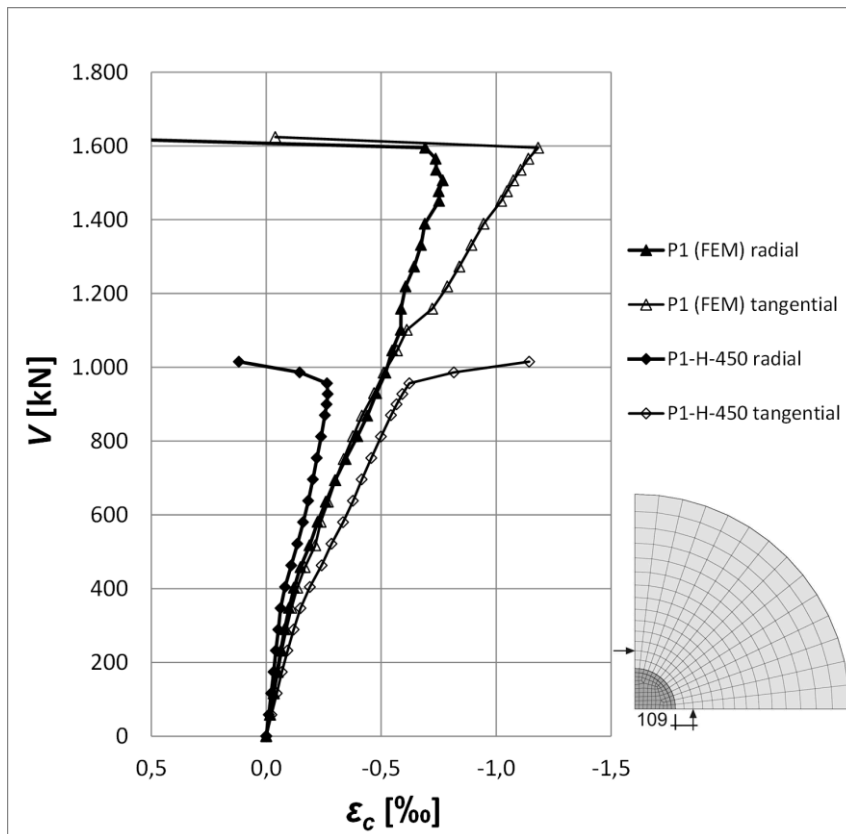


Bild 3-58: Betondehnungen in Platte P1-H-450

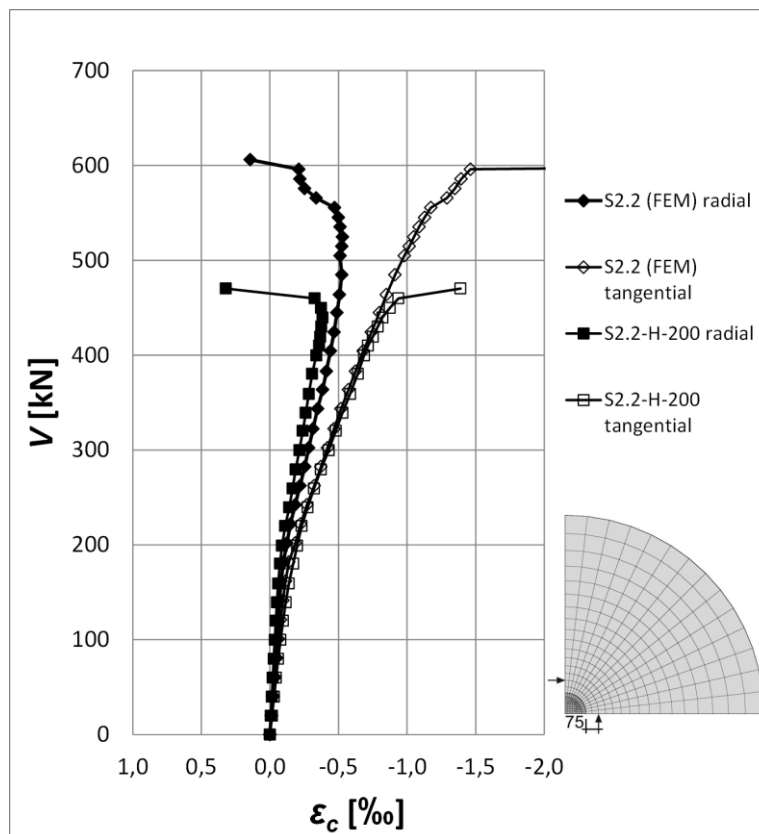


Bild 3-59: Betondehnungen in Platte S2.2-H-200

Erkennbar sind gegenüber den Vollplatten signifikant reduzierte radiale Betonstauchungen und gleichzeitig stark (*P1-H-450*) bzw. geringfügig (*S2.2-H-200*) erhöhte tangentialen Stauchungen. Die Auswertung der übrigen Modelle (siehe Anhang A3.1) zeigt eine Abhängigkeit dieses Verhaltens vom Plattentyp und vom Lochdurchmesser: Bei den Modellen der Reihe *P1-H* sind bei allen Platten reduzierte radiale Stauchungen festzustellen, erhöhte tangentiale Stauchungen jedoch nur bei den Platten *P1-H-450* bis *P1-H-300*. Bei den Platten mit kleineren Lochdurchmessern entsprechen die tangentialen Dehnungen weitgehend denen der Vollplatte. Bei Reihe *S2.2* sind Veränderungen in den radialen und tangentialen Betonstauchungen bei den Platten *S2.2-H-200* bis *S2.2-H-180* auszumachen, ab Platte *S2.2-H-160* sind die Stauchungen nahezu identisch zu denen der Vollplatte. Bei allen Platten zeigen sich in den letzten Lastinkrementen vor dem Versagen eine Abnahme der radialen und eine steigende Zunahme der tangentialen Betonstauchungen. Insgesamt wachsen die tangentialen Stauchungen jedoch nicht in dem Maß an, wie sich die radialen Stauchungen reduzieren. Offensichtlich führt die Anordnung der Sacklöcher dazu, dass die Umlagerungsfähigkeit von den Radial- zu den Tangentialmomenten gegenüber den Vollplatten reduziert ist.

Ein Vergleich der Stahldehnungen bei den Platten der Reihe *P1-H* (Bild 3-60 und Anhang A3.1) mit der Referenz-Vollplatte *P1* zeigt, dass die Dehnungen der ausgelagerten Bewehrung in den Platten mit Sackloch größer sind als die der Bewehrung in den Symmetrieachsen der Vollplatte. Die tangentialen Stahldehnungen bei den Lochplatten sind also größer als die radialen Stahldehnungen bei der Vollplatte. Dieser Effekt ist bei den Platten der Reihe *S2.2-H* nicht zu beobachten (Bild 3-61 und Anhang A3.1), was auf die Bewehrungsanordnung in der Vollplatte und die kleineren Lochdurchmesser zurückzuführen ist. Die infolge der Sacklöcher erforderliche Verschiebung der Bewehrung ist hier sehr viel kleiner als in Reihe *P1-H*, weil die in Platte *S2.2* über der Stütze angeordnete Bewehrung deutlich außerhalb der Symmetrieachse liegt.

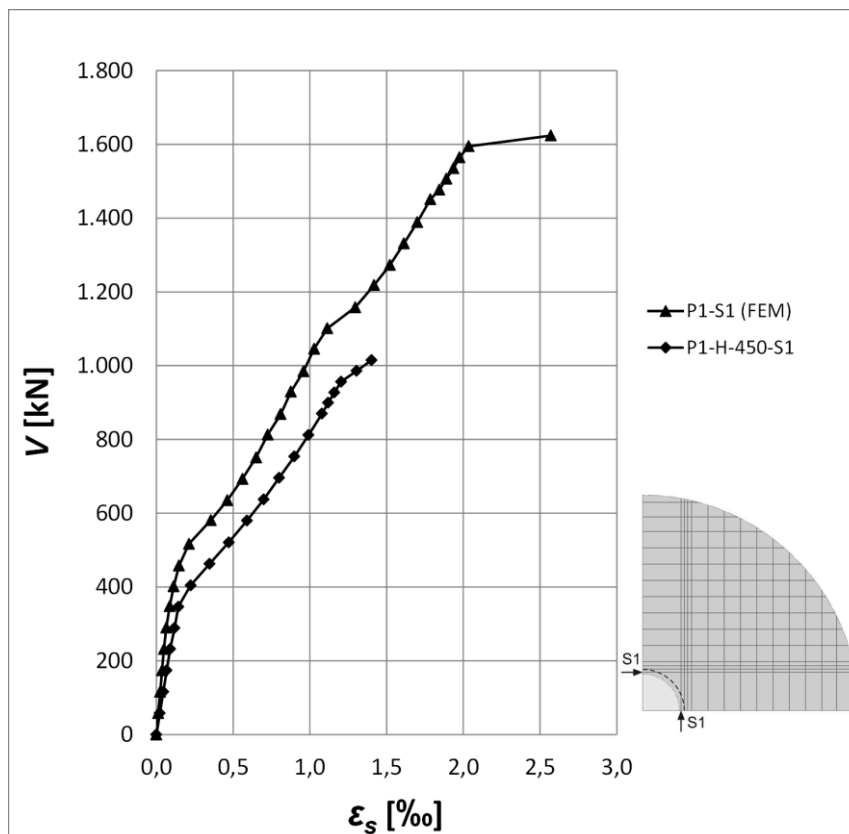


Bild 3-60: Stahldehnungen in Platte *P1-H-450*, Stab *S1*

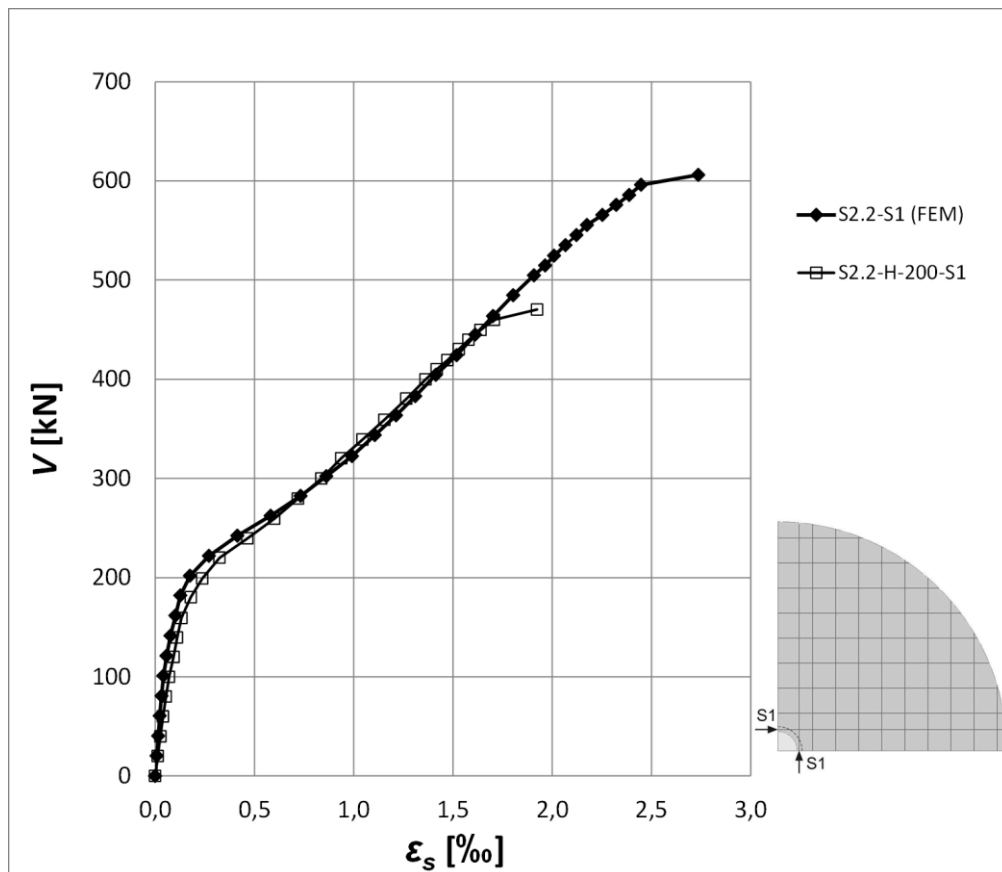


Bild 3-61: Stahldehnungen in Platte S2.2-H-200, Stab S1

Die ermittelten Stahldehnungen stehen insgesamt in Einklang mit den beobachteten Betondehnungen. In der Reihe *P1* zeigt sich bei den Platten mit Sackloch eine Zunahme sowohl der der tangentialen Stahldehnungen als auch der tangentialen Betondehnungen (dies jedoch nur in begrenztem Maße, siehe vor). In der Reihe *S2.2* ist weder eine signifikante Zunahme der tangentialen Stahldehnungen noch der tangentialen Betondehnungen zu beobachten.

Da die Streckgrenze in der ausgelagerten Bewehrung bei allen Berechnungen nicht oder nur geringfügig überschritten wird und die Bewehrung somit über Tragfähigkeitsreserven verfügt, ist als Ursache für die zuvor beschriebene begrenzte Umlagerungsfähigkeit ein Betonversagen zu vermuten.

Die Auswertung des Rissbildes beim Versagen (Bilder 3-62 und 3-63, Rissdehnungsbereich $\varepsilon_{cr} \geq 0,001$) ergibt überwiegend radiale Risse und eine gegenüber den Vollplatten deutlich reduzierte Tangentialrissbildung. Die radialen Risse mit der größten Rissdehnung und damit auch der größten Rissbreite zeigen sich jeweils am Lochrand unter 45° zu den Symmetrieachsen, also in dem Sektorausschnitt, der wegen der ausgelagerten Längsbewehrung nicht von Bewehrung gekreuzt wird. Ebenfalls in diesem Sektor, allerdings außerhalb der ausgelagerten Bewehrung, konzentrieren sich die tangentialen Risse. Ein von Symmetrieachse zu Symmetrieachse durchgehender Tangentialriss ist bei Platte *P1-H-450* nicht, bei Platte *S2.2-H-200* nur in unmittelbarer Nähe zur Stütze festzustellen. Die äußersten Tangentialrisse liegen bei beiden Platten näher am Stützenanschnitt als bei den Vollplatten. Von der Ausbildung eines typischen Durchstanzrisses an der Plattenoberseite kann somit bei beiden Platten nicht gesprochen werden.

Die verminderte Bildung tangentialer Risse steht in Übereinstimmung zu den kleineren radialen Stauchungen bei den Lochplatten und ist ein weiterer Beleg für die gegenüber den Vollplatten reduzierten Radialmomente. Die Rissdehnungen und damit die Rissbreiten sind insgesamt etwas geringer als im Bruchzustand bei den Vollplatten.

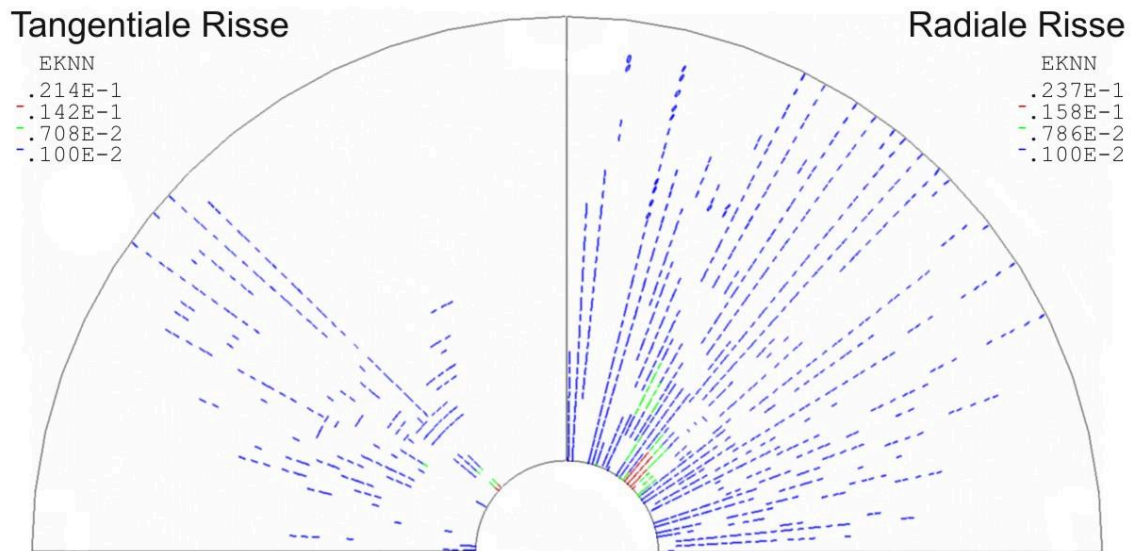


Bild 3-62: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte P1-H-450 beim Versagen (Lastinkrement 20)

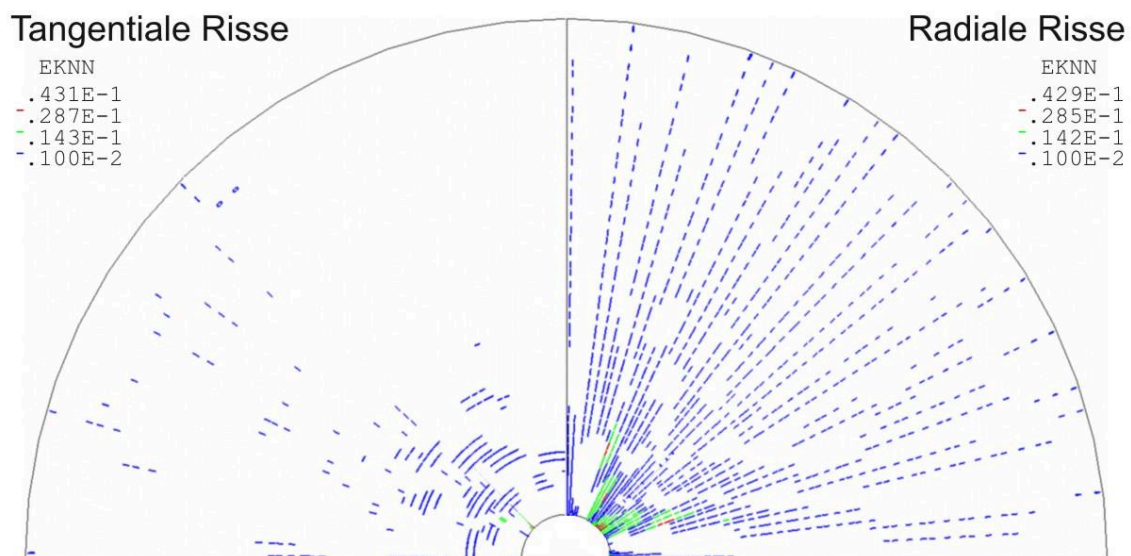


Bild 3-63: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte S2.2-H-200 beim Versagen (Lastinkrement 27)

Eine Darstellung der Rissbildung beim Versagen im Vertikalschnitt (Bilder 3-64 und 3-65) zeigt eine Konzentration vertikaler und schräger Risse mit großer Rissdehnung an der Plattenunterseite im Bereich des Lochrandes. Die Ausbildung eines schrägen Schubrisse im Platteninneren ist in Platte P1-H-450 nicht festzustellen. In Platte S2.2-H-200 ist ein solcher Schubriss zwar erkennbar, dieser reicht aber weder bis zur Plattenoberseite, noch durchdringt er die Plattendruckzone. Überdies existiert dieser Schubriss in gleicher Ausprägung bereits im Lastinkrement vor dem Versagen, er kann somit nicht Bruchursache sein. Die Ausbildung eines Durchstanzrisses ist also auch in der Schnittdarstellung nicht zu beobachten. Damit ist auf Grundlage der Rissbildung der Schluss zu ziehen, dass bei den Lochplatten das Versagen nicht infolge Durchstanzen eintritt.



Bild 3-64: Platte P1-H-450, Rissbildung in der Symmetrieebene auf der X-Achse im Bruchzustand

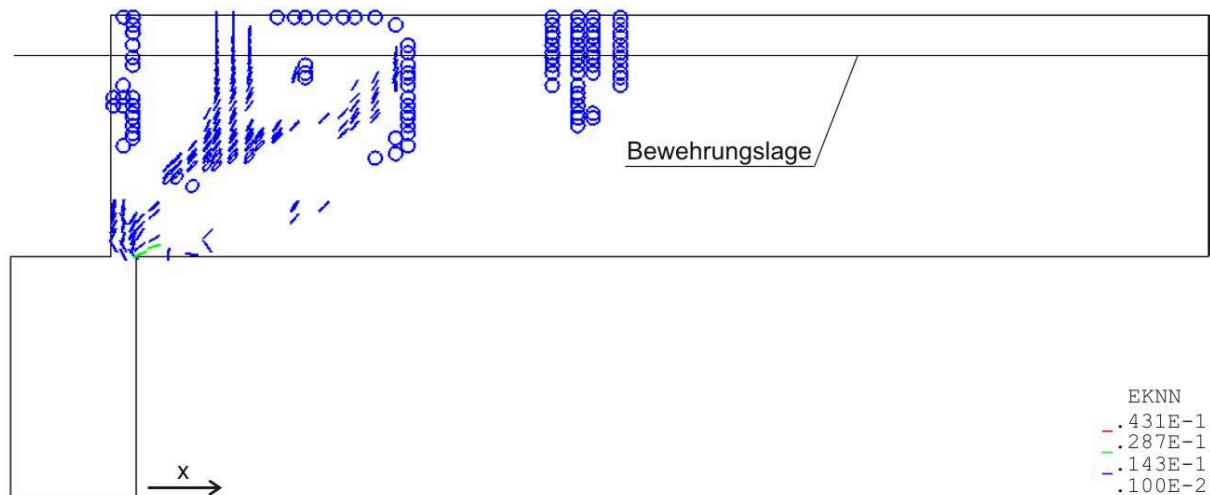


Bild 3-65: Platte S2.2-H-200, Rissbildung in der Symmetrieebene auf der X-Achse im Bruchzustand

Die Auswertung der radialen Spannungen an der Plattenunterseite zeigt die aus den Absätzen 3.2.7 und 3.3.7 bekannte Aufhebung des Druckrings in den letzten Lastinkrementen (Bilder 3-66 und 3-67). Im Detail sind wiederum Unterschiede zwischen den Platten der Reihen P1-H und S2.2-H erkennbar. Platte P1-H-450 weist gegenüber der zum Vergleich dargestellten Vollplatte P1 eine reduzierte Druckzonenhöhe auf (Bild 3-66). Dies steht in Übereinstimmung mit den höheren Stahldehnungen (vgl. Bild 3-60) und ist als gegenüber der Vollplatte verschobene Dehnungsebene zu interpretieren. Die radialen Spannungen an der Plattenunterseite unmittelbar am Stützenanschnitt sind kurz vor dem Bruch nahezu gleich groß. Hier ist kein Widerspruch zu den ermittelten Betonstauchungen zu sehen (vgl. Bild 3-58), da diese in 10 cm Abstand vom Anschnitt ausgewertet wurden.

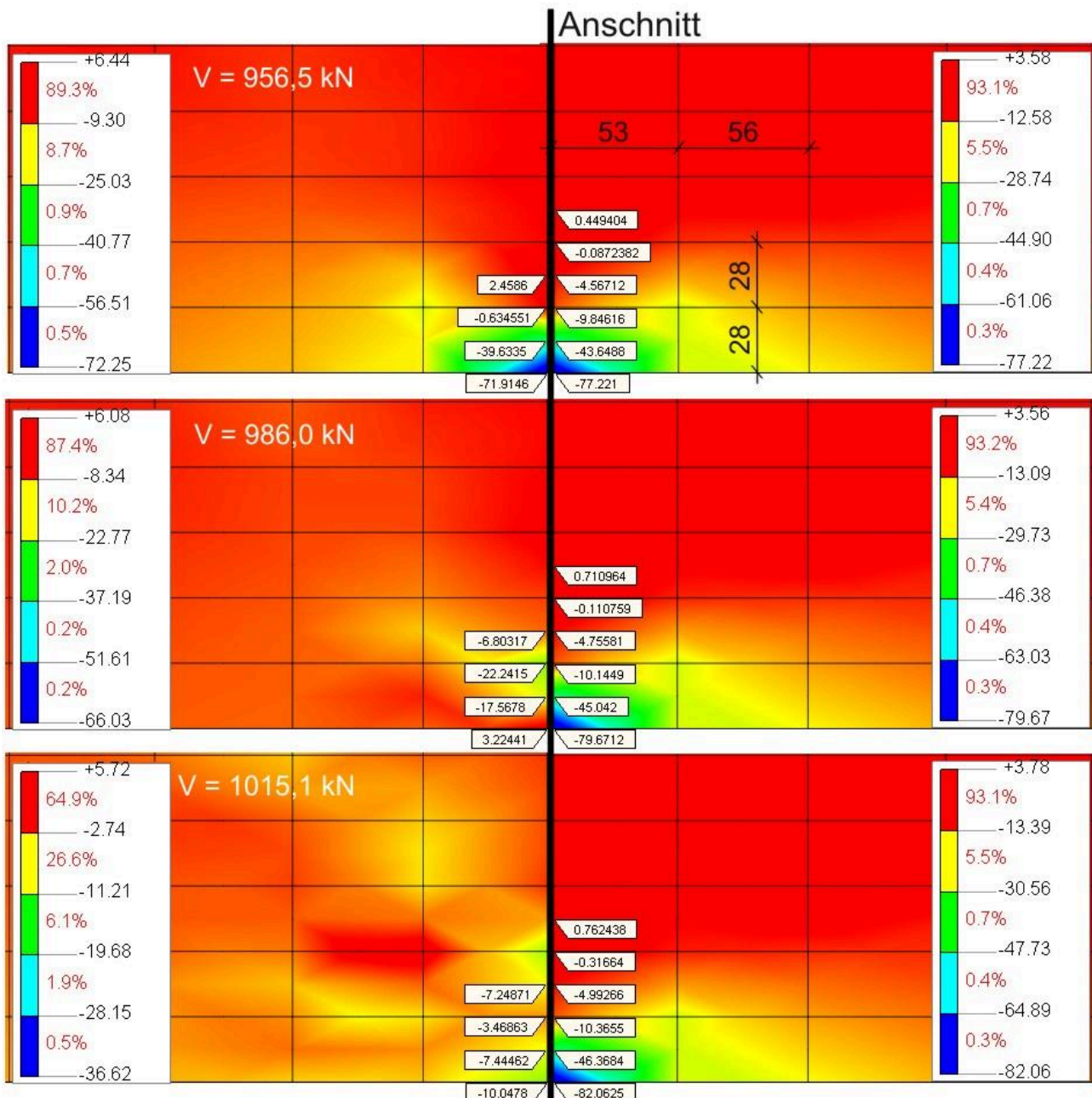


Bild 3-66: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte P1-H-450, rechts Platte P1

Bei Platte S2.2-H-200 ist die Druckzonenhöhe nahezu identisch zur Vollplatte S2.2 (Bild 3-67). Dies ist konsistent zu den Stahldehnungen (vgl. Bild 3-61) und deutet darauf hin, dass die Dehnungsebenen bei den Platten der Reihe S2.2-H identisch zu denen der Vollplatte sind. Diese Unterschiede zwischen den Platten der Reihen P1-H und S2.2-H können, wie bereits erläutert, auf die verschieden angeordnete Längsbewehrung zurückgeführt werden.

Die Größe der radialen Spannungen ist bei beiden Lochplatten kurz vor dem Bruch deutlich kleiner als bei den Vollplatten vor dem Versagen (vgl. Bilder 3-24, 3-44 mit 3-66 und 3-67), bei Platte S2.2-H-200 auch im Vergleich zur Vollplatte im selben Lastinkrement (Bild 3-67).

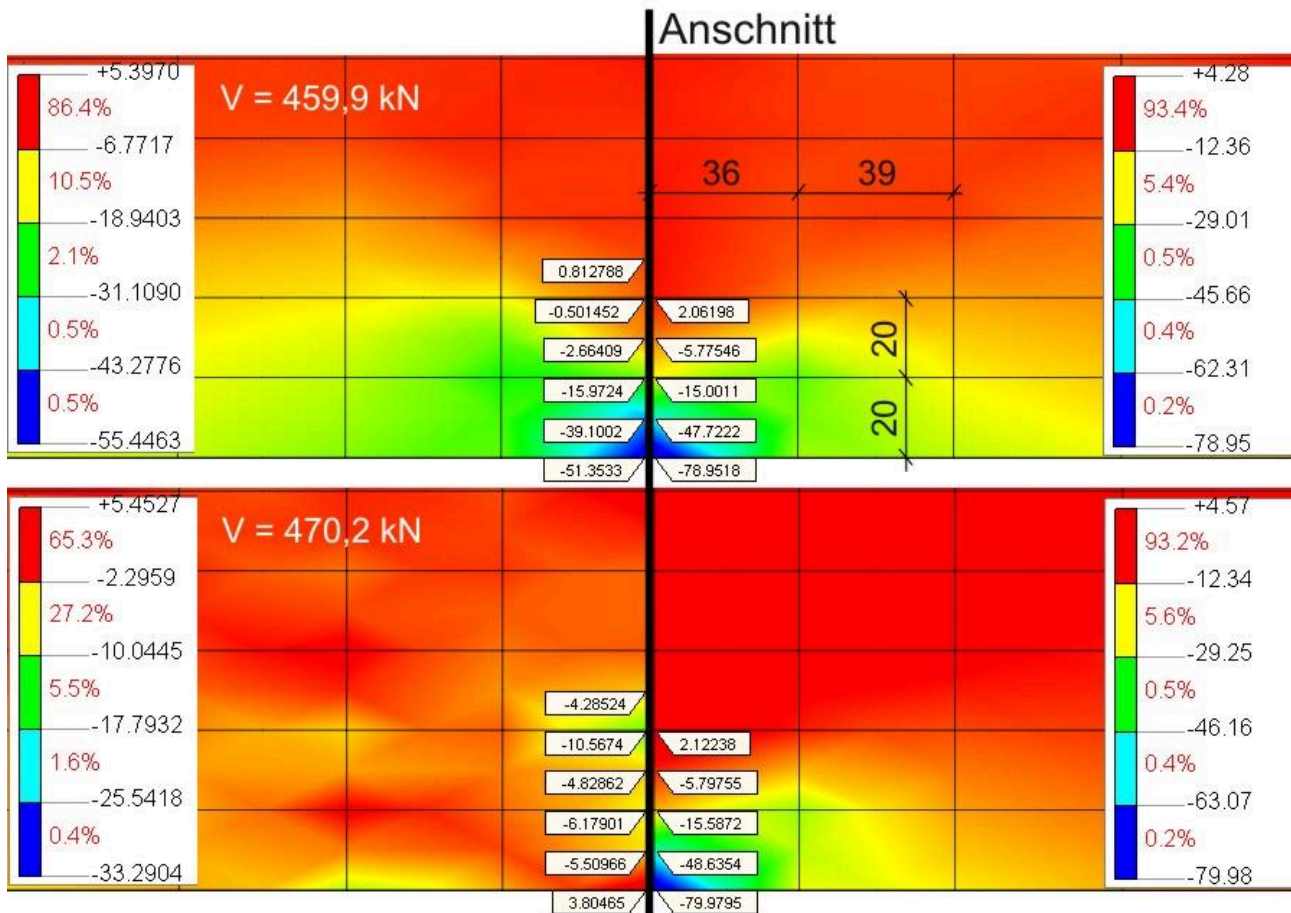


Bild 3-67: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte S2.2-H-200, rechts Platte S2.2

Die vertikalen Dehnungen der Lochplatten unterscheiden sich signifikant von denen der Vollplatten. Im Platteninneren sind jeweils nur kleine Bereiche erkennbar, in denen die Dehnung bei Erreichen der Betonzugfestigkeit ($\varepsilon_{cr} = 0,1 \text{ ‰}$) überschritten wird (Bilder 3-68 und 3-69). Sehr große vertikale Zugdehnungen, die für das Auftreten eines Durchstanzrisses typisch wären und bei den Vollplatten beobachtet werden konnten (Bilder 3-25 und 3-45), treten nicht auf. Dies bestätigt die auf Grundlage des Rissbildes formulierte Schlussfolgerung, dass die Platten *PI-H-450* und *S2.2-H-200* nicht aufgrund eines Durchstanzproblems versagen.

Eine Betrachtung der vertikalen Dehnungen im Bereich der reduzierten Lasteinleitungsfläche gibt Aufschluss über die tatsächliche Versagensursache. An der Lochwandung treten in der ersten Elementreihe über der Lasteinleitungsfläche bereits bei geringer Belastung Zugdehnungen oberhalb ε_{cr} auf. Dies kann, wie auch schon bei Platte *PI* (Abs. 3.2.7), mit der exzentrischen Lasteinleitung von der Platte in die Stütze erklärt werden. Aufgrund des Sacklochs tritt dieser Effekt nun auch bei den über die Stütze belasteten Platten der Reihe *S2.2-H* auf. Im weiteren Verlauf der Belastungsgeschichte steigen diese Dehnungen auf über 1 ‰ an, was zu starker Rissbildung in diesen Elementen und damit einhergehender Entfestigung der Betonmatrix führt. Beim Versagen sind bei beiden Platten folgende Phänomene zu beobachten:

- An der Plattenunterseite treten neben dem Anschnitt vertikale Zugdehnungen auf (1).
- Die vertikalen Zugdehnungen an der Oberseite der untersten Elementreihe an der Lochwand verschwinden, stattdessen sind dort große Stauchungen zu beobachten (2).
- An der Unterseite dieser Elemente sind am Anschnitt große vertikale Zugdehnungen erkennbar (3).
- Die unterste Elementreihe am Lochrand und die erste Elementreihe neben dem Anschnitt an der Plattenunterseite erfahren große Deformationen (Lastinkrement 20 bzw. 27).
- Die Druckstrebenneigung beträgt im jeweils vorletzten Lastinkrement 43° bzw. 41° und ist damit deutlich steiler als bei den zugehörigen Vollplatten (Bild 3-70).
- Die Ausbildung einer geknickten Druckstrebe beim Versagen bzw. kurz davor ist nicht feststellbar. Beim Bruch ändert sich jedoch die Neigung der Druckstrebe auf 56° bzw. 58° .

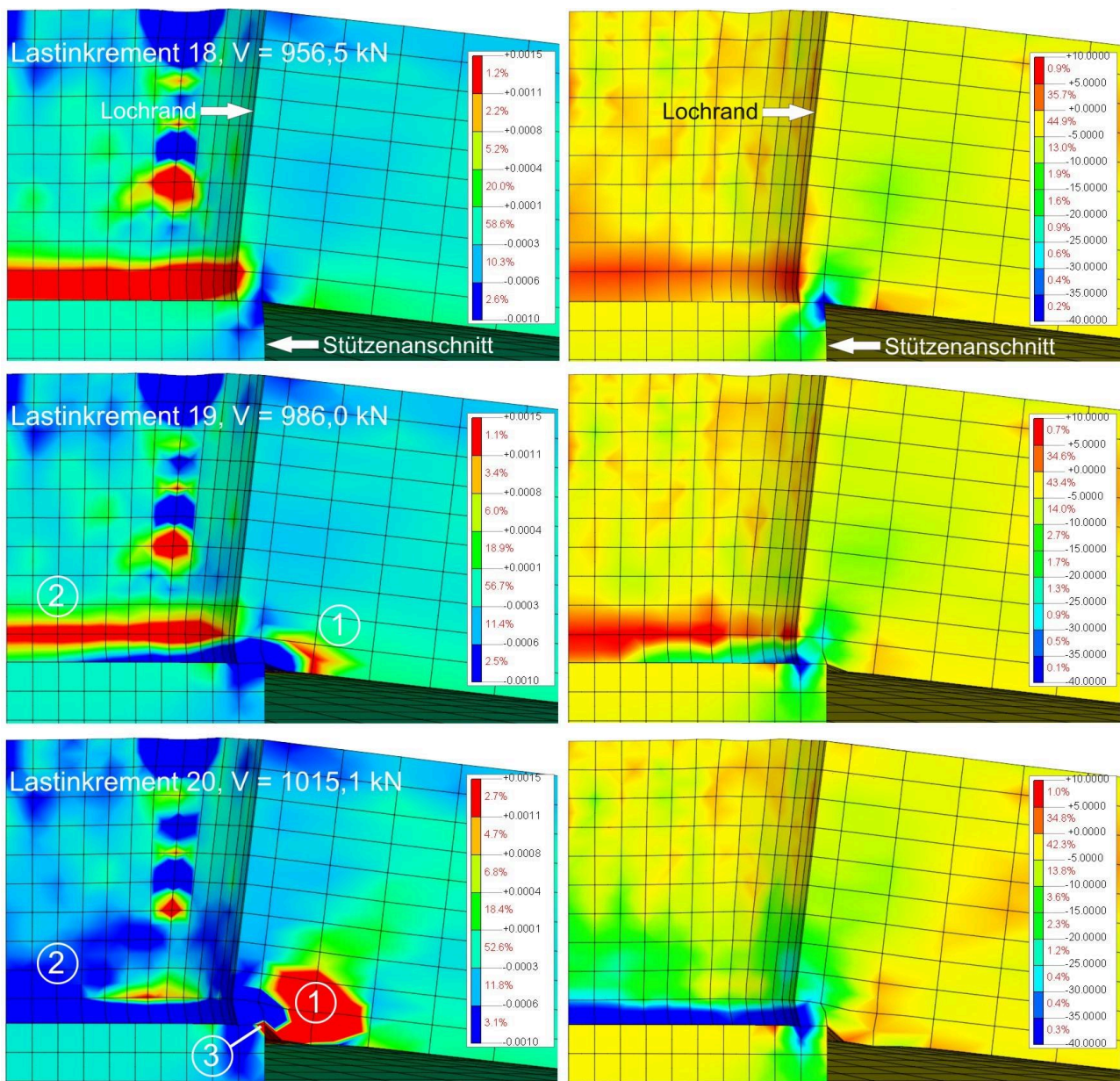


Bild 3-68: Vertikale Dehnungen ε_{zz} (links) und Spannungen σ_{zz} (rechts, MPa), Modell P1-H-450

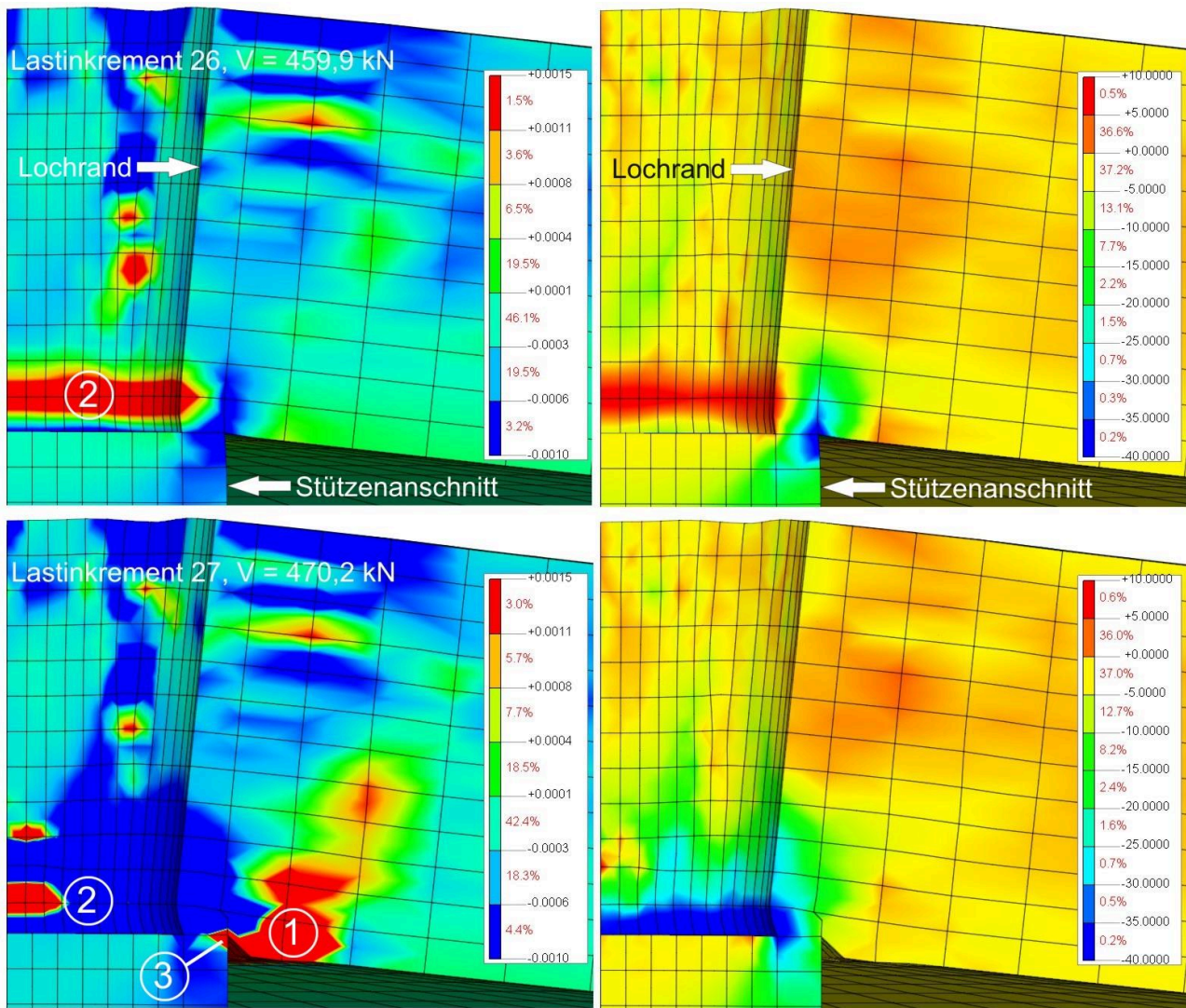


Bild 3-69: Vertikale Dehnungen ε_{zz} (links) und Spannungen σ_{zz} (rechts, MPa), Modell S2.2-H-200

Diese Effekte werden folgendermaßen interpretiert: Durch die kleineren radialen Stauchungen wird auch die Horizontalkomponente der schrägen Druckstrebe kleiner, was zu einer größeren Druckstrebenneigung führt (vgl. Bild 3-70 mit Bild 3-26 und 3-47). Hieraus resultierend treten an der Plattenunterseite früher als bei den Vollplatten große vertikale Zugdehnungen auf, die als flächiges Abplatzen des Betons aufgefasst werden. Infolgedessen entfällt die Querdehnungsbehinderung für die erste Elementreihe neben dem Anschnitt an der Plattenunterseite. Dies führt dazu, dass die weit oberhalb der einaxialen Betondruckfestigkeit liegenden Radialspannungen nicht mehr aufgenommen werden können (Bilder 3-66 und 3-67) und die Elemente in der ersten Reihe neben dem Anschnitt versagen. Infolge dieser Aufhebung des mehraxialen Druckspannungszustandes verlagert sich die schräge Druckstrebe zunächst vom Stützenanschnitt an den Lochrand (gut zu erkennen in Bild 3-68 anhand der Spannungsänderung von Lastinkrement 18 zu 19). Die aufgrund der Belastungsgeschichte durch die vertikalen Zugdehnungen vorgeschädigten Elemente in der untersten Reihe am Lochrand können die oberhalb der einaxialen Betondruckfestigkeit liegenden Druckspannungen der Vertikalkomponente und die als Schubspannungen zu übertragende Horizontalkomponente der schrägen Druckstrebe nicht aufnehmen (Bilder 3-68 und 3-69). Es kommt zum Versagen dieser Elemente und damit zum Verlust der Gesamttragfähigkeit des Systems.

Die auf Grundlage der Betonstauchungen und Stahldehnungen formulierte These, dass die Umlagerungsfähigkeit von den Radial- zu den Tangentialmomenten bei lochrandgestützten Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte aufgrund eines Betonversagens limitiert ist, wird somit bestätigt.

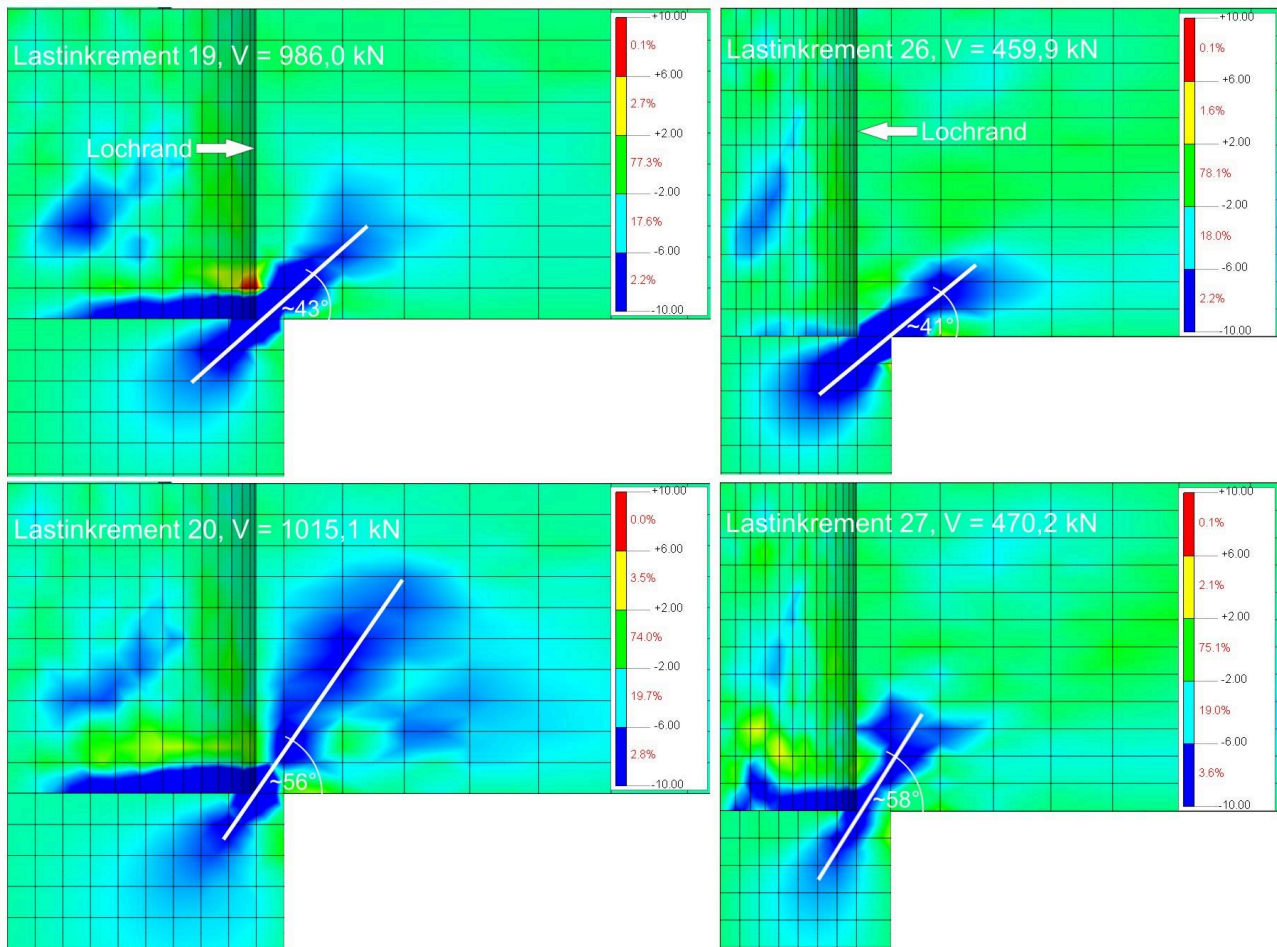


Bild 3-70: Druckstrebenneigungen in Platte *P1-H-450* (links) und *S2.2-H-200* (rechts)

Für die beiden Platten *P1-H-450* und *S2.2-H-200* ist somit ein lokales Versagen am Lochrand als Ursache für das Versagen des Gesamtsystems auszumachen. Hierbei handelt es sich um die beiden Platten mit dem jeweils größten Sackloch bzw. mit der kleinsten Lasteinleitungsfläche. Es stellt sich die Frage nach einer Abgrenzung zwischen Durchstanz- und lokalem Versagen in Abhängigkeit von der Lochgröße bzw. der Lasteinleitungsfläche.

Als Kriterien für eine solche Abgrenzung werden die vollständige Ausbildung eines Durchstanzrisses und das Intaktbleiben der untersten Elemente am Lochrand (d.h. keine vertikalen Zugdehnungen bzw. großen Deformationen in diesen Elementen) angesehen. Eine Auswertung der vertikalen Dehnungen und der Verformungen der übrigen Platten der beiden Reihen unter diesen Aspekten ergibt, dass bei den Modellen *P1-H-350* bis *P1-H-100* bzw. *S2.2-H-160* bis *S2.2-H-120* das Versagen infolge Durchstanzens eintritt (Bilder 3-71 und 3-72). Das sind die Modelle, bei denen nur eine mäßige Reduzierung der Tragfähigkeit von $\leq 11\%$, die mit der veränderten Bewehrungsanordnung erklärt wurde, festzustellen ist (vgl. Tabelle 3-8). Bei den übrigen Platten *P1-H-450* bis *P1-H-375* bzw. *S2.2-H-200* und *S2.2-H-180*, können die gegenüber den Vollplatten sehr viel deutlicher reduzierten Versagenslasten auf ein lokales Versagen am Lochrand

zurückgeführt werden. Lokales Versagen ist damit für alle Platten mit $A_{Load,red} / A_{col} < 0,5$ gegeben, Durchstanzversagen für alle Platten mit $A_{Load,red} / A_{col} \geq 0,5$ (Tab. 3-7).

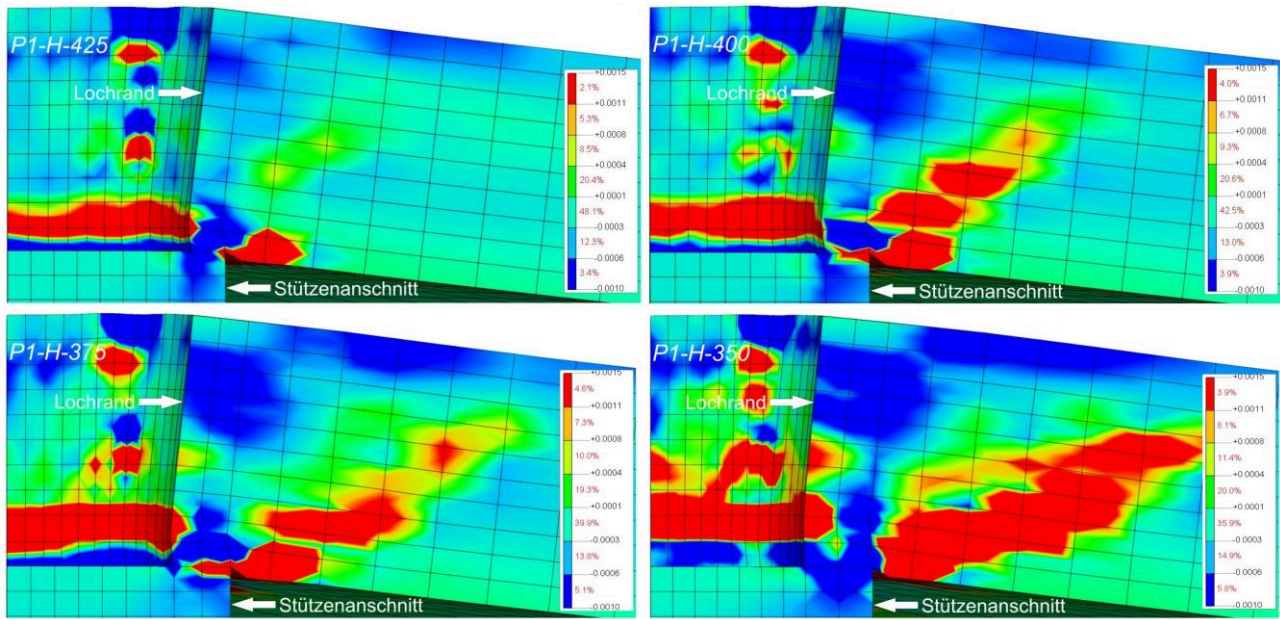


Bild 3-71: Lokales Versagen in Platte P1-H-425 bis P1-H-375, Durchstanzen in Platte P1-H-350

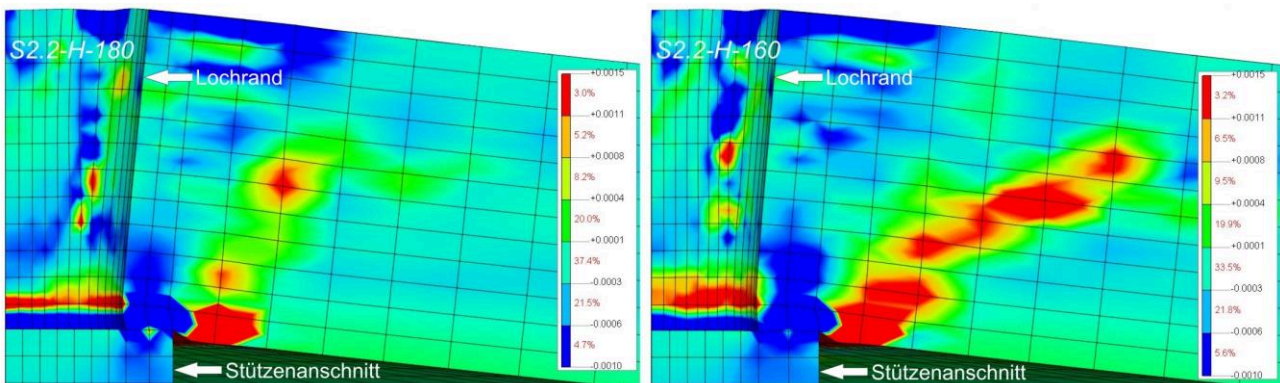


Bild 3-72: Lokales Versagen in Platte S2.2-H-180 und Durchstanzen in Platte S2.2-H-160

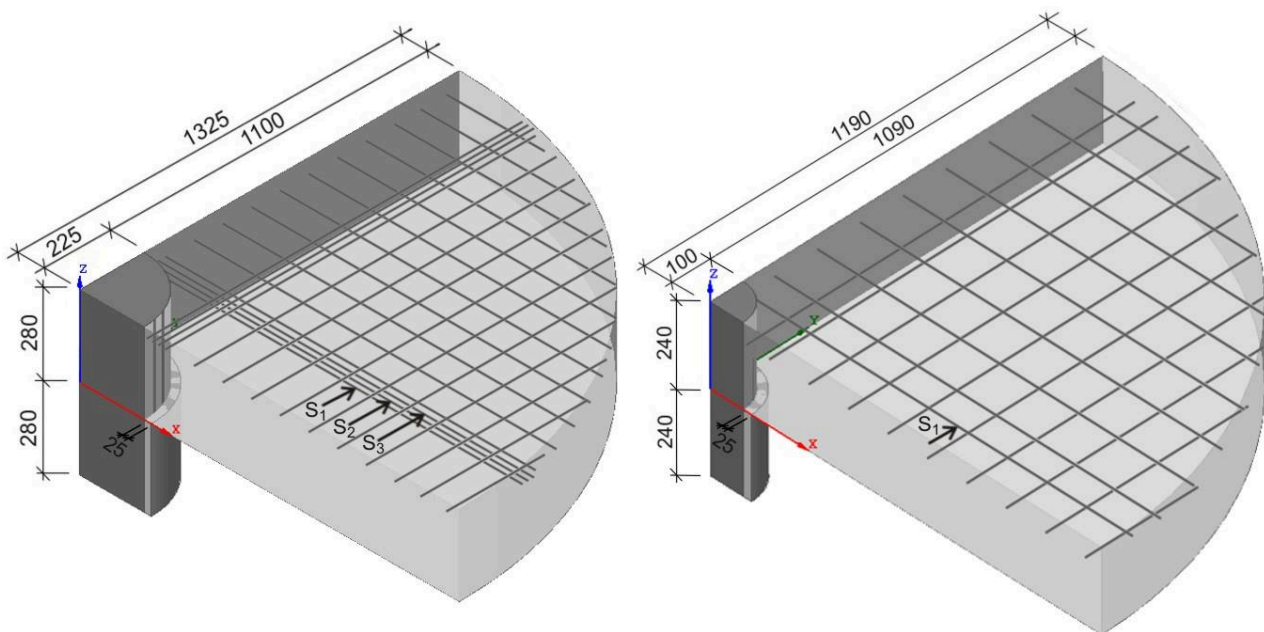
3.4.2 Lochrandstützung bei Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte (C-Serie)

Um den Einfluss eines Stahlkerns auf das Tragverhalten lochrandgestützter Platten zu untersuchen, werden die Modelle des Abs. 3.4.1 dahingehend verändert, dass anstelle des Sacklochs ein aus der Stütze in die Platte reichender Stahlkern angeordnet wird (C-Serie). Die Bewehrungslage bleibt hierbei unverändert, d.h. es wird zunächst mit ausgelagerter Bewehrung gerechnet. Da in Abs. 3.4.1 bei den Platten *P1-H-350* bis *P1-H-100* bzw. *S2.2-H-160* bis *S2.2-H-120* kein großer Einfluss des Sacklochs auf das Tragverhalten feststellbar war und durch die Anordnung des Kerns eine Verbesserung des Tragverhaltens erwartet wird, wird das Untersuchungsprogramm auf die in Tabelle 3-9 angegebenen Modelle beschränkt. Das Kürzel „C“ in der Plattenbezeichnung steht hier jeweils für „core“ (Kern).

Platte	d_{col} [mm]	d_{core} [mm]	A_{col} [mm ²]	$A_{Load,red}$ [mm ²]	$A_{Load,red} / A_{col}$	a_1 [mm]	a_2 [mm]	a_3 [mm]
<i>P1-C-450</i>	500	450	196350	37306	0,19	235	255	275
<i>P1-C-425</i>	500	425	196350	54487	0,28	222,5	242,5	265,5
<i>P1-C-400</i>	500	400	196350	70686	0,36	210	230	250
<i>P1-C-375</i>	500	375	196350	85903	0,44	197,5	217,5	237,5
<i>P1-C-350</i>	500	350	196350	100138	0,51	185	205	225
<i>S2.2-C-200</i>	250	200	49087	17671	0,36	110	-	-
<i>S2.2-C-180</i>	250	180	49087	23640	0,48	100	-	-
<i>S2.2-C-160</i>	250	160	49087	28981	0,59	90	-	-

Tabelle 3-9: Untersuchungsprogramm für Parameterstudien mit Stahlkern

Die Bilder 3-73 und 3-74 zeigen jeweils exemplarisch für *P1-C-450* und *S2.2-C-200* die Modelle und die Vernetzungen.

Bild 3-73: Modelle für Parameterstudien mit Kern, Platte *P1-C-450* (links) und *S2.2-C-200* (rechts)

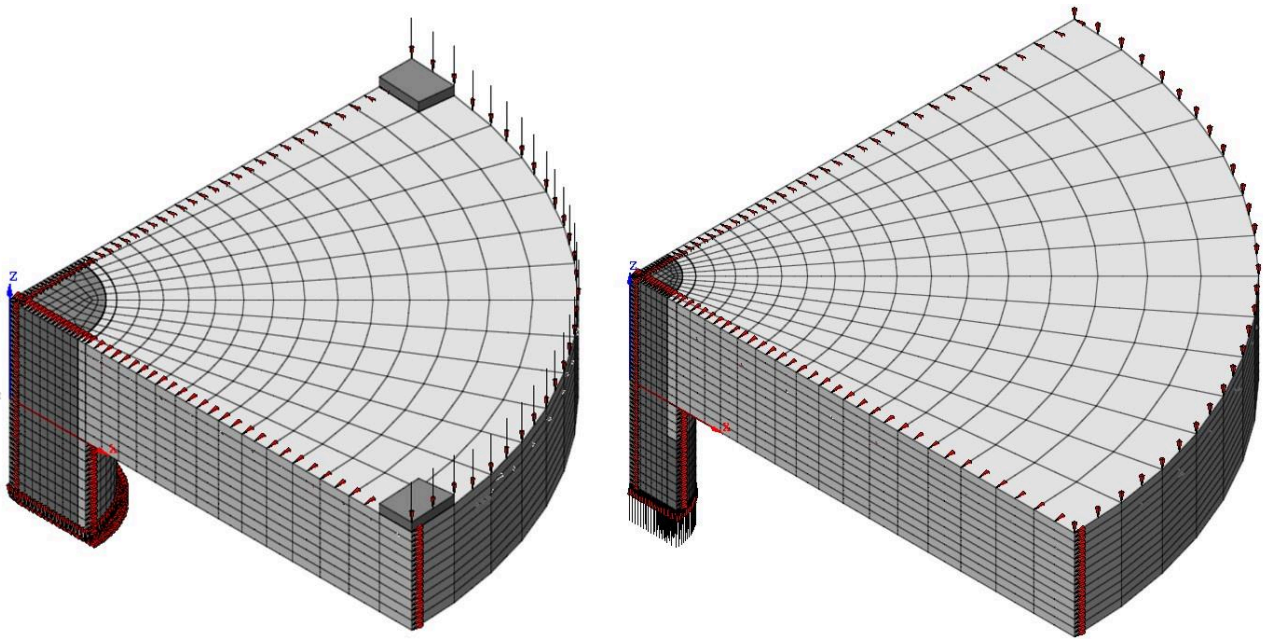


Bild 3-74: Vernetzung der Modelle P1-C-450 (links) und S2.2-C-200 (rechts); dunkelgrau eingefärbte Elemente sind Elemente mit linear-elastischen Eigenschaften

Um das Verhalten der Modelle in der Kontaktfläche zwischen Stahlkern und umgebenden Beton steuern zu können, ist die Anordnung spezieller Verbindungselemente, sogenannter „Interface elements“, in der Kontaktfläche erforderlich. Aufgrund der beidseitig anschließenden CHX60-Elemente kommen hierfür nur 8+8-Knoten-Schalenelemente (d.h. mit Zwischenknoten), in DIANA als „CQ48I“ bezeichnet, in Betracht (Bild 3-75).

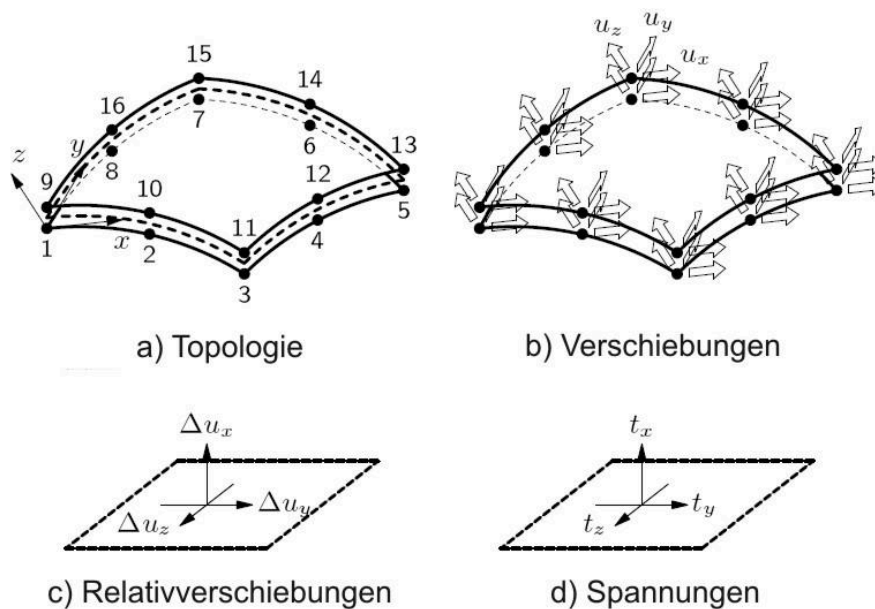


Bild 3-75: Interface-Elemente CQ48I mit lokalen Koordinatensystemen (nach [79])

An diese Elemente werden folgende Anforderungen gestellt:

- Sie müssen ein Ablösen des Betons vom Stahlkern unter radialer Zugbeanspruchung ermöglichen.
- Die Übertragung radialer Druckspannungen zwischen Stahl und Beton muss gewährleistet sein.
- In den Bereichen radialer Druckspannungen muss die gleichzeitige Übertragung vertikaler Verbundspannungen zwischen Beton und Stahl möglich sein.
- Die Größe der übertragbaren Verbundspannungen lässt sich steuern, um verschiedene Ausführungen der Kontaktfläche abbilden zu können.
- In den Bereichen radialer Zugspannungen ist eine Übertragung von vertikalen Verbundspannungen ausgeschlossen.

Diese Anforderungen werden erfüllt, indem den Interfacelementen Eigenschaften nach dem *COULOMB*'schen Reibungsgesetz zugewiesen werden. Eine ausführliche Beschreibung des verwendeten Modells ist in Anhang A2.4 angegeben, nachfolgend werden die im Modell verwendeten Parameter kurz zusammengefasst.

Für den *COULOMB*'schen Reibungskoeffizienten μ zur Berücksichtigung des Reibungsverbundes zwischen Beton und Stahl geben *LEONHARDT* und *MÖNNIG* $0,3 \leq \mu \leq 0,6$ an [113]. Für die weiteren Berechnungen wird in Anlehnung an DIN EN 1994-1-1 [114] $\mu = 0,5$ gesetzt. Ein etwaiger Haftverbund wird aufgrund der in Anhang A2.4 beschriebenen Zusammenhänge vernachlässigt ($c = 0$). Weiterhin wird von assoziierter Plastizität ausgegangen ($\mu = \tan \varphi = \tan \psi = 0,5$). Ein Ablösen des Betons vom Stahl wird im Modell eingeleitet, sobald Spannungen normal zu den Interfacelementen (d.h. Radialspannungen) $t_x > 0$ auftreten. Für die weitere Berechnung wird ab diesem Zeitpunkt $t_x = 0$ gesetzt, d.h. bei Ausbildung einer Fuge zwischen Stahl und Beton ist eine Übertragung von Verbundspannungen in den abgelösten Bereichen nicht mehr möglich. Bild 3-76 zeigt exemplarisch für Modell *P1-C-450* das Funktionieren der Interfacelemente in der beabsichtigten Art und Weise.

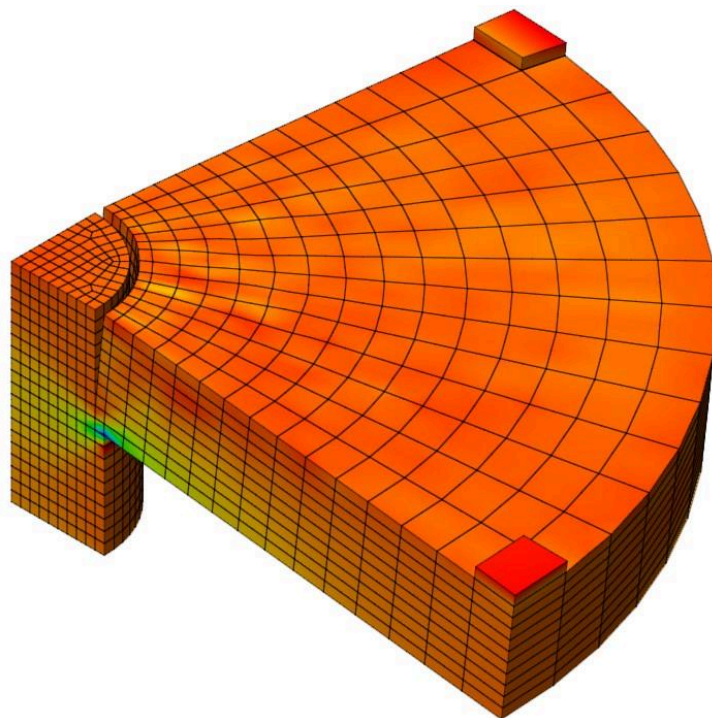


Bild 3-76: Ausbildung einer Fuge zwischen Kern und Beton in Bereichen mit positiven Radialspannungen (hier dargestellt σ_{xx} in Lastinkrement 15, P1-C-450)

Die Auswertung der Last-Verformungs-Beziehungen für die auf diese Weise diskretisierten Modelle ergibt erwartungsgemäß etwas kleinere vertikale Verschiebungen als bei den Lochplatten (Bilder 3-77 und 3-78 im Vergleich mit Bild 3-54 bzw. 3-55 sowie Anhang A3.2), aber weiterhin größere Verschiebungen als bei den Vollplatten.

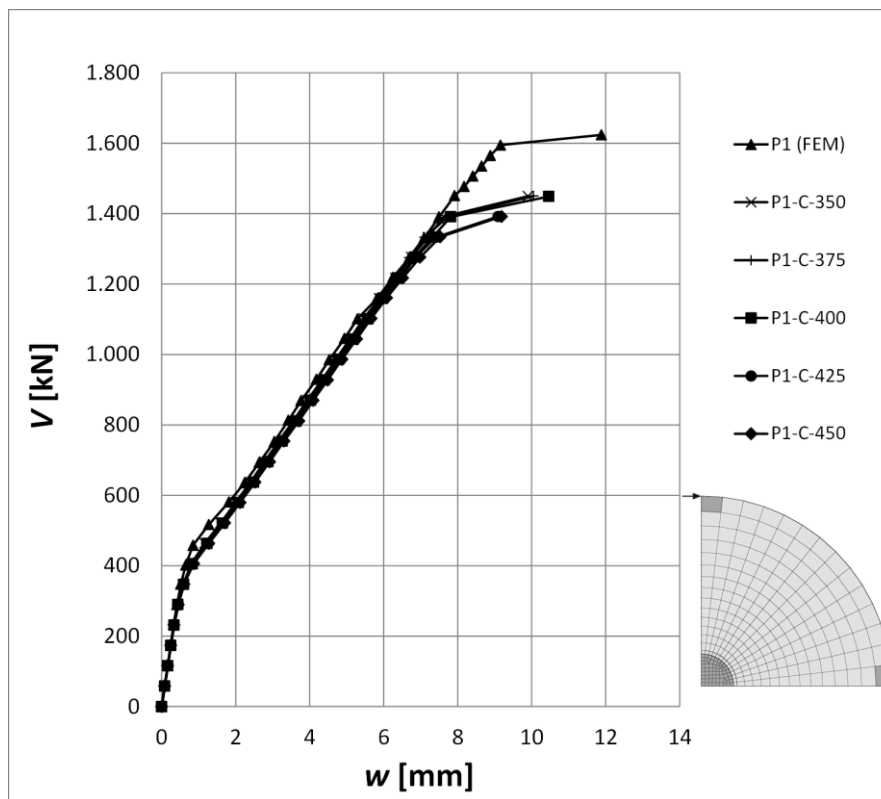


Bild 3-77: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe P1-C

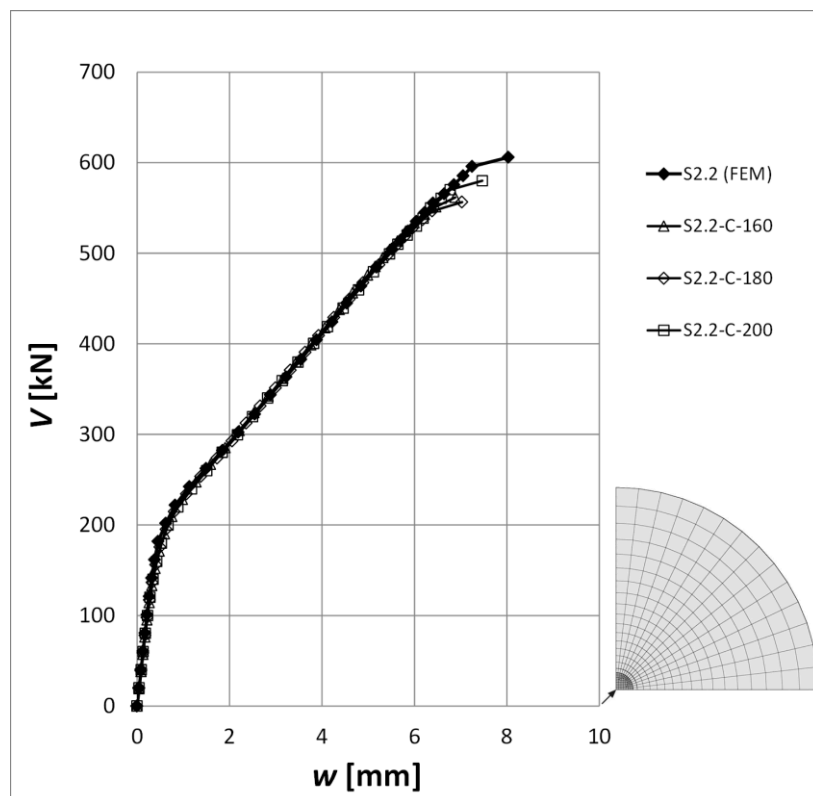


Bild 3-78: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe S2.2-C

Die Versagenslasten sind größer als bei den Lochplatten, aber kleiner bei den Vollplatten. Eine Gegenüberstellung der Versagenslasten mit denen der *D*-Serie („displaced“, ausgelagerte Bewehrung) zeigt nur geringe Unterschiede, so dass die kleineren Versagenslasten zu einem wesentlichen Teil auf den Einfluss der ausgelagerten Bewehrung zurückgeführt werden (Tabelle 3-10, vgl. auch Bilder 3-56 und 3-57). Eine unmittelbare Abhängigkeit vom Kerndurchmesser hingegen ist nicht erkennbar.

Modell	$V_{u,core}$ [kN]	$V_{u,core}/V_u$ [-]	Modell	$V_{u,disp}$ [kN]	$V_{u,disp}/V_u$ [-]	$V_{u,core}/V_{u,disp}$ [-]
<i>P1-C-450</i>	1392,0	0,86	<i>P1-D-450</i>	1450,7	0,89	0,96
<i>P1-C-425</i>	1392,0	0,86	<i>P1-D-425</i>	1450,0	0,89	0,96
<i>P1-C-400</i>	1448,9	0,89	<i>P1-D-400</i>	1479,0	0,91	0,98
<i>P1-C-375</i>	1450,0	0,89	<i>P1-D-375</i>	1450,0	0,89	1,00
<i>P1-C-350</i>	1449,9	0,89	<i>P1-D-350</i>	1478,9	0,91	0,98
<i>S2.2-C-200</i>	580,1	0,96	<i>S2.2-D-200</i>	575,9	0,95	1,01
<i>S2.2-C-180</i>	556,6	0,92	<i>S2.2-D-180</i>	585,7	0,97	0,95
<i>S2.2-C-160</i>	561,7	0,93	<i>S2.2-D-160</i>	595,8	0,98	0,94

Tabelle 3-10: Versagenslasten der Vollplatten V_u , der Modelle mit Kern $V_{u,core}$ und der Vollplatten mit ausgelagerter Bewehrung $V_{u,disp}$ im Vergleich

Die Bilder 3-79 und 3-80 zeigen exemplarisch die Betonstauchungen für die Platten *P1-C-450* und *S2.2-C-200*, die Betonstauchungen für die übrigen Platten sind in Anhang A3.2 zu finden.

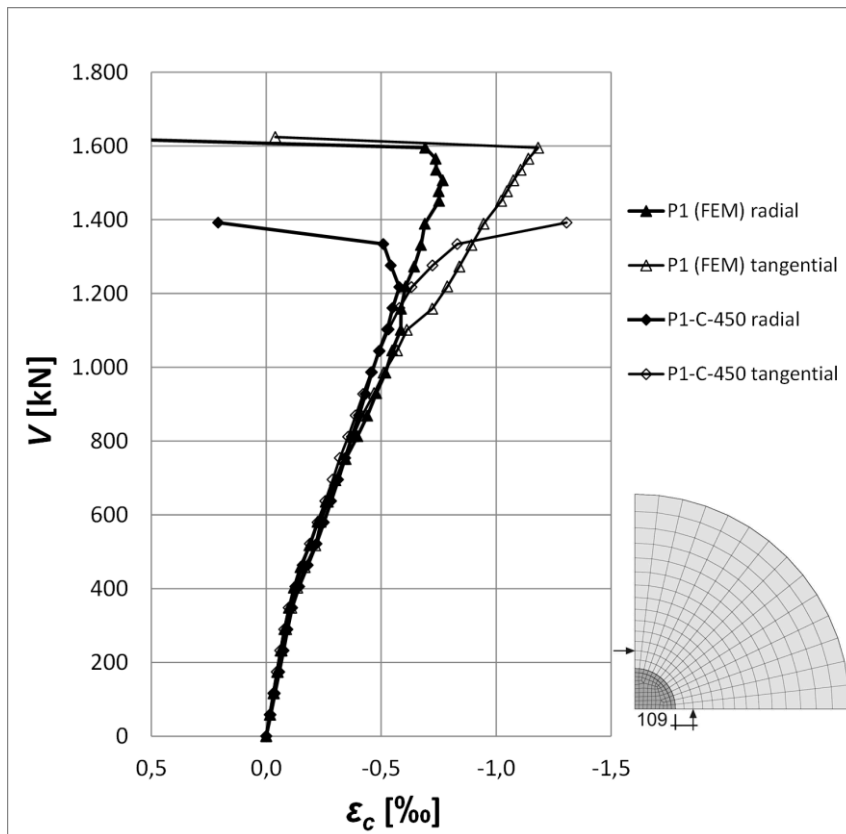


Bild 3-79: Betonstauchungen in Platte *P1-C-450*

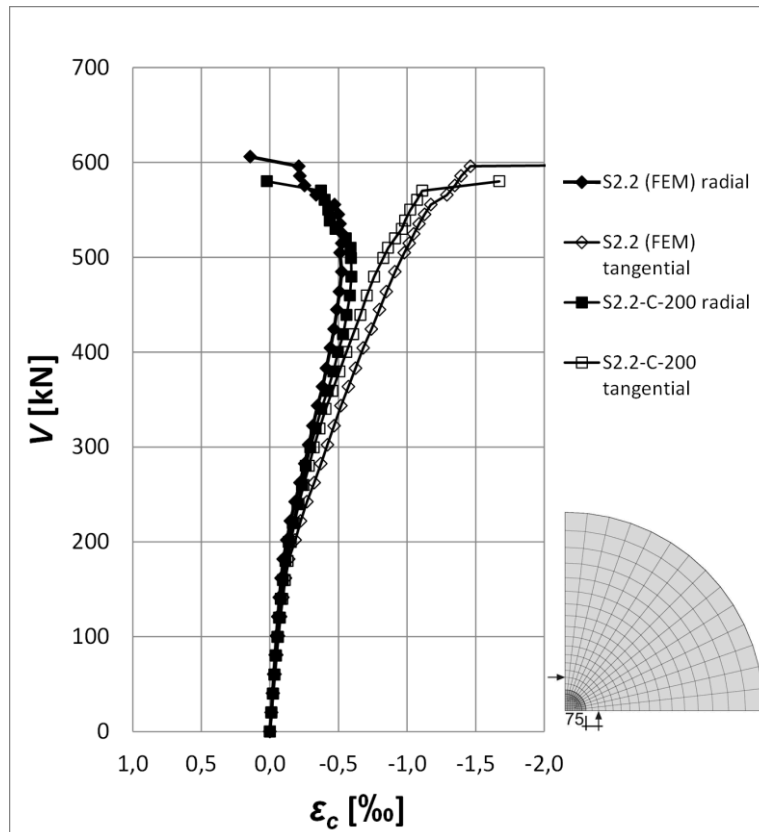


Bild 3-80: Betonstauchungen in Platte S2.2-C-200

Die radialen Betonstauchungen sind in Reihe *PI-C* während der gesamten Belastungsgeschichte um bis zu 0,1‰ kleiner als in der Vollplatte *PI*. In Reihe *S2.2-C* zeigen sich bis ca. 94% der Versagenslast um bis zu 0,1‰ größere radiale Betonstauchungen, danach sind sie ebenfalls kleiner als bei der Vollplatte *S2.2*. In Reihe *PI-C* sind die tangentialen Betonstauchungen bis zu einer Stützenlast von ca. 800 kN (entsprechend 57% der Versagenslast) identisch zu denen der Vollplatte, danach um bis zu 0,16‰ kleiner. In Reihe *S2.2-C* ist bereits ab einer Stützenlast von ca. 200 kN (entsprechend 35% der Versagenslast) eine Abweichung von bis zu -0,18‰ erkennbar. In Reihe *PI-C* sind somit insgesamt kleinere Betonstauchungen als in der Vollplatte zu beobachten, während in Reihe *S2.2-C* bis kurz vor dem Bruch größere radiale und kleinere tangentiale Betonstauchungen festzustellen sind. Erklärbar ist dies mit dem Einfluss der Stahlkerne auf die radiale Steifigkeit, der in Reihe *S2.2-C* wegen der hier gegenüber Reihe *PI-C* sehr viel kleineren Auslagerung der Bewehrung deutlicher sichtbar wird.

In beiden Reihen zeigen sich die von den Vollplatten bekannte Abnahme der radialen Betonstauchungen und die gleichzeitig steigende Zunahme der tangentialen Betonstauchungen in den letzten Lastinkrementen vor dem Versagen. Dies ist als Umlagerung von den Radial- zu den Tangentialmomenten zu interpretieren.

Bei den Dehnungen der Stabstahlbewehrung zeigt sich im Wesentlichen das von den Lochplatten bekannte Bild. In Reihe *PI-C* sind die Dehnungen in Stab *S1* größer als in dem in der Symmetrieachse angeordneten Stab der Vollplatte, in Reihe *S2.2-C* sind die Dehnungen nahezu identisch (Bilder 3-81, 3-82 und Anhang A3.2). Der Dehnungszuwachs in Reihe *PI-C* beträgt bis zu 0,3‰ und ist damit etwas kleiner als in Reihe *PI-H* (bis zu 0,4‰).

Die unterschiedlichen Entwicklungen der Stahldehnungen können, wie in Abs. 3.4.1 erläutert, auf die verschiedene Anordnung der Bewehrung in den Vollplatten zurückgeführt werden.

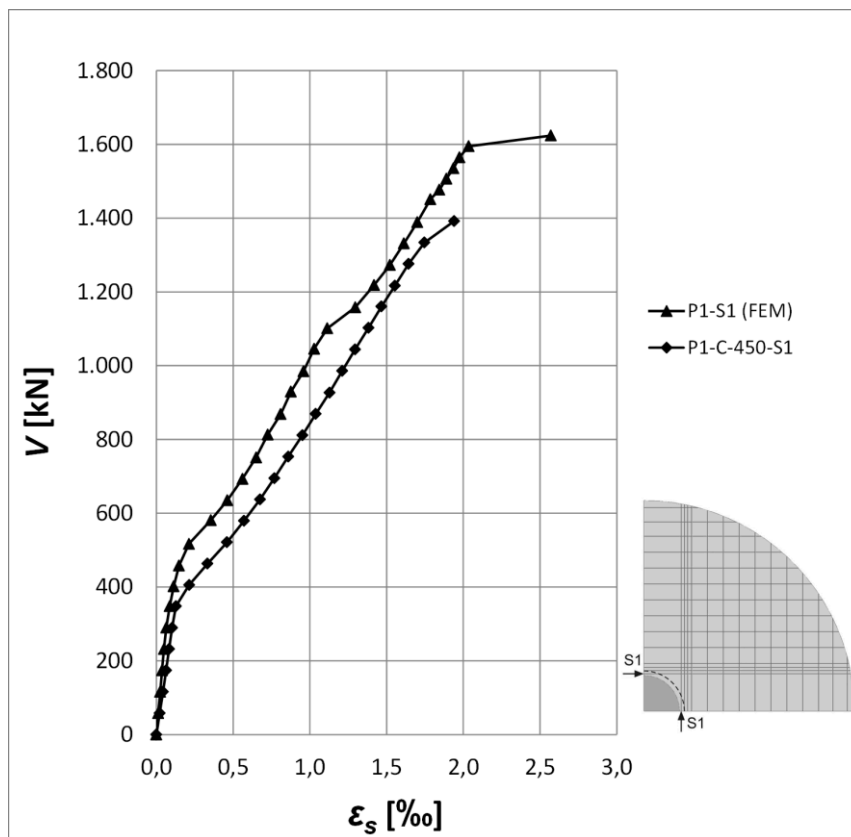


Bild 3-81: Stahldehnungen in Platte P1-C-450, Stab S1

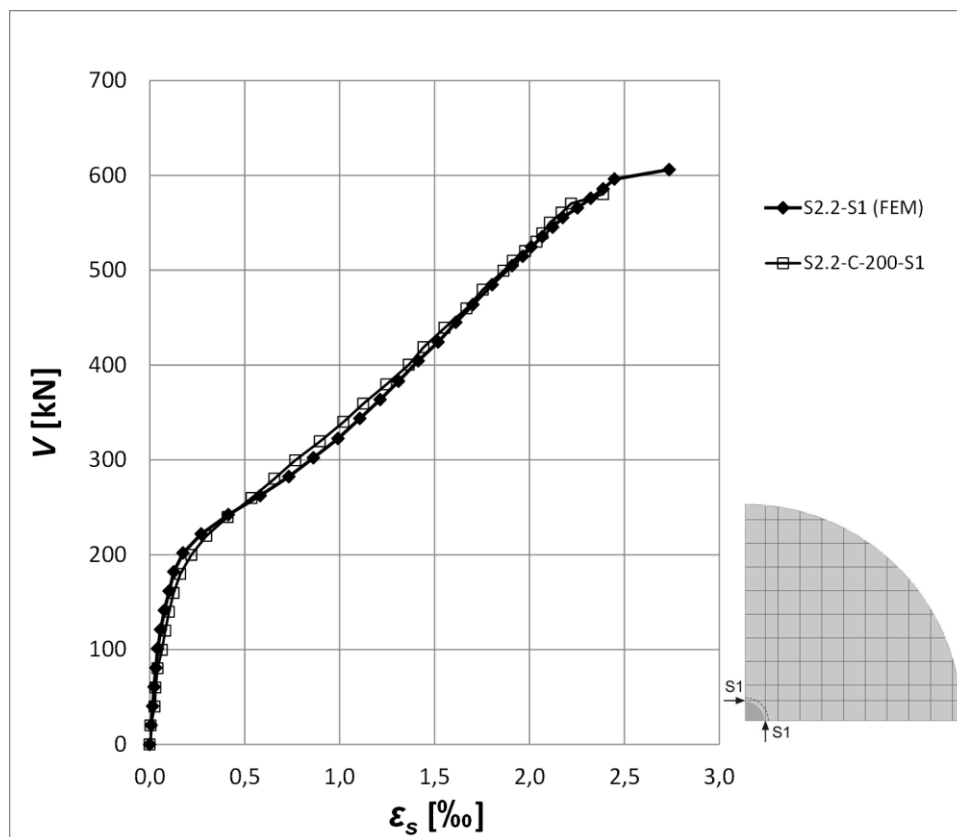


Bild 3-82: Stahldehnungen in Platte S2.2-C-200, Stab S1

Die Rissbilder im Bruchzustand (Bilder 3-83 und 3-84) zeigen gegenüber den Platten der *H*-Serie (vgl. Bilder 3-62 und 3-63) eine größere Anzahl von radialen und tangentialen Rissen. Insbesondere am Stützenanschnitt sind zusätzliche Tangentialrisse zu erkennen, zudem ist eine Ausbreitung der weiter außen liegenden Tangentialrisse festzustellen. Von Symmetrieachse zu Symmetrieachse durchlaufende Tangentialrisse sind in Platte *P1-C-450* überhaupt nicht, in Platte *S2.2-C-200* nur relativ nahe an der Stütze zu beobachten. Die Lage der äußersten Tangentialrisse ist weiterhin näher an der Stütze als bei den Vollplatten. Für einen Durchstanzriss typische Rissverläufe an der Plattenoberseite sind somit zumindest auch bei diesen beiden Platten der *C*-Serie nicht auszumachen. Die Rissdehnungen und damit auch die Rissbreiten sind etwas größer als bei den Platten der *H*-Serie, aber zum überwiegenden Teil kleiner als bei den Vollplatten.

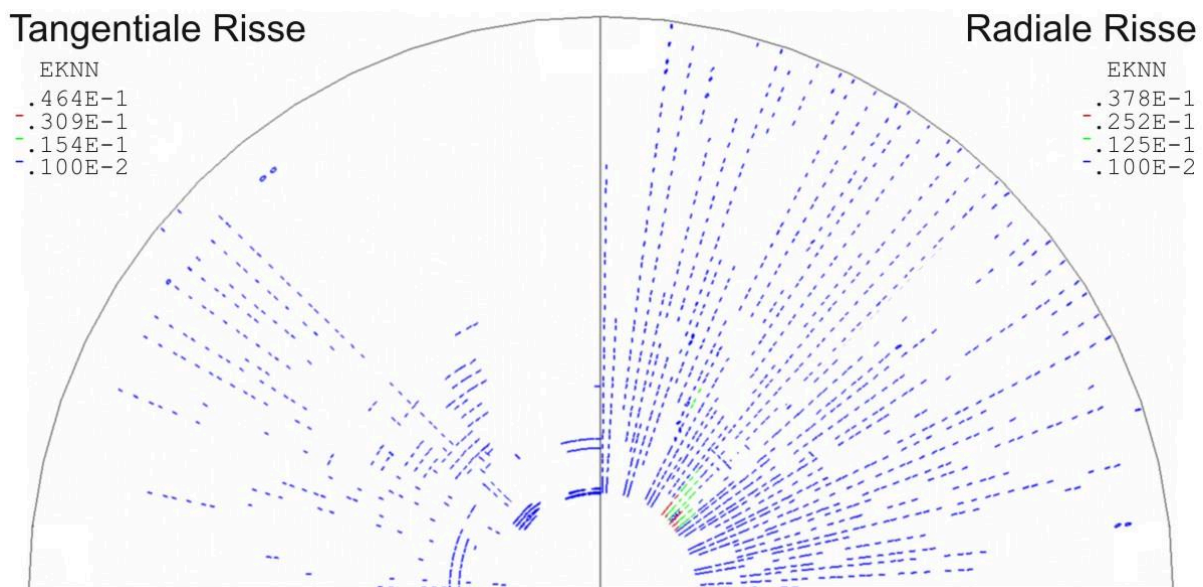


Bild 3-83: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte *P1-C-450* beim Versagen (Lastinkrement 24)

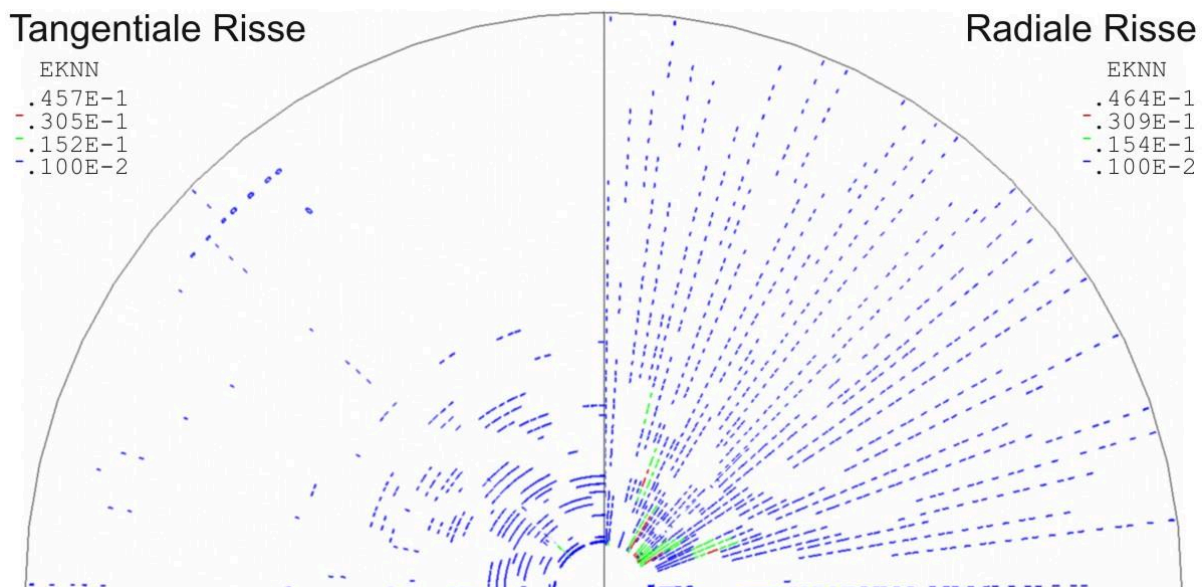


Bild 3-84: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte *S2.2-C-200* beim Versagen (Lastinkrement 33)

Ein Vertikalschnitt durch die Platten der C-Serie, jeweils in der Symmetrieebene auf der X-Achse geführt, bestätigt die auf Grundlage der Rissbilder an der Plattenoberseite formulierte Einschätzung, dass sich auch bei den Platten mit Kern und ausgelagerter Bewehrung kein vollständiger Durchstanzriss ausbildet (Bilder 3-85 und 3-86). Zwar sind sowohl in Platte *P1-C-450* als auch in Platte *S2.2-C-200* schräge Schubrisse im Platteninneren erkennbar, diese reichen jedoch nicht von der Plattenunter- bis zur –oberseite. In beiden Platten sind horizontale Risse an der Plattenunterseite in unmittelbarer Nähe zum Anschnitt zu beobachten. Bei Platte *P1-C-450* treten zusätzlich vertikale Risse im Bereich der Lochrandstützung bzw. der Lasteinleitungsfläche auf.

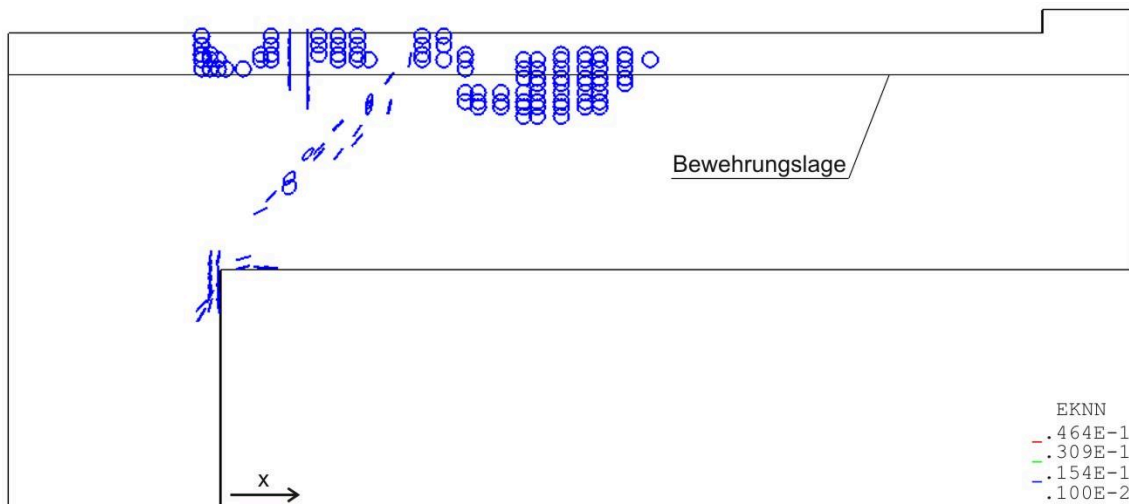


Bild 3-85: Platte *P1-C-450*, Rissbildung in der Symmetrieebene auf der X-Achse im Bruchzustand

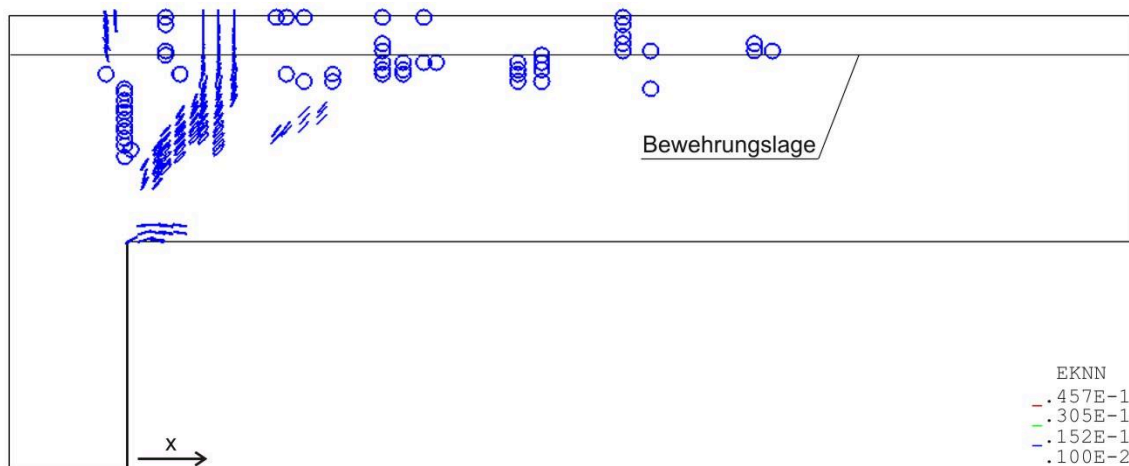


Bild 3-86: Platte *S2.2-C-200*, Rissbildung in der Symmetrieebene auf der X-Achse im Bruchzustand

Die Auswertung der Radialspannungen in den letzten Lastinkrementen vor dem Versagen zeigt prinzipiell die bereits bei den anderen Platten beobachtete Aufhebung des Druckrings. Auffällig ist hier jedoch, dass in beiden Reihen bereits bei ca. 90% der Bruchlast die maximale radiale Druckspannung an der Plattenunterseite erreicht wird (Bild 3-87 und 3-88 jeweils oben). Diese maximale Druckspannung hat in beiden Platten nahezu die gleiche Größe wie bei den korrespondierenden Lochplatten (vgl. Bilder 3-66 und 3-67). In der Folge kommt es zu einem

plötzlichen Rückgang der radialen Druckspannungen an der Plattenunterseite, verbunden mit einer Umlagerung des Spannungsmaximums von der Plattenunterseite in das Platteninnere. Diese Umlagerung setzt sich bis zum vorletzten Lastinkrement kontinuierlich fort (Bild 3-87 und 3-88 jeweils Mitte). Im letzten Lastschritt ist erneut ein sprunghafter Rückgang der Radialspannungen an der Plattenunterseite auf nahezu null zu beobachten. Zeitgleich zeigt sich eine erneute Verschiebung des Spannungsmaximums weiter in das Platteninnere (Bild 3-87 und 3-88 jeweils unten).

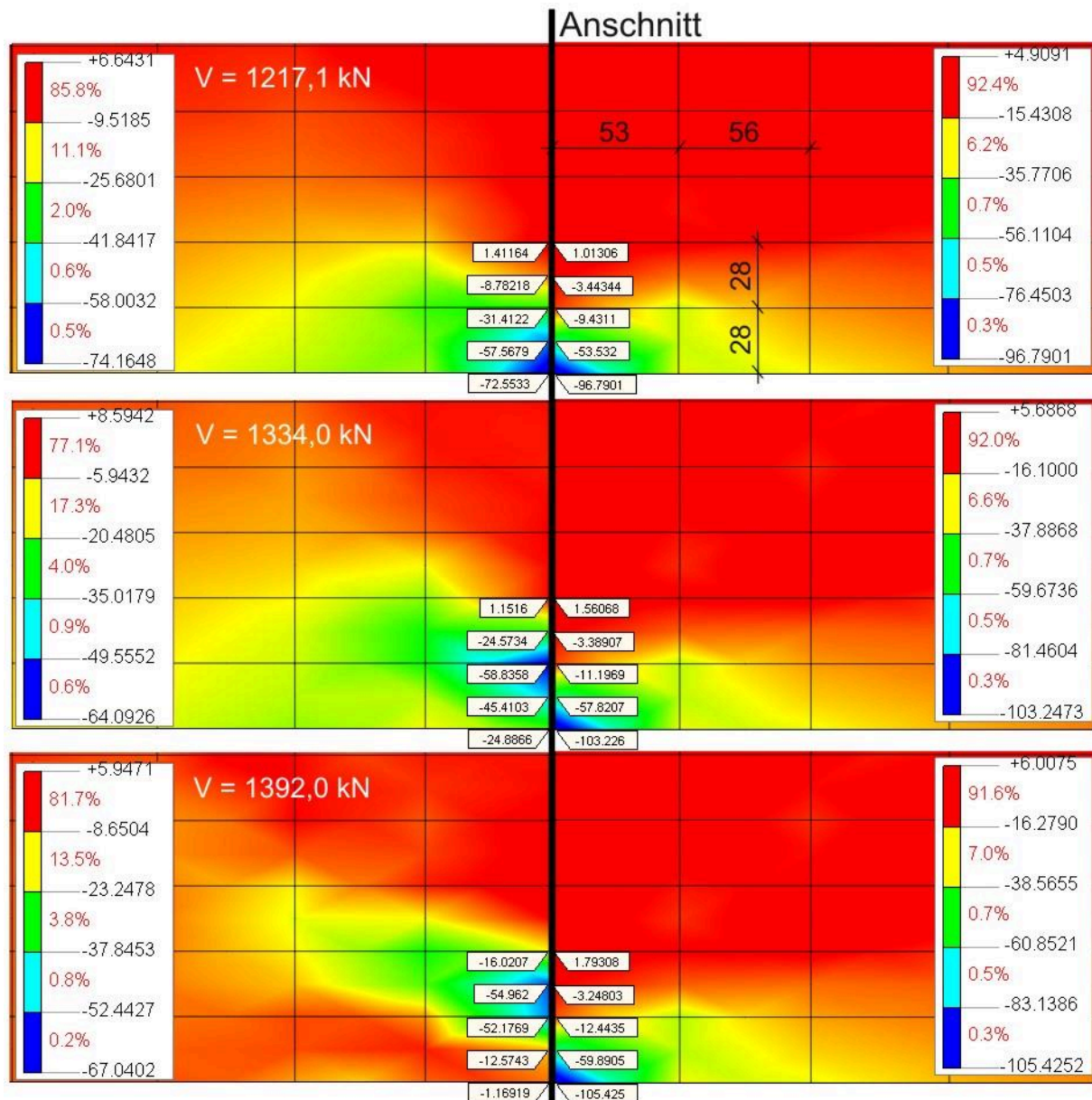


Bild 3-87: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte P1-C-450, rechts Platte P1

Die radialen Druckspannungen sind in beiden Reihen kleiner als in der zum Vergleich dargestellten Vollplatte, die Druckzonenhöhen größer (im jeweils gleichen Lastinkrement). Die größeren (P1-C) bzw. unveränderten (S2.2-C) Stahldehnungen stehen im Widerspruch zu den hieraus abzuleitenden, gegenüber den Vollplatten verschobenen Dehnungsebenen. Die im Vergleich zu den Vollplatten reduzierten tangentialen Betonstauchungen lassen ebenfalls kleinere Stahldehnungen erwarten, so dass hier eine Überschätzung der Stahldehnungen in der FEM-Simulation als wahrscheinlichste

Erklärung zu nennen ist. Als Ursache für diese bereits in den Absätzen 3.2.7 und 3.3.7 beobachtete Tendenz zu erhöhten Stahldehnungen kommt der in der Simulation unterstellte vollkommene Verbund zwischen Beton und Bewehrung in Betracht.

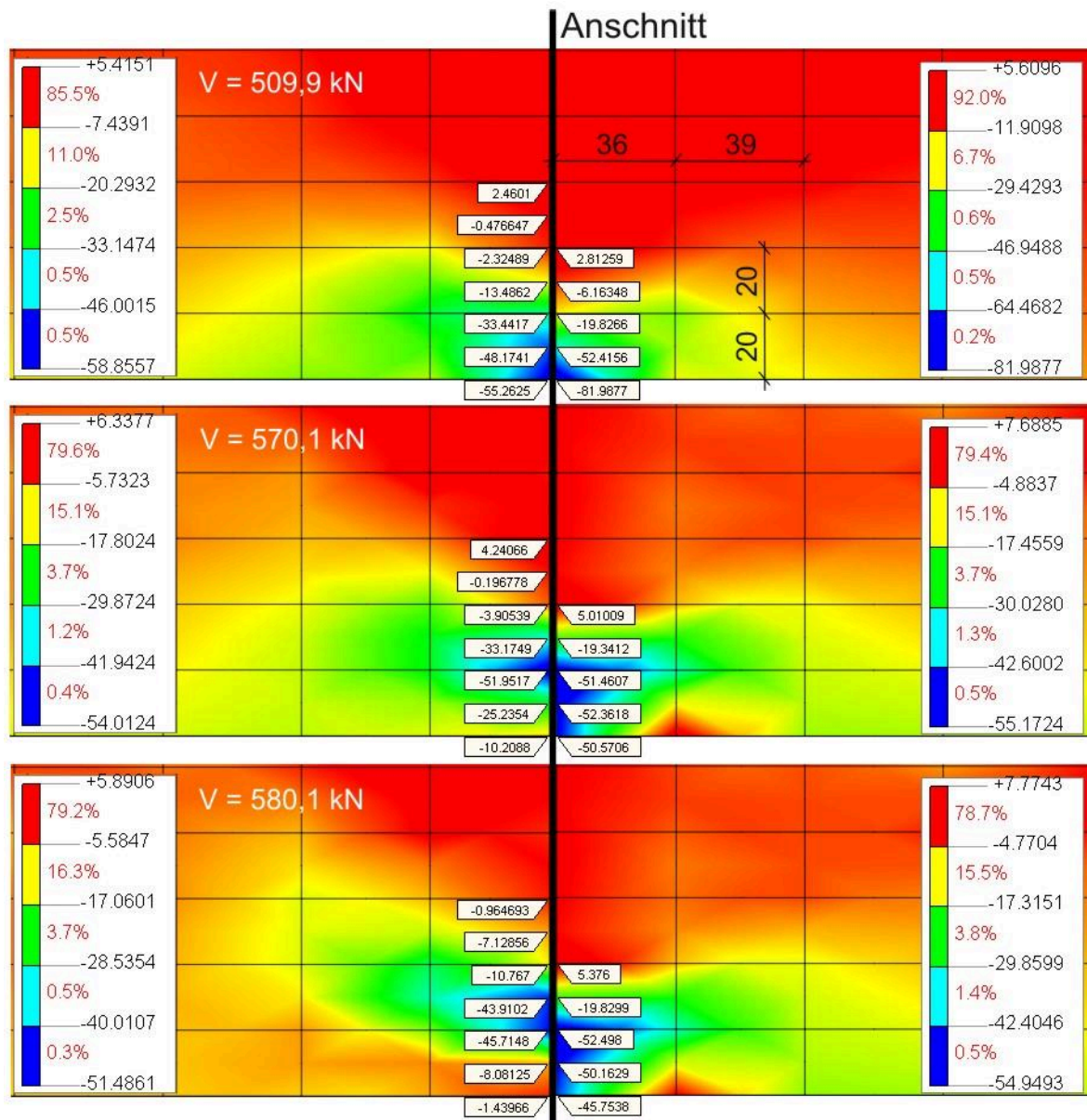


Bild 3-88: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte S2.2-C-200, rechts Platte S2.2

Die vertikalen Dehnungen in den Modellen *PI-C-450* und *S2.2-C-200* bestätigen, dass sich in beiden Platten kein durchgehender Durchstanzriss entwickelt (Bilder 3-89 und 3-90). Die Ausbildung einer geknickten Druckstrebe ist, wenn auch nur schwach ausgeprägt, in beiden Modellen festzustellen (Bild 3-91). Die Druckstrebenneigung ist ebenfalls bei beiden Platten größer als bei den zugehörigen Vollplatten, allerdings sind die Differenzen hier, insbesondere bei Platte *S2.2-C-200*, kleiner als bei den Platten der *H*-Serie.

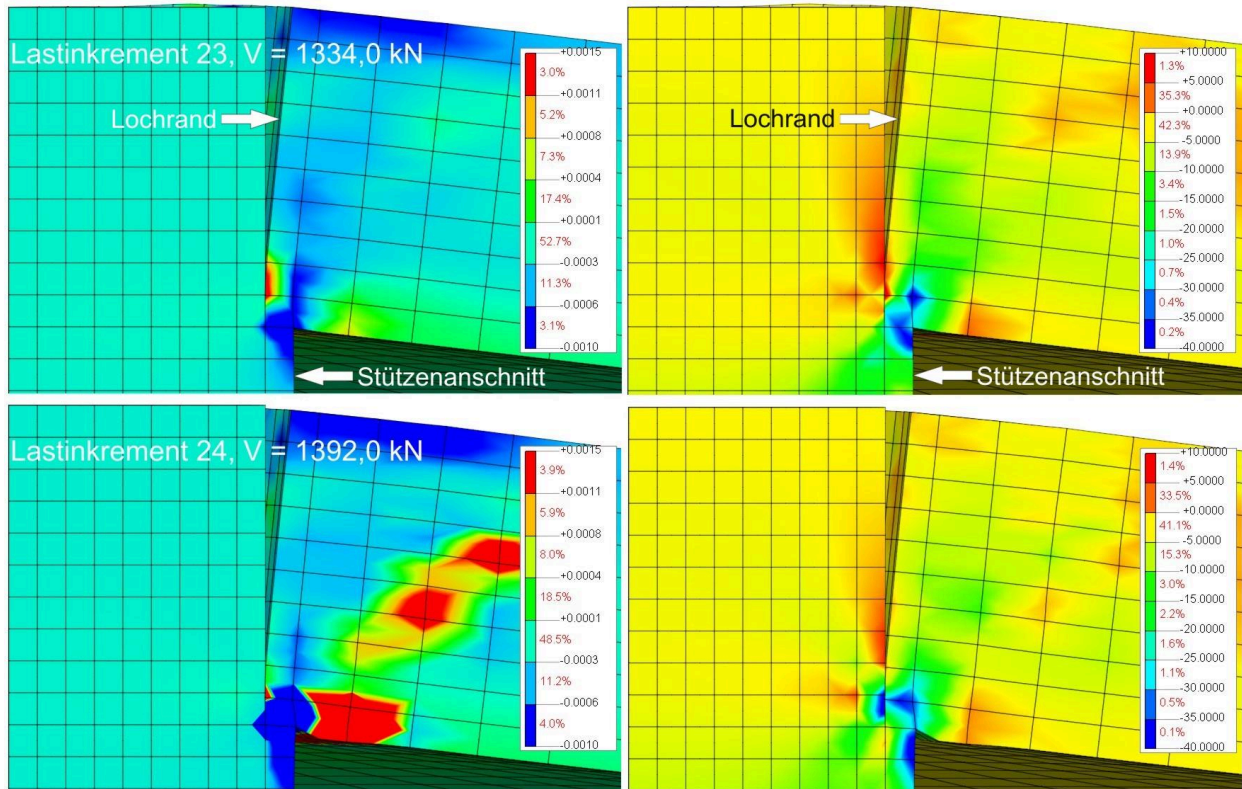


Bild 3-89: Vertikale Dehnungen ε_{zz} (links) und Spannungen σ_{zz} (rechts, MPa), Modell P1-C-450

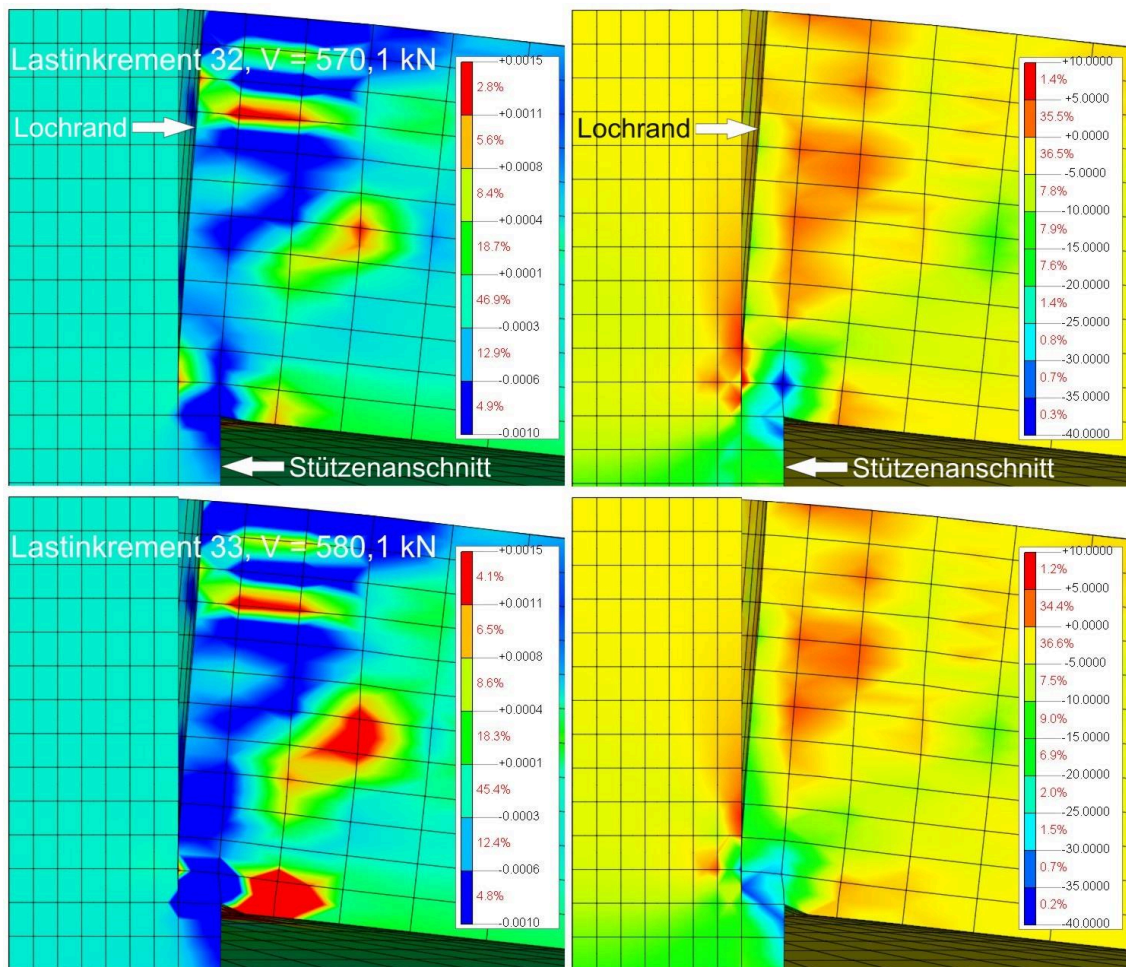


Bild 3-90: Vertikale Dehnungen ε_{zz} (links) und Spannungen σ_{zz} (rechts, MPa), Modell S2.2-C-200

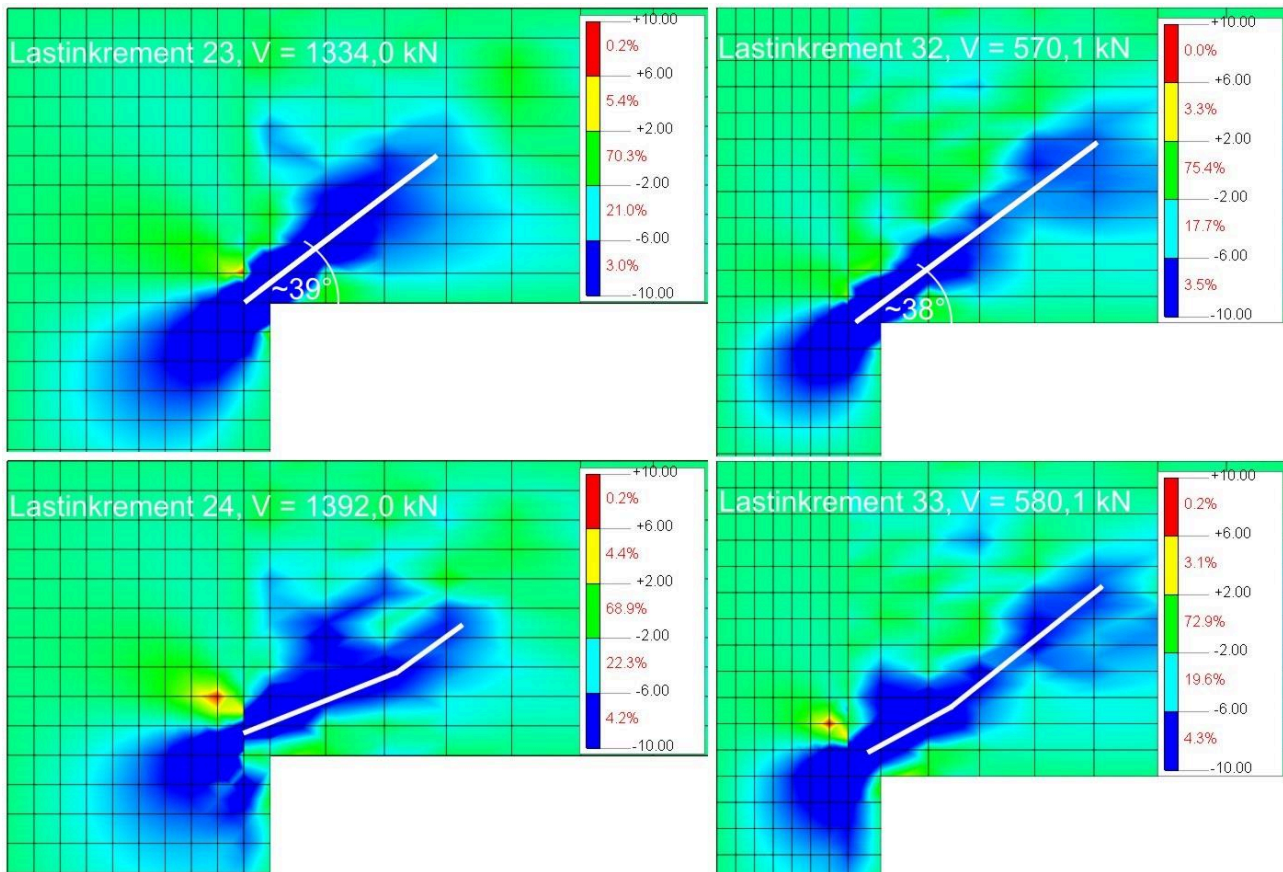


Bild 3-91: Ausbildung einer geknickten Druckstrebe beim Bruch; Spannungen σ_{xx} [MPa], links P1-C-450, rechts S2.2-C-200

Als Ursache für den Verlust der Tragfähigkeit des Gesamtsystems ist vielmehr auch hier ein lokales Versagen am Lochrand auszumachen. In beiden Platten ist im jeweils letzten Lastinkrement eine Verschiebung zwischen der untersten Reihe Betonelemente am Lochrand und dem Stahlkern zu beobachten. Eine Auswertung der Relativverschiebungen der Interfaceelemente in diesem Bereich zeigt, dass diese vor dem letzten Lastinkrement je Lastschritt um den Faktor $\sim 1,3$ - $1,5$ anwachsen. Im letzten Lastinkrement ist ein sprunghafter Anstieg der Relativverschiebungen um den Faktor ~ 5 - 20 (P1-C-450) bzw. ~ 4 (S2.2-C-200) festzustellen (Bild 3-92). Das plötzliche Auftreten dieser großen Relativverschiebungen im letzten Lastschritt wird als Verlust des Reibungsverbundes zwischen Beton und Stahl interpretiert.

Aufgrund der Auswertung der radialen und tangentialen Betonstauchungen an der Plattenunterseite sowie der vertikalen Dehnungen lässt sich der Bruchvorgang wie folgt interpretieren: Die insgesamt (Reihe P1-C) bzw. in den letzten Lastschritten vor dem Bruch (Reihe S2.2-C) gegenüber den Vollplatten kleineren radialen Stauchungen führen, wie auch bei den Platten der H-Serie, zu größeren Druckstrebenneigungen und damit zu einem frühzeitigen Auftreten großer vertikaler Dehnungen. Das hiermit verbundene Abplatzen von Beton an der Plattenunterseite führt zu einer Aufhebung des mehraxialen Druckspannungszustands. In der Folge kommt es zu einem Verlust des Reibungsverbundes zwischen Stahlkern und Betonplatte und zu einem Versagen der Betonelemente in der untersten Reihe am Lochrand, die die deutlich über der einaxialen Betondruckfestigkeit liegenden Druckspannungen nicht mehr aufnehmen können (Bilder 3-89 und 3-90).

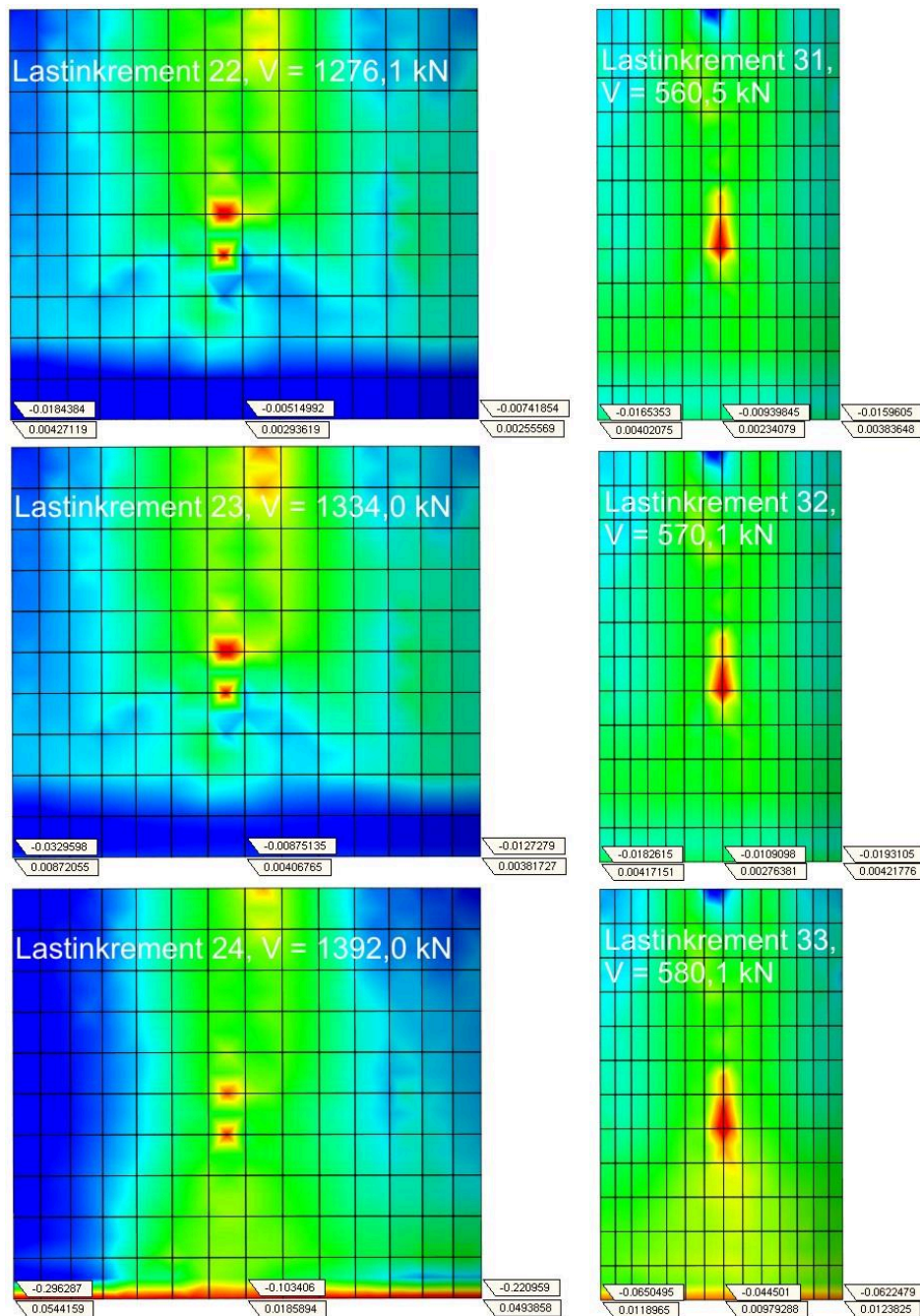


Bild 3-92: Relativverschiebungen Δu_z [mm] in den Interfaceelementen, links P1-C-450, rechts S2.2-C-200

Wie auch schon bei den Platten mit Sackloch in Plattenmitte stellt sich die Frage nach der Abgrenzung zwischen Durchstanzversagen und lokalem Versagen am Lochrand. Als Kriterium für eine solche Abgrenzung soll die Ausbildung eines durchgehenden Durchstanzrisses dienen. Ein solcher ist erstmalig in den Platten P1-C-375 bzw. S2.2-C-160 festzustellen. Auffällig ist bei diesen Platten, dass die Relativverschiebungen Δu_z in diesen Platten beim Versagen zwar ebenfalls sprunghaft ansteigen, insgesamt jedoch um etwa eine Zehnerpotenz kleiner sind als bei den Platten P1-C-400 bzw. S2.2-C-180 (Bilder 3-93 und 3-94). Da bei den Platten P1-C-375 bzw. S2.2-C-160 weiterhin erstmalig nahezu identische Betonstauchungen zu den Vollplatten zu beobachten sind, ist von einem Übergang vom lokalen zum Durchstanzversagen bei diesen Platten auszugehen (Anhang A3.2).

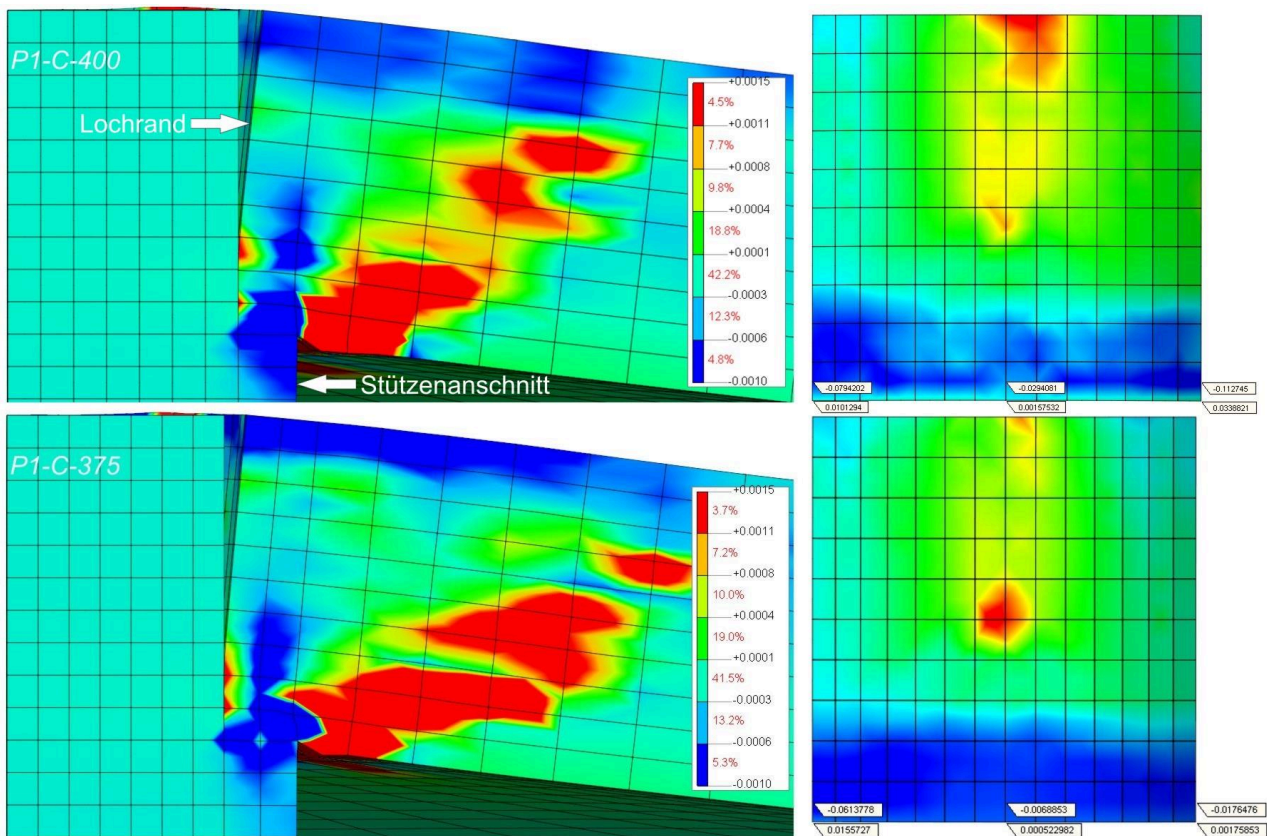


Bild 3-93: Lokales Versagen in Platte P1-C-400, Durchstanzversagen in Platte P1-C-375; links Dehnungen ε_{ZZ} , rechts Relativverschiebungen Δu_z [mm] in den Interfaceelementen

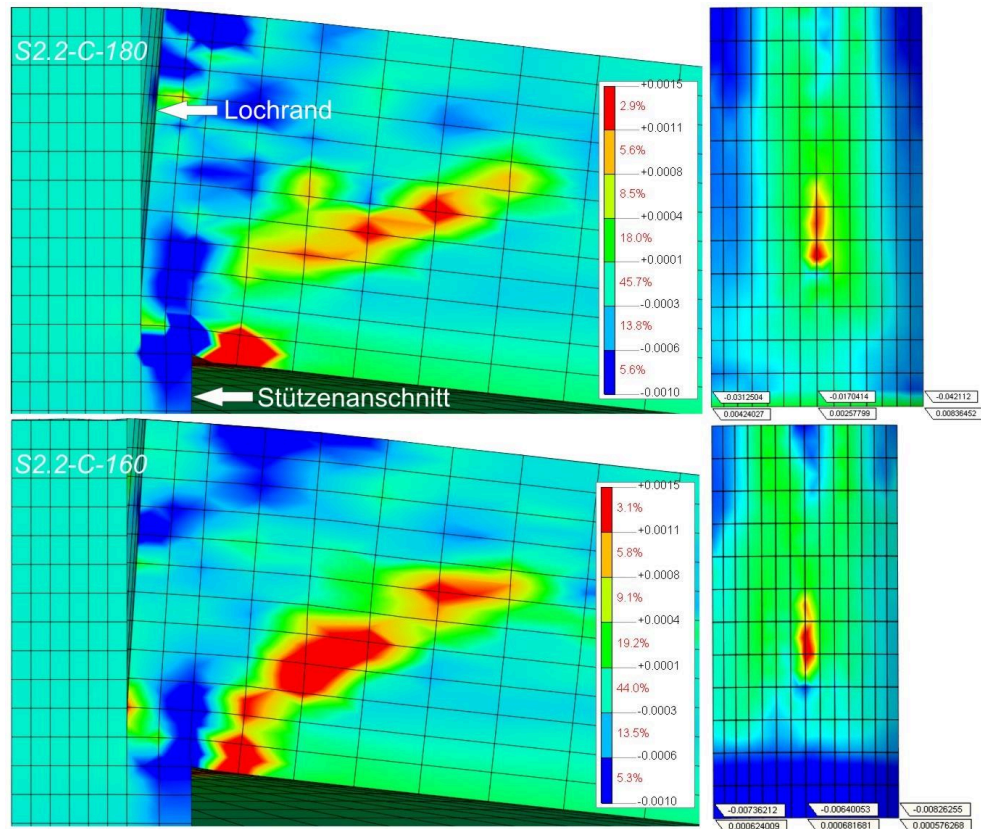


Bild 3-94: Lokales Versagen in Platte S2.2-C-180, Durchstanzversagen in Platte S2.2-C-160; links Dehnungen ε_{ZZ} , rechts Relativverschiebungen Δu_z [mm] in den Interfaceelementen

Damit erfolgt der Übergang vom lokalen Versagen zum Durchstanzversagen in Reihe *P1-C* bei einem Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col} \leq 0,36$ und in Reihe *S2.2-C* bei $A_{Load,red} / A_{col} \leq 0,48$. Eine einheitliche Grenze kann auf Grundlage der vorliegenden Simulationsergebnisse somit nicht angegeben werden. Allerdings erscheint die exakte Abgrenzung der Versagensursache vor dem Hintergrund der geringen Schwankungen der Versagenslasten (Tab. 3-10, Serie *P1-C* ca. 4%, Serie *S2.2-C* ca. 4%) innerhalb der beiden Reihen auch nicht als zwingende Notwendigkeit.

Da der Verlust des Reibungsverbundes zwischen Stahlkern und angrenzendem Beton in der Druckzone als ein Bestandteil des Versagensmechanismus ausgemacht wurde, drängt sich die Frage auf, ob durch eine entsprechende Konditionierung der Kontaktfläche höhere Versagenslasten erzielt werden können. Dahingehende Ausbildungen der Kontaktfläche mit Verzahnung werden in der Praxis z.B. bei hochfesten Fertigteilstützen (Abs. 1.2.2) und bei Schleuderbetonstützen (Abs. 1.2.3) ausgeführt.

Um eine Abschätzung des Einflusses solcher profilierter Kontaktflächen auf das Tragverhalten abgeben zu können, wurden am Modell *P1-C-450* Vergleichsrechnungen durchgeführt, bei denen der Reibungskoeffizient auf $\mu = 1,0$ erhöht und überdies eine Haftreibung von $c = 100$ MPa berücksichtigt wurde. Eine Erhöhung der Versagenslast durch diese Maßnahmen ist nicht zu beobachten. Auch wenn hier sicherlich eine genauere Diskretisierung der Verbundfuge erforderlich ist, können diese Ergebnisse als weiterer Hinweis darauf gelten, dass die Verminderung der Versagenslasten bei großem Kerndurchmesser in erster Linie auf den Einfluss der Lochrandstützung auf die Radialmomente und nicht auf die Ausführung der Verbundfläche zurückzuführen ist.

3.4.3 Lochrandstützung mit Stahlkern und daran fixierter Längsbewehrung (F-Serie)

Die in Abs. 3.4 beschriebenen Bauweisen mit an den Kern angeschlossener oder durchgesteckter Längsbewehrung werden diskretisiert, indem diese fest mit in Frage kommenden Knoten der Kern-Elemente verbunden wird. Hierzu werden die Modelle des Abs. 3.4.2 dahingehend verändert, dass die Bewehrung in ihre ursprüngliche Lage zurückverschoben und an Elementknoten in den Symmetrieachsen angeschlossen wird (F-Serie). Gegenüber der Position in den Vollplatten ergeben sich aufgrund der Abhängigkeit von der Knotenlage geringfügige Verschiebungen, die dem Untersuchungsprogramm in Tabelle 3-11 entnommen werden können. Das Kürzel „F“ bezeichnet Modelle mit am Kern fixierter Bewehrung („fixed“).

Platte	d_{col} [mm]	d_{fixed} [mm]	A_{col} [mm ²]	$A_{Load,red}$ [mm ²]	$A_{Load,red} / A_{col}$	$\Delta z S_x/S_y$ [mm]	max. $\Delta x/\Delta y$ [mm]
P1-F-450	500	450	196350	37306	0,19	-6/+2	0
P1-F-425	500	425	196350	54487	0,28	-6/+2	6
P1-F-400	500	400	196350	70686	0,36	-6/+2	0
P1-F-375	500	375	196350	85903	0,44	-6/+2	6
P1-F-350	500	350	196350	100138	0,51	-6/+2	0
S2.2-F-200	250	200	49087	17671	0,36	0/-4	2,9
S2.2-F-180	250	180	49087	23640	0,48	0/-4	2,1
S2.2-F-160	250	160	49087	28981	0,59	0/-4	1,7

Tabelle 3-11: Untersuchungsprogramm für Modelle mit Stahlkern und angeschlossener Bewehrung ($\Delta x/\Delta y/\Delta z$ = Verschiebung in x-/y-/z-Richtung, S_x/S_y = Stäbe parallel zur x-/y-Achse)

Ansonsten werden die Modelle gegenüber Abs. 3.4.2 nicht verändert. Die aus dieser Vorgehensweise resultierende Geometrie ist auf Bild 3-95 beispielhaft für die Platten P1-F-450 und S2.2-F-200 dargestellt, die Vernetzung bleibt gegenüber Bild 3-74 unverändert.

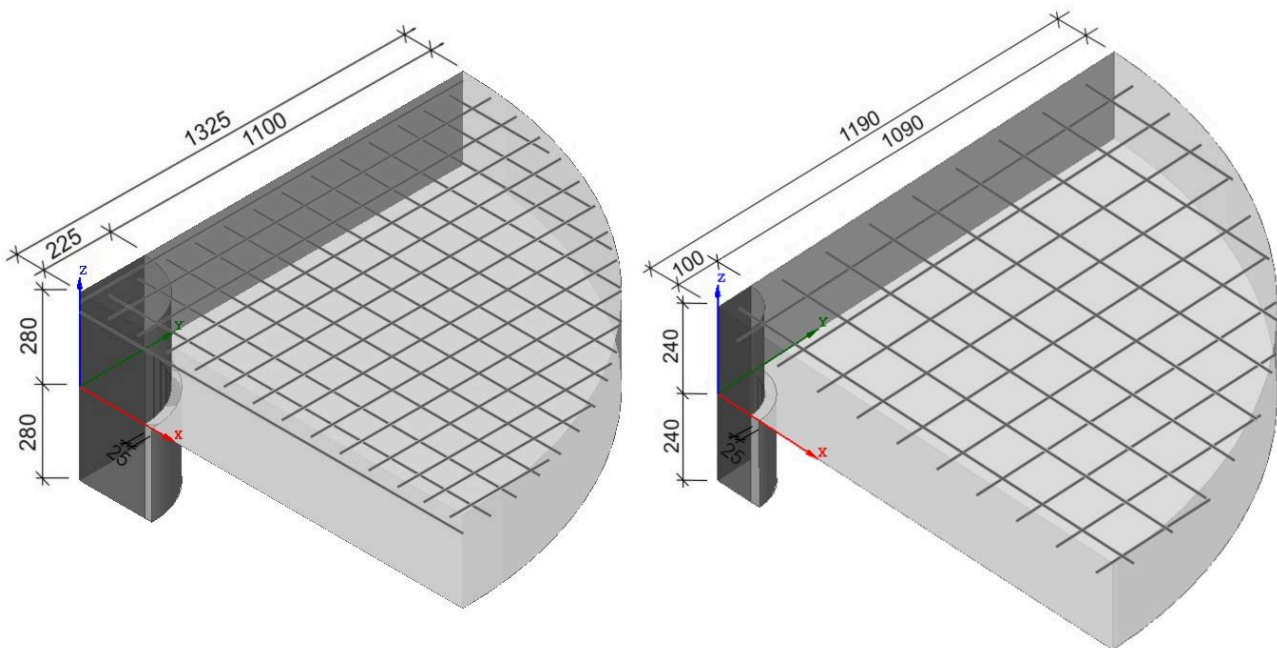


Bild 3-95: Modelle für Parameterstudien mit Kern und daran fixierter Bewehrung, Platte P1-F-450 (links) und S2.2-F-200 (rechts)

Die Last-Verformungs-Beziehungen (Bilder 3-96, 3-97 und Anhang A3.3) zeigen ein im Vergleich zu den Vollplatten steiferes Verhalten der Platten der *F*-Serie mit Stahlkern.

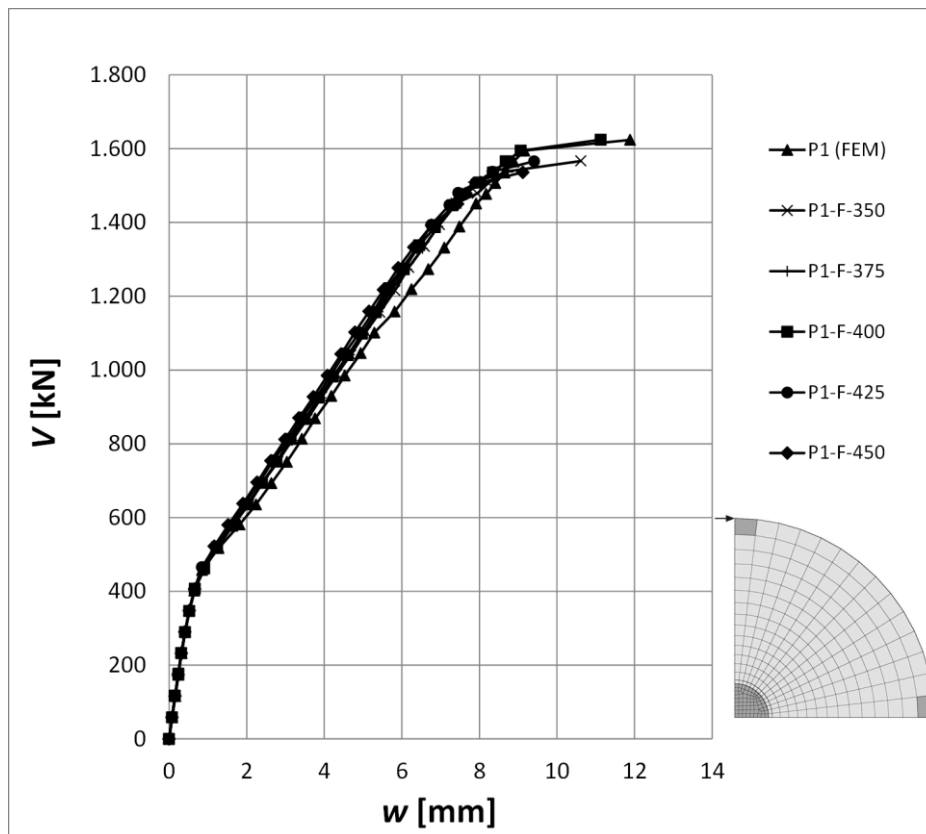


Bild 3-96: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe P1-F

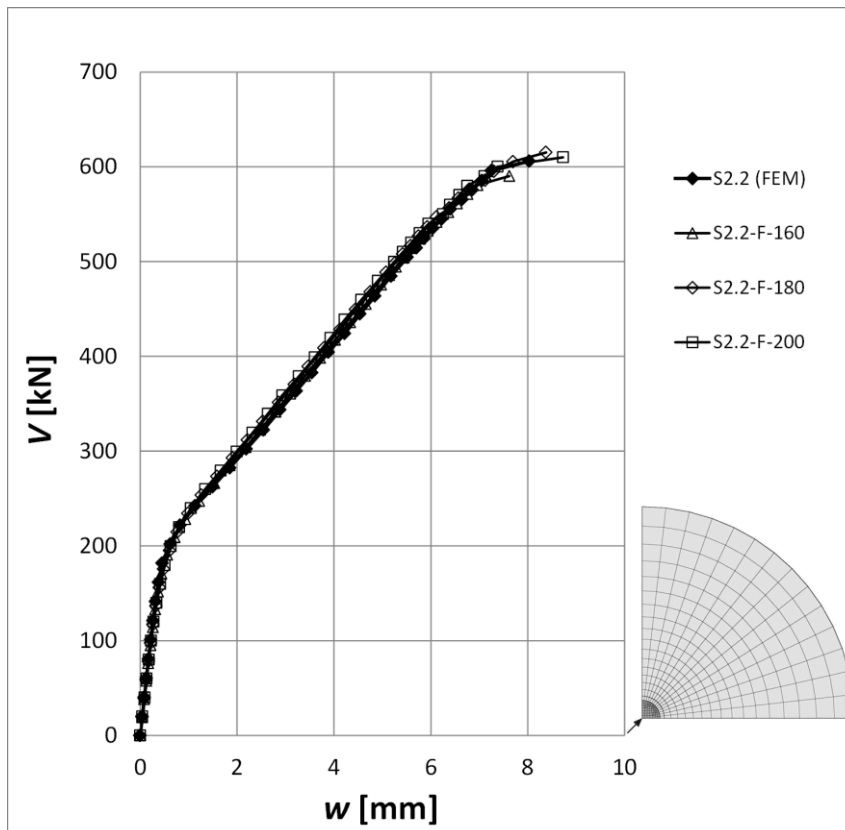


Bild 3-97: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten der Reihe S2.2-F

Die Bruchlasten (Tabelle 3-12) weichen nur geringfügig von den jeweiligen Vollplatten ab.

Modell	$V_{u, fixed}$ [kN]	$V_{u, fixed} / V_u$ [-]
P1-F-450	1535,8	0,95
P1-F-425	1566,0	0,96
P1-F-400	1624,1	1,00
P1-F-375	1537,0	0,95
P1-F-350	1566,9	0,96
S2.2-F-200	610,0	1,01
S2.2-F-180	615,2	1,02
S2.2-F-160	590,3	0,97

Tabelle 3-12: Versagenslasten der Vollplatte V_u und der Platten aus der F-Serie $V_{u, fixed}$ im Vergleich

Wie aus Tabelle 3-12 ersichtlich ist, ist kein Einfluss des Kerndurchmessers auf die Bruchlast feststellbar. Die Versagenslasten der F-Serie schwanken nur wenig und sind generell größer als bei den korrespondierenden Platten der H- bzw. C-Serie. Das tendenziell steifere Verhalten der Platten aus der F-Serie ist auf die durch den Stahlkern erhöhte Steifigkeit der Platten zurückzuführen. Vergleichsrechnungen mit einem Kern aus Beton (gleicher Elastizitätsmodul wie Beton der Platte) zeigen bis kurz vor dem Versagen zu den Vollplatten identische Last-Verformungs-Beziehungen (Anhang A3.3).

Die durch den Stahlkern erhöhte Biegesteifigkeit ist auch Erklärung für den Verlauf der Betonstauchungen in den Modellen der F-Serie (Bilder 3-98, 3-99 und Anhang A3.3).

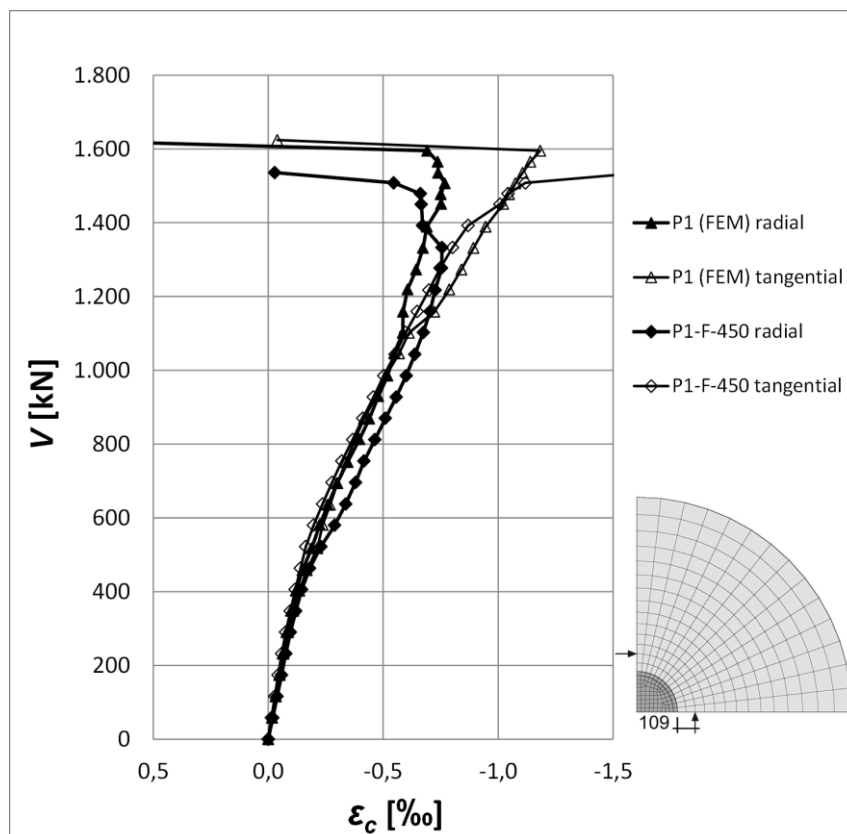


Bild 3-98: Betonstauchungen in Platte P1-F-450

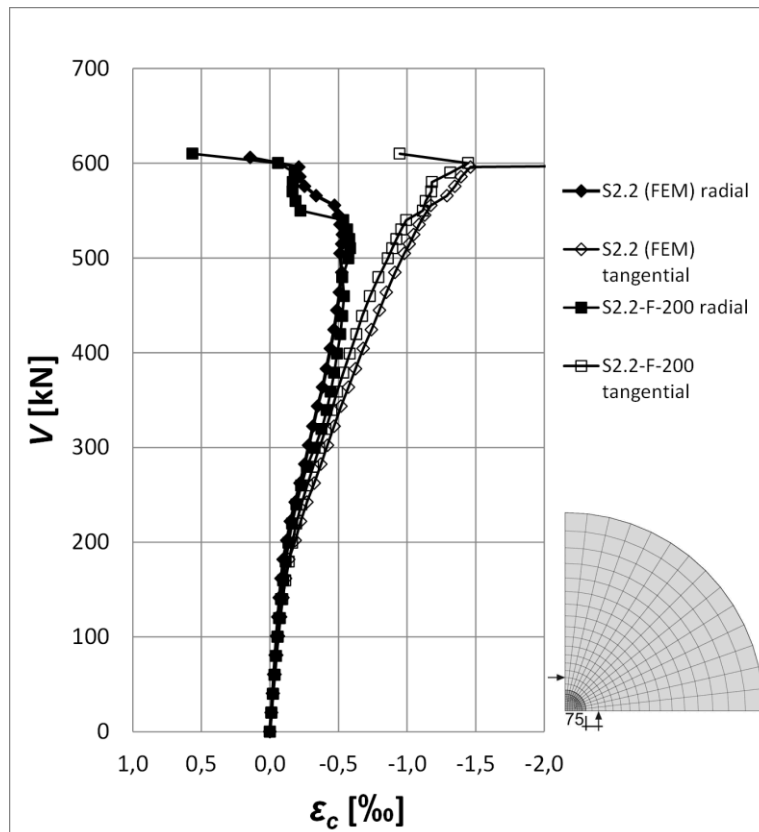


Bild 3-99: Betonstauchungen in Platte S2.2-F-200

Die radialen Betonstauchungen sind nicht nur größer als in den Vollplatten, sondern in Reihe *PI-F* auch größer als die tangentialen Stauchungen. Dieser Effekt nimmt mit kleiner werdendem Kerndurchmesser ab. In Gegensatz zu den Platten der *C-Serie* ist der Zuwachs der radialen Stauchungen in Reihe *PI-F* größer als in Reihe *S2.2-F*. Dies ist wiederum auf den Umfang der Auslagerung zurückzuführen: Da in Reihe *PI-F* sehr viel mehr und sehr viel weiter ausgelagerte Bewehrung zurück in ihre Ausgangslage verschoben wird, tritt der Effekt größerer Betonstauchungen hier deutlicher zu Tage als in Reihe *S2.2-F*. Die tangentialen Betonstauchungen sind in beiden Reihen der *F-Serie* kleiner als in den entsprechenden Vollplatten. Bei den Vergleichsrechnungen mit Betonkern zeigen sich zu den Vollplatten identische Betonstauchungen (Anhang A3.3).

Aufgrund der linear-elastischen Eigenschaften des Stahlkerns können in der FEM-Simulation Stahldehnungen nur vom äußeren Plattenrand bis zum Kern ermittelt werden, im Kern gehen sie hinter der Mantelfläche des Kerns auf null zurück (Bild 3-100).

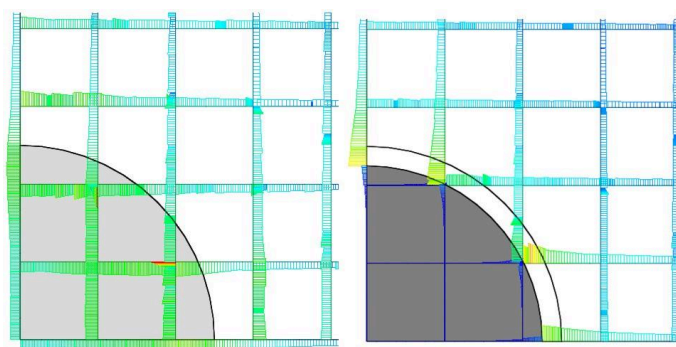


Bild 3-100: Stahldehnungen im Bereich der Stütze; links P1, rechts P1-F-450

Da die Stahldehnungen am Anschnitt größer sind als in Stützenmitte, erfolgt der Vergleich der Stahldehnungen daher abweichend von der bisherigen Vorgehensweise am Stützenanschnitt (Bilder 3-101 und 3-102).

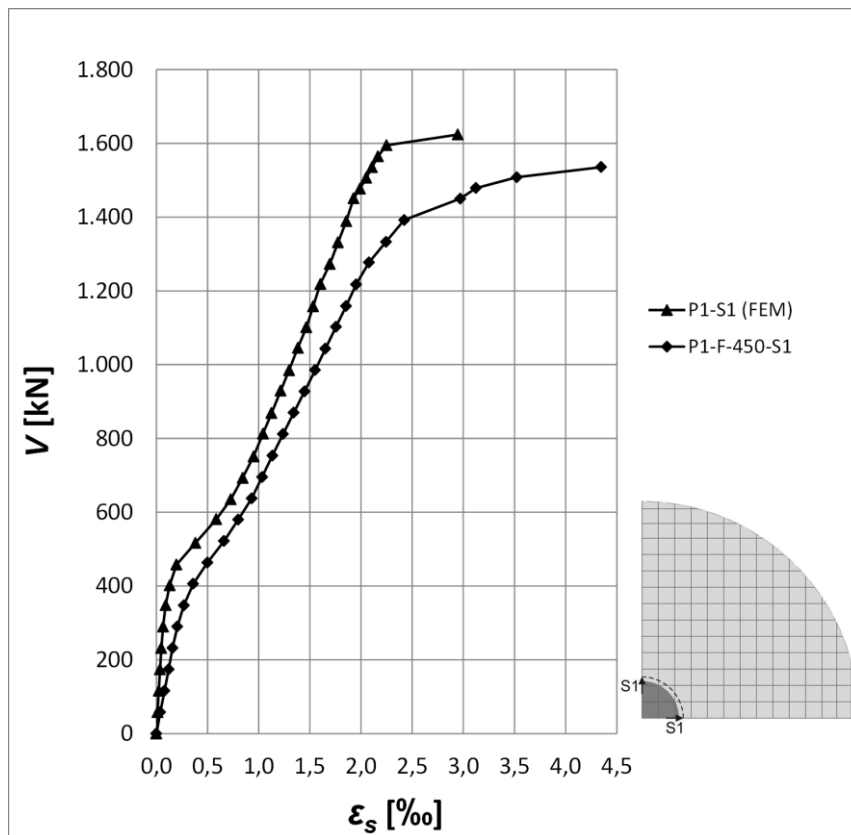


Bild 3-101: Bewehrungsdehnungen in Platte P1-F-450

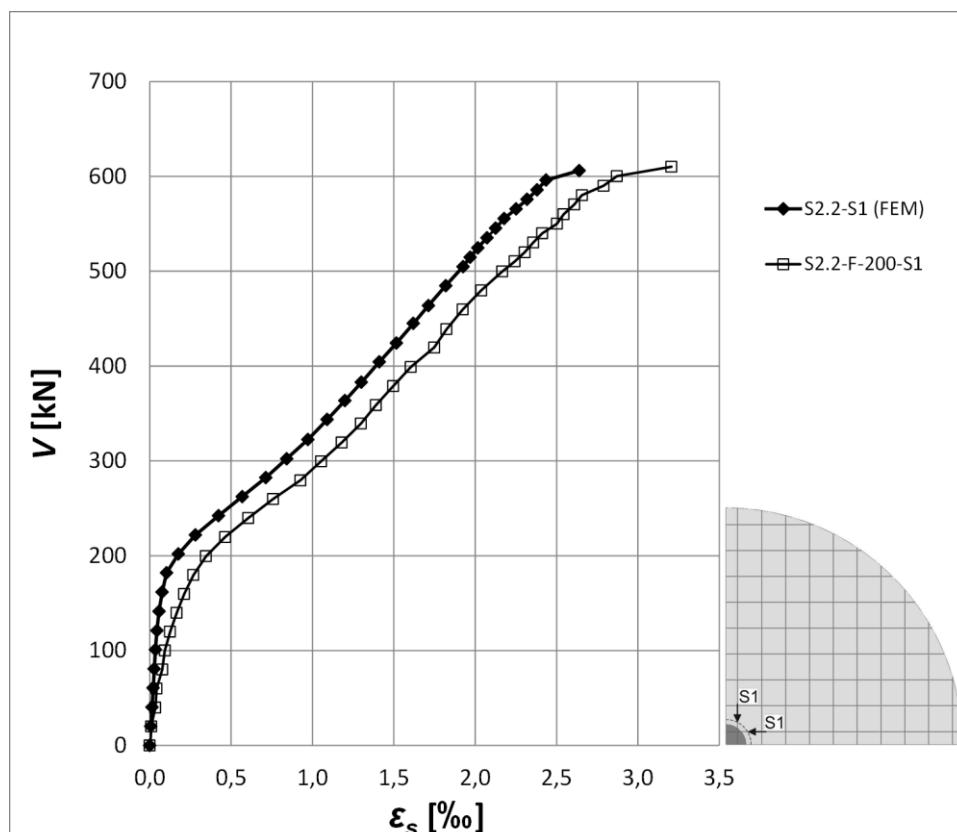


Bild 3-102: Bewehrungsdehnungen in Platte S2.2-F-200

Die auf den Bildern 3-101 und 3-102 erkennbaren, im Vergleich zu den Vollplatten größeren Stahldehnungen sind konsistent zu den ebenfalls vergrößerten radialen Betonstauchungen und sind ebenfalls mit der wegen des Stahlkerns erhöhten Biegesteifigkeit zu erklären. Ein Vergleich der Betondehnungen zwischen Platten der *F*-Serie mit Betonkern und den entsprechenden Vollplatten ergibt nahezu übereinstimmende Dehnungen (Anhang A3.3).

An den Plattenoberseiten der Platten mit Stahlkern und daran fixierter Längsbewehrung zeigt sich im Bruchzustand gegenüber den Platten der *H*- und der *C*-Serie eine deutliche Zunahme der Tangentialrisse bei verminderter Radialrissbildung (Bilder 3-103 und 3-104). Die Rissbilder entsprechen qualitativ weitgehend denen der jeweiligen Vollplatten (vgl. Bilder 3-22 und 3-42), die Rissdehnungen und damit auch die Rissbreiten sind bei Platte *P1-F-450* etwas kleiner, bei Platte *S2.2-F-200* etwa in gleicher Größe wie bei den Vollplatten. Lage und Verlauf der äußersten Tangentialrisse lassen auf die Ausbildung eines durchgehenden Durchstanzrisses schließen, was durch die jeweils in der X-Achse geführten Vertikalschnitte bestätigt wird (Bilder 3-105 und 3-106). Die sich aus den Ellipsendarstellungen der Rissdehnungen ergebenden möglichen Rissverläufe sind in den Bildern 3-103 bis 3-106 jeweils nachgezeichnet. In beiden Platten der *F*-Serie ist ein Durchstanzriss erkennbar, der die Plattendruckzone durchtrennt und bis zur Plattenoberseite reicht. Im Bereich der Längsbewehrung zeigen sich die von Platte *S2.2* bekannten vertikalen, unrealistischen Rissverläufe. Die Neigung des Durchstanzrisses ist in Platte *P1-F-450* deutlich, in Platte *S2.2-F-200* geringfügig steiler als bei den jeweiligen Vollplatten.

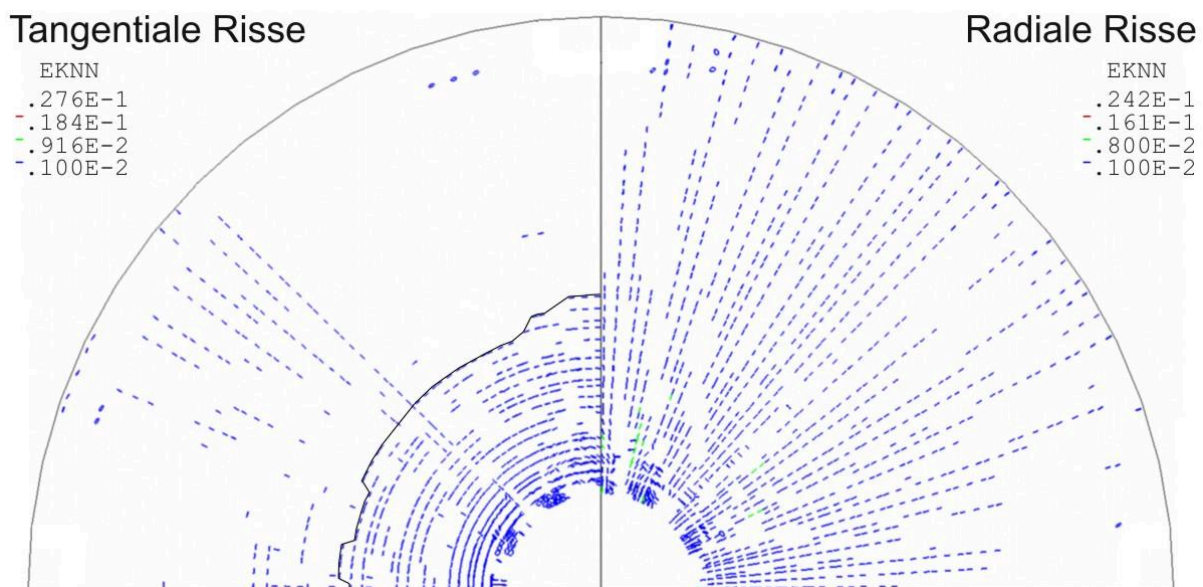


Bild 3-103: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte *P1-F-450* beim Versagen (Lastinkrement 28)

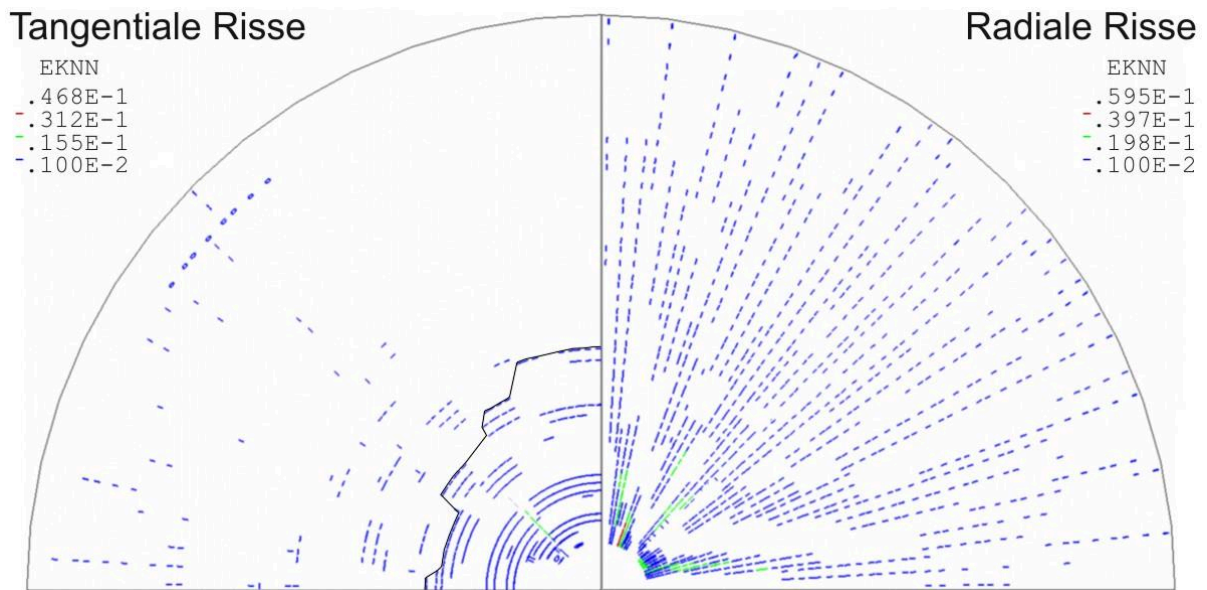


Bild 3-104: Rissbildung (Plattenoberseite) in Platte S2.2-F-200 beim Versagen (Lastinkrement 36)

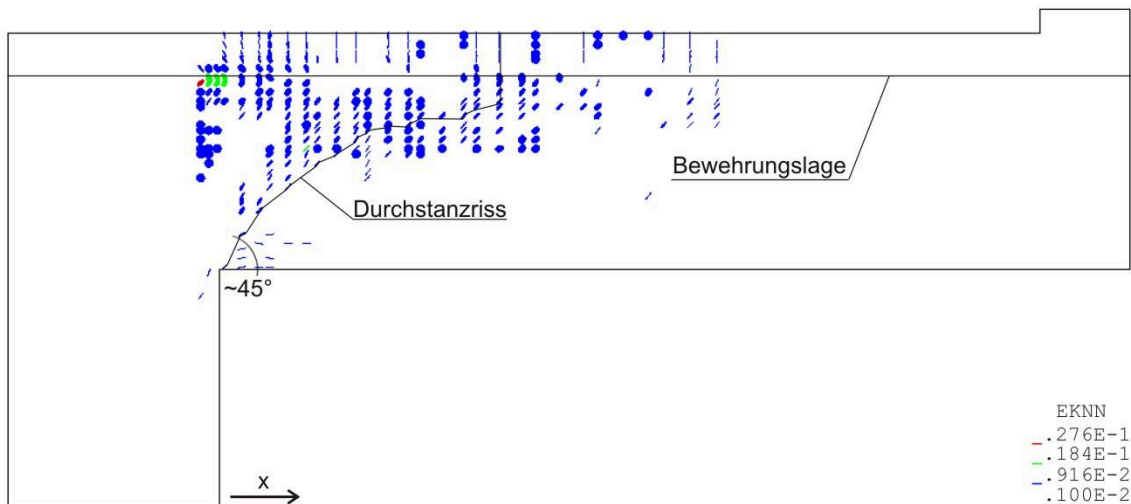


Bild 3-105: Platte P1-F-450, Durchstanzzriss in der Symmetrieebene auf der X-Achse

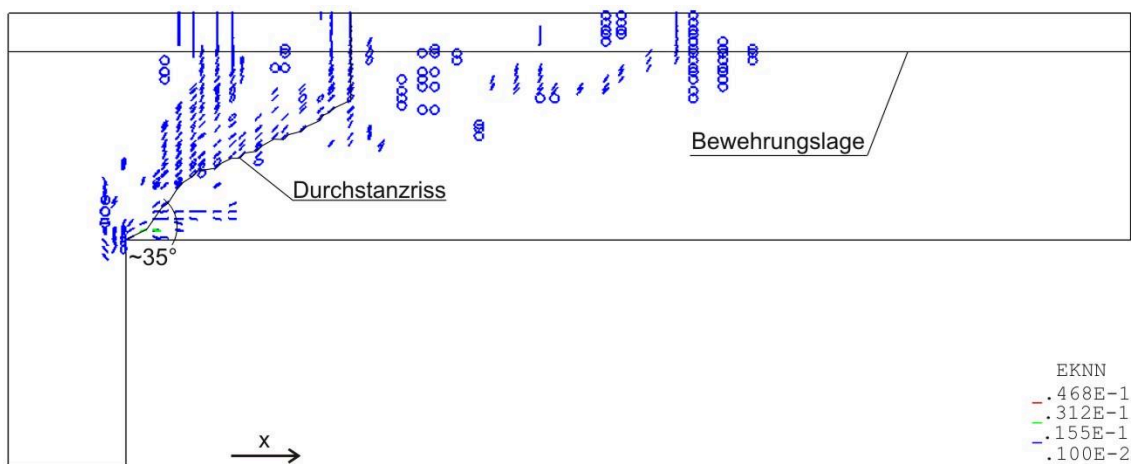


Bild 3-106: Platte S2.2-F-200, Durchstanzzriss in der Symmetrieebene auf der X-Achse

Ein Vergleich der radialen Betonspannungen zwischen den Platten der *F*-Serie und den zugehörigen Vollplatten zeigt qualitativ gleiche Spannungsverläufe (Bilder 3-107 und 3-108). Die Druckzonenhöhe ist bis kurz vor dem Bruch sowohl in Reihe *PI-F* als auch in *S2.2-F* identisch zu den Vollplatten. Ebenfalls ist in allen Modellen der *F*-Serie in den letzten Lastinkrementen vor dem Versagen die Verlagerung des Spannungsmaximums von der Plattenunterseite in das Platteninnere zu beobachten. Die maximalen radialen Druckspannungen unmittelbar am Anschnitt sind in den Platten der *F*-Serie um ca. 10-20% kleiner als in den Vollplatten. Dies steht im Widerspruch zu der aus den Verformungen, den Betonstauchungen und den Bewehrungsdehnungen abgeleiteten erhöhten radialen Steifigkeit. In den Vergleichsplatten mit Betonkern ist dieser Unterschied im Spannungsmaximum nicht feststellbar, so dass als Ursache ausschließlich die unterschiedlichen Werkstoffeigenschaften des Kerns in Betracht kommen. Eine schlüssige Begründung für diesen Effekt konnte bislang nicht gefunden werden.

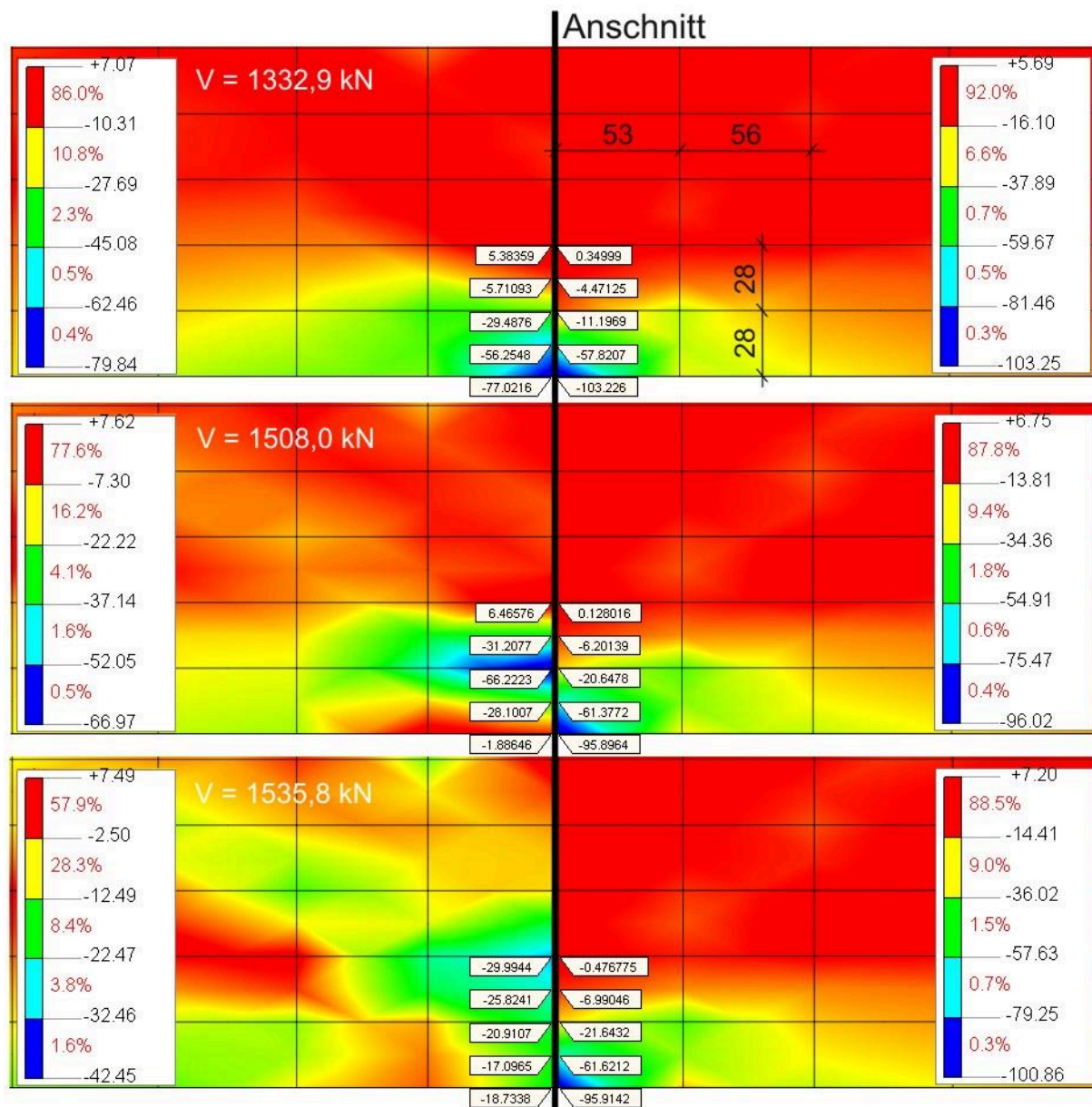


Bild 3-107: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte P1-F-450, rechts Platte P1

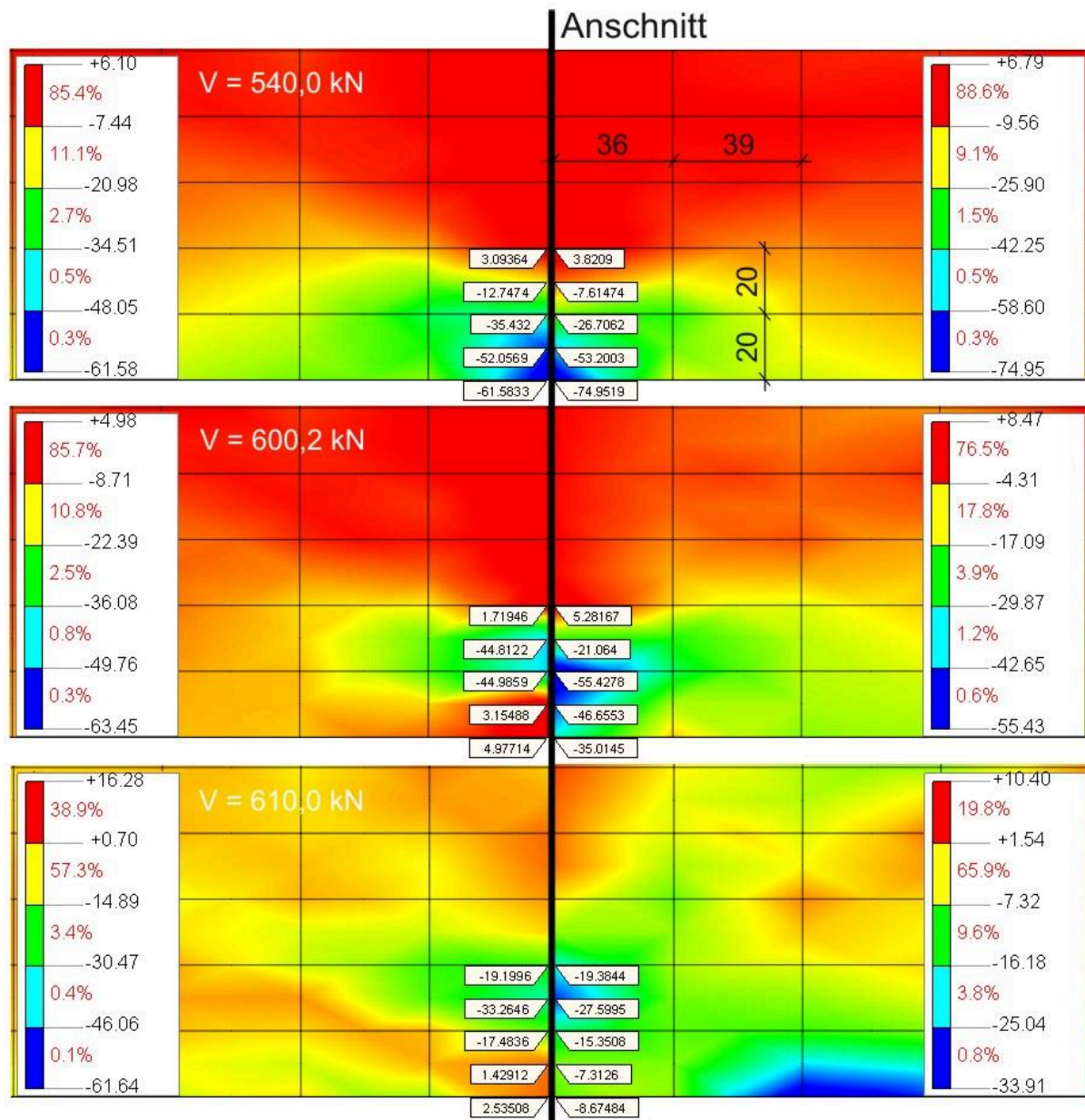


Bild 3-108: Radiale Spannungen in der X-Achse [MPa], links Platte S2.2-F-200, rechts Platte S2.2

Die vertikalen Dehnungen ε_{zz} bestätigen für beide Reihen *PI-F* und *S2.2-F* die Ausbildung eines durchgehenden Durchstanzrisses bereits für die Platten mit den größten Kerndurchmessern, was aufgrund der geringen Abweichungen zwischen den Versagenslasten der *F*-Serie und den Vollplatten zu erwarten war (Bilder 3-109 und 3-110). Der Verlauf der vertikalen Dehnungen ist annähernd identisch zu den Vollplatten (siehe Bilder 3-25 und 3-45). In beiden Reihen sind die Ausbildung eines Bereichs mit großen vertikalen Zugdehnungen im Platteninneren sowie das Auftreten positiver Dehnungen an der Plattenunterseite zu erkennen. Beide Bereiche sind bis kurz vor dem Versagen durch ein horizontales Band vertikaler Betonstauchungen voneinander getrennt, ehe sie sich beim Versagen vereinigen. Entsprechende Dehnungsverläufe sind in allen Modellen der *F*-Serie zu beobachten, so dass hier durchgängig ein Durchstanzversagen als Bruchursache auszumachen ist. Der Bruchvorgang folgt somit dem bei den Vollplatten beschriebenen Versagensmechanismus (Abs. 3.2.7 und 3.3.7).

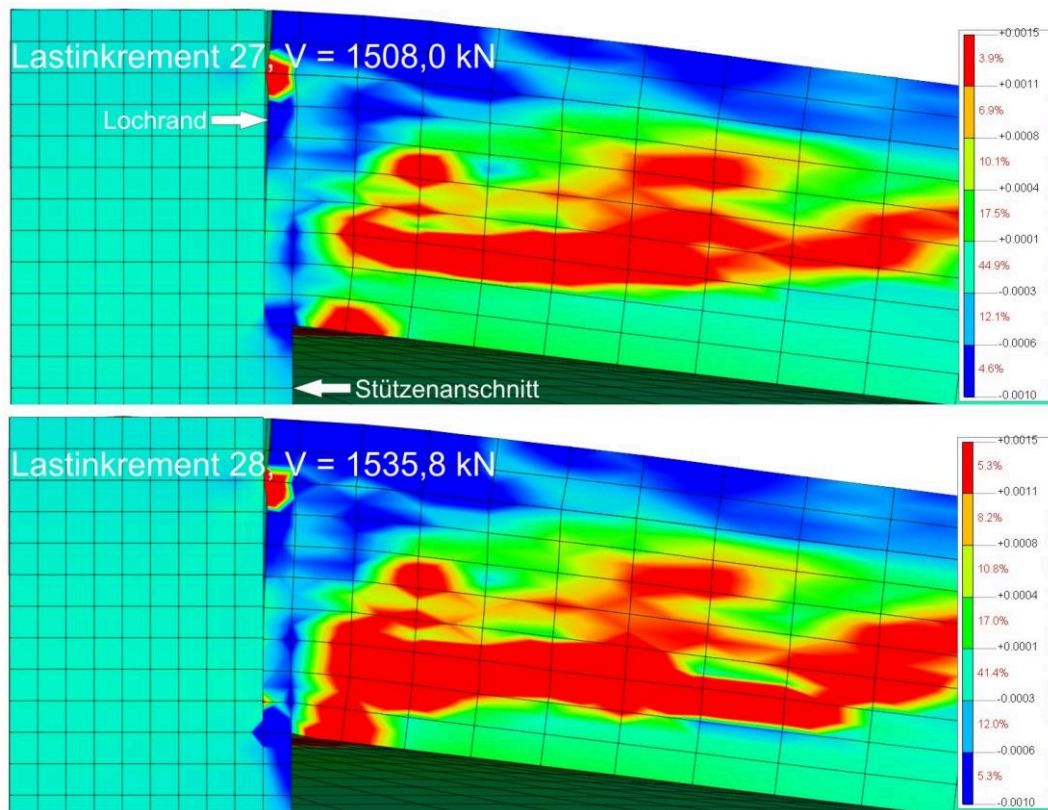


Bild 3-109: Vertikale Dehnungen ε_{zz} in Modell P1-F-450

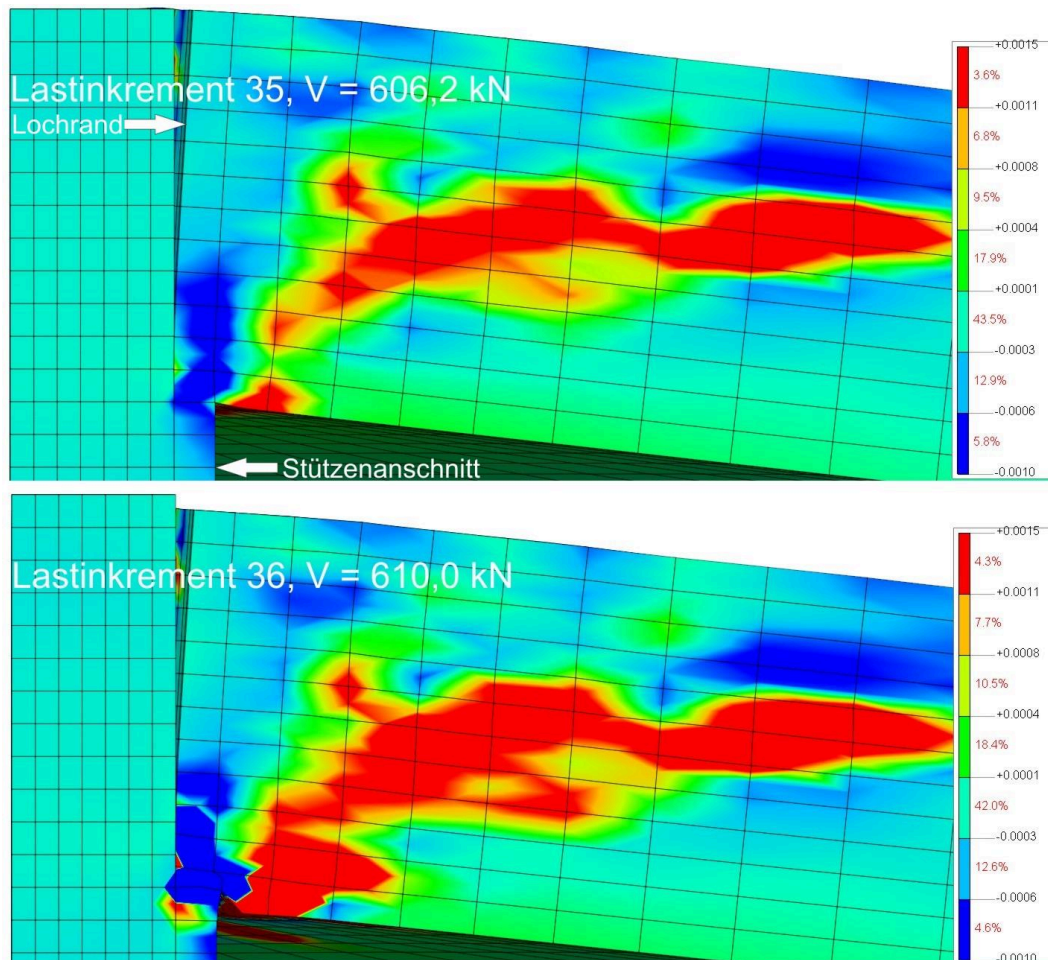


Bild 3-110: Vertikale Dehnungen ε_{zz} in Modell S2.2-F-200

Die Druckstrebenneigung beträgt bei den Modellen der *F*-Serie im jeweils vorletzten Lastinkrement 33° bzw. 41° und entspricht damit in etwa den Druckstrebenneigungen bei den Vollplatten (Bild 3-111). Die Ausbildung einer geknickten Druckstrebe vor dem bzw. beim Bruch ist ebenso wie eine wesentliche Änderung der Druckstrebenneigung nicht eindeutig feststellbar. Die erkennbare Verschiebung des unteren Teils der Druckstrebe in das Platteninnere deutet jedoch, wie auch schon bei Platte S2.2 (vgl. Bild 3-47), auf eine Veränderung der Druckstrebengeometrie hin.

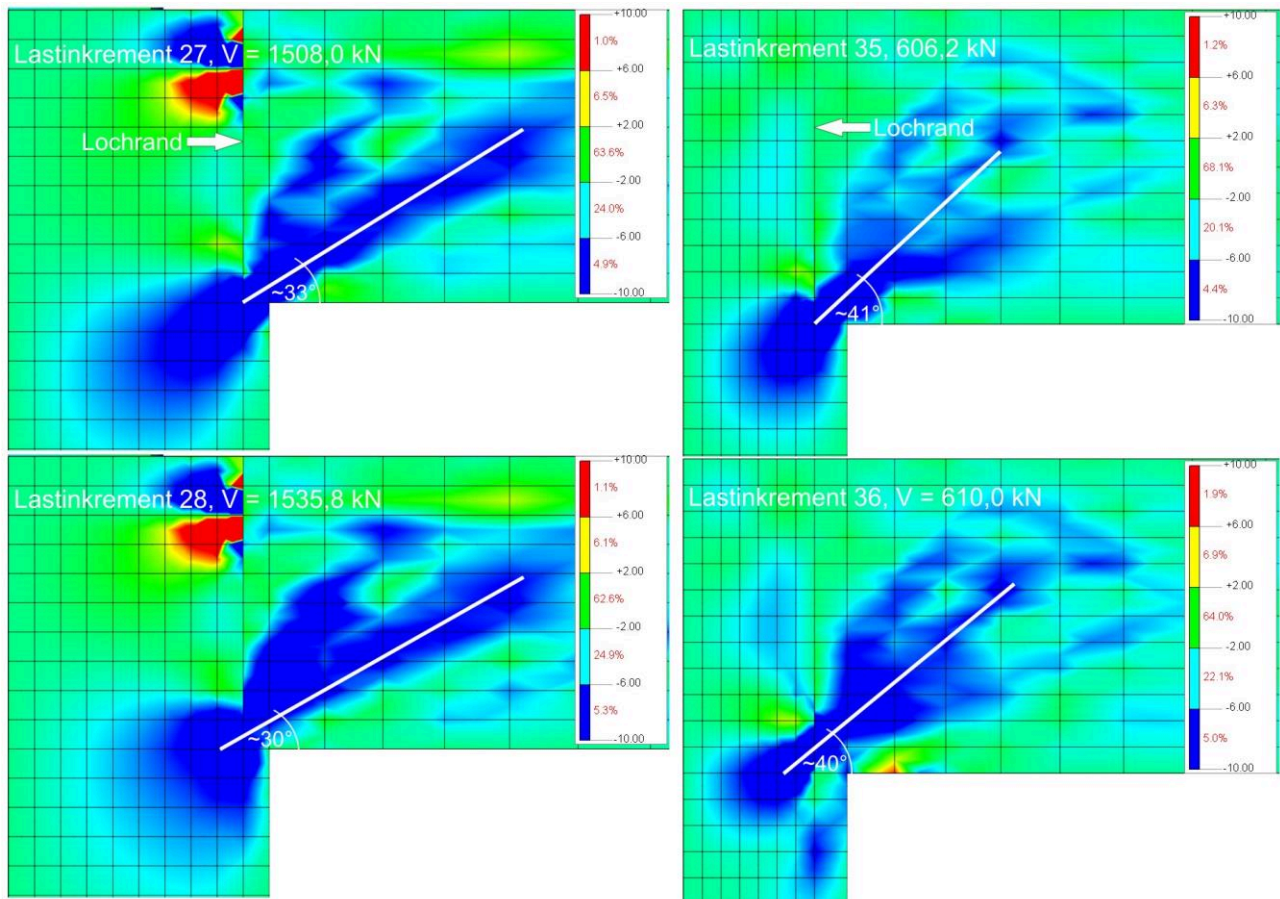


Bild 3-111: Druckstrebenneigungen bei Platte P1-F-450 (links) und S2.2-F-200 (rechts)

3.5 FAZIT KAPITEL 3

Auf Grundlage des in Abs. 3.1 beschriebenen Konzepts für dreidimensionale, physikalisch nichtlineare Finite-Elemente-Simulationen konnten mit dem Programm DIANA zwei Durchstanzversuche aus der Literatur an Flachdeckenausschnitten auf kreisrunden Innenstützen ohne Durchstanzbewehrung in guter Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen nachgerechnet werden. Die Abweichungen der Versagenslasten zwischen den Simulationen und den Versuchen betragen $\leq 2,3\%$. Die rechnerisch ermittelten Verschiebungen und Betonstauchungen zeigen während der gesamten Simulation qualitativ und quantitativ eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Hinsichtlich der Bewehrungsdehnungen gilt dies nur eingeschränkt, da diese aufgrund des in den Modellen unterstellten vollkommenen Verbunds zwischen Beton und Bewehrung in der Berechnung z.T. deutlich größer sind als im Versuch. Ein qualitativer Vergleich der Bewehrungsdehnungen ergibt aber ebenfalls zufriedenstellende Ergebnisse.

Die Auswertung der Rissbildung sowie der Betondehnungen und -spannungen in den jeweils letzten Lastinkrementen vor dem Versagen ergeben Aufschlüsse über den Versagensmechanismus: Während der gesamten Belastungsgeschichte ist an der Plattenunterseite unmittelbar am Stützenanschnitt ein mehraxialer Druckspannungszustand zu beobachten. Neben diesem Druckring zeigt sich an der Plattenunterseite ein Bereich mit vertikalen Zugdehnungen, deren Größe und räumliche Ausbreitung mit zunehmender Belastung stetig anwachsen. Im Platteninneren ist ab ca. 40-60% der Bruchlast ein schräg verlaufender Bereich großer positiver Betondehnungen erkennbar, der die Ausbildung eines schrägen Schubrisses anzeigt. Diese beiden Bereiche sind jedoch zunächst durch ein horizontales Band vertikaler Druckdehnungen voneinander getrennt. Ab ca. 90% der Versagenslast kommt es zu einer Abnahme der radialen Betonstauchungen und zu einer stärkeren Zunahme der tangentialen Betonstauchungen. Verbunden hiermit sind eine deutliche Zunahme der vertikalen Zugdehnungen im Platteninneren und eine starke Ausdehnung dieses Bereichs. Beim Bruch sind ein sprunghafter Anstieg der vertikalen Zugdehnungen an der Plattenunterseite und eine Vereinigung dieses Bereichs mit den großen Zugdehnungen im Platteninneren zu beobachten. Gleichzeitig sind eine Verlagerung des Maximums der radialen Betondruckspannungen von der Plattenunterseite in das Platteninnere und ein sprunghafter Rückgang der radialen Betondruckspannungen an der Plattenunterseite festzustellen. Bei einem der beiden nachgerechneten Versuche war hiermit verbunden die Ausbildung eines Knicks in der schrägen Druckstrebe erkennbar.

Dieses Verhalten wird wie folgt interpretiert: Die Veränderungen der Betonstauchungen zeigen eine Umlagerung von den Radial- zu den Tangentialmomenten an. Verbunden hiermit ist eine Aufweitung des schrägen Schubrisses im Platteninneren. Das sprunghafte Auftreten sehr großer vertikaler Zugdehnungen an der Plattenunterseite kann als Abplatzen von Beton gedeutet werden, wie es beim Versuch häufig unmittelbar vor dem Bruch zu beobachten ist. Dieses Abplatzen von Beton resultiert einerseits in einer Aufhebung der Querdehnungsbehinderung und damit des mehraxialen Druckspannungszustands an der Plattenunterseite, andererseits vereinigen sich die Bereiche vertikaler Zugdehnungen zu einem durchgehenden Durchstanzriss. Dies führt zur Überschreitung der Druckstrebe­tragfähigkeit und damit zum Durchstanzversagen.

Die Ergebnisse der FEM-Simulationen stehen damit in voller Übereinstimmung mit dem in Abs. 2.1 beschriebenen Versagensmechanismus. Als primäre Versagensursache wird ein Versagen des Betons an der Plattenunterseite unter Querkzugbeanspruchung bestätigt. Die zumindest in einem der Modelle deutlich erkennbare Ausprägung eines Knicks in der schrägen Druckstrebe ist als weiteres Indiz für die Plausibilität der in Abs. 2.2 beschriebenen CSCT von *MUTTONI* zu deuten.

In einem zweiten Schritt wurden die beiden anhand der Fremdversuche validierten FEM-Modelle in Hinblick auf die Lochrandstützung erweitert. Da die Ergebnisse der Literaturlauswertung in Abs. 2.3 einen großen Einfluss der radialen Steifigkeit gezeigt haben, wurden drei verschiedene Fälle mit unterschiedlicher radialer Steifigkeit untersucht. Dabei wurde die Größe der Lasteinleitungsfläche durch unterschiedlich große Loch- bzw. Kerndurchmesser variiert.

Zunächst wurde zur Abbildung des Grenzfalls der gelenkigen Lagerung ein Sackloch in Plattenmitte angeordnet (*H*-Serie, Abs. 3.4.1). Die im Lochbereich liegende Bewehrung wurde neben das Sackloch ausgelagert, was einer ingenieurmäßig sinnvollen und praxisgerechten Vorgehensweise entspricht. Bei den zunächst durchgeführten Simulationen mit Stützen aus normalfestem Beton kam es zum Versagen der Stütze im Lasteinleitungsbereich, ehe ein Versagen der Platte beobachtet werden konnte. Daher wurden die Stützen für die weiteren Untersuchungen aus hochfestem Beton modelliert, was vor dem Hintergrund der hier untersuchten Konstruktionsarten mit hoch tragfähigen Stützen gerechtfertigt erscheint.

Die Simulationsergebnisse dieser Variante zeigen einen deutlichen Einfluss des Lochdurchmessers auf die Versagenslasten und -arten, den Bruchmechanismus, die Last-Verformungs-Beziehungen, die Rissbilder und die Betondehnungen. Die Versagenslasten liegen bei diesen Modellen um bis zu 37% niedriger als bei den korrespondierenden Vollplatten. Vergleichsrechnungen an Vollplatten mit analog zur *H*-Serie ausgelagerter Bewehrung, die sich somit nur durch das Nichtvorhandensein eines Sacklochs von den Platten der *H*-Serie unterscheiden (*D*-Serie), lassen den Schluss zu, dass die Reduzierung der Versagenslasten für Platten mit einem Verhältnis der reduzierten Lasteinleitungsfläche zur Stützenfläche von $A_{Load,red}/A_{col} \geq 0,5$ auf die Auslagerung der Bewehrung zurückzuführen ist. Für diese Platten beträgt die Reduzierung der Bruchlasten gegenüber den Vollplatten mit nicht ausgelagerter Bewehrung $\leq 11\%$. Für die Platten mit $A_{Load,red} / A_{col} < 0,5$, bei denen eine sehr viel größere Reduzierung der Versagenslasten festzustellen ist, kann das veränderte Tragverhalten nur partiell auf die Auslagerung der Bewehrung zurückgeführt werden. Damit ist ein direkter Einfluss der Sacklöcher auf die Versagenslasten und das Tragverhalten eindeutig gegeben.

Bei den Last-Verformungs-Beziehungen zeigt sich der Einfluss der verminderten radialen Steifigkeit durch gegenüber den Vollplatten vergrößerte Verschiebungen. Weiterhin sind im Vergleich dazu signifikant kleinere radiale und größere tangentiale Betonstauchungen feststellbar. Dieses vom Lochdurchmesser abhängige Verhalten steht in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Literaturrecherche aus Abs. 2.3. Die von den Vollplatten bekannte Umlagerung von den Radial- zu den Tangentialmomenten ist bei den Platten der *H*-Serie geringer ausgeprägt. Die Dehnungen in der ausgelagerten Bewehrung sind größer als in der über den Stützen angeordneten Bewehrung der Vollplatten. Die Streckgrenze wird aber auch in den Modelle der *H*-Serie nicht oder nur knapp erreicht. Das Rissbild zeigt eine verminderte Ausbildung tangentialer Risse, was konsistent zu den ermittelten Betonstauchungen ist. Die Auswertung der radialen Betonstauchungen lässt ebenfalls die Aufhebung des mehraxialen Druckspannungszustands beim Versagen erkennen, allerdings auf entsprechend niedrigerem Lastniveau. Anhand der vertikalen Dehnungen in der Platte wird deutlich, dass sich zum Zeitpunkt des Versagens im Platteninneren noch kein durchgehender Durchstanzriss ausgebildet hat, sich an der Plattenunterseite in unmittelbarer Nähe zum Anschnitt jedoch ein Bereich großer positiver, vertikaler Dehnungen zeigt. Weiterhin weisen die Elemente der untersten Elementreihe in der Platte am Lochrand beim Versagen sehr starke Deformationen auf.

Diese Ergebnisse werden so interpretiert, dass der Bruch infolge eines lokalen Versagens am Lochrand und nicht aufgrund eines Durchstanzproblems eintritt. Als Ursache für dieses lokale

Versagen wird das frühzeitige Auftreten großer Querdehnungen an der Plattenunterseite angesehen, das mit der wegen der kleineren radialen Betonstauchungen steileren Druckstrebenneigung zu begründen ist. Als Folge kommt es zu einer im Vergleich zu den Vollplatten sehr viel früheren Aufhebung des mehraxialen Druckspannungszustandes im Lasteinleitungsbereich und damit zur Überschreitung der Druckstreben tragfähigkeit am Lochrand. Primäre Versagensursache ist somit auch hier ein Versagen des Betons unter Zugbeanspruchung, das zu einem lokalen Versagen der Druckstrebe am Lochrand führt. Diese Interpretation des Versagensmechanismus beruht auf den Berechnungsergebnissen der beiden Modelle mit dem jeweils größten Lochdurchmesser. Die Auswertung der übrigen Modelle der *H*-Serie ergibt, dass alle Platten mit $A_{Load,red} / A_{col} < 0,5$ ein identisches Tragverhalten aufweisen. Bei den Modelle mit $A_{Load,red} / A_{col} \geq 0,5$ ist kein lokales Versagen am Lochrand, dafür aber die Ausbildung eines durchgehenden Durchstanziresses feststellbar. Damit tritt Versagen bei Platten mit einer Lasteinleitungsfläche von $< 50\%$ der Stützenfläche in Form eines lokalen Versagens am Lochrand ein und bei Platten mit einer Lasteinleitungsfläche von $\geq 50\%$ der Stützenfläche in Form von Durchstanzen. Für diese Platten, deren verminderte Tragfähigkeit im Wesentlichen durch die ausgelagerte Bewehrung erklärt werden kann, beträgt die Abweichung von der Tragfähigkeit der entsprechenden Vollplatten $\leq 11\%$.

In der zweiten Parameterstudie wurden die Lochplatten dahingehend verändert, dass in Stützenmitte ein Stahlkern angeordnet wurde, der die Platte bis Oberkante Platte durchdringt (*C*-Serie). Ansonsten blieben die Modelle gegenüber der *H*-Serie unverändert. Mit dieser Anordnung soll der Fall erfasst werden, dass eine Stütze mit durchgehendem Kern verwendet und die im Kernbereich liegende Bewehrung neben den Kern ausgelagert wird.

Die Versagenslasten der Platten der *C*-Serie sind $\leq 14\%$ kleiner als die der Vollplatten. Dies kann zu einem wesentlichen Teil auf die Auslagerung der Bewehrung zurückgeführt werden. Eine direkte Abhängigkeit der Bruchlasten vom Kerndurchmesser ist hingegen nicht erkennbar. Die Last-Verformungs-Beziehungen der Platten mit Kern zeigen ein steiferes Verhalten als die Lochplatten, aber weiterhin größere Verschiebungen als bei den Vollplatten. Die radialen Betonstauchungen sind gegenüber der *H*-Serie deutlich vergrößert und bereichsweise geringfügig kleiner oder größer als bei den Vollplatten, die tangentialen Betonstauchungen insgesamt etwas kleiner. Die Umlagerung von den Radial- zu den Tangentialmomenten kurz vor dem Versagen ist deutlicher erkennbar als bei den Lochplatten. Hinsichtlich der Bewehrungsdehnungen ergeben sich keine signifikanten Unterschiede zu den Modellen der *H*-Serie. Das Rissbild zeigt, neben ausgeprägten radialen Rissen, deutlich erkennbare tangentielle Risse. Die Auswertung der radialen Betondruckspannungen zeigt im Wesentlichen das von den Vollplatten bekannte Verhalten mit einer Verlagerung des Spannungsmaximums von der Plattenunterseite in das Platteninnere vor dem Bruch und eine Aufhebung des mehraxialen Druckspannungszustands beim Bruch. Bei den Modellen der *C*-Serie ist durchgängig die Ausbildung einer geknickten Druckstrebe beim Versagen erkennbar. Die vertikalen Betondehnungen veranschaulichen, dass sich bei den Modellen mit großem Kerndurchmesser kein durchgehender Durchstanziress ausbildet. Ähnlich wie bei den Lochplatten ist jedoch ein Bereich großer positiver, vertikaler Dehnungen in unmittelbarer Nähe zum Stützenanschnitt erkennbar. Überdies zeigt sich beim Versagen ein Abrutschen der Betonelemente vom Stahlkern in der untersten Elementreihe am Lochrand. Die darüber liegenden Elemente lösen sich bereits kurz nach Beginn der Belastung vom Stahlkern ab. Dies steht in Übereinstimmung mit dem in Abs. 2.1 für Vollplatten beschriebenen Verhalten, wonach die Bereiche oberhalb des Druckrings nicht oder nur in geringem Maße an der Lasteinleitung beteiligt sind.

Die Interpretation dieser Ergebnisse in Hinblick auf den Versagensmechanismus führt zu ähnlichen Schlussfolgerungen wie bei den Lochplatten. Bei den Platten mit signifikant reduzierten Bruchlasten sind weiterhin kleinere radiale Betonstauchungen als bei den Vollplatten festzustellen. Dies führt zu größeren Druckstrebenneigungen und damit zum frühzeitigen Auftreten großer Querkzugspannungen an der Plattenunterseite, was mit einer Aufhebung des mehraxialen Druckspannungszustands einhergeht. Als Folge kommt es zum Verlust des Reibungsverbundes zwischen Stahlkern und umgebenden Beton in der untersten Elementreihe am Lochrand und damit zu einer Überschreitung der Druckstrebentragfähigkeit. Der Bruch tritt auch hier durch ein lokales Versagen am Lochrand ein, allerdings auf sehr viel höherem Lastniveau als bei den Modellen der *H*-Serie. Die höheren Versagenslasten und das insgesamt den Vollplatten sehr viel ähnlichere Tragverhalten werden mit der Erhöhung der radialen Steifigkeit durch den Stahlkern begründet.

Diese Interpretation des Versagensmechanismus und die Identifizierung eines lokalen Versagens als Ursache für den Verlust der Systemtragfähigkeit beziehen sich wiederum auf die beiden Modelle mit dem jeweils größten Kerndurchmesser. Analog zu den Lochplatten ist bei den Modellen mit kleineren Lochdurchmessern ein Durchstanzproblem als Versagensursache feststellbar. Eine Abgrenzung zwischen lokalem und Durchstanzversagen über das Verhältnis der reduzierten Lasteinleitungsfläche zur Stützenfläche ist bei den Modellen der *C*-Serie nicht möglich, da ein lokales Versagen in der ersten Versuchsreihe bis zu einem Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col} \leq 0,36$ und in der zweiten Versuchsreihe bis zu einem Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col} \leq 0,48$ aufgetreten ist. Allerdings erscheint eine solche Abgrenzung für die *C*-Serie nicht als zwingend erforderlich, da die Versagenslasten innerhalb einer Reihe unabhängig von der Versagensursache nur geringfügig schwanken.

In der dritten Parameterstudie wurde die ausgelagerte Bewehrung zurück in ihre ursprüngliche Position verschoben und an den Stahlkern angeschlossen (*F*-Serie). Hiermit sollen Konstruktionsarten simuliert werden, bei denen die Längsbewehrung über Schweißverbindungen oder Gewindemuffen an den Kern angeschlossen bzw. durch den Kern hindurchgesteckt wird.

Die Modelle der *F*-Serie mit Stahlkern weisen ein zu den Vollplatten analoges Tragverhalten mit annähernd gleichen Versagenslasten auf (Abweichungen $\geq -5\%$ bzw. $\leq +2\%$). Die Last-Verformungs-Beziehungen zeigen ein deutlich steiferes Verhalten als die Vollplatten. Die radialen Betonstauchungen sind größer, die tangentialen Stauchungen kleiner als bei den Vollplatten. Die Bewehrungsdehnungen sind ebenfalls größer als bei den Vollplatten. Dieses Verhalten ist mit der abermals vergrößerten radialen Steifigkeit zu begründen, die auf dem höheren Elastizitätsmodul des Stahlkerns und der Verschiebung der Bewehrung in ihre Ausgangsposition beruht. Vergleichsrechnungen mit Betonkernen zeigen ein zu den Vollplatten weitgehend identisches Tragverhalten mit gleichen Verschiebungen, Betonstauchungen und Bewehrungsdehnungen. Die Versagenslasten entsprechen dabei denen der *F*-Serie mit Stahlkern, so dass die geringfügigen Schwankungen gegenüber den Vollplatten in erster Linie auf die mit der Anordnung der Kerne zusammenhängenden Veränderungen in der Vernetzung zurückzuführen sind. Die Entwicklung der radialen Betondruckspannungen und der vertikalen Betonzugdehnungen verläuft analog (Stahlkern) bzw. identisch (Betonkern) zu denen der Vollplatten. In allen Platten der *F*-Serie ist die Ausbildung eines durchgehenden Durchstanzrisses beim Versagen erkennbar und damit ein Durchstanzproblem als Versagensursache auszumachen. Der Versagensmechanismus folgt dem bei den Vollplatten beschriebenen Ablauf.

4 BEMESSUNGSVORSCHLAG

Wie die Ergebnisse der FEM-Simulationen anschaulich zeigen, besteht bei identischer reduzierter Lasteinleitungsfläche $A_{Load,red}$ eine Abhängigkeit zwischen Loch- bzw. Kernausbildung einerseits und Versagensart und Versagenslast andererseits. Somit ergibt sich die Notwendigkeit, getrennte Bemessungsvorschläge für die untersuchten Konstruktionsarten zu formulieren. Nachfolgend werden entsprechende Bemessungsvorschläge angegeben, die auf der *Critical Shear Crack Theory* (CSCT) von *MUTTONI* (s. Abs. 2.2, [40]) basieren. Darüber hinaus werden vereinfachte Ansätze vorgestellt, die eine Bemessung lochrandgestützter Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche nach Eurocode 2 [28] ermöglichen. Es ist zu betonen, dass es sich hierbei bis zum Vorliegen entsprechender Versuchsergebnisse um vorläufige Bemessungsvorschläge handelt, die überdies ausschließlich für auf kreisrunden Innenstützen aufgelagerte lochrandgestützte Platten mit kreisrundem Sackloch bzw. Kern gültig sind.

4.1 LOCHRANDGESTÜTZTE PLATTEN MIT EINEM SACKLOCH IN PLATTENMITTE

Wie in Abs. 2.2 erläutert, erfolgt die Bestimmung der Versagenslast nach der CSCT, indem der Schnittpunkt zwischen dem von der kritischen Schubrissbreite abhängigen Versagenskriterium und der Last-Rotations-Beziehung der betreffenden Platte gefunden wird. Es ist daher zu überprüfen, ob beide Beziehungen auch für lochrandgestützte Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte Gültigkeit besitzen.

Die FEM-Simulationen haben ergeben, dass die Anordnung eines Sacklochs die Last-Verformungs-Beziehung beeinflusst, dieser Einfluss jedoch verhältnismäßig klein ist (s. Bilder 3-54, 3-55 und Anhang A3.1). Wie auf Bild 4-1 dargestellt, kann vereinfachend ein linearer Zusammenhang zwischen Verformung w und Plattenrotation ψ angenommen werden. Wenn die Verformung annähernd gleich bleibt, gilt dies auch für die Rotation, so dass der Einfluss eines Sacklochs auf die Last-Rotations-Beziehung ebenfalls von untergeordneter Bedeutung ist. Daher kann die von *MUTTONI* abgeleitete quadrilineare Last-Rotations-Beziehung für Vollplatten (Gl. 2.22) näherungsweise auch für lochrandgestützte Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte verwendet werden.

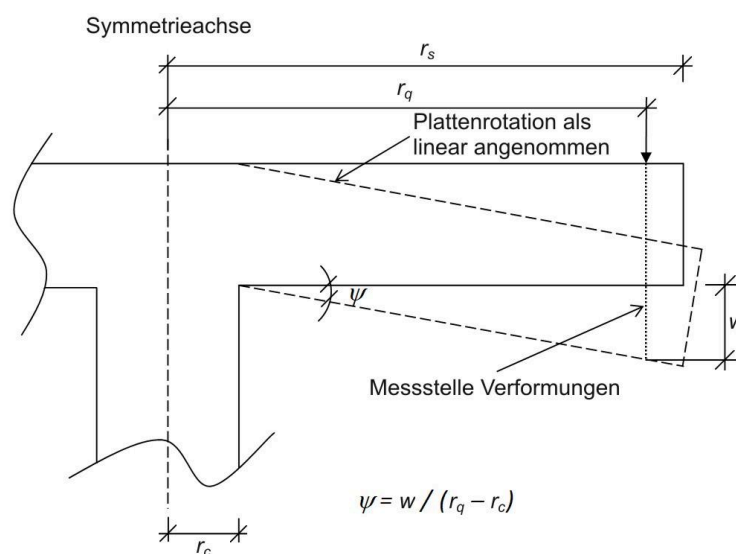


Bild 4-1: Vereinfachte Berechnung der Plattenrotation ψ aus der Verformung w

Eine Anwendung des Versagenskriteriums für Vollplatten auf lochrandgestützte Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte ist ohne weitere Anpassung hingegen nicht möglich. Mit Hilfe der FEM-Simulationen wurde festgestellt, dass es bei diesen Platten infolge eines lokalen Versagens am Lochrand zum Bruch kommt, wenn das Verhältnis zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Stützenfläche $A_{Load,red} / A_{col} < 0,5$ ist. Versagen tritt bei diesen Platten somit ein, bevor sich ein kritischer Schubriss ausbilden und es zum Durchstanzversagen kommen kann. Bei Platten mit $A_{Load,red} / A_{col} \geq 0,5$ wurde ein zu den Vollplatten weitgehend identisches Tragverhalten mit einem klassischen Durchstanzversagen beobachtet. Es wird daher vorgeschlagen, dass Versagenskriterium von *MUTTONI* in Abhängigkeit vom Verhältnis zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Stützenfläche anzupassen.

Bild 4-2 zeigt den Zusammenhang zwischen den Verhältnissen $A_{Load,red} / A_{col}$ und $V_{u,hole} / V_u$. Der Einfluss der reduzierten Lasteinleitungsfläche auf die Versagenslasten lässt sich danach durch ein Polynom dritten Grades zutreffend beschreiben.

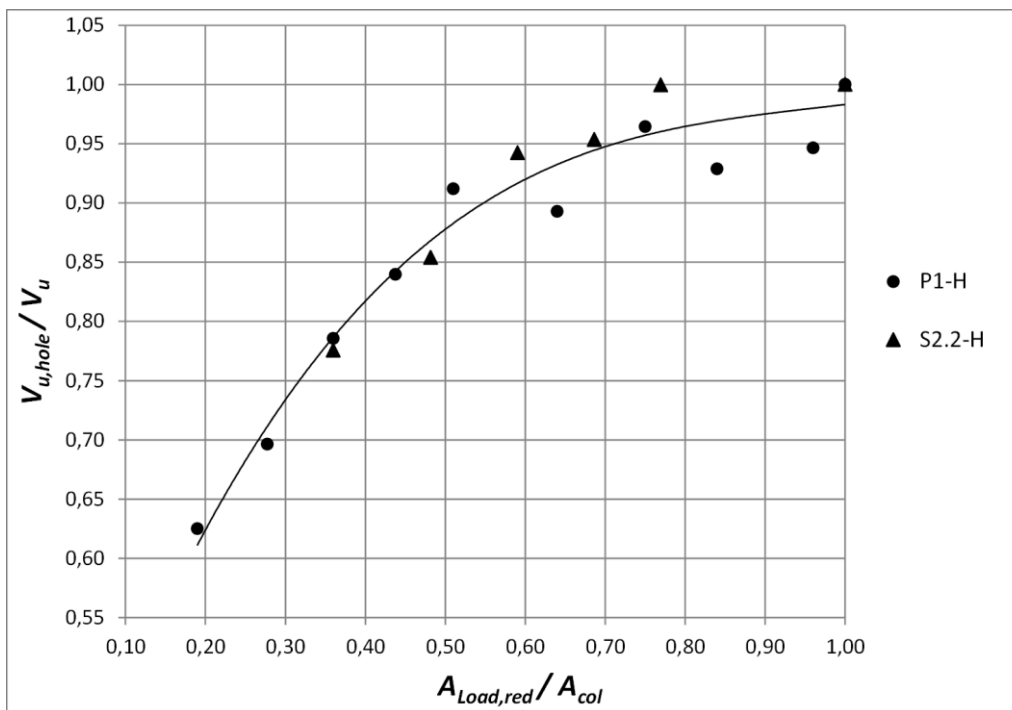


Bild 4-2: Kubischer Zusammenhang zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Versagenslast bei den Platten der H-Serie

Der Abminderungsbeiwert $k_{hole,3}$ für lochrandgestützte Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte (der Index 3 bezeichnet hier den kubischen Ansatz) lässt sich damit wie folgt angeben:

$$k_{hole,3} = \frac{V_{u,hole}}{V_u} = \begin{cases} 0 & \text{für } \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} < 0,19 \\ 0,67 \left(\frac{A_{Load,red}}{A_{col}} \right)^3 - 1,93 \left(\frac{A_{Load,red}}{A_{col}} \right)^2 + 1,94 \left(\frac{A_{Load,red}}{A_{col}} \right) + 0,31 & \text{für } 0,19 \leq \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} \leq 1,00 \end{cases} \quad (4.1)$$

Der Geltungsbereich wird hierbei auf Verhältnisse $A_{Load,red} / A_{col} \geq 0,19$ beschränkt, da kleinere Verhältnisse in den FEM-Simulationen nicht untersucht wurden. Hiermit werden Stützen mit $d_{col} \leq 50$ cm bei einer minimalen Breite des Lochrandes von 25 mm erfasst (s. hierzu auch

Abs. 3.4). Für in Hinblick auf die Praxisanwendung weniger relevante, kleinere Verhältnisse $A_{Load,red} / A_{col}$ werden gesonderte Untersuchungen erforderlich.

Für ein Verhältnis von $A_{Load,red} / A_{col} = 1,00$ (d.h. normale Punktstützung) ergibt sich nach Bild 4-2 bzw. Gl. 4.1 ein Abminderungsbeiwert von $k_{hole,3} = 0,99$. Diese Abweichung vom zu erwartenden Beiwert $k_{hole,3} = 1,00$ ergibt sich aus der Natur der Ausgleichskurve und der verhältnismäßig kleinen Datenbasis. Da die Abweichung nur gering ist und zudem auf der sicheren Seite liegt, wird sie ohne weitere Anpassungen in Kauf genommen.

Vereinfachend kann die Versagenslast für Praxiszwecke auch mit Hilfe eines bilinearen Ansatzes ermittelt werden. Sinnvollerweise erfolgt der Wechsel zwischen den beiden Kurven entsprechend dem Übergang vom lokalen zum Durchstanzversagen bei einem Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col} = 0,5$. Für die hieraus resultierenden, auf Bild 4-3 dargestellten Kurven ergibt sich

$$k_{hole,2} = \frac{V_{u,hole}}{V_u} = \begin{cases} 0 & \text{für } \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} < 0,19 \\ 0,9 \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} + 0,45 & \text{für } 0,19 \leq \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} < 0,5 \\ 0,2 \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} + 0,8 & \text{für } 0,5 \leq \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} \leq 1,0 \end{cases} \quad (4.2)$$

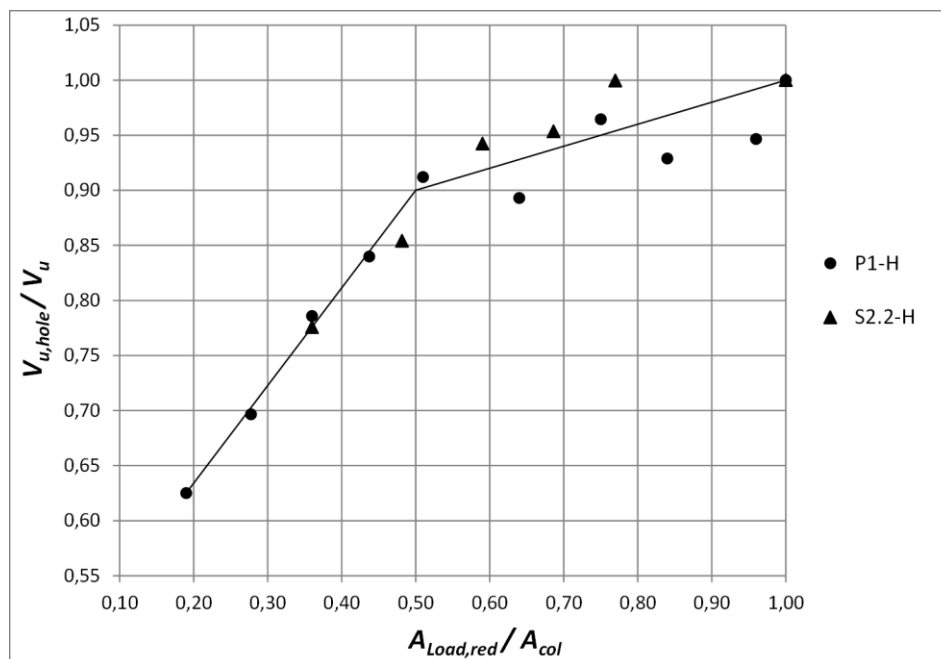


Bild 4-3: Bilinearer Zusammenhang zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Versagenslast bei den Platten der H-Serie

Die Anpassung des Versagenskriteriums der Gl. 2.6 mit dem nach Gl. 4.1 oder 4.2 ermittelten Verhältnis $V_{u,hole} / V_u$ führt auf das Versagenskriterium für lochrandgestützte Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte:

$$V_{u,hole,cal3} = k_{hole,3} \cdot \frac{0,75 \cdot u \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad [\text{N, mm}] \quad (4.3)$$

bzw.

$$V_{u,hole,cal2} = k_{hole,2} \cdot \frac{0,75 \cdot u \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad [\text{N, mm}] \quad (4.4)$$

Dies entspricht einer Verschiebung der Kurve des Versagenskriteriums, wie sie auf Bild 4-4 beispielhaft für Gl. 4.3 und $A_{Load,red} / A_{col} = 0,19$ dargestellt ist.

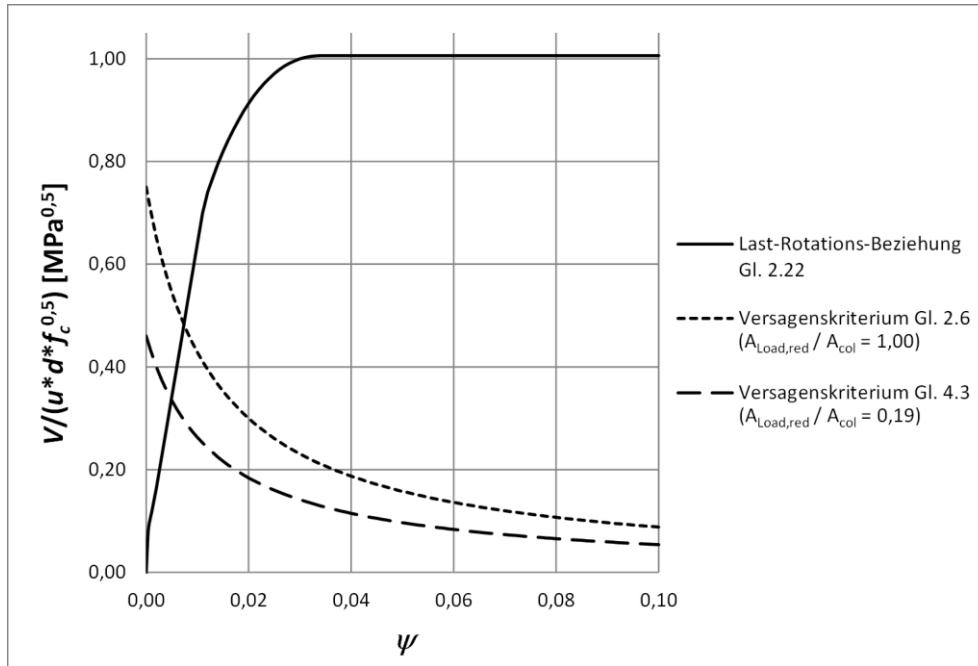


Bild 4-4: Versagenskriterium nach MUTTONI und Versagenskriterium für lochrandgestützte Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte nach Gl. 4.3 (H-Serie)

Die Nachrechnung der in Abs. 3.4.1 untersuchten Lochplatten mit den Versagenskriterien der Gl. 4.3 bzw. Gl. 4.4 ergibt in Summe eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen (Tabellen 4-1 und 4-2, Berechnungsbeispiel siehe Anhang A4.1). Dabei wurde die in den FEM-Berechnungen verwendete mittlere Betondruckfestigkeit f_c auch für die Nachrechnungen angesetzt. Der Mittelwert über alle untersuchten Modelle beträgt 0,98 bei einer Standardabweichung von nur 0,09. Hervorzuheben ist, dass der kubische Ansatz der Gl. 4.3 und der bilineare Ansatz der Gl. 4.4 identische Ergebnisse mit gleichen Mittelwerten und Standardabweichungen liefern. Die geringfügige Unterschreitung des angestrebten Mittelwertes von 1,00 ($x_m \geq 1,00$ bedeutet auf der sicheren Seite liegende Berechnungsergebnisse) ist auf die mäßige Prognosequalität für die Modelle der S2.2-H-Reihe zurückzuführen. Ursächlich hierfür ist die zu große rechnerische Versagenslast der Referenz-Vollplatte S2.2 ($V_{u,hole} / V_{u,hole,cal3} = 0,89$), die mit $k_{hole,3} = 1,00$ und damit dem nicht modifizierten Versagenskriterium der CSCT (Gl. 2.6) ermittelt wurde. Da die nach Gl. 4.3 bzw. 4.4 ermittelten Versagenslasten unmittelbar von der Prognosegüte für die Referenz-Vollplatte nach der CSCT abhängig sind, ergeben sich bei einer mäßigen Übereinstimmung zwischen den Berechnungs- und Simulationsergebnissen für die Referenz-Vollplatte entsprechend schlechte Prognosequalitäten für die Lochplatten. Bei einer Auswertung auf Grundlage einer größeren Datenbasis mit einer größeren Anzahl an Referenz-Vollplatten sind hier bessere Übereinstimmungen zu erwarten.

Platte	$V_{u,hole}$ [kN]	$V_{u,hole,cal3}$ [kN]	$V_{u,hole} /$ $V_{u,hole,cal3}$	Anzahl n	Mittelwert \bar{x}_m	Standardabw. σ_x
S2.2-H-200	470,2	575,3	0,82	6	0,87	0,03
S2.2-H-180	517,6	619,5	0,84			
S2.2-H-160	571,2	645,2	0,89			
S2.2-H-140	577,9	659,9	0,88			
S2.2-H-120	605,8	668,2	0,91			
S2.2	606,1	680,7	0,89			
P1-H-450	1015,1	1030,8	0,98	10	1,04	0,04
P1-H-425	1131,0	1156,5	0,98			
P1-H-400	1276,0	1246,4	1,02			
P1-H-375	1363,8	1311,2	1,04			
P1-H-350	1481,0	1357,3	1,09			
P1-H-300	1450,0	1413,2	1,03			
P1-H-250	1566,0	1440,8	1,09			
P1-H-200	1508,1	1454,7	1,04			
P1-H-100	1537,0	1467,2	1,05			
P1	1623,9	1470,9	1,10			
Σ				16	0,98	0,09

Tabelle 4-1: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.3 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der mittleren Betondruckfestigkeit f_c (H-Serie)

Platte	$V_{u,hole}$ [kN]	$V_{u,hole,cal2}$ [kN]	$V_{u,hole} /$ $V_{u,hole,cal2}$	Anzahl n	Mittelwert \bar{x}_m	Standardabw. σ_x
S2.2-H-200	470,20	566,8	0,83	6	0,87	0,04
S2.2-H-180	517,60	625,8	0,83			
S2.2-H-160	571,20	643,9	0,89			
S2.2-H-140	577,90	653,9	0,88			
S2.2-H-120	605,80	662,4	0,91			
S2.2	606,10	685,7	0,88			
P1-H-450	1015,10	1040,4	0,98	10	1,04	0,04
P1-H-425	1131,00	1139,0	0,99			
P1-H-400	1276,00	1228,3	1,04			
P1-H-375	1363,80	1309,3	1,04			
P1-H-350	1481,00	1374,9	1,08			
P1-H-300	1450,00	1403,6	1,03			
P1-H-250	1566,00	1427,7	1,10			
P1-H-200	1508,10	1447,3	1,04			
P1-H-100	1537,00	1473,1	1,04			
P1	1623,90	1481,6	1,10			
Σ				16	0,98	0,09

Tabelle 4-2: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.4 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der mittleren Betondruckfestigkeit f_c (H-Serie)

Die in den Tabellen 4-1 und 4-2 angegebenen Werte geben Aufschluss über die Prognosequalität der präsentierten Bemessungsvorschläge, ermöglichen aber keine direkte Aussage über das Sicherheitsniveau der errechneten Versagenslasten im Sinne der gültigen Normung im Bauwesen. In Hinblick auf einen Vergleich der mit Gl. 4.3 und 4.4 ermittelten rechnerischen Versagenslasten mit dem nach DIN EN 1990 (Eurocode 0, [115]) geforderten Sicherheitsniveau wurden daher in einer zweiten Berechnung charakteristische Werte der Bauteilwiderstände unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} ermittelt (Tabellen 4-3 und 4-4). Sowohl beim kubischen als auch beim bilinearen Ansatz ergeben sich Mittelwerte $x_m \geq 1,00$, wobei der Mittelwert nach Gl. 4.4 mit 1,13 geringfügig höher ist als nach Gl. 4.3 (1,12). Die Standardabweichung liegt mit 0,09 in beiden Fällen auf dem niedrigen Niveau der mit der mittleren Betondruckfestigkeit ermittelten Werte. Die 5%-Quantilwerte unterschreiten den angestrebten Wert von $x_{5\%} \geq 1,00$ geringfügig ($x_{5\%} = 0,98$ für Gl. 4.3 bzw. $x_{5\%} = 0,99$ für Gl. 4.4), liegen aber über den Werten, die mit den Formulierungen des Eurocode 2 [28] einschl. der Anpassungen aus dem nationalen Anhang [29] für Vollplatten erzielt werden (vergleiche [53; 116]). In Summe ist den mit den Gl. 4.3 bzw. 4.4 ermittelten rechnerischen Versagenslasten somit ein ausreichendes Sicherheitsniveau nach DIN EN 1990 zu attestieren.

Platte	$V_{u,hole}$ [kN]	$V_{u,hole,cal3,k}$ [kN]	$V_{u,hole} /$ $V_{u,hole,cal3,k}$	Anzahl n	Mittelwert x_m	Standardabw. σ_x	5%-Quantil $x_{5\%}$
S2.2-H-200	470,2	484,3	0,97	6	1,03	0,04	0,96
S2.2-H-180	517,6	522,5	0,99				
S2.2-H-160	571,2	544,8	1,05				
S2.2-H-140	577,9	557,5	1,04				
S2.2-H-120	605,8	564,7	1,07				
S2.2	606,1	575,6	1,05				
P1-H-450	1015,1	904,6	1,12	10	1,18	0,05	1,11
P1-H-425	1131,0	1017,2	1,11				
P1-H-400	1276,0	1098,1	1,16				
P1-H-375	1363,8	1156,1	1,18				
P1-H-350	1481,0	1197,6	1,24				
P1-H-300	1450,0	1247,9	1,16				
P1-H-250	1566,0	1272,7	1,23				
P1-H-200	1508,1	1285,3	1,17				
P1-H-100	1537,0	1296,5	1,19				
P1	1623,9	1299,9	1,25				
Σ				16	1,12	0,09	0,98

Tabelle 4-3: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.3 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} (H-Serie)

Platte	$V_{u,hole}$ [kN]	$V_{u,hole,cal2,k}$ [kN]	$V_{u,hole} /$ $V_{u,hole,cal2,k}$	Anzahl n	Mittelwert \bar{x}_m	Standardabw. σ_x	5%-Quantil $x_{5\%}$
S2.2-H-200	470,2	476,9	0,99	6	1,03	0,04	0,97
S2.2-H-180	517,6	528,0	0,98				
S2.2-H-160	571,2	543,7	1,05				
S2.2-H-140	577,9	552,3	1,05				
S2.2-H-120	605,8	559,7	1,08				
S2.2	606,1	580,0	1,05				
P1-H-450	1015,1	913,2	1,11	10	1,18	0,04	1,11
P1-H-425	1131,0	1001,6	1,13				
P1-H-400	1276,0	1081,7	1,18				
P1-H-375	1363,8	1154,4	1,18				
P1-H-350	1481,0	1213,4	1,22				
P1-H-300	1450,0	1239,3	1,17				
P1-H-250	1566,0	1261,0	1,24				
P1-H-200	1508,1	1278,5	1,18				
P1-H-100	1537,0	1301,8	1,18				
P1	1623,9	1309,5	1,24				
Σ				16	1,13	0,09	0,99

Tabelle 4-4: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.4 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} (H-Serie)

Um die Bemessung lochrandgestützter Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte entsprechend den zurzeit gültigen Stahlbetonregelwerken zu ermöglichen, wird nachfolgend ein auf Eurocode 2 [28] basierender Bemessungsvorschlag angegeben. Hierzu wird der Eurocode-Ansatz zur Bestimmung des Durchstanzwiderstands von Bauteilen ohne Durchstanzbewehrung (Gl. 2.1a) mit dem Verhältnis $V_{u,hole} / V_u$ nach Gl. 4.2 modifiziert:

$$v_{Rd,c,hole} = k_{hole,2} \cdot C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq k_{hole,2} \cdot (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \quad (4.5)$$

Der Einfluss einer Vorspannung auf das Durchstanztragverhalten lochrandgestützter Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte wurde in dieser Arbeit nicht untersucht. Daher sollte bis zum Vorliegen entsprechender Untersuchungen $\sigma_{cp} = 0$ gesetzt werden.

Ein Vergleich der auf Grundlage von Gl. 4.5 ermittelten rechnerischen Versagenslasten mit den Ergebnissen der FEM-Simulation ist Tabelle 4-5 zu entnehmen. Dabei wurde $C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c$ mit $\gamma_c = 1,0$ ermittelt und der sich hieraus ergebende Durchstanzwiderstand für lochrandgestützte Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte auf den kritischen Rundschnitt u_1 im Abstand von $2d$ vom Stützenrand bezogen. Zur Bestimmung der Versagenslast wurde der Lasterhöhungsfaktor $\beta = 1,0$ gesetzt, da bei der Nachrechnung der Simulations- und Versuchsergebnisse eine rotationssymmetrische Lasteinleitung angenommen werden kann:

$$V_{u,hole,EC} = \frac{v_{Rd,c,hole} \cdot u_1 \cdot d}{\beta} = v_{Rd,c,hole} \cdot u_1 \cdot d \quad (4.6)$$

Platte	$V_{u,hole}$ [kN]	$V_{u,hole,EC,k}$ [kN]	$V_{u,hole} /$ $V_{u,hole,EC,k}$	Anzahl n	Mittelwert \bar{x}_m	Standardabw. σ_x	5%-Quantil $x_{5\%}$
S2.2-H-200	470,2	400,4	1,17	6	1,18	0,03	1,13
S2.2-H-180	517,6	458,5	1,13				
S2.2-H-160	571,2	476,6	1,20				
S2.2-H-140	577,9	486,6	1,19				
S2.2-H-120	605,8	495,2	1,22				
S2.2	606,1	519,2	1,17				
P1-H-450	1015,1	718,7	1,41	10	1,38	0,04	1,32
P1-H-425	1131,0	812,9	1,39				
P1-H-400	1276,0	901,6	1,42				
P1-H-375	1363,8	984,9	1,38				
P1-H-350	1481,0	1054,5	1,40				
P1-H-300	1450,0	1084,9	1,34				
P1-H-250	1566,0	1110,6	1,41				
P1-H-200	1508,1	1131,7	1,33				
P1-H-100	1537,0	1159,7	1,33				
P1	1623,9	1169,1	1,39				
Σ				16	1,31	0,11	1,13

Tabelle 4-5: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.6 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} (H-Serie)

Der modifizierte Eurocode-Ansatz nach Gl. 4.6 ergibt über alle Modelle einen Mittelwert von 1,31, eine Standardabweichung von 0,11 und ein 5%-Quantil von 1,13. Damit ist die Zielgenauigkeit für die nach Gl. 4.6 ermittelten Versagenslasten zwar schlechter als bei den Ansätzen der CSCT, das Sicherheitsniveau liegt aber über den mit den nicht modifizierten Eurocode-Ansätzen für Vollplatten ermittelten Werten (vergleiche [53; 116]). Damit wird das angestrebte Sicherheitsniveau auch mit dem modifizierten EC2-Ansatz nach Gl. 4.6 erreicht.

Vor dem Hintergrund der mäßigeren Prognosegüte des Eurocode-Ansatzes sollten die auf der Theorie der kritischen Schubrissbreite basierenden Ansätze der Gl. 4.3 und 4.4 vorrangig zur Bestimmung der Versagenslasten lochrandgestützter Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte verwendet werden. Mit beiden Verfahren, dem kubischen Ansatz der Gl. 4.3 und dem bilinearen Ansatz der Gl. 4.4, werden annähernd identische und gleichermaßen gute Resultate erzielt.

Für die Bemessung lochrandgestützter Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte kann alternativ der Bemessungsvorschlag der Gl. 4.6 verwendet werden.

4.2 LOCHRANDGESTÜTZTE PLATTEN MIT EINEM STAHLKERN IN PLATTENMITTE

Bei den Platten der C-Serie wurde festgestellt, dass die Versagenslasten nicht unmittelbar von der Größe des Kerns abhängig sind, sondern von der mit der Anordnung eines Kerns verbundenen Auslagerung der Bewehrung. Da überdies eine Abhängigkeit der Versagensart vom Kerndurchmesser erkennbar ist, wird nachstehend analog zu Abs. 4.1 ein auf der CSCT basierender Bemessungsvorschlag angegeben, der auf einer Modifizierung des Versagenskriteriums der Gl. 2.6 mit dem Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col}$ beruht. Die Bestimmung der Last-Rotations-Beziehung erfolgt auch hier mit dem quadrilinearen Vorschlag von Muttoni (Gl. 2.22).

Wie Bild 4-5 zeigt, lässt sich der Zusammenhang zwischen den Verhältnissen $A_{Load,red} / A_{col}$ und $V_{u,core} / V_u$ durch einen linearen Ansatz in zufriedenstellender Weise annähern. Dieser hat die Form

$$k_{core} = \frac{V_{u,core}}{V_u} = \begin{cases} 0 & \text{für } \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} < 0,19 \\ 0,17 \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} + 0,83 & \text{für } 0,19 \leq \frac{A_{Load,red}}{A_{col}} \leq 1,00 \end{cases} \quad (4.7)$$

In Gl. 4.7 wird der Anwendungsbereich auf Verhältnisse $A_{Load,red} / A_{col} \geq 0,19$ beschränkt, da für kleinere Verhältnisse keine Simulationsergebnisse vorliegen. Wie bereits in Abs. 4.1 erläutert, dürfte mit den angegebenen Gültigkeitsgrenzen der praxisrelevante Bereich abgedeckt sein. Durch die Verwendung eines linearen Ansatzes über den gesamten Gültigkeitsbereich wird überdies ein fließender Übergang zwischen lokalem und Durchstanzversagen erreicht. Damit ist es für die Bemessung unerheblich, dass auf Grundlage der FEM-Simulationen kein einheitliches Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col}$ zur Abgrenzung zwischen lokalem und Durchstanzversagen gefunden werden konnte.

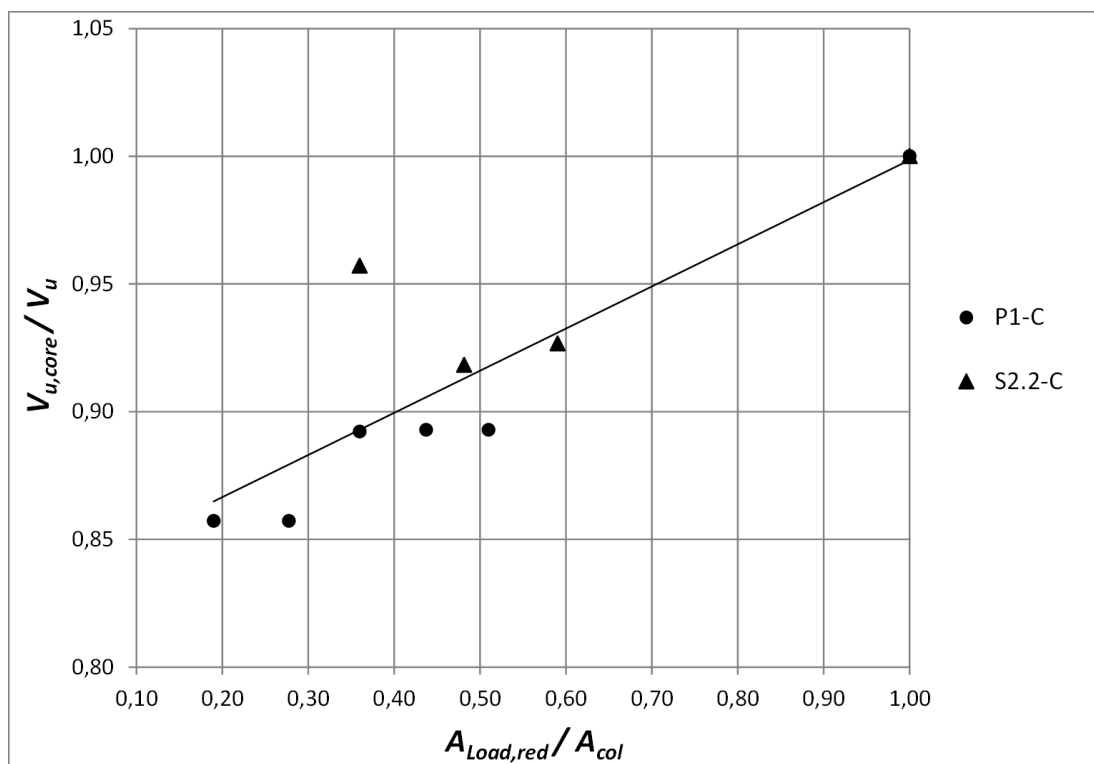


Bild 4-5: Linearer Zusammenhang zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Versagenslast bei den Platten der C-Serie

Als Versagenskriterium für lochrandgestützte Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte und neben den Kern ausgelagerter Bewehrung ergibt sich damit

$$V_{u,core,cal} = k_{core} \cdot \frac{0,75 \cdot u \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad [\text{N, mm}] \quad (4.8)$$

Die Simulationsergebnisse des Abs. 3.4.2 lassen den Schluss zu, dass dieser Ansatz auch für lochrandgestützte Platten mit einem profilierten Betonkern in Plattenmitte verwendet werden kann. Ein Vergleich zwischen den rechnerischen Versagenslasten und den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der im Versuch festgestellten Betondruckfestigkeit f_c über alle Modelle der C-Serie ergibt ähnlich gute Resultate wie bei den Lochplatten mit einem Mittelwert von 0,99 und einer Standardabweichung von 0,09 (Tabelle 4-6, Beispielrechnung in Anhang A4.2). Für die mäßigere Prognosegüte der Reihe S2.2-C gelten die in Abs. 4.1 gemachten Anmerkungen.

Platte	$V_{u,core}$ [kN]	$V_{u,core,cal}$ [kN]	$V_{u,core}/$ $V_{u,core,cal}$	Anzahl n	Mittelwert x_m	Standardabw. σ_x
S2.2-C-200	580,1	629,9	0,92	4	0,88	0,03
S2.2-C-180	556,6	640,7	0,87			
S2.2-C-160	561,7	650,3	0,86			
S2.2	606,1	685,7	0,88			
P1-C-450	1392,0	1330,3	1,05	6	1,06	0,02
P1-C-425	1392,0	1347,1	1,03			
P1-C-400	1448,9	1362,8	1,06			
P1-C-375	1450,0	1377,5	1,05			
P1-C-350	1449,9	1391,2	1,04			
P1	1623,9	1481,6	1,10			
Σ				10	0,99	0,09

Tabelle 4-6: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.8 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der mittleren Betondruckfestigkeit f_c (C-Serie)

Zur Überprüfung des nach Eurocode 0 [115] geforderten Sicherheitsniveaus wurde analog zu Abs. 4.1 ein zweiter Berechnungsdurchgang zur Ermittlung der charakteristischen Bauteilwiderstände unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} durchgeführt. Mit einem Mittelwert über alle Modelle der C-Serie von 1,14, einer Standardabweichung von 0,08 und einem 5%-Quantil von 1,00 wird das angestrebte Sicherheitsniveau mit dem angegebenen Bemessungsvorschlag erreicht (Tabelle 4-7).

Um eine Eurocode-konforme Bemessung für lochrandgestützte Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte zu ermöglichen, wird alternativ ein auf Gl. 2.1a und Gl. 4.7 basierender Bemessungsvorschlag angegeben, wobei auch hier $\sigma_{cp} = 0$ gesetzt werden sollte (s. Abs. 4.1):

$$v_{Rd,c,core} = k_{core} \cdot C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq k_{core} \cdot (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \quad (4.9)$$

Damit ergibt sich für die Versagenslast analog zu Gleichung 4.6:

$$V_{u,core,EC} = v_{Rd,c,core} \cdot u_1 \cdot d \quad (4.10)$$

Platte	$V_{u,core}$ [kN]	$V_{u,core,cal,k}$ [kN]	$V_{u,core} /$ $V_{u,core,cal,k}$	Anzahl n	Mittelwert x_m	Standardabw. σ_x	5%-Quantil $x_{5\%}$
S2.2-C-200	580,1	531,5	1,09	4	1,05	0,03	1,00
S2.2-C-180	556,6	540,9	1,03				
S2.2-C-160	561,7	549,2	1,02				
S2.2	606,1	580,0	1,05				
P1-C-450	1392,0	1173,3	1,19	6	1,20	0,02	1,16
P1-C-425	1392,0	1188,4	1,17				
P1-C-400	1448,9	1202,6	1,20				
P1-C-375	1450,0	1215,8	1,19				
P1-C-350	1449,9	1228,1	1,18				
P1	1623,9	1309,5	1,24				
Σ				10	1,14	0,08	1,00

Tabelle 4-7: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.8 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} (C-Serie)

Wie auch schon bei den Modellen der H-Serie zeigt ein Vergleich der mit dem Eurocode-Ansatz ermittelten Versagenslasten mit den FEM-Ergebnissen schlechtere Resultate als bei der Verwendung des auf der CSCT basierenden Ansatzes (Tabelle 4-8). Der Mittelwert über alle Modelle der C-Serie liegt bei 1,30 bei einer Standardabweichung von 0,10 und einem 5%-Quantil von 1,14. Das Sicherheitsniveau entspricht damit dem der H-Serie. In Hinblick auf die Verwendung des EC2-Ansatzes gelten die in Abs. 4.1 gemachten Anmerkungen.

Platte	$V_{u,core}$ [kN]	$V_{u,core,EC,k}$ [kN]	$V_{u,core} /$ $V_{u,core,EC,k}$	Anzahl n	Mittelwert x_m	Standardabw. σ_x	5%-Quantil $x_{5\%}$
S2.2-C-200	580,1	462,7	1,25	4	1,19	0,04	1,12
S2.2-C-180	556,6	473,4	1,18				
S2.2-C-160	561,7	483,0	1,16				
S2.2	606,1	519,2	1,17				
P1-C-450	1392,0	1008,1	1,38	6	1,37	0,02	1,35
P1-C-425	1392,0	1025,5	1,36				
P1-C-400	1448,9	1041,9	1,39				
P1-C-375	1450,0	1057,3	1,37				
P1-C-350	1449,9	1071,7	1,35				
P1	1623,9	1169,1	1,39				
Σ				10	1,30	0,10	1,14

Tabelle 4-8: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 4.10 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} (C-Serie)

4.3 LOCHRANDGESTÜTZTE PLATTEN MIT EINEM STAHLKERN UND DARAN FIXIERTER BEWEHRUNG

Die Simulationsergebnisse aus Abs. 3.4.3 zeigen, dass sich die Modelle der *F*-Serie nahezu identisch zu den zugrundeliegenden Vollplatten verhalten und durchgängig aufgrund eines Durchstanzproblems versagen. Die Auswertung des Zusammenhangs zwischen den Verhältnissen $A_{Load,red} / A_{col}$ und $V_{u,fixe} / V_u$ bestätigt, dass kein unmittelbarer Einfluss des Kerns auf die Versagenslasten feststellbar ist (Bild 4-6).

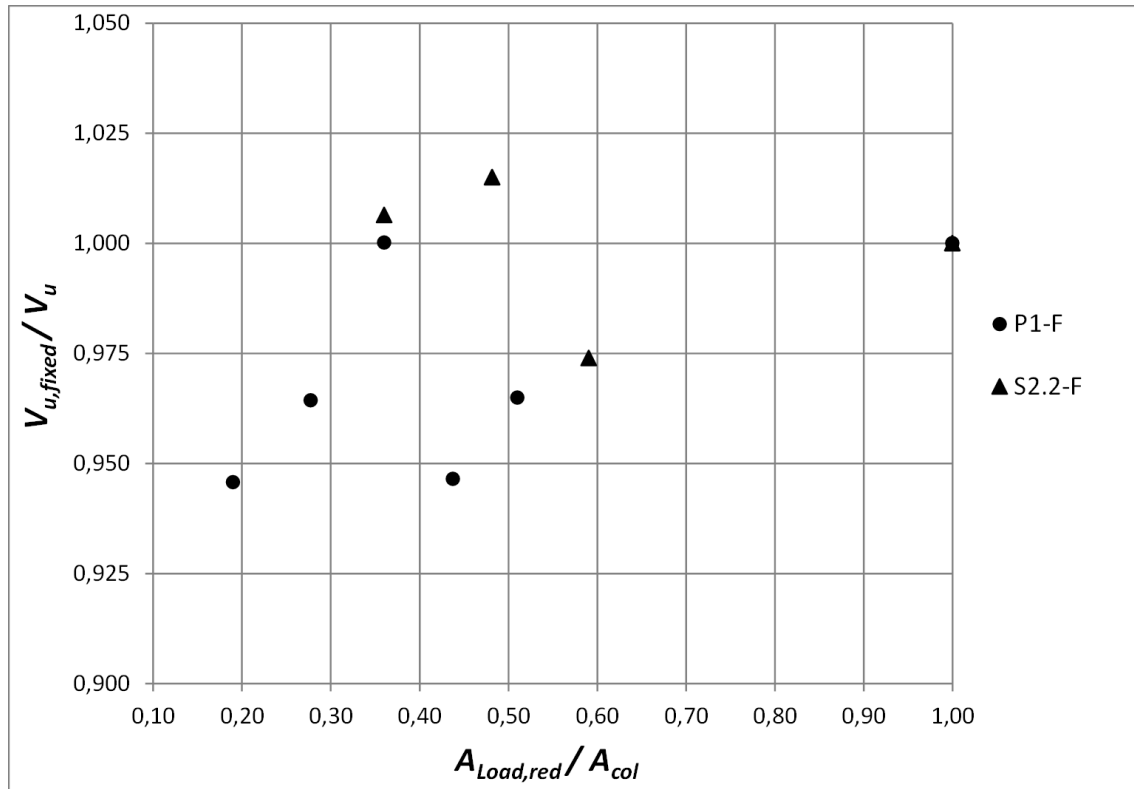


Bild 4-6: Zusammenhang zwischen reduzierter Lasteinleitungsfläche und Versagenslast (*F*-Serie)

Da die Abweichungen zwischen den Versagenslasten der lochrandgestützten Platten mit Stahlkern und daran fixierter Längsbewehrung und den Referenz-Vollplatten $\leq 5,4\%$ sind, wird vorgeschlagen, die Platten der *F*-Serie rechnerisch wie Vollplatten zu behandeln. Die Bestimmung der Versagenslasten nach der (nicht modifizierten) Theorie der kritischen Schubrissbreite (Gl. 2.6) ergibt ähnliche Übereinstimmungen zwischen Simulationsergebnissen und rechnerischen Versagenslasten wie bei den Bemessungsvorschlägen für die Platten der *H*- und *C*-Serie mit einem Mittelwert über alle Modelle von 0,99 und einer Standardabweichung von 0,10 (Tabelle 4-9, Beispielrechnung siehe Anhang A4.3).

Die Ermittlung der charakteristischen Bauteilwiderstände mit der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} zeigt, dass bei Ansatz des Versagenskriteriums von Muttoni für Vollplatten auf lochrandgestützte Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte und daran fixierter Längsbewehrung ein ausreichendes Sicherheitsniveau erzielt wird (Tabelle 4-10, Mittelwert 1,14, Standardabweichung 0,09 und 5%-Quantil 1,00). Da die Resultate in ähnlicher Größenordnung wie bei den Bemessungsvorschlägen für die Platten der *H*- und *C*-Serie liegen, spricht auf Basis der FEM-Ergebnisse nichts gegen eine Bemessung von Platten mit einem Kern in Plattenmitte und daran fixierter Bewehrung als Vollplatten.

Platte	$V_{u, fixed}$ [kN]	$V_{u, fixed, cal}$ [kN]	$V_{u, fixed} /$ $V_{u, fixed, cal}$	Anzahl n	Mittelwert x_m	Standardabw. σ_x
S2.2-F-200	610,0	685,7	0,89	4	0,88	0,02
S2.2-F-180	615,2	685,7	0,90			
S2.2-F-160	590,3	685,7	0,86			
S2.2	606,1	685,7	0,88			
P1-F-450	1535,8	1481,6	1,04	6	1,06	0,03
P1-F-425	1566,0	1481,6	1,06			
P1-F-400	1624,1	1481,6	1,10			
P1-F-375	1537,0	1481,6	1,04			
P1-F-350	1566,9	1481,6	1,06			
P1	1623,9	1481,6	1,10			
Σ				10	0,99	0,10

Tabelle 4-9: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 2.6 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der mittleren Betondruckfestigkeit f_c (F-Serie)

Platte	$V_{u, fixed}$ [kN]	$V_{u, fixed, cal, k}$ [kN]	$V_{u, fixed} /$ $V_{u, fixed, cal, k}$	Anzahl n	Mittelwert x_m	Standardabw. σ_x	5%-Quantil $x_{5\%}$
S2.2-F-200	610,0	580,0	1,05	4	1,04	0,02	1,01
S2.2-F-180	615,2	580,0	1,06				
S2.2-F-160	590,3	580,0	1,02				
S2.2	606,1	580,0	1,05				
P1-F-450	1535,8	1309,5	1,17	6	1,20	0,03	1,15
P1-F-425	1566,0	1309,5	1,20				
P1-F-400	1624,1	1309,5	1,24				
P1-F-375	1537,0	1309,5	1,17				
P1-F-350	1566,9	1309,5	1,20				
P1	1623,9	1309,5	1,24				
Σ				10	1,14	0,09	1,00

Tabelle 4-10: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 2.6 mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} (F-Serie)

Das Sicherheitsniveau der mit dem Eurocode-Ansatz ermittelten Bauteilwiderstände liegt in gleicher Größenordnung wie bei den Modellen der *H*- und *C*-Serie (Tabelle 4-11), die Zielgenauigkeit der Prognose ist erneut etwas schlechter als beim CSCT-Ansatz. Unter Berücksichtigung der in Abs. 4.1 gemachten Anmerkungen kann der Eurocode-Ansatz für Praxiszwecke, d.h. zur Bemessung, prinzipiell verwendet werden. Wenn bei der Bestimmung der Versagenslasten eine hohe Prognosegüte gefordert ist, sollte aber auch hier der CSCT-Ansatz vorrangig zum Einsatz kommen.

Platte	$V_{u, fixed}$ [kN]	$V_{u, fixed, EC, k}$ [kN]	$V_{u, fixed} /$ $V_{u, fixed, EC, k}$	Anzahl n	Mittelwert \bar{x}_m	Standardabw. σ_x	5%-Quantil $x_{5\%}$
S2.2-F-200	610,0	519,2	1,17	4	1,17	0,02	1,13
S2.2-F-180	615,2	519,2	1,18				
S2.2-F-160	590,3	519,2	1,14				
S2.2	606,1	519,2	1,17				
P1-F-450	1535,8	1169,1	1,31	6	1,35	0,03	1,29
P1-F-425	1566,0	1169,1	1,34				
P1-F-400	1624,1	1169,1	1,39				
P1-F-375	1537,0	1169,1	1,31				
P1-F-350	1566,9	1169,1	1,34				
P1	1623,9	1169,1	1,39				
Σ				10	1,28	0,10	1,11

Tabelle 4-11: Vergleich der rechnerischen Versagenslasten nach Gl. 2.1a mit den Ergebnissen der FEM-Simulationen unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} (F-Serie)

4.4 FAZIT KAPITEL 4

Da die FEM-Simulationen des dritten Kapitels einen deutlichen Einfluss der Loch- bzw. Kernausbildung auf die Versagensursache und die Versagenslast gezeigt haben, werden für die drei untersuchten Konstruktionsarten gesonderte Bemessungsvorschläge angegeben. Als Alternative zu diesen, auf der im zweiten Kapitel beschriebenen Theorie der kritischen Schubrissbreite von *MUTTONI* [40] basierenden Vorschläge wird zudem jeweils ein auf den Formulierungen des Eurocode 2 [28] aufbauender Ansatz angegeben.

Für lochrandgestützte Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte wird das Versagenkriterium nach *MUTTONI* mit einem vom Verhältnis $A_{Load, red} / A_{col}$ abhängigen Polynom dritten Grades so modifiziert, dass bei einer Nachrechnung der Simulationsergebnisse für die Modelle der *H*-Serie gute Übereinstimmungen erzielt wurden (Mittelwert 0,98, Standardabweichung 0,09). Die Ermittlung der charakteristischen Bauteilwiderstände zeigt, dass das nach Eurocode 0 [115] geforderte Sicherheitsniveau zwar geringfügig unterschritten wird, mit einem Mittelwert von 1,12, einer Standardabweichung von 0,09 und einem 5%-Quantil von 0,98 das nach Eurocode 2 [28] für Vollplatten ermittelte Sicherheitsniveau jedoch übertroffen wird. Nahezu identische Resultate lassen sich mit einem vereinfachten bilinearen Ansatz erzielen, der als praxisgerechte Alternative zum kubischen Ansatz zu verstehen ist. Eine schlechtere Zielgenauigkeit, aber ein ebenfalls zufriedenstellendes Sicherheitsniveau liefert ein bilinearer Ansatz, der auf Eurocode 2 basiert (Mittelwert 1,31, Standardabweichung 0,11, 5%-Quantil 1,13).

Der Bemessungsvorschlag für lochrandgestützte Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte basiert auf einer linearen Modifizierung des Versagenkriteriums von *MUTTONI*, die zu ebenfalls guten Übereinstimmungen mit den Simulationsergebnissen für die Modelle der *C*-Serie führt (Mittelwert 0,99, Standardabweichung 0,09). Eine Auswertung der charakteristischen Bauteilwiderstände ergibt, dass das nach Eurocode 0 angestrebte Sicherheitsniveau mit einem Mittelwert von 1,14, einer Standardabweichung von 0,08 und einem 5%-Quantil von 1,00 erreicht wird. Der alternativ angegebene, auf Eurocode 2 aufbauende lineare Ansatz ergibt mit einem Mittelwert von 1,30, einer

Standardabweichung von 0,10 und einem 5%-Quantil von 1,14 eine schlechtere Zielgenauigkeit, erreicht aber ebenfalls das geforderte Sicherheitsniveau.

Da in den FEM-Simulationen hinsichtlich des Tragverhaltens und der Versagenslasten nur sehr geringe Abweichungen zwischen Vollplatten und lochrandgestützten Platten mit einem Stahlkern und daran fixierter Längsbewehrung festgestellt wurden, wird für diese Platten eine rechnerische Handhabung als Vollplatten vorgeschlagen. Die nach dem nicht modifizierten Ansatz von *MUTTONI* ermittelten rechnerischen Versagenslasten für die Modelle der *F*-Serie (Mittelwert 0,99, Standardabweichung 0,10) sowie die errechneten charakteristischen Bauteilwiderstände (Mittelwert 1,14, Standardabweichung 0,09, 5%-Quantil 1,00) rechtfertigen diese Vorgehensweise. Die auf Grundlage der Formulierungen aus dem Eurocode 2 ermittelten charakteristischen Bauteilwiderstände ergeben erneut etwas schlechtere Übereinstimmungen (Mittelwert 1,28, Standardabweichung 0,10, 5%-Quantil 1,11).

Mit den in Kapitel 4 vorgestellten Bemessungsvorschlägen für auf kreisrunden Stützen aufgelagerte lochrandgestützte Platten mit einem kreisrunden Sackloch bzw. Kern in Plattenmitte lassen sich somit rechnerische Versagenslasten ermitteln, deren Prognosegüte unabhängig von der Konstruktionsart nahezu gleich hoch ist und die das geforderte Sicherheitsniveau erreichen. Die auf der Theorie der kritischen Schubrissbreite von *MUTTONI* basierenden Formulierungen führen auf eine höhere Prognosegüte als die modifizierten EC2-Gleichungen, so dass ihnen für die rechnerische Bestimmung der Versagenslasten Vorrang gegenüber den auf Eurocode 2 aufbauenden Ansätzen eingeräumt werden sollte. Für die Ermittlung der charakteristischen Bauteilwiderstände und somit für die Bemessung sind prinzipiell beide Verfahren geeignet, wobei die EC2-Ansätze in der Praxis leichter handzuhaben sind, tendenziell aber mehr auf der sicheren Seite liegen als die zielgenaueren CSCT-Formulierungen.

Abschließend ist nochmals zu betonen, dass sämtliche Bemessungsvorschläge bis zum Vorliegen entsprechender Versuchsergebnisse als vorläufig zu betrachten sind.

5 KONZEPTION EINER VERSUCHSREIHE UND EINES VERSUCHSAUFBAUS

Zur Validierung der Simulationsergebnisse und der hieraus abgeleiteten Bemessungsvorschläge sind in einem zweiten Schritt Bauteilversuche durchzuführen, die jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit sind. Die Auswertung der FEM-Simulationen ermöglicht es, genaue Anforderungen an das Versuchsprogramm und den Versuchsaufbau zu formulieren und somit die Anzahl der Versuche auf ein Mindestmaß zu beschränken.

Nachfolgend wird zunächst beschrieben, welchen Ansprüchen ein geeignetes Versuchsprogramm genügen muss. Auf dieser Grundlage wird eine Versuchsreihe konzipiert. Danach wird ein Entwurf für einen Versuchsstand angegeben, in dem die beschriebenen Versuchsplatten bis zum Bruch belastet und die erforderlichen Messungen vorgenommen werden können. Dabei sind die allgemeinen Anforderungen an Versuche, die der versuchsgestützten Bemessung dienen, entsprechend DIN EN 1990 [115], Anhang D, zu berücksichtigen.

5.1 ENTWURF EINER VERSUCHSREIHE

Auf Grundlage der Simulationsergebnisse des dritten Kapitels können folgende Kriterien festgelegt werden, denen ein geeignetes Versuchsprogramm zu genügen hat:

1. Zu Vergleichszwecken ist zunächst eine Referenz-Vollplatte zu untersuchen.
2. Da in der Simulation für die unterschiedlichen Konstruktionsarten bei gleicher reduzierter Lasteinleitungsfläche unterschiedliche Versagensarten und Versagenslasten festgestellt wurden, muss das Versuchsprogramm alle drei im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Konstruktionsarten (*H*-, *C*- und *F*-Serie) umfassen.
3. Bei den Versuchen an Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte (*H*-Serie) ist zu überprüfen, ob bei Platten mit $A_{Load,red} / A_{col} < 0,5$ der Bruch in Form eines lokalen Versagens am Lochrand eintritt. Die Annahme eines klassischen Durchstanzversagens als Versagensursache für Platten mit $A_{Load,red} / A_{col} \geq 0,5$ ist zu bestätigen. Die Abhängigkeit der Versagenslasten vom Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col}$ und die Gültigkeit der hieraus abgeleiteten Bemessungsansätze ist zu kontrollieren.
4. Die unter Punkt 3. formulierten Kriterien gelten analog auch für Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte (*C*-Serie). Eine eindeutige Abgrenzung zwischen lokalem und Durchstanzversagen in Abhängigkeit vom Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col}$ erscheint anhand der in diesem Punkt nicht eindeutigen Simulationsergebnisse schwierig. Da die hierfür erforderliche Anzahl an Versuchen groß, der in Hinblick auf die Bemessungsvorschläge zu erwartende Nutzen aber gering ist, ist die Formulierung einer exakten Grenze von untergeordneter Bedeutung. Weitergehende Versuche zu diesem Punkt sollten nur dann durchgeführt werden, falls die Versuchsergebnisse signifikante Abweichungen von den erarbeiteten Bemessungsvorschlägen ergeben.
5. Es ist festzustellen, ob die für Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte und daran fixierter Längsbewehrung (*F*-Serie) getroffene Annahme, dass sie sich hinsichtlich Tragverhalten und Versagenslasten wie korrespondierende Vollplatten verhalten, korrekt ist. Daher erscheint es als ausreichend, für diese Konstruktionsart nur eine Platte mit einem kleinen Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col}$ zu untersuchen.

Über diese problemspezifischen Kriterien hinaus wird der Anspruch erhoben, dass die Geometrie der Versuchsplatten praxisrelevanten Abmessungen entspricht und die Gebrauchslasten baupraktisch sinnvolle Größen haben. Der Längsbewehrungsgrad ist so hoch zu wählen, dass ein Biegeversagen ausgeschlossen wird und keine Durchstanzbewehrung erforderlich ist.

Auf Grundlage der zuvor beschriebenen Kriterien wird für die Referenz-Vollplatte ein Deckenausschnitt aus einer Flachdecke mit $l_x = l_y = 6,00$ m und $h = 28$ cm gewählt, der aus Beton der Betonfestigkeitsklasse C30/37 hergestellt wird. Der Radius des Momenten-Nullkreises für eine Innenstütze ergibt sich bei linear-elastischer Berechnung zu

$$r_q \approx 0,22 \cdot l = 0,22 \cdot 6,00 = 1,32 \text{ m} \quad (5.1)$$

Zur einfacheren versuchstechnischen Handhabung wird als Deckenausschnitt eine quadratische Platte mit $l_s = 2,90$ m gewählt, die über einen Kreis mit dem Radius r_q gleichmäßig belastet wird.

Unter Annahme einer Ausbaulast von $\Delta g = 1,5$ kN/m² und einer Nutzlast von $q = 2,0$ kN/m² ergibt sich aus einer FEM-Berechnung für eine 9-feldrige Flachdecke an den Innenstützen eine Stützenlast auf Gebrauchslastniveau von $V_{Ed} = 644,8$ kN.

Die mittlere statische Nutzhöhe wird unter Annahme der Expositionsklasse XC1 und einem Stabdurchmesser $d_s = 20$ mm für die Längsbewehrung zu $d_m = 23,0$ cm festgelegt. Diese statische Nutzhöhe ist entsprechend dem Nachweis der Biegeschlankheit nach Eurocode 2 [28] und Nationalem Anhang [29] ausreichend, um die Anforderungen an die Begrenzung der Verformungen zu erfüllen.

Aus der Biegebemessung für das mittels FEM-Berechnung ermittelte Stützmoment an den Innenstützen ergibt sich ein erforderlicher Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,77$ %. Zur Vermeidung von Durchstanzbewehrung ist gemäß Eurocode 2 [28] und Nationalem Anhang [29] eine Erhöhung des Längsbewehrungsgrades auf $\rho_l = 1,40$ % erforderlich. Als obere Längsbewehrung wird daher in beiden Richtungen $\emptyset 20/10$ (entsprechend $\rho_l = 1,37$ %) gewählt, als untere Längsbewehrung aus konstruktiven Gründen $\emptyset 10/10$. Diese Bewehrung ist als Bewehrung zur Vermeidung eines fortschreitenden Versagens („Kollapsbewehrung“) gemäß Abs. 9.4.1 (3) des Nationalen Anhangs ausreichend. Unter den gegebenen geometrischen Randbedingungen ist die Längsbewehrung außerhalb des kritischen Rundschnitt u_l im Abstand $2,0d$ von der Stütze verankert. Alle Biegeformen sind aus Stabstahl B500B herzustellen, der über Schweißbeignung verfügen muss.

Als Lasteinleitungsfläche wird eine kreisrunde Verbundstütze mit einem Innendurchmesser von $d_{col} = 30$ cm und einer Länge von $l_{col} = 60$ cm gewählt. Die Anordnung einer Verbundstütze anstelle einer Stahlbetonstütze erfolgt mit Blick auf die Parameterstudien, bei denen aufgrund der Erkenntnisse aus den FEM-Simulationen hinsichtlich eines Stützenversagens im Lasteinleitungsbereich keine Stahlbetonstützen aus normalfestem Beton eingesetzt werden können. Um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, ist bei der Vollplatte daher ebenfalls eine Verbundstütze zu verwenden. Die Festlegung des Stützendurchmessers erfolgt in Hinblick auf baupraktisch übliche Abmessungen und auf die für die Herstellung der Verbundstützen verfügbaren Kreishohlprofile. Rohrdurchmesser und Wanddicke werden aus dem Lieferprogramm von Verbundstützenherstellern [117] so gewählt, dass der Innendurchmesser des Mantelrohres 30 cm beträgt. Zwischen dem Mantelrohr der Verbundstützen und der Plattenunterseite ist ein ca. 10 mm breiter Ringspalt anzuordnen, um ein Einschneiden des Mantelrohres in die mehraxial hoch beanspruchte Druckzone zu verhindern (siehe hierzu [15]). Gleichzeitig soll dadurch erreicht

werden, dass das Mantelrohr nur Tangentialspannungen in horizontaler Richtung und keine Längsspannungen in vertikaler Richtung erfährt. In Hinblick auf die Parameterstudien ist für den Stützenbeton mindestens die Betonfestigkeitsklasse C70/85 anzustreben, um ein Versagen des Betons unmittelbar unter der Platte (keine oder reduzierte umschnürende Wirkung des Mantelrohres) auszuschließen. Bei der Mischungszusammensetzung ist ein kleiner Größtkorndurchmesser vorzusehen, so dass bei den Platten mit Stahlkern der verbleibende Hohlraum in der Verbundstütze ordnungsgemäß ausbetoniert werden kann. Der Stützenstumpf wird konstruktiv mit $6\phi 20$ bewehrt.

Die aus den vorstehenden Angaben resultierende Versuchsplatte *L1* ist auf Bild 5-1 dargestellt, vollständige maßstäbliche Bewehrungszeichnungen einschl. Bewehrungsausügen sind in Anhang A5.1 zu finden. Diese Referenz-Vollplatte dient als Grundlage für die hinsichtlich der Konstruktionsart und der Größe der Lasteinleitungsfläche durchzuführenden Parameterstudien.

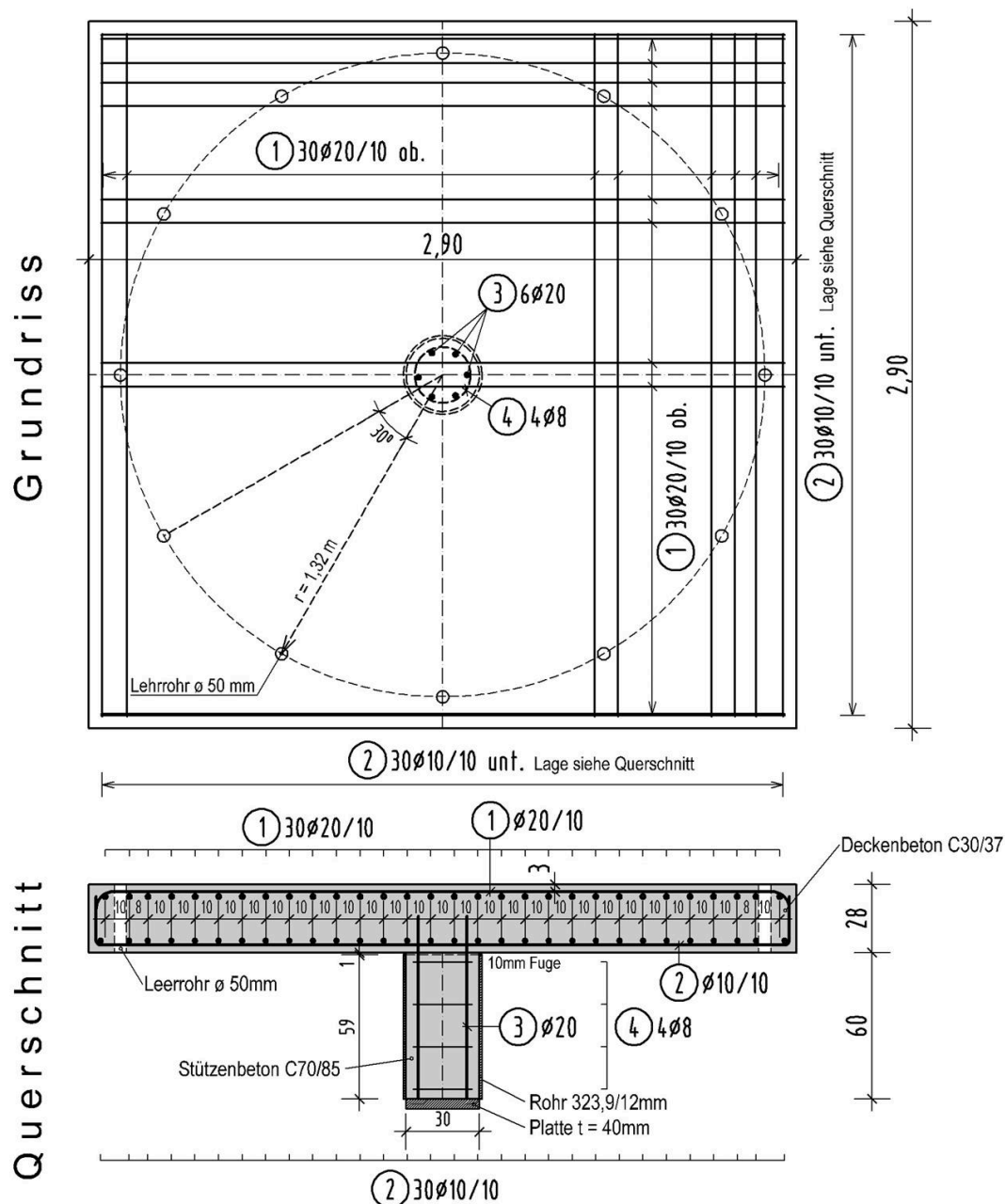
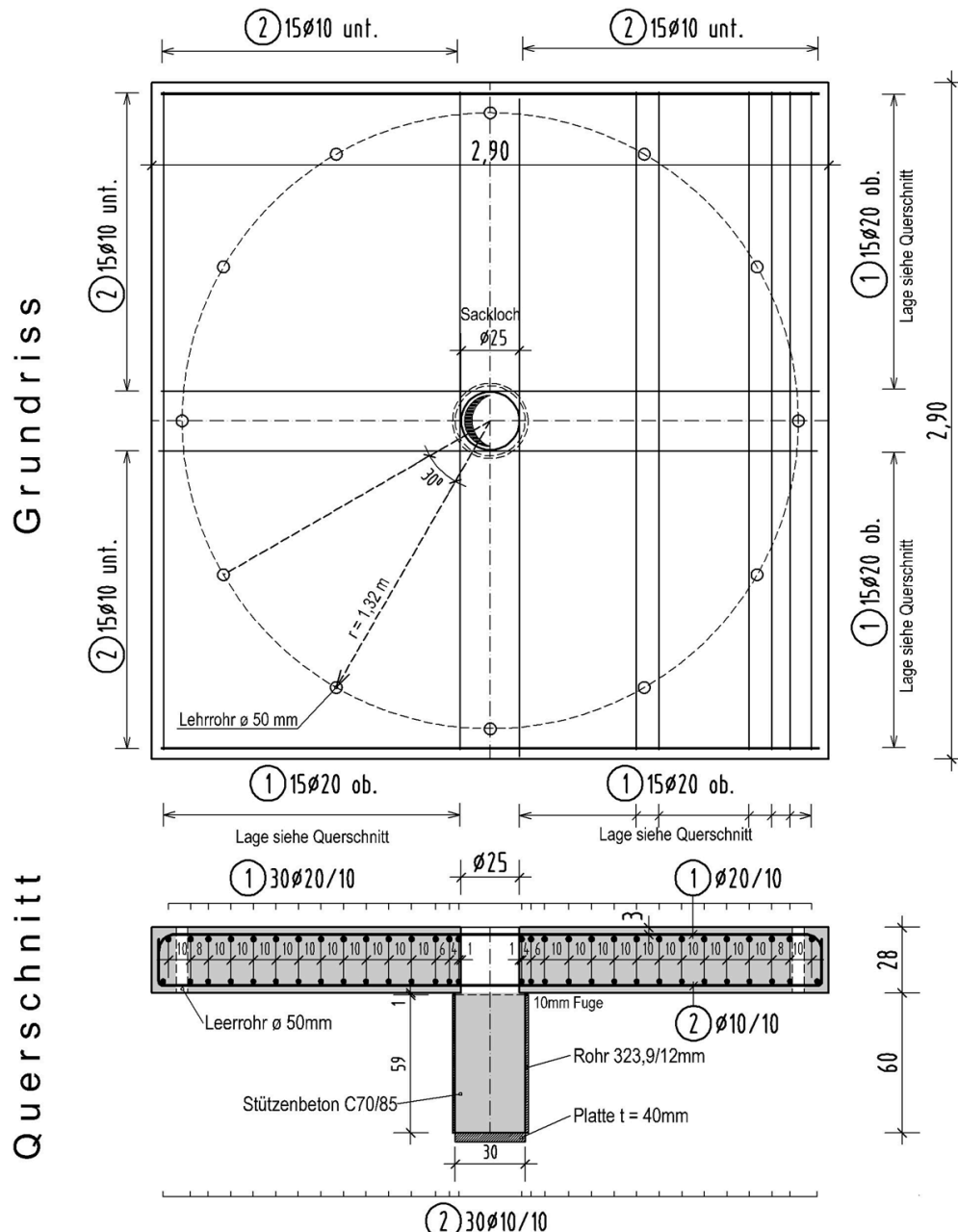


Bild 5-1: Versuchsplatte L1 (Referenz-Vollplatte)

Bei den lochrandgestützten Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte (*H*-Serie) wird, wie bei den FEM-Simulationen, ein Sackloch in Plattenmitte angeordnet und die im Lochbereich liegende Bewehrung neben das Sackloch ausgelagert. Der erste Bewehrungsstab wird unmittelbar neben dem Loch verlegt, der zweite Stab mit 40 mm Achsabstand. Dieser Abstand wird gegenüber den Simulationen erhöht, um die Konstruktionsregeln nach Eurocode 2 einhalten zu können und ein fachgerechtes Einbauen und Verdichten des Betons zu gewährleisten. Diese Verlegung wird für die untere Lage übernommen. Mit dieser in der Praxis zu beobachtenden Bewehrungsanordnung soll die Wirksamkeit einer ausschließlich im Bereich des Lochrandes verlegten Bewehrung als Kollapsbewehrung untersucht werden. Im Übrigen sind die Platten analog zur Referenz-Vollplatte *L1* herzustellen, für Platten und Stützen ist jeweils derselbe Beton zu verwenden.

In der *H*-Serie sind zwei Plattentypen mit Lochdurchmessern von 250 mm (mit einem Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col} = 0,31 < 0,5$) und 200 mm (mit einem Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col} = 0,56 > 0,5$) zu untersuchen. Die Versuchsplatte *L1-H-250* ist als Skizze auf Bild 5-2 dargestellt. Die vollständigen Bewehrungszeichnungen für die Platten *L1-H-250* und *L1-H-200* sind in Anhang A5.1 enthalten.

Bild 5-2: Versuchsplatte *L1-H-250*

Die Versuchsplatten für lochrandgestützte Platten mit einem Stahlkern (C-Serie) sind analog zu den Lochplatten der H-Serie herzustellen. Sie unterscheiden sich nur dadurch, dass anstelle des Sacklochs ein Stahlkern in Platte und Stütze angeordnet wird (Bild 5-3 und Anhang A5.2). Aufgrund des nur kleinen verbleibenden Hohlraums in der Verbundstütze muss die Verdichtung des Stützenbetons über Außenrüttler oder auf dem Rütteltisch erfolgen. Um die vollständige Einleitung der Pressenlast von der Stütze in die Platte zu gewährleisten und ein Herausdrücken des Kerns nach oben auszuschließen, muss die Stützenlast am Stützenkopf zu 100% im Beton sein. Da bei Belastung der Stahlplatte am Stützenfuß die Last aufgrund der größeren Steifigkeit überwiegend vom Stahlkern aufgenommen wird, ist die Lasteinleitung vom Kern in die Stütze im unteren Stützenbereich durch geeignete Zusatzmaßnahmen sicherzustellen. Dies geschieht über insgesamt acht Distanzbleche, die am Kern und durch entsprechende Schlitze am Mantelrohr festzuschweißen sind. Die in Bild 5-3 dargestellten Distanzbleche wurden auf der sicheren Seite liegend für den Fall bemessen, dass 100% der maximalen rechnerischen Versagenslast vom Kern in den Stützenbeton eingeleitet werden müssen.

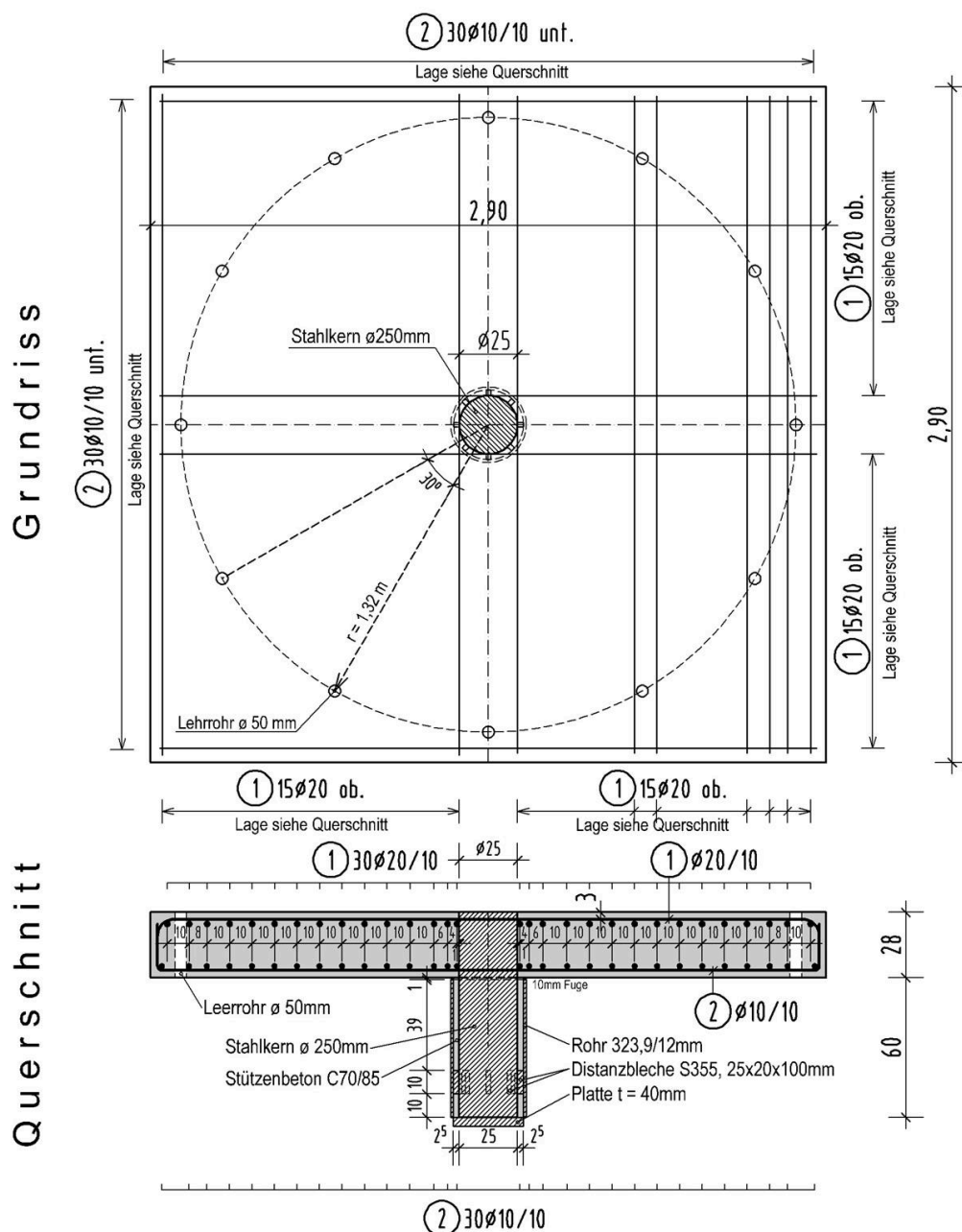


Bild 5-3: Versuchsplatte L1-C-250

Die Versuchsplatte für lochrandgestützte Platten mit einem Stahlkern und daran fixierter Längsbewehrung (*F*-Serie) unterscheidet sich von den Versuchsplatten der *C*-Serie nur dadurch, dass die Bewehrung in ihre ursprüngliche Lage entsprechend Platte *L1* zurück geschoben wird. Im Bereich des Kerns ist die Bewehrung auszuschneiden. Die obere Lage ist gemäß Darstellung auf Bild 5-4 durch direkte Schweißverbindung oder durch angeschweißte Gewinde-Muffen an den Stahlkern anzuschließen. Entsprechend den eingangs beschriebenen Kriterien werden die Versuche der *F*-Serie auf eine Platte mit dem kleinsten Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col}$ begrenzt (Platte *L1-F-250*).

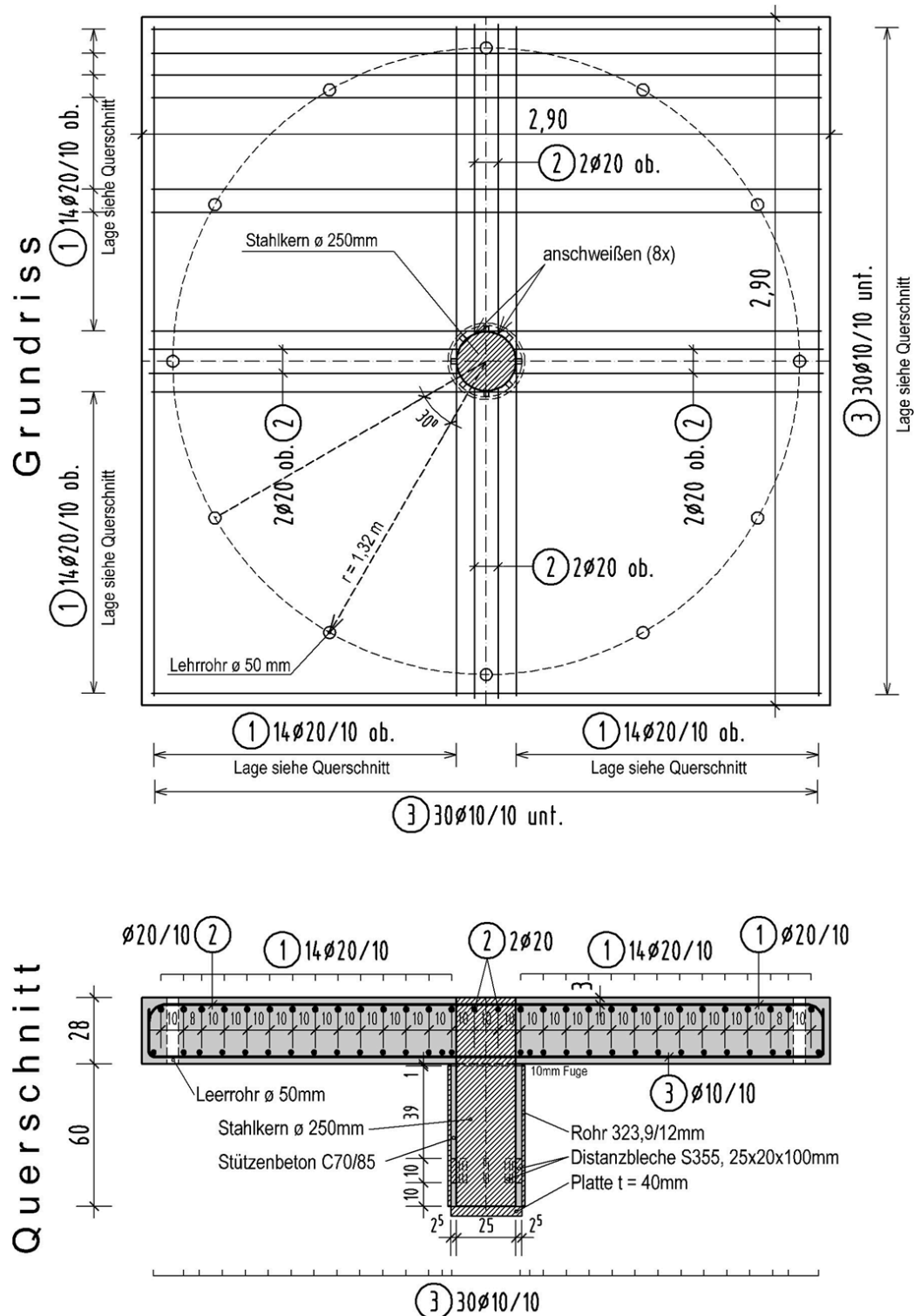


Bild 5-4: Versuchsplatte L1-F-250

In Tabelle 5-1 sind die relevanten Parameter aller Versuchsplatten noch einmal zusammengefasst. Um belastbare Ergebnisse zu erhalten, sind je Plattentyp mindestens zwei Versuche durchzuführen. Die aufgrund der in Kapitel 4 angegebenen Bemessungsvorschläge zu erwartenden Versagenslasten sind ebenfalls in Tabelle 5-1 angegeben. Die mittlere Betondruckfestigkeit wurde dabei zu $f_c = 38,0$ MPa angenommen, der Größtkorndurchmesser für den Beton der Platten zu $d_g = 32$ mm.

Platte	d_{col} [mm]	$d_{hole/core/fixed}$ [mm]	A_{col} [mm ²]	$A_{Load,red}$ [mm ²]	$A_{Load,red} / A_{col}$	Gl. [-]	$V_{u,cal}$ [kN]
L1	300	0	70686	70686	1,00	2.6	1215,5
L1-H-250	300	250	70686	21598	0,31	4.3	974,3
L1-H-200	300	200	70686	39270	0,56	4.3	1135,6
L1-C-250	300	250	70686	21598	0,31	4.8	1111,9
L1-C-200	300	200	70686	39270	0,56	4.8	1152,0
L1-F-250	300	250	70686	21598	0,31	2.6	1215,5

Tabelle 5-1: Übersicht über das konzipierte Versuchsprogramm

5.2 KONZEPTION EINES VERSUCHSTANDS

Durchstanzversuche an Flachdeckenausschnitten wurden in der Vergangenheit auf verschiedene Arten durchgeführt. In der Literatur finden sich z.B. Versuchsanordnungen, bei denen der Versuchskörper auf dem Stützenstummel aufgelagert und am Plattenrand von oben belastet wird [68], die Platte um 90° gedreht und über den Stützenstumpf horizontal belastet wird [49], die Versuchsplatte um 180° gedreht und über den Stützenstumpf von oben belastet wird [118] oder die Platte auf dem Stützenstumpf aufgelagert und die Belastung über einzelne, über den Momentennullkreis gleichmäßig verteilte Einzelzugzylinder aufgebracht wird [101; 119]. Mit dem letztgenannten Versuchsaufbau lässt sich die Situation im Bauwerk sehr realistisch abbilden, wenn die Platte über der Stütze zusätzlich von oben belastet wird, um den Einfluss einer aufgehenden Stütze zu erfassen (siehe Abs. 2.1.4 und 3.2.7). Neben diesem Ansatz hat sich in Hinblick auf zwangungsfreie Verformungsmöglichkeiten, eine optimale Platzierung der Messtechnik und die Zugänglichkeit der Versuchsplatte für Rissdokumentationen etc. ein weiterer Versuchsaufbau als besonders geeignet erwiesen, bei dem die Platte entlang des Momentennullkreises mit Zugstangen nach unten abgespannt und über einen einzelnen, auf den Stützenstumpf wirkenden Hydraulikzylinder von unten belastet wird [51; 52]. Gegenüber dem Versuchsaufbau mit Einzelzugzylindern erscheint der mit zentrischer Belastung weniger aufwändig und hinsichtlich der Laststeuerung als einfacher, so dass für die Durchführung der in Abs. 5.1 beschriebenen Versuche zum gegenwärtigen Zeitpunkt ein Versuchsaufbau mit zentrischer Belastung von unten vorgeschlagen wird. Der auf Bild 5-5 dargestellte Versuchsaufbau, der weitgehend an den bewährten Versuchsaufbau der RWTH Aachen angelehnt ist, stellt eine mögliche Versuchsanordnung dar. Um eine durch die richtungsabhängige Steifigkeit bedingte unsymmetrische Belastung der Abspannungen auszuschließen, kann durch die Anordnung von gekoppelten Hydraulikzylindern an der Widerlagerunterseite anstelle der starren Abspannungen eine schwimmende Lagerung hergestellt werden [52]. Zur Sicherstellung der zentrischen Lasteinleitung vom Hydraulikzylinder in die Stütze sollte unmittelbar unter dem Stützenfuß ein Kalottenlager angeordnet werden.

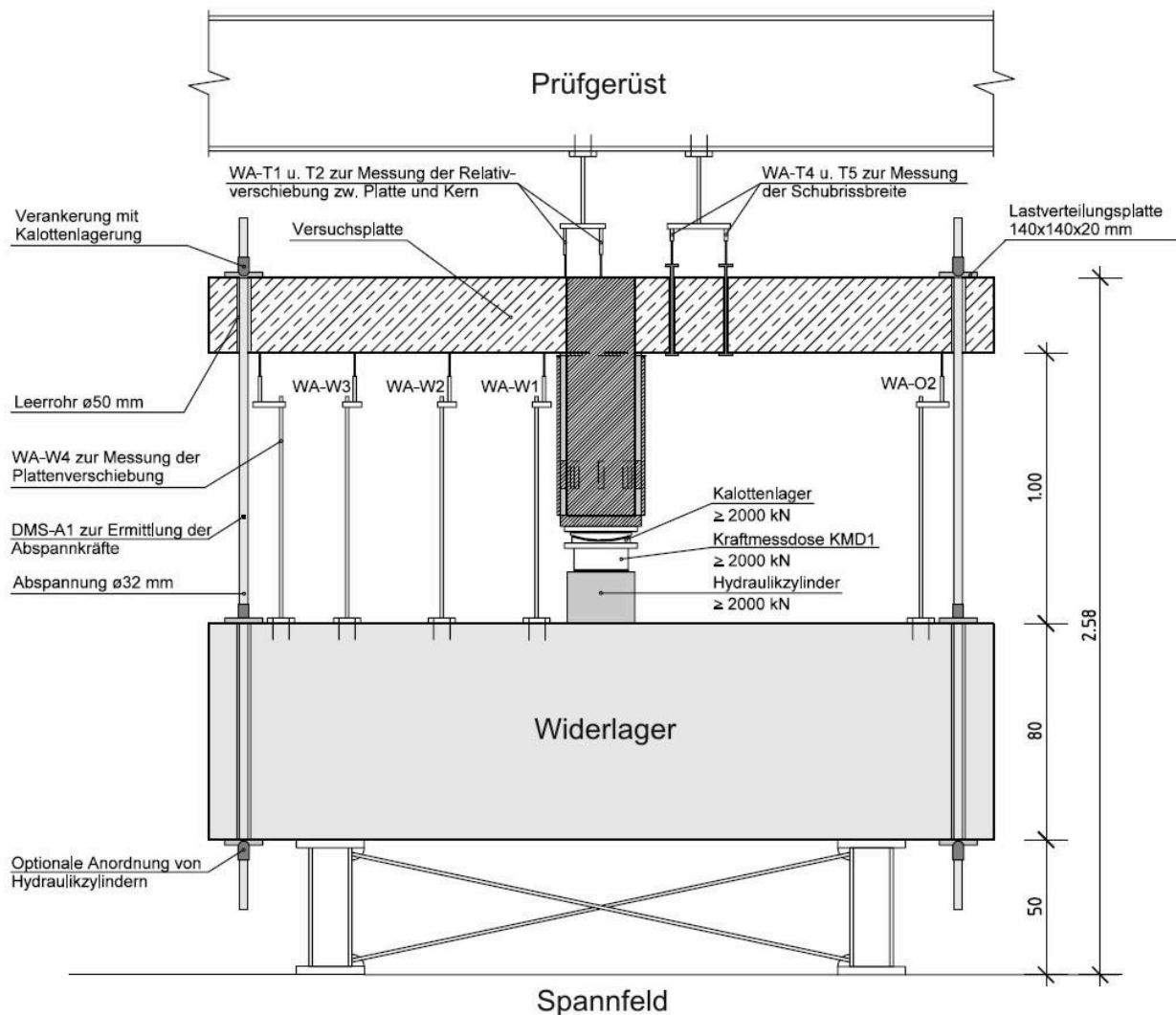


Bild 5-5: Entwurf für einen Versuchsstand zur Durchführung der Durchstanzversuche

Die Lage der Abspannstellen im Grundriss und die Anordnung der Messeinrichtungen sind auf Bild 5-6 dargestellt. Die einzusetzenden Messinstrumente entsprechen in Art und Umfang im Wesentlichen dem heute üblichen Messprogramm für normal punktgestützte Platten (siehe z.B. [119; 52; 48]). Im Einzelnen handelt es sich um induktive Wegaufnehmer (WA) zur Bestimmung der Plattenverschiebungen sowie um Setzdehnungsmesser (SDM) und Dehnungsmessstreifen (DMS) zur Erfassung der Beton- und Betonstahldehnungen.

Mit Hilfe der vertikalen Wegaufnehmer WA-W1 bis WA-W4 können Informationen über das nichtlineare Verformungsverhalten der Platten gewonnen werden. Die Wegaufnehmer WA-N1, WA-O2 und WA-S1 dienen zur Ermittlung der vertikalen Plattenverschiebung unmittelbar am Lasteinleitungskreis in den Symmetrieachsen. Mit den ermittelten Werten kann die Maximalverschiebung an WA-W4 überprüft und der Einfluss der infolge der unterschiedlichen Bewehrungslagen richtungsabhängigen Plattensteifigkeit erfasst werden. Mit den unmittelbar an der Stütze positionierten Wegaufnehmern WA-W1 und WA-O1 können die übrigen Messergebnisse um Einflüsse aus der Dehnung der Abspannungen, Ankerschlupf etc. bereinigt werden. Mit Hilfe der zusätzlichen Wegaufnehmer WA-T1 bis WA-T3 können bei den Lochrandgestützten Platten Relativverschiebungen zwischen Kern bzw. Sackloch und Plattenoberseite beobachtet werden, um Rückschlüsse auf ein lokales Versagen am Lochrand ziehen zu können.

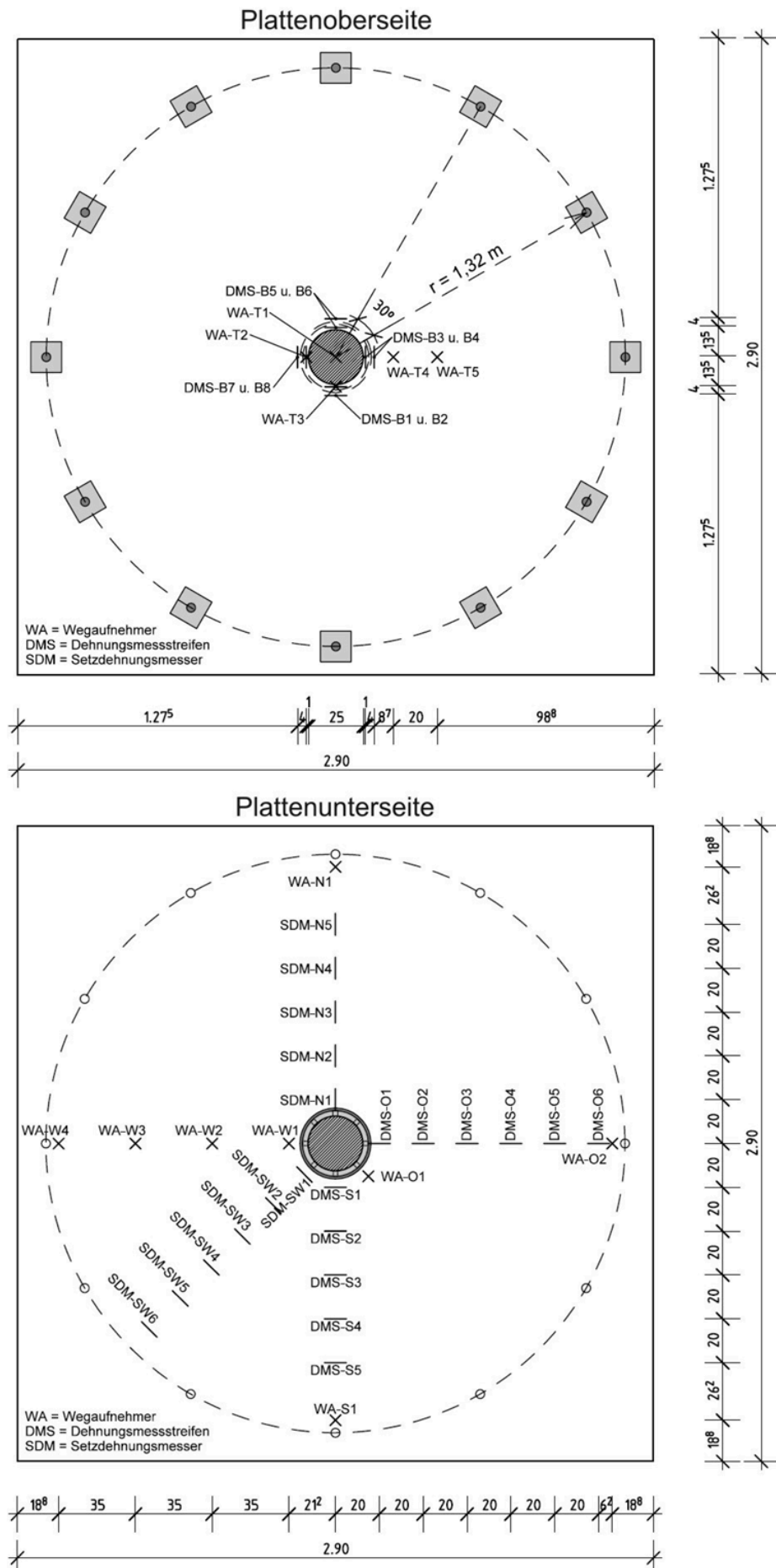


Bild 5-6: Vorschlag für die Anordnung der Messinstrumente

Unter Verwendung der Messergebnisse von WA-T4 und WA-T5 können Aussagen zur Dickenänderung der Platte und damit zum Auftreten von (kritischen) Schubrisen gemacht werden. Hierzu werden Gewindestähle durch Leerrohre in der Platte gesteckt und mittels Kopfplatten an der Plattenunterseite unverschieblich befestigt. Am oberen Ende der Gewindestangen können Kopfplatten o.ä. aufgeschraubt werden, auf denen die Taster der Wegaufnehmer positioniert werden. Die Dickenänderung kann der Platte dann über die Differenz zwischen den Verschiebungen an der Plattenoberseite (WA-T2 und WA-T3) und an der Plattenunterseite (WA-T4 und WA-T5) ermittelt werden.

Mit den Dehnungsmessstreifen DMS-B1 bis DMS-B8 sollen die Betonstahldehnungen der jeweils mittleren vier Bewehrungsstäbe gemessen werden. Die Messung erfolgt jeweils in den Symmetrieachsen auf und neben der Stütze (Vollplatte) bzw. neben dem Sackloch oder Kern (lochrandgestützte Platten). Die Rippen der Stähle sind im Klebebereich abzufilen, um eine einwandfreie Applikation der DMS sicherzustellen.

Die Messung der Betondehnungen kann wahlweise mit Setzdehnungsmessern oder / und Dehnungsmessstreifen erfolgen. Die in Bild 5-6 angegebene Zuordnung von DMS und SDM zu den einzelnen Messstellen ist als exemplarisch zu verstehen und kann entsprechend den messtechnischen Rahmenbedingungen in der Versuchshalle geändert werden.

Die Kraftmessung erfolgt über die Kraftmessdose KMD-1 am Stützenfuß (Bild 5-5). Die Messwerte können durch Umrechnung des Hydraulikdrucks und ggf. durch zusätzliche Dehnungsmessstreifen an den Abspannungen überprüft werden. Hierzu sind die verwendeten Zugstangen vor der Montage im Versuchsstand zu kalibrieren. Je Abspannung sollten zwei DMS verwendet werden.

Die Rissbildung ist mindestens auf Gebrauchslastniveau und beim Versagen photographisch festzuhalten, wobei die Risse zur besseren Erkennbarkeit nachgezeichnet werden sollten. Zuvor sind die Rissbreiten mittels Risslupe oder Risslineal zu dokumentieren.

Zur eindeutigen Bestimmung der Versagensursache sind nach Eintritt des Versagens nach Möglichkeit Sägeschnitte durch die Versuchsplatten anzufertigen.

5.3 DURCHFÜHRUNG UND AUSWERTUNG DER VERSUCHE

Um eine Vergleichbarkeit der Versuchsergebnisse für die unterschiedlichen Konstruktionsarten zu erreichen, sollten die Versuche in möglichst enger zeitlicher Abfolge durchgeführt werden. Weiterhin empfiehlt sich eine Versuchsdurchführung nach frühestens 28 Tagen nach Herstellung der Versuchsplatten, um von der Erhärtungsdauer des Betons abhängige Schwankungen der Betoneigenschaften gering zu halten.

Am Versuchstag sind zunächst die Werkstoffparameter für Beton und Betonstahl zu ermitteln. Für die Nachrechnung der Versuche mit den in Kapitel 4 vorgestellten Bemessungsvorschlägen werden die Betondruckfestigkeit f_c und die Streckgrenze f_y sowie der E-Modul E_s des Bewehrungsstahls benötigt. In Hinblick auf ggf. durchzuführende weitere FEM-Simulationen müssen neben diesen Basis-Parametern zusätzliche Werkstoffkennwerte ermittelt werden. Im Einzelnen sind dies für den Beton der Elastizitätsmodul E_c , die zentrische Zugfestigkeit f_{ct} (alternativ Bestimmung der Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ und Umrechnung auf zentrische Zugfestigkeit nach DIN EN 1992-1-1 [28]) und die Bruchenergie G_f sowie für den Stahl die Zugfestigkeit f_t und die prozentuale Gesamtdehnung bei Höchstkraft ε_u .

Bevor der eigentliche Versuch gestartet werden kann, ist die jeweilige Versuchsplatte im Versuchsstand auszurichten und durch geringes Vorspannen der Abspannungen mittels

Drehmomentschlüssel zu fixieren. Nach der Überprüfung der Messinstrumente auf Funktionsfähigkeit kann der Versuch gestartet werden. Die Belastung ist schrittweise aufzubringen, wobei die Schrittgröße entsprechend den FEM-Simulationen auf ca. 3,5% der erwarteten Versagenslast festgelegt werden sollte. Nach jedem Lastschritt ist die Belastung für einige Minuten konstant zu halten, um Messwerte aufzuzeichnen, Rissbildung zu dokumentieren etc. Auf Gebrauchslastniveau sollten ≥ 10 Lastwechsel eingeschaltet werden, um wechselnde Be- und Entlastungen der Decke zu simulieren und die Auswirkungen sich ändernder Belastungen etwa auf den Haftungsverbund zwischen Beton und Stahlkern zu berücksichtigen. Danach ist der Versuchskörper bis zum Bruch weiter zu belasten. Ab ca. 75% der erwarteten Versagenslast sollte die Lastschrittgröße reduziert oder die weitere Belastung weggesteuert durchgeführt werden.

Die während der Versuchsdurchführung aufzuzeichnenden Messwerte ergeben sich aus der in Abs. 5.2 vorgeschlagenen Auswahl von Messinstrumenten. Die Auswertung der Messergebnisse soll primär in Hinblick auf Versagenslast und Versagensursache erfolgen. Die Bestimmung der Versagenslast geschieht direkt über die Kraftmessung an der Kraftmessdose und zur Kontrolle indirekt über die Umrechnung des Hydraulikdrucks bzw. über Dehnungsmessstreifen an den Abspannungen. Die Versagensursache kann durch Auswertung der Wegaufnehmer WA-T1 bis WA-T4 und ggf. über Sägeschnitte durch die Versuchsplatten bestimmt werden. Im Falle eines lokalen Versagens am Stützenrand müsste eine sprunghaft auftretende Relativverschiebung zwischen Plattenoberfläche und Kern bzw. Sacklochboden feststellbar sein (WA-T1 und WA-T2). Bei den Lochplatten würde ein solches lokales Versagen überdies durch entsprechende Rissbildung und Betonabplatzungen am Lochrand erkennbar. Ein Durchstanzversagen würde mit dem Auftreten eines Durchstanzrisses einhergehen, was durch eine entsprechende Relativverschiebung zwischen Plattenober- und -unterseite messtechnisch erfasst werden kann (WA-T3 und WA-T4). Unter Verwendung dieser Messergebnisse kann die Gültigkeit der in Abs. 4 vorgestellten Bemessungsvorschläge in Hinblick auf die Versagenslast und die angegebenen Grenzen zwischen lokalem und Durchstanzversagen überprüft werden. Damit können die in Abs. 5.1 formulierten Ziele des Versuchsprogramms erfüllt werden.

Über diesen Umfang der Versuchsauswertung hinaus ermöglicht die vorgeschlagene Anordnung von Messinstrumenten weitere Aussagen zum Tragverhalten und zur Ursache der verschiedenen Versagensarten. Wie die FEM-Simulationen des dritten Kapitels zeigen, unterscheiden sich die untersuchten Konstruktionsarten hinsichtlich des Tragverhaltens deutlich. Mit Hilfe der Dehnungsmessungen an Beton und Betonstahl kann untersucht werden, ob die in den FEM-Simulationen beobachteten Umlagerungen von radialen zu tangentialen Traganteilen im Versuch bestätigt werden können. Entsprechende Unterschiede im Tragverhalten wären überdies an den gemessenen Verschiebungen (Wegaufnehmer am Lasteinleitungskreis) erkennbar. Weiteren Aufschluss über das Auftreten radialer und tangentialer Momente gibt das Rissbild beim Bruch. Sollte sich der in den FEM-Berechnungen festgestellte Einfluss der verminderten radialen Steifigkeit bei den lochrandgestützten Platten mit einem Sackloch oder einem Kern (mit ausgelagerter Bewehrung) im Versuch bestätigen, so wären bei diesen Platte ausschließlich radiale Risse zu beobachten.

5.4 FAZIT KAPITEL 5

Die Simulationsergebnisse des dritten Kapitels und die hieraus abgeleiteten Bemessungsvorschläge des vierten Kapitels bedürfen der Validierung durch Bauteilversuche. Hierzu werden auf Grundlage der Simulationsergebnisse Kriterien angegeben, denen ein geeignetes Versuchsprogramm genügen muss. Zielsetzung der Versuche muss sein, die bislang gemachten Aussagen zu Versagenslasten, Versagensarten und Versagensursachen zu überprüfen. Der Umfang der Versuche ist aus wirtschaftlichen Erwägungen möglichst gering zu halten, wobei die Ergebnisse der FEM-Simulationen hilfreich sind.

Mit Hilfe dieser Kriterien wird ein Versuchsprogramm konzipiert, das insgesamt sechs Versuchsplatten umfasst. Da bei den FEM-Simulationen die Versagenslasten und Versagensarten bei gleicher Lasteinleitungsfläche in Abhängigkeit von der Konstruktionsart deutlich variierten, beinhaltet das Versuchsprogramm Versuchsplatten mit allen drei in Kapitel 3 untersuchten Arten der Lochrandstützung. Hierbei handelt es sich um Flachdeckenausschnitte aus einer Flachdecke mit praxisüblichen Abmessungen im Maßstab 1:1, bei denen neben der Art der Lochrandstützung auch die Größe der Lasteinleitungsfläche variiert wird. Für diese Versuchsplatten werden vollständige Schal- und Bewehrungszeichnungen und die mit den Bemessungsvorschlägen des vierten Kapitels ermittelten rechnerischen Versagenslasten angegeben.

Weiterhin wird ein Vorschlag für einen Versuchsstand präsentiert, in dem die Versuchsplatten bis zum Bruch belastet und alle relevanten Parameter messtechnisch erfasst werden können. Hierbei handelt es sich um einen Versuchsaufbau, bei dem die Versuchsplatten entsprechend ihrer tatsächlichen Lage im Bauwerk positioniert werden. Die Platten werden entlang des Momentennullkreises mit Hilfe von Zugstangen nach unten abgespannt und von unten zentrisch über den Stützenstumpf belastet. Die Erfassung der relevanten Messwerte erfolgt durch Kraft-, Weg- und Dehnungsmessung. Hierzu wird ein Entwurf für die Art und Anordnung von Messinstrumenten vorgestellt, bei dem den zu erwartenden Besonderheiten in Hinblick auf Versagensart und -ursache Rechnung getragen wird.

Zuletzt wird ein Vorschlag zur Versuchsdurchführung unterbreitet. Dieser beinhaltet Angaben zum Zeitpunkt der Versuche nach Herstellung der Versuchsplatten, zum Umfang der in Hinblick auf die Bemessungsvorschläge und ggf. durchzuführende weitere FEM-Simulationen erforderlichen Werkstoffkennwerte und zum eigentlichen Versuchsablauf. Abschließend werden ergänzende Angaben zur Auswertung der Messergebnisse gemacht, mit deren Hilfe die eingangs formulierten Ziele der Versuche – Bestimmung von Versagenslasten, -arten und -ursachen – umgesetzt werden können.

6 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Aus gestalterischen und wirtschaftlichen Gründen erfolgt die Auflagerung punktgestützter Flachdecken zunehmend auf sehr schlanken Stützen, die als Verbundstützen, Schleuderbetonstützen oder Stahlbetonstützen aus hochfestem Beton ausgeführt werden. Um die Durchleitung der bei hohen Gebäuden sehr großen Lasten aus den hoch tragfähigen Stützen durch die i.d.R. aus normalfestem Beton hergestellten Flachdecken sicherzustellen, wurden für die genannten Stützensysteme Stützenkopfausbildungen mit hoch tragfähigen Kernen entwickelt, die die Decke im Auflagerbereich durchdringen. Die Lastdurchleitung von der oberen zur unteren Stütze erfolgt dann im Wesentlichen über diesen Kern, während die verbleibende Stützenfläche außerhalb des Kerns der Lasteinleitung aus der Flachdecke in die Stütze dient. Die Decke ist damit nicht mehr normal punktgestützt, sondern wird als lochrandgestützte Platte mit kleiner Lasteinleitungsfläche aufgelagert. Der potenzielle Einfluss dieser veränderten Lagerungsbedingungen auf das Durchstanztragverhalten findet in den aktuell gültigen national und international relevanten Regelwerken zur Bemessung im Stahlbetonbau keine Berücksichtigung. In der Praxis erfolgt die Durchstanzbemessung für lochrandgestützte Flachdecken mit kleiner Lasteinleitungsfläche daher zumeist als normal punktgestützte Flachdecken.

Das Tragverhalten normal punktgestützter Flachdecken wurde in den letzten 50 Jahren durch eine Vielzahl umfangreicher Untersuchungen erforscht. Alle wesentlichen Einflussfaktoren auf die Durchstanztragfähigkeit wurden identifiziert, so dass zahlreiche Modelle abgeleitet wurden, mit deren Hilfe der Versagensmechanismus theoretisch beschrieben und die Versagenslast zielsicher prognostiziert werden kann. Aus der Vielzahl dieser Modelle sticht ein bruchmechanischer Ansatz von *MUTTONI* [40], die sog. *Critical Shear Crack Theory* (CSCT), in Hinblick auf die Prognosegüte, die Berücksichtigung sämtlicher relevanter Parameter sowie auf Erweiterungsmöglichkeiten besonders hervor.

Im Gegensatz dazu haben Forschungsaktivitäten an lochrandgestützten Platten nur in geringem Maße stattgefunden. Die hierzu veröffentlichten Arbeiten wurden zumeist im Zusammenhang mit dem in den 1960er bis 1980er Jahren populären Hubdeckenverfahren verfasst, bei dem die Decke auf Stahlkragen aufgelagert wird, die an den durch die Decke durchlaufenden Stahl- oder Stahlbetonstützen befestigt werden. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen zeigen, dass das Tragverhalten lochrandgestützter Platten zwar prinzipiell dem normal punktgestützter Platten entspricht, darüber hinaus aber durch die von der konstruktiven Ausbildung des Lochrandes abhängigen radialen Steifigkeit wesentlich beeinflusst wird. Ein Vergleich der damals untersuchten Konstruktionsarten mit den hier im Blickpunkt stehenden schlanken Stützensystemen zeigt, dass nicht nur in Hinblick auf die radiale Steifigkeit am Lochrand, sondern auch in der Größe der Lasteinleitungsfläche deutliche Unterschiede bestehen. Während bei den Hubdecken die Lasteinleitungsfläche durch die Kragenkonstruktionen gegenüber vergleichbaren Flachdecken mit normaler Punktstützung vergrößert wurde, geht die Anordnung von Kernen im Deckenknoten mit einer deutlichen Reduzierung der Lasteinleitungsfläche einher. Die Übertragbarkeit der an Hubdecken gewonnenen Untersuchungsergebnisse auf lochrandgestützte Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche ist daher in Frage zu stellen. Angesichts der zunehmenden Verbreitung der zuvor beschriebenen Stützensysteme mit reduzierter Lasteinleitungsfläche ergibt sich der Bedarf, die erforderlichen gesonderten Untersuchungen an lochrandgestützten Platten mit kleiner Lasteinleitungsfläche durchzuführen.

Diese Untersuchungen wurden im Rahmen dieser Arbeit mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) durchgeführt. Hierzu wurde zunächst ein Konzept für physikalisch nichtlineare FEM-Berechnungen mit dem Programm DIANA entwickelt, auf dessen Grundlage zwei Durchstanzversuche an auf kreisrunden Stahlbetonstützen normal punktgestützten Platten ohne Durchstanzbewehrung aus der Literatur in guter Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen nachgerechnet wurden. Die Ergebnisse dieser Versuchsnachrechnungen geben Aufschluss über den Versagensmechanismus beim Durchstanzen normal punktgestützter Platten. Danach führt eine Umlagerung von den Radial- zu den Tangentialmomenten ab ca. 90% der Versagenslast zu einer deutlichen Aufweitung des schrägen Schubrisses, der sich ab ca. 40-60% der Bruchlast im Platteninneren ausbildet und sich mit zunehmender Belastung kontinuierlich aufweitet. Parallel hierzu treten an der Plattenunterseite neben dem mehraxial hoch belasteten Druckring am Stützenanschnitt große vertikale Zugspannungen auf, die zu Betonabplatzungen an der Plattenunterseite führen. Dies resultiert in einer Aufhebung des mehraxialen Druckspannungszustands am Stützenanschnitt und in der Ausbildung eines durchgehenden Schubrisses, der den beim nun folgenden Versagen auftretenden Durchstanzkegel begrenzt. Der in den FEM-Simulationen beobachtete Versagensmechanismus steht damit in Übereinstimmung mit der *Critical Shear Crack Theory*, bei der das Auftreten eines Schubrisses mit kritischer Rissbreite als Versagenskriterium herangezogen wird.

Im Folgenden wurden die beiden durch Versuche aus der Literatur validierten FEM-Modelle in Hinblick auf Lochrandstützung mit kleiner Lasteinleitungsfläche erweitert. Dazu wurden drei verschiedene Plattentypen untersucht: Platten mit einem Sackloch in Plattenmitte (*H*-Serie, kleinste radiale Steifigkeit), Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte und daneben ausgelagerter Bewehrung (*C*-Serie, mittlere radiale Steifigkeit) und Platten mit einem Stahlkern in Plattenmitte und daran fixierter Bewehrung (*F*-Serie, größte radiale Steifigkeit). Mit der Auswahl dieser Konstruktionsarten wird ein breites Spektrum radialer Steifigkeiten abgedeckt, die, wie die Literaturlauswertung ergeben hat, einen großen Einfluss auf das Tragverhalten lochrandgestützter Platten hat. Innerhalb dieser Parameterstudien wurde die Größe der Lasteinleitungsfläche durch die Modellierung unterschiedlich großer Sacklöcher bzw. Kerne variiert. Erwähnenswert ist, dass die Betondruckfestigkeit der Stützen im Modell erheblich vergrößert werden musste, um ein lokales Versagen des Stützenbetons im Lasteinleitungsbereich deutlich vor dem Versagen der Platten auszuschließen.

Bei den Platten der *H*-Serie wurden um bis zu 37% kleinere Versagenslasten als bei den Referenz-Vollplatten festgestellt. Bei den Modellen mit einem Verhältnis von reduzierter Lasteinleitungsfläche zur Stützenfläche von $A_{Load,red} / A_{col} < 0,5$ wurde ein lokales Versagen am Lochrand als Versagensursache beobachtet, bei den Modellen mit $A_{Load,red} / A_{col} \geq 0,5$ ein Durchstanzversagen. Für die letztgenannten Platten beträgt die Differenz zur Versagenslast der Referenz-Vollplatten $\leq 11\%$. Die Ergebnisse der FEM-Simulationen legen den Schluss nahe, dass das lokale Versagen am Lochrand ein Versagen des Druckrings infolge des Auftretens sehr großer positiver Dehnungen an der Plattenunterseite neben dem Druckring, deutlich vor Ausbildung eines durchgehenden Schubrisses, ist. Eine Auswertung der Verschiebungen, des Rissbildes und der Betondehnungen ergibt, dass die Ursache hierfür in einem gegenüber den Vollplatten deutlich veränderten Tragverhalten zu sehen ist. Infolge der erheblich reduzierten radialen Steifigkeit kommt es zu größeren Verschiebungen am Plattenrand, verminderter tangentialer Rissbildung, zu größeren Druckstrebenneigungen sowie zu signifikant kleineren radialen und deutlich größeren tangentialen

Betonstauchungen. Die FEM-Simulationen zeigen einen deutlichen Zusammenhang zwischen diesem Verhalten und der Größe des Sacklochs und damit der Lasteinleitungsfläche.

Die Abweichung der Versagenslasten zwischen den Platten der C-Serie und den Referenz-Vollplatten beträgt $\leq 14\%$. Für Platten mit großem Kerndurchmesser ist auch hier ein lokales Versagen am Lochrand, das als Verbundversagen zwischen Stahlkern und Betonplatte interpretiert wurde, als Versagensursache auszumachen. Modelle mit kleinem Kerndurchmesser verhalten sich weitgehend identisch zu den Vollplatten und versagten aufgrund eines Durchstanzproblems. Für die Platten der C-Serie konnte keine eindeutige Abgrenzung zwischen lokalem und Durchstanzversagen in Abhängigkeit vom Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col}$ formuliert werden, da die Übergänge zwischen den Versagensarten bei den beiden Reihen der C-Serie bei sehr unterschiedlichen Verhältnissen $A_{Load,red} / A_{col}$ stattfinden. Als Gründe für das lokale Versagen am Lochrand sind die bereits bei der H-Serie beschriebenen Veränderungen im Tragverhalten zu nennen. Zwar sind die Abweichungen zum Tragverhalten der Referenz-Vollplatten bei der C-Serie schwächer ausgeprägt als bei der H-Serie, der Einfluss der reduzierten radialen Steifigkeit auf Verschiebungen, Rissbildung und Betonstauchungen ist aber weiterhin deutlich erkennbar.

Für die Platten der F-Serie konnten in Hinblick auf die Versagenslasten und die Versagensarten keine signifikanten Unterschiede zu den Referenz-Vollplatten ausfindig gemacht werden. Bei allen Modellen ist ein Versagen infolge Durchstanzen festzustellen, die Abweichungen der Versagenslasten betragen $\leq 5\%$. Die Auswertung der Verschiebungen sowie der Beton- und Betonstahldehnungen ergibt ein gegenüber den Vollplatten steiferes Verhalten der Platten der F-Serie. Vergleichende FEM-Simulationen an Modellen mit Stahlkern und Betonkern zeigen, dass die erhöhte radiale Steifigkeit auf den höheren Elastizitätsmodul des Stahlkerns zurückzuführen ist. Die Vergleichsplatten mit Betonkern zeigen ein weitgehend identisches Tragverhalten zu den Referenzvollplatten. Der Versagensmechanismus entspricht damit dem eingangs beschriebenen Mechanismus normal punktgestützter Vollplatten.

Da in den FEM-Simulationen für die verschiedenen Konstruktionsarten bei gleichen Verhältnissen $A_{Load,red} / A_{col}$ unterschiedliche Versagensarten und Versagenslasten festgestellt wurden, werden für jede der untersuchten Konstruktionsarten gesonderte Bemessungsvorschläge angegeben. Diese beruhen auf der *Critical Shear Crack Theory* von MUTTONI [40]. Für die H- und die C-Serie werden die mit dem Versagenskriterium von MUTTONI ermittelten Versagenslasten mit Hilfe von Vorfaktoren abgemindert, die auf Grundlage der in den FEM-Simulationen festgestellten Abhängigkeit der Versagenslasten vom Verhältnis $A_{Load,red} / A_{col}$ berechnet werden. Da sich die Platten der F-Serie in den Simulationen nahezu identisch zu den Referenz-Vollplatten verhielten, wird vorgeschlagen, Platten mit einem Kern in Plattenmitte und daran angeschlossener Längsbewehrung rechnerisch wie Vollplatten zu handhaben. D.h. die Versagenslasten können für diese Platten mit dem nicht modifizierten CSCT-Ansatz ermittelt werden. Als Alternative wird jeweils ein Bemessungsansatz nach Eurocode 2 [28] vorgestellt, der auf einer Modifizierung der Eurocode-Formulierungen zur Ermittlung des Durchstanzwiderstandes von Bauteilen ohne Durchstanzbewehrung basiert.

Für die CSCT-Ansätze wurde unter Ansatz der mittleren Betondruckfestigkeit f_c eine gleichbleibend hohe Prognosegüte mit Mittelwerten von 0,98 (H-Serie) bzw. 0,99 (C- und F-Serie) und Standardabweichungen von 0,09 (H- und C-Serie) bzw. 0,10 (F-Serie) ermittelt. Die Überprüfung des nach Eurocode 0 [115] anzustrebenden Sicherheitsniveaus unter Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} ergab für alle auf der CSCT basierenden

Bemessungsvorschläge ein ausreichendes Sicherheitsniveau (Mittelwerte $1,12 \leq x_m \leq 1,14$, Standardabweichungen $0,08 \leq \sigma_x \leq 0,09$, 5%-Quantile $0,98 \leq x_{5\%} \leq 1,00$). Die auf Grundlage der Eurocode-Ansätze ermittelten rechnerischen Versagenslasten sind weniger zielgenau, erreichen aber ebenso das geforderte Sicherheitsniveau (Mittelwerte $1,28 \leq x_m \leq 1,31$, Standardabweichungen $0,10 \leq \sigma_x \leq 0,11$, 5%-Quantile $1,11 \leq x_{5\%} \leq 1,14$). Deswegen sollte den auf der *Critical Shear Crack Theory* basierenden Ansätzen für die Bestimmung der rechnerischen Versagenslasten der Vorzug gegeben werden. Für den Einsatz in der Praxis, d.h. für die Bemessung sind die EC2-Ansätze aufgrund ihrer einfacheren Handhabbarkeit und ihrer Konformität zu den geltenden Regelwerken möglicherweise eher geeignet.

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Bemessungsvorschläge basieren ausschließlich auf den Ergebnissen der durchgeführten FEM-Simulationen und sind daher als vorläufig zu betrachten. Zur Validierung der Simulationsergebnisse und der daraus abgeleiteten Bemessungsvorschläge sind zukünftig in einem zweiten Schritt Bauteilversuche durchzuführen. Hierfür wurden Kriterien formuliert, die zur Konzeption eines Versuchsprogramms geführt haben. Dieses umfasst sowohl eine Referenz-Vollplatte als auch Versuchsplatten für jede der untersuchten Konstruktionsarten. Unter Verwendung der Ergebnisse aus den Simulationen konnte das Versuchsprogramm auf insgesamt sechs Plattentypen begrenzt werden, mit denen sowohl der Einfluss der radialen Steifigkeit als auch der Größe der Lasteinleitungsfläche auf die Versagenslasten und die Versagensarten untersucht werden kann. Weiterhin wird ein Vorschlag für den Aufbau eines Versuchsstands angegeben, in dem die Flachdeckenausschnitte bis zum Bruch belastet und die erforderlichen Messungen durchgeführt werden können. Hierzu werden Empfehlungen über die Art und den Umfang der erforderlichen Messinstrumente sowie zur Versuchsdurchführung gemacht.

Neben den bereits beschriebenen Bauteilversuchen sind zukünftig weitere Untersuchungen an lochrandgestützten Platten erforderlich. Eine Erweiterung der Datenbasis zur Überprüfung der Bemessungsvorschläge auf Grundlage weiterer FEM-Simulationen erscheint sinnvoll. Hierbei sind gegenwärtig noch offene Fragen in Bezug auf die Modellannahmen, wie z.B. der Einfluss eines unvollständigen Verbundes zwischen Beton und Längsbewehrung auf das Tragverhalten oder der Einfluss des Kernmaterials auf die Größe des radialen Spannungsmaximums, näher zu beleuchten. Detaillierte Untersuchungen der Fugenausbildung zwischen Kern und Plattenbeton sind wünschenswert. Die Einflüsse rechteckiger Löcher bzw. Kerne und rechteckiger Stützen auf die Versagensarten und Versagenslasten sind ebenso zu klären wie der Einfluss der Stützenlage (Rand- und Eckstützen). Mit Blick auf die Verwendung hoch tragfähiger Stützen in besonders hohen Hochhäusern („Wolkenkratzern“) sollten die Untersuchungen auf Stützen mit großen Querschnitten (Stützendurchmesser ca. 90 – 100 cm) bzw. Megaquerschnitten (Stützendurchmesser ca. 200 – 300 cm) bei unveränderten Stützweiten und Abmessungen der aufliegenden Flachdecken ausgedehnt werden. In diesem Zusammenhang erscheinen Parameterstudien notwendig, mit denen der Einfluss eines fehlenden Verbundes zwischen Längsbewehrung und Plattenbeton im Stützenbereich, etwa infolge unvollständiger Umhüllung des Betonstahls mit Beton in Kernaussparungen, auf die radiale Steifigkeit und damit das Tragverhalten und die Versagenslasten geklärt wird.

Zwingend geboten in Hinblick auf die Baupraxis ist eine Erweiterung der Untersuchungen auf Platten mit Durchstanzbewehrung. Da für die Platten der H- und C-Serie bei sehr großen Loch- bzw. Kerndurchmessern ein lokales Versagen am Lochrand festgestellt wurde und die Anordnung von Durchstanzbewehrung keinen Einfluss auf diese Versagensart erwarten lässt, sind für Platten mit Durchstanzbewehrung sehr viel größere Tragfähigkeitsunterschiede zwischen Vollplatten und

lochrandgestützten Platten sehr wahrscheinlich. Weiterhin ist anzunehmen, dass infolge der gesteigerten Durchstanstragfähigkeit auch bei größeren Verhältnissen $A_{Load,red} / A_{col}$ ein lokales Versagen am Lochrand zu beobachten ist. D.h. ein lokales Versagen tritt vor dem Durchstanzversagen ein, so dass durch die Anordnung von Durchstanzbewehrung eine geringere Tragfähigkeitssteigerung zu erwarten ist als bei vergleichbaren Vollplatten. Aller Voraussicht nach wird eine Anpassung des Grenzverhältnisses $A_{Load,red} / A_{col}$ erforderlich sein, ab dem ein lokales Versagen nicht mehr auftritt. Schließlich ist zu überprüfen, ob die aufgrund der bisherigen Untersuchungen an den Modellen der *F*-Serie getroffene Annahme, dass sie sich weitgehend identisch zu Vollplatten verhalten, für Platten mit einem Kern in Plattenmitte und daran fixierter Längsbewehrung auch bei Anordnung von Durchstanzbewehrung Gültigkeit hat.

7 LITERATURVERZEICHNIS

- [1] *Welsch, T., Held, M.*: Zur Geschichte der Stahlbetonflachdecke. Beton- und Stahlbetonbau 107, 2012, S. 106–116.
- [2] *Hanswille, G.*: Neue Entwicklungen im Verbundbau. In: Bauen mit Stahl e.V. (Hg.): Dokumentation 661: Vorträge der Vortragsreihen I – IV des Deutschen Stahlbautages in Berlin 2004.
- [3] *Held, M., König, G.*: Hochfester Beton bis B125 - Ein geeigneter Baustoff für hochbelastete Druckglieder. Beton- und Stahlbetonbau 87, 1992, S. 41-45 bzw. 74-76.
- [4] *Eierle, B., Gabel, N., Stenzel, G.*: Fertigteilstützen aus Hochleistungsbeton B125 für das Hochhaus HERRIOT'S in Frankfurt am Main. Betonwerk + Fertigteil-Technik, 2003, S. 46–56.
- [5] *Weiske, R.*: Durchleitung hoher Stützenlasten bei Stahlbetonflachdecken; Dissertation; TU Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz. Braunschweig, 2004.
- [6] *Tue, N. V., Dietz, J., Shah, A. A.*: Vorschlag für die Bemessung der Deckenknoten mit Stützen aus hochfestem Beton. Beton- und Stahlbetonbau 100, 2005, S. 132–138.
- [7] *Cyllok, M.*: Bemessung der Lastdurchleitung hochfester Stahlbetonstützen durch normalfeste Flachdecken nach EN 1992-1-1. Beton- und Stahlbetonbau 106, 2011, S. 672–684.
- [8] *Guidotti, R.*: Poinçonnement des planchers-dalles avec colonnes superposées fortement sollicitées; Dissertation; École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Laboratoire de construction en béton. Lausanne, 2010.
- [9] *Guidotti, R., Ruiz, M. F., Muttoni, A.*: Durchstanzen von Flachdecken bei hohen Stützenlasten. Beton- und Stahlbetonbau 105, 2010, S. 19–26.
- [10] *Hanswille, G., Porsch, M.*: Lasteinleitung bei ausbetonierten Hohlprofilverbundstützen mit normal- und hochfesten Betonen. Düsseldorf: Verlags- und Vertriebsgesellschaft, 2004.
- [11] *Gross, D., Seelig, T.*: Bruchmechanik. Mit einer Einführung in die Mikromechanik. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [12] *Bauen mit Stahl e.V.* (Hg.): Dokumentation 661: Vorträge der Vortragsreihen I – IV des Deutschen Stahlbautages in Berlin 2004.
- [13] *Ingenieurbüro Prof. Dr. Held*: Baustellenfoto.
- [14] *Bauen mit Stahl e.V.* (Hg.): Verbundstützen mit eingestellten Stahlprofilen; Dokumentation 696/1. Düsseldorf, 2007.
- [15] *Held, M., Schnellenbach-Held, M., Welsch, T.*: Konstruktive Ausbildung und Bemessung des Knotens Flachdecke – Verbundrandstütze. Bauingenieur 86, 2011, S. 70–75.
- [16] *Walter Bau-Aktiengesellschaft*: Ausbildung eines Knotenpunktes zwischen einer Stahlbetonstütze und einer Flachdecke aus Stahlbeton in einem Geschossbau; Deutsches Patent DE20120678U1, veröffentlicht am 18.04.2002.
- [17] *Mühlbauer, S., Stenzel, G.*: Kompaktstützen aus hochfestem Beton. Beton- und Stahlbetonbau 98, 2003, S. 678–686.
- [18] *Deutsches Institut für Normung e.V.*: DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Berlin: Beuth Verlag, Juli 2001.
- [19] *Rinnhofer, G., Burtscher, S. L., Kollegger, J.*: Stützen-Deckenknoten für Schleuderbetonstützen. Beton- und Stahlbetonbau 103, 2008, S. 609–616.
- [20] *Rinnhofer, G.*: Concrete pillar; Europäisches Patent EP1749949, veröffentlicht am 07.02.2007.
- [21] *Rinnhofer, G., Burtscher, S. L., Kollegger, J.*: Berechnung von Stützen-Deckenknoten für Schleuderbetonstützen. Beton- und Stahlbetonbau 104, 2009, S. 599–608.
- [22] *Europoles GmbH & Co. KG*: Detailzeichnung D-ST02-A3; Genehmigung zur Verwendung der Detailzeichnung ist am 12.10.2012 schriftlich erfolgt.
- [23] *Europoles GmbH & Co. KG*: Detailzeichnung 8_TWP_XH_SB_02_0022_02_F; Genehmigung zur Verwendung der Detailzeichnung ist am 12.10.2012 schriftlich erfolgt.

- [24] Kollegger, J.: Vorgefertigtes Element aus hochfestem Beton für Stützen-Deckenknoten; Patent, Weltorganisation für geistiges Eigentum WO 2005/098160 A1, veröffentlicht am 20.10.2005.
- [25] Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Berlin: Beuth Verlag, August 2008.
- [26] Deutsches Institut für Normung e.V.: Normenausschuss Bauwesen (NABau) - Auslegungen zu DIN 1045-1, Ausgabe 08/2008.
http://www.nabau.din.de/sixcms_upload/media/2377/12_05_2009_Internet-Auslegungen_DIN_1045-1.pdf, Abrufdatum 08.06.2010.
- [27] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb) (Hg.): Heft 525. Erläuterungen zu DIN 1045-1, 2. Aufl. Berlin: Beuth, 2010.
- [28] Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN EN 1992-1-1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010. Berlin: Beuth Verlag, Januar 2011.
- [29] Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN EN 1992-1-1/NA: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin: Beuth Verlag, April 2013.
- [30] American Concrete Institute, ACI Committee 318: ACI 318-08: Building Code Requirements for Structural Concrete. Farmington Hills, MI: ACI, 2008.
- [31] Standards Australia: AS 3600-2009: Concrete structures. Sydney: Standards Australia, 2009.
- [32] Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein: SIA 262: Betonbau. Zürich: SIA, 2003.
- [33] British Standards Institution: BS 8110-1: Structural use of concrete - Part 1. Code of practice for design and construction. London: BSI, 1997.
- [34] *fédération internationale du béton (fib)*: Model Code 2010. first complete draft; Volume 2. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2010.
- [35] Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. Berlin: Beuth Verlag, Juli 1988.
- [36] Zilch, K., Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau. Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2). Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
- [37] Andrä, H.-P.: Zum Tragverhalten von Flachdecken mit Dübelleisten-Bewehrung im Auflagerbereich. Beton- und Stahlbetonbau, 1981, S. 53-57 + 100-104.
- [38] Kordina, K., Nölting, D.: Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Stahlbetonplatten. - Entwicklung von Bemessungsvorschlägen -. In: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb) (Hg.): Heft 371. Berlin: Ernst & Sohn, 1986.
- [39] Hammelehle, G.: Einheitliches Durchstanzmodell für Flachdecken unter Berücksichtigung der ebenen, linear-elastischen FE-Plattenberechnung; Dissertation: Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau Technische Universität München, 3/2008.
- [40] Muttoni, A.: Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement. ACI Structural Journal 105, 2008, S. 440–450.
- [41] Vocke, H.: Zum Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen; Dissertation; Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen. Stuttgart, 2002.
- [42] Piel, W.: Zur Erhöhung der Durchstanztragfähigkeit von Flachdecken mit Stahlverbundsystemen; Dissertation; Bergische Universität Wuppertal, Lehr- und Forschungsgebiet Stahlbau und Verbundkonstruktionen. Wuppertal, 2004.
- [43] Marinkovic, S. B., Alendar, V. H.: Punching failure mechanism at edge columns of post-tensioned lift slabs. Engineering Structures 30, 2008, S. 2752–2761.
- [44] Kotsovos, M., Pavlović, M.: Structural concrete. Finite-element analysis for limit-state design. London: Telford, 1995.

- [45] *Stracke, J.*: Flachdecken aus Konstruktionsleichtbeton; Dissertation; Bergische Universität Wuppertal, Lehr- und Forschungsgebiet Massivbau & Tragkonstruktionen. Wuppertal, 2005.
- [46] *Bazant, Z. P., Cao, Z.*: Size Effect in Punching Shear Failure of Slabs. *ACI Structural Journal*, 1987, S. 44–53.
- [47] *Ozbolt, J.*: Maßstabeffekt und Duktilität von Beton- und Stahlbetonkonstruktionen; Habilitationsschrift; Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen. Stuttgart, 1995.
- [48] *Häusler, F.*: Zum maximalen Durchstanzwiderstand von Flachdecken mit und ohne Vorspannung; Dissertation; RWTH Aachen, Institut für Massivbau. Aachen, 2009.
- [49] *Andr , H.-P., Dilger, W. H., Ghali, A.*: Durchstanzbewehrung für Flachdecken. *Beton- und Stahlbetonbau*, 1979, S. 129–132.
- [50] *Sagaseta, J., Muttoni, A. et al.*: Non-axis-symmetrical punching shear around internal columns of RC slabs without transverse reinforcement. *Magazine of Concrete Research* 63, 2011, S. 441–457.
- [51] *Kinnunen, S., Nylander, H.*: Punching of concrete slabs without shear reinforcement. *Transactions of the Royal Institute of Technology Stockholm*, 1960.
- [52] *Beutel, R.*: Durchstanzen schubbewehrter Flachdecken im Bereich von Innenstützen; Dissertation; RWTH Aachen, Institut für Massivbau. Aachen, 2003.
- [53] *Hegger, J., Walraven, J. C., Häusler, F.*: Zum Durchstanzen von Flachdecken nach Eurocode 2. *Beton- und Stahlbetonbau* 105, 2010, S. 206–215.
- [54] Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt): Europäische Technische Zulassung ETA-12/0454: Halfen HDB D belleiste, Doppelkopfkanker als Durchstanzbewehrung, Zulassungsbescheid vom 18.12.2012.
- [55] Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt): Europäische Technische Zulassung ETA-13/0076: Durchstanzbewehrung Sch ck Bole, Durchstanzbewehrung mit Doppelkopfbolzen für punktförmig belastete Platten und Fundamente, Zulassungsbescheid vom 12.03.2013.
- [56] Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt): Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Z-15.1-217: FILIGRAN - Durchstanzbewehrung nach DIN 1045-1:2008-08, Zulassungsbescheid vom 03.08.2009.
- [57] *Held, M., Welsch, T.*: Besondere Aspekte bei der Verwendung von Gitterträger-Elementdecken zur Herstellung punktgestützter Flachdecken. *Bautechnik* 88, 2011, S. 233–236.
- [58] *Staller, M. A.*: Analytische und numerische Untersuchungen des Durchstanztragverhaltens punktgestützter Stahlbetonplatten. In: *Deutscher Ausschuss f r Stahlbeton (DAfStb) (Hg.): Heft 515*. Berlin: Beuth, 2001.
- [59] *Muttoni, A., Fernández Ruiz, M.*: Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs with Transverse Reinforcement. *ACI Structural Journal* 106, 2009, S. 485–494.
- [60] *Muttoni, A., Fernández Ruiz, M.*: The levels-of-approximation approach in MC 2010: application to punching shear provisions. *Structural Concrete* 13, 2012, S. 32–41.
- [61] *Muttoni, A., Schwartz, J.*: Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement. *IABSE Colloquium Vol. 62*, 1991, S. 703–708.
- [62] *Bollinger, K.*: Zu Tragverhalten und Bewehrung von rotationssymmetrisch beanspruchten Stahlbetonplatten; Dissertation; Universität Dortmund, Institut für Tragkonstruktion. Dortmund, 1985.
- [63] *Muttoni, A.*: Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung. *Beton- und Stahlbetonbau* 98, 2003, S. 74–84.
- [64] *Scordelis, A. C., Lin, T. Y., May, H. R.*: Shearing strength of reinforced and prestressed concrete lift slabs. *ACI Journal Proceedings* 55, 1958, S. 485–506.
- [65] *Andersson, J. L.*: Genomst nsning av Lift Slabs (Punching of Lift Slabs). *Nordisk Betong*, 1963, S. 229–252.
- [66] *Andersson, J. L.*: Dimensionering av Lift Slabs med h nsyn till genomst nsning (Design of Lift Slabs with Reference to Punching). *Nordisk Betong*, 1964, S. 27–54.

- [67] *Tasker, H. E., Wyatt, K. J.*: Shear in Flat-plate Construction under Uniform Loading. Sydney: Commonwealth Experimental Building Station, 1963.
- [68] *Boll, K.*: Das Hubdeckenverfahren und andere moderne Herstellungsmethoden beim Neubau der Pädagogischen Hochschule und Staatlichen Sportschule in Ludwigsburg. Beton, 1966, S. 19 - 26 und 67 - 76.
- [69] *Stiglat, K., Steiner, J.*: Durchstanzen von mit Dübelleisten verstärkten Flachdecken, die auf Stahlstützen aufliegen. Beton- und Stahlbetonbau, 1980, S. 239–246.
- [70] *Reyer, E.*: Lochrandgestützte Platten - Flachdecken. Konstruktionen, Berechnungswege, Tabellen. Berlin/München/Düsseldorf: Wilhelm Ernst & Sohn, 1980.
- [71] *Gerber, L. L., Burns, N. H.*: Ultimate Strength Tests of post-tensioned Flat Plates. PCI Journal, 1971, S. 40–58.
- [72] *Leonhardt, F., Mönning, E.*: Vorlesungen über Massivbau. Teil 2: Sonderfälle der Bemessung im Stahlbetonbau, 3. Berlin [u.a.]: Springer, 1986.
- [73] *Ingenieurbüro Prof. Dr. Held*: Baustellenfoto.
- [74] TNO DIANA BV: DIANA Finite Element Analysis 9.4.4. Delft, The Netherlands, 2012.
- [75] MIDAS Information Technology Co., Ltd.: MIDAS FX+ FOR DIANA 3.1.0. Seoul, Republik Korea, 2012.
- [76] TNO DIANA BV: iDIANA 9.4.4. Delft, The Netherlands, 2012.
- [77] *Trautwein, L., Bittencourt, T. et al.*: Axial Symmetry Analyses of Punching Shear in Reinforced Flat Slabs. In: Konsta-Gdoutos, M. S. (Hg.): Measuring, Monitoring and Modeling Concrete Properties. New York: Springer, 2006, S. 139–144.
- [78] *Khwaounjoo, Y. R., Foster, S. J., Gilbert, R. I.*: 3D Finite Element Modelling of Punching Type Problems using DIANA. Sydney, August 2000.
- [79] TNO DIANA BV: DIANA Finite Elemente Analysis User's Manual. Element Library Release 9.4.4. Delft, The Netherlands: TNO DIANA BV, 2012.
- [80] *Hegger, J., Beutel, R. et al.*: Ersatz oder Teilersatz von Querkraftversuchen durch Finite-Elemente-Berechnungen. [Abschlussbericht]. Stuttgart: Fraunhofer-IRB-Verl, 2007.
- [81] *Aldejohann, M.*: Zum Querkrafttragverhalten von Hohlkörperdecken mit zweiachsiger Lastabtragung; Dissertation; Universität Duisburg-Essen, Institut für Massivbau. Essen, 2008.
- [82] *Thorenfeldt, E., Tomaszewicz, A., Jensen, J. J.*: Mechanical Properties of High-Strength Concrete and Application in Design. In: Holand, I., Helland, S. et al. (Hg.): Utilization of high strength concrete. Trondheim: Tapir, 1987, S. 149–159.
- [83] *Selby, R. G.*: Three-Dimensional Constitutive Relations for Reinforced Concrete; Dissertation; University of Toronto, Department for Civil Engineering. Toronto, Canada, 1993.
- [84] *Vecchio, F. J., Collins, M. P.*: Compression response of cracked reinforced concrete. Journal of Structural Engineering 119, 1993, S. 3590–3610.
- [85] *Hordijk, D. A., Cornelissen, H. A. W., Reinhardt, H. W.*: Experimental determination of crack softening characteristics of normalweight and lightweight concrete. HERON 31, 1986, S. 45–56.
- [86] *Hordijk, D. A.*: Local Approach to Fatigue of Concrete; Dissertation; Delft University of Technology. Delft, The Netherlands, 1991.
- [87] *Bathe, K.-J.*: Finite-Elemente-Methoden. Matrizen und lineare Algebra, die Methode der finiten Elemente, Lösung von Gleichgewichtsbedingungen und Bewegungsgleichungen. Berlin [u.a.]: Springer, 1986.
- [88] TNO DIANA BV: DIANA Finite Elemente Analysis User's Manual. Analysis Procedures Release 9.4.4. Delft, The Netherlands: TNO DIANA BV, 2012.
- [89] *Wriggers, P.*: Nichtlineare Finite-Element-Methoden. Berlin: Springer, 2001.
- [90] *Broyden, C. G.*: Quasi-Newton methods and their application to function minimisation. Mathematics of Computation 21, 1967, S. 368–381.
- [91] *Broyden, C. G.*: The Convergence of Single-Rank Quasi-Newton Methods. Mathematics of Computation 24, 1970, S. 365–382.

- [92] *Broyden, C. G.*: The Convergence of an Algorithm for Solving Sparse Nonlinear Systems. *Mathematics of Computation* 25, 1971, S. 285–294.
- [93] *Broyden, C. G.*: The Convergence of a Class of Double-rank Minimization Algorithms. *IMA Journal of applied mathematics* 6, 1970, S. 76–90 und 222–231.
- [94] *Fletcher, R., Powell, M. J. D.*: A rapidly convergent descent method for minimization. *The Computer Journal*, 1963, S. 163–168.
- [95] *Fletcher, R.*: A new approach for variable metric algorithms. *The Computer Journal* 13, 1970, S. 317–322.
- [96] *Goldfarb, D.*: A Family of Variable-Metric Methods Derived by Variational Means. *Mathematics of Computation* 24, 1970, S. 23–26.
- [97] *Shanno, D. F.*: Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization. *Mathematics of Computation* 24, 1970, S. 647–656.
- [98] *Crisfield, M. A.*: Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Vol. 1: Essentials. Chichester: John Wiley & Sons, 1991.
- [99] *Zienkiewicz, O.*: The Finite Element Method. Amsterdam [u.a.]: Elsevier, 2005.
- [100] *Kinnunen, S.*: Punching of structural concrete slabs. Technical report. Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete, 2001.
- [101] *Schaeidt, W., Ladner, M., Rösli, A.*: Berechnung von Flachdecken auf Durchstanzen. Düsseldorf: Beton-Verlag-GmbH, 1970.
- [102] *Ladner, M.*: Einfluß der Maßstabsgröße bei Durchstanzversuchen. *Material und Technik*, 1973, S. 60–68.
- [103] *Ladner, M.*: Persönliche Korrespondenz über Durchstanzversuche an der Eidgenössischen Materialprüfungs- und Forschungsanstalt (EMPA); E-Mails, 25.01.2011 und 26.01.2011.
- [104] *Schnell, J., Loch, M., Zhang, N.*: Umrechnung der Druckfestigkeit von zwischen 1949 und 1972 hergestellten Betonen auf charakteristische Werte. *Bauingenieur* 85, 2010, S. 513–518.
- [105] *Comite Euro-International du beton*: CEB-FIP model code 1990. London: Telford, 1993.
- [106] *Swiss Steel AG*: Übersicht Betonstahl IIIb gemäß SIA Norm 162/101. Emmenbrücke, ca. 1966.
- [107] *Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA)*: Untersuchungsbericht Nr. 15'300/3/1. Dübendorf, 1971.
- [108] *Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA)*: Untersuchungsbericht Nr. 15'300/2/2. Dübendorf, 1971.
- [109] *Amann, W., Mühlematter, M., Bachmann, H.*: Zugversuche an Bewehrungs- und Spannstahl mit erhöhter Dehngeschwindigkeit. Basel: Birkhäuser Verlag, 1982.
- [110] *Andrä, H.-P.*: Zum Tragverhalten des Auflagerbereichs von Flachdecken; Dissertation; Universität Stuttgart, Institut für Baustatik. Stuttgart, 1982.
- [111] *Tolf, P.*: Plattjocklekens inverkan på betongplattors hållfasthet vid genomstansning. Försök med cirkulär plattor. Stockholm: Institutionen för Byggnadsstatik, Kungl. Tekniska Högskolan, 1988.
- [112] *Kotzan, H., Buchmann, M.*: Geschleudert, nicht gerührt. Sichtbetonstützen aus Schleuderbeton. Erkrath, Juli 2010.
- [113] *Leonhardt, F., Mönnig, E.*: Vorlesungen über Massivbau. Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau, 3. Berlin [u.a.]: Springer, 1984.
- [114] *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.*: DIN EN 1994-1-1: Eurocode 4: Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Anwendungsregeln für den Hochbau. Berlin: Beuth Verlag, Dezember 2010.
- [115] *Deutsches Institut für Normung e. V.*: DIN EN 1990: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010. Berlin: Beuth Verlag, Dezember 2010.

- [116] Siburg, C., Häusler, F., Hegger, J.: Durchstanzen von Flachdecken nach NA(D) zu Eurocode 2. Bauingenieur 87, 2012, S. 216–225.
- [117] *spannverbund Gesellschaft für Verbundträger GmbH*: Vorbemessung Geilinger-Stütze. <http://www.spannverbund.de/pages/de/produkte/geilinger.stuetze/vorbemessung/berechnung/index.html>, Abrufdatum 20.08.2012.
- [118] Moe, J.: Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads. Portland Cement Association, Development Department Bulletin D47, 1961.
- [119] Guandalini, S., Burdet, O., Muttoni, A.: Punching Tests of Slabs with Low Reinforcement Ratios. ACI Structural Journal 106, 2009, S. 87–95.
- [120] Elstner, R. C., Hognestad, E.: Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs. ACI Journal Proceedings 53, 1956, S. 29–58.
- [121] Whitney, C. S.: Ultimate Shear Strength of Reinforced Concrete Flat Slabs, Footings, Beams, and Frame Members without Shear Reinforcement. ACI Journal Proceedings 54, 1957, S. 265–298.
- [122] American Concrete Institute, ACI Committee 318: ACI 318-56: Building Code Requirements for Reinforced Concrete. Farmington Hills, MI: ACI, Mai 1956.
- [123] Augustin, F.-C.: Einige technische Besonderheiten des Hubdeckenverfahrens. Beton- und Stahlbetonbau, 1967, S. 29–32.
- [124] Standards Association of Australia: AS No. CA2-1958: Australian Standard Rules for the Use of Normal Reinforced Concrete in Buildings. Sydney: Standards Australia, 1958.
- [125] Bryl, S., Sassnick, D.: Lösung von Flachdeckenproblemen mit Hilfe von Stahlpilzen. Bauingenieur 53, 1978, S. 355–358.
- [126] Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. Berlin: Beuth Verlag, Dezember 1978.
- [127] Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN EN 1992-1-1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin: Beuth Verlag, Oktober 2005.
- [128] Vecchio, F. J., Collins, M. P.: The Modified Compression-Field Theory to Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. ACI JOURNAL, 1986, S. 219–231.
- [129] TNO DIANA BV: DIANA Finite Elemente Analysis User's Manual. Material Library Release 9.4.4. Delft, The Netherlands: TNO DIANA BV, 2012.
- [130] Schütt, J.: Ein inelastisches 3D-Versagensmodell für Beton und seine Finite-Element-Implementierung; Dissertation; Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH), Institut für Baustatik. Karlsruhe, 2005.
- [131] De Borst, R.: Smeared Cracking, Plasticity, Creep and Thermal Loading - a unified approach. Computer Methods in applied Mechanics and Engineering 62, 1987, S. 89–110.
- [132] Rots, J. G., Blaauwendraad, J.: Crack Models for Concrete: Discrete or Smeared? Fixed, Multi-Directional or Rotating? HERON 34, 1989.
- [133] Menin, R. C. G., Trautwein, L. M., Bittencourt, T. N.: Smeared Crack Models for Reinforced Concrete Beams by Finite Element Method. IBRACON Structures and Materials Journal 2, 2009, S. 166–200.
- [134] Jirásek, M., Zimmermann, T.: Embedded crack model: I. Basic formulation. International Journal for Numerical Methods in Engineering 50, 2001, S. 1269–1290.
- [135] Jenq, Y. S., Shah, S. P.: Mixed-mode fracture of concrete. International Journal of Fracture 38, 1988, S. 123–142.
- [136] Schuler, H.: Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Schädigung von stoßbeanspruchtem Beton; Dissertation; Universität der Bundeswehr München. München, 2004.
- [137] Bazant, Z. P., Oh, B. H.: Crack band theory for fracture of concrete. Materials and Structures 16, 1983, S. 155–177.

- [138] *Neff, C.*: Ein Ingenieurmodell zur Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit Öffnungen; Dissertation; Universität Duisburg-Essen, Institut für Massivbau. Essen, 2006.
- [139] *Empelmann, M.*: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stabtragwerken aus Konstruktionsbeton unter besonderer Berücksichtigung von Betriebsbeanspruchungen, 1. Aachen: Lehrstuhl und Institut für Massivbau der RWTH Aachen, 1995.
- [140] *Wischers, G.*: Aufnahme und Auswirkungen von Druckbeanspruchungen auf Beton. Betontechnische Berichte, 1978, S. 31–56.
- [141] *Collins, M. P., Porasz, A.*: Shear Design for High Strength Concrete. In: Comité Euro-International du béton (Hg.): CEB Bulletin d'Information Nr. 193. Paris, 1989, S. 77–83.
- [142] *Kupfer, H., Hilsdorf, H., Rüschi, H.*: Behaviour of Concrete under Biaxial Stresses. ACI JOURNAL, 1969, S. 656–666.
- [143] *Launay, P., Gachon, H.*: Strain and ultimate strength of concrete under triaxial stresses. ACI JOURNAL Special Publications, 1970, S. 269–282.
- [144] *Mills, L. L., Zimmerman, R. M.*: Compressive strength of plain concrete under multiaxial loading conditions. ACI JOURNAL, 1970, S. 802–807.
- [145] *Gerstle, K. H., Asch, H., Bellotti, R.*: Behaviour of Concrete under Multiaxial Stress states. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1980, S. 1383–1403.
- [146] *Imran, I., Pantazopoulou, J.*: Experimental Study of Plain Concrete under Triaxial Stress. ACI Materials Journal 93, 1996, S. 589–601.
- [147] *Chen, W.-F.*: Plasticity in reinforced concrete. Ft. Lauderdale, FL: J. Ross Pub., 2007.
- [148] *Ottosen, N., Ristinmaa, M.*: The Mechanics of Constitutive Modeling: Elsevier, 2005.
- [149] *Mang, H. A., Hofstetter, G.*: Festigkeitslehre. Wien [u.a.]: Springer, 2000.
- [150] *Haufe, A.*: Dreidimensionale Simulation bewehrter Flächentragwerke aus Beton mit der Plastizitätstheorie; Dissertation; Universität Stuttgart, Institut für Baustatik. Stuttgart, 2001.
- [151] *Nunez Aldave, J. K.*: Untersuchung des Durchstantragverhaltens eines Stahlbetondeckenausschnitts mittels der FEM-Software "DIANA"; Diplomarbeit; Bergische Universität Wuppertal, Massivbau & Tragkonstruktionen. Wuppertal, 2011.
- [152] *Hsieh, S. S., Ting, E. C., Chen, W. F.*: A Plastic-Fracture Model for Concrete. International Journal of Solid Structures 18, 1982, S. 181–197.
- [153] *Stopp, K.*: Trag- und Verformungsverhalten großflächig gegründeter Stahlbetontragwerke unter Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Interaktion; Dissertation; Bergische Universität Wuppertal, Lehr- und Forschungsgebiet Statik und Dynamik der Tragwerke. Wuppertal, 2010.
- [154] *Menrath, H.*: Numerische Simulation zum nichtlinearen Tragverhalten von Stahlverbundträgern; Dissertation; Universität Stuttgart, Institut für Baustatik. Stuttgart, 1999.
- [155] *Haigh, B. P.*: The Strain-Energy Function and the Elastic Limit. Engineering, 1920, S. 158–160.
- [156] *Westergaard, H. M.*: On the Resistance of Ductile Materials to Combined Stresses in Two or Three Directions Perpendicular to One Another. Journal of the Franklin Institute 189, 1920, S. 627–640.

ANHÄNGE

A1 VERSUCHSERGEBNISSE ZU LOCHRANDGESTÜTZTEN PLATTEN AUS DER LITERATUR	A-5
A1.1 SCORDELIS, LIN UND MAY (USA, 1958).....	A-5
A1.2 ANDERSSON (SCHWEDEN, 1962).....	A-8
A1.3 TASKER UND WYATT (AUSTRALIEN, 1963).....	A-12
A1.4 BOLL (DEUTSCHLAND, 1966).....	A-20
A1.5 STIGLAT UND STEINER (DEUTSCHLAND, 1980).....	A-22
A1.6 REYER (DEUTSCHLAND, 1980).....	A-25
A1.7 GERBER UND BURNS (USA, 1971).....	A-27
A1.8 MARINKOVIĆ UND ALENDAR (SERBIEN, 2008)	A-30
A2 BESCHREIBUNG DER VERWENDETEN MATERIALMODELLE FÜR BETON	A-37
A2.1 BETON UNTER ZUGBEANSPRUCHUNG.....	A-37
A2.2 BETON UNTER SCHUBBEANSPRUCHUNG.....	A-48
A2.3 BETON UNTER DRUCKBEANSPRUCHUNG	A-49
A2.4 REIBUNG ZWISCHEN BETON UND STAHLKERN	A-65
A2.5 DARSTELLUNG DES SPANNUNGSTENSORS IM INVARIANTENRAUM	A-68
A3 WEITERE ERGEBNISSE ZU DEN PARAMETERSTUDIEN AUS ABS. 3.4	A-72
A3.1 LOCHRANDSTÜTZUNG BEI PLATTEN MIT EINEM SACKLOCH IN PLATTENMITTE	A-72
A3.2 LOCHRANDSTÜTZUNG BEI PLATTEN MIT EINEM KERN IN PLATTENMITTE	A-81
A3.3 LOCHRANDSTÜTZUNG MIT STAHLKERN UND DARAN FIXIERTER LÄNGSBEWEHRUNG ..	A-87
A4 ERMITTLUNG DER VERSAGENSLASTEN NACH KAPITEL 4	A-96
A4.1 LOCHRANDSTÜTZUNG BEI PLATTEN MIT EINEM SACKLOCH IN PLATTENMITTE	A-96
A4.2 LOCHRANDSTÜTZUNG BEI PLATTEN MIT EINEM KERN IN PLATTENMITTE	A-97
A4.3 LOCHRANDSTÜTZUNG MIT STAHLKERN UND DARAN FIXIERTER LÄNGSBEWEHRUNG ..	A-98
A5 BEWEHRUNGSZEICHNUNGEN FÜR DIE VERSUCHSPLATTEN DES KAPITELS 5 ..	A-99
A5.1 LOCHRANDSTÜTZUNG BEI PLATTEN MIT EINEM SACKLOCH IN PLATTENMITTE	A-99
A5.2 LOCHRANDSTÜTZUNG BEI PLATTEN MIT EINEM KERN IN PLATTENMITTE	A-102
A5.3 LOCHRANDSTÜTZUNG MIT STAHLKERN UND DARAN FIXIERTER LÄNGSBEWEHRUNG	A-104

Abbildungen

Bild A 1-1: Konstruktion und Abmessungen der von <i>SCORDELIS ET AL.</i> verwendeten Kragen (nach [64]).....	A-5
Bild A 1-2: Belastung der um 180° gedrehten Decke im Versuchsstand von oben (nach [64])	A-6
Bild A 1-3: Last-Verformungs-Kurve für Prüfkörper S-1, S-2 und S-4 bis S-8 (nach [64]).....	A-7
Bild A 1-4: Last-Verformungs-Kurve für Prüfkörper S-9 bis S-15 (nach [64]).....	A-8
Bild A 1-5: Kragentypen der Versuche von <i>ANDERSSON</i> (nach [123])	A-9
Bild A 1-6: Last-Rotations-Beziehungen für die Versuche der Serie I (nach [65])	A-10
Bild A 1-7: Last-Rotations-Beziehungen für die Versuche der Serie II (vorgespannt) (nach [65]).....	A-10
Bild A 1-8: Last-Rotations-Beziehungen für die Versuche der Serie III (nach [65]).....	A-11
Bild A 1-9: Charakteristische Rissbilder kurz vor dem Bruch (nach [65])	A-11
Bild A 1-10: Versuchsanordnung von <i>TASKER</i> und <i>WYATT</i> , hier für den „Typ A“ (nach [67]).....	A-12
Bild A 1-11: Rissbilder der Versuche; a) Versuchskörper Typ A, b) Versuchskörper Typ B, c) Versuchskörper Typ A4 (nach [67])	A-15
Bild A 1-12: Rissbilder der Versuche; a) Versuchskörper Typ C,	A-16
Bild A 1-13: Rissbilder der Versuche; a) Versuchskörper Typ F1,	A-17
Bild A 1-14: Rissbilder Versuchskörper Typ G1 (nach [67]).....	A-18
Bild A 1-15: Last-Verformungs-Beziehung der Versuche A bis G1 (nach [67]).....	A-18
Bild A 1-16: Durchstanzkegel der Versuche von <i>TASKER</i> und <i>WYATT</i> (nach [67])	A-19
Bild A 1-17: Kragenausführung bei den Versuchen von <i>BOLL</i> (nach [68]).....	A-20
Bild A 1-18: Rissbilder des Großversuchs von <i>BOLL</i> (Platte 440 x 440 x 35 cm);.....	A-21
Bild A 1-19: Durchstanzkegel beim Großversuch von <i>BOLL</i> (nach [68])	A-22
Bild A 1-20: Versuchsanordnung von <i>STIGLAT</i> und <i>STEINER</i> (nach [69])	A-23
Bild A 1-21: Last-Verformungs-Beziehung (nach [69]).....	A-24
Bild A 1-22: Rissbild an der Plattenoberseite bei Abbruch des Versuchs ($V = 3469 \text{ kN}$) (aus [69])....	A-24
Bild A 1-23: „Allgemeine Ausführungen“ von lochrandgestützten Platten nach <i>REYER</i> (nach [70])....	A-25
Bild A 1-24: Platten mit ausgestellten Stahlkragen (nach [70])	A-26
Bild A 1-25: Lagerungsfälle nach <i>REYER</i> (nach [70])	A-26
Bild A 1-26: Festlegung des Rundschnitts für „mittelsteife“ Kragen in Abhängigkeit von den Lagerungsbedingungen (nach [70])	A-27
Bild A 1-27: Versuchsdecke „L1“ von <i>GERBER</i> und <i>BURNS</i> (nach [71])	A-28
Bild A 1-28: Versuchsanordnung von <i>MARINKOVIĆ</i> und <i>ALENDAR</i> (nach [43])	A-30
Bild A 1-29: Bei den Versuchen verwendete Kragenausführungen (nach [43])	A-31
Bild A 1-30: Schlappe Bewehrung der Versuchsplatten (nach [43]).....	A-31
Bild A 1-31: Versuchsstand von <i>MARINKOVIĆ</i> und <i>ALENDAR</i> (nach [43])	A-32
Bild A 1-32: Last-Verformungs-Kurven für die Versuchsdecken S1 – S3 (nach [43])	A-33
Bild A 1-33: Radiale und tangentielle Betondehnungen der Versuchsdecke S3 (nach [43])	A-33
Bild A 1-34: Dehnungen in der schlaffen Bewehrung (nach [43]).....	A-33
Bild A 1-35: Vergleich zwischen rechnerischen Dehnungen und dem Bruchbild beim Versuch an der Plattenoberseite (Versuchsplatte S3) (nach [43])	A-34
Bild A 1-36: Spannungen an den Plattenunterseite von Versuchskörper S3 (nach [43])	A-35
Bild A 1-37: Durchstanz-Versagensmechanismus (Plattenunterseite Platte S3) (nach [43]).....	A-35
Bild A 1-38: Last-Verformungs-Beziehung für Versuchsdecke S3 im Versuch und in der FEM-Simulation (nach [43])	A-36

Bild A 2-1: Exemplarisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm für das „Total Strain Crack Model“ (nach [129])	A-37
Bild A 2-2: Beton unter einaxialer Zugbeanspruchung: a) Spannungs-Verschiebungs-Diagramm, b) Lokalisierung der Dehnungen (nach [130])	A-38
Bild A 2-3: Lokales Koordinatensystem und Rissspannungen, Definition Mode I, II und III (nach [132] und [11])	A-41
Bild A 2-4: In <i>DIANA</i> implementierte Beziehungen für das <i>tension softening</i> (nach [129])	A-44
Bild A 2-5: Zusammenhang zwischen Dehnungs-Entfestigungs-Beziehung und einachsiger Spannungs-Dehnungs-Beziehung (hier für den linearen Fall) (nach [137])	A-45
Bild A 2-6: Vergleich zwischen Versuchen von EMPELMANN und Nachrechnungen mit <i>DIANA</i> (aus [138])	A-47
Bild A 2-7: Modell des Tragverhaltens von Normalbeton, a) Modellvorstellung (Meso-Ebene),	A-49
Bild A 2-8: Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für verschiedene Betone (nach [140])	A-50
Bild A 2-9: Druckfestigkeitsprüfung mit Standardversuchskörpern (aus [36])	A-51
Bild A 2-10: In <i>DIANA</i> zur Verfügung gestellte Arbeitslinien für das Werkstoffverhalten von Beton unter Druckbeanspruchung (nach [129])	A-51
Bild A 2-11: Bruchspannungsfläche für Beton im Hauptspannungsraum (aus [36])	A-53
Bild A 2-12: <i>RANKINE</i> 'sches Bruchkriterium (nach [149]);	A-54
Bild A 2-13: Bruchspannungsflächen im Hauptspannungsraum, a) <i>TRESCA</i> , b) <i>van MISES</i> (nach [150])	A-55
Bild A 2-14: Bruchspannungsflächen von a) <i>MOHR-COULOMB</i> und b) <i>DRUCKER-PRAGER</i> (nach [150])	A-56
Bild A 2-15: Versagensbedingung nach <i>MOHR-COULOMB</i> (mit $\sigma_1 \geq \sigma_3$) (nach [149])	A-56
Bild A 2-16: Verschiedene Versagenskriterien im Vergleich (Deviatorebene) (nach [152] und [153])	A-59
Bild A 2-17: Assoziierte (links) und nicht assoziierte Plastizität (rechts) (aus [153])	A-61
Bild A 2-18: Anpassung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton infolge Querdruk (nach [129])	A-62
Bild A 2-19: Anpassung der <i>THORENFELDT</i> -Kurve bei Querdruk mit $f_p / f_c > 1,05$ (nach [129])	A-63
Bild A 2-20: Anpassung der <i>THORENFELDT</i> -Kurve mit dem Entfestigungsparameter β_{ocr}	A-64
Bild A 2-21: Reibungsgesetz nach <i>COULOMB</i> (aus [129])	A-65
Bild A 2-22: Geometrische Interpretation der Invarianten mit Haigh-Westergaard-Koordinaten (nach [153])	A-71
 Bild A 3-1: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten <i>P1-H-450</i> bis <i>P1-H-375</i>	A-72
Bild A 3-2: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten <i>P1-H-350</i> bis <i>P1-H-100</i>	A-73
Bild A 3-3: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten <i>S2.2-H-200</i> bis <i>S2.2-H-120</i>	A-74
Bild A 3-4: Betondehnungen in den Platten <i>P1-H-425</i> bis <i>P1-H-350</i>	A-75
Bild A 3-5: Betondehnungen in den Platten <i>P1-H-300</i> bis <i>P1-H-100</i>	A-76
Bild A 3-6: Betondehnungen in den Platten <i>S2.2-H-180</i> bis <i>S2.2-H-120</i>	A-77
Bild A 3-7: Stahldehnungen in den Platten <i>P1-H-425</i> bis <i>P1-H-350</i> , jeweils für Stab S1	A-78
Bild A 3-8: Bewehrungsstahldehnungen in den Platten <i>P1-H-300</i> bis <i>P1-H-100</i> , jeweils für Stab S1	A-79
Bild A 3-9: Bewehrungsstahldehnungen in den Platten <i>S2.2-H-180</i> bis <i>S2.2-H-120</i> ,	A-80
Bild A 3-10: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten <i>P1-C-450</i> bis <i>P1-C-350</i>	A-81
Bild A 3-11: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten <i>S2.2-C-200</i> bis <i>S2.2-C-160</i>	A-82
Bild A 3-12: Betonstauchungen in den Platten <i>P1-C-425</i> bis <i>P1-C-350</i>	A-83
Bild A 3-13: Betonstauchungen in Platte <i>S2.2-C-180</i>	A-84
Bild A 3-14: Betonstauchungen in Platte <i>S2.2-C-160</i>	A-84

Bild A 3-15: Bewehrungsstahldehnungen in den Platten <i>P1-C-425</i> bis <i>P1-C-350</i> , jeweils für Stab S1	A-85
Bild A 3-16: Bewehrungsstahldehnungen in Platte <i>S2.2-C-180</i> , Stab S1	A-86
Bild A 3-17: Bewehrungsstahldehnungen in Platte <i>S2.2-C-160</i> , Stab S1	A-86
Bild A 3-18: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten <i>P1-F-450</i> bis <i>P1-F-350</i>	A-87
Bild A 3-19: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten <i>S2.2-F-200</i> bis <i>S2.2-F-160</i>	A-88
Bild A 3-20: Betonstauchungen in den Platten <i>P1-F-425</i> bis <i>P1-F-350</i>	A-89
Bild A 3-21: Betonstauchungen in Platte <i>S2.2-F-180</i>	A-90
Bild A 3-22: Betonstauchungen in Platte <i>S2.2-F-160</i>	A-90
Bild A 3-23: Bewehrungsstahldehnungen in den Platten <i>P1-F-425</i> bis <i>P1-F-350</i> , jeweils für Stab S1	A-91
Bild A 3-24: Bewehrungsstahldehnungen in Platte <i>S2.2-F-180</i> , Stab S1	A-92
Bild A 3-25: Bewehrungsstahldehnungen in Platte <i>S2.2-F-160</i> , Stab S1	A-92
Bild A 3-26: Last-Verformungs-Beziehung für Platte <i>P1-F-450</i> mit Betonkern	A-93
Bild A 3-27: Betonstauchungen in Platte <i>P1-F-450</i> mit Betonkern	A-93
Bild A 3-28: Bewehrungsdehnungen in Platte <i>P1-F-450</i> mit Betonkern, Stab S1	A-94
Bild A 3-29: Last-Verformungs-Beziehung für Platte <i>S2.2-F-200</i> mit Betonkern	A-94
Bild A 3-30: Betondehnungen in Platte <i>S2.2-F-200</i> mit Betonkern	A-95
Bild A 3-31: Bewehrungsdehnungen in Platte <i>S2.2-F-200</i> mit Betonkern, Stab S1	A-95
 Bild A 4-1: Berechnung der Versagenslast für Platte <i>P1-H-450</i>	A-96
Bild A 4-2: Berechnung der Versagenslast für Platte <i>P1-C-450</i>	A-97
Bild A 4-3: Berechnung der Versagenslast für Platte <i>P1-F-450</i>	A-98
 Bild A 5-1: Versuchsplatte <i>L1</i> (Referenz-Vollplatte), M. 1:25	A-99
Bild A 5-2: Versuchsplatte <i>L1-H-250</i> , M. 1:25	A-100
Bild A 5-3: Versuchsplatte <i>L1-H-200</i> , M. 1:25	A-101
Bild A 5-4: Versuchsplatte <i>L1-C-250</i> , M. 1:25	A-102
Bild A 5-5: Versuchsplatte <i>L1-C-200</i> , M. 1:25	A-103
Bild A 5-6: Versuchsplatte <i>L1-F-250</i> , M. 1:25	A-104
 Tabellen	
Tabelle A 1-1: Versuchsdaten und –ergebnisse von <i>SCORDELIS</i> , <i>LIN</i> und <i>MAY</i> (nach [64])	A-6
Tabelle A 1-2: Versuchsdaten und –ergebnisse (kreisrunde Versuchsplatten Ø 171 cm, h = 15 cm) (nach [65])	A-9
Tabelle A 1-3: Materialeigenschaften und Versagenslasten (nach [67])	A-13
Tabelle A 1-4: Versuchsdaten und –ergebnisse von <i>GERBER</i> und <i>BURNS</i> (nach [71])	A-29
Tabelle A 1-5: Versuchsdaten und –ergebnisse für die Versuchsdecken S1 – S3 (nach [43])	A-32

A1 VERSUCHSERGEBNISSE ZU LOCHRANDGESTÜTZTEN PLATTEN AUS DER LITERATUR

A1.1 SCORDELIS, LIN UND MAY (USA, 1958)

SCORDELIS, LIN und MAY führten Durchstanzversuche an insgesamt 14 rechteckigen Plattenausschnitten (Abmessungen 1,83 m x 1,83 m) an Innenstützen mit Lochrandstützung durch [64]. Zwei Platten bestanden aus Stahlbeton, zwölf aus Spannbeton. Die Plattendicke variierte zwischen 15,2 cm, 20,3 cm und 25,4 cm. Der Lochrand war jeweils durch einbetonierte Kragen aus Stahlwinkeln verstärkt, die im Regelfall bündig mit der Plattenunterseite einbetoniert wurden. Bei vier Versuchsplatten wurde die Höhenlage der Kragen variiert, so dass ein Rücksprung zwischen Kragen- und Plattenunterseite entstand. Es wurden zwei Typen von Kragen eingesetzt, deren Abmessungen Bild A1-1 entnommen werden können. Über eine zusätzliche Versuchsplatte mit normaler Punktstützung in Form eines Stützenstumpfs aus Stahlbeton und mit spezieller Durchstanzbewehrung aus Schrägbügeln $\varnothing \approx 10$ mm wird hier nicht weiter berichtet.

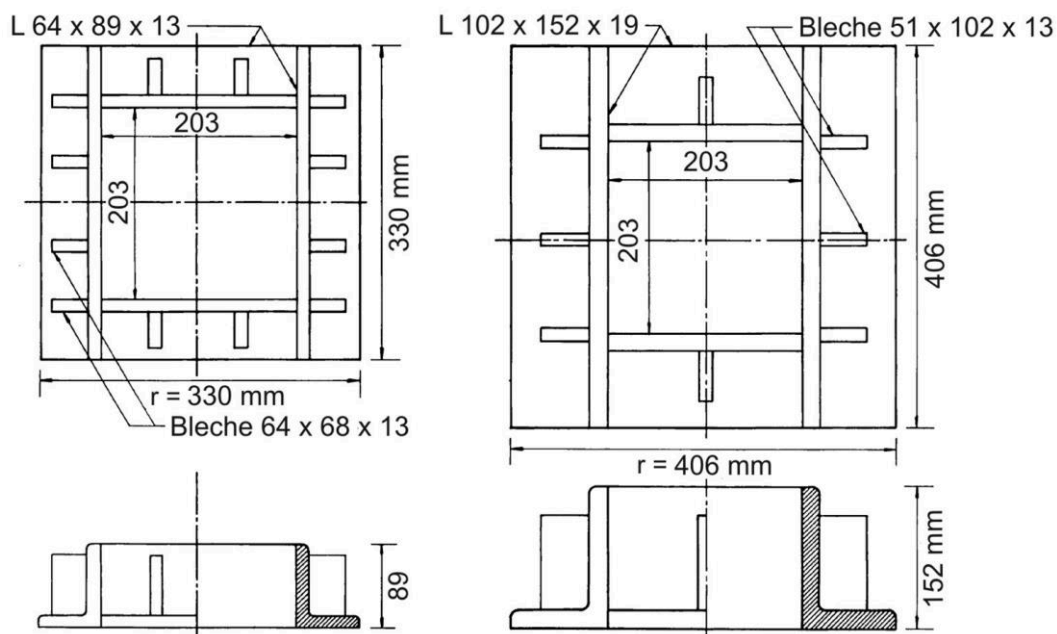


Bild A 1-1: Konstruktion und Abmessungen der von SCORDELIS ET AL. verwendeten Kragen (nach [64])

Die Auflagerung auf die Stütze erfolgte durch aufgeschweißte Stahlknaggen (Bild A1-2), die Fuge zwischen Stütze und Platte wurde nicht vergossen.

Die Platten wurden an den Rändern kontinuierlich gelagert, die Belastung wurde von oben durch eine auf die Stahlhohlkastenstütze wirkende Hydraulikpresse in 45 kN-Schritten aufgebracht. Beton- und Bewehrungsdehnungen sowie Plattenverformungen wurden gemessen und nach jedem Lastschritt abgelesen. Die wesentlichen Daten der Versuchskörper und die Bruchlasten können Tabelle A1-1 entnommen werden.

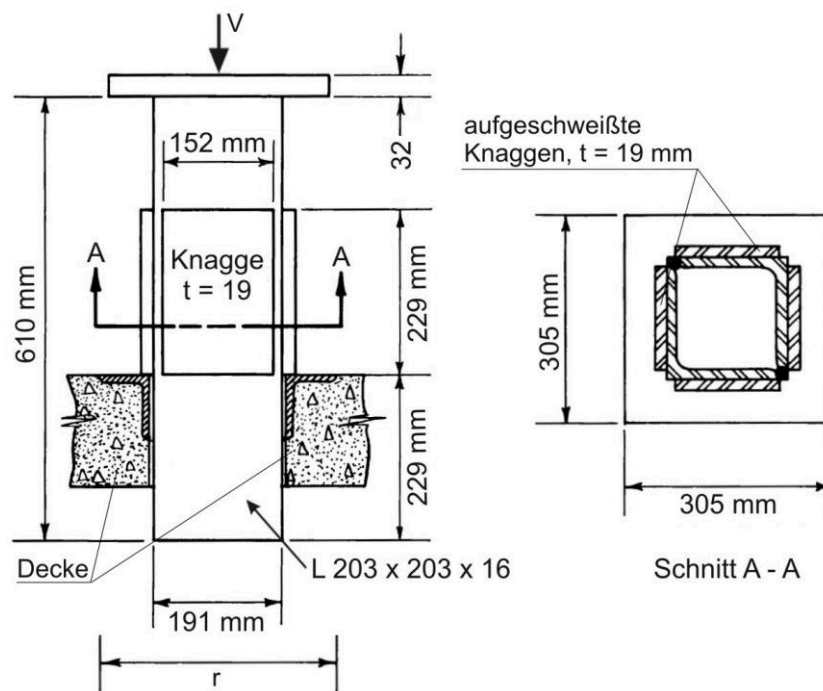


Bild A 1-2: Belastung der um 180° gedrehten Decke im Versuchsstand von oben (nach [64])

Decke Nr.	vorgespannt / schlaff bew.	Kragengröße r	Kragenhöhe	Gesamtdicke	Kragenrücksprung bezogen auf Plattenunterseite	durchschn. $d^{a)}$	durchschn. ρ_l	Effektive Vorspannung Stahl σ_p	Effektive Vorspannung Beton	$f_{cm}^{b)}$	E_{cm}	V_u
		cm	cm	cm	cm	cm	[%]	MPa	MPa	MPa	MPa	kN
S-1	S	33,0	8,9	15,2	-	10,8	2,500	-	-	19,4	16329	467,0
S-2	S	33,0	8,9	15,2	-	10,8	2,500	-	-	28,0	21566	484,8
S-4	V	33,0	8,9	15,2	2,5	9,2	0,452	1136,9	3,1	27,3	21083	355,8
S-5	V	33,0	8,9	15,2	-	7,6	0,547	632,5	1,7	20,2	18948	266,9
S-6	V	33,0	8,9	15,2	-	9,2	0,452	632,5	1,7	32,4	24253	349,2
S-7	V	33,0	8,9	15,2	-	11,1	0,562	861,3	3,4	19,9	18327	540,4
S-8	V	33,0	8,9	15,2	-	9,2	0,452	1265,0	3,4	30,0	23219	442,6
S-9	V	40,6	15,2	15,2	-	9,2	0,452	632,5	1,7	30,2	24460	467,0
S-10	V	40,6	15,2	15,2	-	9,2	0,452	1265,0	3,4	32,2	21566	524,9
S-11	V	33,0	8,9	25,4	-	19,4	0,215	1265,0	2,1	35,3	19154	1000,8
S-12	V	33,0	8,9	25,4	5,1	19,4	0,215	1265,0	2,1	33,9	18534	762,8
S-13	V	33,0	8,9	25,4	10,2	19,4	0,215	1265,0	2,1	36,0	19843	484,8
S-14	V	33,0	8,9	20,3	-	14,3	0,293	1265,0	2,6	33,1	23839	747,3
S-15	V	33,0	8,9	20,3	5,1	14,3	0,293	1265,0	2,6	35,3	23771	533,8
^{a)} Effektive Nutzhöhe für Biegung. Effektive Nutzhöhe für Schub am Kragen: d - Kragenrücksprung ^{b)} Einaxiale Druckfestigkeit des Normzylinders im Alter von 14 Tagen												

Tabelle A 1-1: Versuchsdaten und –ergebnisse von SCORDELIS, LIN und MAY (nach [64])

Erstrissbildung war bei den schlaff bewehrten Platten ab ca. 15-25% der Bruchlast zu beobachten, bei den vorgespannten Platten ab ca. 40-60% der Bruchlast. Die Last-Verformungs-Kurven (Bilder A1-3 und A1-4) zeigen neben dem Einfluss der Vorspannung einen deutlichen Einfluss der Kragenhöhe bzw. der Höhenlage und damit der Kragensteifigkeit: Während bei den vorgespannten Platten, bei denen die Kragenhöhe der Plattendicke entspricht (S-9 und S-10), ein sehr duktileres Tragverhalten zu beobachten ist, kommt es bei den vorgespannten Platten mit Kragenrücksprung (S-4, S-12, S-13 und S-15) und bei den schlaff bewehrten Platten (S-1 und S-2) zu einem sehr spröden Bruch. Die Bruchlasten nehmen dabei mit größer werdendem Rücksprung bei ansonsten gleichen Parametern deutlich ab (Versuchsergebnisse S-11 bis S-13 aus Tabelle A1-1). Bei den übrigen vorgespannten Platten (Kragen bündig mit Plattenunterseite, aber mit reduzierter Kragenhöhe, S-5 bis S-8 sowie S-11 und S-14) ist ein weitgehend duktileres Tragverhalten festzustellen. Versagen trat bei allen Platten plötzlich durch das Durchstanzen des Stahlkragens mit einem flachen Durchstanzkegel ein.

Die Nachrechnung der Versuche mit den zum damaligen Zeitpunkt geläufigen Berechnungsverfahren von *ELSTNER* und *HOGNESTAD* [120] sowie von *WHITNEY* [121] ergab eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Der Vergleich zu ACI 318 [122] ergab sehr stark schwankende Sicherheitsfaktoren von 3,3 bis 5,6. Dabei wurde als Lasteinleitungsfläche jeweils die durch die Außenseiten der Kragen begrenzte Fläche $r \cdot r$ als ungestörte Lasteinleitungsfläche A_{Load} angesetzt.

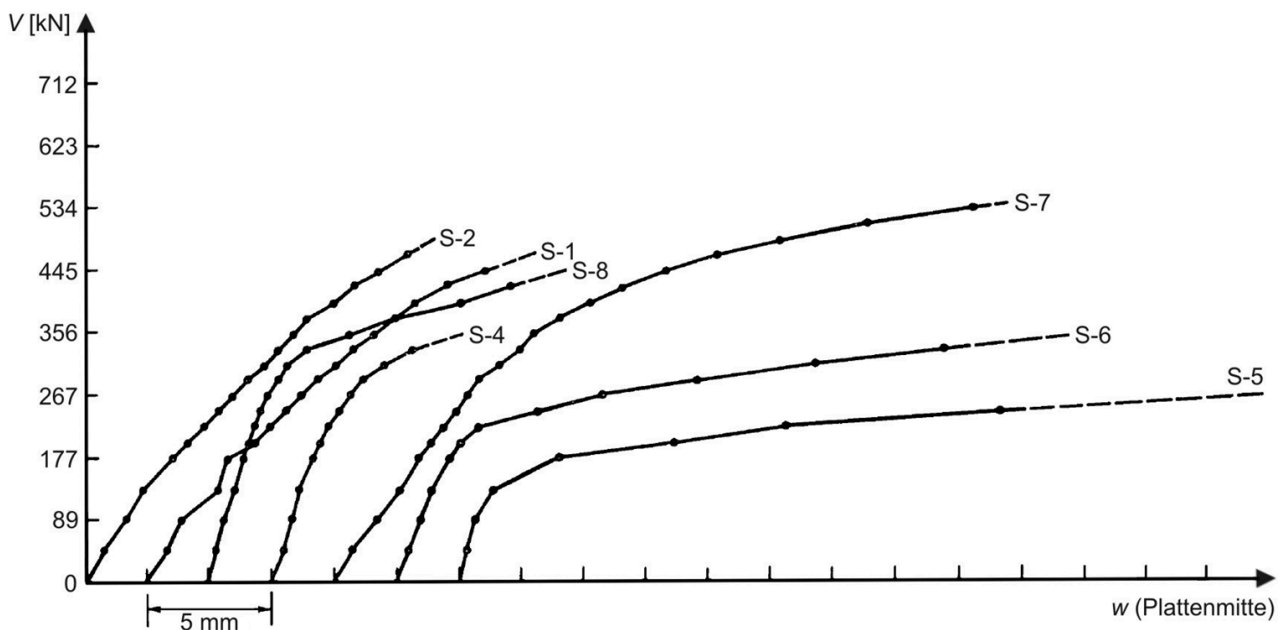


Bild A 1-3: Last-Verformungs-Kurve für Prüfkörper S-1, S-2 und S-4 bis S-8 (nach [64])

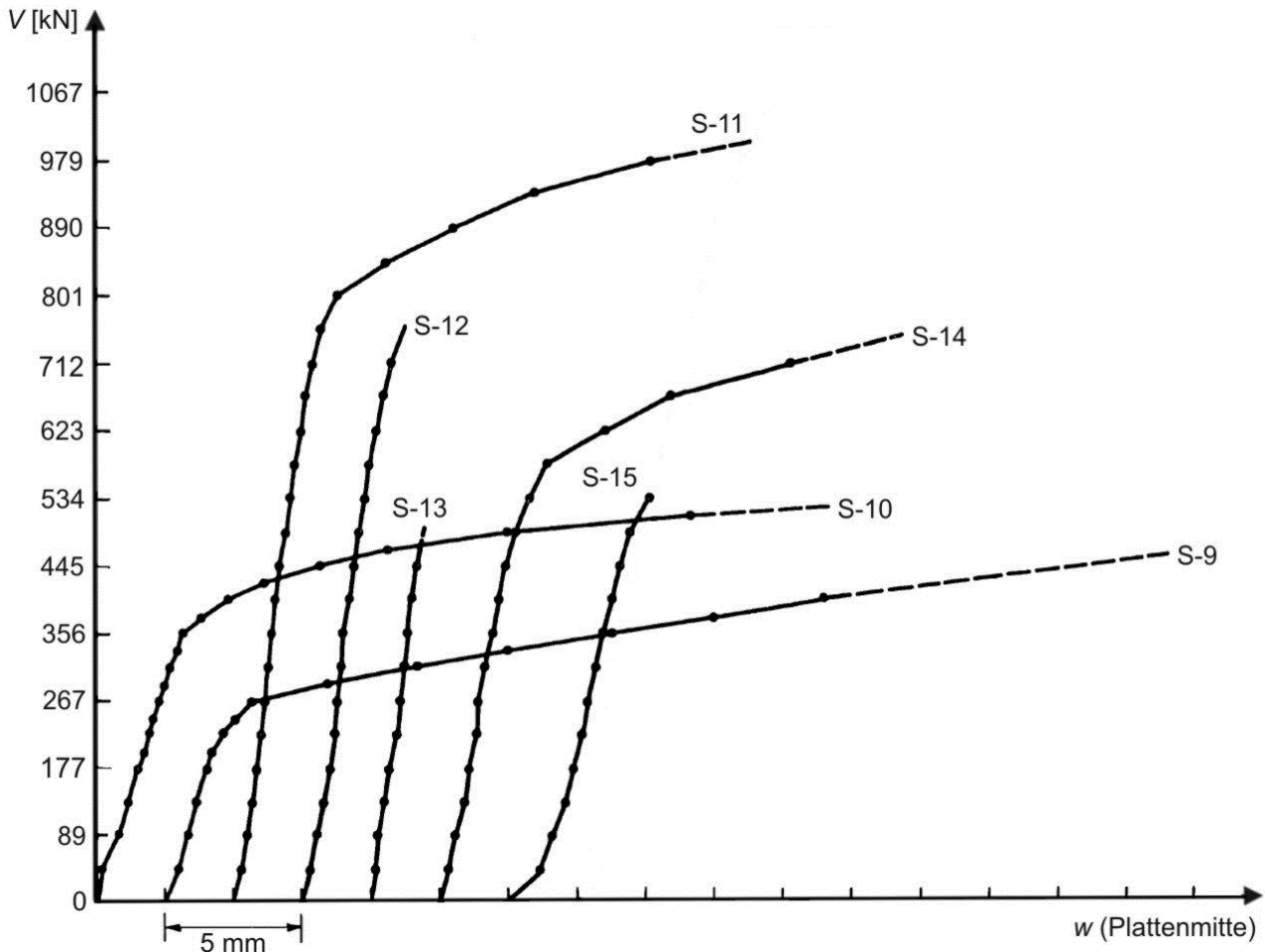


Bild A 1-4: Last-Verformungs-Kurve für Prüfkörper S-9 bis S-15 (nach [64])

A1.2 ANDERSSON (SCHWEDEN, 1962)

ANDERSSON berichtet in [65] und [66] über Durchstanzversuche an Innenstützen mit Lochrandstützung, die im Zusammenhang mit dem Hubdeckenverfahren 1962 am Institut für Baustatik der Königlich Technischen Hochschule in Stockholm durchgeführt wurden [123]. Die Platten der Serien I und III waren schlaff bewehrt, die der Serie II vorgespannt. Das Hauptaugenmerk der Untersuchungen lag auf dem Einfluss der Kragensteifigkeit auf das Durchstanztragverhalten. Unter Beibehaltung der Plattengeometrie (kreisrunde Platten mit 171 cm Durchmesser und 15 cm Dicke) wurden insgesamt vier verschiedene Kragentypen verwendet, die unterschiedliche Steifigkeiten aufwiesen (Bild A1-5). Die wesentlichen Versuchsdaten können Tabelle A1-2 in entnommen werden.

Die Lagerung der Platten am Plattenrand erfolgte durch zwölf über den Plattenumfang angeordnete Zugstangen, die in der Widerlagerplatte über Lastverteilungsträger verankert waren. Stützensseitig wurden die Kragentypen A und B auf rundum angeschweißten Knaggen aufgelagert, die Kragentypen C und D als 2-Punktlagerung (an den Hubösen) und 4-Punktlagerung (an den Kragenecken). Der Spalt zwischen Kragen und Stütze wurde jeweils nicht vergossen.

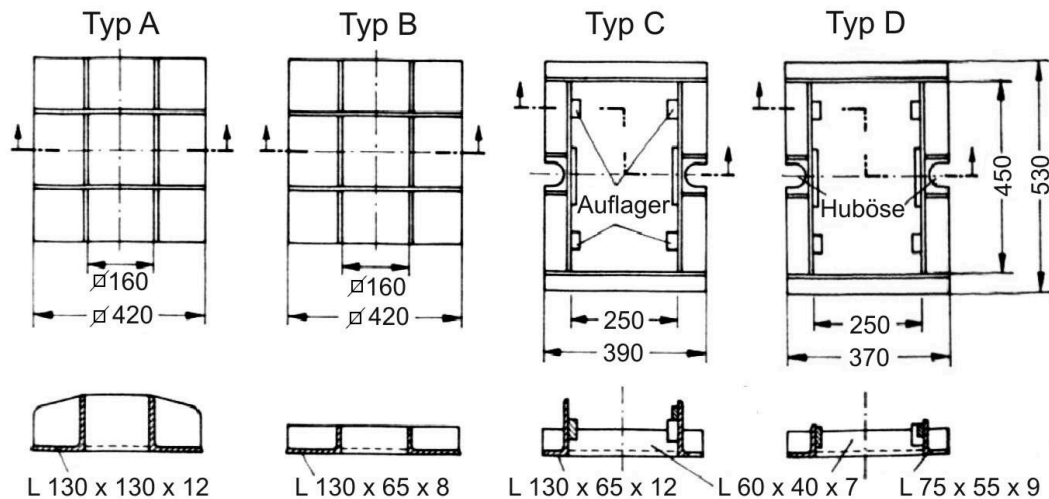


Bild A 1-5: Kragentypen der Versuche von ANDERSSON (nach [123])

Die Belastung wurde mittig von unten über eine Hydraulikpresse in Schritten von 39 kN aufgebracht. Nach jedem Lastschritt wurde die Belastung für 15 Minuten konstant gehalten. Die Versuchsergebnisse zeigen einen sehr großen Einfluss der radialen Kragensteifigkeit auf die Plattenrotation, das Rissbild und die Versagenslast (Tabelle A1-2 und Bilder A1-6 bis A1-9).

Platte	Bew.	$f_{c,cube150}$ [MPa]	f_y [MPa]	ρ_l [%]	d [mm]	V_u [kN]	V_u i.M. [kN]
IA1	schlaff bewehrt	32,4	431,6	0,91	124	471	485
IA2		32,9	447,3	0,89	127	499	
IB1		33,9	441,5	0,93	122	426	409
IB2		32,9	441,5	0,94	121	392	
IIIC1		28,8	421,8	0,95	120	352	359
IIIC2		29,0	421,8	0,93	122	365	
IIID1		29,8	419,9	0,93	122	314	334
IIID2		27,3	425,8	0,94	121	353	
IIA1	vorgespannt	32,9	922,1	0,32	125	491	501
IIA2		26,8	922,1	0,32	125	510	
IIB1		30,4	922,1	0,32	125	491	462
IIB2		26,8	922,1	0,32	125	432	

Tabelle A 1-2: Versuchsdaten und –ergebnisse (kreisrunde Versuchsplatten $\varnothing 171$ cm, $h = 15$ cm) (nach [65])

Die Platten mit den steiferen Kragen (Typ A und Typ B) zeigen ein Rissbild mit tangentialen und radialen Rissen, wie es von Durchstanzversuchen mit normaler Punktstützung bekannt ist (s. Abs. 2.1). Bei den Platten mit weniger steifen Kragen (Typ C und Typ D) sind ausschließlich radiale Risse erkennbar. Die Bruchlasten sind bei Typ A am höchsten und bei Typ D am kleinsten (im ungünstigsten Fall 63% der Bruchlast von Typ A, siehe Tabelle A1-2). Bei den Platten der Serie II

zeigt sich eine positive Wirkung der Vorspannung auf das Rissbild, die Bruchlasten und die Plattenrotation vor Erstrissbildung (Bilder A1-6 bis A1-9 und Tabelle A1-2). Nach Erstrissbildung ist bei den vorgespannten Platte (Serie II) eine schnellere Zunahme der Rotation zu beobachten, was auf den gegenüber den schlaff bewehrten Platten (Serien I und III) reduzierten Längsbewehrungsgrad zurückgeführt werden kann.

Bei den steiferen Kragen zeigte sich eine Konzentration der Schubspannungen in den Kragenecken, bei den weicheren Kragen im Bereich der Auflagerpunkte.

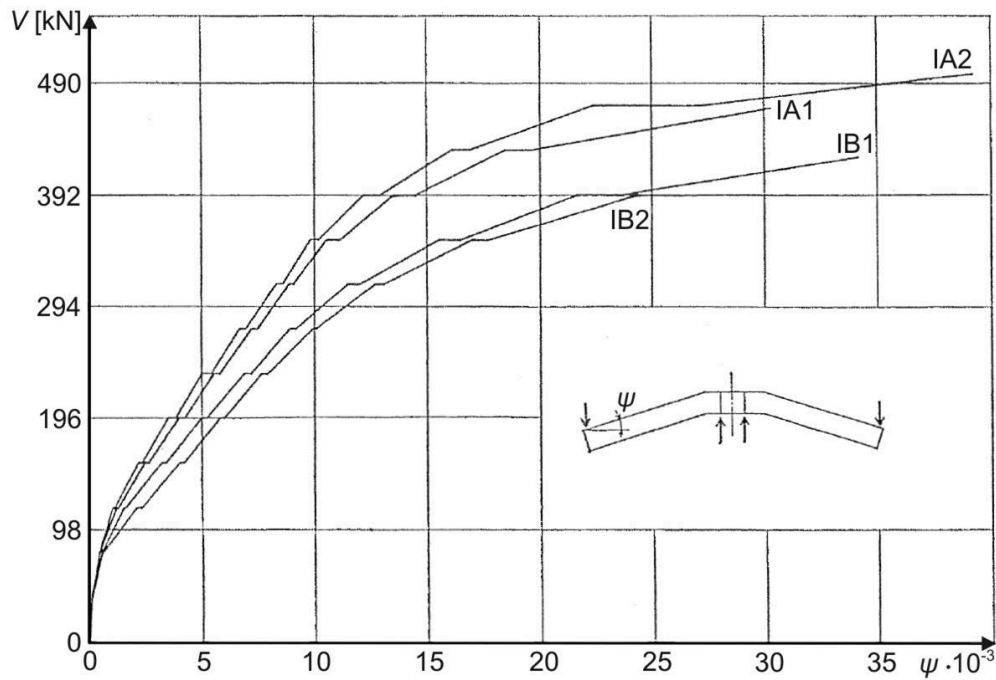


Bild A 1-6: Last-Rotations-Beziehungen für die Versuche der Serie I (nach [65])

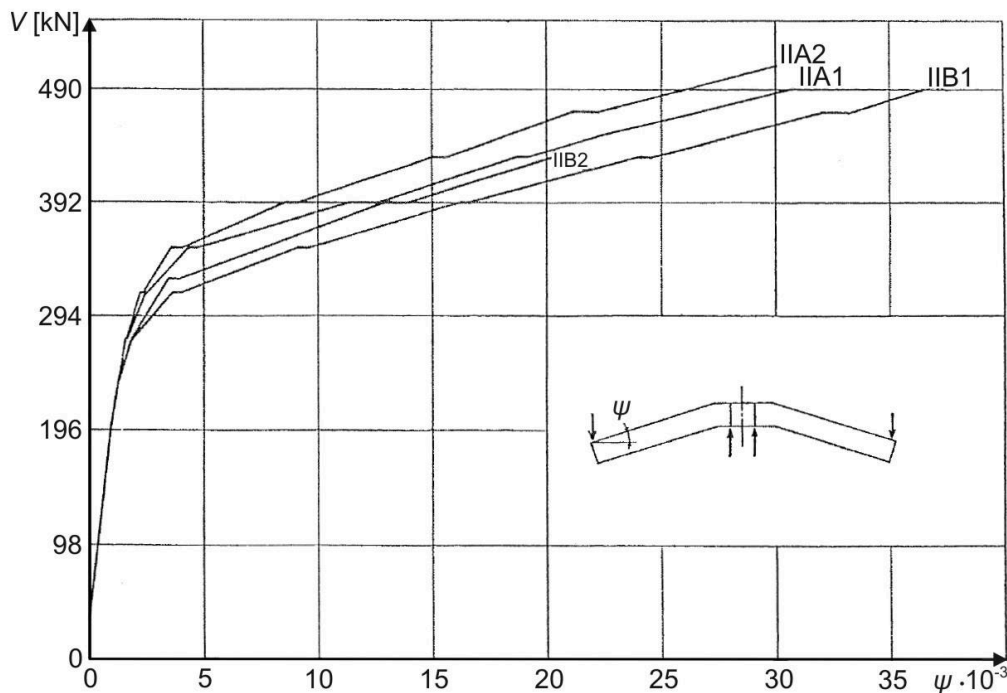


Bild A 1-7: Last-Rotations-Beziehungen für die Versuche der Serie II (vorgespannt) (nach [65])

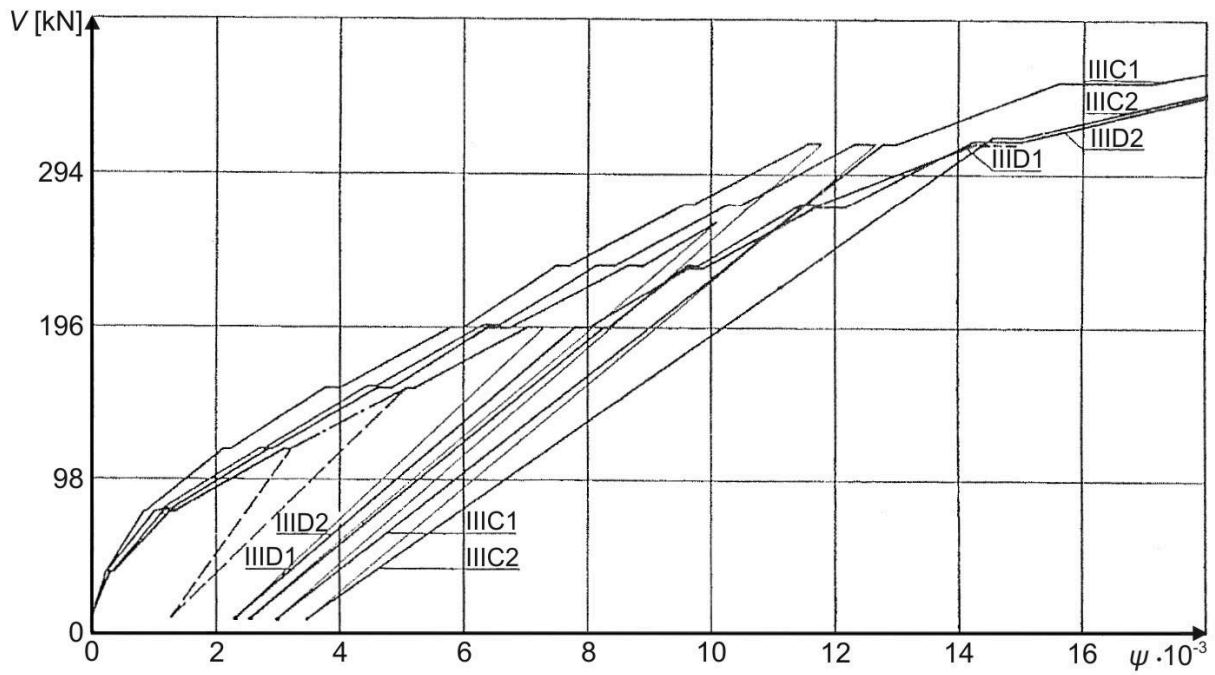


Bild A 1-8: Last-Rotations-Beziehungen für die Versuche der Serie III (nach [65])

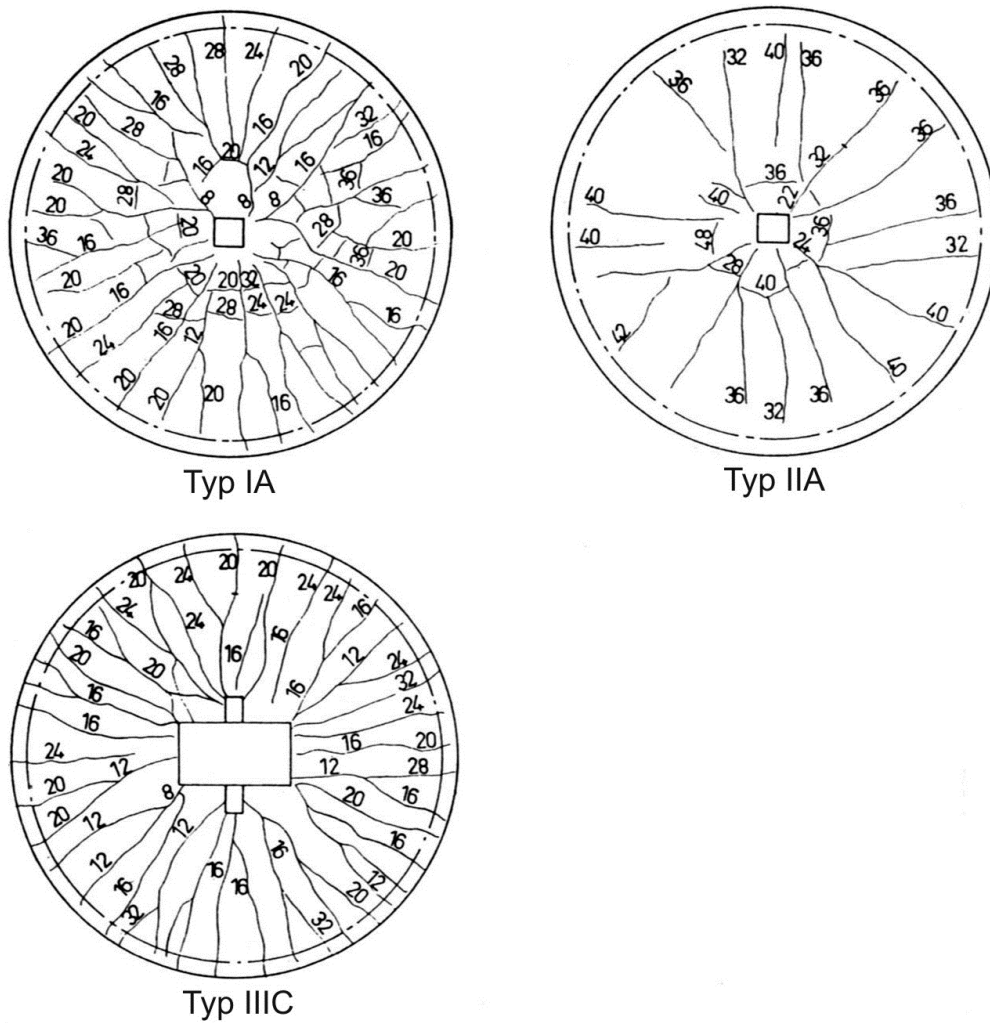


Bild A 1-9: Charakteristische Rissbilder kurz vor dem Bruch (nach [65])

A1.3 TASKER UND WYATT (AUSTRALIEN, 1963)

Für die „Commonwealth Experimental Building Station“ untersuchten *TASKER* und *WYATT* 1963 das Durchstantragverhalten von Stahlbetonflachdecken, die auf durchlaufenden Stahlstützen (Innenstützen) aufgelagert sind [67]. Ziel der Untersuchungen war es, die Gültigkeit der damals aktuellen Berechnungsverfahren entsprechend Australian Standard No. CA2-1958 [124] sowie der Ansätze von *WHITNEY* [121] und *MOE* [118] für diese in Australien seinerzeit sehr populäre Bauweise anhand von Versuchen zu überprüfen. Hierzu wurden insgesamt zehn oktagonale Versuchsplatten mit den Außenabmessungen 162,6 cm x 162,6 cm x 10,2 cm im halbmaßstäblichen Versuch getestet. Als Auflagerelement wurden an die im Querschnitt 14 cm x 14 cm großen Stahlhohlkastenstützen, die durch den Deckenknoten durchliefen, umlaufend Stahlkonsolen angeschweißt (Bild A1-10). Die Außenabmessungen der Konsolen betrug 254 x 254 mm.

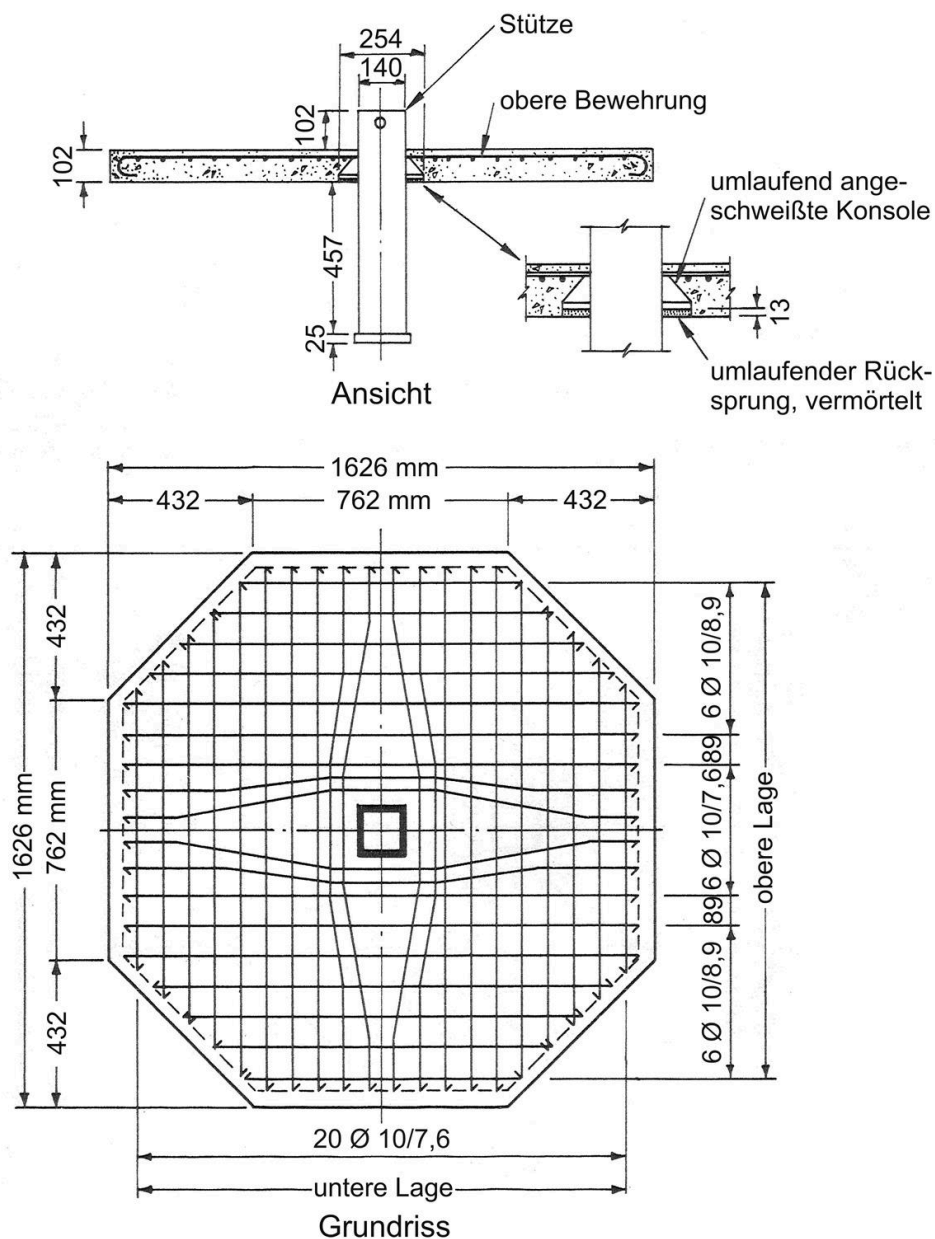


Bild A 1-10: Versuchsanordnung von *TASKER* und *WYATT*, hier für den „Typ A“ (nach [67])

Die wesentlichen Daten der Versuchskörper können Tabelle A1-3 entnommen werden.

Decke	ρ_l [%]	f_c [MPa]	f_y [MPa]	f_{yw} [MPa]	V_u [kN]
Typ A (3x)	1,10	23,4	308,0	-	145
Typ B (3x)	1,10	26,2	308,0	222,5	167
Typ C (3x)	1,10	24,8	308,0	-	214
D1	1,10	22,7	308,0	-	169
E1	1,20	27,6	308,0	-	160
F1	1,44	27,6	308,0	-	182
B4	1,10	26,2	308,0	222,5	180
B5	1,10	22,0	308,0	222,5	175
A4	1,10	26,2	308,0	222,5	147
G1	1,10	22,7	308,0	222,5	186

Tabelle A 1-3: Materialeigenschaften und Versagenslasten (nach [67])

Gegenüber dem Prüfkörper vom Typ A (Bild A1-10) wurden bei den weiteren Versuchen folgende Parameter variiert:

- Verwendung von Schubbewehrungselementen (Variation von Ausführung und Anzahl der „Schubkörbe“, Typ B, B4, B5 und G1),
- Anordnung von Stützenkopfverstärkungen unter der Decke (Typ C),
- Lage der Biegezugbewehrung (gleichmäßig verteilt (Typ A, B, C, B4, B5, A4) und im Stützbereich konzentriert (Typ D1 und G1)),
- Anordnung der Biegezugbewehrung (ohne Bewehrung unmittelbar im Stützstreifen (Typ E1 und F1), gerade Biegeform im Stützstreifen an die Stütze angeschweißt (Typ D1 und G1) oder horizontal gekröpfte Biegeform im Stützstreifen (Typ A, B, C, B4, B5 und A4)),
- Größe der Biegezugbewehrung (Typ E1 und F1),
- Anordnung einer ringförmigen Bewehrung (Typ A4).

Der Versuchsaufbau war so gewählt, dass sowohl die Stütze als auch die Platte belastet wurden. Die Belastung der Stütze erfolgte von unten über eine einzelne 50t-Hydraulikpresse, während die Last auf die Platte von oben mittels Stahlträgern mit elastischer Ausgleichsschicht über zwei Hydraulikpressen entlang der Momentennulllinie aufgebracht wurde. Die Belastung erfolgte in mehreren Stufen:

- Stufe 1: Belastung des Prüfkörpers bis zur Gebrauchslast mit sofortiger Entlastung.
- Stufe 2: Belastung des Prüfkörpers bis zur 1,2-fachen Gebrauchslast und Halten der Last für 5,5h (zwecks Gewinnung von Aussagen zum Kriechverhalten), danach Entlastung.
- Stufe 3: Wiederbelastung des Prüfkörpers bis zum Bruch.

Hierbei wurden jeweils die Durchbiegungen in Plattenmitte gemessen.

Auch wenn sich die Versuchsergebnisse infolge der variierten Parameter im Detail unterscheiden, lassen sich jedoch einige grundsätzliche Erkenntnisse ableiten. In Stufe 1 traten bei etwa 75% bis 85% der Gebrauchslast die ersten Radialrisse in der Nähe der Stützenecken auf. Bei weiterer Belastung bildeten sich zusätzlich Tangentialrisse am Stützenanschnitt oder weiter in der Decke aus. In Stufe 2 war eine Aufweitung der Radial- und Tangentialrisse bei gleichzeitiger Zunahme der Radialrisse zu beobachten. Die Rissbilder sind auf den Bildern A1-11 bis A1-14 ersichtlich. Der Bruch trat in Stufe 3 schließlich durch Austreten eines Durchstanzkegels ein, dessen Seitenflächen unter 15° bis 30° (Typ B4: 45°) geneigt waren. Bei den Versuchskörpern, die mit Schubbewehrungskörben versehen waren, bildete der Bewehrungskorb die Basis des Durchstanzkegels, in den anderen Fällen die umlaufende Konsole. Die Ausbildung der Durchstanzkegel ist auf Bild A1-16 dargestellt, die Last-Verformungs-Beziehung auf Bild A1-15. Gemäß der Intention der Versuche stand bei der Auswertung die Vorhersagegenauigkeit verschiedener Bemessungsansätze im Vordergrund. Nachrechnungen mit AS CA.2-1958 ergaben ein ausreichendes Sicherheitsniveau mit großen Sicherheitsfaktoren von ca. 3,0. Das Verfahren von *WHITNEY* erwies sich im vorliegenden Fall als am wenigsten zuverlässig für die Bestimmung der aufnehmbaren Durchstanzlast. Mit dem Verfahren von *MOE* hingegen konnte die Durchstanzlast bei Platten ohne Schubbewehrung bis zu einem Verhältnis von Breite der Lasteinleitungsfläche zur statischen Nutzhöhe von $r/d \leq 3,0$ relativ treffsicher prognostiziert werden (wobei d bis zur Unterkante der Konsole bzw. des Schubbewehrungskorbes gemessen wurde und r von Außenkante Konsole bis Außenkante Konsole). Dies ist insofern erwähnenswert, als dass dieses Verfahren für Platten mit normaler Punktstützung abgeleitet wurde. Bei größeren Verhältnissen r/d und bei Platten mit Schubbewehrung erwies sich auch diese Methode im vorliegenden Fall als unzuverlässig.

Folgende Versuchsergebnisse sind weiterhin von Interesse:

- Eine Erhöhung des Längsbewehrungsgrades führt zu einer höheren Durchstanzlast, geringerer Durchbiegung / Plattenrotation und kleineren Kriechverformungen.
- Die Vergrößerung oder die Konzentration der Biegezugbewehrung im Stützbereich führten zwar dazu, dass Fließen erst bei größeren Lasten eintrat, verzögerte den Beginn der Rissbildung jedoch nicht. Die Rissbreite wurde durch einen höheren Längsbewehrungsgrad positiv beeinflusst.
- Die ringförmige Bewehrung des Prüfkörpers A4 blieb ohne signifikante Wirkung.
- Die Versuchsplatten mit geraden Biegeformen der Längsbewehrung wiesen gegenüber den Versuchskörpern mit gekröpften Stäben kleinere Verformungen auf.
- Bei kleineren Verhältnissen r/d sind die aufnehmbaren Schubspannungen größer als bei großem r/d .

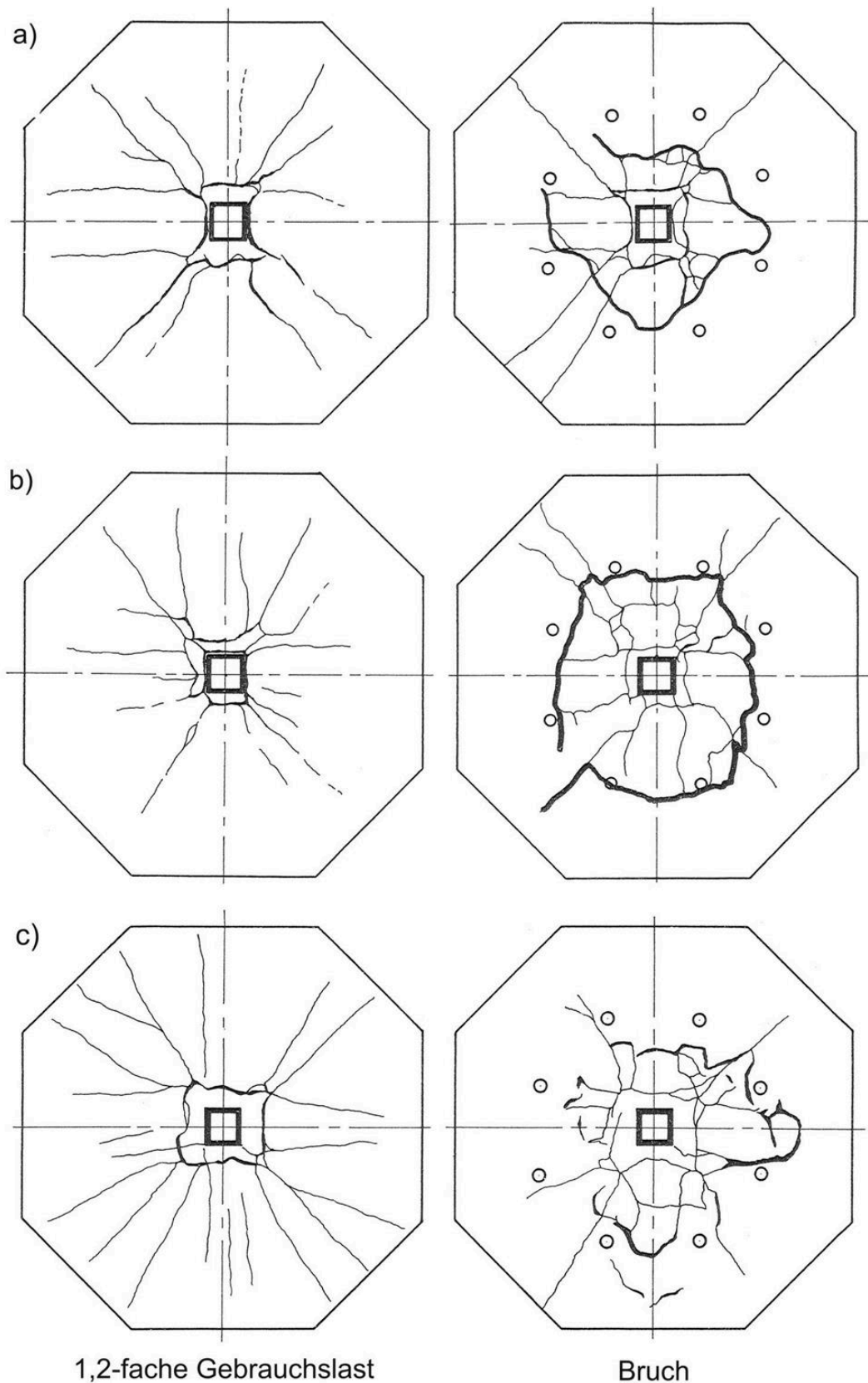


Bild A 1-11: Rissbilder der Versuche; a) Versuchskörper Typ A, b) Versuchskörper Typ B, c) Versuchskörper Typ A4 (nach [67])

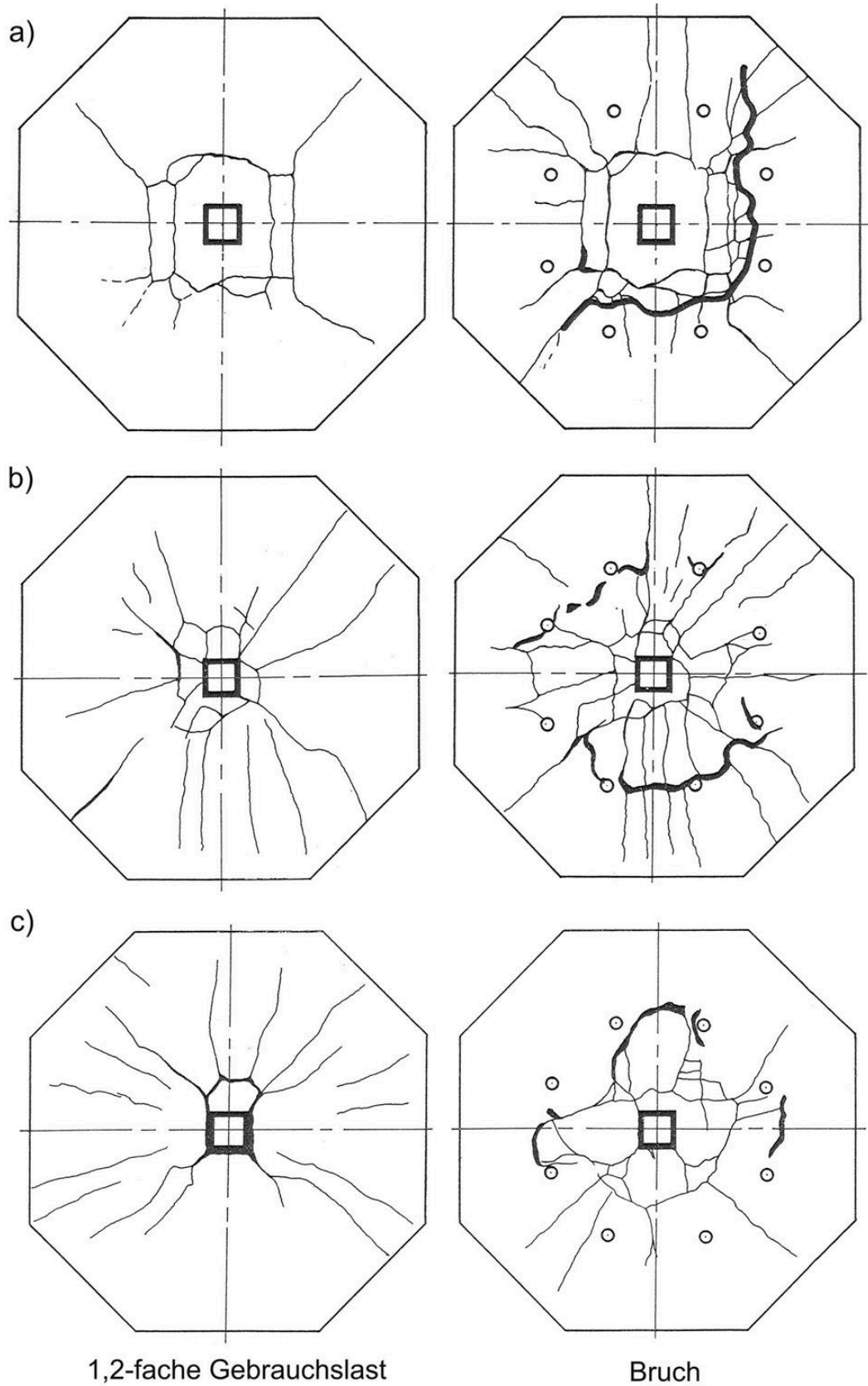


Bild A 1-12: Rissbilder der Versuche; a) Versuchskörper Typ C, b) Versuchskörper Typ D1, c) Versuchskörper Typ E1 (nach [67])

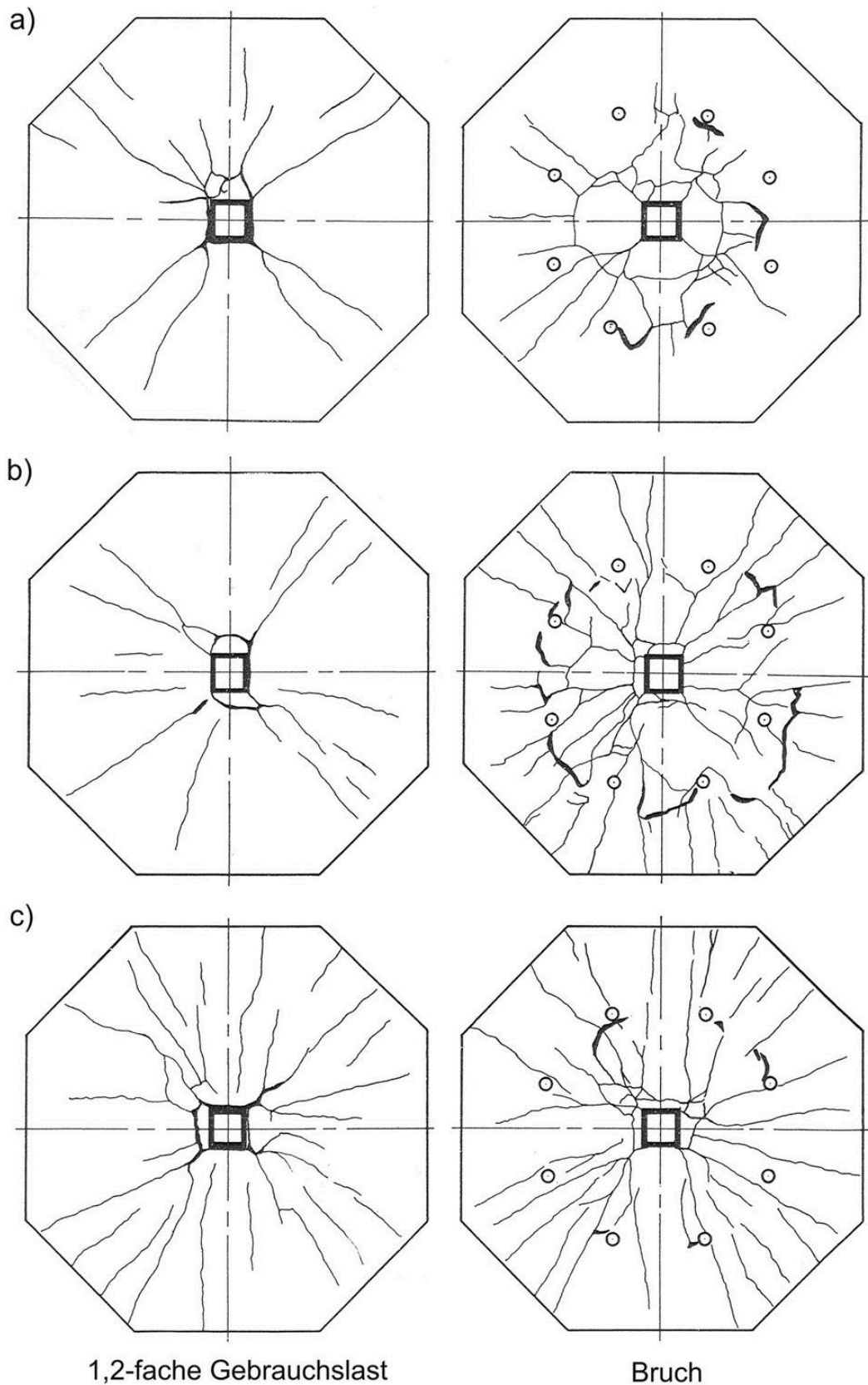


Bild A 1-13: Rissbilder der Versuche; a) Versuchskörper Typ F1, b) Versuchskörper Typ B4, c) Versuchskörper Typ B5 (nach [67])

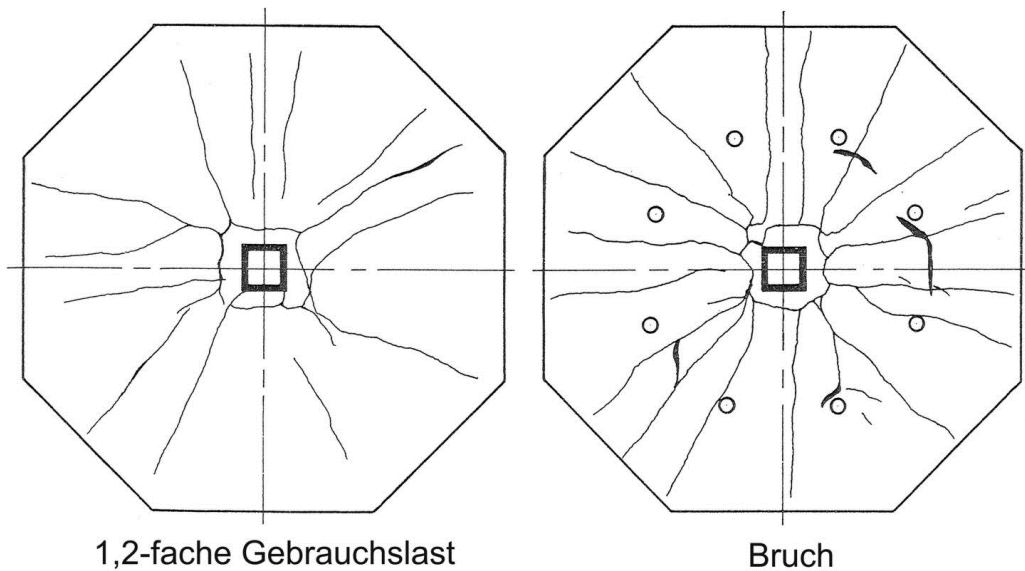


Bild A 1-14: Rissbilder Versuchskörper Typ G1 (nach [67])

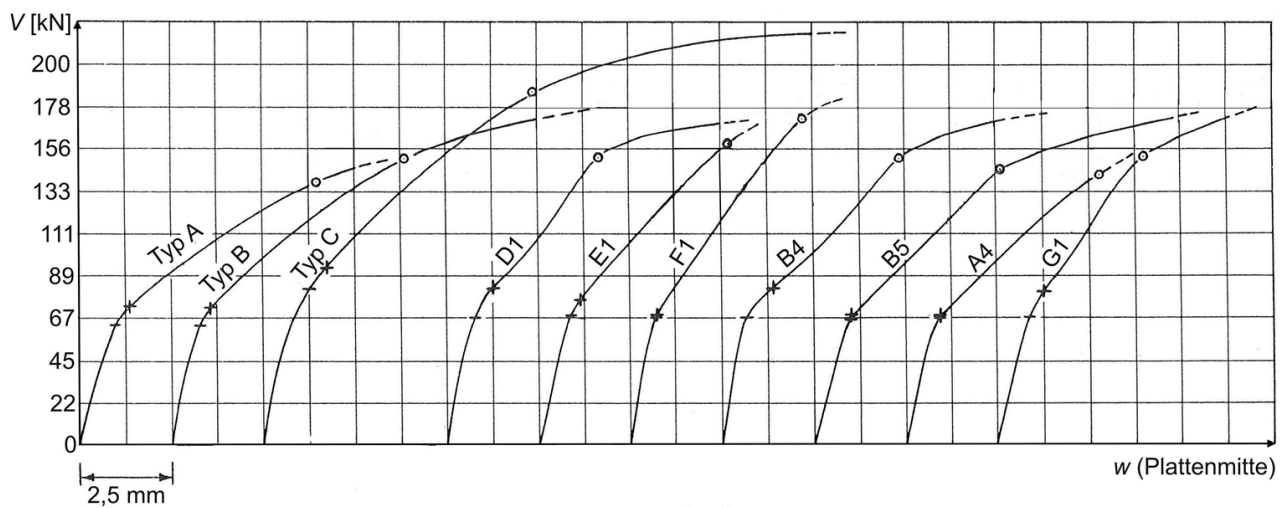


Bild A 1-15: Last-Verformungs-Beziehung der Versuche A bis G1 (nach [67])

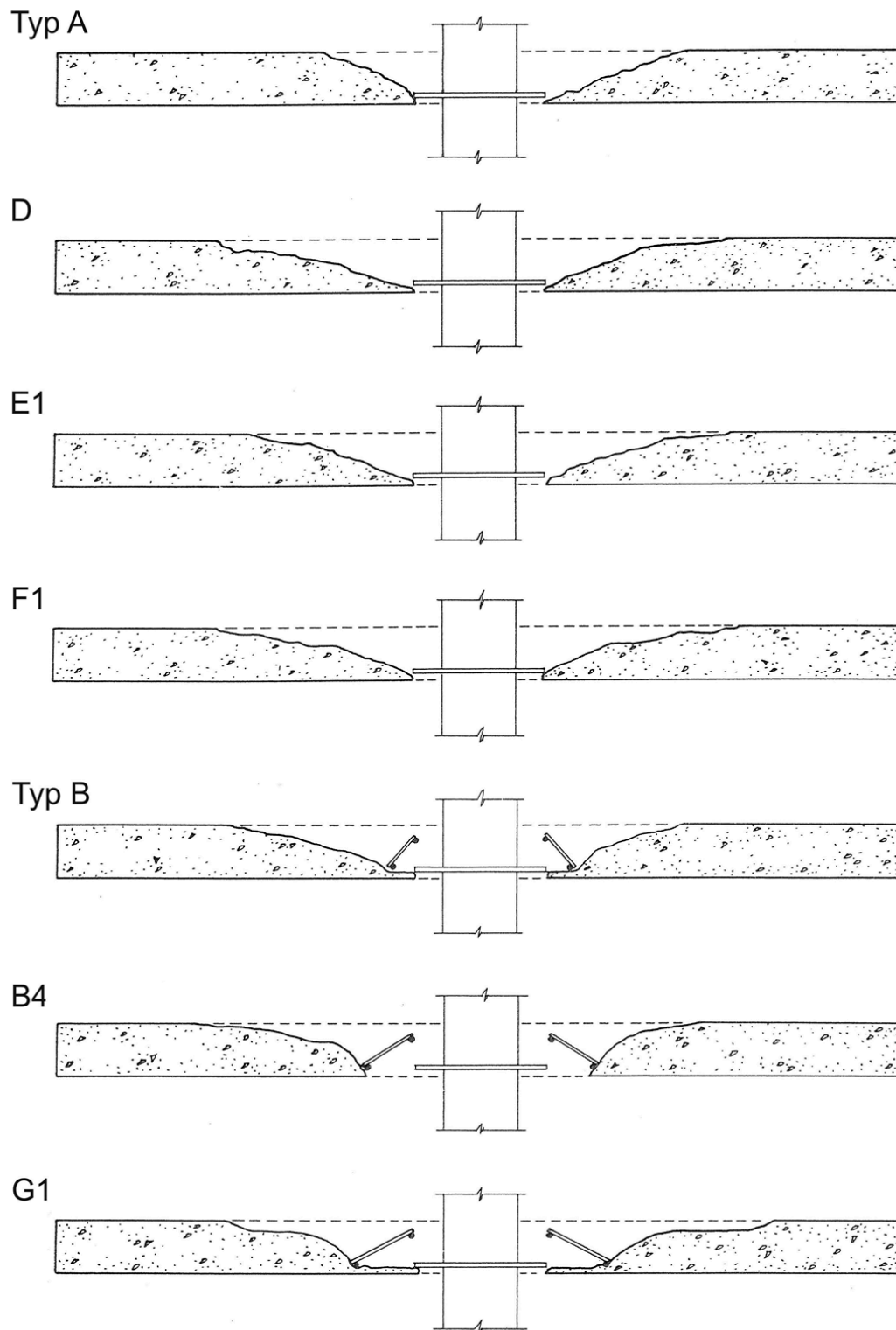
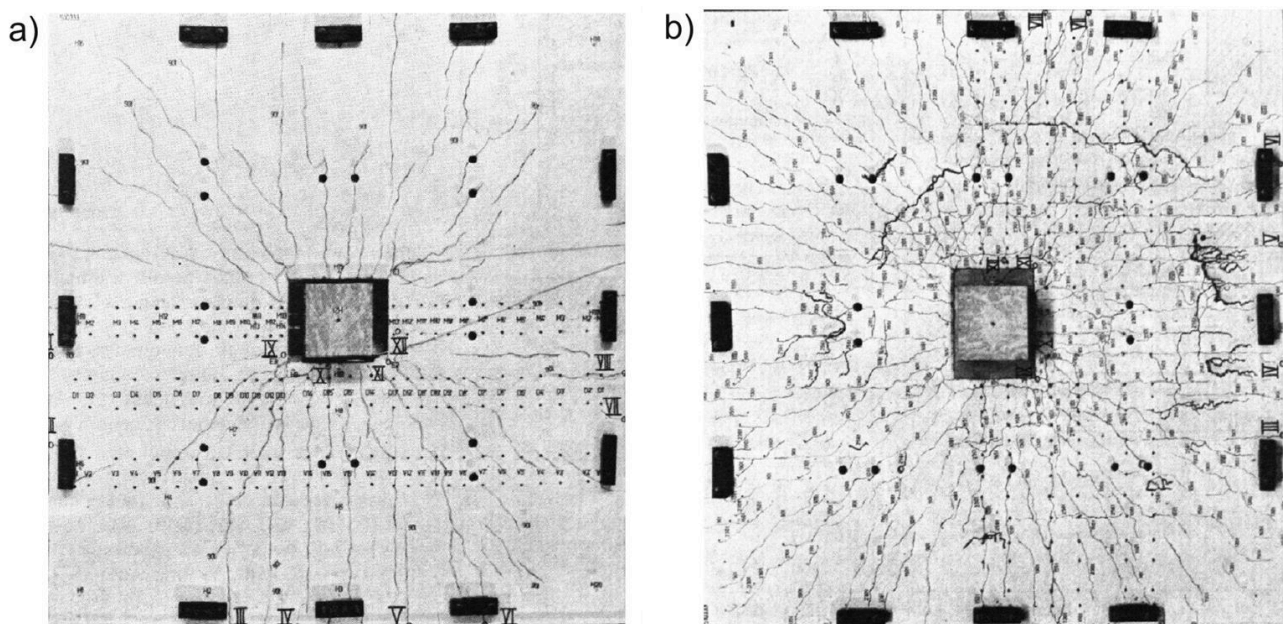


Bild A 1-16: Durchstanzkegel der Versuche von TASKER und WYATT (nach [67])

den Plattenecken provisorisch abgestützt. In Versuchsabschnitt II wurde die Platte umlaufend entlang der Momentennulllinie im Boden verankert und von unten mittels zweier Pressen mit 736 kN belastet, um den Hubvorgang zu simulieren. Anschließend wurde der Versuchskörper wieder entlastet und der Stützenstumpf mit der Platte verkeilt. Im dritten Versuchsabschnitt wurde der Stützenstumpf von unten durch eine Presse mit 1059 kN (= Gebrauchslast) belastet und anschließend wieder auf 638 kN (= Stützenlast infolge Eigengewicht) entlastet. Im vierten und letzten Versuchsabschnitt wurde diese Last zunächst so lange gehalten, bis der Fugenverguss eingebaut und erhärtet war. Nach etwa sieben Tagen wurde die Platte stufenweise bis zum Bruch belastet, der bei 2511 kN infolge Durchstanzen eintrat. Damit ist die Bruchlast beim Großversuch (mit Verguss) nur 6,7% größer als beim Kleinversuch (ohne Verguss, $V_u = 2354$ kN).

Die Verformungsmessungen ergaben, dass die Relativverschiebung zwischen Platte und oberem Kragenrand sowohl unter Gebrauchslast als auch bei weiterer Belastung bis zum Bruch nicht mehr als 1 mm betrug. Die Verbindung zwischen Stütze und Decke war durch die gewählte Kragenkonstruktion somit nahezu starr.

Erste radiale Risse zeigten sich bei ca. 35% der Bruchlast, das abgeschlossene Rissbild zeigt Radial- und Tangentialrisse (Bild A1-18). Beim Versagen löste sich ein unter ca. 20° geneigter Durchstanzkegel aus der Platte heraus (Bild A1-19).



*Bild A 1-18: Rissbilder des Großversuchs von BOLL (Platte 440 x 440 x 35 cm);
a) bei Erstrissbildung; b) beim Bruch (aus [68])*

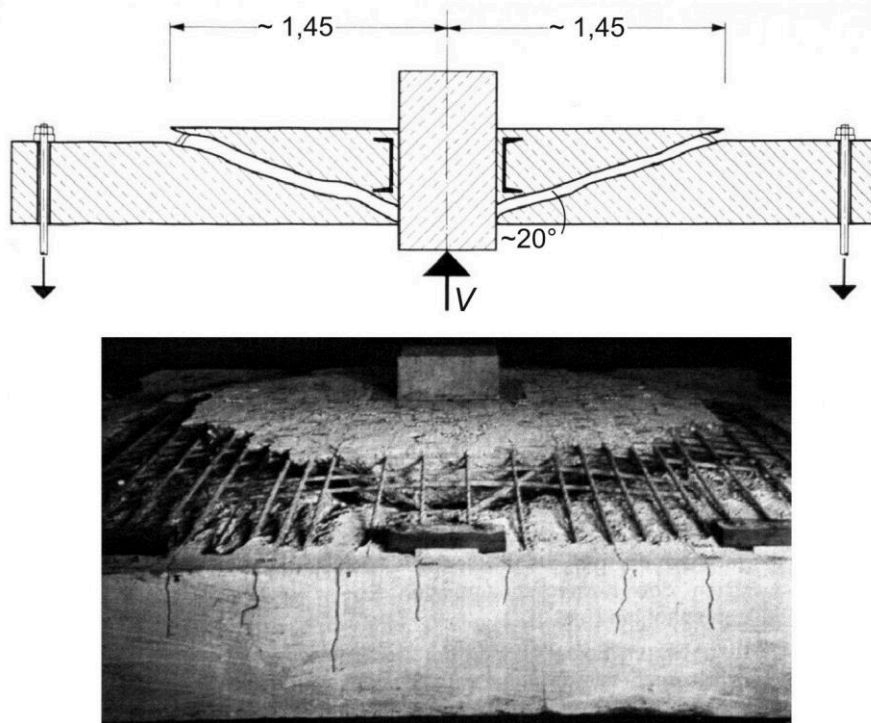


Bild A 1-19: Durchstanzkegel beim Großversuch von BOLL (nach [68])

A1.5 STIGLAT UND STEINER (DEUTSCHLAND, 1980)

STIGLAT und STEINER untersuchten im Rahmen der Planungen für den „Neubau West“ des Klinikums Mannheim zur Erlangung der Zustimmung im Einzelfall jeweils einen Deckenausschnitt mit zentrischer und mit Randstützung [69]. Die Untersuchungen waren erforderlich, weil bei diesem Projekt erstmalig lochrandgestützte Deckenplatten in Verbindung mit Dübelleisten ausgeführt werden sollten. Nachstehend erfolgt die Beschreibung des Deckenausschnitts mit rotationssymmetrischer Belastung (Innenstütze).

Untersucht wurde ein rechteckiger Deckenausschnitt mit den Abmessungen 240 cm x 240 cm x 32 cm, der wirksame Plattenausschnitt zwischen den Pressenauflagern betrug 200 cm x 200 cm. Die Stützenauflagerung erfolgte mittels Stahlkragen L120 x 15 mm und Stahlknaggen 100 x 100 x 60 mm auf einer Stahlstütze HEB 300. Der Lochrand war somit nur an zwei Seiten durch einbetonierte Kragen gefasst. Die Kragenhöhe betrug mit 12 cm nur ca. ein Drittel der Plattenhöhe (Bild A1-20). Die Versuchsdecke wurde aus Stahlbeton mit einer Würfeldruckfestigkeit von $f_{ck,cube200} = 55$ MPa hergestellt und schlaff mit $d_s = 20$ mm aus Bst 450/500 ($f_y = 490$ MPa, $\rho_l = 1,41$ %) bewehrt, wobei die Längsbewehrung im Bereich der Öffnung ausgespart und neben die Stütze ausgelagert wurde (Bild A1-20). Die Durchstanzbewehrung bestand aus Dübelleisten mit insgesamt 36 Kopfbolzenankern $d_s = 20$ mm aus Baustahl St 420 ($f_y = 373$ MPa). Die Versuchsanordnung entsprach damit den projektierten und später ausgeführten Decken.

Die Belastung wurde über 16 Hydraulikpressen von oben (Bild A1-20) in Stufen von 25% der Gebrauchslast (entsprechend 272 kN) bis zur 1,25-fachen Gebrauchslast aufgebracht. Danach wurden zehn Lastwechsel zwischen Gebrauchslast und Grundlast durchgeführt. Die Lastschrittgröße wurde bei der Weiterbelastung nach Erreichen der 2,5-fachen Gebrauchslast

reduziert. Bei Erreichen der 3,2-fachen Gebrauchslast (3469 kN) musste der Versuch abgebrochen werden, weil die maximale Belastbarkeit der Hydraulikpressen erreicht war.

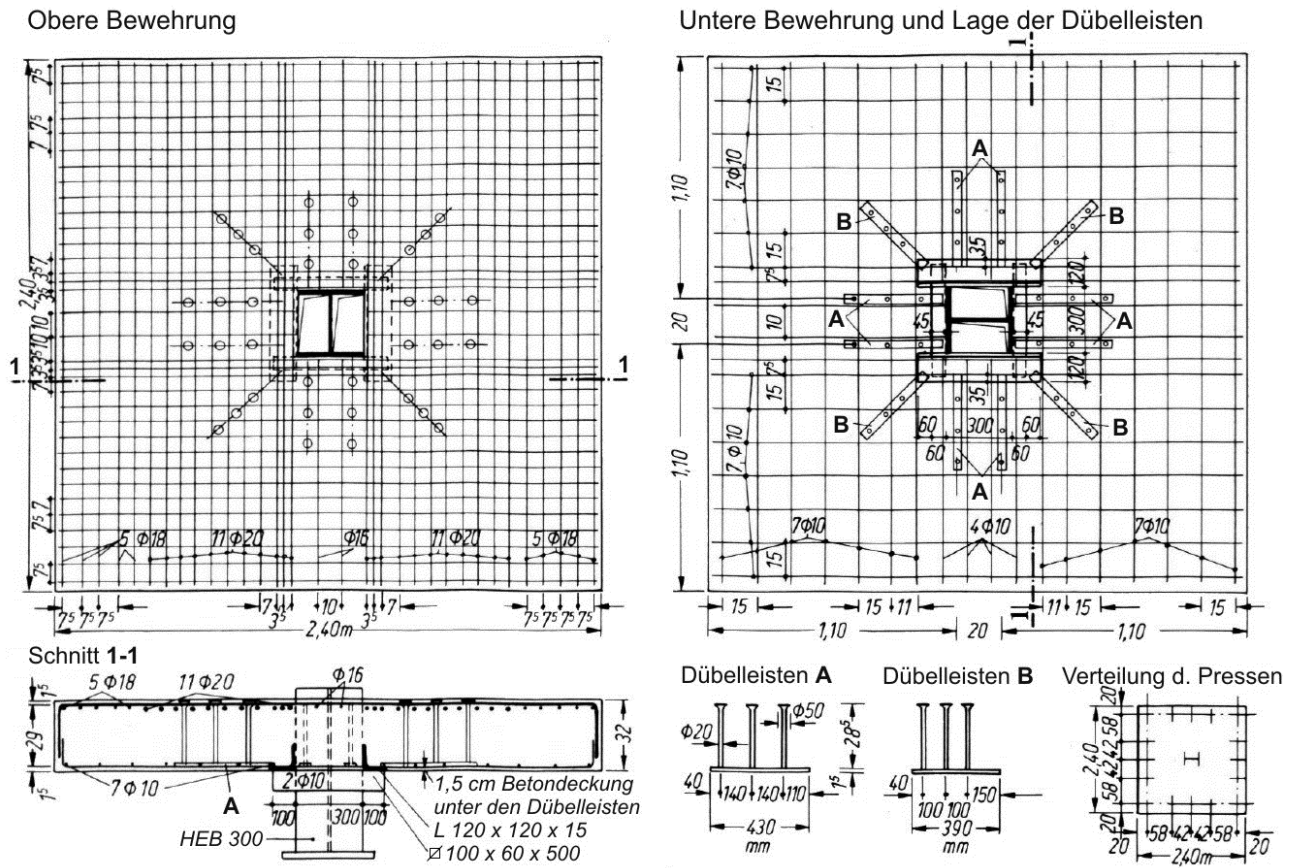


Bild A 1-20: Versuchsanordnung von STIGLAT und STEINER (nach [69])

Die Last-Verformungs-Beziehung für verschiedene Messpunkte kann Bild A1-21 entnommen werden.

Dehnungsmessungen an den Dübelleisten ergaben, dass diese erst ab Erreichen der 1,1-fachen Gebrauchslast (= 1200 kN) beansprucht wurden, wobei die in den Ecken angeordneten Dübelleisten am stärksten beansprucht wurden. Dies ist auf die höhere Steifigkeit der gewählten Auflagerkonstruktion im Eckbereich zurückzuführen und korrespondiert mit der Verteilung der Spannungen bei kontinuierlicher Punktstützung (s. Abs. 2.1.6). Durch Dehnungsmessungen an den unmittelbar neben der Stütze verlegten Stabstählen der Längsbewehrung wurde festgestellt, dass die Streckgrenze der Biegebewehrung in beiden Versuchen nicht erreicht wurde. Rissbildung war jeweils ab etwa der 0,5-fachen Gebrauchslast zu beobachten, wobei radiale Risse vorherrschend waren, die im Bereich der Stützenecken am ausgeprägtesten waren. STIGLAT und STEINER führten dies auf eine Kerbwirkung der Aussparungsinnecken zurück. Das Rissbild bei Abbruch des Versuchs ist auf Bild A1-22 dargestellt. Eine Vergleichsrechnung auf Grundlage der Allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung für die Dübelleisten ergab, dass sich ein ausreichendes Sicherheitsniveau erzielen lässt, wenn eine normale Punktstützung mit einer rechnerischen Außenkante in der Mitte des Kragens angenommen wird.

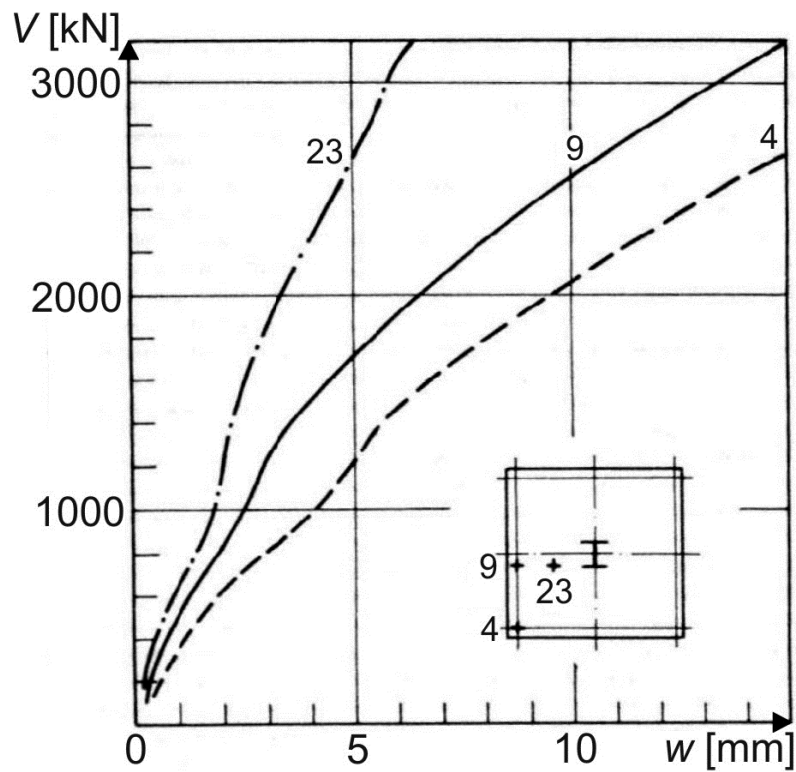


Bild A 1-21: Last-Verformungs-Beziehung (nach [69])

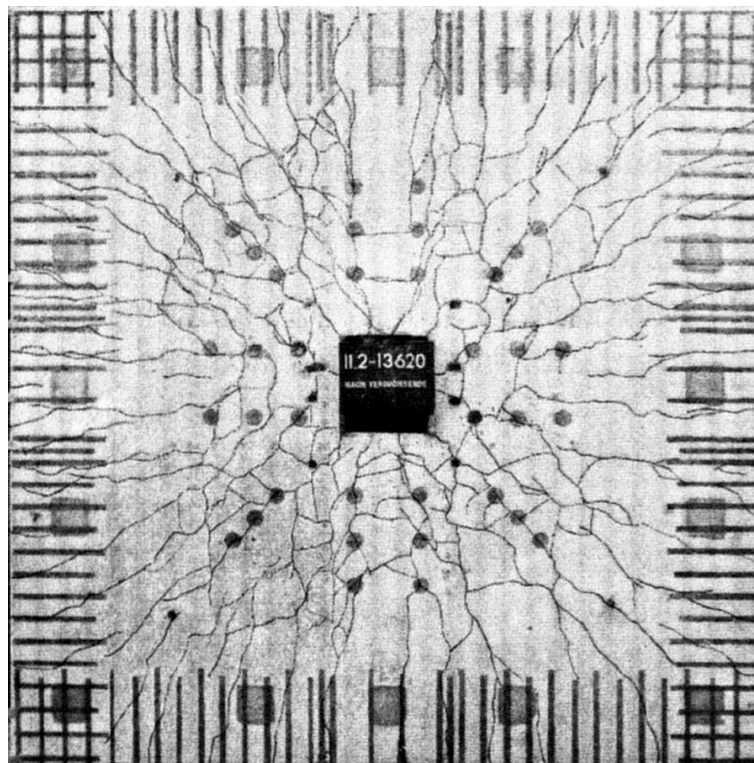


Bild A 1-22: Rissbild an der Plattenoberseite bei Abbruch des Versuchs ($V = 3469 \text{ kN}$) (aus [69])

A1.6 REYER (DEUTSCHLAND, 1980)

REYER veröffentlichte 1980 ein umfassendes Werk über die Konstruktion und Bemessung lochrandgestützter Platten [70]. Neben Hubdecken werden darin auch „Allgemeine Ausführungen“ (Bild A1-23) und „Platten mit ausgestelltem Stahlkragen“ (Bild A1-24) behandelt.

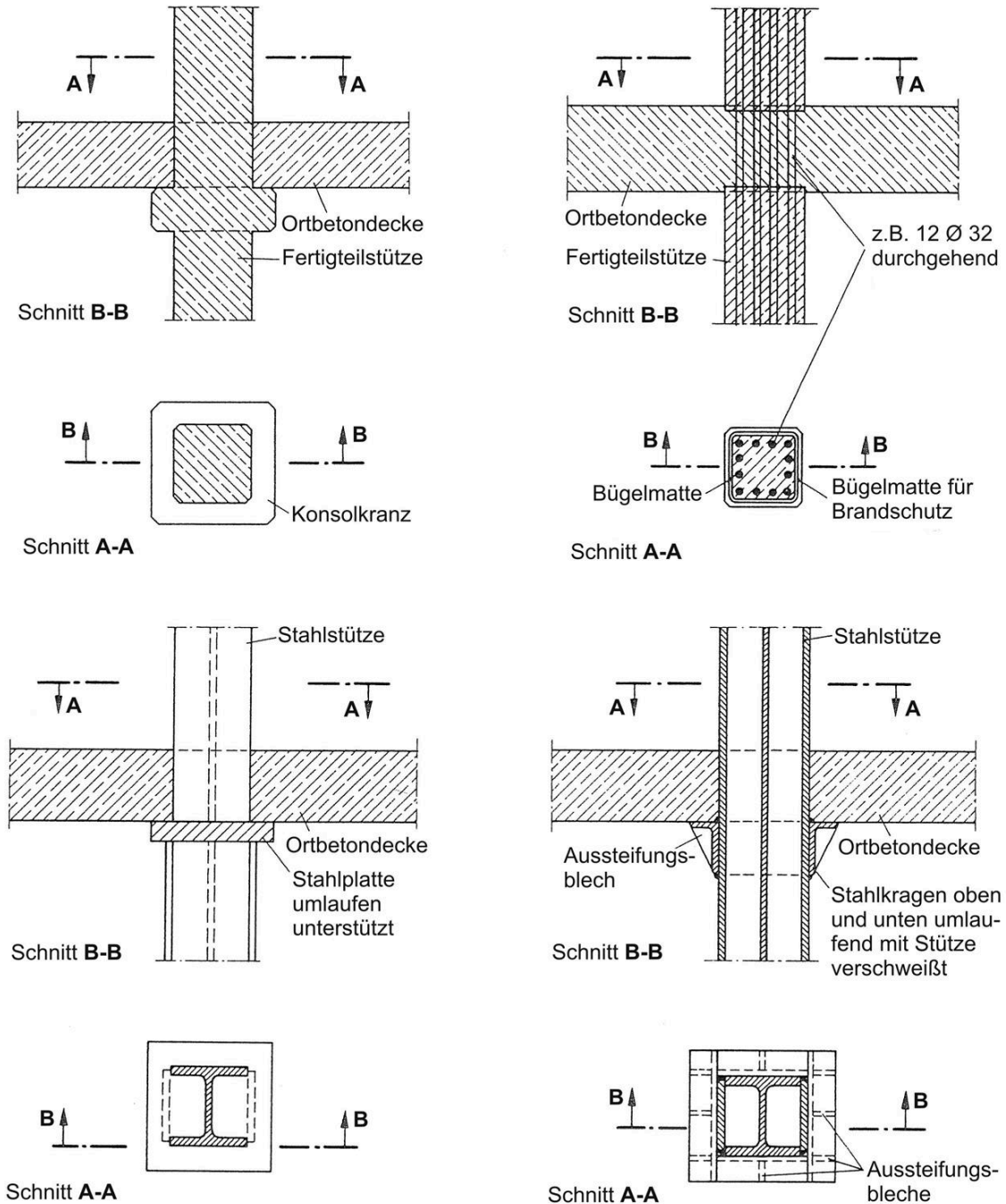


Bild A 1-23: „Allgemeine Ausführungen“ von lochrandgestützten Platten nach REYER (nach [70])

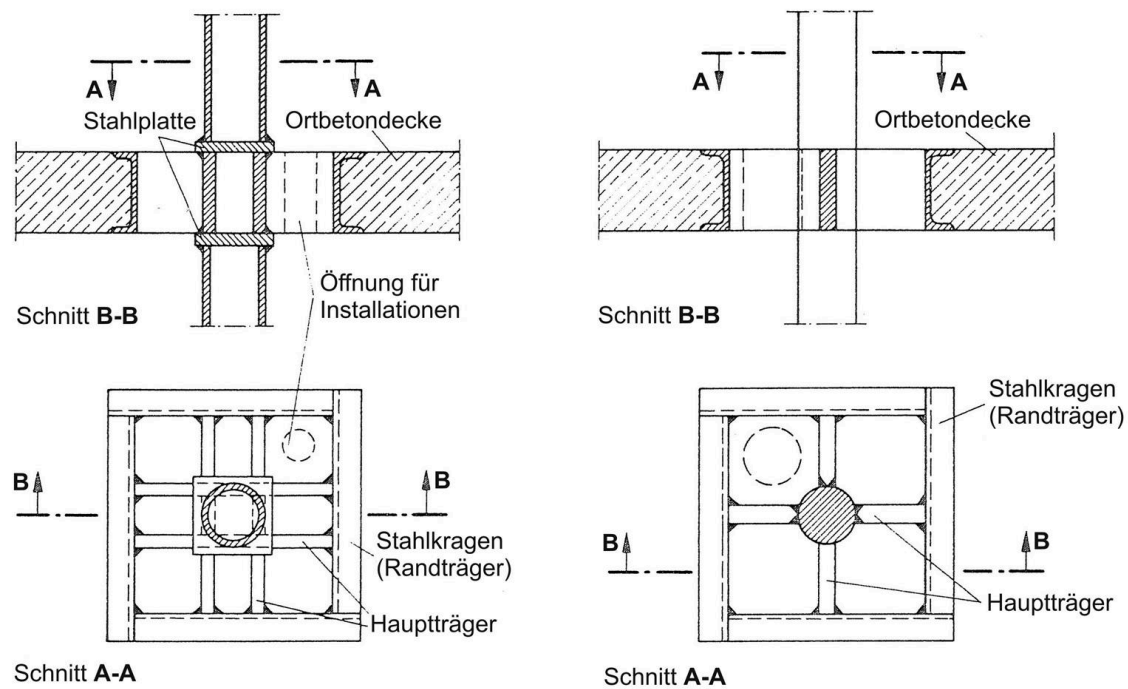


Bild A 1-24: Platten mit ausgestellten Stahlkragen (nach [70])

REYER führte keine eigenen Durchstanzversuche durch, sondern leitete seine Bemessungsvorschläge auf Grundlage von Versuchen aus der Literatur her [65; 66; 64; 68; 125]. Das Nachweisformat entspricht der damals gültigen Ausgabe von DIN 1045 [126]. Die Anpassung der dort hinterlegten Formulierungen für den Durchstanznachweis normaler Flachdecken auf lochrandgestützte Platten erfolgt in Abhängigkeit von der Kragensteifigkeit und den auf Bild A1-25 angegebenen Lagerungsfällen, mit deren Hilfe sich übliche Auflagerbedingungen lochrandgestützter Platten unmittelbar oder in Kombination miteinander beschreiben lassen.

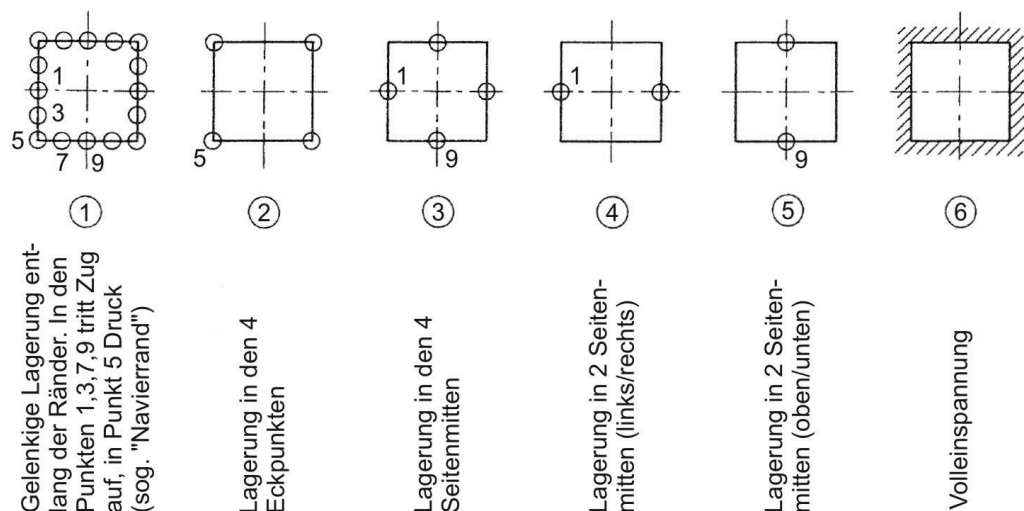


Bild A 1-25: Lagerungsfälle nach REYER (nach [70])

Als Lasteinleitungsfläche A_{Load} wird jeweils die durch die Außenkanten der Kragen definierte Fläche angesetzt. Der Bemessungsrundschnitt u wird, entsprechend DIN 1045 (1978), im Abstand

$d/2$ vom Kragenrand angenommen. Die Berücksichtigung der Kragensteifigkeit und der Lagerungsbedingungen (sowohl des Auflagerelements auf der Stütze als auch der Stahlbetondecke auf dem Kragen) erfolgt durch eine Anpassung der Rundschnittlänge, wie sie auf Bild A1-26 beispielhaft für „mittelsteife“ Kragen dargestellt ist.

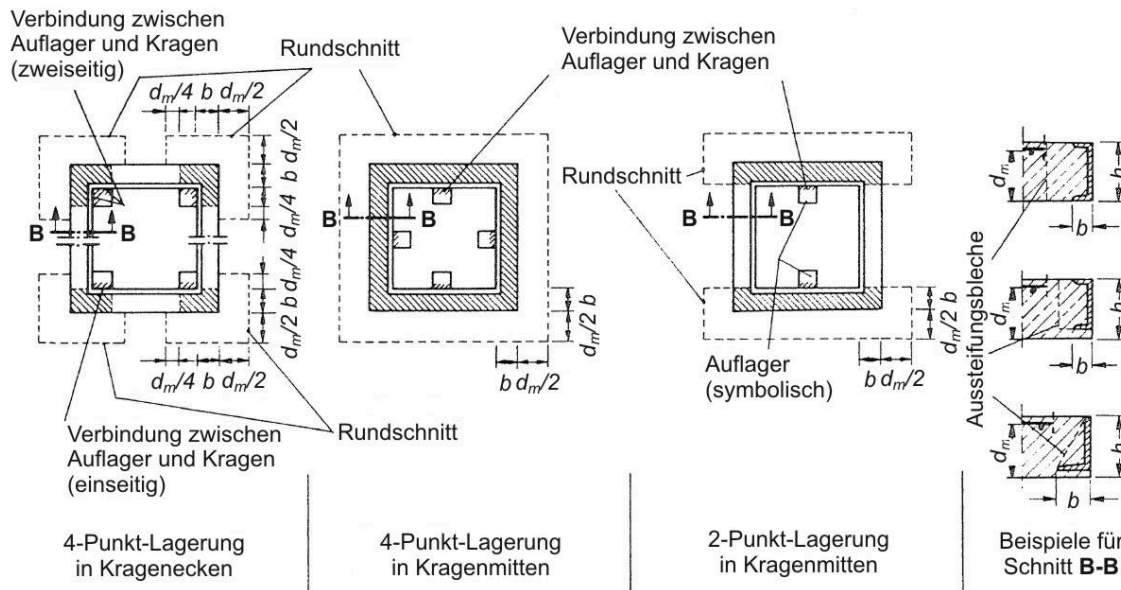


Bild A 1-26: Festlegung des Rundschnitts für „mittelsteife“ Kragen in Abhängigkeit von den Lagerungsbedingungen (nach [70])

A1.7 GERBER UND BURNS (USA, 1971)

GERBER und BURNS berichten in [71] über eine Versuchsreihe, die an rotationssymmetrisch belasteten, vorgespannten Flachdeckenausschnitten durchgeführt wurde. Untersucht wurden vier Deckenausschnitte mit normaler Punktstützung (C-Serie) und sechs Hubdeckenausschnitte (L-Serie), die auf Stahlkragen aufgelagert waren. Die Kragen wurden oberkantenbündig ausgeführt, auf der Plattenunterseite wurde die Flanschunterkante gegenüber Unterkante Platte um ca. 1,9 cm zurückgenommen (Bild A1-27). Die Plattenabmessungen betrugen jeweils 3,66 m x 3,66 m x 0,18 m, der Stützenschnitt 30 cm x 30 cm. Die Platten wurden in beiden Richtungen vorgespannt, wobei die Vorspannung mit Ausnahme eines Versuchskörpers (L7) ohne Verbund ausgeführt wurde. Neben der Ermittlung des Biege- und Querkrafttragvermögens im Vergleich zu damals etablierten Bemessungsverfahren und der Resttragfähigkeit nach dem Bruch stand bei den Versuchen insbesondere der Einfluss verschiedener schlaffer Bewehrungen auf die Tragfähigkeit und die Rissbildung im Blickpunkt. Dementsprechend wurde bei den Versuchsplatten die Menge und die Lage der Biegebewehrung variiert, zusätzlich wurde eine Platte (L8) mit Schubbewehrung aus speziellen Schrägbügeln untersucht. Die Parameter der einzelnen Platten können Tabelle A1-4 entnommen werden. Die Ziffern in der Bezeichnung der Versuchskörper weisen dabei auf jeweils gleichartige Bewehrungsanordnung hin.

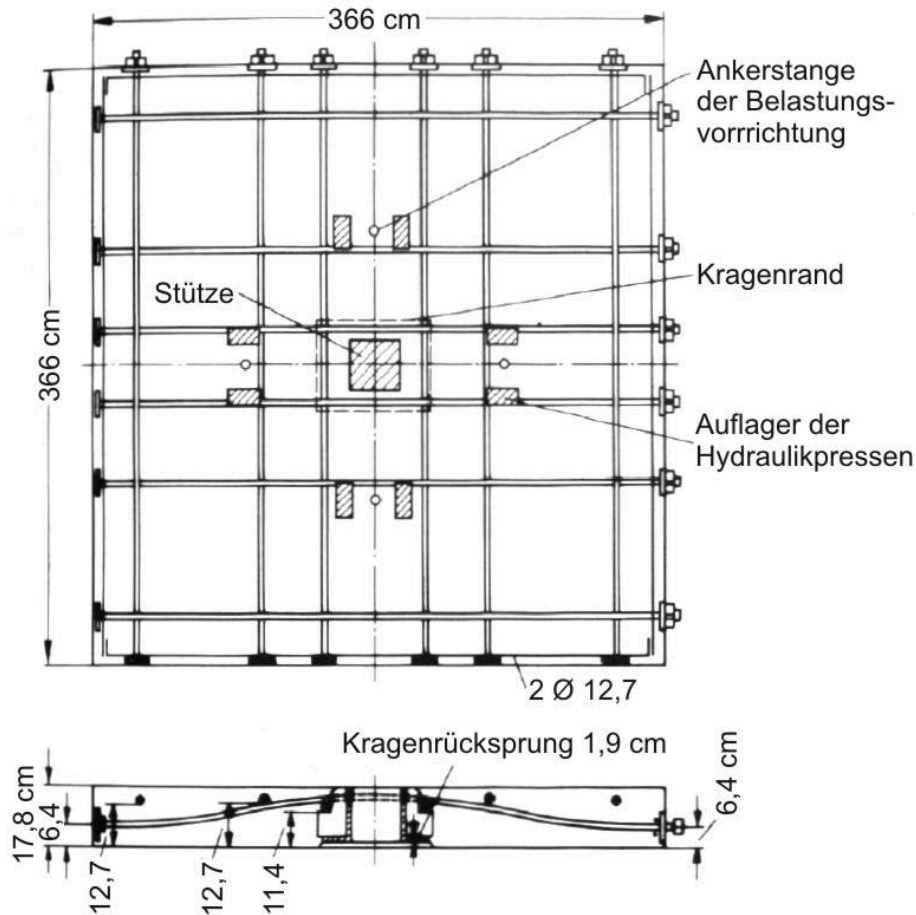


Bild A 1-27: Versuchsdecke „L1“ von GERBER und BURNS (nach [71])

Die Belastung wurde durch vier Hydraulikpressen von oben (Lage siehe Bild A1-27) in Schritten von 22 - 89 kN bis zu einer Last von 444 kN aufgebracht, danach wurden die Platten entlastet. Spannungen und Verformungen wurden nach jedem Belastungsschritt gemessen. Dann erfolgte eine Wiederbelastung in 89kN-Schritten bis zu einer Last von 711 kN, dann in Schritten von 44 kN bis zum Bruch.

Dieser trat durch Herauslösen eines Betonkegels, dessen Basis durch die Außenabmessungen der Stütze (C-Serie) bzw. des Kragens (L-Serie) gebildet wurde, aus der Platte ein. In keinem Fall versagten die Spannglieder vor dem Auftreten dieses Primärversagens, so dass die Platten nach dem Durchstanzen weiterhin durch die Stützen unterstützt blieben. Danach wurden die Versuchskörper zunächst entlastet, dann erfolgte eine Wiederbelastung, bis einzelne Drähte der Spannglieder zerrissen. Das endgültige Versagen trat also erst nach dem Durchstanzen ein, ein vollständiger Kollaps nach dem spröden Durchstanzen wurde durch die Spannglieder und die schlaife Bewehrung über den Stützen bzw. den Kragen verhindert. Die Differenzlast zwischen dem Primärversagen und dem beginnenden Reißen der Spannglieder wurde als „Reservelast“ bezeichnet. Die Reservelast war bei den Versuchskörpern ohne schlaife Bewehrung am kleinsten, bei dem mit zusätzlicher Schubbewehrung am größten (Tabelle A1-4).

	Einheit	C-1	C-2	C-3	C-4	L-1	L-2	L-3	L-4	L-7	L-8
Betonalter zum Zeitpunkt des Versuchs	d	30	22	26	28	30	22	26	28	30	30
Betondruckfestigkeit f_c zum Zeitpunkt des Versuchs	MPa	36,5	31,7	33,9	34,0	36,5	31,0	31,8	33,2	34,5	34,5
Schlaffe Bewehrung ¹⁾	[-]	Keine	8Ø16	Matte	4Ø28	Keine	8Ø16	Matte	4Ø28	Keine	Schub
Durchschnittliche Eckdurchbiegung für 442 kN ²⁾ – Durchgang 1	mm	4,5	5,7	3,8	4,6	3,7	6,1	5,7	5,0	4,2	3,8
Durchschnittliche Eckdurchbiegung für 442 kN ²⁾ – Durchgang 2	mm	5,7	5,3	3,8	4,2	4,9	5,7	5,7	5,0	4,1	3,7
Durchschnittliche Eckdurchbiegung für 716 kN ²⁾ – Durchgang 3	mm	-	11,8	10,3	15,2	9,1	11,0	10,7	9,9	9,9	7,2
Maximale Last, für die Durchbiegungen gemessen wurden	kN	658,3	756,2	845,1	711,7	747,3	800,6	800,6	756,2	751,7	800,6
Durchschnittliche Eckdurchbiegung bei maximaler Last	mm	14,5	14,5	19,1	15,2	10,2	15,2	16,0	10,7	11,4	-
Last bei Erstrissbildung	kN	411,9	678,8	411,9	411,9	411,9	500,8	322,9	322,9	500,8	500,8
Last bei Primärversagen	kN	788,2	856,7	901,2	812,2	877,1	890,5	935,0	856,7	892,3	1230,3
Hauptzugspannung f_t bei Versagen	MPa	2,7	3,0	3,2	2,8	2,5	2,5	2,7	2,4	2,5	3,7
Verhältnis f_t/f_c	[-]	0,074	0,094	0,093	0,082	0,068	0,081	0,084	0,072	0,073	0,109
Errechnete Schubbruchlast	kN	487,1	468,4	502,6	502,2	674,3	706,3	706,8	697,9	689,4	689,4
Verhältnis Last bei Primärversagen / errechnete Bruchlast	[-]	1,62	1,83	1,79	1,62	1,30	1,26	1,32	1,23	1,29	1,78
Reservelast	kN	503,5	856,7	662,8	572,0	579,1	580,9	625,4	945,6	678,8	1074,6
Bruchlast	kN	1291,7	1713,4	1564,0	1384,2	1456,2	1471,4	1560,4	1802,3	1571,1	2304,9

¹⁾ Amerikanische "bar-#" in korrespondierende Ø umgerechnet ²⁾ Angegebene Last sind Pressenlasten ohne Eigengewicht der Probekörper

Tabelle A 1-4: Versuchsdaten und –ergebnisse von GERBER und BURNS (nach [71])

Beginnende Rissbildung war in Form von Haarrissen an der Plattenoberseite, die sich an den Ecken der Unterstützung in radialem Verlauf ausbildeten, in etwa ab Erreichen der Gebrauchslast zu beobachten. Bei den mit Matten bewehrten Versuchskörpern C3 und L3 war das Rissbild gleichmäßiger als bei den mit konzentrierter Stabstahlbewehrung versehenen Platten. Die Versuchskörper C4 und L4 mit schlaffer Zusatzbewehrung auf der Plattenunterseite verhielten sich nicht wesentlich anders als die Versuchsplatten ohne schlaffe Bewehrung (C1 und L1), wiesen nämlich verhältnismäßig große Rissbreiten auf.

Die Verformungsmessungen ergaben, dass die Versuchsplatten mit zusätzlicher schlaffer Bewehrung sich duktiler verhielten als die ohne Zusatzbewehrung. Während bei allen Versuchskörpern nach Erreichen der ersten Laststufe von 444 kN mit darauffolgender Entlastung eine vollständige Rückbildung der Verformungen zu verzeichnen war, zeigten die Platten mit Zusatzbewehrung auch nach Erreichen der Reservelast bei Entlastung einen Rückgang der Verformungen um ca. 80%. Die Ergebnisse der Verformungsmessungen sowie die Bruchlasten sind ebenfalls aus Tabelle A1-4 ersichtlich.

Das geringere Verhältnis zwischen der Hauptzugspannung beim Versagen f_t und der Betondruckfestigkeit f_c bei den Hubdeckenversuchskörpern L1 bis L4 im Vergleich zu den identisch ausgeführten normalen Versuchskörpern C1 bis C4 führen die Autoren im Wesentlichen darauf zurück, dass sich die Decke im Übergang zur Stütze durch Loslösen des Betons vom Kragen an der Plattenoberseite der Aufnahme von Zugkräften entzieht, woraus eine reduzierte Momententragfähigkeit resultiert.

A1.8 MARINKOVIĆ UND ALENDAR (SERBIEN, 2008)

MARINKOVIĆ und ALENDAR haben an der Universität Belgrad Versuche an Randstützen von vorgespannten Hubdecken durchgeführt, um detaillierte Erkenntnisse über den Durchstanzmechanismus in diesem Bereich zu gewinnen [43]. Es wurden drei Versuchsplatten (S1 bis S3) mit den Abmessungen 3,50 m x 2,80 m x 0,18 m hergestellt, die einem 1:1-Ausschnitt aus einer Prototyp-Hubdecke mit einem Achsraster von 7,50 m entsprachen (Bild A1-28).

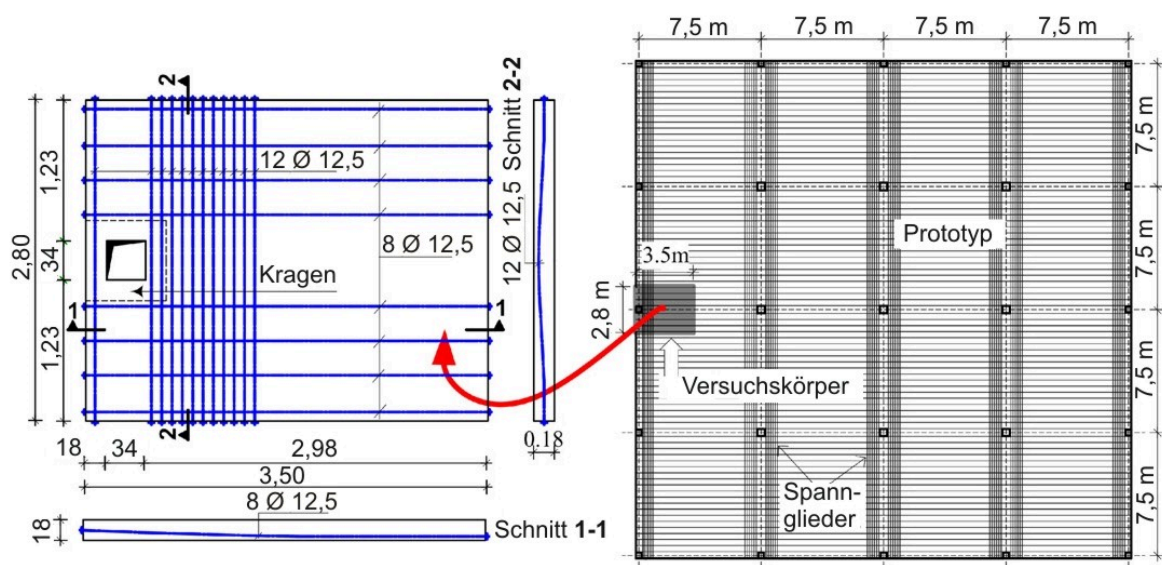


Bild A 1-28: Versuchsanordnung von MARINKOVIĆ und ALENDAR (nach [43])

Die Stützenöffnung betrug 34 cm x 34 cm, die Kragenausführung wurde entsprechend Bild A1-29 variiert.

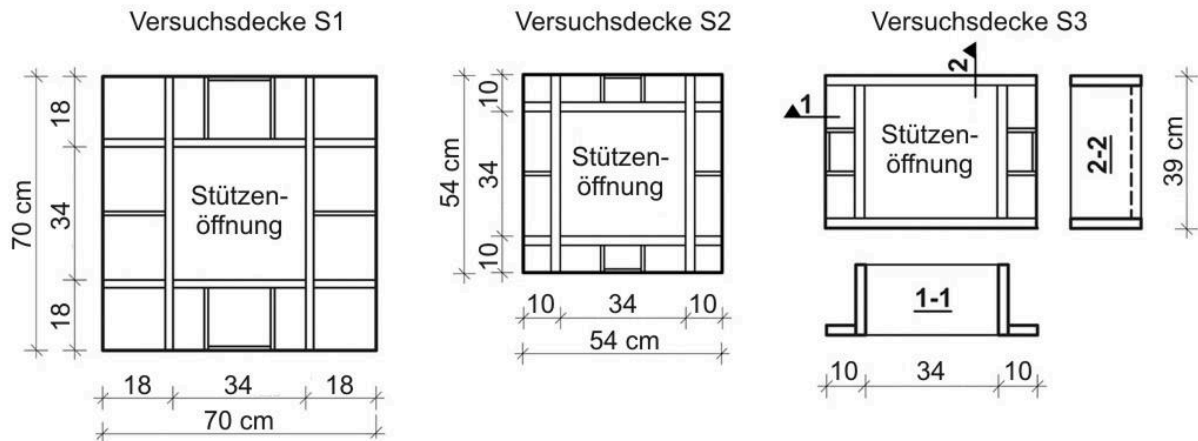


Bild A 1-29: Bei den Versuchen verwendete Kragenausführungen (nach [43])

Alle Versuchsplatten wurden mittels Spannlitzen ohne Verbund vorgespannt und erhielten zusätzliche schlaife Bewehrung. Eine Durchstanzbewehrung wurde nicht eingebaut. Versuchskörper S1 wurde nur mit der Mindestbewehrung entsprechend ACI 318-99 bewehrt, die beiden anderen Versuchsplatten wiesen einen sehr viel höheren Längsbewehrungsgrad auf, um ein sprödes Durchstanzversagen zu erzwingen (Bild A1-30). Alle relevanten Parameter einschließlich der Materialeigenschaften der Versuchsdecken sind in Tabelle A1-5 zusammengefasst.

Die Platten wurden in dem auf Bild A1-31 dargestellten Versuchsstand in 40kN-Schritten bis zum Bruch belastet, wobei Durchbiegungen, Betonspannungen sowie die Spannungen in der schlaffen Bewehrung und den Hubkragen nach jedem Schritt gemessen wurden. Nach Erreichen der Gebrauchslast wurden die Versuchskörper jeweils entlastet und dann bis zum Bruch belastet.

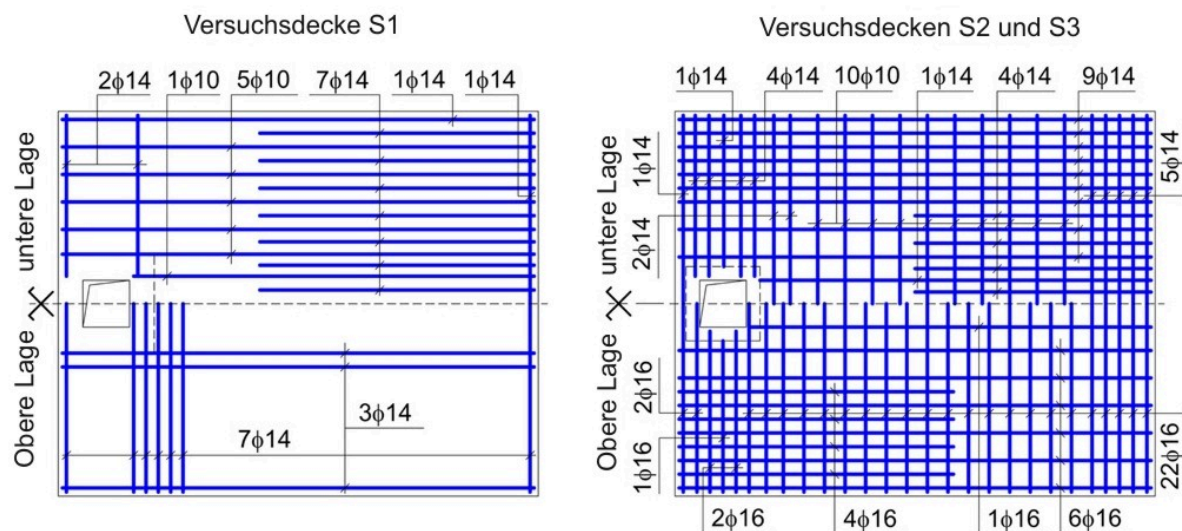


Bild A 1-30: Schlafe Bewehrung der Versuchsplatten (nach [43])

Versuchskörper	$f_{cm}^a)$	$f_{ct}^b)$	Streckgrenze			Durchschn. Vorspannkraft	Kragengröße	Längsbewehrungsgrad $\rho^c)$	Risslast V_{crack}	Gebrauchslast V_{serv}	Gemessene Bruchlast V_u	Bemessungswert d. Durchstanlast $V_{u,d}^e)$	$V_u / V_{u,d}$
			Spannglieder	Kragen	schlaife Bewehrung								
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	cm	‰	kN	kN	kN	kN	-
S1	51,1	2,65	1580	265	462	1,4	70x70	3,8	216	216	426 ^{d)}	298	1,43
S2	48,1	2,70	1580	265	462	1,4	54x54	9,7	216	216	536	323	1,66
S3	51,8	3,25	1580	265	462	1,4	54x39	9,7	216	216	480	304	1,58

a) Durchschnittswert von drei Würfeln (Kantenlänge 20 cm); $f_{cube} \approx 1,2 f_{cylinder}$
b) Durchschnittswert von drei Zylindern (12 cm x 30 cm)
c) $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$, berücksichtigte Plattenbreite = Kragenbreite plus 3d auf jeder Seite
d) Lokales Versagen an den Zugstangen
e) Berechnet nach EN 1992-1-1 (12/2004)

Tabelle A 1-5: Versuchsdaten und –ergebnisse für die Versuchsdecken S1 – S3 (nach [43])

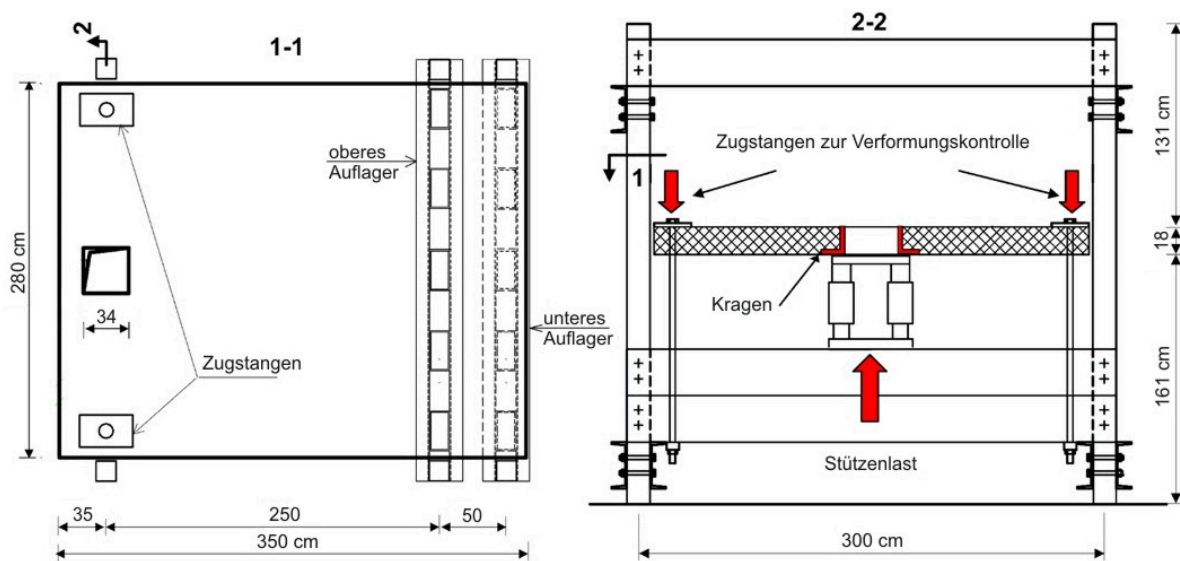


Bild A 1-31: Versuchsstand von MARINKOVIĆ und ALENDAR (nach [43])

Die Platten zeigten bis zum Erreichen der Gebrauchslast nahezu elastisches Verhalten ohne nennenswerte Rissbildung. Erwartungsgemäß wies Platte S1 bei steigender Belastung nur wenige Risse mit großer Rissbreite auf, während bei den Platten S2 und S3 eine größere Anzahl kleinerer Risse zu beobachten war. Die Last-Verformungs-Kurven und die Dehnungen in der schlaffen Bewehrung für die drei Versuchsdecken sowie die Betondehnungen für Versuchsdecke S3 sind auf den Bildern A1-32 bis A1-34 dargestellt.

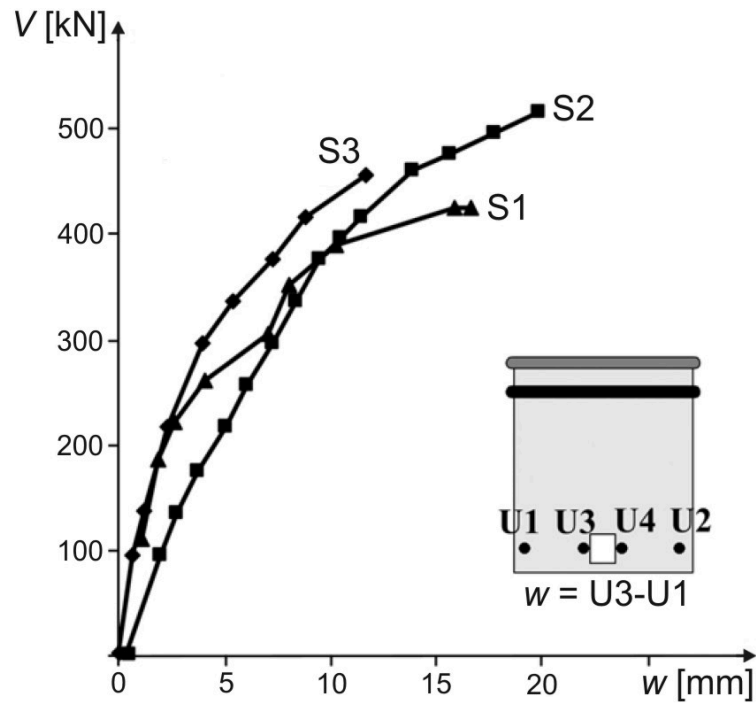


Bild A 1-32: Last-Verformungs-Kurven für die Versuchsdecken S1 – S3 (nach [43])

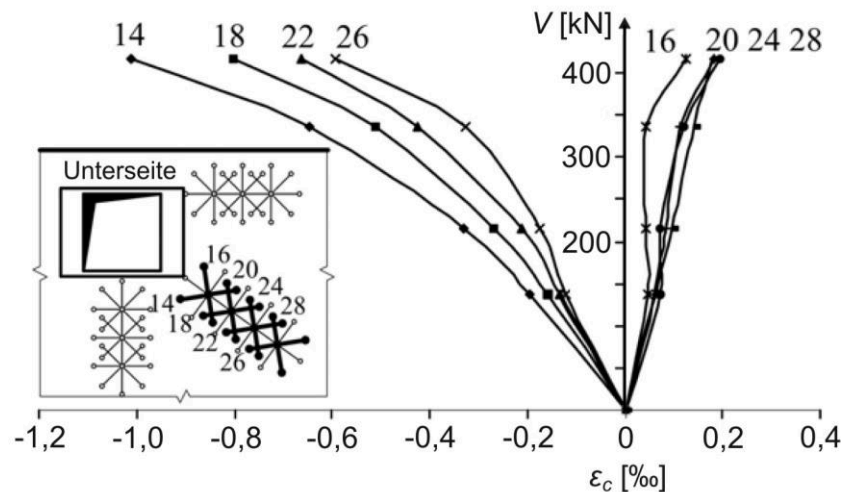


Bild A 1-33: Radiale und tangentielle Betondehnungen der Versuchsdecke S3 (nach [43])

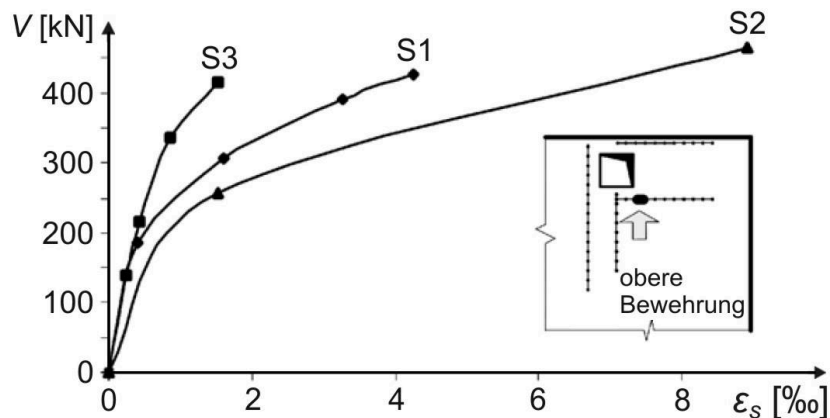


Bild A 1-34: Dehnungen in der schlaffen Bewehrung (nach [43])

Bei Versuchskörper S1 wurde der Versuch nach einem lokalen Versagen im Bereich der Zugstangen abgebrochen, bevor es zum Durchstanzen kam. Die beiden anderen Versuchsdecken versagten sehr spröde durch Durchstanzen, dem jeweils Betonabplatzungen auf der Plattenunterseite im Bereich der dem Feld zugewandten Kragenecken voraus gegangen waren. Bei Platte S2 folgten dem Durchstanzen eines kegelstumpffartigen Betonkörpers große Verformungen, Risse und Fließen der schlaffen Bewehrung. Bei Platte S3 zeigten sich zwei separate Bruchflächen jeweils entlang einer von den Krageninnenecken ausgehenden Linie. Die Verformungen und die Risse blieben hier nach dem Bruch klein, nennenswertes Fließen der schlaffen Bewehrung war nicht zu verzeichnen. Die Neigung der Durchstanzkegel lag zwischen 20° und 30° .

Wie aus Tabelle A1-5 und den vorangegangenen Ausführungen ersichtlich, hat die Kragenform und -größe bei den ansonsten identisch ausgeführten Versuchskörpern S2 und S3 erheblichen Einfluss auf die Versagensart und die Bruchlast. Bemerkenswert ist weiterhin, dass die Versagenslasten in allen Fällen größer sind als die nach Eurocode 2 [127] für normale Punktstützung ermittelten Durchstanzlasten (siehe Tabelle A1-5, Faktor 1,4 bis 1,6).

Um detaillierte Informationen über die Vorgänge im Platteninnern zu erhalten, wurde für die Versuchsplatte S3 eine nicht-lineare FE-Analyse durchgeführt. Dabei konnte gezeigt werden, dass ein Modell mit sprödem Bruchverhalten eine gute Übereinstimmung zwischen FE-Rechnung und Versuchsergebnissen hinsichtlich Bruchlasten, Verformungen sowie Riss- und Spannungsverläufen liefert (Bilder A1-35 bis A1-38).

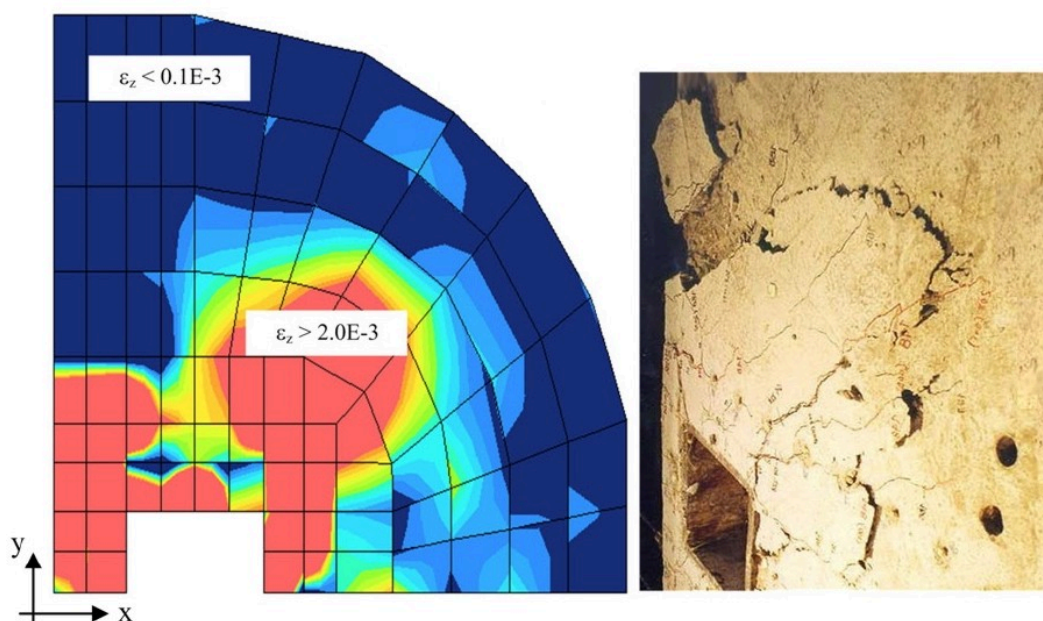


Bild A 1-35: Vergleich zwischen rechnerischen Dehnungen und dem Bruchbild beim Versuch an der Plattenoberseite (Versuchsplatte S3) (nach [43])

Eine Untersuchung des Durchstanzmechanismus mit diesem Modell zeigt, dass sich im FE-Element unmittelbar an der zur Innenseite der Decke gewandten Krageninnenecke an der Plattenunterseite ein dreiaxialer Druckspannungszustand mit den betragsmäßig größten Spannungen einstellt (Element 18 in Bild A1-36). Im angrenzenden Bereich (Element 42) ist die Vertikalspannung σ_l bereits deutlich kleiner als unmittelbar am Kragen. Kurz vor dem Bruch ist infolge der

Volumenausdehnung in Element 18 in Element 42 ein Wechsel der Vertikalspannung von Druck auf Zug zu beobachten. Diese Zugspannung wächst bei weiterer Belastung so weit an, dass die Betonzugfestigkeit f_{ct} in diesem Element überschritten wird. Dieses Ergebnis aus der FEM-Simulation deckt sich mit der im Versuch gemachten Beobachtung von Betonabplatzungen an der Deckenunterseite.

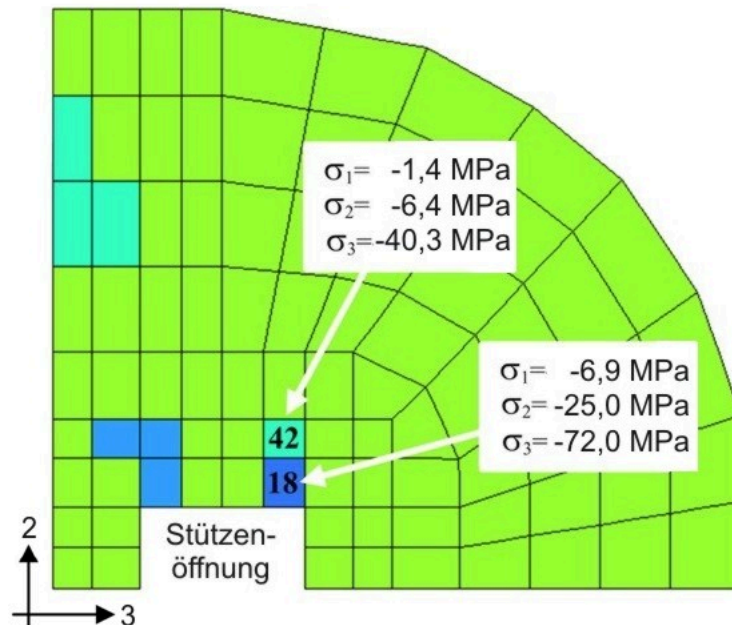


Bild A 1-36: Spannungen an den Plattenunterseite von Versuchskörper S3 (nach [43])

Hierdurch entfällt die umschnürende Wirkung des Elements 42 auf das Element 18, so dass die deutlich über der einaxialen Betondruckfestigkeit f_c liegenden Druckspannungen nicht mehr ertragen werden können und der Beton im Bereich des Elements 18 zerdrückt wird (Bild A1-37). Dieses Ergebnis der FE-Analyse deckt sich mit den Beobachtungen, die beim Versuch am Probekörper S3 gemacht wurden. Primär wird das Versagen also durch ein Überschreiten der Betonzugfestigkeit ausgelöst, erst dann kommt es zum Druckversagen im Kragenbereich.

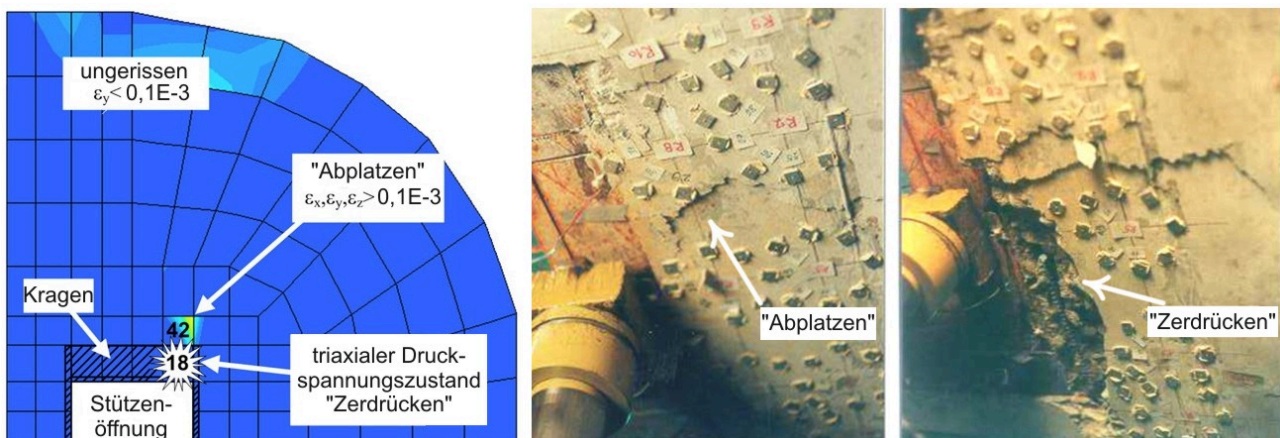


Bild A 1-37: Durchstanz-Versagensmechanismus (Plattenunterseite Platte S3) (nach [43])

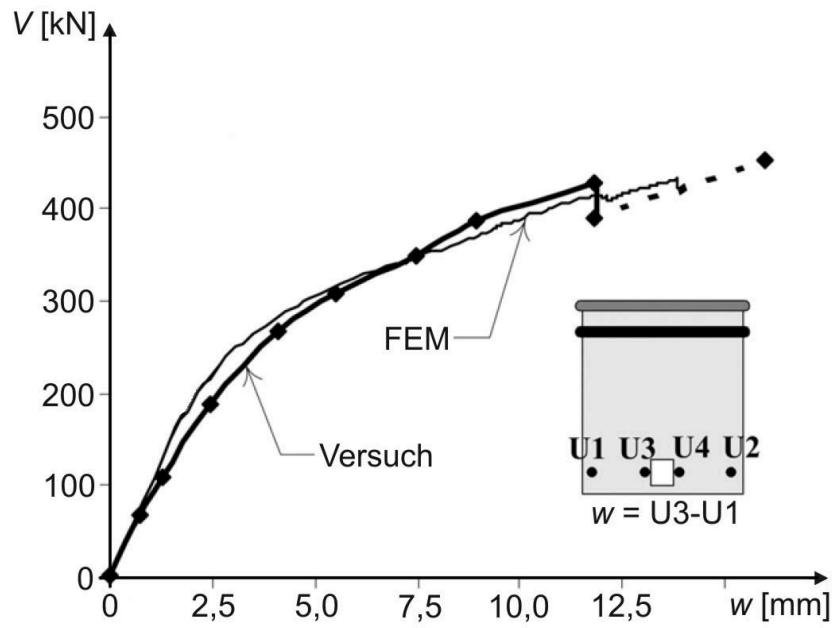


Bild A 1-38: Last-Verformungs-Beziehung für Versuchsdecke S3 im Versuch und in der FEM-Simulation (nach [43])

A2 BESCHREIBUNG DER VERWENDETEN MATERIALMODELLE FÜR BETON

Wie in Abs. 3.1.1 beschrieben, basieren die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen mit der FE-Methode auf dem „Total Strain Crack Model“. Dieses basiert auf der sog. „Modified Compression field theory“ (MCFT), die von *VECCHIO* und *COLLINS* [128; 84] begründet wurde, und ihrer dreidimensionalen Erweiterung von *SELBY* [83]. Hierbei wird das Werkstoffverhalten unter Druck und Zug mit einer einzigen Spannungs-Dehnungs-Beziehung, wie sie beispielhaft auf Bild A2-1 dargestellt ist, beschrieben. Nachfolgend werden die Materialmodelle detailliert beschrieben, die zur Beschreibung des Werkstoffverhaltens unter Druck-, Zug- und Schubbeanspruchung verwendet wurden.

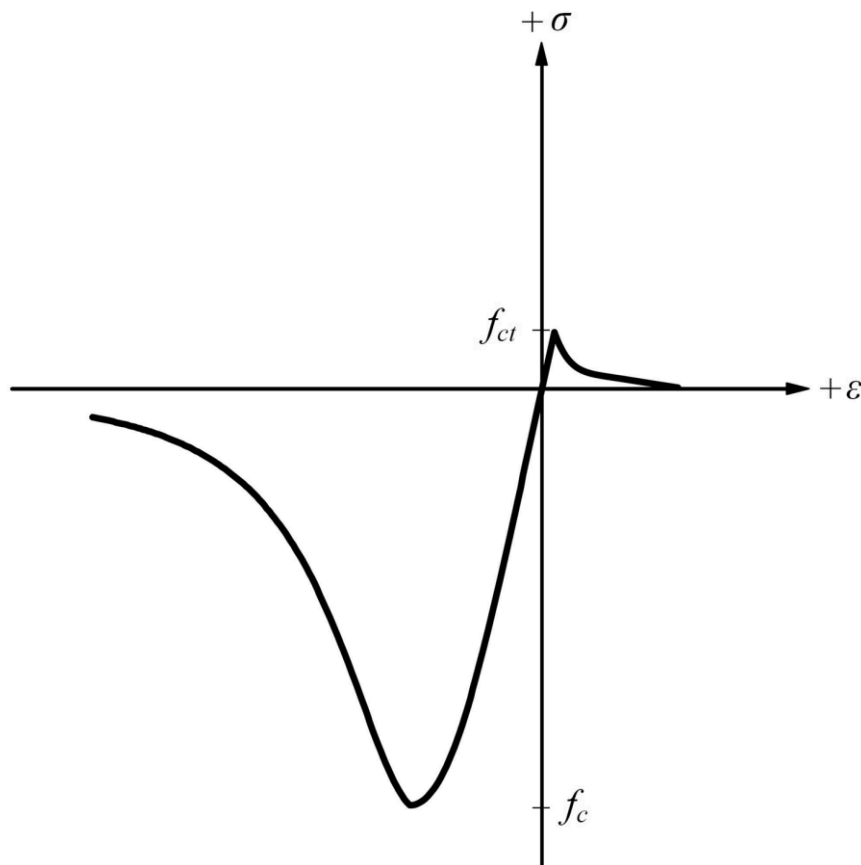


Bild A 2-1: Exemplarisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm für das „Total Strain Crack Model“ (nach [129])

A2.1 BETON UNTER ZUGBEANSPRUCHUNG

In Kapitel 2 wurde dargestellt, dass das Trag- und Bruchverhalten beim Durchstanzen wesentlich durch die Rissbildung und damit durch das Werkstoffverhalten unter Zug- bzw. Schubbeanspruchung bestimmt wird. Einer möglichst realistischen Beschreibung dieses Verhaltens mit Hilfe eines Materialmodells für Zugbeanspruchung und Rissbildung kommt daher besondere Bedeutung zu. Als Grundlage für die Auswahl eines geeigneten Modells wird daher zunächst das Werkstoffverhalten unter einaxialem Zug beschrieben. Ein Blick auf das Spannungs-

Verschiebungs-Diagramm beim einaxialen Zugversuch zeigt, dass sich ein Betonprisma bis ca. 70% seiner maximalen Zugfestigkeit f_{ct} nahezu linear-elastisch verhält (Bild A2-2, Punkt A). Bei steigender Zugbeanspruchung kommt es zu einer Aufweitung und Ausbreitung der bereits im unbelasteten Beton vorhandenen Mikrorisse, die sich in der sogenannten Rissprozesszone schließlich zunehmend zu Makrorissen vereinigen. Die Makrorissbildung geht einher mit einem überproportionalen Dehnungswachstum und damit einer Konzentration der Risse in der Rissprozesszone, die als Lokalisierung bezeichnet wird (Bild A2-2, Punkt B). Da sich die Makrorisse bei normalfesten Betonen entlang der Kontaktfläche zwischen Zementmatrix und Zuschlag bilden, können auch nach Erreichen der Betonzugfestigkeit f_{ct} infolge Kornverzahnung Spannungen zwischen den Rissufern übertragen werden. Im weggesteuerten Versuch ist dabei ein deutlicher Verschiebungszuwachs bei gleichzeitiger Abnahme der Betonspannungen zu beobachten, bis es schließlich zur endgültigen Trennung der beiden Rissufer kommt (Bild A2-2, Punkt C) [36]. Ein geeignetes Modell für Beton unter Zugbeanspruchung zeichnet somit aus, dass einerseits die kurz vor Erreichen der maximalen Zugfestigkeit einsetzende Makrorissbildung und andererseits die Mitwirkung des gerissenen Betons unter Zug realistisch abgebildet werden. Nachfolgend wird zunächst beschrieben, auf welche Weise die Rissbildung abgebildet wird, danach erfolgt eine Beschreibung des Materialmodells für gerissenen Beton.

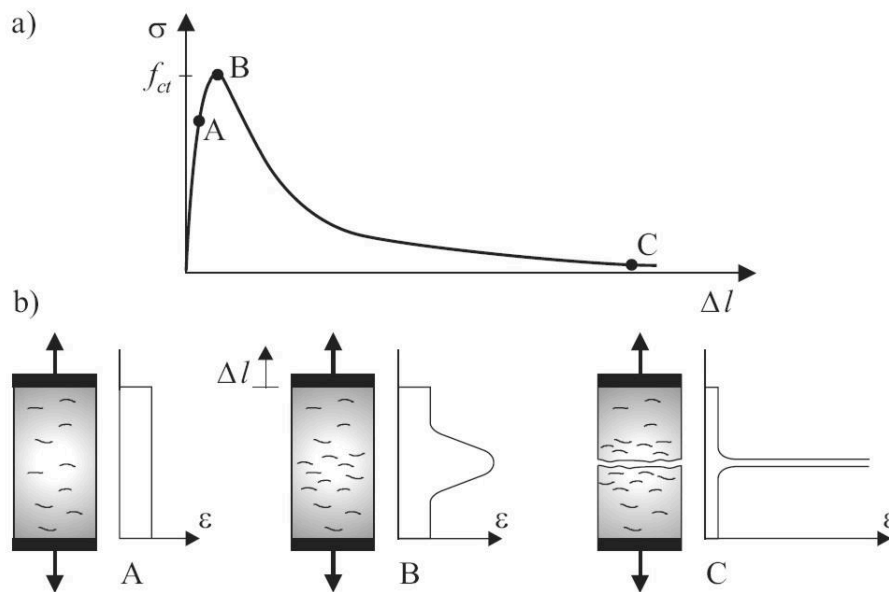


Bild A 2-2: Beton unter einaxialer Zugbeanspruchung: a) Spannungs-Verschiebungs-Diagramm, b) Lokalisierung der Dehnungen (nach [130])

Rissbildung und Risswachstum können in FEM-Modellen prinzipiell auf drei verschiedene Arten, nämlich als diskrete, eingebettete oder verschmierte Rissbildung, abgebildet werden. Auf die erweiterte finite Elemente Methode (XFEM), bei der Diskontinuitäten netzunabhängig durch eine lokale Anreicherung der Ansatzfunktion berücksichtigt werden können, soll an dieser Stelle nicht eingegangen werden (siehe hierzu z.B. [80]).

Bei der **diskreten Rissbildung** („*discrete crack models*“) wird bei Überschreitung der Zugfestigkeit in einem Elementknoten der hieraus resultierende Riss durch eine manuelle Anpassung der Netzstruktur erfasst, d.h. es kommt zu einer geometrischen Abbildung der durch den Riss bedingten Diskontinuität. Ursprünglich wurde hierzu das Netz entlang der Elementkanten aufgetrennt, was mit zwei Nachteilen einhergeht: Zum einen ist mit fortschreitendem Risswachstum eine kontinuierliche Anpassung des Netzes erforderlich, was im Gegensatz zur Idee der Finite Elemente Methode steht und mit einem nicht unerheblichem Aufwand verbunden ist. Zum anderen ist der Rissverlauf an die Elementkanten gebunden, so dass eine realitätsgetreue Abbildung des Risses nicht möglich ist. Es wurden verschiedene Versuche unternommen, diesen Nachteilen zu begegnen. Hier sind vor allem die Einführung einer automatischen Neuvernetzung, die Anordnung von Interface-Elementen im Riss und die Anwendung von Verfahren, die ein Risswachstum durch die Elemente ermöglichen, zu nennen. Trotz dieser Verbesserungen des Modells bleibt seine Anwendung bis heute auf wenige Fälle, bei denen Rissort und –orientierung von vorneherein bekannt sind, beschränkt [131–133].

Kennzeichen der Modelle mit **eingebetteter Diskontinuität** („*embedded crack models*“) ist, dass den verwendeten Elementen die aus der Rissbildung resultierenden Verschiebungs-Diskontinuitäten durch sogenannte Lokalisierungslinien oder Lokalisierungsbänder eingepreßt werden. Durch die Rissbildung entlang dieser eingebetteten Diskontinuitäten ist eine Anpassung der Netzstruktur nicht erforderlich. Da die Rissorientierung nicht an die Elementkanten gebunden ist, ergeben sich gute Übereinstimmungen zwischen tatsächlichem und berechnetem Rissverlauf [80]. Da in DIANA kein Modell mit eingebetteter Diskontinuität implementiert ist, soll hier auf eine detaillierte Darstellung dieser Modelle verzichtet werden. Nähere Informationen hierzu können z.B. [134] entnommen werden.

Beim **Konzept der verschmierten Rissbildung** („*smeared crack models*“) wird der Riss über den gesamten zu einem Integrationspunkt gehörenden Bereich verteilt bzw. „verschmiert“, ohne dass die Netzstruktur angepasst werden muss. Da auf diese Weise für den gerissenen Bereich Spannungen und Dehnungen definiert werden können, ist das Konzept der verschmierten Rissbildung als kontinuumsmechanischer Ansatz zu betrachten. Die Berücksichtigung der durch den Riss hervorgerufenen Diskontinuität erfolgt hier durch eine Anpassung der Ansatzfunktionen. Auch wenn das dabei unterstellte homogene Werkstoffverhalten im Gegensatz zum tatsächlichen Verhalten von Beton steht, hat sich dieses Konzept bei zahlreichen Anwendungen als hinreichend genau und sehr leistungsfähig erwiesen. Dies ist insbesondere darauf zurückzuführen, dass durch die verschmierte Rissbildung Effekte wie die Verzahnung der Zuschläge im Riss, die Dübelwirkung der den Riss kreuzenden Bewehrung, die aus der Rissbildung resultierende Dehnungsentfestigung sowie das nichtlineare Verhalten des Betons zwischen den Rissen berücksichtigt werden können [131; 133]. Als nachteilig ist der Umstand zu bezeichnen, dass durch die verschmierte Rissbildung die tatsächlich durch den Riss verursachte Diskontinuität nicht abgebildet werden kann, weil die betroffenen Elemente nicht ausfallen. D.h. es werden im Riss aufgrund des inneren Gleichgewichts im Element Spannungen berechnet, die tatsächlich nicht auftreten. Der Effekt, dass sich die „gerissenen“ Elemente steifer verhalten, als sie es aufgrund des Risses dürften, wird in der Literatur als „*stress locking*“ bezeichnet. Dieser Fehler kann bei Modellen mit verschmierter Rissbildung

eliminiert werden, indem der Schubmodul des Betons nach der Rissbildung herabgesetzt wird, wozu ein sogenannter „*shear retention factor*“ β eingeführt wird [80]. Detaillierte Angaben hierzu sind in Anhang A2.2 zu finden.

Innerhalb der Modelle mit verschmierter Rissbildung wird zwischen Modellen mit fester, rotierender und multi-direktionaler Rissrichtung unterschieden. Bei der festen Rissrichtung („*fixed cracks*“) wird die Orientierung des entstehenden Risses senkrecht zur Richtung der maximalen Hauptzugspannung σ_1 zum Zeitpunkt der Rissbildung angenommen und während der gesamten Berechnung beibehalten. Bei den Modellen mit rotierender Rissrichtung („*rotating cracks*“) kann sich die Orientierung des Risses mit jedem Lastschritt entsprechend der Rotation der Hauptspannungen ändern. Zwischen dem Konzept der festen Rissrichtung und der rotierenden Rissrichtung ist das der multi-direktionalen Rissrichtung („*multi-directional fixed cracks*“) anzusiedeln. Bei diesem Ansatz können in einem Materialpunkt mehrere Modellrisse mit unterschiedlicher Orientierung auftreten, wobei die Anzahl der Risse durch die Einführung eines Mindestwinkels zwischen einem bestehenden und einem neuen Riss begrenzt wird. Wird dieser Winkel zu 0° gesetzt, erhält man ein Modell mit rotierender Rissrichtung, bei 90° ein Modell mit fester Rissrichtung [80; 133].

Aus den vorgenannten Gründen resultiert, dass bei der Untersuchung eines Durchstanzproblems mit der FE-Methode nur ein Modell mit eingebetteter Diskontinuität oder ein Konzept mit verschmierter Rissbildung sinnvoll eingesetzt werden kann. Da in DIANA Elemente mit eingebetteter Diskontinuität nicht zur Verfügung stehen, soll für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit ein Modell mit verschmierter Rissbildung verwendet werden. Bei den in Kapitel 3 erwähnten Voruntersuchungen wurden zahlreiche Berechnungen mit fester, rotierender und multi-direktionaler Rissrichtung durchgeführt. Die besten Übereinstimmungen mit den Ergebnissen der in Kapitel 3 beschriebenen Versuche konnten mit dem Modell mit fester Rissrichtung erzielt werden. Dies steht in Übereinstimmung mit den Beobachtungen von ALDEJOHANN [81] und lässt sich damit erklären, dass das Rissbild im Durchstanzversuch in erster Linie durch radiale und tangentielle Risse sowie durch Schubrissbildung geprägt wird, deren Richtung sich während des Bruchvorgangs nicht oder nur geringfügig ändert. Daher wurde für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen das Modell mit fester Rissrichtung ausgewählt.

Das in DIANA implementierte Modell mit fester Rissrichtung geht auf die Arbeit von ROTS und BLAAUWENDRAAD [132] zurück. Die nachfolgende Beschreibung dieses Modells ist, sofern nicht anders angegeben, dieser Arbeit und [129] entnommen.

Wesentliches Kennzeichen des Modells ist, dass die Gesamtdehnung ε in zwei Anteile zerlegt wird („*decomposition of total strain*“):

$$\varepsilon = \varepsilon^c + \varepsilon^{cr} \quad (\text{A2.1})$$

Darin ist ε^c die Dehnung des Betons im ungerissenen Bereich und ε^{cr} die Rissdehnung. Der Vektor der Rissdehnung kann für den räumlichen Fall in globalen Koordinaten aufgeschrieben werden als:

$$\dot{\epsilon}^{cr} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{xx}^{cr} & \dot{\epsilon}_{yy}^{cr} & \dot{\epsilon}_{zz}^{cr} & \dot{\gamma}_{xy}^{cr} & \dot{\gamma}_{yz}^{cr} & \dot{\gamma}_{zx}^{cr} \end{bmatrix}^T \quad (A2.2)$$

Üblicherweise wird zur Beschreibung der Beziehungen zwischen Rissspannungen und Rissdehnungen zur einfacheren Handhabung ein lokales, auf die Rissebene bezogenes n, s, t -Koordinatensystem eingeführt (siehe Bild A2-3). In den Koordinaten des lokalen Koordinatensystems kann der Vektor der Rissdehnung wie folgt aufgeschrieben werden:

$$\dot{e}^{cr} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{nn}^{cr} & \dot{\gamma}_{ns}^{cr} & \dot{\gamma}_{nt}^{cr} \end{bmatrix}^T \quad (A2.3)$$

Darin sind $\dot{\epsilon}_{nn}^{cr}$ die Rissnormalspannung (auch als „mode-I“-Spannung bezeichnet) und $\dot{\gamma}_{ns}^{cr}$ sowie $\dot{\gamma}_{nt}^{cr}$ die Riss Schubspannungen („mode-II“ bzw. „mode-III“, siehe auch Bild A2-3).

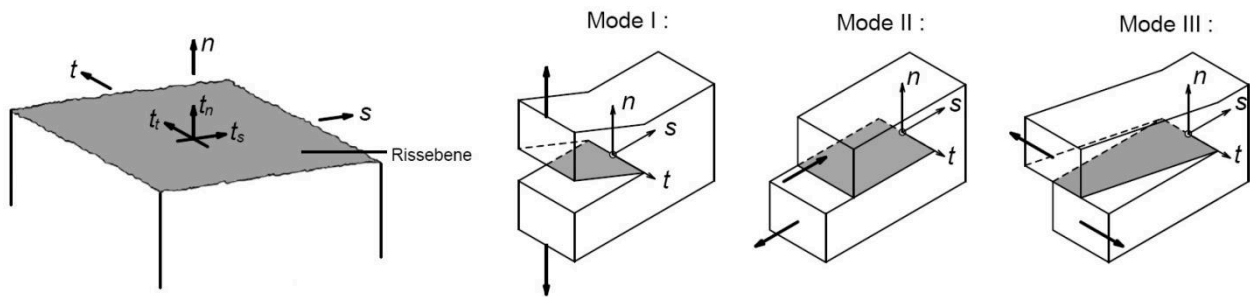


Bild A 2-3: Lokales Koordinatensystem und Rissspannungen, Definition Mode I, II und III (nach [132] und [11])

Die Transformation der auf das lokale n, s, t -Koordinatensystem bezogenen Dehnungen in globale x, y, z -Koordinaten erfolgt über die Transformationsmatrix N :

$$\dot{\epsilon}^{cr} = N \dot{e}^{cr} \quad (A2.4)$$

Die Transformationsmatrix N nimmt für den dreidimensionalen Fall folgende Form an:

$$N = \begin{bmatrix} l_x^2 & l_x l_y & l_x l_z \\ m_x^2 & m_x m_y & m_x m_z \\ n_x^2 & n_x n_y & n_x n_z \\ 2l_x m_x & l_x m_y + l_y m_x & l_x m_z + l_z m_x \\ 2m_x n_x & m_x n_y + m_y n_x & m_x n_z + m_z n_x \\ 2n_x l_x & n_x l_y + n_y l_x & n_x l_z + n_z l_x \end{bmatrix} \quad (A2.5)$$

Darin sind l_x , m_x und n_x die Komponenten des Normalenvektors auf der Rissebene, die Komponenten mit den Indizes y und z geben dementsprechend die Richtung der lokalen s - bzw. t -Achse an.

Analog zu den Dehnungen können Formulierungen für die Rissspannungen und deren Transformation vom lokalen Koordinatensystem in das globale Koordinatensystem angegeben werden:

$$\dot{t}^{cr} = \begin{bmatrix} \dot{t}_n^{cr} & \dot{t}_s^{cr} & \dot{t}_t^{cr} \end{bmatrix}^T \quad (\text{A2.6})$$

$$\dot{t}^{cr} = N^T \dot{\sigma} \quad (\text{A2.7})$$

Zur Vervollständigung des Modells werden Gleichungen benötigt, mit deren Hilfe die Beziehungen zwischen Rissspannungen und Rissdehnungen einerseits und den Spannungen und Dehnungen im ungerissenen Bereich andererseits beschrieben werden können. Unter Zuhilfenahme der Steifigkeitsmatrix D kann für die Spannungen zwischen den Rissen folgende Beziehung angegeben werden:

$$\dot{\sigma} = D \dot{\varepsilon}^{el} \quad (\text{A2.8})$$

und analog hierzu für den gerissenen Bereich

$$\dot{t}^{cr} = D^{cr} \dot{e}^{cr} \quad (\text{A2.9})$$

Darin ist D^{cr} die Risssteifigkeits-Matrix, auf die zu einem späteren Zeitpunkt detailliert eingegangen wird. Durch Kombination der Gleichungen (A2.1), (A2.4), (A2.7), (A2.8) und (A2.9) erhält man als Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den gerissenen Beton bezogen auf das globale Koordinatensystem:

$$\dot{\sigma} = D \left[\dot{\varepsilon} - N \dot{e}^{cr} \right] \quad (\text{A2.10})$$

Durch Einsetzen von Gl. (A2.7) und (A2.9) in die linke Seite von Gl. (A2.10) ergibt sich

$$\dot{e}^{cr} = \left[D^{cr} + N^T D N \right]^{-1} N^T D \dot{\sigma} \quad (\text{A2.11})$$

Damit kann die Beziehung zwischen globalen Spannungen und globalen Dehnungen durch Einsetzen von Gl. (A2.10) in Gl. (A2.11) aufgeschrieben werden als

$$\dot{\sigma} = \left[D - DN \left[D^{cr} + N^T DN \right]^{-1} N^T D \right] \dot{\varepsilon} \quad (\text{A2.12})$$

Zur vollständigen Beschreibung der Spannungs-Dehnungsbeziehung des gerissenen Betons wird die Risssteifigkeits-Matrix D^{cr} benötigt, die sich in allgemeiner Form ergibt zu

$$D^{cr} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.13})$$

Die Einträge auf der Hauptdiagonalen sind die Steifigkeitsmoduli der Normal- bzw. Schubspannungen, die übrigen Komponenten die der Kopplung von Normal- und Schubspannungen. Da Beton unter Zugbeanspruchung ein orthotropes Materialverhalten aufweist (keine Kopplung zwischen Dehnungen und Schubverzerrungen), kann die Risssteifigkeits-Matrix in folgender vereinfachter Form aufgeschrieben werden:

$$D^{cr} = \begin{bmatrix} D^I & 0 & 0 \\ 0 & D^{II} & 0 \\ 0 & 0 & D^{III} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.14})$$

Darin sind D^I der Mode-I-Steifigkeitsmodul, D^{II} der Mode-II-Steifigkeitsmodul und D^{III} der Mode-III-Steifigkeitsmodul. Versuche [135] belegen die Annahme, dass bei statischer Beanspruchung Zugnormalspannungen (Mode-I) Auslöser für die Rissbildung sind, während Schubspannungen (Mode-II und Mode-III) erst bei nachfolgender Rotation der Hauptspannungen auftreten. Demzufolge ist eine Unterscheidung zwischen Mode-II und Mode-III nicht erforderlich, so dass im Folgenden $D^{III} = D^{II}$ gesetzt wird.

Der Mode-I-Steifigkeitsmodul D^I (auch als Entfestigungsmodul bezeichnet) beschreibt die Beziehung zwischen Rissnormalspannungen und Rissdehnungen nach der Rissentstehung, also das Dehnungs-Entfestigungs-Verhalten des Betons nach Erreichen der Zugfestigkeit f_{ct} („*tension softening*“). In der Literatur findet sich eine Vielzahl von Ansätzen, dieses Verhältnis zu beschreiben. Sie reichen vom Spröbruch über lineare und multi-lineare bis hin zu nichtlinearen Beziehungen, die in DIANA wahlweise für das *tension softening* zugrunde gelegt werden können (Bild A2-4).

Mit Hilfe der auf Bild A2-4 angegebenen Ansätze soll das aus Versuchen gewonnene Dehnungs-Entfestigungs-Verhalten beschrieben werden (siehe Bild A2-2). Bei der Ableitung der Beziehung zwischen Rissspannungen und Rissdehnungen aus Versuchsergebnissen tritt ein messtechnisches Problem auf: Der Bereich, der von fortschreitender Mikrorissbildung und damit einhergehender Entfestigung betroffen ist, die Rissprozesszone (siehe vor, auch als Rissbandbreite bezeichnet), ist sehr klein. Die Rissdehnungen innerhalb der Prozesszone können aufgrund ihrer geringen Größe messtechnisch nicht bestimmt werden können; sie werden daher auf eine festgelegte Messlänge l_0 bezogen.

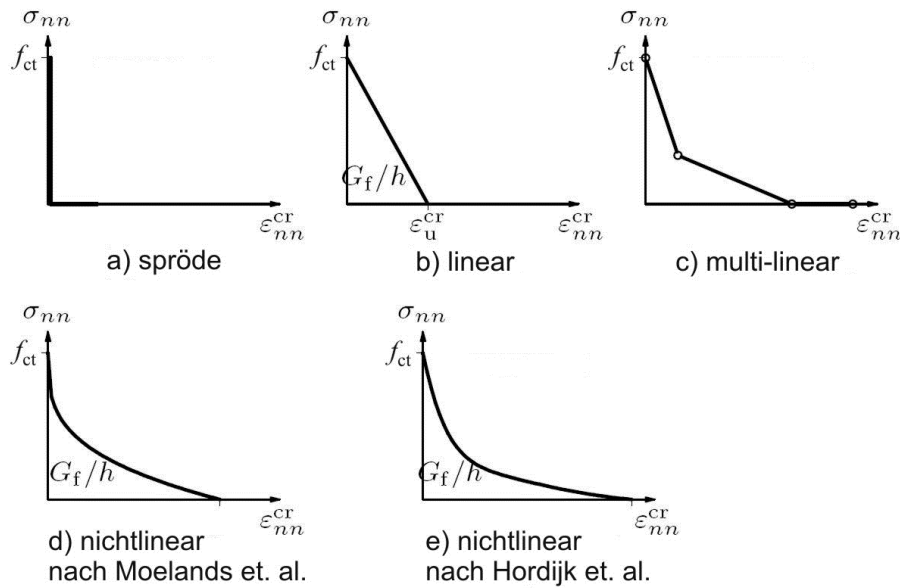


Bild A 2-4: In DIANA implementierte Beziehungen für das tension softening (nach [129])

Berechnungen mit der FE-Methode geben die Beziehung zwischen Rissspannungen und Rissdehnungen nur dann korrekt wieder, wenn die Elementlänge der Messlänge l_0 entspricht. Diese Netzabhängigkeit wird als „Inobjektivität des Standard-Dehnungs-Entfestigung-Kontinuums“ bezeichnet [136]. Netzobjektivität kann nach BAZANT und OH [137] hergestellt werden, indem bruchmechanische Größen zur Beschreibung des Dehnungs-Entfestigungs-Verhaltens herangezogen werden. Hierzu werden die werkstoffabhängigen Parameter Betonzugfestigkeit f_{ct} und Bruchenergie G_f verwendet. Letztere wird definiert als die Energie, die benötigt wird, um einen Trennriss über eine Einheitslänge bzw. Einheitsfläche zu erzeugen [36]. Sie entspricht der Fläche unter der Kurve der Rissspannungs-Rissdehnungs-Beziehung und kann definiert werden als

$$G_f = h \int_{\epsilon_{nn}^{cr}=0}^{\epsilon_{nn}^{cr}=\infty} \sigma_{nn}^{cr}(\epsilon_{nn}^{cr}) d\epsilon_{nn}^{cr} \quad (A2.15)$$

Darin ist h die Rissbandbreite, σ_{nn}^{cr} die Rissnormalspannung und ϵ_{nn}^{cr} die Rissdehnung senkrecht zur Rissebene. Für den Bruchzustand kann Gl. (A2.15) folgendermaßen aufgeschrieben werden:

$$G_f = h \cdot f_{ct} \int_{\epsilon_{nn}^{cr}=0}^{\epsilon_{nn}^{cr}=\infty} y\left(\frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_{nn,ult.}^{cr}}\right) d\epsilon_{nn}^{cr} \quad (A2.16)$$

Setzt man in Gl. (A2.16) $x = \epsilon_{nn}^{cr} / \epsilon_{nn,ult.}^{cr}$ und $d\epsilon_{nn}^{cr} = \epsilon_{nn,ult.}^{cr} dx$, so erhält man für die Bruchenergie

$$G_f = \alpha \cdot h \cdot f_{ct} \cdot \epsilon_{nn,ult.}^{cr} \quad \text{mit} \quad \alpha = \int_{x=0}^{x=\infty} y(x) dx \quad (A2.17)$$

In Gl. (A2.17) ist $y(x)$ die gewählte Dehnungs-Entfestigungs-Funktion entsprechend Bild A2-4. Aufgrund von Arbeitsbetrachtungen im Bereich der Prozesszone schlagen *BAZANT* und *OH* vor, anstelle der tatsächlichen Rissbandbreite für h die Elementbreite anzusetzen. Diese Vorgehensweise wird in der Literatur auch als „*netzangepasste Methode*“ bezeichnet [136]. In DIANA wird die Rissbandbreite standardmäßig aus der Länge der Balkenelemente (für 1D-Elemente), der Wurzel aus der Elementfläche (für 2D-Elemente) bzw. der Kubikwurzel des Elementvolumens (für 3D-Elemente) errechnet. Darüber hinaus wird die Bruchdehnung $\varepsilon_{nn,ult.}^{cr}$ als elementbezogene Materialeigenschaft betrachtet, die während der Berechnung unveränderlich ist und aus der Rissbandbreite, der Betonzugfestigkeit und der Bruchenergie berechnet werden kann. Aus Gl. (A2.17) können die Bruchdehnung und mit $f_{ct} = \varepsilon_{nn,ult.}^{cr} \cdot D'$ der Tangentenmodul der Dehnungs-Entfestigungs-Beziehung ermittelt werden:

$$\varepsilon_{nn,ult.}^{cr} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{G_f}{h \cdot f_{ct}} \quad (A2.18)$$

$$D' = \alpha \cdot \frac{f_{ct}^2 \cdot h}{G_f} \quad (A2.19)$$

Aus bruchmechanischer Sicht erscheint die beschriebene Vorgehensweise plausibel, weil die zur Rissbildung erforderliche Bruchenergie während der gesamten Berechnung unverändert bleibt. *BAZANT* und *OH* haben zur Verifikation ihrer „netzangepassten Methode“ eine Beispielrechnung durchgeführt, wobei sie die Elementgrößen zwischen $h = 4 \cdot w_{cr}$, $h = 2 \cdot w_{cr}$ und $h = w_{cr}$ variierten (mit w_{cr} = tatsächliche Rissbandbreite). Sie stellten fest, dass die Ergebnisse nicht nur kaum voneinander abweichen, sondern auch eine gute Übereinstimmung mit der exakten bruchmechanischen Lösung aufweisen. Sie heben jedoch hervor, dass dies nicht für beliebig große Elemente gelten kann, was sich aus der Betrachtung der auf Bild A2-5 dargestellten Zusammenhänge ergibt:

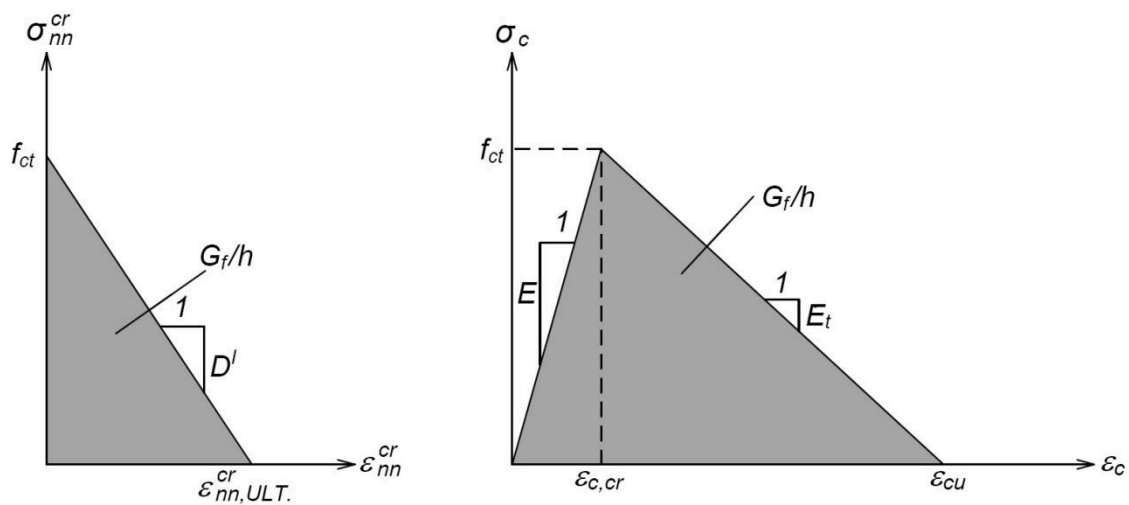


Bild A 2-5: Zusammenhang zwischen Dehnungs-Entfestigungs-Beziehung und einachsiger Spannungs-Dehnungs-Beziehung (hier für den linearen Fall) (nach [137])

Der Zusammenhang zwischen der Dehnungs-Entfestigungs-Beziehung und der einachsigen Spannungs-Dehnungs-Beziehung ergibt sich zu

$$\frac{1}{E_t} = \frac{1}{E} + \frac{1}{D^I} \leq 0 \quad (\text{A2.20})$$

Durch Einsetzen von Gl. (A2.19) in Gl. (A2.20) erhält man für den Tangentenmodul E_t des absteigenden Astes der einachsigen Spannungs-Dehnungs-Beziehung

$$\frac{1}{E_t} = \frac{1}{E} + \frac{G_f}{\alpha \cdot h \cdot f_{ct}^2} \leq 0 \quad (\text{A2.21})$$

Hieraus kann abgeleitet werden, dass eine (manuelle) Netzanpassung nur möglich ist bis zu einer Elementbreite von

$$h_{lim} \leq -\frac{G_f \cdot E}{\alpha \cdot f_{ct}^2} \quad (\text{A2.22})$$

Wenn die Elementbreite die maximal mögliche Elementbreite erreicht ($h = h_{lim}$), dann ist $D^I = -E$, so dass E_t entsprechend Gl. (A2.21) gegen unendlich geht. Dies entspricht einem abrupten Spannungsabfall in der Dehnungs-Entfestigungs-Beziehung und damit einem Spröbruch („*brittle cracking*“, siehe auch Bild A2-4 a)).

Falls die Elementbreite größer als h_{lim} ist, muss h_{lim} durch eine Vergrößerung der Bruchenergie oder eine Reduzierung der Betonzugfestigkeit angepasst werden. Ersteres widerspricht dem Postulat einer gleichbleibenden Bruchenergie, weshalb in DIANA der zweite Weg verfolgt wird. Aus Gl. (A2.22) kann die reduzierte Betonzugfestigkeit bestimmt werden zu

$$f_{ct,red} = \sqrt{-\frac{E \cdot G_f}{\alpha \cdot h}} \quad (\text{A2.23})$$

Aus Gl. (A2.20) kann außerdem eine alternative Darstellung des Mode-I-Stefigkeitsmoduls in traditionellen Bezeichnungen abgeleitet werden:

$$D^I = \frac{E \cdot E_t}{E - E_t} \quad (\text{A2.24})$$

Bei der Festlegung einer geeigneten Dehnungs-Entfestigungsbeziehung wird die Zugtragfähigkeit des Betons nach der Rissbildung häufig zur Vereinfachung zu null gesetzt, d.h. sprödes Bruchverhalten angenommen. Tatsächlich können in den ungerissenen Bereichen des Betons

zwischen den entstandenen Rissen nach wie vor Zugspannungen übertragen werden. In Stahlbetonbauteilen ist die reduzierte Steifigkeit daher größer als die eines gezogenen Betonstahls ohne umgebenden Beton. Dieser Effekt wird als „*tension stiffening*“ („Zugverfestigung“) bezeichnet. *NEFF* [138] hat durch Nachrechnung von Zugversuchen an Stahlbetonstäben von *EMPELMANN* [139] mit DIANA gezeigt, dass durch die Auswahl eines Sprödbruchs (Bild A2-4 a)) als Dehnungs-Entfestigungs-Beziehung das Verhalten eines „nackten“ Bewehrungsstahls abgebildet wird, während bei Verwendung einer nichtlinearen Entfestigung nach *HORDIJK ET. AL.* [85] das *tension stiffening* in guter Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen berücksichtigt werden kann (Bild A2-6).

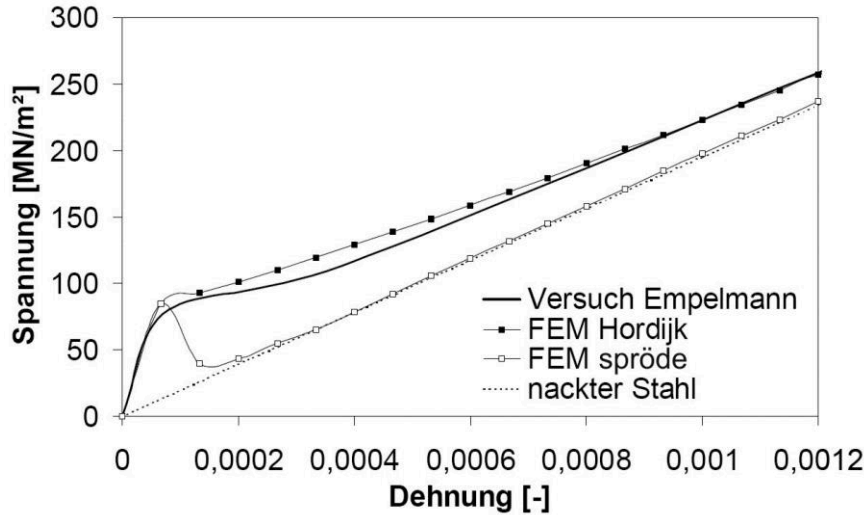


Bild A 2-6: Vergleich zwischen Versuchen von EMPELMANN und Nachrechnungen mit DIANA (aus [138])

Aus diesem Grund wird für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten FEM-Berechnungen die Beziehung nach *HORDIJK ET. AL.* verwendet (Bild A2-4 e)). Diese wurde auf empirischer Grundlage abgeleitet zu:

$$\frac{\sigma_{nn}^{cr}(\varepsilon_{nn}^{cr})}{f_{ct}} = \begin{cases} \left[1 + \left(c_1 \cdot \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult.}^{cr}} \right)^3 \right] \cdot \exp \left(-c_2 \cdot \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult.}^{cr}} \right) - \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult.}^{cr}} \cdot (1 + c_1^3) \cdot \exp(-c_2) & \text{für } 0 < \varepsilon_{nn}^{cr} < \varepsilon_{nn,ult.}^{cr} \\ 0 & \text{für } \varepsilon_{nn,ult.}^{cr} < \varepsilon_{nn}^{cr} < \infty \end{cases} \quad (A2.25)$$

Nach [85] ergibt sich für Normalbeton eine gute Approximation der Versuchsergebnisse, wenn $c_1 = 3$ und $c_2 = 6,93$ angenommen wird. Nach Auswertung des Integrals in Gl. (A2.17) erhält man $\alpha = -0,1947$ und damit schließlich für die Bruchdehnung und den Entfestigungsmodul D^I :

$$\varepsilon_{nn,ult.}^{cr} = -5,136 \cdot \frac{G_f}{h \cdot f_{ct}} \quad (A2.26)$$

$$D^I = -0,1947 \cdot \frac{f_{ct}^2 \cdot h}{G_f} \quad (A2.27)$$

A2.2 BETON UNTER SCHUBBEANSPRUCHUNG

Der Mode-II-Steifigkeitsmodul D^{II} gibt die Schubsteifigkeit des Betons nach der Rissbildung an. Aus der Betrachtung der Kornverzahnung im Riss (abnehmende Verzahnung der Rissufer mit zunehmender Rissweite) ergibt sich, dass D^{II} sinnvoller Weise durch eine Funktion beschrieben wird, die zu Beginn der Rissbildung volle Schubsteifigkeit und für den Zeitpunkt der abgeschlossenen Entfestigung (d.h. Vereinigung der Mikrorisse zu einem Makroriss) eine Schubsteifigkeit von null ausgibt. In den vergangenen Jahren hat sich jedoch der pragmatische Ansatz etabliert, den Schubmodul G mit einem konstanten *shear retention factor* auf βG abzumindern. Aus den angestellten Überlegungen ergibt sich, dass $0 < \beta < 1$ gelten muss. *KHWAOUNJOO ET. AL.* [78] haben gezeigt, dass die Wahl des *shear retention factor* zwar nicht den Verlauf der Last-Verformung-Kurve, sehr deutlich aber die Größe der Bruchlast beeinflusst. *KOTSOVOS* und *PAVLOVIĆ* [44] haben auf der Grundlage von Versuchsauswertungen gezeigt, dass die Kornverzahnung die Schubsteifigkeit nach der Rissbildung weit weniger beeinflusst als dies vielfach propagiert wird. Sie begründen dies theoretisch damit, dass zur Aktivierung der Kornverzahnung eine signifikante Relativverschiebung der Rissufer erforderlich wäre, die durch eine entsprechende Verzweigung der Risse sichtbar werden müsste. Da sie eine solche Rissverzweigung nicht beobachten konnten, erscheint aus ihrer Sicht der Ansatz eines möglichst kleinen Wertes für den *shear retention factor* angebracht. Andererseits haben sie festgestellt, dass bei $\beta < 0,1$ numerische Instabilitäten auftreten. Daher sollte $0,1 \leq \beta \leq 0,5$ angesetzt werden, wobei ein Wert $\beta \approx 0,1$ angeraten wird. Im Rahmen von eigenen Vorberechnungen hat sich gezeigt, dass mit $\beta = 0,15$ gute Ergebnisse erzielt werden konnten, so dass hier mit diesem Wert gerechnet wird. In Analogie zu Bild A2-5 und Gl. (A2.20) kann auch der Mode-II-Steifigkeitsmodul in traditionellen Parametern ausgedrückt werden. Der reduzierte Schubmodul kann dann aufgeschrieben werden als

$$\frac{1}{\beta \cdot G} = \frac{1}{G} + \frac{1}{D^{II}} \quad (\text{A2.28})$$

Damit kann der Mode-II-Steifigkeitsmodul ausgedrückt werden als

$$D^{II} = \frac{\beta}{1 - \beta} G = \frac{\beta}{1 - \beta} \cdot \frac{E}{2 + 2\mu} \quad (\text{A2.29})$$

Für die gesamte Risssteifigkeits-Matrix ergibt sich somit in traditionellen Parametern:

$$D^{cr} = \begin{bmatrix} \frac{E \cdot E_t}{E - E_t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta}{1 - \beta} \cdot \frac{E}{2(1 + \mu)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta}{1 - \beta} \cdot \frac{E}{2(1 + \mu)} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.30})$$

A2.3 BETON UNTER DRUCKBEANSPRUCHUNG

Analog zur Beschreibung des Materialmodells für Zugbeanspruchung werden auch hier zunächst das Werkstoffverhalten beim einaxialen Druckversuch und ein geeignetes Materialmodell zur Beschreibung dieses Verhaltens beschrieben. Danach erfolgt die Erweiterung dieses Modells auf den räumlichen Fall unter Berücksichtigung der Einflüsse aus mehraxialem Druck bzw. aus Rissbildung im umgebenden Beton.

Beim einaxialen Druckversuch verhält sich Normalbeton ($f_c \leq 55 \text{ N/mm}^2$) bis ca. 40% der maximalen Druckfestigkeit linear-elastisch. Bereits im Beton vorhandene Mikrorisse, die z.B. infolge Schwinden der Zuschlagskörner in der Kontaktfuge zwischen Zuschlag und Zementmatrix entstanden sind, haben bis zu diesem Spannungsniveau keinen Einfluss auf das Tragverhalten des Betons (Bild A2-7 b), Punkt A).

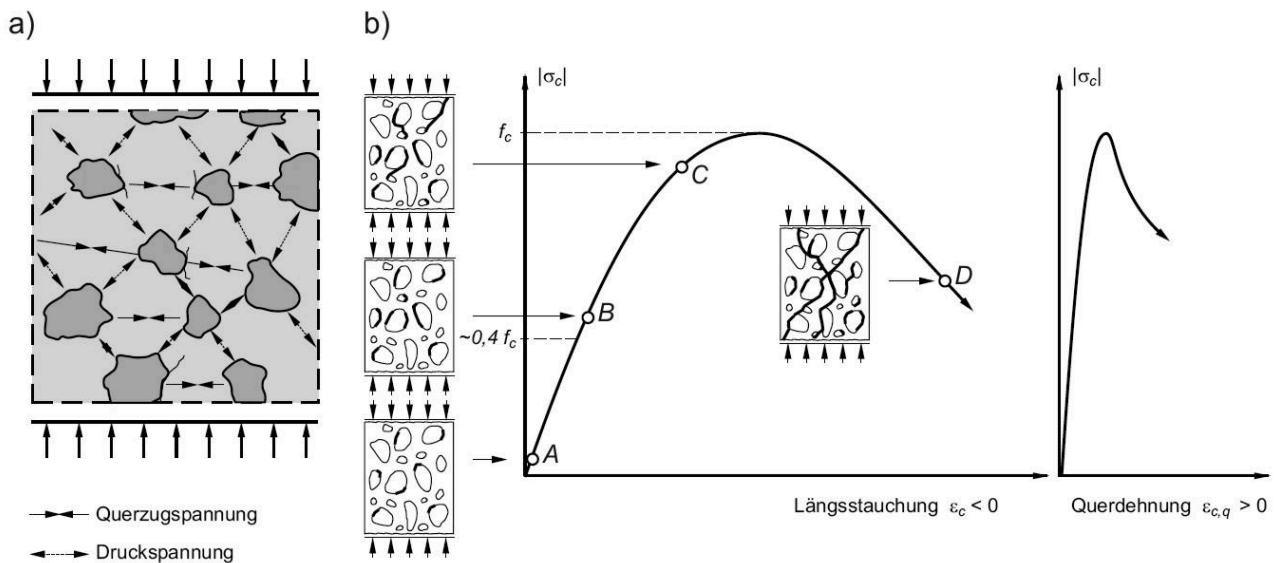


Bild A 2-7: Modell des Tragverhaltens von Normalbeton, a) Modellvorstellung (Meso-Ebene), b) Spannungs-Dehnungs-Beziehung (aus [36])

Da die Druckfestigkeit der Zuschläge bei normalfesten Betonen deutlich größer ist als die der Zementmatrix, erfolgt die Übertragung von Druckspannungen in erster Linie durch die Zuschläge. Aus der ungleichmäßigen Größe, Verteilung und Oberfläche der Zuschläge und der daraus resultierenden lokalen Umlenkung der Kräfte ergeben sich in etwa senkrecht zur Belastungsrichtung verlaufende Querzugspannungen (Bild A2-7 a)). Diese Querzugspannungen führen ab ca. 40% der maximalen Druckfestigkeit dazu, dass sich die vorhandenen Mikrorisse vergrößern und zusätzliche Risse entstehen ((Bild A2-7 b), Punkte B und C). Bei weiterer Laststeigerung vereinigen sich diese Mikrorisse zu gut sichtbaren Makrorissen, die zu einer deutlichen Abminderung der Steifigkeit und schließlich zum Bruch führen (Bild A2-7 b), Punkt D) [36].

Der Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie im einaxialen Druckversuch ist in erster Linie abhängig von der Mischungszusammensetzung des Betons (siehe Bild A2-8), wird aber durch

weitere Parameter wie Belastungsgeschwindigkeit, Versuchseinrichtung oder Probengeometrie maßgeblich beeinflusst.

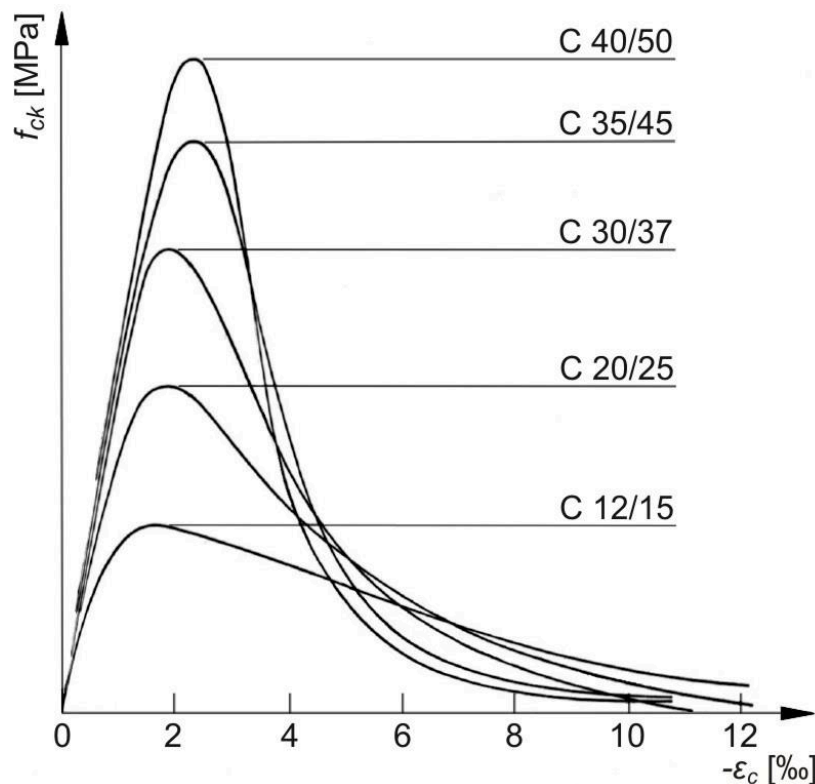


Bild A 2-8: Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für verschiedene Betone (nach [140])

Ursächlich für den Einfluss der Versuchseinrichtung und der Prüfkörpergeometrie ist die Querdehnungsbehinderung im Bereich der Kontaktfläche zwischen Probe und Belastungseinrichtung, die zu reduzierten Querdehnungen und damit zu reduzierter Rissbildung in den Endbereichen des Prüfkörpers führt. Bei gedrunenen Probekörpern werden daher bei gleicher Mischungszusammensetzung größere Druckfestigkeiten gemessen als bei schlanken Probekörpern, bei starrer Auflagerung mittels Stahlplatten größere Druckfestigkeiten als bei weicher Auflagerung mit Stahldrahtbürsten (Bild A2-9). Für die Berechnungen mittels DIANA wird als Eingabeparameter die einaxiale Zylinderdruckfestigkeit f_c benötigt (Normzylinder mit 150 mm Durchmesser und 300 mm Höhe, Bild A2-9 c)).

In DIANA werden als Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung im *Total Strain Model* die auf Bild A2-10 angegebenen Arbeitslinien zur Verfügung gestellt. Prinzipiell ist eine realistische Beschreibung des Werkstoffverhaltens von Beton unter Druckbeanspruchung (siehe Bild A2-8) mit dem Modell von THORENFELDT ET. AL. (Bild A2-10 c)) und mit einer multilinearen Spannungs-Dehnungs-Linie (Bild A2-10 e)) zur Beschreibung anderer, nicht implementierter Arbeitslinien (etwa aus dem Model Code 2010 [34]), möglich. Da die multi-lineare Arbeitslinie in DIANA nicht mit den später beschriebenen Modellen zur Berücksichtigung von mehraxialen Druckspannungszuständen und zur Beschreibung des Einflusses von Rissen auf die Betondruckfestigkeit kombiniert werden kann, kann hier sinnvollerweise nur das Modell von THORENFELDT ET. AL. [82] verwendet werden.

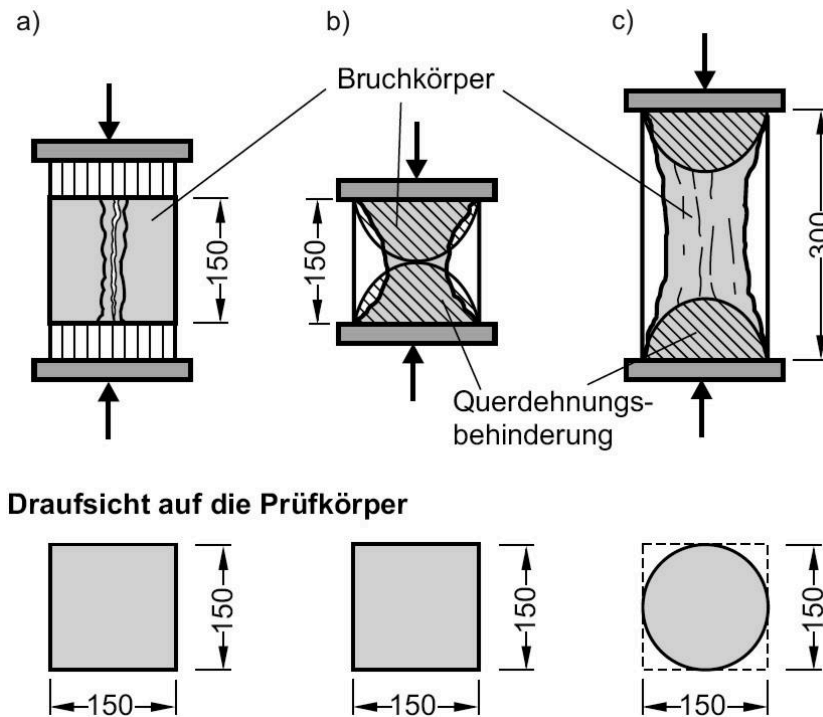


Bild A 2-9: Druckfestigkeitsprüfung mit Standardversuchskörpern (aus [36]);

- a) Würfel, Belastung über Stahldrahtbürsten,
b) Würfel, Belastung über starre Druckplatten,
c) Zylinder, Belastung über starre Druckplatten

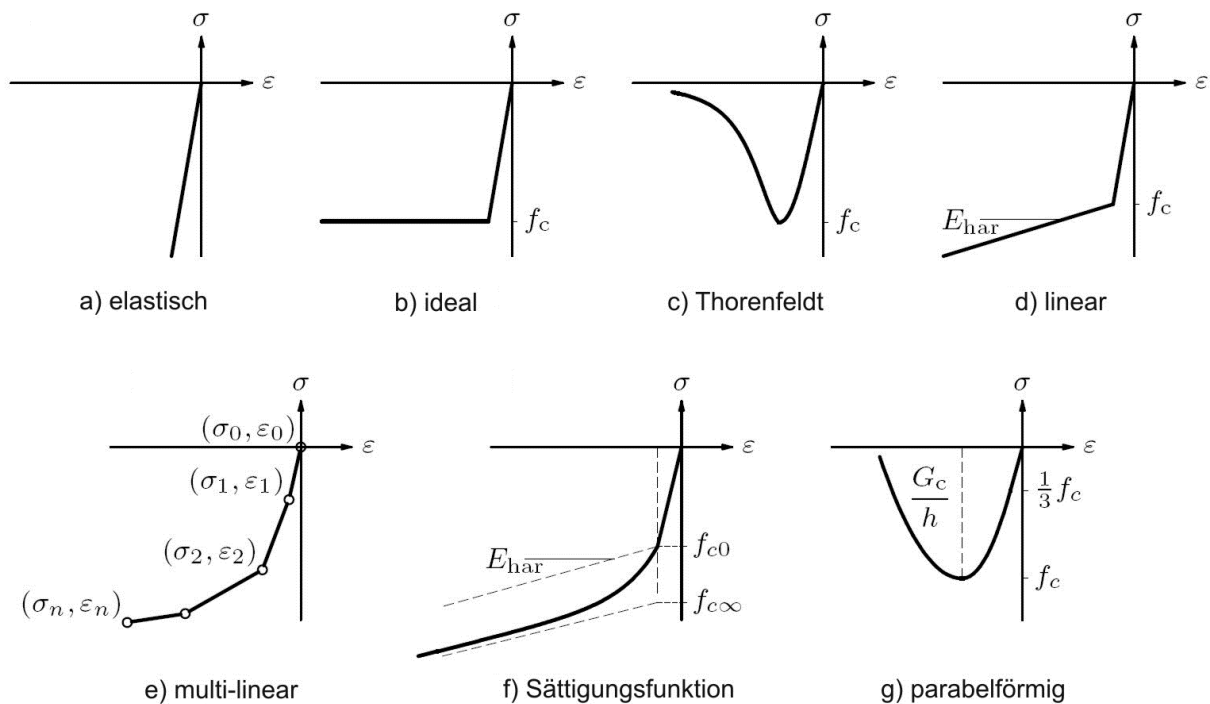


Bild A 2-10: In DIANA zur Verfügung gestellte Arbeitslinien für das Werkstoffverhalten von Beton unter Druckbeanspruchung (nach [129])

VECCHIO und COLLINS [84] stellten bei ihren Untersuchungen zur Druckfestigkeit von gerissenem Stahlbeton fest, dass sich mit diesem ursprünglich zur Beschreibung des Werkstoffverhaltens von hochfestem Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung abgeleiteten Modell das Verhalten von Beton für die volle Bandbreite von Druckfestigkeiten in sehr guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus 116 Versuchen beschreiben lässt.

Die in DIANA implementierte, auf der von COLLINS und PORASZ [141] bearbeiteten Fassung der THORENFELDT-Kurve basierende Gleichung hat die Form:

$$\sigma = -f_c \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \cdot \left(\frac{n}{n - \left(1 - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right)^{nk} \right)} \right) \quad (\text{A2.31})$$

mit

$$n = 0,80 + \frac{f_c}{17} \quad (\text{A2.32})$$

$$k = \begin{cases} 1 & \text{für } \varepsilon_{c1} < \varepsilon < 0 \\ 0,67 + \frac{f_c}{62} & \text{für } \varepsilon \leq \varepsilon_{c1} \end{cases} \quad (\text{A2.33})$$

$$\varepsilon_{c1} = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{f_c}{E_c} \quad (\text{A2.34})$$

In den Gl. A2.32 und A2.33 ist für f_c ist die Zylinderdruckfestigkeit in SI-Einheiten (N/m²) einzusetzen.

Wie eingangs beschrieben, erfolgt der Bruch beim einaxialen Druckversuch an Probekörpern aus normalfestem Beton infolge der auftretenden Querkzugspannungen in der Zementmatrix. Werden die Querdehnungen durch allseitigen Druck senkrecht zur Belastungsrichtung behindert, ist ein plastisches Materialverhalten und damit verbunden eine signifikante Erhöhung der einaxialen Betondruckfestigkeit zu verzeichnen (triaxialer Kompressionsversuch, $\sigma_3 < \sigma_2 \leq \sigma_1$, d.h. axiale Spannung betragsmäßig größer als radiale Spannungen). Der Bruch tritt hier durch ein Zerquetschen der Zementmatrix durch die Zuschläge ein. Allseitiger Zug senkrecht zur Belastungsrichtung führt zu einer Erhöhung der Querkzugspannungen und damit zu einer Reduzierung der einaxialen Betondruckfestigkeit (triaxialer Extensionsversuch, $\sigma_3 > \sigma_2 \geq \sigma_1$, d.h. axiale Spannung betragsmäßig kleiner als radiale Spannungen). Diesbezügliche Versuchsergebnisse sind z.B. bei [142], [143], [144], [145], [44] und [146] zu finden.

Wie in Abs. 2.1 beschrieben, ist das Durchstanzproblem durch einen dreiaxialen Druckspannungszustand im Lasteinleitungsbereich gekennzeichnet. Die Verwendung der einaxialen Betondruckfestigkeit für die Simulation eines Durchstanzproblems würde daher zu einer deutlichen Unterschätzung der Tragfähigkeit führen. Für eine möglichst hohe Prognosegüte bei der Simulation des Durchstanzproblems mit der Finiten Elemente Methode wird daher ein dreiaxiales Stoffgesetz

benötigt, mit dem das nicht-lineare Tragverhalten des Werkstoffs Beton im Druckbereich realistisch abgebildet werden kann. Der im ebenen Fall in der Regel verwendeten Grenzspannung entspricht im räumlichen Fall eine Bruchspannungsfläche, die alle ertragbaren Beanspruchungen umhüllt und die durch ein Versagenskriterium („*failure criterion*“) mathematisch beschrieben werden kann [36]. Auf Bild A2-11 ist die Bruchspannungsfläche für Beton dargestellt. Aus den v. g. Versuchsergebnissen wird deutlich, dass sie folgende charakteristische Eigenschaften hat [147; 148]:

- Die Form der Bruchspannungsfläche kann durch Schnitte senkrecht zur hydrostatischen Achse, d.h. durch die sich hierdurch ergebenden Deviatorebenen, und durch die Meridiane, die die Meridianebenen begrenzen, beschrieben werden.
- Jede Deviatorebene besitzt sechsfache Symmetrie.
- Die Bruchspannungskurven der Deviatorebenen sind glatt und konvex.
- Im Bereich von Zug- und kleinen Druckspannungen haben die Deviatorebenen eine nahezu dreieckige Form. Bei größeren Druckspannungen nähert sich die Form der Deviatorebenen zunehmend einem Kreis an.
- Die Meridiane sind ebenfalls glatt und konvex.
- Die Meridiane bei $\sigma_3 < \sigma_2 = \sigma_1$, $\sigma_1 < \sigma_2 = \sigma_3$ und $\sigma_2 < \sigma_1 = \sigma_3$ heißen Druckmeridiane, die Meridiane bei $\sigma_3 > \sigma_2 = \sigma_1$, $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ und $\sigma_3 > \sigma_2 = \sigma_1$ Zugmeridiane. Die Meridiane bei $\sigma_3 < \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 < \sigma_1$, $\sigma_3 < \sigma_1 = (\sigma_2 + \sigma_3)/2 < \sigma_2$, $\sigma_1 < \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 < \sigma_3$, $\sigma_1 < \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_2)/2 < \sigma_2$, $\sigma_2 < \sigma_1 = (\sigma_2 + \sigma_3)/2 < \sigma_3$ und $\sigma_2 < \sigma_3 = (\sigma_2 + \sigma_1)/2 < \sigma_1$ werden Schubmeridiane genannt.

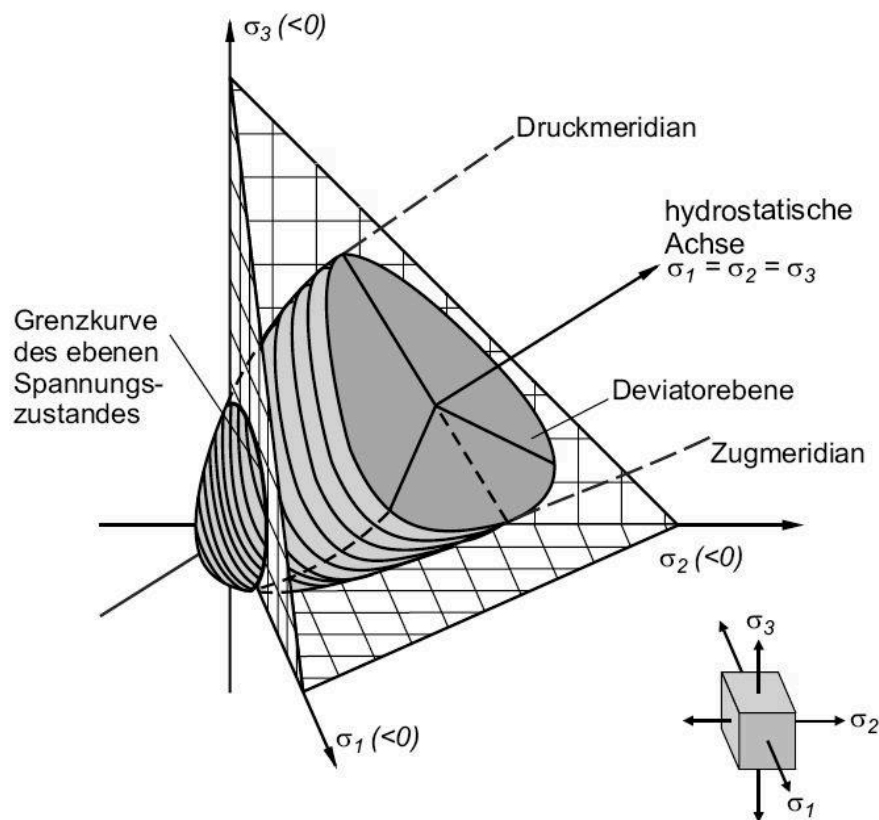


Bild A 2-11: Bruchspannungsfläche für Beton im Hauptspannungsraum (aus [36])

Die Definition des Grenzspannungszustands erfolgt üblicherweise mit den Methoden der Kontinuumsmechanik in Form von Versagenshypothesen. Diese haben allgemein die Form

$$F(\sigma_{ij}) = 0 \quad (\text{A2.35})$$

Spannungspunkte, für die Gl. A2.35 gilt, liegen auf der Bruchspannungsfläche (plastisches Werkstoffverhalten), Spannungspunkte mit $F(\sigma_{ij}) < 0$ liegen innerhalb der Bruchspannungsfläche (linear-elastisches oder plastisches Materialverhalten).

Da es sich bei Beton um einen isotropen Werkstoff handelt, ist die Beschreibung des Grenzspannungszustands unabhängig von der Wahl des Koordinatensystems. F ist somit invariant und kann wahlweise durch die Angabe von Hauptspannungen oder durch die Invarianten des Spannungstensors eindeutig beschrieben werden. Die Darstellung mittels Invarianten hat sich insbesondere bei der Formulierung von Versagenshypothesen mit mehr als zwei Versagensparametern als vorteilhaft erwiesen und wird daher im Folgenden verwendet. Eine Erläuterung zur Darstellung des Spannungstensors im Invariantenraum ist in Anhang A2.5 zu finden.

In der Literatur ist eine Vielzahl von 1-, 2-, 3-, 4- und 5-parametrischen Versagenshypothesen zu finden. Ein Überblick ist z.B. in [148] und [147] zu finden. In DIANA sind drei 1-parametrische Versagenshypothesen (*RANKINE*, *TRESCA* und *VAN MISES*), zwei 2-parametrische Versagenshypothesen (*DRUCKER-PRAGER* und *MOHR-COULOMB*) und eine 4-parametrische Versagenshypothese (*HSIEH-TING-CHEN*) implementiert.

Beim *RANKINE*-Kriterium tritt der Bruch beim Erreichen einer maximalen Normalspannung ein. Die Bruchspannungsfläche wird durch drei Ebenen gebildet, die senkrecht auf jeweils zwei der Ebenen stehen, die durch die Achsen σ_1 , σ_2 und σ_3 aufgespannt werden (Bild A2-12). Dieses Kriterium ist bei spröden Werkstoffen zur Beschreibung des Bruchverhaltens unter Zugbeanspruchung geeignet. Für mehraxiale Druckspannungszustände liefert es hingegen nur sehr grobe Näherungen, da der Einfluss der beiden anderen Hauptnormalspannungen unberücksichtigt bleibt [149].

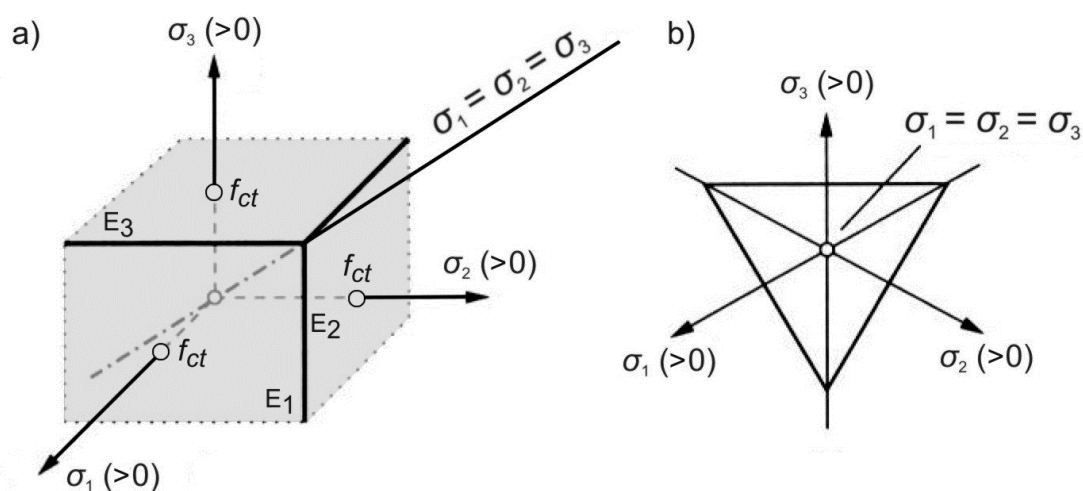


Bild A 2-12: *RANKINE'sches Bruchkriterium (nach [149]);*
a) im Hauptspannungsraum, b) in der Deviatorebene

Das Bruchkriterium nach *RANKINE* ergibt sich zu:

$$F(\sigma_{ij}) = \sigma_1 - f_{ct} = 0 \quad \text{bzw.} \quad F(\sigma_{ij}) = |\sigma_3| - f_c = 0 \quad (\text{A2.36})$$

Aufgrund der ausgeprägten mehraxialen Druckspannungszustände beim Durchstanzen ist diese Versagenshypothese für die Beschreibung des Werkstoffverhaltens im vorliegenden Fall nicht geeignet und wurde bei den Voruntersuchungen nicht weiter verfolgt.

Sowohl bei der Schubspannungshypothese von *TRESCA* als auch bei der Gestaltänderungshypothese nach *VAN MISES* ist das Versagen abhängig vom Erreichen einer maximalen Schubspannung. Damit lassen sich Materialien, deren Versagen weitgehend unabhängig vom hydrostatischen Druck ist, realistisch beschreiben. Dies trifft auf eine Vielzahl von Metallen, z.B. auf Stahl, zu, so dass diese Kriterien häufig zur Beschreibung des Werkstoffverhaltens von Bewehrungsstahl verwendet werden. Das Bruchverhalten von Beton wird im Bereich mittelgroßer Druckspannungen wesentlich vom hydrostatischen Druck beeinflusst, so dass diese Kriterien zur Beschreibung des Materialverhaltens von Beton weniger geeignet sind. Beide Kriterien haben im Hauptspannungsraum die Gestalt eines Zylinders, beim *VAN MISES*-Kriterium mit kreisförmiger Grundfläche, beim *TRESCA*-Kriterium ist die Grundfläche ein Oktaeder (Bild A2-13). Die Bruchbedingungen lauten:

$$F(J_2, \theta) = \sqrt{J_2} \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) - k = 0 \quad (\text{Tresca}) \quad (\text{A2.37})$$

$$F(J_2) = J_2 - k^2 = 0 \quad (\text{van Mises}) \quad (\text{A2.38})$$

Darin ist k jeweils eine kritische Schubspannung, die experimentell zu bestimmen ist [147].

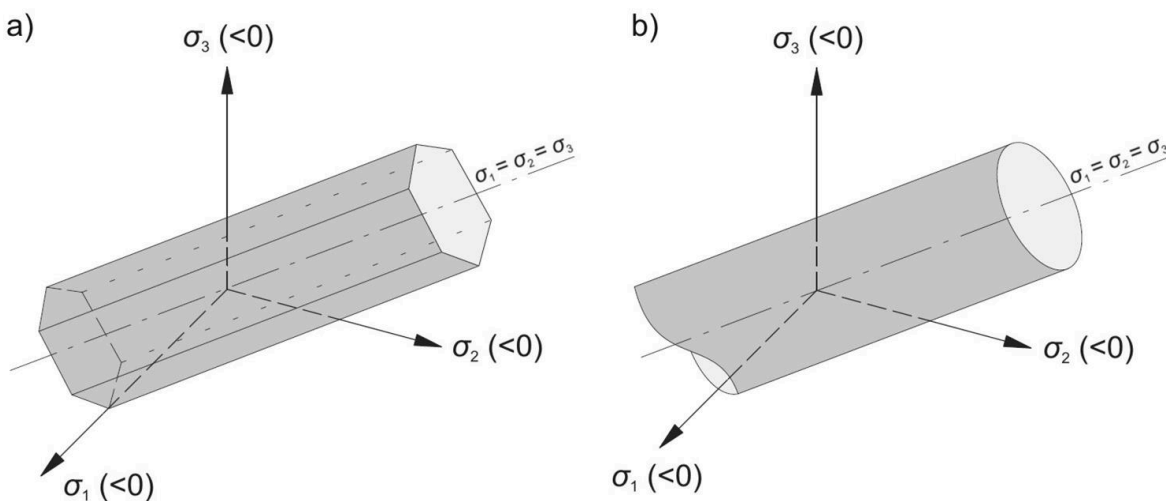


Bild A 2-13: Bruchspannungsflächen im Hauptspannungsraum,
a) *TRESCA*, b) *van MISES* (nach [150])

Offensichtlich sind Einparametermodelle nur sehr bedingt dazu geeignet, das Werkstoffverhalten von Beton adäquat zu beschreiben, da dieses sowohl vom hydrostatischen als auch vom deviatorischen Anteil bestimmt wird. Geeignete Versagenshypothesen sollten also keine zylindrische Gestalt annehmen. Dies hat zur Ableitung von 2-parametrischen Versagenshypothesen geführt, in denen beide Spannungsanteile Berücksichtigung finden. Kennzeichen der meisten dieser Zweiparametermodelle ist, dass alle Schnitte in der Deviatorebene geometrisch ähnlich, aber von unterschiedlicher Größe sind. Der hydrostatische Anteil bestimmt somit ausschließlich die Größe eines Deviatorschnitts. Dies gilt auch für die beiden gebräuchlichsten 2-parametrischen Modelle von *MOHR-COULOMB* und *DRUCKER-PRAGER* (Bild A2-14).

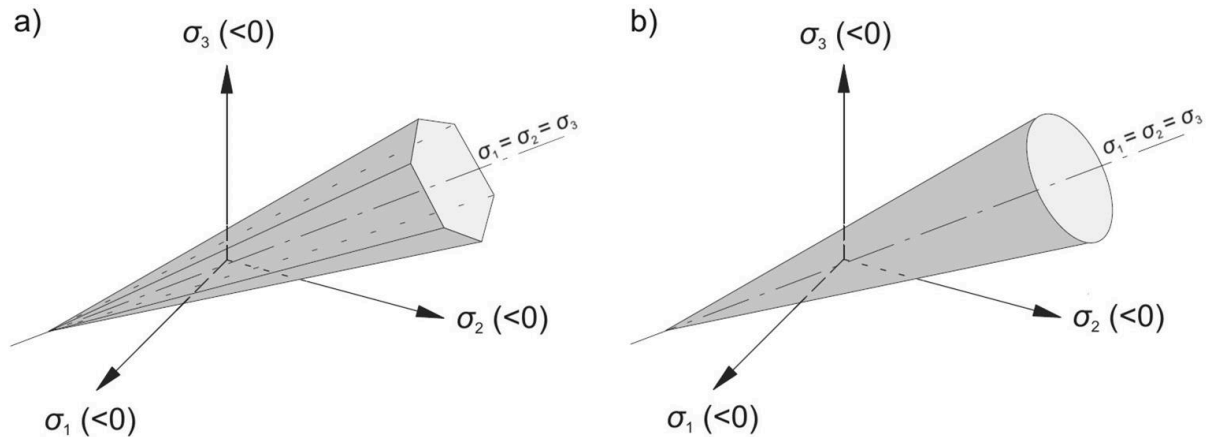


Bild A 2-14: Bruchspannungsflächen von a) *MOHR-COULOMB* und b) *DRUCKER-PRAGER* (nach [150])

Die Bruchspannungsfläche von *MOHR-COULOMB* hat im Hauptspannungsraum die Form einer unregelmäßigen sechseckigen Pyramide mit geraden Meridianen. Im ebenen Spannungszustand ist der Zusammenhang zwischen Normalspannungen und den zugehörigen Schubspannungen für einen durch Biegung und Querkraft beanspruchten Querschnitt durch Betrachtung des Mohr'schen Spannungskreises und der Coulomb'schen Grenzbedingung ersichtlich (Bild A2-15).

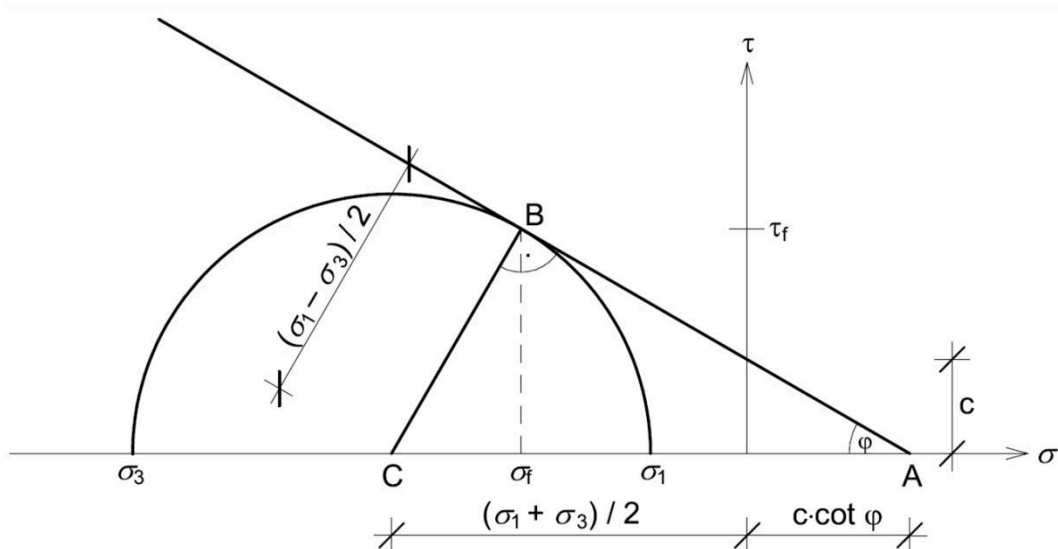


Bild A 2-15: Versagensbedingung nach *MOHR-COULOMB* (mit $\sigma_1 \geq \sigma_3$) (nach [149])

Der Bruch tritt ein, wenn die Schubspannung einen kritischen Wert τ_f annimmt, der sich aus dem Berührungspunkt des Mohr'schen Spannungskreis mit der Coulomb'schen Grenzbedingung ergibt. Diese ist durch eine Gerade mit der Gleichung

$$|\tau| = c - \sigma \tan(\varphi) \quad (\text{A2.39})$$

gegeben. Der Bruch wird somit durch die beiden Parameter φ (Reibungswinkel) und c (Kohäsion) bestimmt. Beide Größen sind werkstoffabhängige Festigkeitsparameter, die entsprechend dem ursprünglichen Anwendungsgebiet des Kriteriums mit den Begrifflichkeiten der Bodenmechanik bezeichnet werden. Aus den geometrischen Beziehungen des Dreiecks ABC lässt sich die Versagensbedingung herleiten:

$$F(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)\sin\varphi - c\cos\varphi = 0 \quad (\text{A2.40})$$

Mit $\sigma_{\max} = \sigma_1$ und $\sigma_{\min} = \sigma_3$ ergibt sich:

$$\sigma_{\max}(1 + \sin\varphi) - \sigma_{\min}(1 - \sin\varphi) = 2c\cos\varphi \quad (\text{A2.41})$$

Für eine Anwendung dieser Versagensbedingung auf Strukturen aus Beton bietet es sich an, Gl. A2.41 mit den Werkstoffkennwerten von Beton auszudrücken. Aus dem einaxialen Zugversuch erhält man mit $\sigma_{\max} = f_{ct}$ und $\sigma_{\min} = 0$

$$f_{ct} = \frac{2c\cos\varphi}{1 + \sin\varphi} \quad (\text{A2.42})$$

und aus dem einaxialen Druckversuch mit $\sigma_{\max} = 0$ und $\sigma_{\min} = -f_c$

$$f_c = \frac{2c\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} \quad (\text{A2.43})$$

und damit schließlich als alternative Schreibweise für Gl. A2.41

$$\frac{\sigma_{\max}}{f_{ct}} - \frac{\sigma_{\min}}{f_c} = 1 \quad (\text{A2.44})$$

Da die Versagenshypothese nach *MOHR-COULOMB* unabhängig von der mittleren Hauptspannung ist, ergeben sich aus Gl. A2.44 im Hauptspannungsraum die sechs Ebenen der auf Bild A2-14 a) dargestellten unregelmäßigen Pyramide. Die Schnittlinien dieser Ebenen sind Druck- bzw. Zugmeridiane. Für den Sonderfall $\varphi = 0$ erhält man aus Gl. A2.44 die Versagenshypothese von

TRESCA, wie aus der Betrachtung der Versagenshypothese nach *MOHR-COULOMB* in Invariantendarstellung ersichtlich ist [147; 149]:

$$F(I_1, J_2, \theta) = \frac{1}{3} I_1 \sin \varphi + \sqrt{J_2} \sin \left(\theta + \frac{1}{3} \pi \right) + \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \cos \left(\theta + \frac{1}{3} \pi \right) - c \cos \varphi = 0 \quad (\text{A2.45})$$

Mit der Versagenshypothese von *MOHR-COULOMB* lässt sich das Versagensverhalten von Beton für die Beanspruchungsbereiche, die von praktischem Interesse sind, in guter Approximation beschreiben. Dies hat in Kombination mit der Einfachheit dieses Modells dazu geführt, dass es bei der Untersuchung von bewehrten und unbewehrten Betonstrukturen mit der Finite Elemente Methode weite Verbreitung gefunden hat [147]. Daher wurden bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Voruntersuchungen zahlreiche Berechnungen mit der Versagenshypothese von *MOHR-COULOMB* durchgeführt. Es zeigte sich, dass das Durchstanztragverhalten mit diesem Modell prinzipiell realistisch simuliert werden kann, sowohl in Hinblick auf die Last-Verformungs-Beziehungen als auch auf den Tragmechanismus. Allerdings wurde bei diesen Berechnungen ein wesentlicher Nachteil des Modells bestätigt: Da die Oberfläche der sechseitigen Versagensfigur nicht glatt ist, treten an den Schnittlinien der sechs Bruchflächen Singularitäten auf, die zu numerischen Schwierigkeiten führten (gehäuftes Auftreten von Divergenzen). Da außerdem die Rechenzeiten sehr lang waren, wurde der Ansatz, das Durchstanzproblem mit dem Modell von *MOHR-COULOMB* zu untersuchen, nicht weiter verfolgt. Bei der Formulierung von Interfaceeigenschaften (Anhang A2.4) wird jedoch darauf zurückgegriffen.

Eine glatte Näherung des Modells von *MOHR-COULOMB* stellt die Versagenshypothese von *DRUCKER-PRAGER* dar. Sie hat im Hauptspannungsraum die Gestalt eines Kegels, dessen Achse mit der hydrostatischen Achse zusammenfällt (Bild A2-14 b)). Die Versagensbedingung lautet

$$F(I_1, J_2) = \alpha I_1 + J_2 - k = 0 \quad (\text{A2.46})$$

mit α und k als positive Materialkonstanten. Der Sonderfall $\alpha = 0$ zeigt, dass es sich bei der Versagenshypothese von *DRUCKER-PRAGER* um eine einfache Erweiterung des *VAN MISES* – Kriteriums handelt. Dem Vorteil einer glatten Versagensfigur steht gegenüber, dass der lineare Zusammenhang zwischen I_1 und J_2 nicht in Übereinkunft mit Versuchsergebnissen steht, die einen nichtlinearen Zusammenhang zeigen. Mit dem *Drucker-Prager* Kriterium durchgeführte Vorberechnungen führten dementsprechend zu unbefriedigenden Ergebnissen [151], so dass auch dieser Ansatz nicht weiter verfolgt wurde.

Das Vierparameterkriterium von *HSIEH-TING-CHEN* [152] wurde auf Grundlage der eingangs beschriebenen geometrischen Eigenschaften der Bruchspannungsfläche von Beton hergeleitet. Die Versagensfigur hat dementsprechend gekrümmte Druck- und Zugmeridiane, die Deviatorschnitte haben die Form eines Dreiecks mit konvexen Seiten. Die Versagenshypothesen von *VAN MISES*, *MOHR-COULOMB*, *DRUCKER-PRAGER* und *RANKINE* sind als Sonderfälle im *HSIEH-TING-CHEN* - Kriterium enthalten (Bild A2-16).

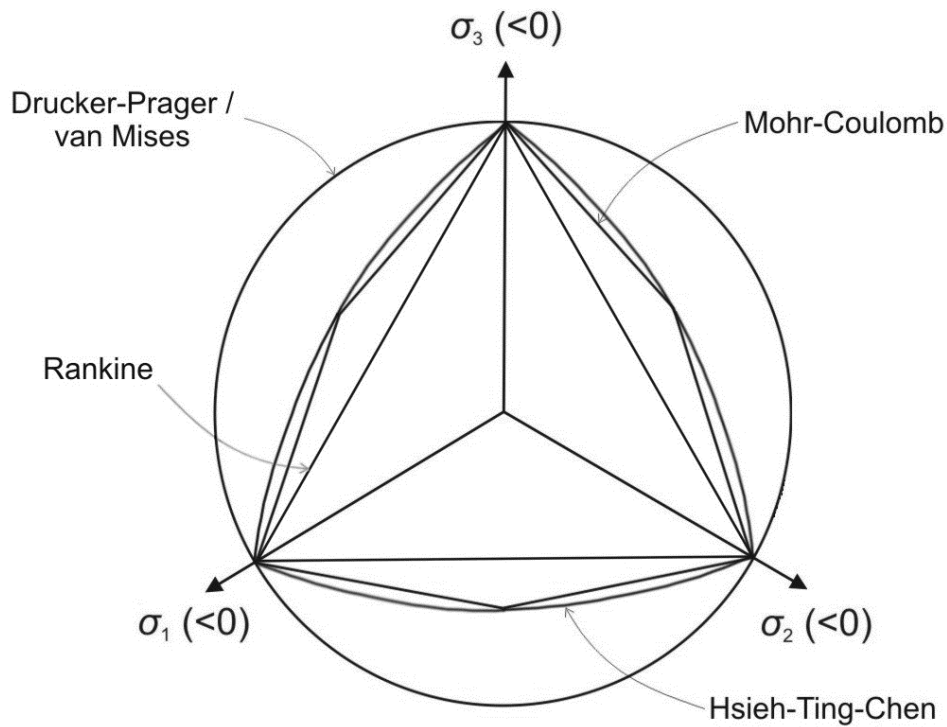


Bild A 2-16: Verschiedene Versagenskriterien im Vergleich (Deviatorebene)
(nach [152] und [153])

In allgemeiner Form lautet das *HSIEH-TING-CHEN* –Kriterium

$$F(I_1, J_2, \sigma_{ij}, f_c) = A \frac{J_2}{f_c^2} + B \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + C \frac{\sigma_1}{f_c} + D \frac{I_1}{f_c} - 1 = 0 \quad (\text{A2.47})$$

Die Materialkonstanten A bis D wurden so gewählt, dass Gl. A2.47 folgende rechnerische Festigkeiten erzielt:

1. beim einaxialen Druckversuch f_c ,
2. beim einaxialen Zugversuch $f_{ct} = 0,1f_c$,
3. beim zweiaxialen Druckversuch $f_{bc} = 1,15f_c$ (auf Grundlage von [142]),
4. beim dreiaxialen Druckversuch Übereinstimmung des Druckmeridians ($\theta = 60^\circ$) mit den Versuchsergebnissen von [143] und [144].

Als Ergebnis dieser Untersuchungen kann das Kriterium angegeben werden zu

$$F(I_1, J_2, \sigma_{ij}, f_c) = 2,0108 \frac{J_2}{f_c^2} + 0,9714 \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + 9,1412 \frac{\sigma_1}{f_c} + 0,2312 \frac{I_1}{f_c} - 1 = 0 \quad (\text{A2.48})$$

Spannungszustände, die innerhalb der durch Gl. A2.48 aufgespannten Versagensfigur liegen, können elastisch oder plastisch sein. Die Abgrenzung des plastischen Bereichs vom elastischen Bereich erfolgt durch eine Funktion mit derselben Form wie Gl. A2.48, jedoch mit $f_c = 0,3 \sim 0,6 f_c$. Innerhalb der durch diese Fließbedingung („*yield criterion*“) definierten Fließfigur liegende Spannungszustände sind elastisch, zwischen dieser und der Versagensfigur liegende sind plastisch. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung im elastischen Bereich wird durch das Gesetz von *HOOK* beschrieben. Es gilt:

$$\sigma = \varepsilon^{el} \cdot E_0 \quad (A2.49)$$

Darin ist E_0 der Elastizitätstensor für isotrope Materialien, der vom Elastizitätsmodul E und der Querdehnzahl ν abhängig ist:

$$E_0 = \frac{E \cdot (1 - \nu)}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} \left\{ \begin{array}{cccccc} 1 & \frac{\nu}{1 - \nu} & \frac{\nu}{1 - \nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1 - \nu} & 1 & \frac{\nu}{1 - \nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1 - \nu} & \frac{\nu}{1 - \nu} & 1 & \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} \end{array} \right\} \quad (A2.50)$$

Spannungszustände im plastischen Bereich werden in der Plastizitätstheorie üblicherweise beschrieben, indem ein Dehnungsinkrement in einen elastischen und einen plastischen Anteil aufgespalten wird:

$$d\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{el} + \varepsilon_{ij}^{pl} \quad (A2.51)$$

Zur Beschreibung des plastischen Dehnungsanteils wird neben der Fließbedingung die Fließregel und die Ver- bzw. Entfestigungsregel benötigt. Die Fließregel („*flow rule*“) beschreibt die Entwicklung der plastischen Verformungen im Laufe der Belastungsgeschichte. Die partielle Ableitung der Fließregel, die durch das plastische Potential („*plastic potential*“) G ausgedrückt wird, gibt die Fließrichtung und damit die Richtung der plastischen Dehnungsinkremente („*plastic strain rates*“) an. Es gilt:

$$d\varepsilon_{ij}^{pl} = d\lambda \cdot \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{mit } d\lambda \geq 0. \quad (A2.52)$$

Der sog. plastische Multiplikator $d\lambda$ gibt die Größe des plastischen Dehnungsvektors $d\epsilon^{pl}$ an, der sich aus einem deviatorischen Dehnungsanteil $d\epsilon_s^{pl}$ und einem volumetrischen Dehnungsanteil $d\epsilon_v^{pl}$ zusammensetzt (Bild A2-17). Bei Ansatz einer assoziierten Plastizität sind Fließbedingung und Fließregel identisch ($F = G$), und der Vektor steht senkrecht auf der Fließfläche (Bild A2-17 links). Bei einer nicht assoziierten Plastizität („*non-associated plasticity*“, $F \neq G$) kann die Richtung des plastischen Dehnungsvektors unabhängig von der Fließfläche angegeben und damit der volumetrische Dehnungsanteil gesteuert werden (Bild A2-17 rechts).

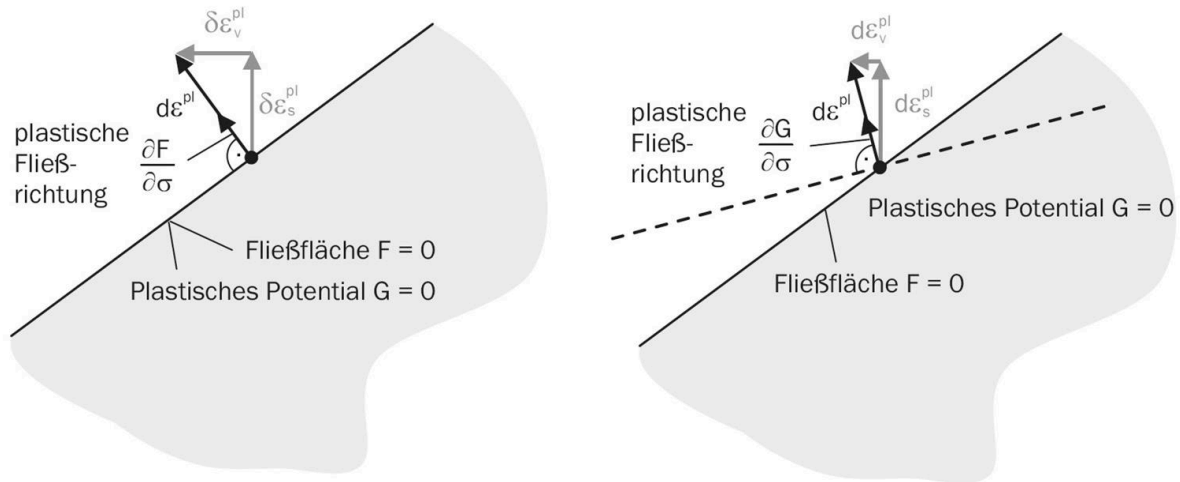


Bild A 2-17: Assoziierte (links) und nicht assoziierte Plastizität (rechts) (aus [153])

Beim *HSIEH-TING-CHEN* –Kriterium wird mit assoziierter Plastizität gearbeitet. Das plastische Potential ergibt sich dementsprechend analog zu Gl. A2.47 zu

$$G(I_1, J_2, \bar{\sigma}_{ij}, \tau) = A \frac{\bar{J}_2}{\tau(\epsilon_p^i)} + B \sqrt{\bar{J}_2} + C \bar{\sigma}_1 + D \bar{I}_1 - \tau(\epsilon_p^i) = 0 \quad (A2.53)$$

Darin ist $\tau(\epsilon_p^i)$ die Ver- bzw. Entfestigungsregel („*hardening rule*“), die beschreibt, wie sich das Material bei Einsetzen des Fließens verhält. Möglich sind verfestigendes ($d\sigma > 0$, $d\epsilon > 0$), entfestigendes ($d\sigma < 0$, $d\epsilon > 0$) und nichtverfestigendes ($d\sigma = 0$, $d\epsilon > 0$) Materialverhalten. Bei einer Verfestigung ist zwischen einer volumetrisch isotropen Verfestigung (Begrenzung der hydrostatischen Spannungen durch eine Kappe, auch „*Kappenmodell*“ genannt), einer deviatorisch isotropen Verfestigung (Vergrößerung der Fließfläche) und einer kinematischen Verfestigung (Translation der Fließfläche aus der Richtung der Raumdiagonalen hinaus) zu unterscheiden. Mit dem von *HSIEH ET. AL.* vorgeschlagenen Verfahren lassen sich sowohl isotropische als auch kinematische Verfestigung („*mixed hardening*“) sowie Entfestigung berücksichtigen. Für diesbezügliche Details wird auf [152] verwiesen.

Mit Hilfe von Gl. A2.48 kann eine Versagensspannung f_{c3f} berechnet werden, bei der der Beton bei gleichzeitiger Beanspruchung in den beiden anderen Hauptspannungsrichtungen versagt. Das Verhältnis zwischen dieser mehraxialen Druckfestigkeit und der einaxialen Druckfestigkeit kann durch den Spitzenspannungsfaktor K_σ ausgedrückt werden:

$$K_{\sigma} = \frac{f_{c3,f}}{f_c} \geq 1 \quad (\text{A2.54})$$

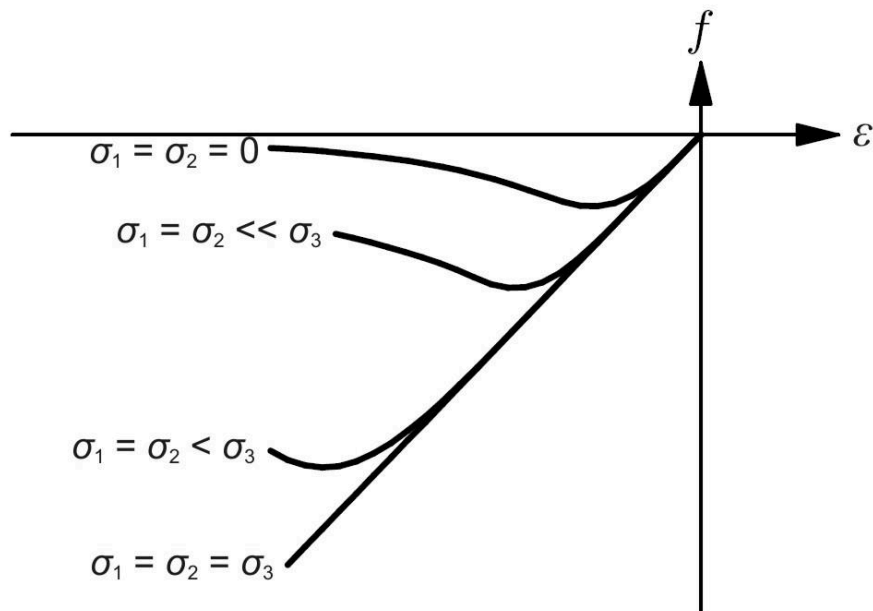
Die Versagensspannung $f_{c3,f}$ erzeugt Dehnungen, die größer sind als die zur maximalen Spannung der Kurve für die einaxiale Festigkeit nach *THORENFELDT* gehörende Dehnung ε_{cl} (Gl. A2.34). In DIANA wird vereinfachend angenommen, dass der Faktor K_{ε} , der das Verhältnis der zu den maximalen Spannungen $f_{c3,f}$ und f_c gehörenden Dehnungen ε_p und ε_{cl} angibt, dieselbe Größe hat wie K_{σ} :

$$K_{\varepsilon} = K_{\sigma} \quad (\text{A2.55})$$

Damit ergibt sich für die zur maximalen Spannung $f_{c3,f}$ gehörende plastische Dehnung

$$\varepsilon_p = K_{\sigma} \varepsilon_{cl} \quad (\text{A2.56})$$

Die Gleichungen A2.48 bis A2.56 führen zu einer Anpassung der Betondruckfestigkeit in Abhängigkeit vom Querdruck, wie sie auf Bild A2-18 dargestellt ist.



*Bild A 2-18: Anpassung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton infolge Querdruck
(nach [129])*

Die mit wachsendem Querdruck ansteigende Duktilität des Betons wird berücksichtigt, indem der absteigende Ast der *THORENFELDT*-Kurve (Bild A2-10 c) und Gl. A2.31) durch einen linearen Ansatz angepasst wird [129]:

$$\sigma = -f_p \left(1 - (1-r) \frac{\varepsilon - \varepsilon_{cl}}{\varepsilon_{clu} - \varepsilon_{cl}} \right) \leq -rf_p \quad (\text{A2.57})$$

Darin ist f_p die maximale Betonspannung bei gleichzeitiger Beanspruchung in den beiden anderen Hauptspannungsrichtungen, rf_c gibt die Resttragfähigkeit des Materials an (Bild A2-19). Für r wird angenommen:

$$r = 0,1 \left(\frac{f_p}{f_c} \right)^3 \quad (\text{A2.58})$$

Für ε_{clu} wird angesetzt:

$$\varepsilon_{clu} = \varepsilon_{cl} \left(\frac{f_p}{f_c} \right)^3 \quad (\text{A2.59})$$

Diese Anpassung der *THORENFELDT*-Kurve wird nur für $f_p / f_c > 1,05$ vorgenommen, da kleinere Verhältnisse f_p / f_c nicht zu einer Steigerung der Duktilität führen [129].

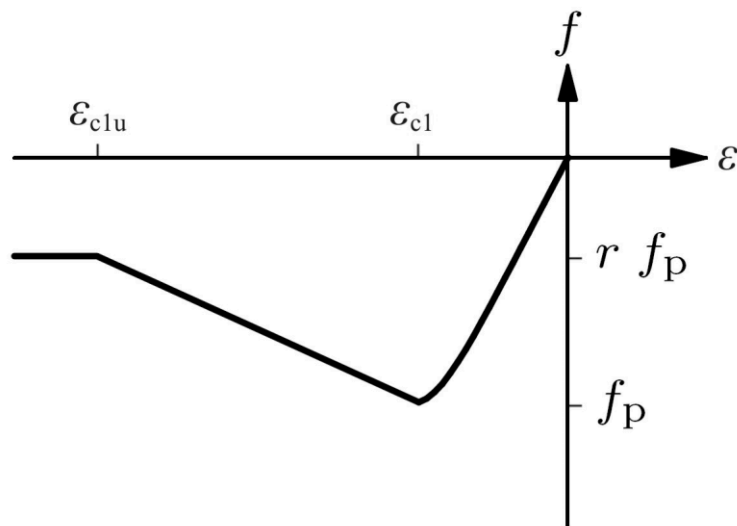


Bild A 2-19: Anpassung der *THORENFELDT*-Kurve bei Querdruck mit $f_p / f_c > 1,05$ (nach [129])

Wie bereits erwähnt, führen Zugspannungen senkrecht zur Druckbeanspruchung zu einer Vergrößerung der Querdehnungen und damit zu Rissbildung. Die Folge ist eine signifikante Abnahme der Betondruckfestigkeit in der Hauptbeanspruchungsrichtung. Diesem auch als „*compression softening*“ bezeichneten Effekt wird üblicherweise Rechnung getragen, indem die

Kurve für die einaxiale Betondruckfestigkeit durch einen Entfestigungsparameter $\beta_{\sigma cr}$ modifiziert wird. In der Vergangenheit wurden verschiedene Ansätze für $\beta_{\sigma cr}$ abgeleitet, bei denen entweder nur die Druckfestigkeit oder sowohl die Druckfestigkeit als auch die zugehörigen Dehnungen angepasst werden. *VECCHIO* und *COLLINS* haben auf Datenbasis von insgesamt 116 Versuchen verschiedene in der Literatur beschriebene Ansätze ausgewertet und zwei eigene Modelle präsentiert [84]. Sie stellen fest, dass die Abminderung der Druckfestigkeit von Stahlbeton infolge Querkzug im Wesentlichen durch die Querdehnung ε_{lat} bestimmt wird. Andere Parameter wie Rissorientierung in Bezug auf die Bewehrungslage, Rissrotation, Art der Bewehrung und Betonfestigkeit hatten nur geringen Einfluss auf das „compression softening“. In DIANA ist daher das „Modell B“ von *VECCHIO* und *COLLINS* implementiert (Bild A2-20), bei dem ausschließlich die Druckfestigkeit durch einen nur von ε_{lat} abhängigen Entfestigungsparameter $\beta_{\sigma cr}$ angepasst wird:

$$\beta_{\sigma cr} = \frac{1}{1 + K_c} \quad (A2.60)$$

mit

$$K_c = 0,27 \left(\frac{\varepsilon_{lat}}{\varepsilon_1} - 0,37 \right) \quad (A2.61)$$

$$\varepsilon_{lat} = \sqrt{\varepsilon_{l,1}^2 + \varepsilon_{l,2}^2} \quad (A2.62)$$

Darin sind $\varepsilon_{l,1}$ und $\varepsilon_{l,2}$ die Querdehnungen in den beiden Spannungshaupttrichtungen senkrecht zur Hauptbelastungsrichtung. *VECCHIO* und *COLLINS* schlagen auf Grundlage der Auswertung ihrer breiten Datenbasis die Verwendung der *THORENFELDT*-Kurve zur Beschreibung der einaxialen Betondruckfestigkeit vor. Das Verhalten von Stahlbeton unter Druckbeanspruchung bei gleichzeitigem Querkzug kann dann beschrieben werden, indem in den Gl. A2.31 bis A2.34 $\beta_{\sigma cr} f_c$ statt f_c gesetzt wird. Mit diesem Ansatz erzielten sie eine gute Übereinstimmung mit ihren und anderen Versuchsergebnissen.

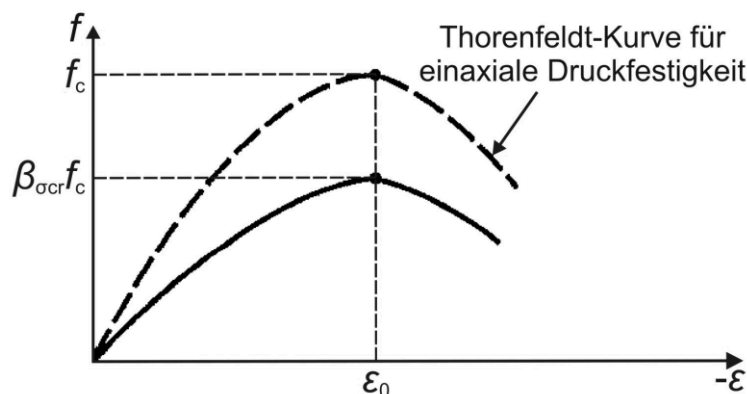


Bild A 2-20: Anpassung der THORENFELDT-Kurve mit dem Entfestigungsparameter $\beta_{\sigma cr}$ zur Berücksichtigung von Querkzugspannungen (nach [84])

A2.4 REIBUNG ZWISCHEN BETON UND STAHLKERN

Wie in Absatz 3.4.2 ausgeführt, erfolgt die Modellierung des Verbundes zwischen Stahlkern und umgebenden Beton mit Hilfe von Interface-Elementen. Nachfolgend wird das diesen Elementen zugewiesene elasto-plastische Materialgesetz beschrieben.

Die Verbundwirkung zwischen Stahl und Beton setzt sich zusammen aus den drei Komponenten Haft-, Reibungs- und Scherverbund. Letzterer tritt nur bei mechanischer Verzahnung zwischen einer profilierten Stahloberfläche und umgebenden Beton auf. Dies ist z.B. bei den heute gebräuchlichen Bewehrungsstählen mit gerippter Oberfläche der Fall. Stahlkerne werden üblicherweise walzblank hergestellt, also mit glatter Oberfläche, so dass Scherverbund für die Definition des Verbundes zwischen Stahlkern und Beton keine Rolle spielt. Das Gleiche gilt für den Haftverbund: Hierunter versteht man die Klebewirkung zwischen Beton und Stahl, die auf einer Adhäsion des Zementleims am Stahl beruht. Diese Klebewirkung wird in starkem Maße von der Oberflächenrauigkeit des Stahls beeinflusst und bereits durch kleinste Relativverschiebungen zerstört. Daher wird sie bei Berechnungen im Stahlbetonbau üblicherweise nicht in Ansatz gebracht. Relativverschiebungen rufen andererseits Reibungsverbund hervor, wenn gleichzeitig Druckbeanspruchungen senkrecht zur Kontaktfläche zwischen Stahl und Beton vorhanden sind [113]. Die Größe der Schubspannungen, die infolge Reibungsverbund in der Kontaktfläche übertragen werden, kann mit Hilfe des *COULOMB*'schen Reibungskoeffizienten μ ermittelt werden. Es gilt

$$t_t = \mu \cdot t_n \quad (\text{A2.63})$$

Darin ist t_t die Schubspannung in der Kontaktfläche und t_n die Normalspannung senkrecht zu dieser Fläche. In Analogie zur bereits beschriebenen *MOHR-COULOMB*-Plastizität (Bild A2-15) kann das *COULOMB*'sche Reibungsgesetz geometrisch wie in Bild A2-21 dargestellt interpretiert werden.

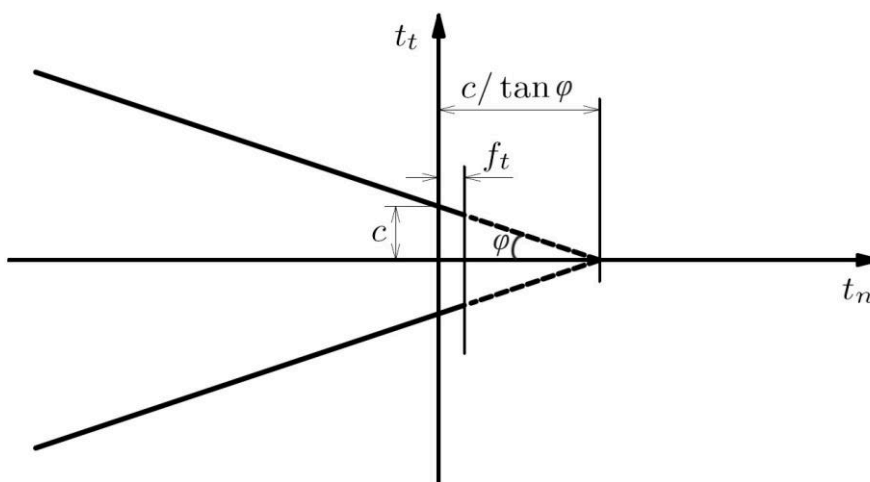


Bild A 2-21: Reibungsgesetz nach *COULOMB* (aus [129])

Mit den bereits bekannten Variablen φ und c lautet das Reibungsgesetz (s.a. Gl. A2.40):

$$t_t = c - \tan \varphi \cdot t_n \quad (\text{A2.64})$$

mit $\tan \varphi = \mu$ und c als Variable für den Haftverbund (hier $c = 0$). Der Vektor der Relativverschiebungen lässt sich analog zur Plastizität in einen reversiblen (elastischen) und einen irreversiblen (plastischen) Anteil zerlegen (siehe auch Gl. A2.51) [129]:

$$\Delta \dot{\mathbf{u}} = \Delta \dot{\mathbf{u}}^{el} + \Delta \dot{\mathbf{u}}^{pl} \quad (\text{A2.65})$$

Wie bei der *MOHR-COULOMB*-Plastizität sind zur Beschreibung des plastischen Verschiebungsanteils Fließbedingung F , plastisches Potenzial G und eine Ver- bzw. Entfestigungsregel erforderlich. Entsprechend den Ausführungen zum plastischen Werkstoffverhalten von Beton unter Druckbeanspruchung kann auch für die Verbundspannungen zwischen assoziierter ($\psi = \varphi$) und nicht assoziierter ($\psi \neq \varphi$) Plastizität unterschieden werden. Beide Möglichkeiten sind in DIANA implementiert, im Falle nicht assoziierter Plastizität wird mit einem konstanten Dilatanzwinkel ψ gearbeitet. Für dreidimensionale Interfaces ergibt sich nach dem *COULOMB*'schen Reibungsgesetz:

$$F(t_s, t_t, t_n, \kappa) = \sqrt{t_s^2 + t_t^2} + t_n \tan \varphi(\kappa) - c(\kappa) = 0 \quad (\text{A2.66})$$

$$G(t_s, t_t, t_n) = \sqrt{t_s^2 + t_t^2} + t_n \tan \psi = 0 \quad (\text{A2.67})$$

Darin sind t_s und t_t die Schubspannungen in der Kontaktfläche und κ eine interne Variable zur Beschreibung des Ver- bzw. Entfestigungsverhaltens. Es wird angenommen, dass κ vom irreversiblen Anteil der Relativverschiebungen in der Kontaktfläche abhängig ist [154]:

$$\dot{\kappa} = \int_{t=0}^t \sqrt{(\Delta u_s^{pl})^2 + (\Delta u_t^{pl})^2} d\tau \quad (\text{A2.68})$$

Die Richtung der irreversiblen Relativverschiebungen wird analog zu Gl. A2.52 mit Hilfe des plastischen Potenzials angegeben:

$$\Delta \dot{\mathbf{u}}^{pl} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{u}_s^{pl} \\ \Delta \dot{u}_t^{pl} \\ \Delta \dot{u}_n^{pl} \end{bmatrix} = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}} = \dot{\lambda} \begin{bmatrix} t_s / \sqrt{t_s^2 + t_t^2} \\ t_t / \sqrt{t_s^2 + t_t^2} \\ \tan \psi \end{bmatrix} \quad (\text{A2.69})$$

mit \mathbf{t} als dem Vektor der in der Kontaktfläche zu übertragenden Kräfte, der aus der elastischen Steifigkeitsmatrix und den reversiblen Relativverschiebungen ermittelt wird zu

$$\dot{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \dot{t}_s \\ \dot{t}_t \\ \dot{t}_n \end{bmatrix} = \mathbf{D}^{el} \Delta \dot{\mathbf{u}}^{el} \quad (\text{A2.70})$$

Für den irreversiblen Verschiebungsanteil muss die Konsistenzbedingung $\dot{F} = 0$ gelten, die sich mit Gl. A2.66 ergibt zu:

$$\dot{F} = \frac{\partial F^T}{\partial \mathbf{t}} \dot{\mathbf{t}} + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \dot{\kappa} = 0 \quad (\text{A2.71})$$

Aus Gl. A2.68 und Gl. A2.69 erhält man für die interne Variable

$$\dot{\kappa} = \int_{\tau=0}^t \sqrt{\left(\frac{\dot{\lambda} t_s}{\sqrt{t_s^2 + t_t^2}} \right)^2 + \left(\frac{\dot{\lambda} t_t}{\sqrt{t_s^2 + t_t^2}} \right)^2} d\tau = \dot{\lambda} \quad (\text{A2.72})$$

Der plastische Multiplikator kann mit Gl. A2.71 und A2.72 angegeben werden zu

$$\dot{\lambda} = - \frac{1}{\frac{\partial F}{\partial \kappa}} \frac{\partial F^T}{\partial \mathbf{t}} \dot{\mathbf{t}} = - \frac{1}{h} \frac{\partial F^T}{\partial \mathbf{t}} \dot{\mathbf{t}} \quad (\text{A2.73})$$

Darin ist h der sog. Verfestigungsmodul. Aus Gl. A2.70, Gl. A2.65, Gl. A2.69 und Gl. A2.73 ergibt sich der Vektor der in der Kontaktfläche zu übertragenden Kräfte schließlich zu

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{t}} &= \mathbf{D}^{el} \left\{ \Delta \dot{\mathbf{u}} - \Delta \dot{\mathbf{u}}^{pl} \right\} = \mathbf{D}^{el} \left\{ \Delta \dot{\mathbf{u}} - \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}} \right\} = \mathbf{D}^{el} \left\{ \Delta \dot{\mathbf{u}} - \frac{1}{h} \frac{\partial F^T}{\partial \mathbf{t}} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}} \dot{\mathbf{t}} \right\} \\ &= \left[\mathbf{D}^{el} - \frac{\mathbf{D}^{el} \frac{\partial F^T}{\partial \mathbf{t}} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{D}^{el}}{h + \frac{\partial F^T}{\partial \mathbf{t}} \mathbf{D}^{el} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{t}}} \right] \Delta \dot{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (\text{A2.74})$$

A2.5 DARSTELLUNG DES SPANNUNGSTENSORS IM INVARIANTENRAUM

Nachstehend wird die Darstellung des Spannungstensors im Invariantenraum kurz erläutert [147; 149; 148].

Der Spannungstensor σ_{ij} kann als Summe des rein *hydrostatischen Anteils* $\sigma_m \delta_{ij}$ und des *deviatorischen Anteils* s_{ij} , der einen reinen Schubspannungszustand beschreibt, angegeben werden:

$$\sigma_{ij} = \sigma_m \delta_{ij} + s_{ij} \quad (\text{A2.75})$$

mit der mittleren Normalspannung

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) = \frac{1}{3}\sigma_{ii} \quad (\text{A2.76})$$

In den Hauptspannungsebenen stimmen die Richtung des Spannungsvektors $t^{(n)}$ und des Normalenvektors \mathbf{n} überein, da solche Ebenen schubspannungsfrei sind. Es gilt

$$t_i^{(n)} = \sigma n_i \quad (\text{A2.77})$$

Mit Hilfe der *CAUCHY*'schen Formeln kann allgemein der Zusammenhang zwischen Spannungsvektor und Spannungstensor angegeben werden

$$t_i^{(n)} = \sigma_{ji} n_j \quad (\text{A2.78})$$

Durch Gleichsetzen der Gleichungen A2.77 und A2.78 erhält man

$$\sigma_{ji} n_j = \sigma n_i \quad (\text{A2.79})$$

und unter Verwendung von $n_i = \delta_{ji} n_j$

$$(\sigma_{ji} - \sigma \delta_{ji}) n_j = 0 \quad (\text{A2.80})$$

Darin ist δ_{ji} das *KRONECKERSYMBOL*

$$\delta_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases} \quad (\text{A2.81})$$

Um eine nichttriviale Lösung für das homogene lineare Gleichungssystem der Gleichung A2.80 finden zu können, muss die Koeffizientendeterminante verschwinden

$$\left| \sigma_{ji} - \sigma \delta_{ji} \right| = 0 \quad (\text{A2.82})$$

Hieraus folgt eine Polynomfunktion dritten Grades

$$-\sigma^3 + I_1 \sigma^2 - I_2 \sigma + I_3 = 0 \quad (\text{A2.83})$$

Da σ_1 , σ_2 und σ_3 und damit auch I_1 , I_2 und I_3 unabhängig von der Wahl des Koordinatensystems sind, werden I_1 , I_2 und I_3 die *Invarianten des Spannungstensors* genannt. Sie ergeben sich zu

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} = \sigma_{ii} \\ I_2 &= \begin{vmatrix} \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{13} \\ \sigma_{31} & \sigma_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ji} \\ I_3 &= \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki} \end{aligned} \quad (\text{A2.84})$$

Mit Hilfe von Gl. A2.84 kann Gl. A2.76 somit auch aufgeschrieben werden als

$$\sigma_m = \frac{1}{3} I_1 \quad (\text{A2.85})$$

Die deviatorische Spannung aus Gl. A2.75 ergibt sich damit zu

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} I_1 \delta_{ij} \quad (\text{A2.86})$$

In Analogie zur Vorgehensweise für die hydrostatische Spannung kann für die deviatorische Spannung aufgeschrieben werden

$$\left| s_{ji} - s \delta_{ji} \right| = 0 \quad (\text{A2.87})$$

Als *Invarianten des deviatorischen Spannungstensors* erhält man schließlich

$$\begin{aligned}
 J_1 &= s_{11} + s_{22} + s_{33} = 0 \\
 J_2 &= \begin{vmatrix} s_{22} & s_{23} \\ s_{32} & s_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} s_{11} & s_{13} \\ s_{31} & s_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ji} \\
 J_3 &= \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki}
 \end{aligned} \tag{A2.88}$$

Aus der Definition des deviatorischen Spannungstensors folgt, dass die erste Invariante $J_1 = 0$ sein muss (kein hydrostatischer Anteil). I_1 repräsentiert einen reinen hydrostatischen Spannungszustand, J_2 und J_3 stehen für einen reinen Schubspannungszustand. Das Versagenskriterium der Gl. A2.35 kann somit auch aufgeschrieben werden als

$$F(I_1, J_2, J_3) = 0 \tag{A2.89}$$

Eine geometrische Interpretation der Invarianten kann unter Zuhilfenahme der sog. *HAIGH-WESTERGAARD*-Koordinaten [155; 156] gefunden werden (Bild A2-22). Der Vektor ξ definiert den hydrostatischen Anteil von σ , also die Lage der Deviatorebene, in der sich der Spannungspunkt befindet. Demzufolge lässt sich ξ unter Verwendung der ersten Invarianten des Spannungstensors ausdrücken

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \tag{A2.90}$$

Die polare Position des Spannungspunktes auf der betrachteten Deviatorebene kann mit Hilfe des *LODE*-Winkels θ bestimmt werden, die Länge des deviatorischen Vektors s mit Hilfe der zweiten Invarianten des deviatorischen Spannungstensors:

$$\rho = \|s\| = \sqrt{s : s} = \sqrt{2J_2} \tag{A2.91}$$

$$\cos 3\theta = -\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \tag{A2.92}$$

Aufgrund der sechsfachen Symmetrie einer Deviatorebene kann ihre Form durch Betrachtung des Bereichs $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ eindeutig bestimmt werden. $\theta = 0^\circ$ bestimmt die Lage eines Zugmeridians, $\theta = 60^\circ$ die eines Druckmeridians und $\theta = 30^\circ$ die eines Schubmeridians.

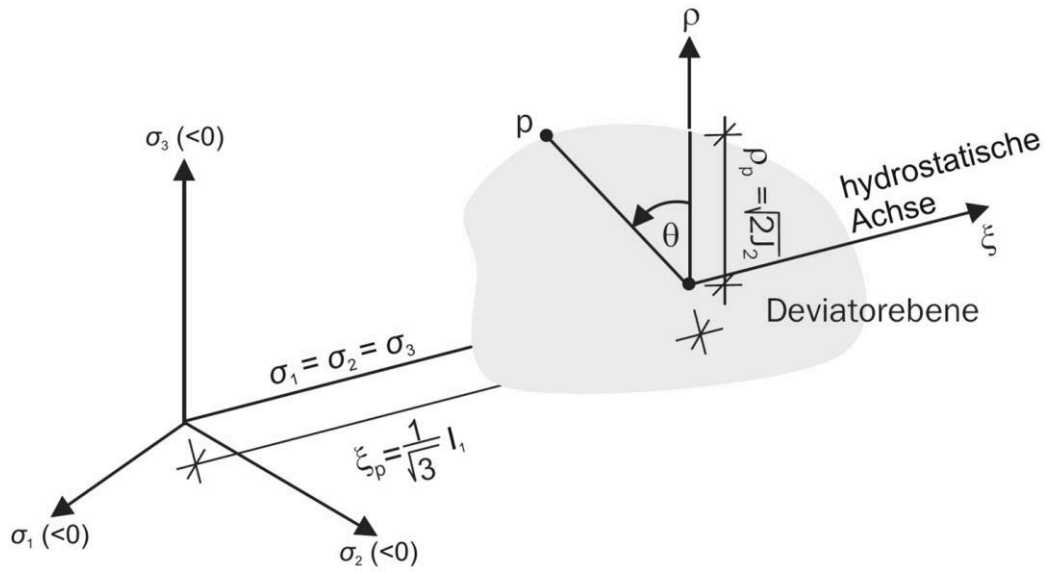


Bild A 2-22: Geometrische Interpretation der Invarianten mit Haigh-Westergaard-Koordinaten (nach [153])

A3 WEITERE ERGEBNISSE ZU DEN PARAMETERSTUDIEN AUS ABS. 3.4

A3.1 LOCHRANDSTÜTZUNG BEI PLATTEN MIT EINEM SACKLOCH IN PLATTENMITTE

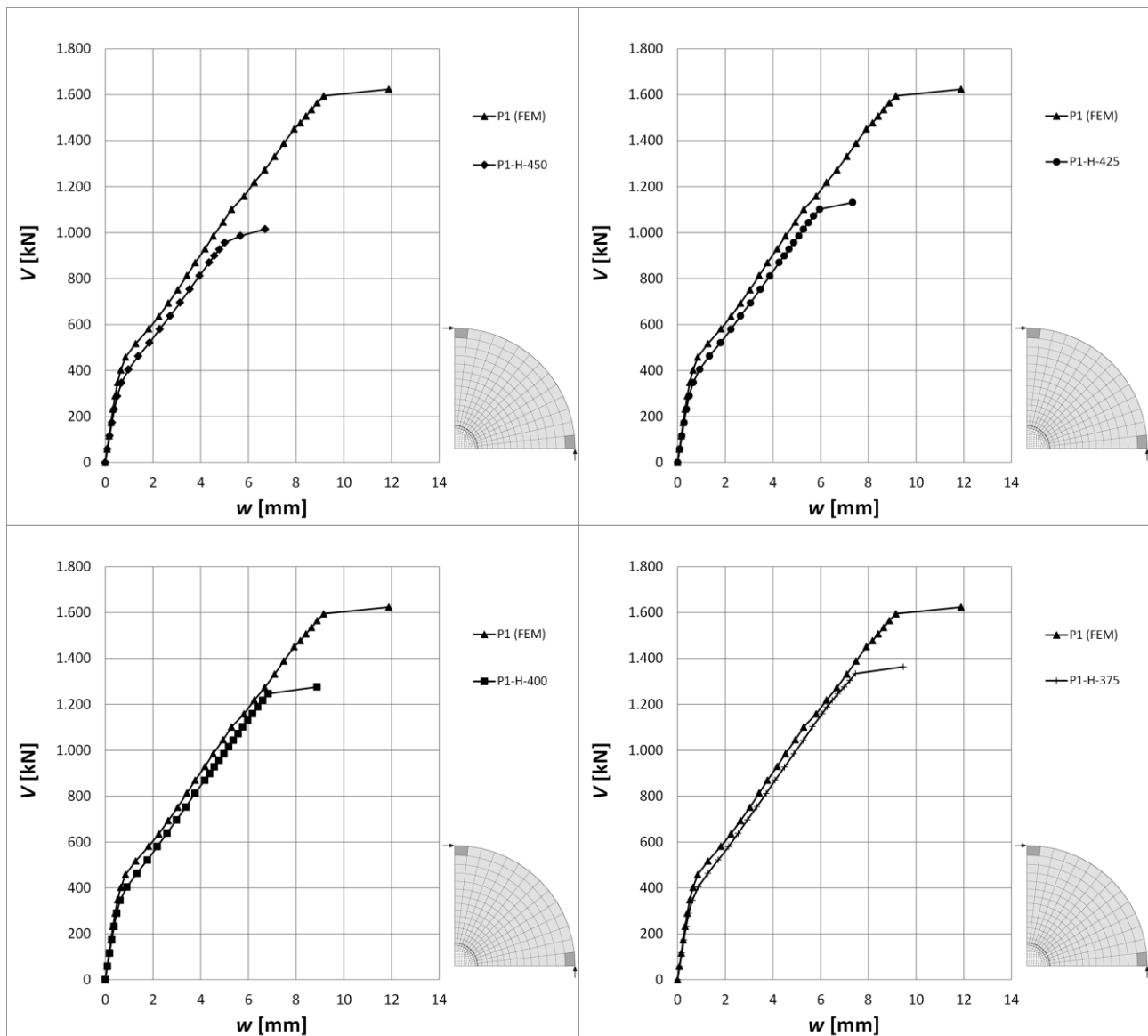


Bild A 3-1: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten P1-H-450 bis P1-H-375

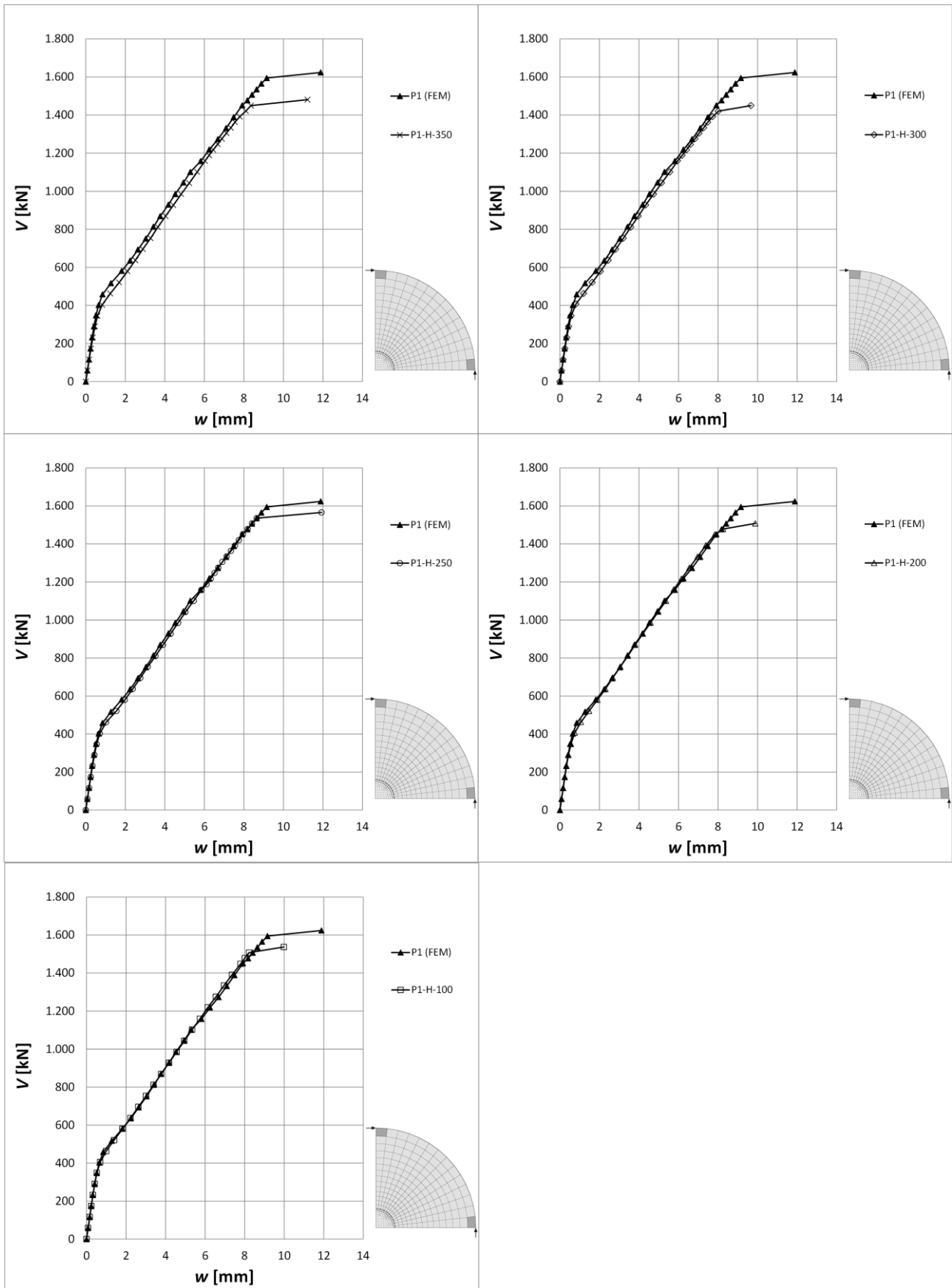


Bild A 3-2: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten P1-H-350 bis P1-H-100

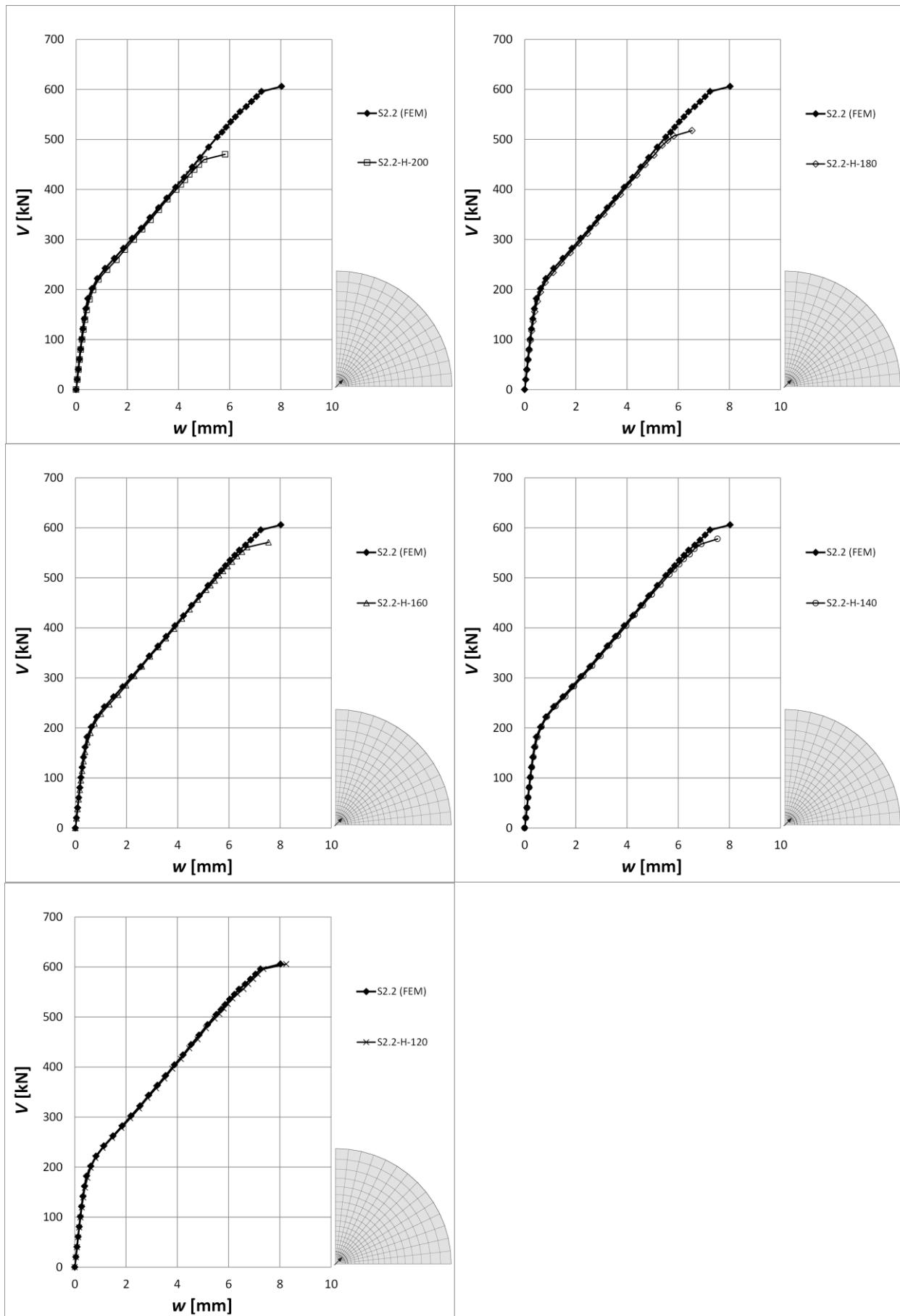


Bild A 3-3: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten S2.2-H-200 bis S2.2-H-120

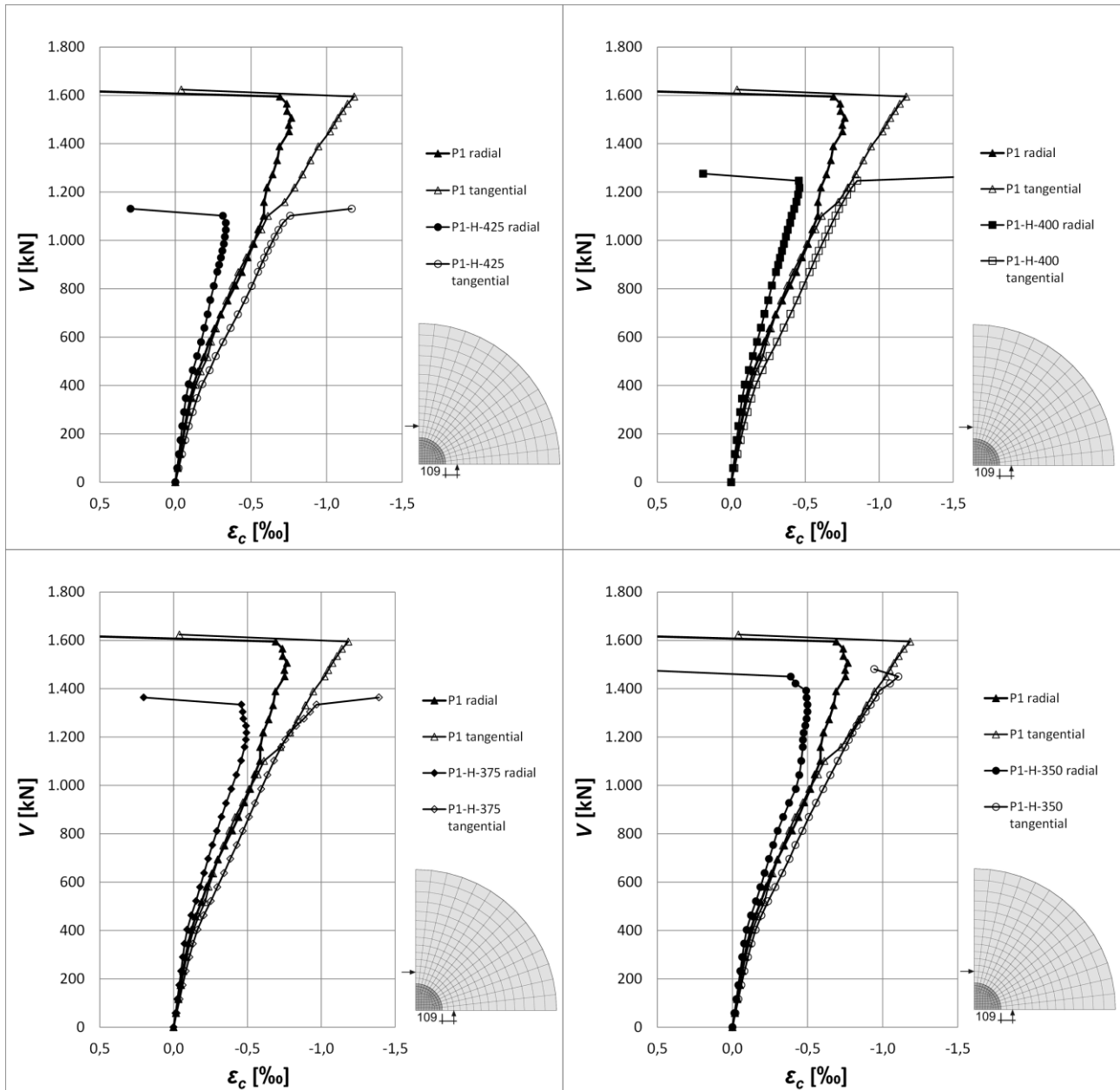


Bild A 3-4: Betondehnungen in den Platten P1-H-425 bis P1-H-350

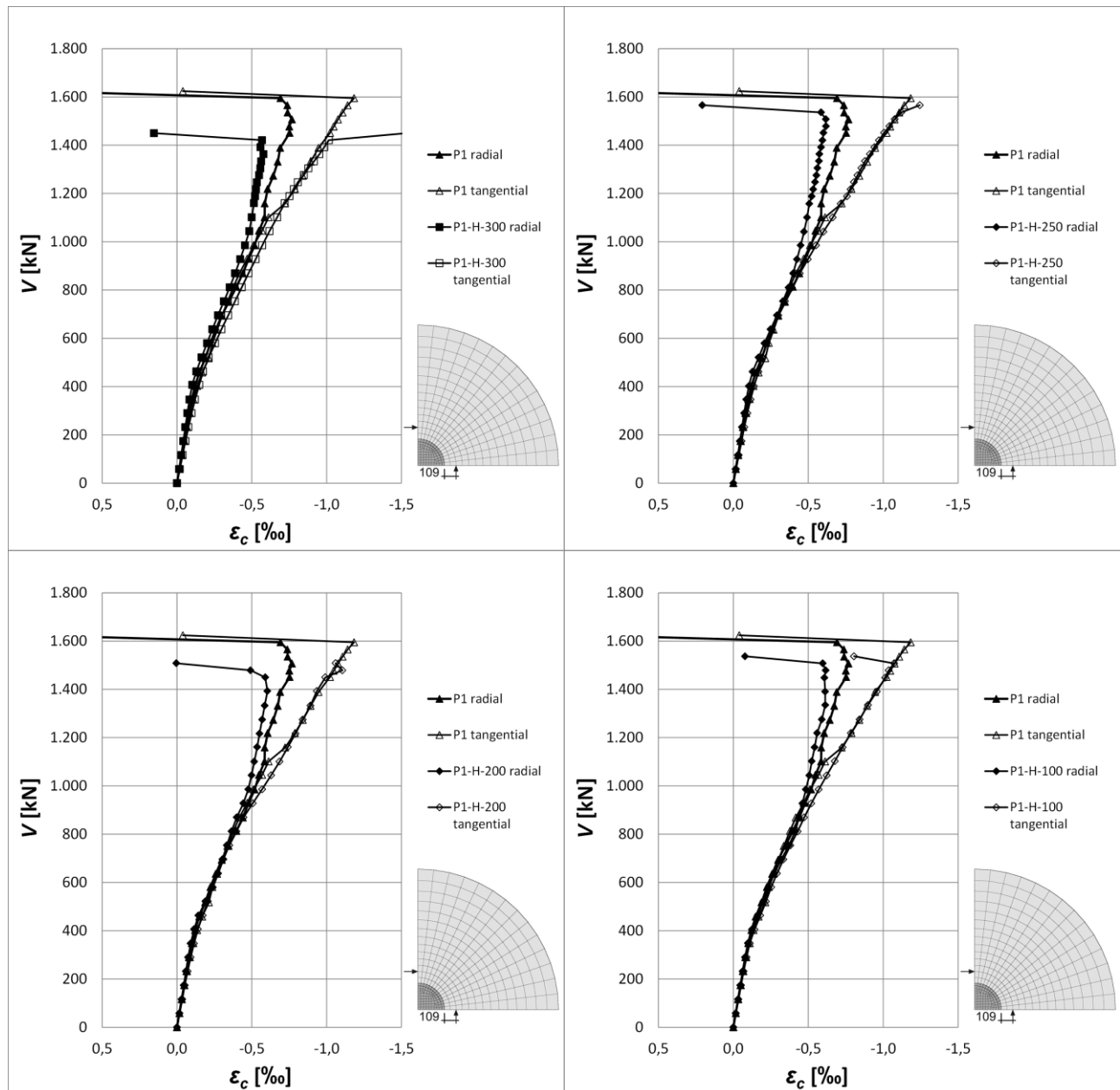


Bild A 3-5: Betondehnungen in den Platten P1-H-300 bis P1-H-100

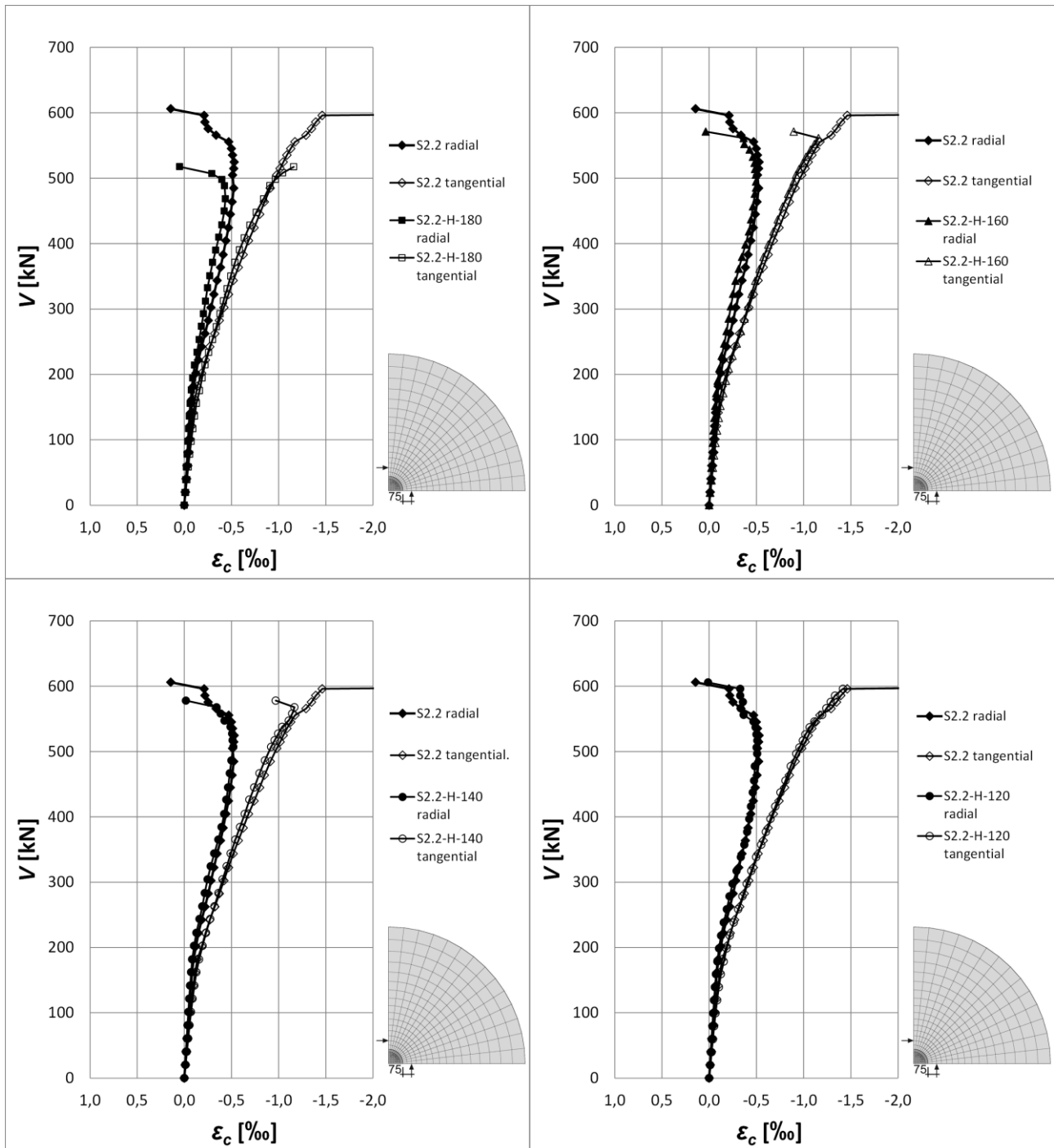


Bild A 3-6: Betondehnungen in den Platten S2.2-H-180 bis S2.2-H-120

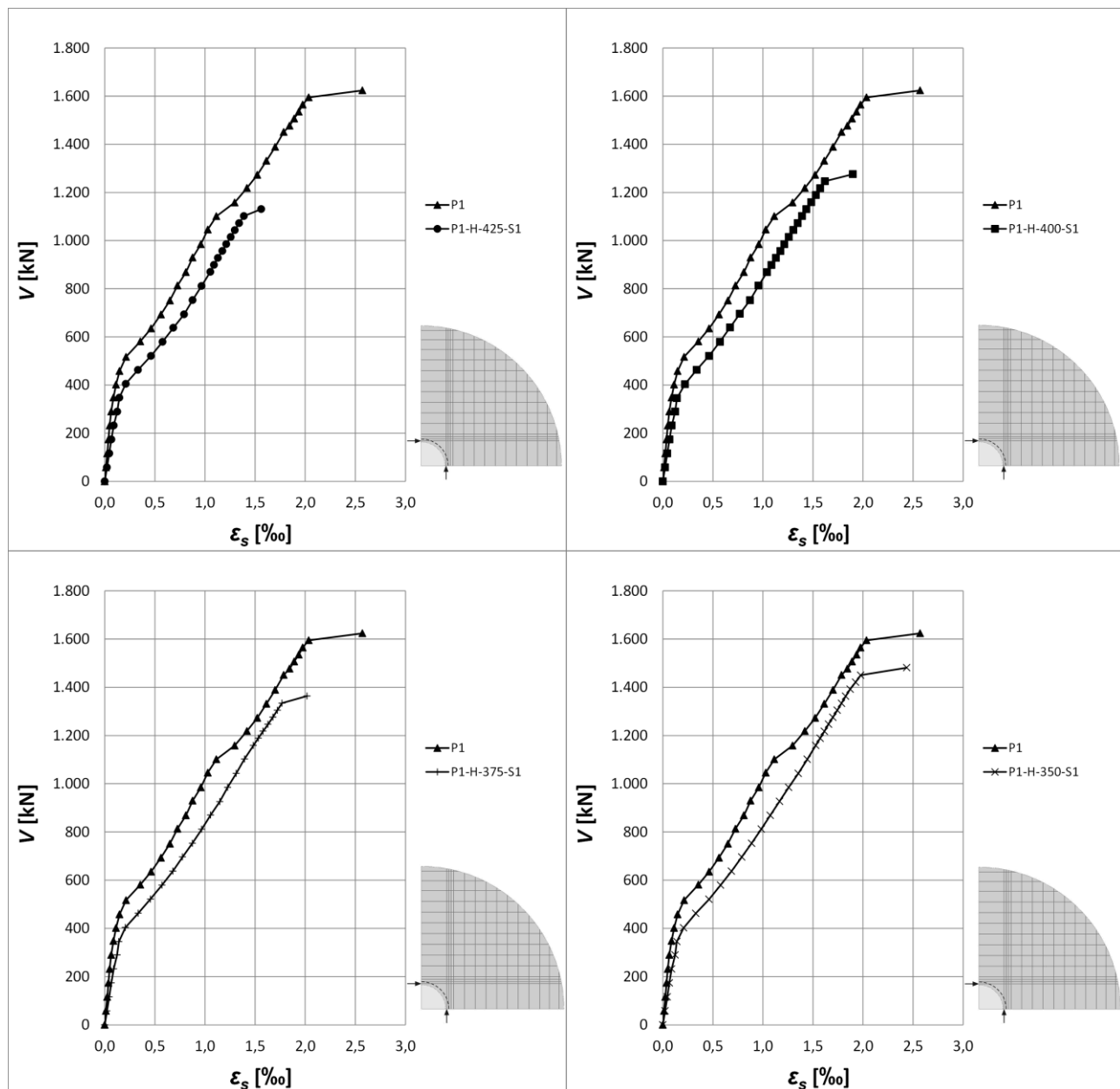


Bild A 3-7: Stahldehnungen in den Platten P1-H-425 bis P1-H-350, jeweils für Stab S1

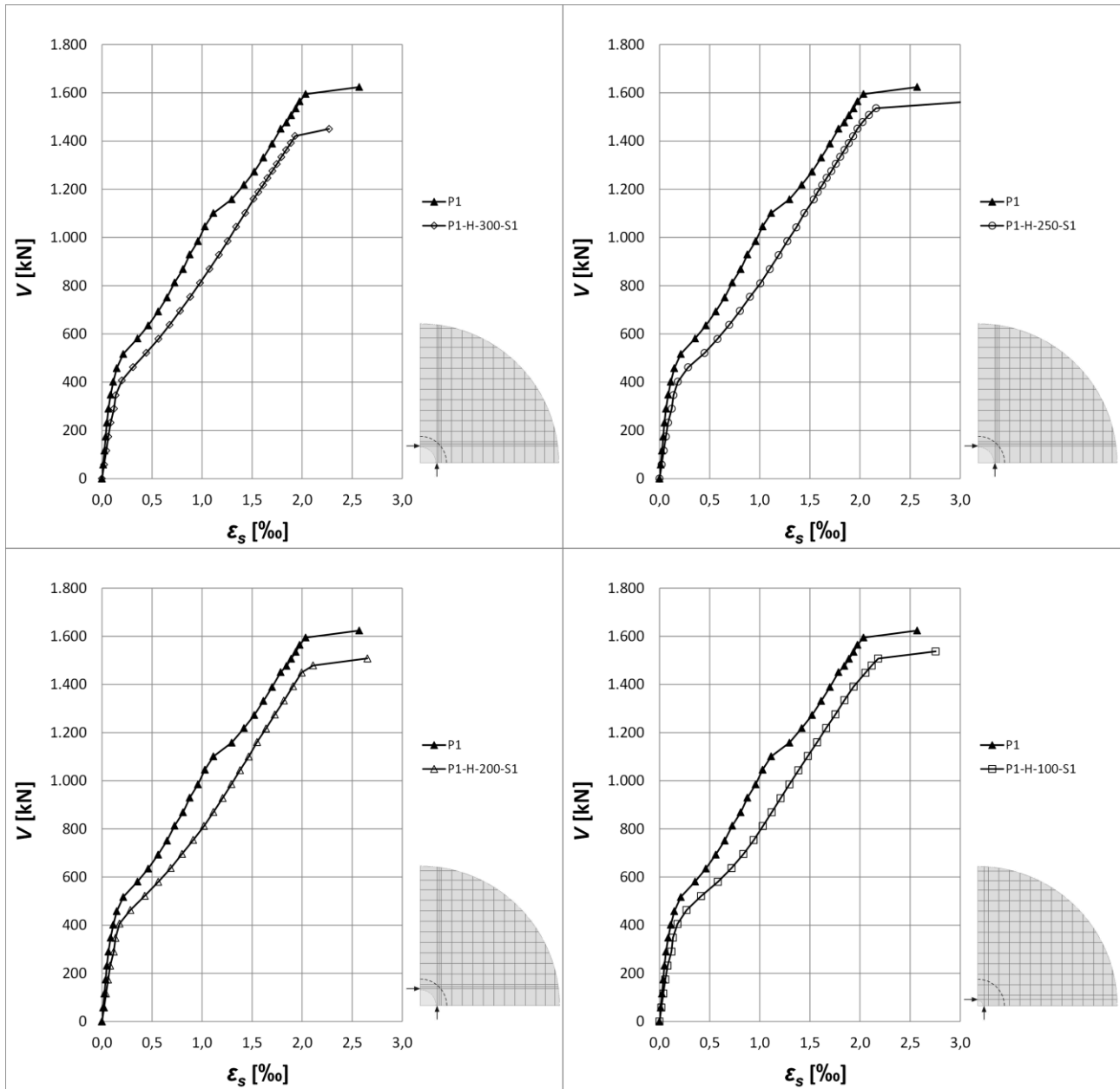


Bild A 3-8: Bewehrungsstahldehnungen in den Platten P1-H-300 bis P1-H-100, jeweils für Stab S1

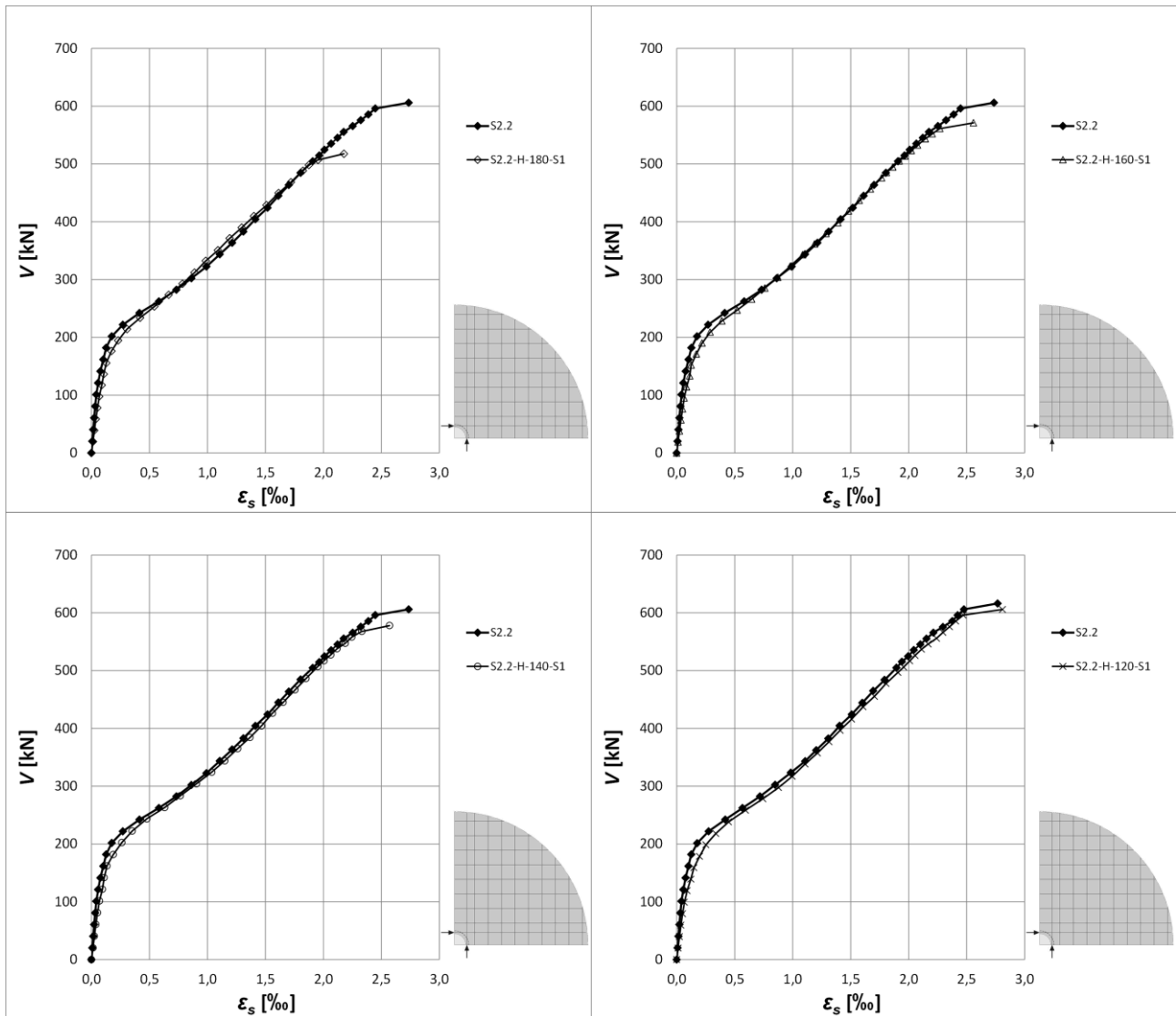


Bild A 3-9: Bewehrungsstahldehnungen in den Platten S2.2-H-180 bis S2.2-H-120, jeweils für Stab S1

A3.2 LOCHRANDSTÜTZUNG BEI PLATTEN MIT EINEM KERN IN PLATTENMITTE

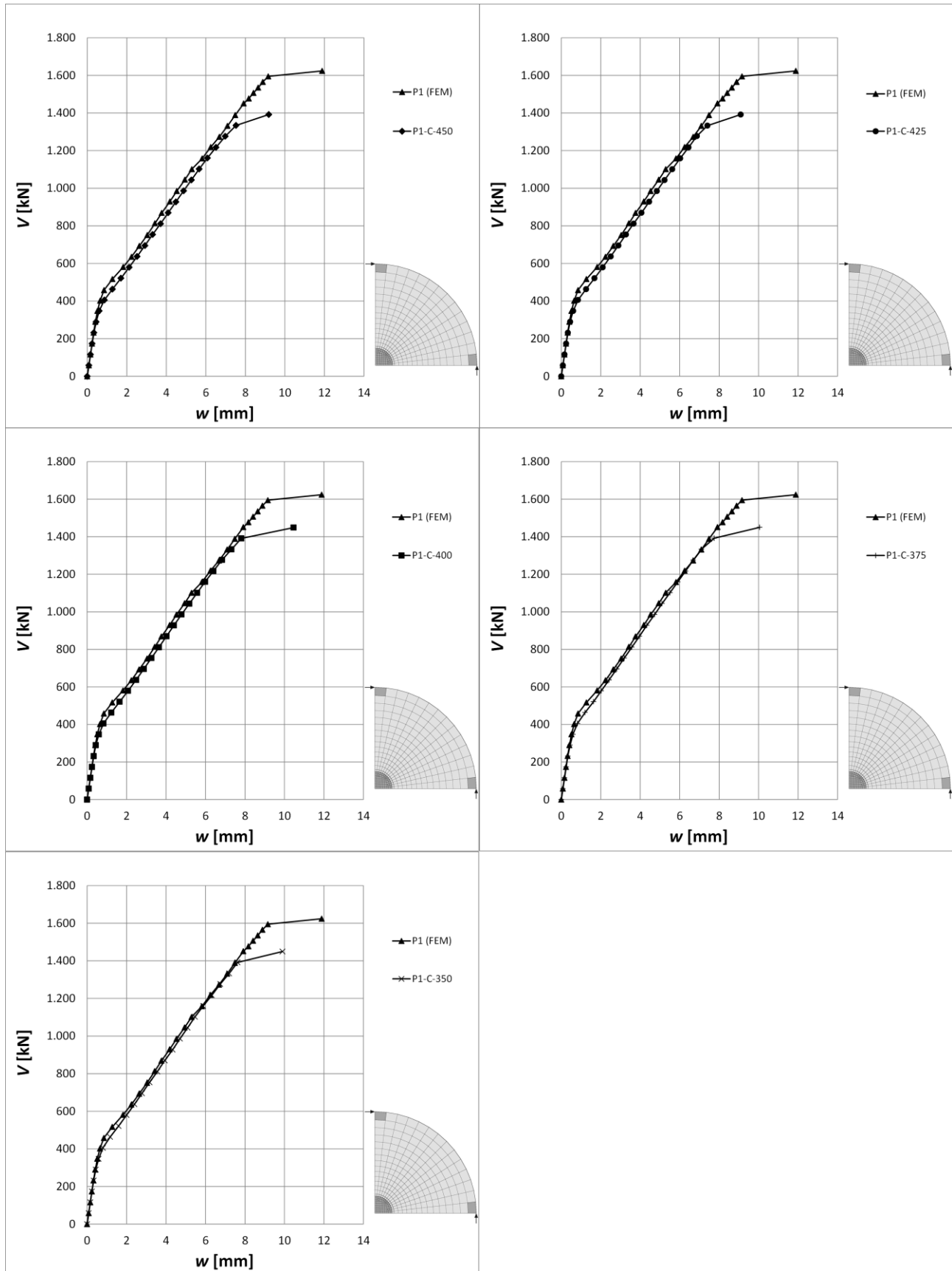


Bild A 3-10: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten P1-C-450 bis P1-C-350

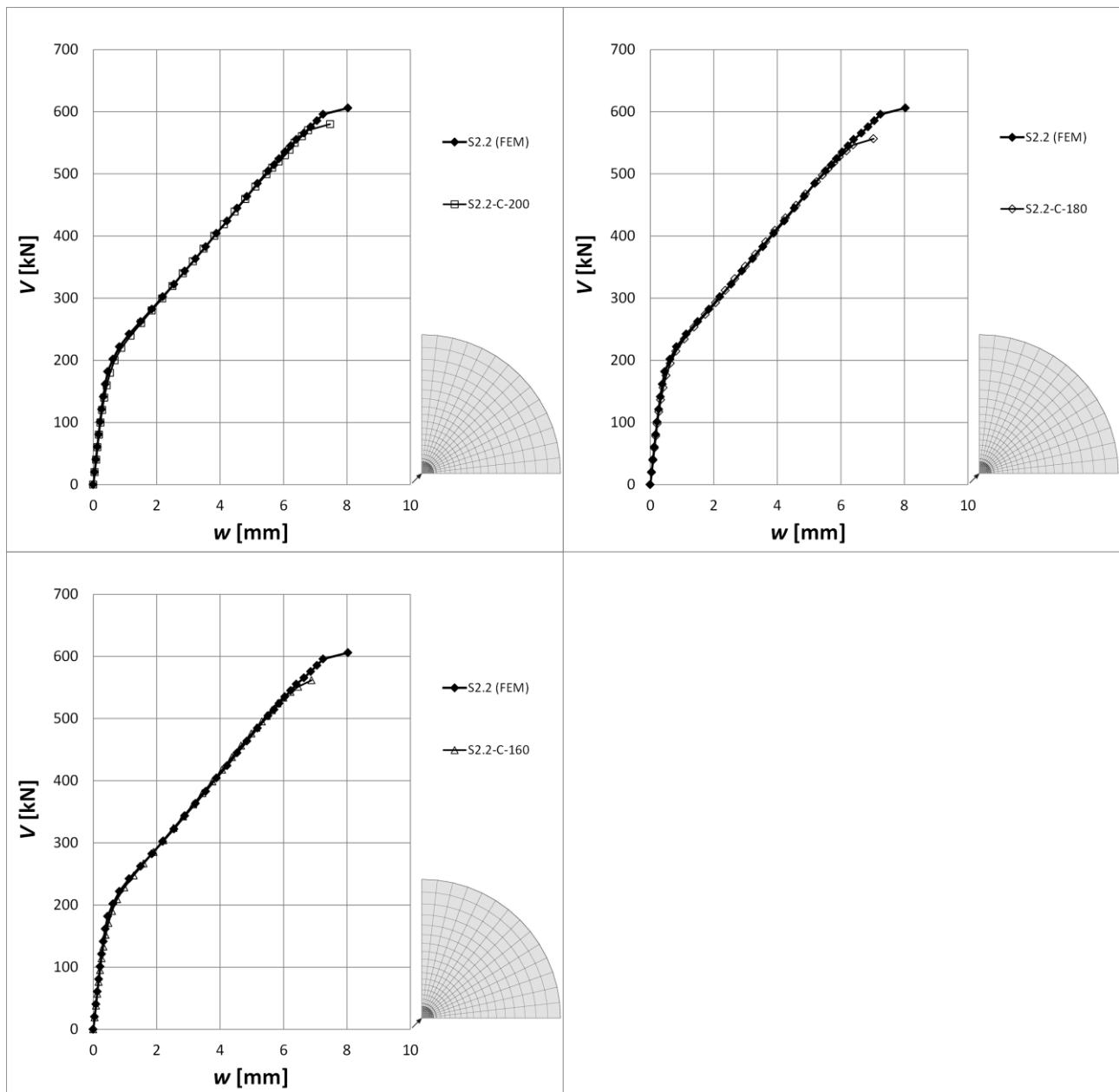


Bild A 3-11: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten S2.2-C-200 bis S2.2-C-160

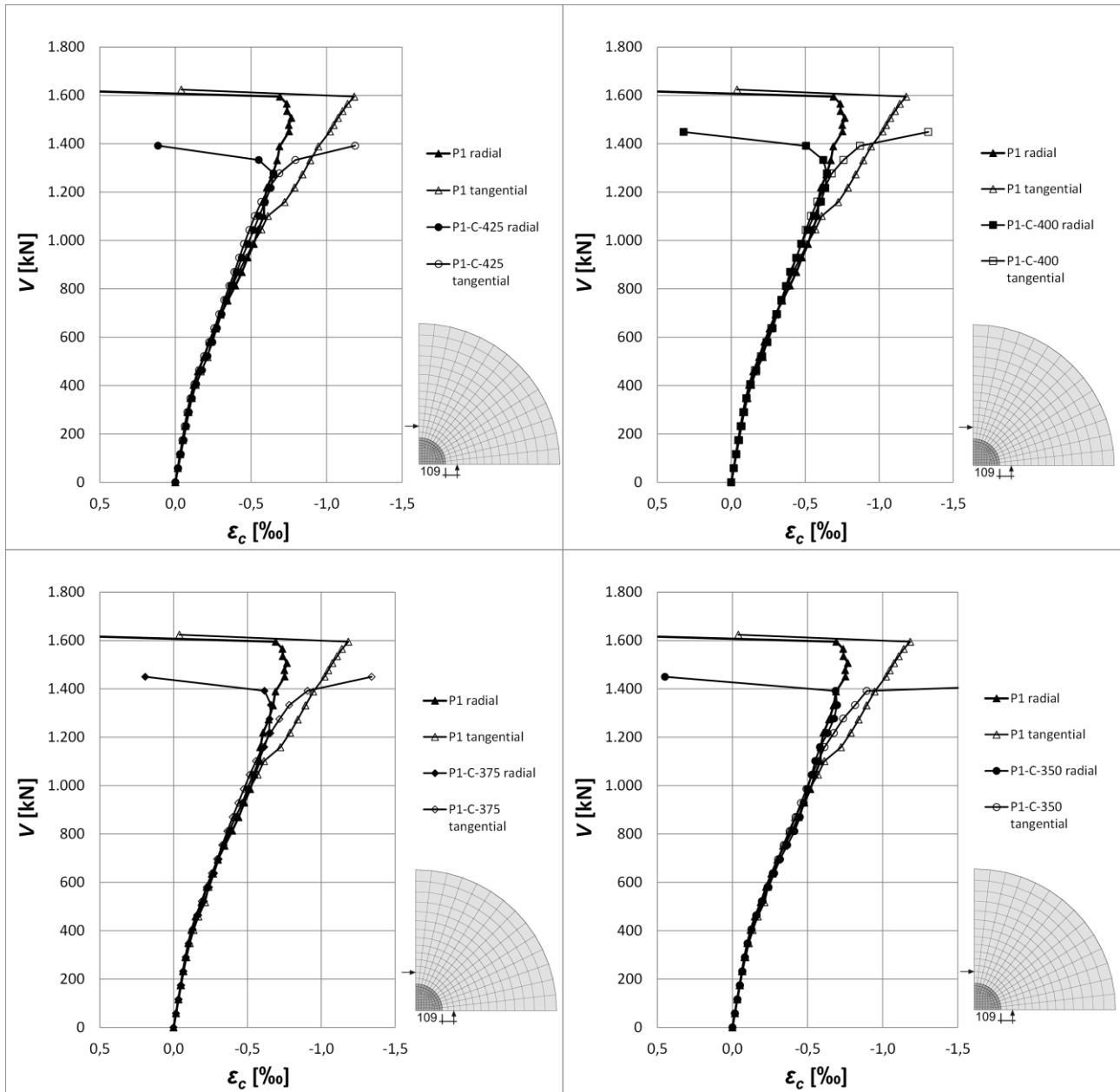


Bild A 3-12: Betonstauchungen in den Platten P1-C-425 bis P1-C-350

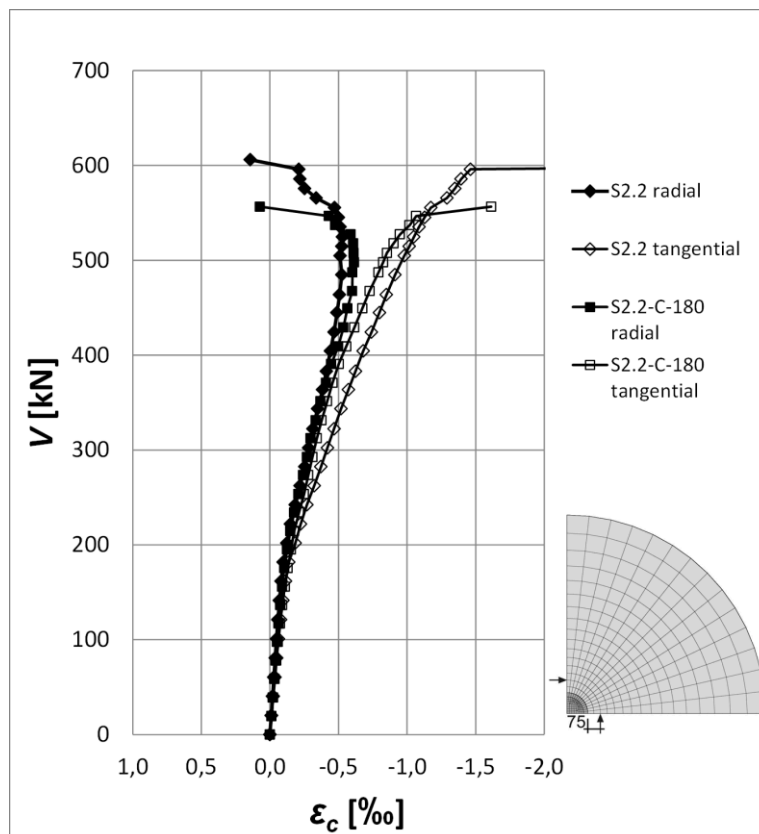


Bild A 3-13: Betonstauchungen in Platte S2.2-C-180

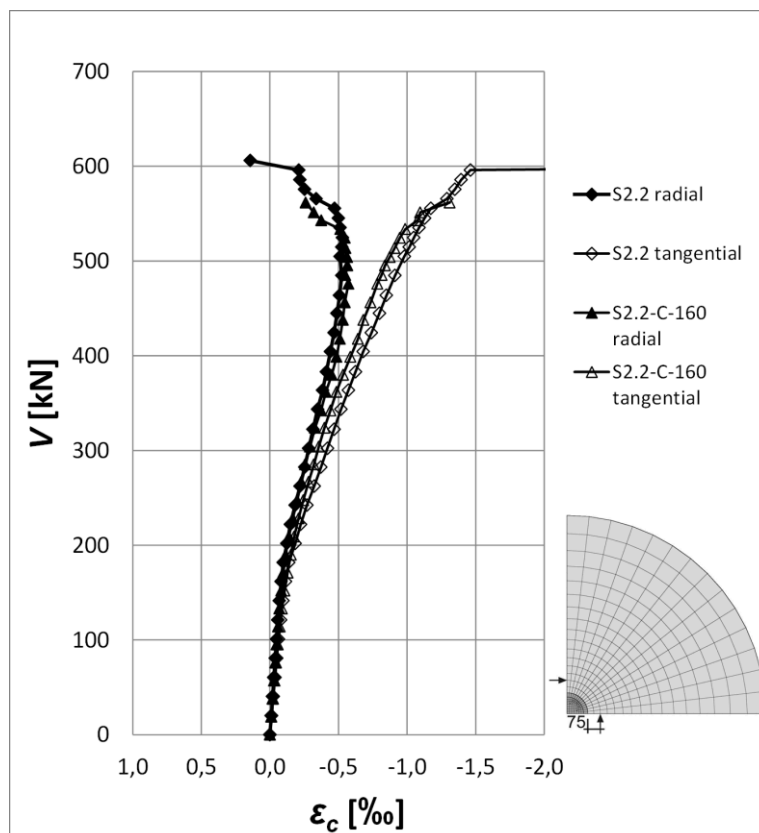


Bild A 3-14: Betonstauchungen in Platte S2.2-C-160

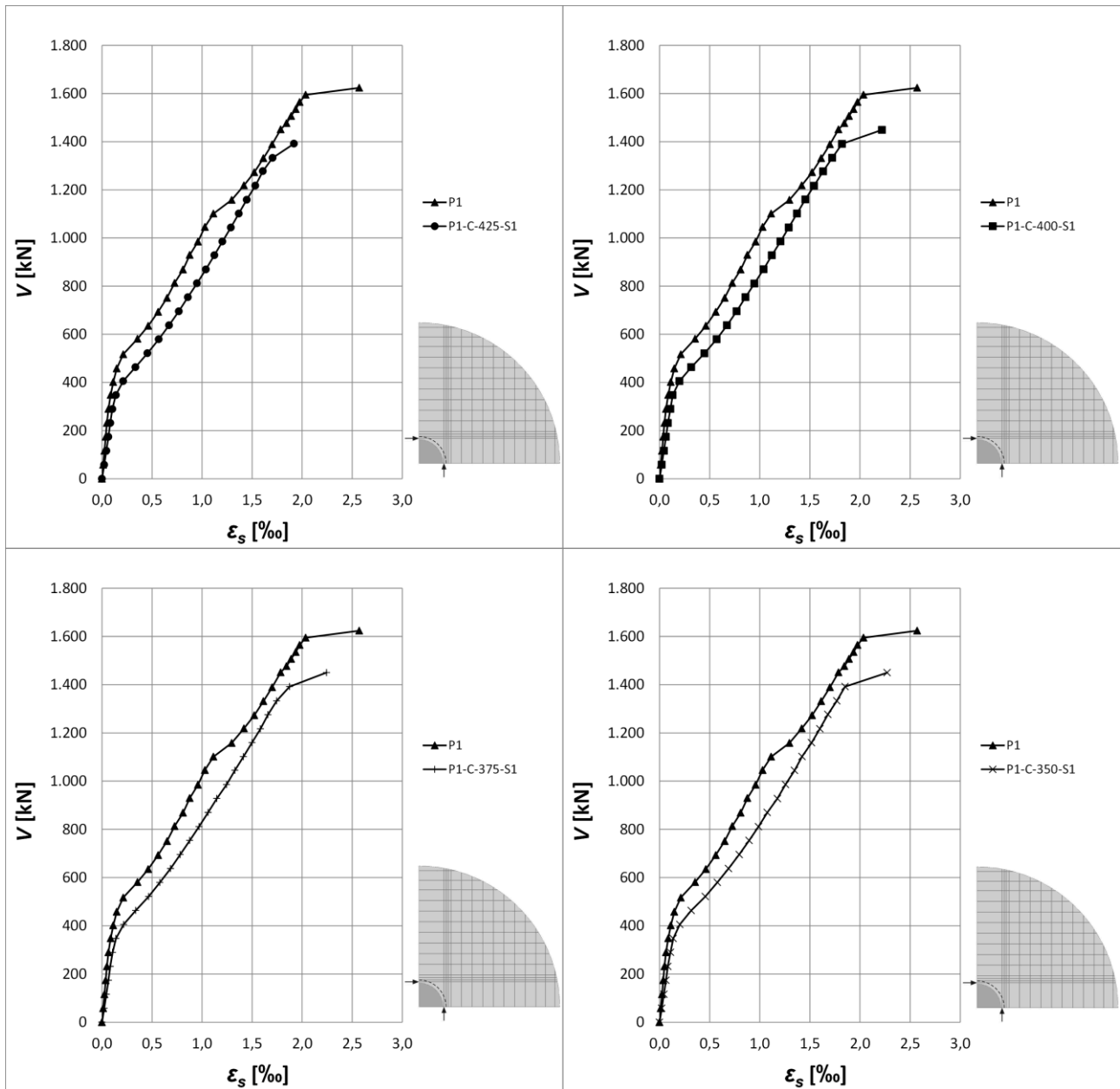


Bild A 3-15: Bewehrungsstahldehnungen in den Platten P1-C-425 bis P1-C-350, jeweils für Stab S1

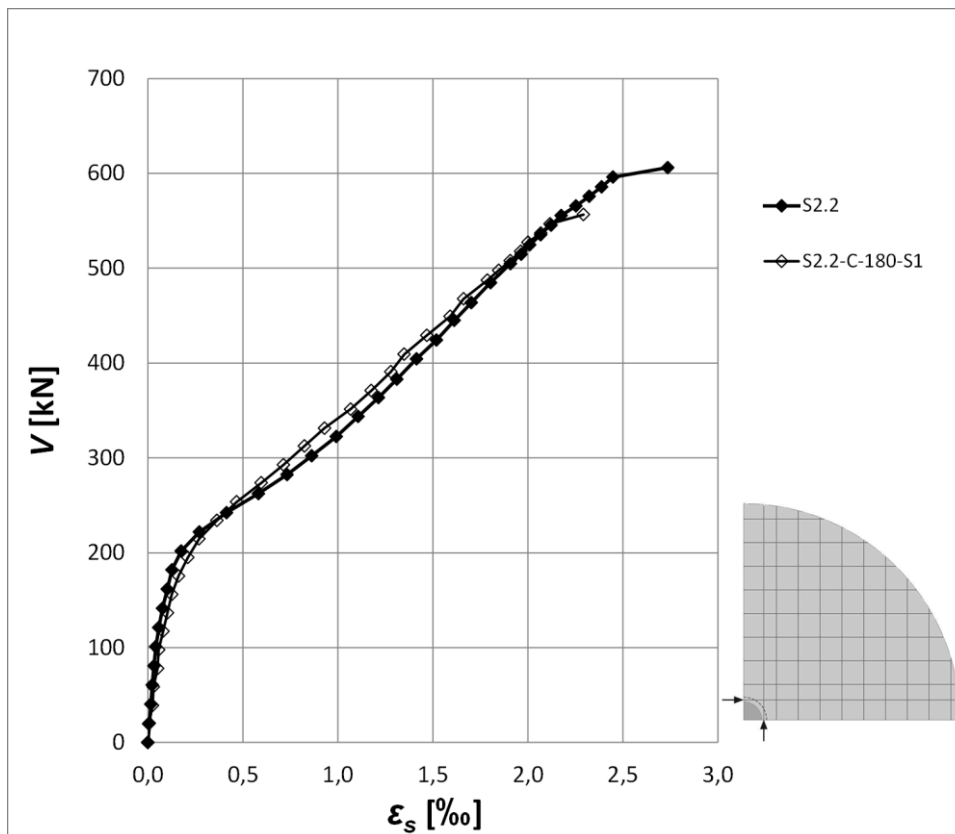


Bild A 3-16: Bewehrungsstahldehnungen in Platte S2.2-C-180, Stab S1

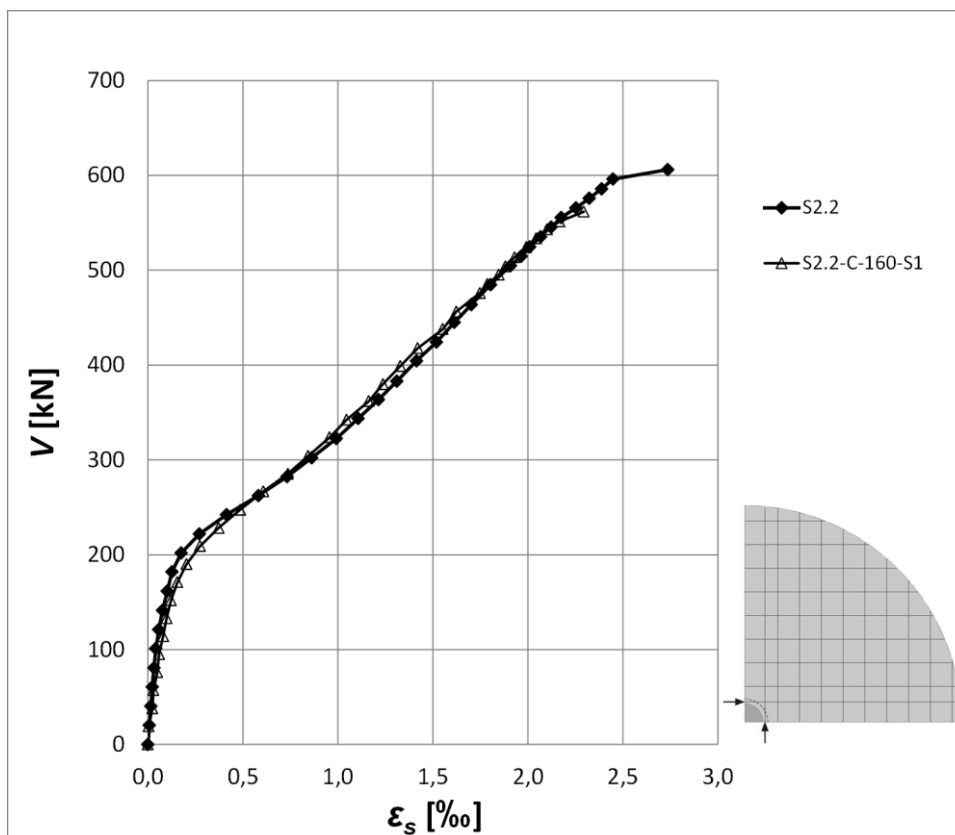


Bild A 3-17: Bewehrungsstahldehnungen in Platte S2.2-C-160, Stab S1

A3.3 LOCHRANDSTÜTZUNG MIT STAHLKERN UND DARAN FIXIERTER LÄNGSBEWEHRUNG

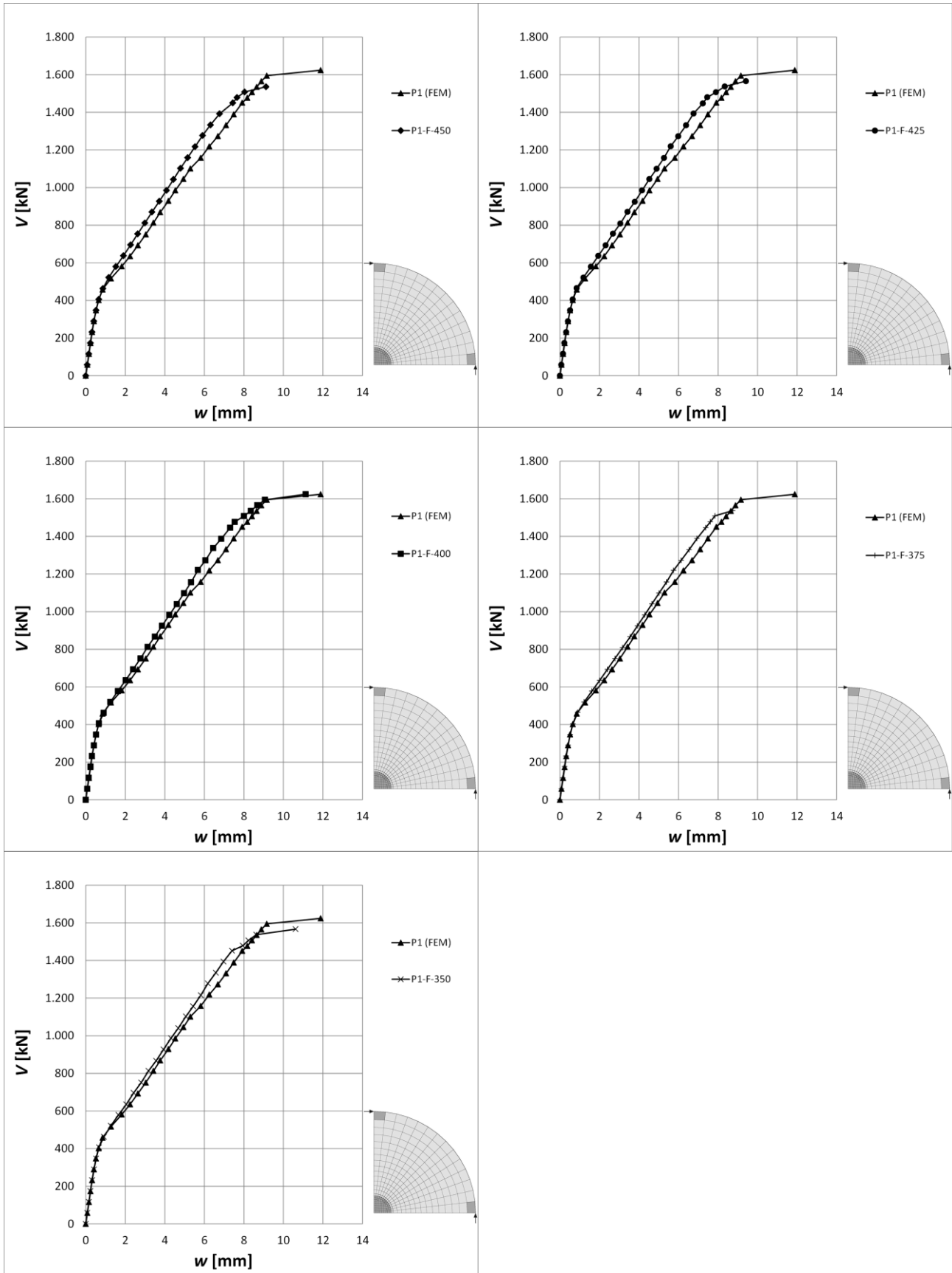


Bild A 3-18: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten P1-F-450 bis P1-F-350

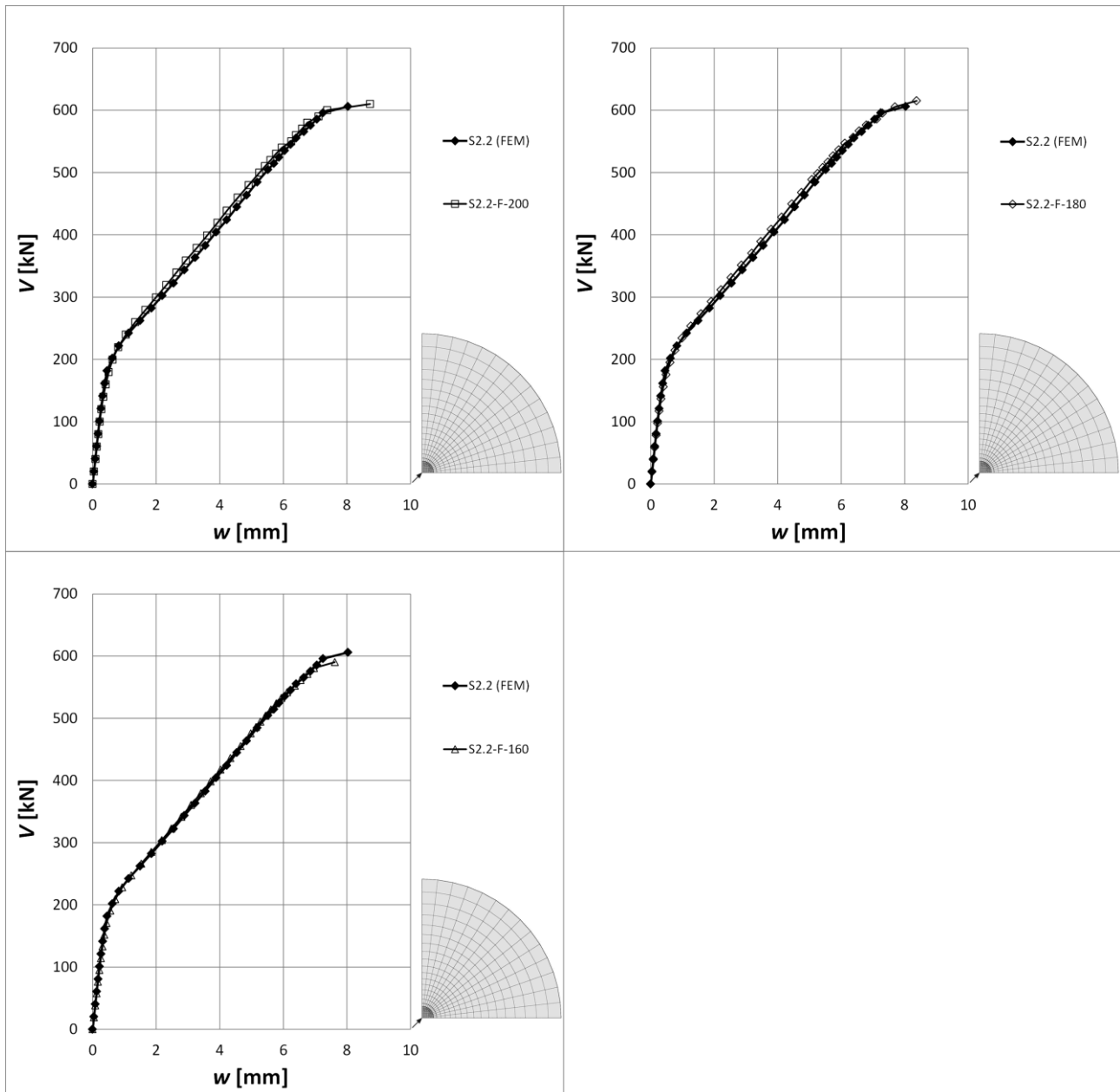


Bild A 3-19: Last-Verformungs-Beziehungen für die Platten S2.2-F-200 bis S2.2-F-160

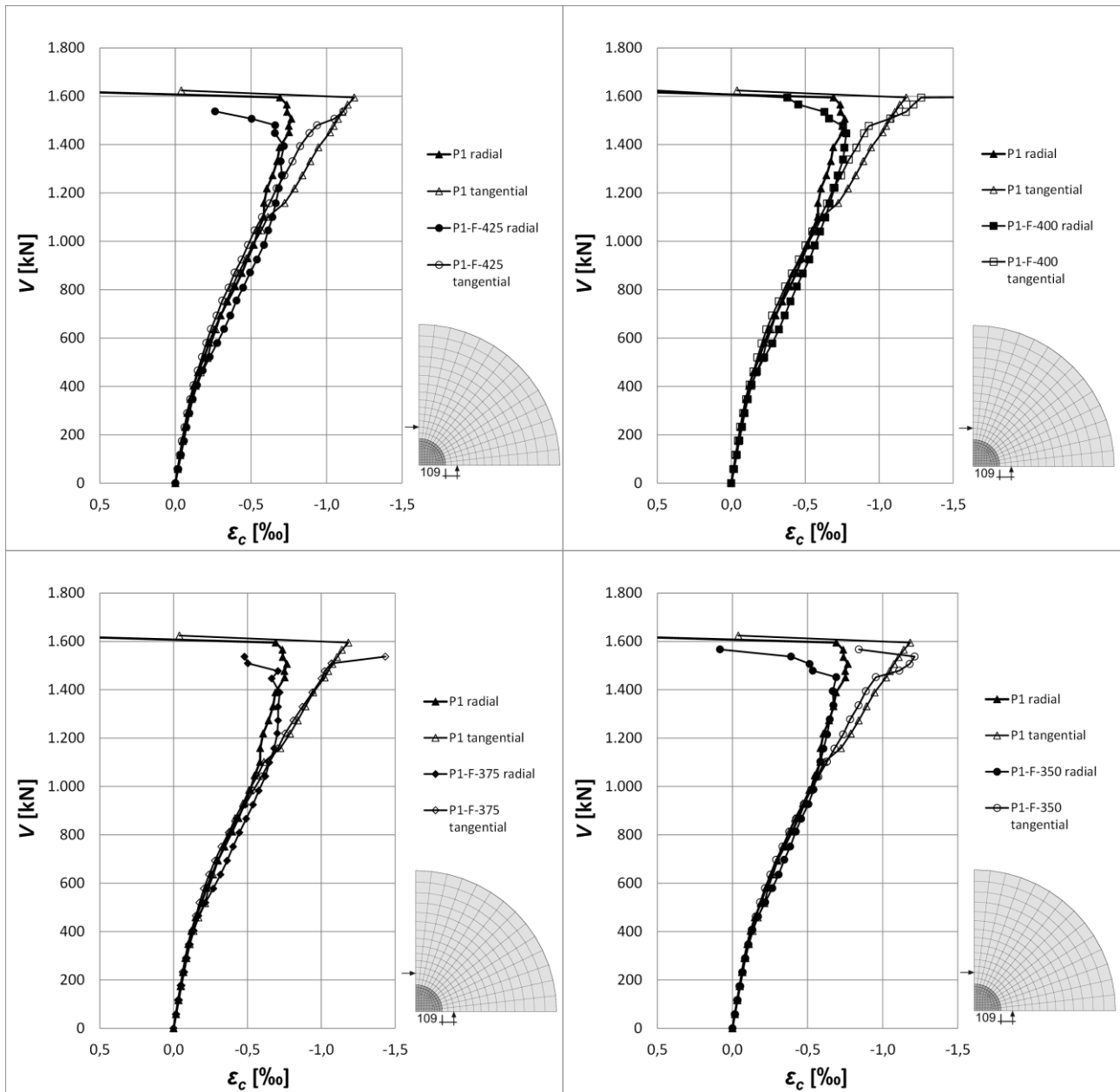


Bild A 3-20: Betonstauchungen in den Platten P1-F-425 bis P1-F-350

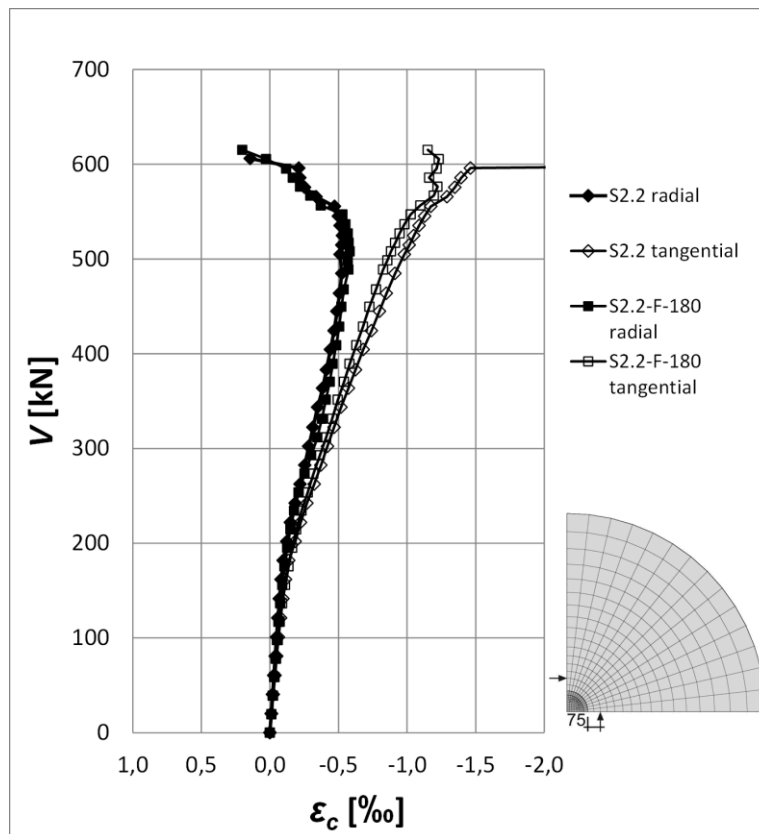


Bild A 3-21: Betonstauchungen in Platte S2.2-F-180

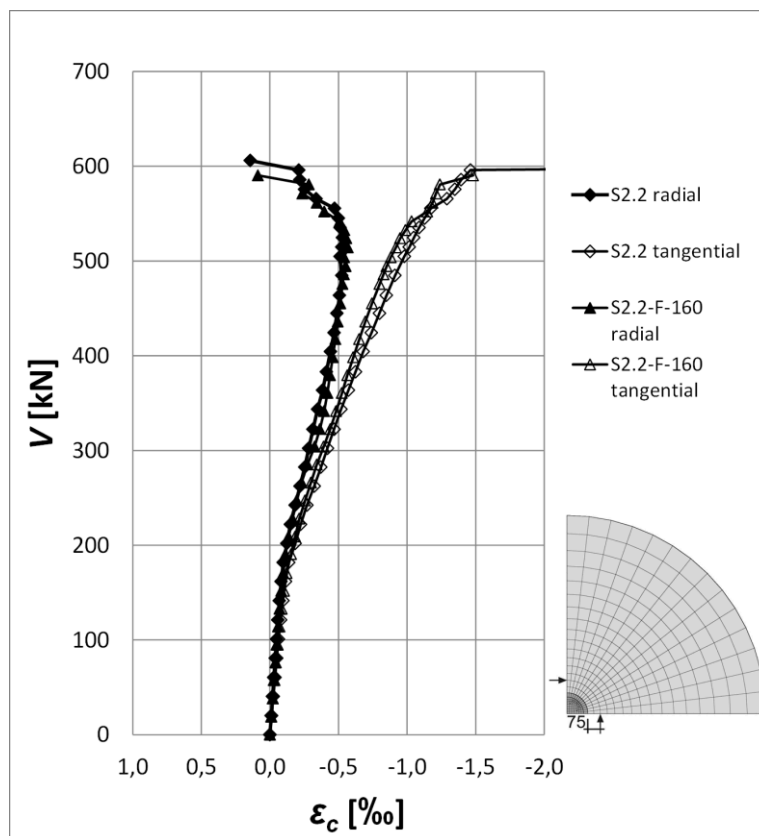


Bild A 3-22: Betonstauchungen in Platte S2.2-F-160

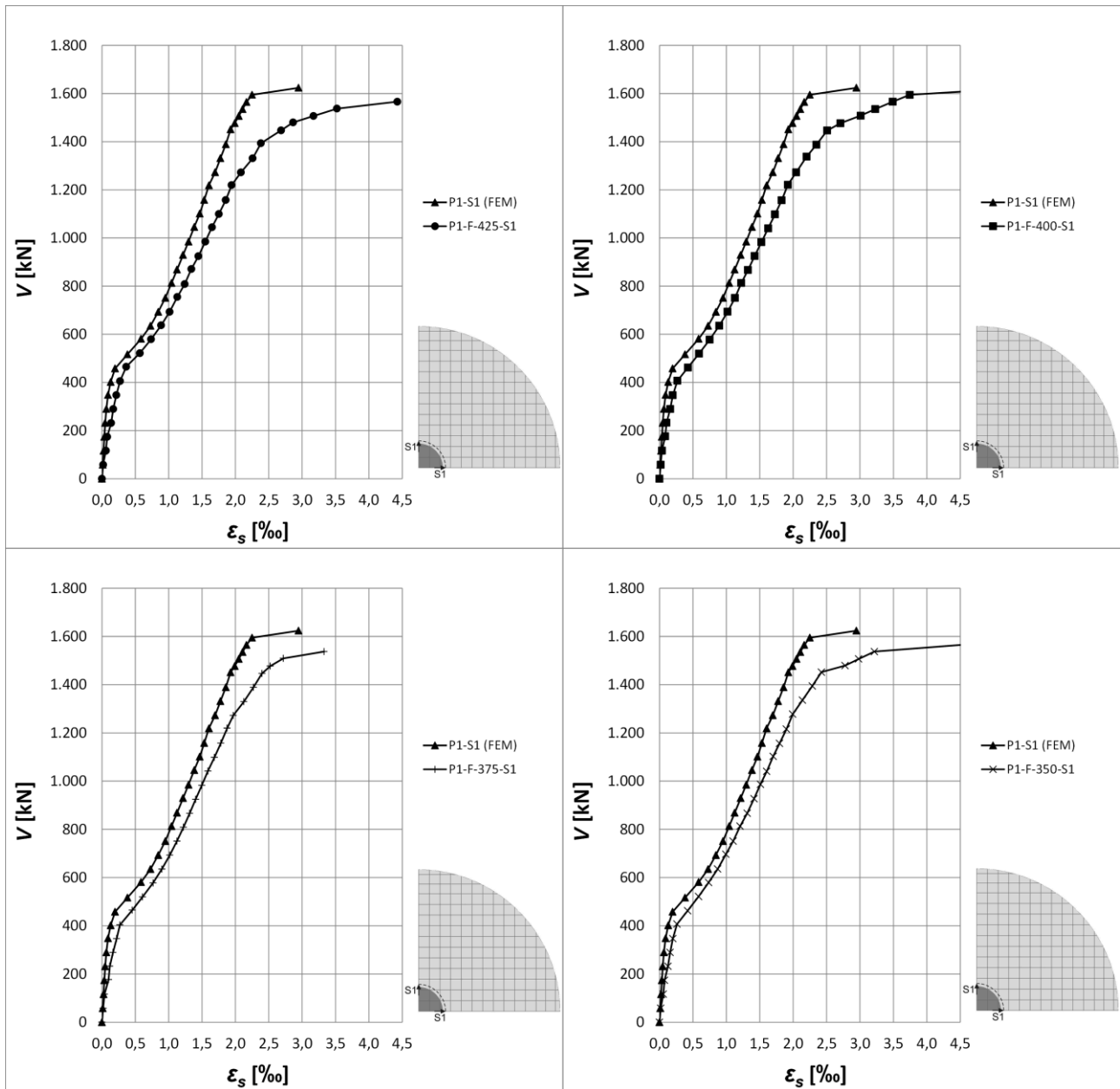


Bild A 3-23: Bewehrungsstahldehnungen in den Platten P1-F-425 bis P1-F-350, jeweils für Stab S1

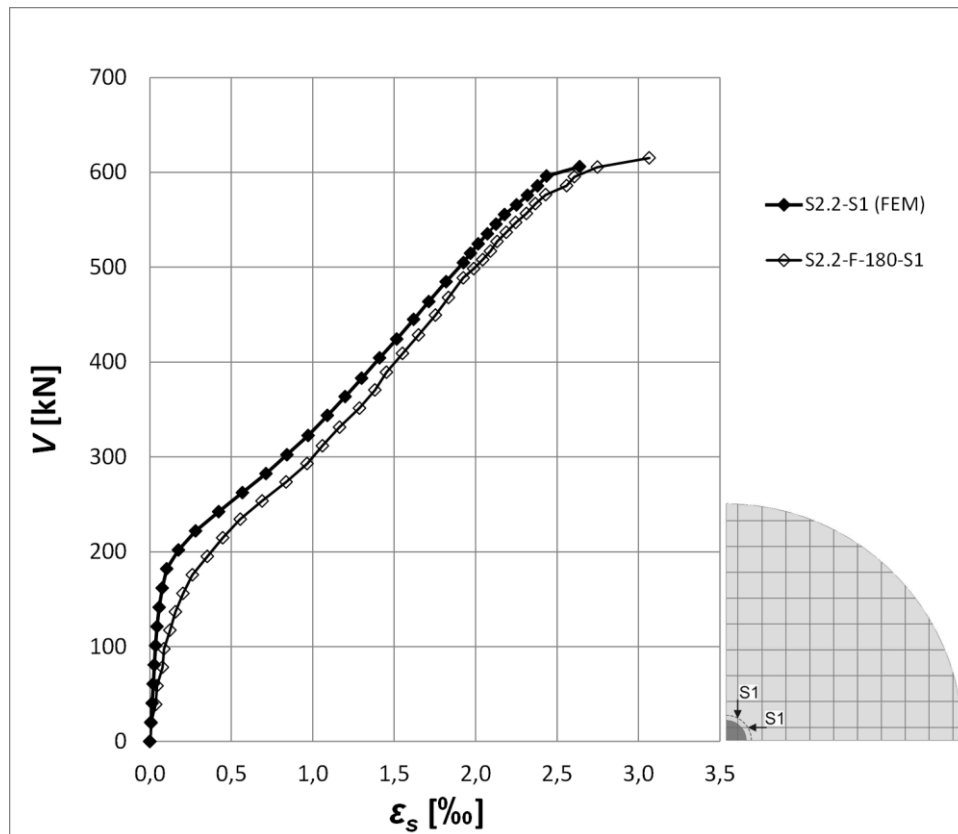


Bild A 3-24: Bewehrungsstahldehnungen in Platte S2.2-F-180, Stab S1

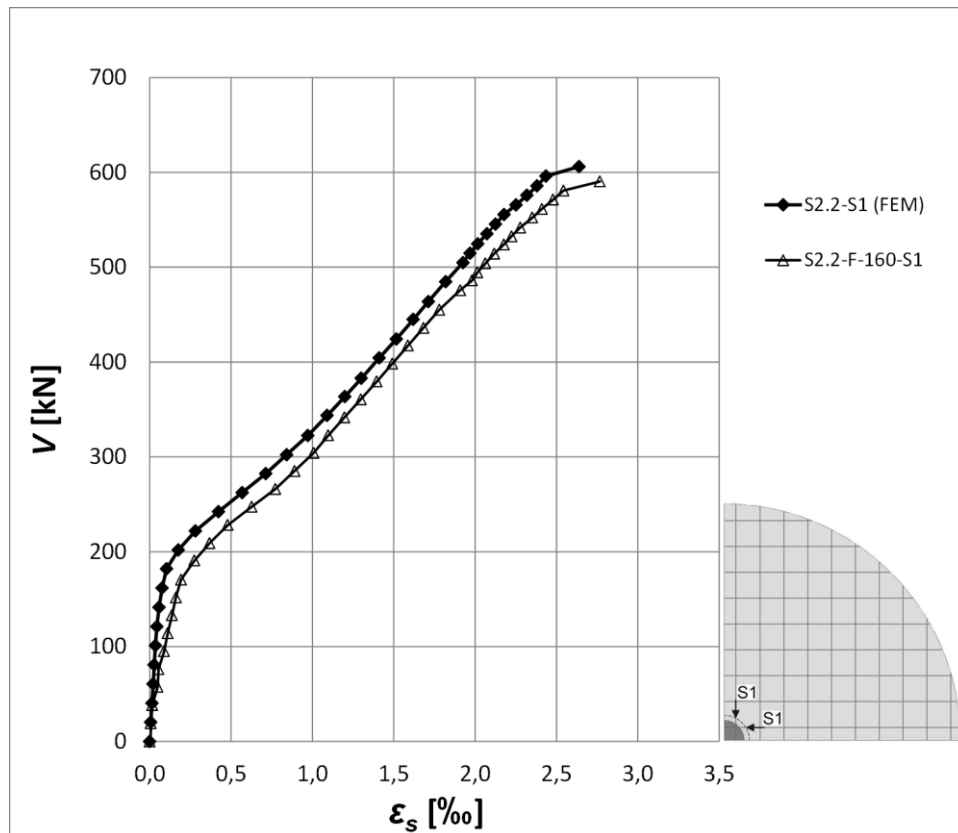


Bild A 3-25: Bewehrungsstahldehnungen in Platte S2.2-F-160, Stab S1

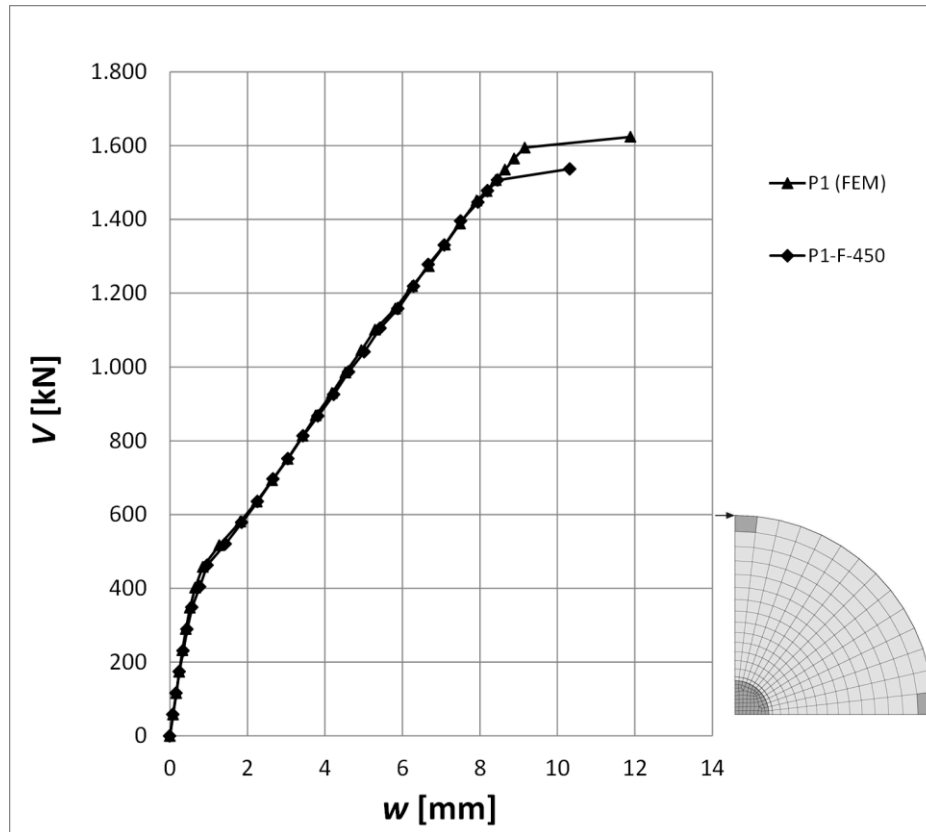


Bild A 3-26: Last-Verformungs-Beziehung für Platte P1-F-450 mit Betonkern

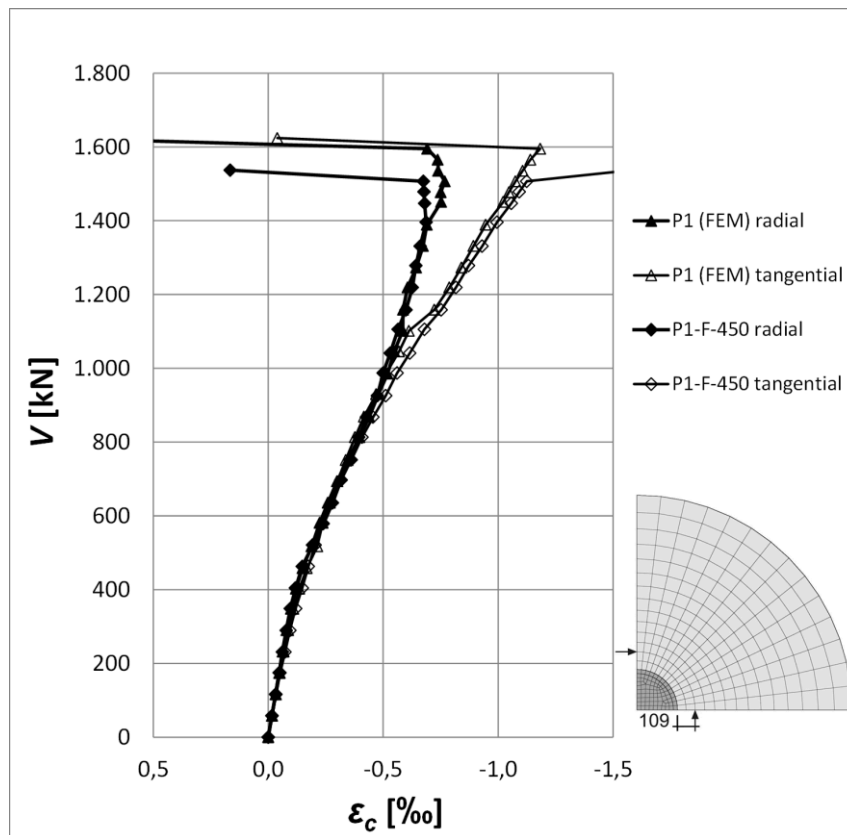


Bild A 3-27: Betonstauchungen in Platte P1-F-450 mit Betonkern

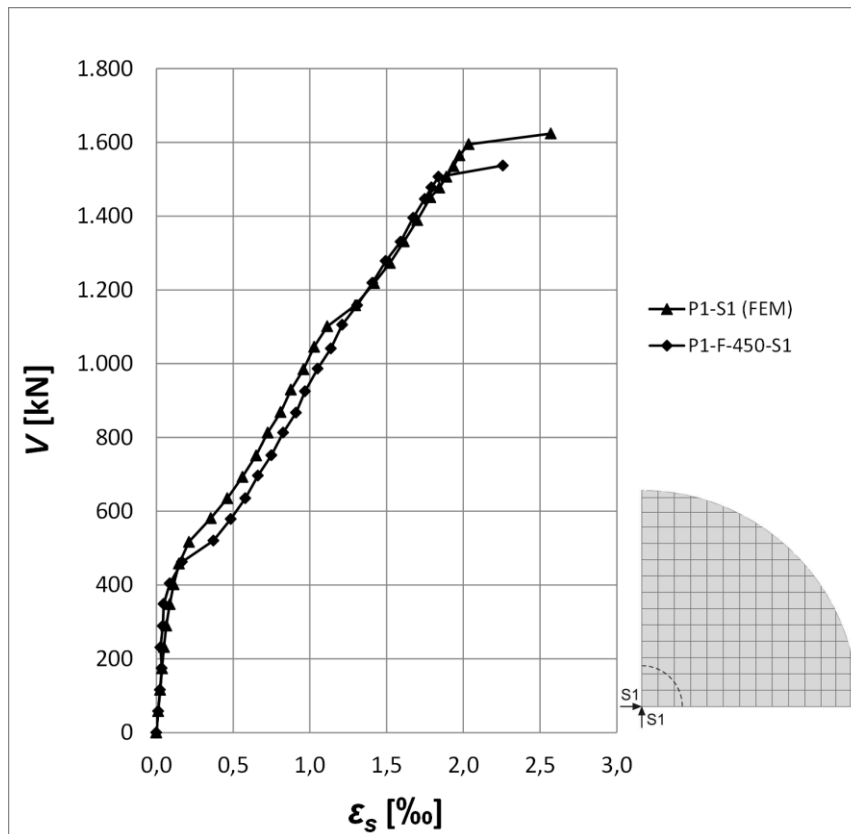


Bild A 3-28: Bewehrungsdehnungen in Platte P1-F-450 mit Betonkern, Stab S1

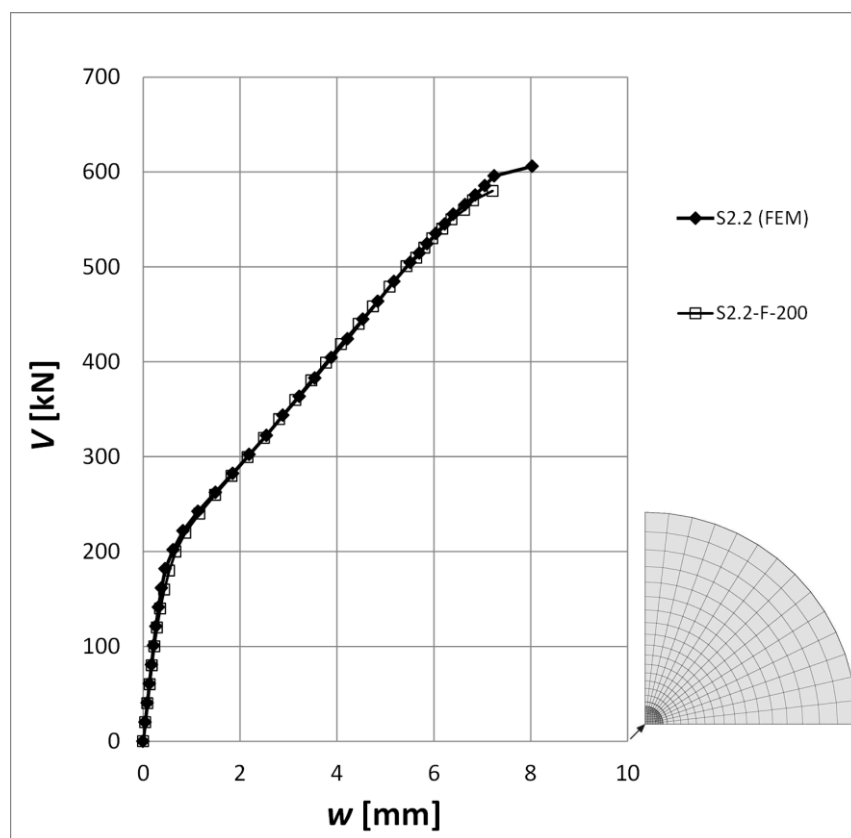


Bild A 3-29: Last-Verformungs-Beziehung für Platte S2.2-F-200 mit Betonkern

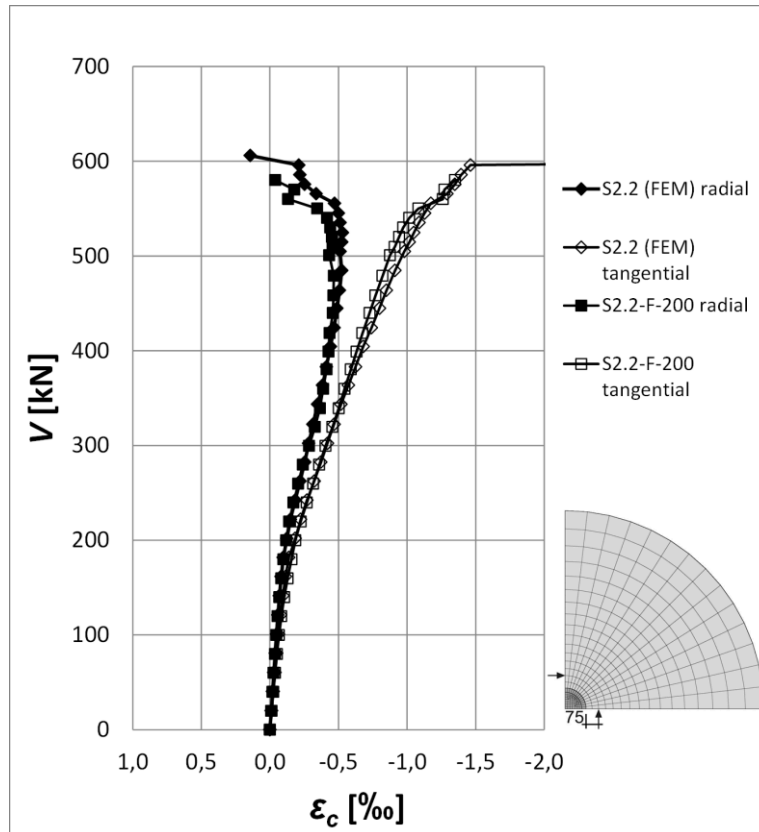


Bild A 3-30: Betondehnungen in Platte S2.2-F-200 mit Betonkern

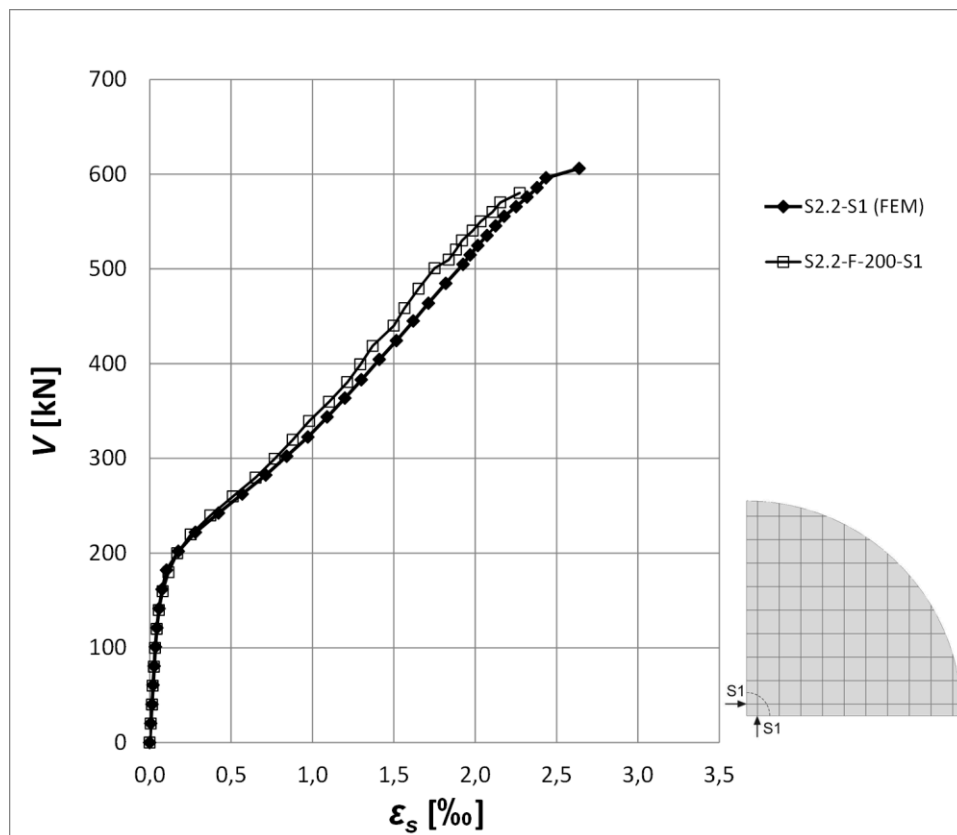


Bild A 3-31: Bewehrungsdehnungen in Platte S2.2-F-200 mit Betonkern, Stab S1

A4.2 LOCHRANDSTÜTZUNG BEI PLATTEN MIT EINEM KERN IN PLATTENMITTE

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	Ermittlung der Durchstanz-Bruchlast mit Gl. 2.22 und Gl. 4.8																			
2																				
3	Modell:	P1-C-450																		
4																				
5	r_{col}	r_g	r_s	h	d_m	f_{cm}	f_{yk}	E_s	β	A_s^{*y}	d_g	d_{go}	$(r_{go} r_c)/d$	r_{hole}						
6	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[-]	[cm ²]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]						
7	250.0	1.325.0	1.450.0	280.0	240.0	30.0	544.0	210.000	0.6	84.83	32	16	1.00	225.0						
8	*) orthogonale Bewehrung; $\beta = 0.6$																			
9																				
10	f_{ct}	E_c	α_s	ρ_l^{*y}	r_o	ψ	b_o	$-Z_x(\psi)$	$m_x(\psi)$	$\psi^2 d/(d_{go} + d_g)$	$V_{u,core}$	V_{flex}	$V/(b_o d^2 \tau_c^{0.5})$	A_{col}	$A_{Load,red}$	$A_{Load,red}/A_{col}$	k_{core}			
11	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[mm]	[rad]	[mm]	[1/mm]	[N]	[-]	[kN]	[kN]	[kN]	[mm ²]	[mm ²]	[-]	[-]			
12	2.9	31.072	6.8	0.0133	490.0	0.0065	2324.8	1.32E-05	2.16E+05	0.032	1330.3	3.113.7	0.44	196.349.5	37.306.4	0.19	0.86			
13																				
14																				
15	m_{cr}	El_o	$-Z_{cr}$	G	El_{I_1}	m_R	Z_{TS}	$-Z_{I_1}$	$-Z_{I_2}$	$r_x(\psi)$	$r_x(\psi)$	$r_o(\psi)$	$r_y \tau_o$	$l_{nr} \tau_o$	$r_{I_1} \tau_y$	$r_{cr} \tau_{I_1}$	$l_{nr} \tau_{I_1}$	V_d		
16	[N]	[Nmm]	[1/mm]	[mm]	[Nmm]	[N]	[1/mm]	[1/mm]	[1/mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[kN]		
17	3.78E+04	5.68E+10	6.66E-07	67.0	1.52E+10	3.67E+05	1.03E-06	1.47E-06	2.32E-05	490.00	1450.00	1450.00	0.00	1.08	960.00	0.00	0.00	1330.3		
18																				
19																				
20																				
21																				
22																				
23																				
24																				
25																				
26																				
27																				
28																				
29																				
30																				
31																				
32																				
33																				
34																				
35																				
36																				
37																				
38																				
39																				

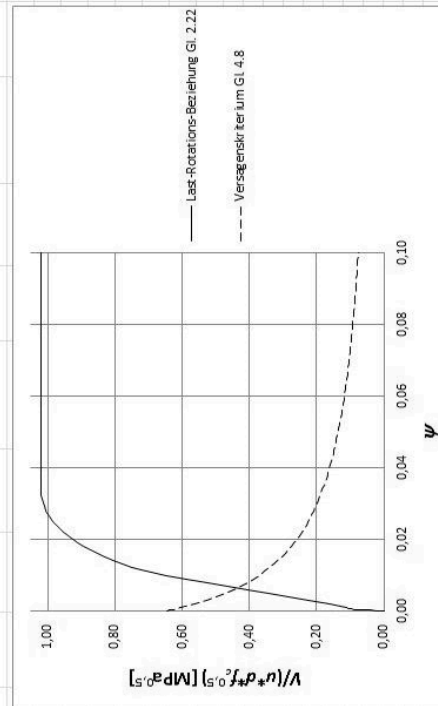


Bild A 4-2: Berechnung der Versagenslast für Platte P1-C-450

A4.3 LOCHRANDSTÜTZUNG MIT STAHLKERN UND DARAN FIXIERTER LÄNGSBEWehrUNG

Ermittlung der Durchstanz-Bruchlast mit Gl. 2.22 und Gl. 2.6																			
Bruchlast nach FEM: 1536 kN																			
Modell:	P1-F-450																		
r_{col}	r_g	r_s	h	d_m	f_{cm}	f_{yk}	E_s	β	A_s^{*1}	d_g	d_{g0}	$(r_{col}^2)/d$	über Zielwertsuche zu ermitteln:						
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[-]	[cm ²]	[mm]	[mm]	[-]	Zielzelle: R18						
250.0	1.325.0	1.450.0	280.0	240.0	30.0	544.0	210.000	0.6	84.83	32	16	1.00	Zielwert: 0						
**) orthogonale Bewehrung: $\beta = 0.6$													Veränderbare Zelle: F12						
***) mittlere Bewehrungsmenge, bezogen auf den Durchmesser 2 x r_g																			
f_{ct}	E_c	α_e	ρ_l^{*1}	r_0	ψ	b_0	$-z_{rl}(\psi)$	$m_{rl}(\psi)$	$\psi^2 d/(d_{g0}+d_g)$	$V_{u, fixed}$	V_{flex}	$V/(b_0 \cdot d^2 \cdot c^{0.5})$							
[N/mm ²]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[mm]	[rad]	[mm]	[mm]	[N]	[-]	[kN]	[kN]	[kN]							
2.9	31.072	6.8	0.0133	490.0	0.0073	2324.8	1.49E-05	2.42E+05	0.036	1481.6	3.113.7	0.48							
m_{cr}	EI_0	$-z_{cr}$	c	EI_1	m_R	z_{TS}	$-z_1$	$-z_2$	$r_{yl}(\psi)$	$r_1(\psi)$	$r_{cr}(\psi)$	$r_{yl}r_0$	lnr_1-lnr_y	r_{1-r_y}	r_{cr-r_1}	lnr_s-lnr_{cr}	V_4		
[N]	[Nmm]	[1/mm]	[mm]	[Nmm]	[N]	[1/mm]	[1/mm]	[1/mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[kN]		
3.78E+04	5.68E+10	6.66E-07	67.0	1.52E+10	3.67E+05	1.03E-06	1.47E-06	2.32E-05	490.00	1450.00	1450.00	0.00	1.08	960.00	0.00	0.00	1481.6		

— Load-Rotations-Beziehung Gl. 2.22
--- Versagenskriterium Gl. 2.6

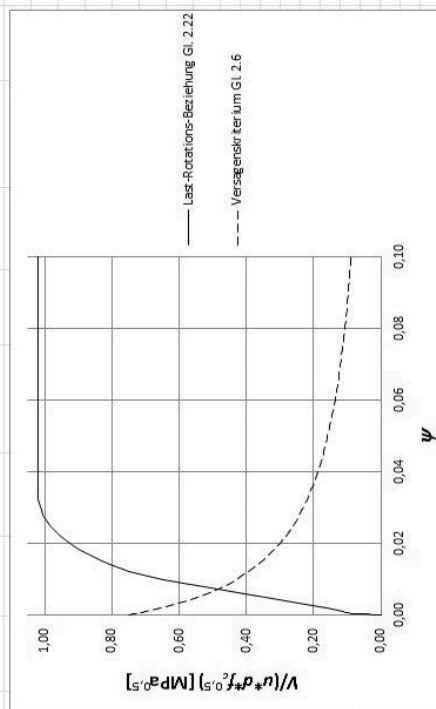
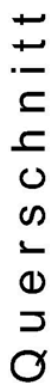


Bild A 4-3: Berechnung der Versagenslast für Platte P1-F-450



[illegible]

Technical drawing of a reinforced concrete column with a steel core and a steel tube. The drawing shows a cross-section and a longitudinal section.

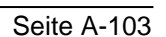
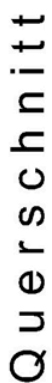
Cross-section details:

- Outer tube: Rohr 323,9/12mm
- Concrete layer: Stützenbeton C70/85
- Steel core: Stahlkern Ø 250mm
- Reinforcement bars: 30 Ø 10/10 (labeled 2), 4x15=60 Ø 20/10/3.24 (labeled 1)
- Plate: Platte t = 40mm
- Distance plates: Distanzbleche S355, 25x20x100mm
- 10mm Fuge (joint)

Longitudinal section details:

- Column height: 2,84 unt.
- Section 1 (top): 2,0m high, 4x15=60 Ø 20/10/3.24
- Section 2 (middle): 0,60m high, 30 Ø 10/10
- Section 3 (bottom): 0,24m high, 2x30=60 Ø 10/10/3.24

Bild A 5-4: Versuchsplatte L1-C-250, M. 1:25





Lebenslauf

Torsten Welsch

Geburtsdatum: 05.04.1977
Geburtsort: Troisdorf
Familienstand: verheiratet, 1 Tochter
Staatsangehörigkeit: Deutsch
E-Mail: Torsten.Welsch@gmx.de

Schulischer Werdegang

1983 – 1987: Kath. Grundschule Gartenstraße, Hennef
1987 – 1996: Städtisches Gymnasium Hennef
Schulabschluss: Abitur im Juni 1996

Hochschulstudium

09/1997 – 01/2001: Studium des Bauingenieurwesens an der Fachhochschule Köln
Vertiefungsrichtung „Konstruktiver Ingenieurbau“
Abschluss: Dipl.-Ing. (FH)
04/2003 – 08/2006: Berufsbegleitendes Studium des Bauingenieurwesens an der Bergischen
Universität Wuppertal im Diplomstudiengang DII
Vertiefungsrichtung „Konstruktiver Ingenieurbau“
Abschluss: Dipl.-Ing.

Auszeichnungen

2001: Dr. Perthel-Preis
2006: Nachwuchs-Förderpreis von Ernst & Sohn 2006

Beruflicher Werdegang

05/1996 – 08/1996: Baustellenpraktikum bei der Bauunternehmung Gebr. Rech GmbH, Hennef
09/1996 – 09/1997: Zivildienst als Rettungssanitäter beim Malteser-Hilfsdienst e.V., Hennef
09/1997 – 01/2001: studienbegleitende Beschäftigung beim Ingenieurbüro H.-J. und
B. Laufenberg, Hennef
02/2001 – 03/2008: Festanstellung beim Ingenieurbüro B. Laufenberg, zuletzt als Projektleiter
Tragwerksplanung (Ingenieur- und Industriebau, Bauen im Bestand)
seit 04/2008: Festanstellung als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehr- und
Forschungsgebiet „Massivbau & Tragkonstruktionen“ der Bergischen
Universität Wuppertal (Univ.-Prof. Dr.-Ing. M. Held)
seit 02/2008: Staatlich anerkannter Sachverständiger für Schall- und Wärmeschutz