

**Reihe 18**

Mechanik/  
Bruchmechanik

**Nr. 344**

Dipl.-Ing. Alexander Eberlein,  
Paderborn

## **Einfluss von Mixed-Mode-Beanspruchung auf das Ermüdungsrisswachstum in Bauteilen und Strukturen**





# Fortschritt-Berichte VDI

Reihe 18

Mechanik/  
Bruchmechanik

Dipl.-Ing. Alexander Eberlein,  
Paderborn

Nr. 344

Einfluss von Mixed-Mode-  
Beanspruchung auf das  
Ermüdungsrisswachstum in  
Bauteilen und Strukturen

VDI verlag

Eberlein, Alexander

## **Einfluss von Mixed-Mode-Beanspruchung auf das Ermüdungsrissswachstum in Bauteilen und Strukturen**

Fortschr.-Ber. VDI Reihe 18 Nr. 344. Düsseldorf: VDI Verlag 2016.

138 Seiten, 91 Bilder, 8 Tabellen.

ISBN 978-3-18-334418-5, ISSN 0178-9457,

€ 52,00/VDI-Mitgliederpreis € 46,80.

**Für die Dokumentation:** Mixed-Mode-Beanspruchung – 3D-Risswachstum – Bruchmechanische Hypothesen – CTSR-Probe – Ermüdungsrisssausbreitung – Schwellenwerte – Belastungsrichtungsänderung – Beanspruchungsniveaüänderung – Facettenbildung – Nicht-proportionale Beanspruchung

Während eines Produktlebens können vielfältige Belastungen am Bauteil auftreten, welche u. U. die lokale Beanspruchungssituation an vorhandenen Defekten entscheidend verändern und dadurch maßgeblichen Einfluss auf die Bauteillebensdauer ausüben können. Diese Dissertation befasst sich daher mit dem Thema des Ermüdungsrissswachstums hauptsächlich bei überlagerten Beanspruchungen, sogenannten Mixed-Mode-Beanspruchungen. Dabei konzentrieren sich die experimentellen Untersuchungen u. a. auf die bruchmechanische Kennwertermittlung bei 3D-Mixed-Mode sowie auf Auswirkungen bezüglich des Risswachstums und der Rissorientierung infolge Belastungsrichtungs- und Beanspruchungsniveaüänderungen. Weitere Untersuchungsgegenstände dieser Arbeit sind die Facettenbildung bei Mode I-Mode III-Beanspruchungsüberlagerungen sowie nicht-proportionale Mixed-Mode-Beanspruchungen. Die Untersuchungen zeigen, dass Belastungsrichtungs- und Beanspruchungsniveaüänderungen sowie nicht-proportionale Mixed-Mode-Beanspr. das Risswachstum hinsichtlich dessen Fortschrittsrate und Orientierung beeinflussen.

### **Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

### **Bibliographic information published by the Deutsche Bibliothek**

(German National Library)

The Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie (German National Bibliography); detailed bibliographic data is available via Internet at <http://dnb.ddb.de>.

Universität Paderborn

© VDI Verlag GmbH · Düsseldorf 2016

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Fotokopie, Mikrokopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, im Internet und das der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 0178-9457

ISBN 978-3-18-334418-5



## VORWORT

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter der Fachgruppe Angewandte Mechanik der Universität Paderborn.

In erster Linie möchte ich meinen besonderen Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans Albert Richard aussprechen, der durch konsequente Förderung und konstruktive Anregungen zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Für das gezeigte Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Korreferats danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans Jürgen Maier. Ebenso danke ich den Herren Prof. Dr.-Ing. Volker Schöppner und Prof. Dr.-Ing. Gerson Meschut für die Mitarbeit in der Promotionskommission.

Für die exzellente fachliche Unterstützung und sehr hilfreichen Diskussionen und Anregungen bedanke ich mich ausdrücklich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Gunter Kullmer. Zudem möchte ich mich bei den derzeitigen und ehemaligen Arbeitskolleginnen und Arbeitskollegen Frau Dipl.-Medienwirtin (FH) Michaela Brock, Frau Dipl.-Ing. Katharina Dibblee, Herr M. Sc. Benjamin Bauer, Herr M. Sc. Jan-Peter Brüggemann, Herr M. Sc. Alexander Grübel, Herr M. Sc. Tintu David Joy, Herr Dr.-Ing. Viktor Kloster, Frau Stephanie Lummer, Herr M. Sc. Wadim Reschetnik, Herr Dr.-Ing. Andre Riemer, Herr M. Sc. Karsten Schäfer, Herr Dr.-Ing. Nils-Henrik Schirmeisen, Frau Dr.-Ing. Britta Schramm, Herr Prof. Dr.-Ing. Benedikt Wiedemeier und Herr Dipl.-Ing. Markus Wirxel für die freundliche Arbeitsatmosphäre und Zusammenarbeit bedanken. Einschließen möchte ich ebenso die engagierten Studien-, Bachelor-, Master- und Diplomarbeiter/-innen, die studentischen Hilfskräfte sowie die Mitarbeiter der Zentralen Werkstatt der Fakultät für Maschinenbau, die mit einer zuverlässigen Anfertigung von Proben und Versuchsvorrichtungen auch wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Insbesondere danke ich meiner Familie und meiner Ehefrau Irina ganz herzlich für ihre Motivation, Rücksichtnahme, ihre unermüdliche Geduld und Unterstützung, aber auch für die notwendige Ablenkung.

Paderborn, im Februar 2016

Alexander Eberlein

Meiner Familie gewidmet.

# INHALTSVERZEICHNIS

Verzeichnis der verwendeten Symbole und Abkürzungen .....	VIII
Kurzfassung .....	XIII
<b>1 Einleitung und Zielsetzung .....</b>	<b>1</b>
1.1 Historie .....	1
1.2 Herausforderungen bei der Bewertung des Risswachstums .....	2
<b>2 Bruchmechanik bei komplexer Beanspruchung.....</b>	<b>5</b>
2.1 Kraftflussstörung durch Risse.....	5
2.2 Spannungsverteilungen in Rissnähe .....	6
2.2.1 Spannungsverteilungen ebener Rissprobleme .....	7
2.2.2 Spannungsverteilungen räumlicher Rissprobleme .....	9
2.3 Grundlegende Beanspruchungsarten am Riss.....	11
2.4 Spannungsintensitätsfaktoren für Single-Mode-Beanspruchungen .....	12
2.5 Instabiles Risswachstum bei komplexer Beanspruchung .....	13
2.5.1 $K$ -Konzepte für Single-Mode-Beanspruchungen .....	14
2.5.2 $K$ -Konzept für 2D-Mixed-Mode-Beanspruchung .....	15
2.5.3 $K$ -Konzept für 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung .....	17
2.6 Ermüdungsrisswachstum bei konstanter zyklischer Amplitude .....	18
2.6.1 Ermüdungsrisswachstum unter Mode I-Beanspruchung .....	19
2.6.2 Ermüdungsrisswachstum bei 2D-Mixed-Mode-Beanspruchung .....	23
2.6.3 Ermüdungsrisswachstum bei 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung .....	24
2.7 Ermüdungsrisswachstum bei variabler zyklischer Amplitude .....	25
2.7.1 Reihenfolgeeffekte und deren Einfluss auf den Rissfortschritt .....	25
2.7.2 Mixed-Mode-Beanspruchung infolge einer Belastungsänderung .....	29
2.8 Lokale Plastizität an der Rissspitze .....	30
<b>3 Kriterien bei 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung.....</b>	<b>32</b>
3.1 3D-Kriterium nach RICHARD .....	32
3.2 Rissausbreitungskriterium nach POOK .....	33
3.3 $\sigma_I^I$ -Kriterium nach SCHÖLLMANN et al. ....	34

3.4	Gegenüberstellung der Kriterien .....	36
3.5	Bruchmechanische Bewertung bei allgemeiner zyklischer Mixed-Mode-Beanspruchung.....	39
4	Proben und Vorrichtungen für Risswachstumsuntersuchungen bei Mixed-Mode-Beanspruchungen.....	41
4.1	CTSR-Probe und Vorrichtung .....	41
4.1.1	Realisierung von beliebigen 3D-Mixed-Mode-Zuständen .....	44
4.1.2	Experimentelle Voruntersuchungen .....	46
4.2	CTMM-Probe und Vorrichtung.....	48
4.2.1	Konzeptdarstellung und -beschreibung .....	48
4.2.2	Ermittlung der Geometriefaktorfunktionen .....	50
4.2.3	Experimentelle Voruntersuchungen .....	53
5	Experimentelle Untersuchungen des Ermüdungsrisssverhaltens bei Mixed-Mode-Beanspruchung.....	56
5.1	Versuchswerkstoffe.....	56
5.1.1	Aluminiumlegierung EN AW-7075-T651 .....	56
5.1.2	Vergütungsstahl 34CrNiMo6 .....	57
5.2	Schwellenwertermittlung bei räumlicher Mixed-Mode-Beanspruchung.....	58
5.2.1	Versuchsaufbau und -durchführung .....	59
5.2.2	Schwellenwerte bei Mixed-Mode-Beanspruchung: Darstellung und Interpretation .....	63
5.2.3	Gegenüberstellung der Kriterien zur Vorhersage der Rissausbreitungsrichtung .....	65
5.3	Risswachstum bei Belastungsrichtungsänderungen.....	68
5.3.1	Beschreibung der Versuchsreihen .....	68
5.3.2	Belastungsrichtungsänderung bei konstanter zyklischer Kraftamplitude .....	69
5.3.3	Belastungsrichtungsänderung bei konstantem zyklischen Vergleichsspannungsintensitätsfaktor .....	71
5.3.4	Bewertung des Risswachstums infolge Belastungsrichtungsänderungen .....	74
5.4	Risswachstum bei Beanspruchungsniveauänderungen.....	78
5.4.1	Einfluss von Mode I-Mode III-Blocklasten auf ein Mode I-Grundlastniveau.....	78
5.4.2	Einfluss von Mode I-Mode II-Blocklasten auf ein Mode II-Grundlastniveau.....	80
5.4.3	Einfluss von Mode I-Mode III-Blocklasten auf ein Mode III-Grundlastniveau.....	81
5.4.4	Bewertung des Risswachstums infolge Beanspruchungsniveauänderungen.....	82
5.5	Rissfrontsegmentierung bei Mode I-Mode III-Beanspruchungen .....	85
5.5.1	Definition charakteristischer Größen .....	85
5.5.2	Facettenquantifizierung .....	86
5.6	Einfluss des $R$ -Verhältnisses auf das Rissabknickverhalten bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung.....	90

5.6.1	Versuchsaufbau und -durchführung .....	90
5.6.2	Rissabknickverhalten bei positiven und negativen $R$ -Verhältnissen .....	92
<b>6</b>	<b>Ermüdungsrisssverhalten bei nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung ..</b>	<b>94</b>
6.1	Vorrichtungskonzept zur Realisierung von nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchungen .....	96
6.2	Risswachstum bei nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung .....	101
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Fazit für die praktische Anwendung .....</b>	<b>105</b>
7.1	Zusammenfassung der Einzelergebnisse .....	105
7.2	Anwendung auf Bauteile und Strukturen .....	107
<b>Anhang .....</b>		<b>109</b>
<b>Literaturverzeichnis .....</b>		<b>113</b>

## VERZEICHNIS DER VERWENDETEN SYMBOLE UND ABKÜRZUNGEN

### a) Lateinisch

$A$	Bruchdehnung
$A_0 - A_4$	Koeffizienten der Kalibrierfunktionen zur Risslängenberechnung
$A - G$	Koeffizienten der Geometriefaktorfunktionen der CTMM-Probe
$E$	Elastizitätsmodul
$F$	Kraft
$F_a$	Kraftamplitude
$F_{\max}, F_{\min}$	maximale bzw. minimale Kraft
$\Delta F$	Schwingbreite der Kraft
$\Delta F_{\text{St}}$	Zunahme der maximalen Kraft je Stufe im Laststeigerungsversuch
$\Delta F_0$	initiale Schwingbreite der Kraft
$G$	Gewichtskraft
$G_I, G_{II}, G_{III}$	Energiefreisetzungsrates für Mode I, Mode II und Mode III
$I_0$	konstanter elektrischer Strom
$K$	Spannungsintensitätsfaktor
$K_I, K_{II}, K_{III}$	Spannungsintensitätsfaktor für Mode I, Mode II und Mode III
$K_I(t), K_{II}(t), K_{III}(t)$	zeitabhängiger Spannungsintensitätsfaktor für Mode I, Mode II und Mode III
$K_{I,a}, K_{II,a}, K_{III,a}$	Spannungsintensitätsamplitude für Mode I, Mode II und Mode III
$K_{I,\text{block}}, K_{II,\text{block}}, K_{III,\text{block}}$	maximaler Spannungsintensitätsfaktor der Mode I-, Mode II- und Mode III-Blocklast
$K_{IC}, K_{IIC}, K_{IIIC}$	Risszähigkeit für Mode I, Mode II und Mode III
$K_{I,m}, K_{II,m}, K_{III,m}$	Mittelwert des Spannungsintensitätsfaktors für Mode I, Mode II und Mode III
$K_{I,\max}, K_{I,\min}$	maximaler und minimaler Spannungsintensitätsfaktor für Mode I
$K_{I,\max,\text{zykl.}}, K_{II,\max,\text{zykl.}}, K_{III,\max,\text{zykl.}}$	max. Spannungsintensitätsfaktor der zyklischen Beanspruchungskomponente bei nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchungen
$K_I^{\text{CP}}, K_{II}^{\text{CP}}$	kritischer Mode I- und Mode II-Spannungsintensitätsfaktor im Punkt P

$K_I^n, K_{II}^n, K_{III}^n$	normierter Spannungsintensitätsfaktor für Mode I, Mode II und Mode III
$K_{BI,max}, K_{BI,min}$	maximaler u. minimaler Spannungsintensitätsfaktor der Grundbelastung
$K_{block}$	maximaler Spannungsintensitätsfaktor der Blocklast
$K_C$	kritischer Spannungsintensitätsfaktor
$K_{max}, K_{min}$	maximaler bzw. minimaler Spannungsintensitätsfaktor
$K_V$	Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
$K_{VI,II}$	Vergleichsspannungsintensitätsfaktor für ebene Mixed-Mode
$K_{VI,II,III}$	Vergleichsspannungsintensitätsfaktor für räumliche Mixed-Mode
$K_{V,block}$	maximaler Spannungsintensitätsfaktor der Mixed-Mode-Blocklast
$K_{V,max}, K_{V,min}$	maximaler bzw. minimaler Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
$\Delta K$	zyklischer Spannungsintensitätsfaktor
$\Delta K_I, \Delta K_{II}, \Delta K_{III}$	zyklischer Spannungsintensitätsfaktor für Mode I, Mode II und Mode III
$\Delta K_{I,0}$	initialer zyklischer Spannungsintensitätsfaktor für Mode I
$\Delta K_{I,BI}, \Delta K_{II,BI}, \Delta K_{III,BI}$	zyklischer Spannungsintensitätsfaktor für ein Mode I-, Mode II- und Mode III-Grundlastniveau
$\Delta K_{I,Bw}, \Delta K_{II,Bw}$	zyklischer Spannungsintensitätsfaktor für Mode I und Mode II bei Belastungswechsel bzw. Belastungsänderung
$\Delta K_{IC}$	kritischer zyklischer Spannungsintensitätsfaktor für Mode I
$\Delta K_{I,th}, \Delta K_{II,th}, \Delta K_{III,th}$	Schwellenwert für Mode I, Mode II und Mode III
$\Delta K_{BI}$	zyklischer Spannungsintensitätsfaktor der Grundbelastung
$\Delta K_{th}$	Schwellenwert gegen Ermüdungsrissausbreitung
$\Delta K_V$	zyklischer Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
$\Delta K_{V,0}$	initialer zyklischer Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
$\Delta K_{V,zul}$	zulässiger zyklischer Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
$M_T$	Torsionsmoment
$N$	Schwingenspielzahl
$N_{block}$	Blockschwingenspielzahl
$N_C$	Schwingenspielzahl der Restlebensdauer bis zum Bauteilversagen
$N_{CA}$	Vergleichsschwingenspielzahl bei konstanter Belastung
$N_D$	Verzögerungsschwingenspielzahl
$N_{DI}$	korrigierte Verzögerungsschwingenspielzahl
$N_R$	Schwingenspielzahl nach einer Belastungsrichtungsänderung

$\Delta N$	inkrementelle Schwingspielzahl
$\Delta N_{\text{St}}$	Schwingspielzahl je Stufe beim Laststeigerungsversuch
$R$	Verhältnis von minimaler zu maximaler Beanspruchungskenngröße
$R_{\text{block}}$	Blocklastverhältnis
$R_e$	Streckgrenze
$R_m$	Zugfestigkeit
$R_{p0,2}$	0,2 %-Dehngrenze
$R_{V,\text{block}}$	Blocklastverhältnis bei Mixed-Mode-Blocklasten
$U$	elektrische Potentialdifferenz
$U_0$ bzw. $U_{\text{ref}}$	elektrische Referenzpotentialdifferenz
$U/U_0$ bzw. $U/U_{\text{ref}}$	Potentialdifferenzenverhältnis zur Risslängenberechnung
$Y_I, Y_{II}, Y_{III}$	Geometriefaktoren, normierte Spannungsintensitätsfaktoren für Mode I, Mode II und Mode III
$a$	Halbachse einer Ellipse
$a, c$	Risslänge
$a_A$	Anrisslänge nach einer Druckschwellbelastung
$a_C$	kritische Risslänge
$a_{\text{pl,ESZ}}$	plastische Risslängenkorrektur für einen ebenen Spannungszustand
$a_{\text{ref}}$	Referenzrisslänge
$a_0$	Initialrisslänge
$\Delta a$	inkrementeller Rissfortschritt
$\Delta a_{\text{block}}$	Blockrisslängeninkrement
$\Delta a_{CA}$	Vergleichsrisslängeninkrement
$\Delta a_{DI}$	Verzögerungsrisslängeninkrement
$\Delta a_{\text{inf,D}}$	durch Verzögerung beeinflusstes Risslängeninkrement
$b$	Halbachse einer Ellipse
$c$	Facettenabstand
$d$	Projektion der Facettenlänge auf die Mittelebene des Ausgangsrisses
$da$	Risslängenänderung
$da/dN$	Rissgeschwindigkeit bzw. Rissfortschrittsrate



$dN$	Änderung der Schwingenspielzahl
$e$	Breite des Überbrückungsbereichs von $f_{st}$ -Facetten
$f_{fa}$	Bezeichnung für abfallende Facetten
$f_{ij}^I, f_{ij}^{II}, f_{ij}^{III}$	dimensionslose Funktionen
$f_{st}$	Bezeichnung für aufsteigende Facetten
$l$	Probenlänge
$n$	natürliche Zahl
$r, \varphi$	Polarkoordinaten
$t$	Zeit, Probendicke
$u, v, w$	materialabhängige Exponenten
$w$	Probenbreite
$x, y, z$	kartesische Koordinaten

## b) Griechisch

$\Phi_I, \Phi_{II}, \Phi_{III}$	Phasenwinkel für Mode I, Mode II und Mode III
$\alpha$	Lasteinleitungswinkel beim CTSR-Konzept
$\alpha_1, \alpha_2$	Werkstoffparameter, die das Verhältnis der Risszähigkeiten beschreiben
$\beta$	Lasteinleitungswinkel beim CTSR-Konzept
$\gamma$	Lasteinleitungswinkel beim CTMM-Konzept
$\nu$	Querdehnzahl des Materials
$\rho$	Kerbradius
$\sigma$	Normalspannung
$\sigma_1$	größte Hauptnormalspannung
$\sigma'_1$	spezielle größte Hauptnormalspannung
$\sigma_a$	Spannungsamplitude bzw. Spannungsaussschlag
$\sigma_{a,zul}$	zulässige Spannungsamplitude
$\sigma_F$	Fließspannung des Materials
$\sigma_{max}, \sigma_{min}$	maximale bzw. minimale Normalspannung
$\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z$	Normalspannungen in Zylinderkoordinaten
$\sigma_V$	Vergleichsspannung

$\sigma_{V,a}$	Vergleichsspannungsamplitude
$\sigma_{V,zul}$	zulässige Vergleichsspannung
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Normalspannungen in kartesischen Koordinaten
$\Delta\sigma$	Schwingbreite der Normalspannung bzw. Spannungsschwingbreite
$\tau_H$	Hauptschubspannung
$\tau_{r\varphi}, \tau_{rz}, \tau_{\varphi z}$	Schubspannungen in Zylinderkoordinaten
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$	Schubspannungen in kartesischen Koordinaten
$\varphi$	Winkel
$\varphi_0$	Rissabknickwinkel
$\psi_F$	Facettenwinkel
$\psi_0$	Rissverdrehwinkel
$\omega$	Größe der plastischen Zone
$\omega_I, \omega_{II}, \omega_{III}$	Kreisfrequenz für Mode I-, Mode II- und Mode III-Beanspr.-Zeit-Fkt.
$\omega_{ESZ}$	Größe der plastischen Zone bei ebenem Spannungszustand

### c) Abkürzungen

AFM	All-Fracture-Mode
ASTM	American Society for Testing and Material
CTMM	Compact-Tension-Mixed-Mode
CTSR	Compact-Tension-Shear-Rotation
DIN	Deutsches Institut für Normung
ESZ	Ebener Spannungszustand
EVZ	Ebener Verzerrungszustand
FAM	Fachgruppe Angewandte Mechanik
FRANC	Fracture Analysis Code
GEH	Gestaltänderungsenergiehypothese nach VON MISES
LEBM	Linear-elastische Bruchmechanik
PMMA	Polymethylmethacrylat
SH	Schubspannungshypothese nach TRESCA

Alle weiteren verwendeten oder hiervon abweichenden Symbole und Bezeichnungen sind im Text erläutert.

## KURZFASSUNG

Während eines Produktlebens können vielfältige Belastungen am Bauteil auftreten. Unter Umständen können diese Belastungen die lokale Beanspruchungssituation an vorhandenen Defekten entscheidend verändern und dadurch maßgeblichen Einfluss auf die Bauteillebensdauer ausüben. Diese Dissertation befasst sich daher mit dem Thema des Ermüdungsrissswachstums hauptsächlich bei überlagerten Beanspruchungen, sogenannten Mixed-Mode-Beanspruchungen. Dabei konzentrieren sich die experimentellen Untersuchungen u. a. auf die bruchmechanische Kennwertermittlung bei 3D-Mixed-Mode sowie auf Auswirkungen bezüglich des Risswachstums und der Rissorientierung infolge Belastungsrichtungs- und Beanspruchungsniveauänderungen. Hierzu werden sowohl vorhandene als auch eigens entwickelte Proben- und Vorrichtungskonzepte vorgestellt und eingesetzt. Aufgrund der resultierenden Rissfrontsegmentierung, hervorgerufen durch eine vorhandene Mode III-Komponente bei der Mixed-Mode-Beanspruchung, widmet sich ein gesondertes Kapitel dieser Thematik. Des Weiteren wird ein in dieser Arbeit entwickeltes Vorrichtungskonzept gezeigt und verwendet, womit außerphasige Mixed-Mode-Beanspruchungen experimentell simuliert werden. Die experimentell ermittelten Kennwerte bestätigen die prinzipiell konservative Vorhersage vorhandener Hypothesen, welche weiterhin angewandt werden können. Abschließend lässt sich sagen, dass Belastungsrichtungs- und Beanspruchungsniveauänderungen sowie außerphasige Mixed-Mode-Beanspruchungen das Risswachstum hinsichtlich dessen Fortschrittsrate und Orientierung beeinflussen.

## ABSTRACT

During the product life cycle variable loads can appear on a structure. In some circumstances these loads can crucially change the local stress situation on an existing failure and thereby significantly affect structure's durability. With respect to the fatigue crack growth, this thesis mainly focuses on fatigue crack growth under combined loading conditions, the so-called mixed-mode-loadings. In this context, experimental investigations are presented dealing with aspects regarding characteristic fracture mechanical values at 3D-mixed-mode and the effect of varying loading directions and loading levels on crack growth. These experiments are performed by using both available and specially developed concepts of specimens and loading devices. Due to the resultant crack front segmentation arisen from the presence of mode III in mixed-mode-loadings, a separate chapter is created to deal with this issue explicitly. Furthermore, a loading device concept, that is developed within this thesis, enabling experimental crack growth simulations at different out-of-phase mixed-mode-loading conditions, is comprehensively illustrated and accordingly applied. Based on characteristic values identified, the experimental researches confirm, that existing criteria are conservative and can continue to be applied. As a final conclusion, the variation in loading directions and loading levels, as well as the out-of-phase mixed-mode-loadings, influence the crack's growth rate and its orientation.



# 1 EINLEITUNG UND ZIELSETZUNG

Anhand von Fehlern kann im Inneren und am Rand von Bauteilen Ermüdungsrissswachstum auftreten. Die Erforschung von Ermüdungsbrüchen hat eine lange Historie. Bisher jedoch wenig betrachtet sind Risse unter überlagerter Beanspruchung (Mixed-Mode-Beanspruchung). Gegenstand dieser Arbeit ist daher die Untersuchung des Ermüdungsrissswachstums bei 2D- und 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung.

## 1.1 Historie

Der Forschung neuen Antrieb verliehen haben häufig Katastrophen. Mit der systematischen Einführung wissenschaftlicher Bezüge auf die klassische Mechanik entstand der moderne Maschinenbau als selbstständiger Zweig der Industrie. So kam es 1842 zu einem Schadensfall, dessen Ursache auf Materialermüdung zurückzuführen ist. Die Rede ist von dem Eisenbahnunfall bei Versailles in Frankreich. Bei diesem Unglück sind laut der Londoner Zeitung „The Times“ bis zu 1800 Menschen ums Leben gekommen [Sur91]. Die Entgleisung der Lokomotive „Amstetten“ bei Timelkam im Jahre 1875 ist ein weiterer Schadensfall aus der Geschichte, wobei erstmals nachgewiesen werden konnte, dass ein Materialfehler für den Radreifenbruch verantwortlich war [SV75].

Der Begriff „Ermüdung“ im Zusammenhang mit Materialermüdung taucht erstmalig um etwa 1829 auf und wird häufig in Verbindung mit einem deutschen Mineningenieur namens W. A. J. ALBERT gebracht. Ebenfalls ein deutscher Ingenieur war es, der durch seine Forschungsarbeiten unter anderem an Eisenbahnachsen und Radreifen 1860 erstmals den Zusammenhang zwischen der Schwingenspielzahl und dem Lastniveau darstellte [Sur91]. Die Rede ist vom Eisenbahningenieur AUGUST WÖHLER (1819 – 1914), der systematisch das Ermüdungsverhalten von Eisenbahnachsen für die deutsche Bahnindustrie untersucht hatte. Damit waren die ersten Voraussetzungen für die Auslegung langlebiger Bauteile geschaffen.

Dennoch traten, trotz einer nach Festigkeitsaspekten korrekten Bauteilauslegung, insbesondere mit der Einführung der Schweißtechnik in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts, wiederholt Schadensfälle mit teilweise hohen Personenschäden auf. Besonders betroffen waren geschweißte Brücken sowie Schiffe [Bro85, Gro95, Nau76], bei denen das Versagen auf einen Ermüdungsbruch, ausgehend von einer schlecht ausgeführten Schweißnaht, zurückzuführen war. Für die Erreichung einer sicheren Bauteilauslegung war man somit gezwungen, zusätzlich zu dem statischen Festigkeitsnachweis und dem Dauerfestigkeitsnachweis, bruchmechanische Vorgänge zu berücksichtigen. Zahlreiche Untersuchungen in Zusammenarbeit von Industrie und Wissenschaft führten zu dem Resultat, dass Kerben, Materialfehler, Anrisse, korrosive Medien usw. das Festigkeits- und Dauerfestigkeitsverhalten von Strukturen und Bauteilen maßgeblich beeinflussen können.

Den entscheidenden Vorstoß zur Beschreibung und Charakterisierung des Risswachstums in metallischen Werkstoffen lieferten die Arbeiten von GRIFFITH [Gri21] und IRWIN [Irw57, Irw58] zur Entwicklung bruchmechanischer Konzepte. In den nächsten Jahrzehnten entwickelte sich die Bruchmechanik bis zum heutigen Zeitpunkt immer mehr zu einer selbstständigen fachübergreifenden Disziplin, die eine Brücke zwischen bruchmechanischen Konzepten und ingenieurtechnischen Problemstellungen bildet.

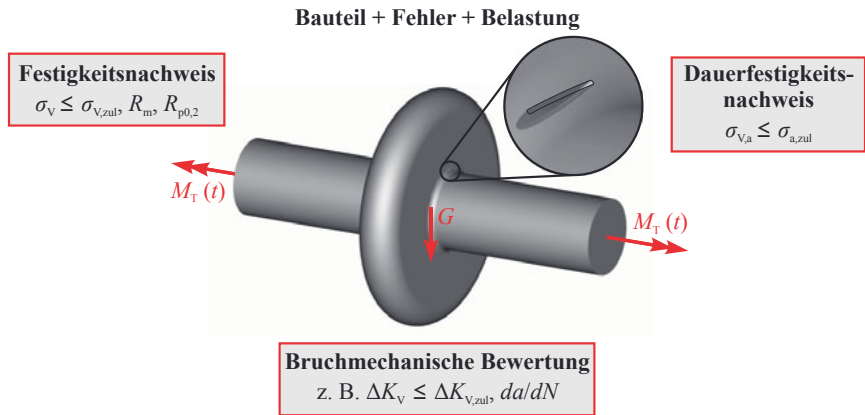
## 1.2 Herausforderungen bei der Bewertung des Risswachstums

Aus der Geschichte der Bruch- und Schadensforschung geht hervor, dass die Konstruktion und Auslegung hochbeanspruchter Strukturen noch weit in die zweite Hälfte des 20. Jahrhunderts nach den üblichen klassischen Festigkeitsberechnungen ohne eine Berücksichtigung der Bruchmechanik durchgeführt wurde. Dies hat zur Konsequenz, dass bis in die heutige Zeit Schadensfälle infolge von Ermüdungsbrüchen weiterhin auftreten, da sie zum einen nicht rechtzeitig erkannt und Rissentstehung sowie Rissausbreitung zum anderen unzureichend in Betracht gezogen werden. Grund dafür ist, dass heute viele neue Herausforderungen dazu gekommen sind.

Die Knappheit an ökologischen Ressourcen und die hohe Sensibilisierung der Öffentlichkeit für den Umweltschutz zwingt die Ingenieure das komplette Leichtbaupotential von Bauteilen und Strukturen auszunutzen und damit dicht an die Tragfähigkeitsgrenzen des Materials zu gehen. Eine weitere ressourcenschonende Herangehensweise ist die Verwendung funktional gradierter Komponenten. Diese weisen lokal unterschiedliche Festigkeits- sowie Zähigkeitswerte, aber auch bruchmechanische Kennwerte, wie z. B. den Schwellenwert gegen Ermüdungsrisssausbreitung  $\Delta K_{th}$ , auf [HBH13, RSE+13, Sch14]. All dies birgt die Gefahr, dass ausgehend von vorhandenen Materialfehlern, wie Mikrorissen, Ungänzen oder Einschlüssen sowie an hoch beanspruchten Unstetigkeiten der Bauteilgeometrie, infolge der Betriebsbelastung Risse entstehen und wachsen können.

Bei der Entwicklung eines Produkts werden heute in nahezu allen Anwendungsbereichen ein statischer Festigkeitsnachweis sowie ein Dauerfestigkeitsnachweis bei zeitlich veränderlicher Belastung erbracht [FKM12]. Damit jedoch eine Funktionssicherheit des Bauteils während des Betriebs gewährleistet werden kann, müssen zusätzlich zu den zuvor genannten Nachweisen bruchmechanische Konzepte hinzugezogen werden. Abbildung 1.1 zeigt beispielhaft an einem belasteten Bauteil die notwendigen Nachweise und Kenngrößen, die für die Bewertung der Bauteillebensdauer von hoher Relevanz sind. Neben der klassischen Vorgehensweise bei der Bauteilauslegung stellen sich vor allem bei der bruchmechanischen Bewertung eines rissbehafteten Bauteils zunächst wichtige Fragen bezüglich der Bauteilbelastung, Riss- und Bauteilgeometrie, Werkstoffeigenschaften und der bruchmechanischen Kennwerte. Sind diese Fragen beantwortet, dann lassen sich oft für ein vereinfachtes Rissmodell Aussagen treffen über die lokale Beanspruchungssituation am Riss, zulässige Rissabmessungen, geeigneten Werkstoff, Restlebensdauer sowie den Wartungszeitpunkt. Die lokale Beanspruchungssituation am Riss kann sich jedoch während der Nutzungsdauer des Bauteils unter Umständen maß-

geblich ändern, welche nachfolgend einen sowohl positiven als auch negativen Einfluss auf das weitere Ermüdungsrisswachstum im Bauteil und das Bauteilversagen haben kann.

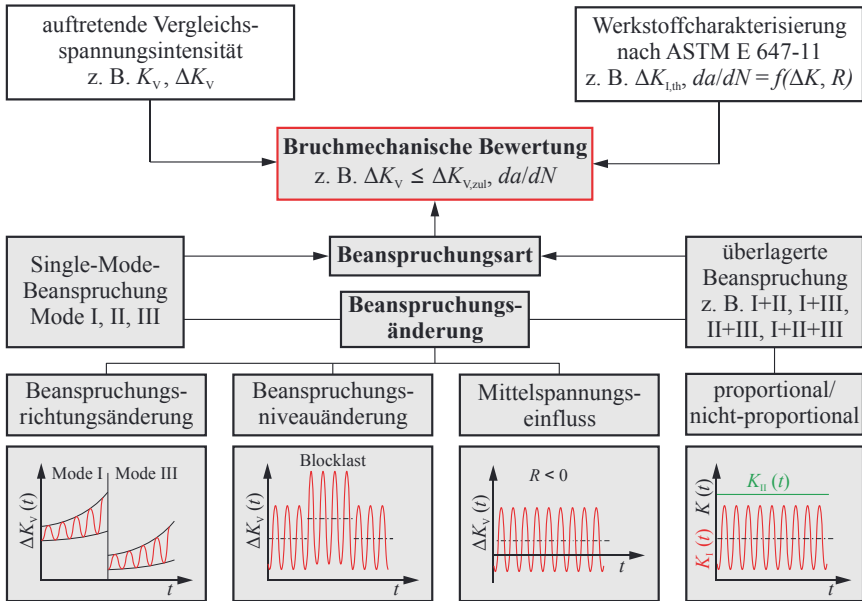


**Abbildung 1.1:** Nachweise und Kenngrößen zur Bewertung der Bauteillebensdauer

Für eine möglichst genaue bruchmechanische Bewertung ist daher die Vorhersage des Ermüdungsrissausbreitungsverhaltens in Bauteilen und Strukturen für Single-Mode-Beanspruchungen (Mode I, Mode II, Mode III), aber gerade auch für technisch fundamentale Problemstellungen bei überlagerten Normal- und Schubbeanspruchungen (Mixed-Mode-Beanspruchungen) von zunehmender Bedeutung.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, Einflüsse und Auswirkungen von Beanspruchungsänderungen auf das Ermüdungsrisswachstum zu untersuchen und diese in die bestehende bruchmechanische Bewertung zu integrieren (siehe Abbildung 1.2). Hierfür werden Einflüsse und Auswirkungen von Richtungs- und Niveauänderungen der Beanspruchungen auf ein Mode I-, Mode II- und Mode III-Risswachstum eingehend analysiert. Des Weiteren werden mit Hilfe experimenteller Untersuchungen, unter Verwendung des CTSR-Proben- und Vorrichtungskonzepts (siehe Kapitel 4.1), bruchmechanische Kennwerte, wie beispielsweise Schwellenwerte und Rissabknickwinkel sowie Rissverdrehwinkel, für 3D-Mixed-Mode-Beanspruchungen ermittelt und mit bestehenden Hypothesen der bruchmechanischen Bewertung bei allgemeiner Mixed-Mode-Beanspruchung verifiziert (Kapitel 5.2). Zur Untersuchung des Mittelspannungseinflusses auf das Rissabknickverhalten insbesondere bei negativen Spannungsverhältnissen unter ebener Mixed-Mode-Beanspruchung (Überlagerung von Mode I- und Mode II-Beanspruchung) wird ein Probenkonzept entwickelt. Dieses wird im Vorfeld sowohl experimentell als auch numerisch studiert und kalibriert. Anschließend werden daraus gezogene Resultate auf die Charakterisierung des Rissausbreitungsverhaltens bei überlagerter Beanspruchung übertragen. Zudem wird im Rahmen dieser Arbeit das Forschungsfeld des Ermüdungsrisswachstums bei nicht-proportional überlagerten Beanspruchungen vorwiegend experimentell behandelt. Hierfür wird ein Vorrichtungskonzept vorgestellt, welches die experimentelle Untersuchung des Risswachstums bei unterschiedlichen nicht-proportionalen Mixed-Mode-Bedingungen ermöglicht. Die gewonnenen Erkenntnisse aus den beschriebenen

Untersuchungen werden zu guter Letzt in einem Fazit für eine sichere praktische Anwendung auf Bauteile und Strukturen zusammengefasst aufgeführt. Mit diesem Vorschlag für die Praxis schließt diese Arbeit zugleich ab.



**Abbildung 1.2:** Einflussgrößen auf die bruchmechanische Bewertung von mixed-mode-beanspruchten Rissen



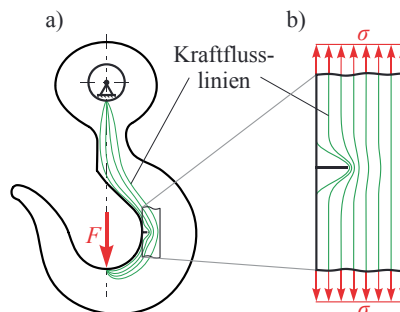
## 2 BRUCHMECHANIK BEI KOMPLEXER BEANSPRUCHUNG

Vorhandene Fehler oder Risse im Bauteil ändern dessen Tragfähigkeitsgrenzen entscheidend. So kommt es bereits deutlich unterhalb der statischen Festigkeit oder der Dauerfestigkeit zum Bauteilversagen [FKM12, RS12, RV07]. Das Ziel dieses Kapitels ist es, die theoretischen Grundlagen der Bruchmechanik, welche als fachübergreifende Disziplin [BP93, Hah76, Sch80] eine Brücke zwischen der Technischen Mechanik und der Werkstofftechnik bildet, insoweit auszuführen, wie es für das Verständnis dieser Arbeit erforderlich ist.

Die Untersuchung der Gegebenheiten in unmittelbarer Umgebung der Rissspitze bildet die Grundlage für bruchmechanische Konzepte und deren Anwendung. Ausgehend von der Betrachtung des Kraftflusses durch ein Bauteil aus der klassischen Festigkeitslehre werden im weiteren Verlauf des Kapitels Gegebenheiten, wie die am Riss auftretenden Spannungsfelder, die lokalen Rissbeanspruchungen, Spannungsintensitätsfaktoren und die lokale Plastizität an der Rissspitze sowie deren Zusammenhänge beschrieben.

### 2.1 Kraftflussstörung durch Risse

Risse trennen das Material einer Struktur lokal auf [GS07, RS12]. Damit verursachen diese Materialtrennungen eine massive Störung der Kraftdurchleitung durch das Bauteil. Am Beispiel eines Kranhakens wird in Abbildung 2.1 a) der Kraftfluss durch einen vorhandenen Randriss scharf umgelenkt. Die Kraftflusslinien müssen somit über eine kleinere Querschnittsfläche durch das Bauteil geleitet werden und liegen demzufolge eng beieinander (zu sehen in Abbildung 2.1 b)).



**Abbildung 2.1:** Kraftflussstörung durch einen Riss  
a) Kraftfluss bei einem Kranhaken mit Randriss  
b) scharfe Kraftflussumlenkung infolge eines Randrisses nach [RS12]

Da der Kraftfluss als die Durchleitung der Kräfte bzw. Spannungen durch das Bauteil verstanden wird, können die Kraftflusslinien als Höhenlinien der Spannung aufgefasst werden. An

Stellen, wo die Kraftflusslinien scharf umgelenkt werden und dichtgedrängt aneinander verlaufen, treten hohe lokale Spannungen auf [RHB06, RS12]. In der Umgebung der Rissfront entsteht folglich eine Spannungskonzentration mit an der Risspitze – zumindest rein theoretisch betrachtet – unendlich hohen Spannungen. Die Konsequenz aus der Theorie der Festigkeitslehre wäre für das Bauteil ein sofortiges Versagen, unabhängig von der Geometrie oder Lage des Risses. Für das Nichterfüllen des statischen Festigkeitsnachweises für ein beliebiges Bauteil genügt demnach allein das Vorhandensein eines noch so kleinen Anrisses.

In der Realität ruft ein Riss jedoch kein unmittelbares Bauteilversagen hervor. Aus bruchmechanischer Sicht müssen demzufolge andere Gesetzmäßigkeiten und Kenngrößen vorliegen, mit deren Hilfe die Beanspruchung am Riss beschrieben und letztendlich das Eintreten eines bruchmechanischen Bauteilversagens vorhergesagt werden kann. Daher werden in den folgenden Abschnitten als Basis bruchmechanischer Betrachtungen zunächst das elastische Spannungsfeld und dessen Verteilung in der Risspitzenumgebung erläutert.

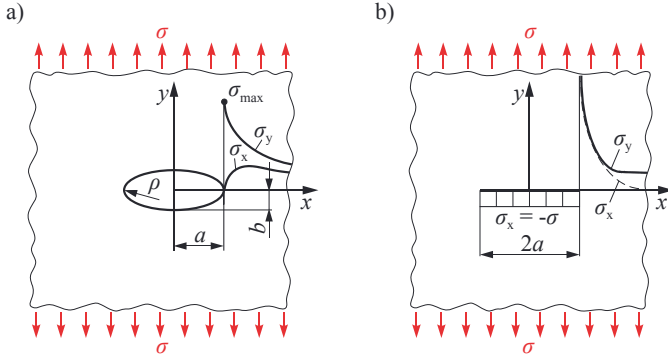
## 2.2 Spannungsverteilungen in Rissnähe

In der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) bilden Spannungen und Verschiebungen die Grundlage für die Beschreibung der Beanspruchungsverhältnisse am Riss und in dessen Umfeld. Es gibt nur wenige fundamentale Rissprobleme, für die exakte elastizitätstheoretische Lösungen der Spannungen und Verschiebungen am Riss und in dessen gesamter Umgebung existieren [Hah76]. Oft erfordert die exakte Berechnung von Spannungen und Verschiebungen gerade in Bauteilen mit komplexer Rissgeometrie eine elastizitätstheoretische Lösung komplizierter Randwertprobleme.

Dabei ist es aus bruchmechanischer Sicht im Allgemeinen gar nicht erforderlich, dass eine vollständige Lösung für das Randwertproblem eines Risses existiert. Unter Zugrundelegung von Idealisierungen im Rahmen der Kontinuumsmechanik ist es möglich die Spannungsverteilung an Rissen für einige grundlegende Rissprobleme genau zu ermitteln [BP93, GS07, Hah76, RS12, Sch80]. Zu einem der grundlegenden räumlichen Rissprobleme zählt hier ein kreisförmiger Innenriss in einem unendlich ausgedehnten Körper [RS12]. Ein Innenriss in einer unendlich ausgedehnten Scheibe, der sogenannte GRIFFITH-Riss [Gri21], welcher in Abbildung 2.2 b) zu sehen ist, stellt dagegen ein grundlegendes Rissmodell für ebene Rissprobleme dar. Derartige elementare ebene und räumliche Rissmodelle gestatten zumeist, die Verhältnisse in der Realität mit genügend hoher Genauigkeit näherungsweise zu beschreiben.

Aus der Kerbspannungslehre ist bekannt, dass Kerben im Bauteil zu Spannungskonzentrationen im Kerbgrund führen [BRR14, RHB06]. Betrachtet man nun ein elliptisches Loch in einer ebenen, zugbelasteten Scheibe (siehe Abbildung 2.2 a)) und lässt den Kerbradius  $\rho$  immer kleiner werden  $\rho \rightarrow 0$ , so stellt man fest, dass die maximale auftretende Kerbspannung  $\sigma_{\max}$  deutlich ansteigt und gegen Unendlich konvergiert. Den Grenzfall dieser Betrachtung stellt also eine Kerbe mit dem Kerbradius  $\rho = 0$  dar. Mit Hilfe dieser Überlegungen wird der Riss idealisiert als mathematischer Schnitt mit einer Risslänge von  $2a$  (siehe Abbildung 2.2 b))

oder als Sonderfall einer Kerbe (Abbildung 2.2) mit dem Kerbradius  $\rho = 0$  bzw. der elliptischen Halbachse  $b = 0$  aufgefasst [RS12].



**Abbildung 2.2:** Riss als Sonderfall einer Kerbe [RS12]  
a) Spannungsverteilung an einer elliptischen Kerbe  
b) Rissmodell nach GRIFFITH für ebene Rissprobleme

Ein derartiges Rissproblem lässt sich elastizitätstheoretisch sehr viel einfacher ausdrücken als ein beliebiges elliptisches Loch. Daraus können Näherungsausdrücke für die Spannungsverteilung resultieren, die nur in nächster Umgebung der Risspitze Gültigkeit haben.

## 2.2.1 Spannungsverteilungen ebener Rissprobleme

Mit Hilfe der Näherungsgleichungen und den Polarkoordinaten  $r$  und  $\varphi$  an der Risspitze (siehe Abbildung 2.3) können für die Beschreibung der Rissspitzenspannungsfelder Reihen entwickelt werden, deren Reihenglieder von  $r^{(n/2)-1}$  abhängig sind, wobei  $n = 1, 2, 3, \dots$  ist [Hah76, Ric85].

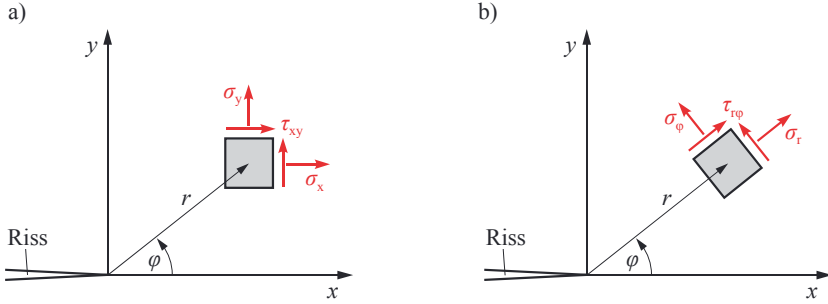
Bei der Berücksichtigung des ersten Reihenglieds und der Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung kann die Spannungsverteilung für ebene Rissprobleme aus folgendem Ausdruck ermittelt werden:

$$\sigma_{ij}(r, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot [K_I \cdot f_{ij}^I(\varphi) + K_{II} \cdot f_{ij}^{II}(\varphi)] \quad (2.1)$$

mit  $i, j = x, y$ .

Die elastischen Spannungsfelder in direkter Rissnähe (siehe Abbildung 2.3) werden mit Gleichung (2.1) exakt berechnet. Zudem können mittels dieser Beziehung die Bereiche, in denen  $r$  klein im Vergleich zur Risslänge  $a$  ist, mit guter Näherung beschrieben werden. Des Weiteren enthalten die Funktionen  $f_{ij}^I(\varphi)$  und  $f_{ij}^{II}(\varphi)$  nur den Winkel  $\varphi$  und sind dimensionslos. Die Gültigkeit der Gleichung (2.1) umfasst alle ebenen linear-elastischen Rissprobleme in homogenen isotropen Strukturen. Ebenfalls in Gleichung (2.1) tauchen die Größen  $K_I$  und  $K_{II}$  auf, welche die von IRWIN eingeführten Spannungsintensitätsfaktoren beschreiben und jeweils

einer der grundlegenden Beanspruchungsarten am Riss (siehe Kapitel 2.3) zugeordnet werden [Irw57, Irw58]. Wie der Name bereits ausdrückt, beschreiben die Spannungsintensitätsfaktoren die Intensität des Spannungsfelds in der Rissumgebung. Unabhängig von den Polarkoordinaten  $r$  und  $\varphi$  spiegeln diese charakteristischen Faktoren die Gefährlichkeit eines Risses wider.



**Abbildung 2.3:** Polarkoordinaten und Spannungskomponenten an der Risspitze [Hah76, RS12]  
a) kartesisches Koordinatensystem: Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\tau_{xy}$  für ein Flächenelement in der Rissumgebung  
b) Polarkoordinatensystem: Spannungen  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\varphi$  und  $\tau_{r\varphi}$  für ein Flächenelement in der Rissumgebung

Gleichung (2.1) beschreibt die Spannungsverteilung im Umfeld der Risspitze für eine sogenannte ebene Mixed-Mode-Beanspruchung. Eine derartige Beanspruchung wird gekennzeichnet durch eine Überlagerung der Bruchmoden I und II bzw. der Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  und  $K_{II}$ . Für diesen Fall resultieren in kartesischen Koordinaten (Abbildung 2.3 a)) folgende Ausdrücke der Spannungskomponenten:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{K_I \cdot \cos \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \begin{pmatrix} 1 - \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{3\varphi}{2} \\ 1 + \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{3\varphi}{2} \\ \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{3\varphi}{2} \end{pmatrix} + \frac{K_{II} \cdot \sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \begin{pmatrix} -\left(2 + \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{3\varphi}{2}\right) \\ \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{3\varphi}{2} \\ \cos \frac{\varphi}{2} - \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{3\varphi}{2} \end{pmatrix} \quad (2.2).$$

In Polarkoordinaten (Abbildung 2.3 b)) lauten die Nahfeldgleichungen der Spannungen in der Umgebung der Risspitze

$$\begin{pmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\varphi \\ \tau_{r\varphi} \end{pmatrix} = \frac{K_I \cdot \cos \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \sin^2 \frac{\varphi}{2} \\ \cos^2 \frac{\varphi}{2} \\ \frac{1}{2} \sin \varphi \end{pmatrix} + \frac{K_{II} \cdot \cos \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \sin \varphi - 2 \tan \frac{\varphi}{2} \\ -\frac{3}{2} \sin \varphi \\ \frac{1}{2} \cdot (3 \cos \varphi - 1) \end{pmatrix} \quad (2.3).$$

Außerdem liefern die Nahfeldgleichungen, Gleichung (2.2) und Gleichung (2.3), für den Fall, dass  $K_{II} = 0$  ist, die Spannungsverteilung für eine reine Mode I-Beanspruchung und für  $K_I = 0$  die Spannungen für eine reine Mode II-Beanspruchung.

## 2.2.2 Spannungsverteilungen räumlicher Rissprobleme

Bei allgemein räumlichen Rissproblemen können in der Nähe der Rissfront Spannungen sowohl in  $x$ - und  $y$ - als auch in  $z$ -Richtung auftreten. Für eine derartige allgemeine Beanspruchungsüberlagerung am Riss berechnet sich die Spannungsverteilung in unmittelbarer Rissumgebung aus folgendem Tensor:

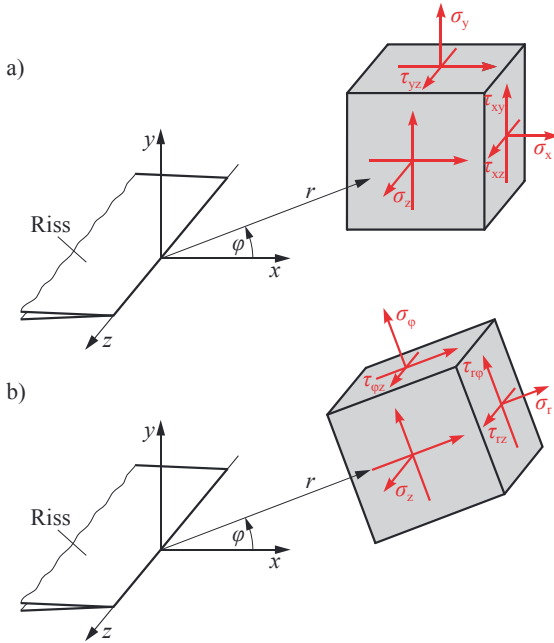
$$\sigma_{ij}(r, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \left[ K_I \cdot f_{ij}^I(\varphi) + K_{II} \cdot f_{ij}^{II}(\varphi) + K_{III} \cdot f_{ij}^{III}(\varphi) \right] \quad (2.4)$$

mit  $i, j = x, y, z$ .

Verglichen mit der Spannungsverteilung ebener Rissprobleme (Gleichung (2.1)) erweitert sich die Berechnung der Spannungscomponenten für räumliche Rissprobleme (Gleichung (2.4)) um den Spannungsintensitätsfaktor  $K_{III}$  und um eine dritte dimensionslose Funktion  $f_{ij}^{III}(\varphi)$ . Auch bei räumlichen Rissproblemen gilt die  $1/\sqrt{r}$ -Singularität.

In Abbildung 2.4 sind die auftretenden Spannungscomponenten bei einem räumlichen Riss an einem Volumenelement sowohl in kartesischen Koordinaten (siehe Abbildung 2.4 a)) als auch in Zylinderkoordinaten (siehe Abbildung 2.4 b)) gezeigt. Aus Gleichung (2.4) ergeben sich für kartesische Koordinaten folgende Spannungsverteilungen:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \left( 1 - \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{3\varphi}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \left( 2 + \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{3\varphi}{2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \left( 1 + \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{3\varphi}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{3\varphi}{2} \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{3\varphi}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \left( 1 - \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{3\varphi}{2} \right) \\ \tau_{xz} &= -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \\ \tau_{yz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \\ \sigma_z &= \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y) = \frac{2\nu}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \left( K_I \cdot \cos \frac{\varphi}{2} - K_{II} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.5).$$



**Abbildung 2.4:** Koordinaten und Spannungskomponenten bei räumlichen Rissen [RS12]  
a) kartesisches Koordinatensystem: Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$  und  $\tau_{xz}$  für ein Volumenelement in der Rissumgebung  
b) Zylinderkoordinatensystem: Spannungen  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\phi$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{r\phi}$ ,  $\tau_{rz}$  und  $\tau_{\phi z}$  für ein Volumenelement in der Rissumgebung

Werden jedoch in Gleichung (2.4) die Zylinderkoordinaten  $r$ ,  $\phi$  und  $z$  eingesetzt, so resultieren die nachfolgenden Näherungslösungen für die Spannungsverteilung in unmittelbarer Umgebung der Risspitze:

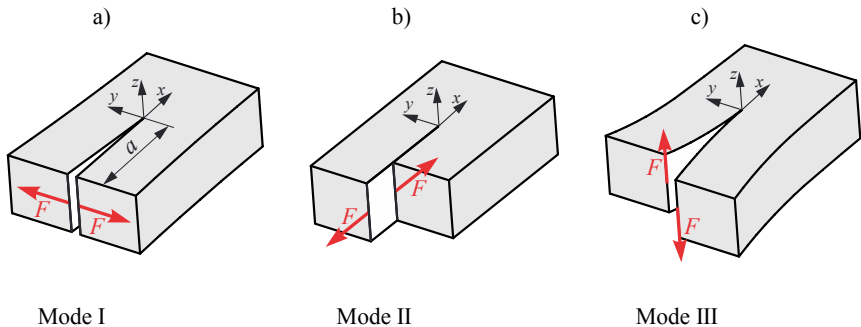
$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{K_I}{4 \cdot \sqrt{2\pi} \cdot r} \cdot \left( 5 \cdot \cos \frac{\phi}{2} - \cos \frac{3\phi}{2} \right) - \frac{K_{II}}{4 \cdot \sqrt{2\pi} \cdot r} \cdot \left( 5 \cdot \sin \frac{\phi}{2} - 3 \cdot \sin \frac{3\phi}{2} \right) \\ \sigma_\phi &= \frac{K_I}{4 \cdot \sqrt{2\pi} \cdot r} \cdot \left( 3 \cdot \cos \frac{\phi}{2} + \cos \frac{3\phi}{2} \right) - \frac{K_{II}}{4 \cdot \sqrt{2\pi} \cdot r} \cdot \left( 3 \cdot \sin \frac{\phi}{2} + 3 \cdot \sin \frac{3\phi}{2} \right) \\ \tau_{r\phi} &= \frac{K_I}{4 \cdot \sqrt{2\pi} \cdot r} \cdot \left( \sin \frac{\phi}{2} + \sin \frac{3\phi}{2} \right) + \frac{K_{II}}{4 \cdot \sqrt{2\pi} \cdot r} \cdot \left( \cos \frac{\phi}{2} + 3 \cdot \cos \frac{3\phi}{2} \right) \\ \tau_{rz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi} \cdot r} \cdot \sin \frac{\phi}{2}\end{aligned}\tag{2.6}.$$

$$\tau_{\varphi z} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2}$$

$$\sigma_z = \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_\varphi) = \frac{2\nu}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \left( K_I \cdot \cos \frac{\varphi}{2} - K_{II} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \right)$$

### 2.3 Grundlegende Beanspruchungsarten am Riss

Die mathematische Vereinfachung des Risses zu einem Schnitt in einem Körper erfordert nur drei fundamentale Beanspruchungsarten (Mode I, Mode II und Mode III) für alle auftretenden Risse in Bauteilen und Strukturen [Hah76, RS12]. Abbildung 2.5 illustriert die Bruchmoden nach IRWIN für einen Randriss. Die Kraft  $F$  zeigt hierbei stets die Richtung der Kraftwirkung bezüglich der Rissebene. Zudem ist in Abbildung 2.5 a) die Risslänge  $a$  definiert, wobei sich das Koordinatensystem direkt an der Risspitze befindet.



**Abbildung 2.5:** Rissbeanspruchungsarten in der Bruchmechanik nach [RS12]  
a) Mode I: Verursacht ein Öffnen des Risses infolge aller Normalbeanspruchungen  
b) Mode II: Bewirkt ein entgegengesetztes Gleiten der Rissoberflächen infolge aller Schubbeanspruchungen in Rissrichtung  
c) Mode III: Ruft ein Gleiten der Rissoberflächen quer zur Rissrichtung infolge nicht-ebener Schubbeanspruchung hervor

Charakterisiert werden die Moden I bis III durch die Lage des Spannungsfelds zum Riss. Wird ein Öffnen des Risses hervorgerufen durch Normalbeanspruchungen, die ein symmetrisches Entfernen der Rissoberflächen bezüglich der Rissebene bewirken, so handelt es sich hierbei um eine reine *Mode I-Beanspruchung* (Abbildung 2.5 a)). In diesem Fall stellt sich bezüglich der Rissebene ein symmetrischer Kraftflussverlauf ein. Die größte Hauptnormalspannung  $\sigma_1$  ist hier senkrecht zu der Rissebene ausgerichtet.

Eine reine *Mode II-Beanspruchung* am Riss liegt dann vor, wenn durch Schubbeanspruchungen ein antisymmetrisches bzw. entgegengesetztes Gleiten der Rissoberflächen in Rissrichtung verursacht wird (Abbildung 2.5 b)). Daher wird diese Beanspruchungsart häufig auch als ebe-

ne Schubbeanspruchung bezeichnet. Hierbei wird der Riss nicht geöffnet. Es kann sogar Reibung zwischen den beiden Rissufern auftreten. Die größte Schubspannung  $\tau_H$ , hier  $\tau_{xy}$ , wirkt ebenfalls in Riss- bzw.  $x$ -Richtung.

Bei der dritten Beanspruchungsart, der *Mode III-Beanspruchung* (siehe Abbildung 2.5 c)), werden beide Rissflanken infolge einer nicht-ebenen Schubbeanspruchung in  $z$ -Richtung gegeneinander bewegt. Wie bei einer reinen Mode II-Beanspruchung kann auch hier Reibung zwischen den Rissoberflächen stattfinden. Die maximale nicht-ebene Schubspannung  $\tau_{yz}$  herrscht hier in der  $y$ - $z$ -Ebene. Reine Mode III-Beanspruchungen erscheinen in technischen Anwendungen unter anderem bei torsionsbelasteten Wellen mit umlaufendem Riss [RS12].

Für die Beschreibung der grundlegenden Rissbeanspruchungsarten Mode I, Mode II und Mode III sind die bereits erwähnten Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$ ,  $K_{II}$  und  $K_{III}$  maßgebliche Größen. Diese werden nun im folgenden Kapitel näher erläutert.

## 2.4 Spannungsintensitätsfaktoren für Single-Mode-Beanspruchungen

Die Spannungsintensitätsfaktoren charakterisieren das elastische Spannungsfeld in Rissnähe eindeutig [GS07]. Aus mathematischer Betrachtungsweise werden die Spannungsintensitätsfaktoren als Größen aufgefasst, die den Intensitätsgrad der  $1/\sqrt{r}$ -Singularität des Spannungsfelds, nicht jedoch dessen Verteilung, beschreiben [Hah76, RS12].

Beeinflusst werden die Spannungsintensitätsfaktoren (Gleichung (2.7) bis Gleichung (2.9)) von der Art und Größe der äußeren Belastung (Normalspannung  $\sigma$ , Schubspannung  $\tau$ ), der vollständigen Rissform mit der Risslänge  $a$ , der Risslage und der Rissanordnung sowie der Bauteilgeometrie und von der Einleitungsart und dem Einleitungsort der Last [Ric85, RS12]. Die Definition der wichtigen Größen  $K_I$ ,  $K_{II}$  und  $K_{III}$  zur Beurteilung des Rissverhaltens bei Single-Mode-Beanspruchungen (reine Mode I-, Mode II- und Mode III-Beanspruchungen) wird mathematisch wie folgt formuliert:

$$K_I = \sigma_y \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_I \quad (2.7),$$

$$K_{II} = \tau_{xy} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_{II} \quad (2.8),$$

$$K_{III} = \tau_{yz} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_{III} \quad (2.9).$$

Als Einheiten für die Spannungsintensitätsfaktoren werden im Allgemeinen  $\text{N/mm}^{3/2}$  oder  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  verwendet. Die Funktionen  $Y_I$ ,  $Y_{II}$  und  $Y_{III}$  erfassen hierbei den Einfluss der Risslage, Bauteilgeometrie sowie die Art und Stelle der Lasteinleitung [RS12]. Sie werden daher oft als Geometriefaktorfunktionen bezeichnet. Für eine Vielzahl von Belastungs- und Risskonfigurationen sind sowohl die Spannungsintensitäts- als auch die Geometriefaktoren bereits bestimmt und können entsprechenden Sammlungen entnommen werden [FKM09, Mur87, TPI73]. Bei unbekannten oder komplexen Sonderfällen existieren Interpolationsformeln, womit diese Fak-



toren bestimmt werden können [Ric79, Ric85, RS12]. Andere Ermittlungsmöglichkeiten der Faktoren sind theoretische und experimentelle Methoden [Hah76, Ric79], heutzutage werden hierzu jedoch meist numerische Berechnungsverfahren mit Hilfe der FEM<sup>1</sup> und der MVCCI-Methode<sup>2</sup> verwendet [Buc08, RK77, RS12].

Treten Überlagerungen der grundlegenden Rissbeanspruchungsarten (Mixed-Mode-Beanspruchungen) auf, so werden oft normierte Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I^n$ ,  $K_{II}^n$  und  $K_{III}^n$

$$K_I^n = \frac{K_I}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} \quad (2.10),$$

$$K_{II}^n = \frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} \quad (2.11),$$

$$K_{III}^n = \frac{|K_{III}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} \quad (2.12)$$

genutzt. Diese erlauben gegenüber den absoluten Spannungsintensitätsfaktoren (vgl. Gleichung (2.7) bis Gleichung (2.9)) eine bessere Vergleichbarkeit unterschiedlicher Mixed-Mode-Beanspruchungen, da  $K_I^n$ ,  $K_{II}^n$  und  $K_{III}^n$  den prozentualen Anteilen der jeweiligen Spannungsintensitätsfaktoren an dem Gesamtspannungsintensitätsfaktor entsprechen [Sch01]. Demzufolge ergibt sich z. B. für  $K_I^n$  folgender Ausdruck:

$$K_I^n = 1 - K_{II}^n - K_{III}^n \quad (2.13).$$

Die Summe der normierten Spannungsintensitätsfaktoren beträgt immer Eins. Je nach Relation der jeweiligen Mode bei einer allgemeinen Mixed-Mode-Beanspruchung, bewegen sich die Werte zwischen 0 und 1. Nimmt das Verhältnis den Wert Null an, so liegt keine Beanspruchung in der entsprechenden Mode vor. Eine reine Beanspruchung in der jeweiligen Mode herrscht dann, wenn das Verhältnis den Wert Eins annimmt. Die normierten Spannungsintensitätsfaktoren finden unter Gebrauch der baryzentrischen Koordinaten [Bar04] überwiegend bei räumlichen Darstellungen des Rissabnickwinkels  $\varphi_0$  sowie des Rissverdrehwinkels  $\psi_0$  Verwendung (siehe Kapitel 3.4).

## 2.5 Instabiles Risswachstum bei komplexer Beanspruchung

Die Zielsetzung bruchmechanischer Konzepte besteht darin, das Eintreten der Rissausbreitung und den Rissausbreitungsvorgang vorherzusagen, vollständig zu charakterisieren und formel-

<sup>1</sup> Die Abkürzung FEM steht für Finite-Elemente-Methode.

<sup>2</sup> Die vollständige Bezeichnung des englischen Kürzels MVCCI lautet Modified Virtual Crack Closure Integral und ist im Deutschen unter dem Namen „modifiziertes Rissschließungsintegral“ bekannt.

mäßig zu beschreiben. Hinsichtlich der Bauteilauslegung ist speziell der Beginn einer instabilen Rissausbreitung von hohem Interesse, da hieraus oft hoher materieller sowie immaterieller Schaden folgen kann.

Basierend auf charakteristischen Größen der Bruchmechanik, wie den Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$ , den Energiefreisetzungsraten  $G_I$ ,  $G_{II}$ ,  $G_{III}$  [RS12] oder dem  $J$ -Integral<sup>3</sup>, lassen sich Konzepte für die Vorhersage des instabilen Risswachstums entwickeln und aufstellen. Da bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen stets die Bedingungen der linear-elastischen Bruchmechanik vorlagen, wird im Folgenden nur auf das  $K$ -Konzept eingegangen.

### 2.5.1 $K$ -Konzepte für Single-Mode-Beanspruchungen

Bei linear-elastischem Materialverhalten werden für Single-Mode-Beanspruchungen die auftretenden Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$ ,  $K_{II}$  und  $K_{III}$  mit den jeweiligen werkstoffabhängigen kritischen Spannungsintensitätsfaktoren  $K_{IC}$ ,  $K_{IIC}$  und  $K_{IIIC}$  verglichen [RS12]. Daraus ergeben sich für die grundlegenden Rissbeanspruchungsarten folgende Bruchkriterien:

$$K_I = K_{IC} \quad (2.14),$$

$$K_{II} = K_{IIC} \quad (2.15),$$

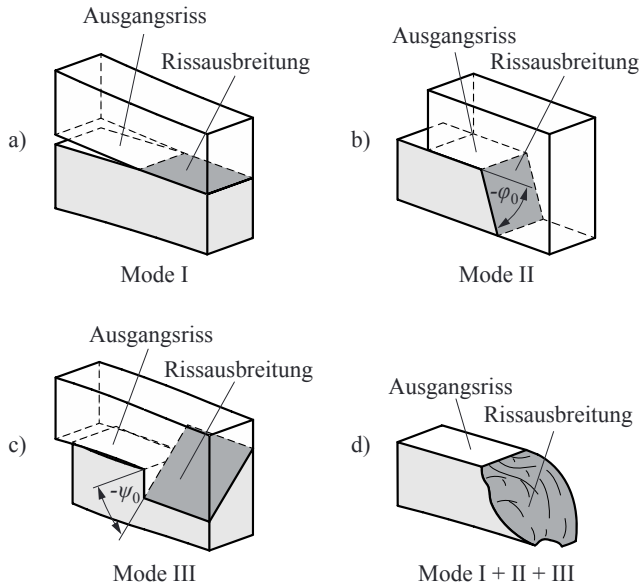
$$K_{III} = K_{IIIC} \quad (2.16).$$

Der kritische Spannungsintensitätsfaktor  $K_{IC}$  in Gleichung (2.14) für eine reine Mode I-Beanspruchung stellt einen bruchmechanischen Werkstoffkennwert dar und wird auch Risszähigkeit genannt. Diese hängt im Wesentlichen von der Temperatur und der Belastungsgeschwindigkeit ab, daher ist dessen experimentelle Ermittlung in der Norm ASTM E-399 festgehalten [AST09]. Dementsprechend gilt für eine reine Mode II- (Gleichung (2.15)) bzw. reine Mode III-Beanspruchung (Gleichung (2.16)), dass bei Erreichen eines kritischen Spannungsintensitätsfaktors  $K_{IIC}$  bzw.  $K_{IIIC}$  instabiles Risswachstum eintritt.

Breitet sich ein Riss instabil aus, so zeigt Abbildung 2.6 für diesen Fall die Rissausbreitungsrichtungen unterschiedlicher Rissbeanspruchungsarten. Wenn eine instabile Rissausbreitung unter Mode I erfolgt, so behält der Riss seine bisherige Richtung bei (siehe Abbildung 2.6 a)) und wächst mit sehr hoher Geschwindigkeit bis zum Bauteilversagen weiter. Die instabile Risserweiterung bei reiner Mode II-Beanspruchung ist gekennzeichnet durch ein Rissabknicken (siehe Abbildung 2.6 b)). Der Riss breitet sich in eine neue Richtung aus und knickt dabei um einen Winkel von  $\varphi_0 \approx \pm 70^\circ$  ab [Ric03a]. Ein Verdrehen des Risses gegenüber dem Ausgangsriss findet hingegen durch die instabile Rissausbreitung bei reiner Mode III-Beanspruchung statt (Abbildung 2.6 c)). Hier dreht sich der Riss um einen Winkel von

<sup>3</sup> Das  $J$ -Integral ist die wesentliche Beanspruchungsgröße, die außerhalb der LEBM, d. h. bei ausgeprägtem linear-plastischen Materialverhalten angewendet wird. Im Rahmen der LEBM entspricht der Wert des  $J$ -Integrals der Energiefreisetzungsrate  $G$  [RR68, RS12, Wie11].

$\psi_0 \approx \pm 45^\circ$  aus seiner ursprünglichen Ebene heraus [Ric03a]. Worauf in den nächsten Kapiteln näher eingegangen wird, sind  $K$ -Konzepte für ebene und räumliche Mixed-Mode-Beanspruchungen sowie die Verwendung eines Vergleichsspannungsintensitätsfaktors  $K_V$ . Wie sich ein Riss bei allgemeiner bzw. dreidimensionaler Mixed-Mode-Beanspruchung instabil ausbreitet, wird bereits in Abbildung 2.6 d) gezeigt.



**Abbildung 2.6:** Rissausbreitung bei verschiedenen Rissbeanspruchungsarten nach [RS12]  
a) Rissausbreitung infolge einer Mode I-Beanspruchung  
b) Rissabknicken bei reiner Mode II-Beanspruchung  
c) Verdrehen des Risses unter Mode III-Beanspruchung am Riss  
d) Rissverschrauben bei einer Überlagerung aller drei Moden (3D-Mixed-Mode)

Hierbei liegt nicht nur eine Überlagerung der Beanspruchungsarten vor, vielmehr ist zu erkennen, dass sich die Rissausbreitungsrichtung ebenfalls aus der Superposition des Rissabknickens infolge einer Mode II-Beanspruchung, des Rissverdrehens bei reiner Mode III-Beanspruchung und eines typischen Mode I-Rissausbreitungsverhaltens ergibt. Demnach verschraubt sich der erweiterte Riss im Vergleich zum Ausgangsriss, wenn dieser einer 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung ausgesetzt ist.

## 2.5.2 $K$ -Konzept für 2D-Mixed-Mode-Beanspruchung

Mixed-Mode-Situationen an der Rissfront können durch eine mehrachsige Bauteilbelastung oder durch die Lage des Risses im Bauteil, aber auch durch eine Kombination aus Risslage und Bauteilbelastung entstehen. Gekennzeichnet werden mixed-mode-beanspruchte Risse durch ein zum Riss antisymmetrisches Spannungs- und Verschiebungsfeld. Für die Vorhersage

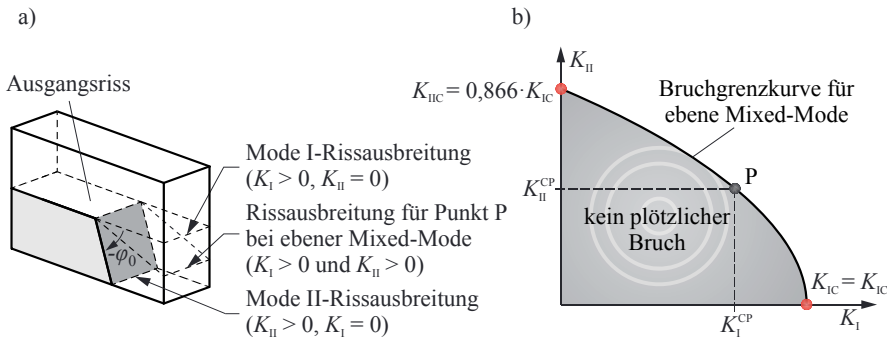
des Eintretens instabiler Rissausbreitung bei 2D-Mixed-Mode-Beanspruchung (ebene Mixed-Mode) wird ein Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_V$  benötigt. Nach Gleichung (2.17) setzt sich dieser aus den Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  und  $K_{II}$  zusammen und wird im Bruchkriterium (Gleichung (2.17)) der Risszähigkeit  $K_{IC}$  gegenübergestellt [RBK+03, Ric03a, Ric85]

$$K_V = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{K_I^2 + 5,336 \cdot K_{II}^2} = K_{IC} \quad (2.17).$$

Für die Ausbreitungsrichtung des instabilen Risswachstums gilt hierbei der folgende Zusammenhang:

$$\varphi_0 = \mp \left[ 140^\circ \cdot \frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}|} - 70^\circ \cdot \left( \frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}|} \right)^2 \right] \quad (2.18).$$

Aus Gleichung (2.18) kann der Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  für positive  $K_I$ -Werte errechnet werden [Ric85]. Der Riss knickt entsprechend den herrschenden  $K_I$ - und  $K_{II}$ -Anteilen um den Winkel  $\varphi_0$  ab. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 2.7 schematisch veranschaulicht. Abbildung 2.7 a) zeigt die instabile Rissausbreitung infolge einer ebenen Mixed-Mode-Beanspruchung. Außerdem sind die Rissausbreitungen für eine reine Mode I- und eine reine Mode II-Beanspruchung dargestellt.



**Abbildung 2.7:** K-Konzept für 2D-Mixed-Mode-Beanspruchung  
a) Rissausbreitung bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung  
b) Mixed-Mode-Gegebenheiten in einem  $K_I$ - $K_{II}$ -Diagramm nach [Ric85]

Die Rissabknickrichtung ist hier stets für positive  $K_{II}$ -Faktoren abgebildet. Laut Definition des Rissabknickwinkels  $\varphi_0$  (siehe Abbildung 2.6 b)) führt eine positive Schubbeanspruchung zu einem negativen Rissabknickwinkel. In Abbildung 2.7 b) ist der bereits erläuterte Zusammenhang aus Gleichung (2.17) in einem  $K_I$ - $K_{II}$ -Diagramm aufgetragen. Zudem sind hier die jeweiligen Grenzwerte  $K_{IC}$  und  $K_{IIc}$ , die sich aus dem Bruchkriterium nach Gleichung (2.17) ergeben, eingetragen. Erreicht die Beanspruchung an der Risspitze die Bruchgrenzkurve, so breitet sich der Riss instabil aus und es kommt zu einem plötzlichen Bauteilversagen. Unterhalb

der Bruchgrenzkurve tritt hingegen kein plötzlicher Bruch ein. Konsequenterweise wird sich ein Riss, beansprucht durch die  $K_I$ - und  $K_{II}$ -Anteile im Punkt P ( $K_I^{CP}$  und  $K_{II}^{CP}$ ) (vgl. Abbildung 2.7 b)), instabil ausbreiten und nach Abbildung 2.7 a) abhängig von den vorliegenden  $K_I$ - und  $K_{II}$ -Faktoren abknicken.

### 2.5.3 $K$ -Konzept für 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung

Aus den Überlegungen des  $K$ -Konzepts für zweidimensionale Mixed-Mode-Beanspruchungen lässt sich mit der Erweiterung um den dritten Bruchmode ein Bruchkriterium (das  $K$ -Konzept) für dreidimensionale Mixed-Mode-Beanspruchungen aufstellen [RFS05, Ric03a, RS12]. Dieses geht davon aus, dass eine instabile Rissausbreitung dann erfolgt, wenn der Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_V$  nach Gleichung (2.19) die Risszähigkeit  $K_{IC}$  erreicht. Es gilt daher:

$$K_V = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{K_I^2 + 5,336 \cdot K_{II}^2 + 4 \cdot K_{III}^2} = K_{IC} \quad (2.19).$$

Zu dem Rissabknicken infolge des  $K_{II}$ -Anteils verdreht sich der Riss außerdem abhängig vom Mode III-Anteil bis zu einem Rissverdrehwinkel von  $\psi_0 = \mp 45^\circ$  bei reiner Mode III-Beanspruchung. Für positive  $K_I$ -Faktoren gelten bei der Berechnung des Rissabknickwinkels  $\varphi_0$  und des Rissverdrehwinkels  $\psi_0$  folgende Formeln:

$$\varphi_0 = \mp \left[ 140^\circ \cdot \frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} - 70^\circ \cdot \left( \frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} \right)^2 \right] \quad (2.20),$$

$$\psi_0 = \mp \left[ 78^\circ \cdot \frac{|K_{III}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} - 33^\circ \cdot \left( \frac{|K_{III}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} \right)^2 \right] \quad (2.21).$$

Das Rissverdrehen bei 3D-Mixed-Mode verhält sich ähnlich wie das Rissabknicken bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung, d. h., dass eine positive nicht-ebene Schubbeanspruchung zu einem negativen Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  führt. Insgesamt besteht die instabile Rissausbreitung bei einer allgemeinen 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung aus einer Kombination des Abknickens und gleichzeitigen Verdrehens des Risses (vgl. Abbildung 2.6 d)).

Die Interaktionen zwischen  $K_I$ ,  $K_{II}$  und  $K_{III}$  des  $K$ -Konzepts bei räumlicher Mixed-Mode-Beanspruchung werden, wie in Abbildung 2.8 gezeigt, in einem  $K_I$ - $K_{II}$ - $K_{III}$ -Raum verdeutlicht. Grundlegende Rissbeanspruchungsarten (Mode I, Mode II und Mode III) werden dabei durch die jeweiligen Achsen charakterisiert. Die Bruchgrenzfläche für instabiles Risswachstum setzt sich hierbei aus den Bruchgrenzkurven für eine Mode I-Mode II-Überlagerung, Mode I-Mode III-Überlagerung und Mode II-Mode III-Überlagerung zusammen. Demzufolge tritt an einem Riss, der einer dreidimensionalen Mixed-Mode-Beanspruchung ausgesetzt ist, instabi-



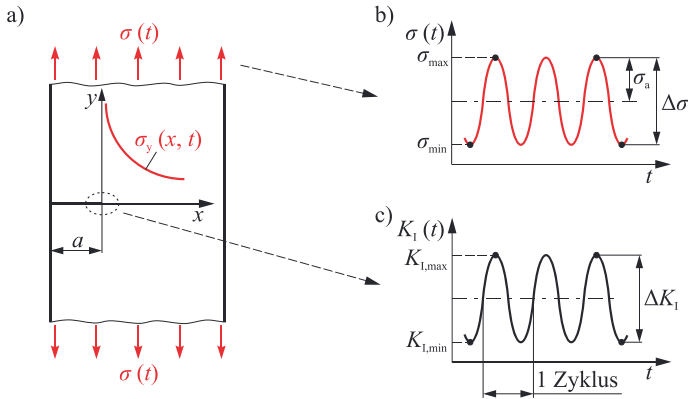
wird insbesondere das Ermüdungsrisswachstum bei reiner Mode I-Beanspruchung, ebener Mixed-Mode sowie bei 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung.

### 2.6.1 Ermüdungsrisswachstum unter Mode I-Beanspruchung

Unterliegt ein Bauteil einer zyklischen Belastung  $\sigma(t)$ , so ruft diese ein ebenfalls zyklisches Spannungsfeld in der Rissumgebung  $\sigma_y(x, t)$  hervor. In Anlehnung an Gleichung (2.1) ergibt sich das folgende zeitlich veränderliche Spannungsfeld für eine reine Mode I-Beanspruchung

$$\sigma_{ij}(r, \varphi, t) = \frac{K_I(t)}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot f_{ij}^I(\varphi) \quad (2.22)$$

mit  $i, j = x, y$ . Den Zusammenhang zwischen einer zyklischen Bauteilbelastung  $\sigma(t)$  mit konstanter Spannungsschwingbreite  $\Delta\sigma$  und dem daraus resultierenden Spannungsfeld  $\sigma_{ij}(t)$  in Rissnähe zeigt Abbildung 2.9 a) und Abbildung 2.9 b).



**Abbildung 2.9:** Korrelation zwischen der Bauteilbelastung und dem Spannungsintensitätsfaktor bei Ermüdungsrisswachstum nach [RS12]

- a) Bauteil mit einem Riss der Länge  $a$  unter zyklischer Belastung  $\sigma(t)$
- b) zyklische Belastung  $\sigma(t)$  mit konstanter Spannungsamplitude  $\sigma_a$  und konstanter Spannungsschwingbreite  $\Delta\sigma$
- c) Verlauf des Spannungsintensitätsfaktors  $K_I(t)$  mit konstanter Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors  $\Delta K_I$

Gleichung (2.22) beinhaltet einen zeitabhängigen Spannungsintensitätsfaktor  $K_I(t)$ , der die wesentliche Größe für den Rissfortschritt bei Ermüdung darstellt (Abbildung 2.9 c)). Aus dem maximalen und minimalen Spannungsintensitätsfaktor  $K_{I,max}$  und  $K_{I,min}$  bzw. der Spannungsschwingbreite  $\Delta\sigma$  ergibt sich für den zyklischen Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$

$$\Delta K_I = \Delta\sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_I = K_{I,max} - K_{I,min} \quad (2.23).$$

Hierbei lässt sich die konstante Spannungsschwingbreite  $\Delta\sigma$  entweder aus der Differenz der maximalen und minimalen Spannung  $\sigma_{\max}$  und  $\sigma_{\min}$  oder über den Spannungsausschlag  $\sigma_a$  wie folgt bestimmen:

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = 2\sigma_a \quad (2.24).$$

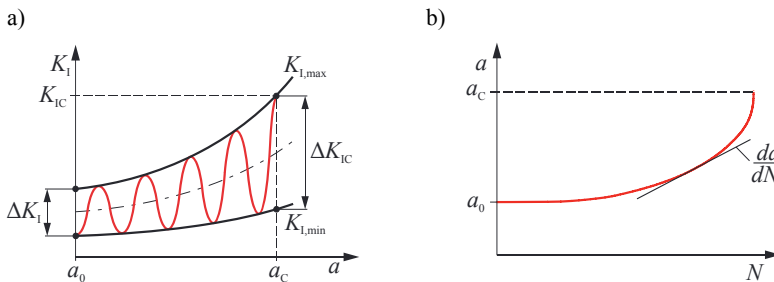
Der zyklische Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  stellt eine grundlegende Beanspruchungsgröße in der Ermüdungsrissausbreitung dar. Das Ermüdungsrisswachstum wird darüber hinaus von dem sogenannten  $R$ -Verhältnis beeinflusst. Es beschreibt das Verhältnis der minimalen Spannung  $\sigma_{\min}$  zur maximalen Spannung  $\sigma_{\max}$  bzw. des minimalen Spannungsintensitätsfaktors  $K_{I,\min}$  zum maximalen Spannungsintensitätsfaktor  $K_{I,\max}$ . Daher gilt:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{K_{I,\min}}{K_{I,\max}} \quad (2.25).$$

Mit nachfolgender Beziehung kann der zyklische Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  ebenfalls durch das  $R$ -Verhältnis ausgedrückt werden

$$\Delta K_I = K_{I,\max} - K_{I,\min} = (1 - R) \cdot K_{I,\max} \quad (2.26).$$

Bei konstanter Belastungsamplitude mit konstanter Mittelspannung wächst der Riss stabil. Mit der Rissausbreitung nehmen in diesem Fall, wie in Abbildung 2.10 a) dargestellt, der maximale sowie der minimale Spannungsintensitätsfaktor  $K_{I,\max}$ ,  $K_{I,\min}$  und auch der zyklische Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  zu. Erreicht  $K_{I,\max}$  dabei einen kritischen Wert  $K_{IC}$ , so tritt instabiles Risswachstum ein. Die zugehörige kritische Risslänge in Abbildung 2.10 b) ist hierbei gekennzeichnet durch  $a_C$ .



**Abbildung 2.10:** Rissausbreitungsvorgang bei Ermüdung nach [RS12]

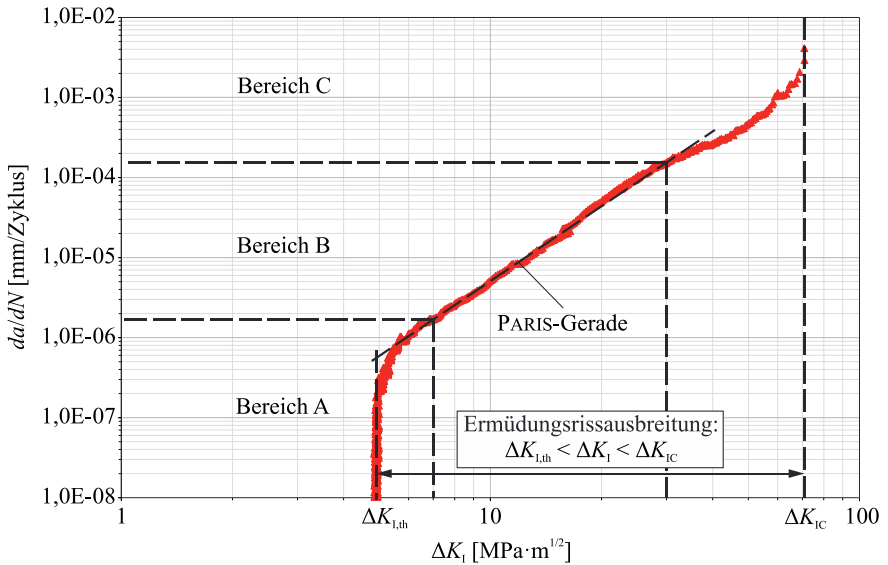
- Änderung der Spannungsintensitätsfaktoren  $K_{I,\max}$ ,  $K_{I,\min}$  sowie des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors  $\Delta K_I$  infolge des Risswachstums
- Rissgeschwindigkeit als Ableitung (Steigung) der  $a$ - $N$ -Kurve

Solcherlei zyklische Belastung hat zur Konsequenz, dass der Risslängenzuwachs  $\Delta a$  über die Schwingenspielzahl  $N$  ansteigt. Dieser Risslängenzuwachs  $\Delta a$  in einem kleinen Zeitabschnitt bzw. für ein kleines  $\Delta N$  definiert die Rissgeschwindigkeit, welche für  $N \rightarrow 0$  mathematisch



die Steigung  $da/dN$  in der  $a$ - $N$ -Kurve darstellt. Die Einheit der Rissgeschwindigkeit bzw. der Rissfortschrittsrate wird meistens mit mm/Zyklus angegeben.

Wird die Rissgeschwindigkeit  $da/dN$  über den zyklischen Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  doppeltlogarithmisch aufgetragen, ergibt sich ein charakteristischer S-förmiger Verlauf der Rissfortschrittskurve. Unter anderem ist die Rissgeschwindigkeit materialabhängig und muss daher experimentell ermittelt werden. Abbildung 2.11 illustriert eine experimentell ermittelte  $da/dN$ - $\Delta K_I$ -Kurve mit dem typisch S-förmigen Verlauf. Es fällt auf, dass sich die Rissgeschwindigkeitskurve asymptotisch zweier Grenzen annähert. Zum einen stellt der Schwellenwert  $\Delta K_{I,th}$  eine Grenze dar. Ein Riss, der mit einem zyklischen Spannungsintensitätsfaktor beansprucht wird, der unterhalb des Schwellenwerts gegen Ermüdungsrissausbreitung liegt, ist aus bruchmechanischer Sicht nicht ausbreitungsfähig.



**Abbildung 2.11:** Darstellung der Rissgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom zyklischen Spannungsintensitätsfaktor

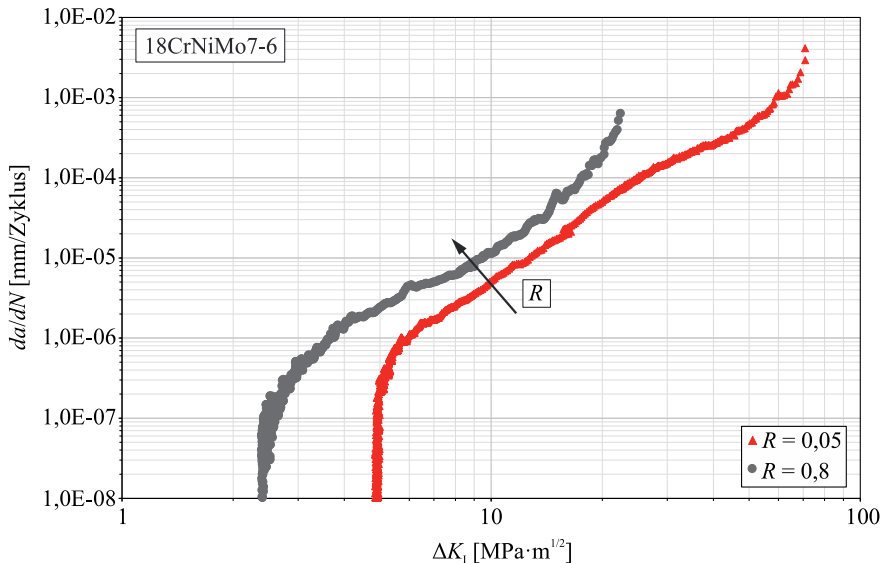
Zum anderen ist die Rissfortschrittskurve durch den kritischen zyklischen Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_{IC}$  begrenzt. Diese zweite Grenze gibt die Rissbeanspruchung an, ab der das Risswachstum instabil wird. Als Kondition muss  $K_{I,max} = K_{IC}$  gelten, dann kann die kritische zyklische Spannungsintensität  $\Delta K_{IC}$  ebenfalls in Anlehnung an Gleichung (2.26) folgendermaßen bestimmt werden

$$\Delta K_{IC} = (1 - R) \cdot K_{IC} \quad (2.27).$$

Die Rissgeschwindigkeitskurve kann in drei Bereiche A, B, und C eingeteilt werden [Sch09, Sch80]. Bereich A erfasst das Gebiet des langsamen Risswachstums. Sehr schnelle Rissaus-

breitungen mit hohen Rissgeschwindigkeiten sind dagegen im Bereich C zu finden. Der mittlere Bereich B charakterisiert das stabile Risswachstum mit mittleren Rissfortschrittsraten und kann bei linearem Verlauf einfach durch das PARIS-Gesetz beschrieben werden [Hea85, PE63, PGA61].

Der Verlauf der Rissgeschwindigkeitskurve wird unter anderem beeinflusst durch den Werkstoff und dessen Mikrostruktur, die Temperatur, die umgebenden Medien sowie das Spannungsverhältnis bzw.  $R$ -Verhältnis. Diese zahlreichen Faktoren wirken sich unterschiedlich stark auf die drei Bereiche A, B und C der Rissfortschrittskurve aus [RHB06, RV07, Sch09, Sch80]. Für einen 18CrNiMo7-6 Stahl zeigt Abbildung 2.12 exemplarisch den Einfluss des  $R$ -Verhältnisses auf die Rissfortschrittskurve.



**Abbildung 2.12:** Rissgeschwindigkeitskurven für einen 18CrNiMo7-6 Stahl in Abhängigkeit des  $R$ -Verhältnisses

Im Allgemeinen fällt auf, dass sich die Rissgeschwindigkeit  $da/dN$  mit steigendem Spannungsverhältnis erhöht. Die Kurve verschiebt sich in die angedeutete Richtung und bewirkt ein Herabsenken des Schwellenwerts aber auch des kritischen zyklischen Spannungsintensitätsfaktors. Außerdem ist an diesem Beispiel deutlich zu erkennen, dass das  $R$ -Verhältnis primär auf die Bereiche mit niedrigen (Bereich A) und mit hohen (Bereich C) Rissgeschwindigkeiten einen starken Einfluss ausübt (vgl. hierzu Abbildung 2.11).

Inwiefern sich diese Gegebenheiten und Zusammenhänge von einem Mode I-beanspruchten Ermüdungsriss auf einen wachsenden mixed-mode-beanspruchten Riss anwenden und übertragen lassen, soll in den nächsten Abschnitten zunächst für eine ebene Mixed-Mode-

Beanspruchung und anschließend für eine dreidimensionale Mixed-Mode-Beanspruchung erläutert werden.

## 2.6.2 Ermüdungsrisswachstum bei 2D-Mixed-Mode-Beanspruchung

Im Gegensatz zum zyklischen Spannungsfeld bei reiner Mode I-Beanspruchung, setzt sich das Spannungsfeld  $\sigma_{ij}(t)$  bei zyklischer ebener Mixed-Mode-Beanspruchung zusätzlich aus dem Spannungsintensitätsfaktor  $K_{II}(t)$  zusammen zu

$$\sigma_{ij}(t) = \frac{K_I(t)}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot f_{ij}^I(\varphi) + \frac{K_{II}(t)}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot f_{ij}^{II}(\varphi) \quad (2.28).$$

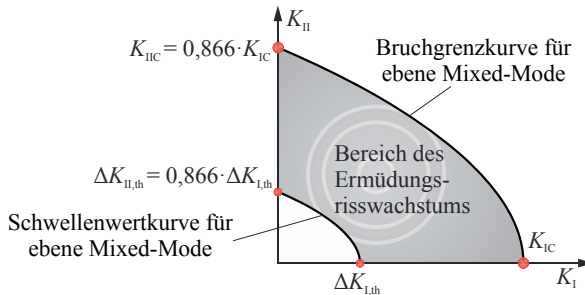
Zur Beurteilung und Bewertung des Risswachstums bei 2D-Mixed-Mode-Beanspruchung wird in Anlehnung an Gleichung (2.17) ein zyklischer Vergleichsspannungsintensitätsfaktor

$$\Delta K_V = \frac{\Delta K_I}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\Delta K_I^2 + 5,336 \cdot \Delta K_{II}^2} \quad (2.29)$$

herangezogen. Analog zur Charakterisierung der Ermüdungsrissausbreitung bei reiner Mode I-Beanspruchung, wird der zyklische Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_V$  einerseits dem Schwellenwert  $\Delta K_{I,th}$  und andererseits dem kritischen zyklischen Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_{IC}$  gegenübergestellt. Folglich ist ein Ermüdungsrisswachstum bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung möglich, wenn der zyklische Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_V$  im Bereich

$$\Delta K_{I,th} < \Delta K_V < \Delta K_{IC} \quad (2.30)$$

zwischen diesen beiden Grenzwerten liegt. Dieser Zusammenhang ist zur besseren Veranschaulichung in Abbildung 2.13 schematisch dargestellt.



**Abbildung 2.13:** Grenzen des Ermüdungsrisswachstums bei 2D-Mixed-Mode-Beanspruchung nach [RFS05]

Außerdem sind die Grenzwerte für den Beginn des stabilen und instabilen Risswachstums sowohl für eine reine Mode I- als auch für eine reine Mode II-Beanspruchung angegeben

[RS12]. Für die anfängliche Ausbreitungsrichtung des Risses bei einer zyklischen Mixed-Mode-Belastung gelten dieselben Zusammenhänge, wie bei instabiler Rissausbreitung infolge statischer Belastung. Ein mixed-mode-beanspruchter Riss knickt entsprechend dem Mixed-Mode-Verhältnis sowohl bei stabilem oder instabilem Risswachstum als auch bei statischer oder zyklischer Beanspruchung ab. Der Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  kann demnach für ein Ermüdungsrisswachstum bei 2D-Mixed-Mode-Beanspruchung ebenfalls nach Gleichung (2.18) berechnet werden [Ric03a]. Weitere Untersuchungen zum Rissabknickverhalten bei zyklischer überlagerter Beanspruchung weisen hiervon teilweise abweichende Ergebnisse auf [Hen90, HRL88, LR90, LRR+89, RHL88].

### 2.6.3 Ermüdungsrisswachstum bei 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung

In der Umgebung eines Risses, der einer zyklischen räumlichen Mixed-Mode-Beanspruchung ausgesetzt ist, liegt ein zyklisches Spannungsfeld  $\sigma_{ij}(t)$  vor, welches sich aus den Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I(t)$ ,  $K_{II}(t)$  und  $K_{III}(t)$  wie folgt zusammensetzt:

$$\sigma_{ij}(t) = \frac{K_I(t)}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot f_{ij}^I(\varphi) + \frac{K_{II}(t)}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot f_{ij}^{II}(\varphi) + \frac{K_{III}(t)}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot f_{ij}^{III}(\varphi) \quad (2.31).$$

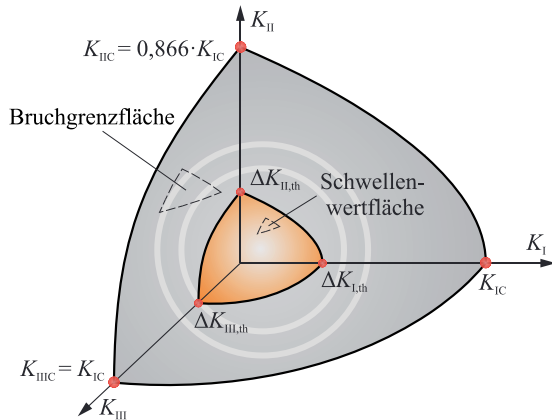
Demgemäß errechnet sich der zyklische Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_V$ , als Beanspruchungsparameter bei zyklischer räumlicher Mixed-Mode-Beanspruchung, in Analogie zu Gleichung (2.19) nach folgendem formelmäßigen Zusammenhang:

$$\Delta K_V = \frac{\Delta K_I}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\Delta K_I^2 + 5,336 \cdot \Delta K_{II}^2 + 4 \cdot \Delta K_{III}^2} \quad (2.32).$$

Für die Bewertung eines rissbehafteten Bauteils hinsichtlich einer Ermüdungsrissausbreitung bei zyklischer 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung wird der zyklische Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_V$  aus Gleichung (2.32) auf der einen Seite mit  $\Delta K_{I,th}$  und auf der anderen Seite mit  $\Delta K_{IC}$  verglichen. Demnach findet stabiles Risswachstum statt, wenn

$$\Delta K_{I,th} < \Delta K_V < \Delta K_{IC} \quad (2.33)$$

gilt. Um Werkstoffkennwerte bei zyklischer dreidimensionaler Mixed-Mode-Beanspruchung zu erhalten, ist neben der experimentellen Ermittlung einer Bruchgrenzfläche (siehe Abbildung 2.14 und vgl. Abbildung 2.8) auch die Bestimmung einer Schwellenwertfläche, wie sie ebenfalls in Abbildung 2.14 dargestellt ist, erforderlich. Die anfängliche Rissausbreitungsrichtung stellt sich bei einer zyklischen 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung aus einem Rissabknicken um den Abknickwinkel  $\varphi_0$  und einem Rissverdrehen um den Verdrehwinkel  $\psi_0$  ein. Für eine Ermüdungsbeanspruchung bei 3D-Mixed-Mode können der Rissabknickwinkel nach Gleichung (2.20) und der Rissverdrehwinkel nach Gleichung (2.21) bestimmt werden.



**Abbildung 2.14:** Grenzen des Ermüdungsrisswachstums bei 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung nach [RS12]

## 2.7 Ermüdungsrisswachstum bei variabler zyklischer Amplitude

In vielen technischen Anwendungen sind die Bauteile nicht immer einer Belastung mit konstanter zyklischer Amplitude ausgesetzt. Oft kommt es in der Praxis während der gesamten Einsatzdauer eines Produkts, aufgrund von Transport, Montage, Einsatzort und individuellen Nutzungseinflüssen, zu zeitlich veränderlichen Belastungen, sogenannten Betriebsbelastungen. Diese Betriebsbelastungen können sich z. B. aus Über- und Unterlasten sowie Änderungen des Belastungsniveaus oder der Belastungsrichtung ergeben. Letzteres führt an einem Riss zu temporärer oder ständiger Überlagerung von Normal- und Schubbeanspruchungen. Daher ist das Ermüdungsrisswachstum bei variabler zyklischer Amplitude ebenfalls bezüglich der Rissbeanspruchungsart zu klassifizieren. Durch Betriebsbelastungen wird das Risswachstum beschleunigt oder verzögert. Es ist also nicht mehr nur von den aktuellen Beanspruchungsgrößen  $\Delta K_V$  und  $R$  abhängig, sondern auch von der Belastungsabfolge, welche sowohl Niveaus als auch Richtungsänderungen beinhaltet. Dieses Phänomen wird als Reihenfolgeeffekt bezeichnet und kann entweder lebensdauerermindernde oder lebensdauerverlängernde Folgen haben. Im nächsten Abschnitt werden die Reihenfolgeeffekte und deren Auswirkungen auf das Risswachstum konkretisiert.

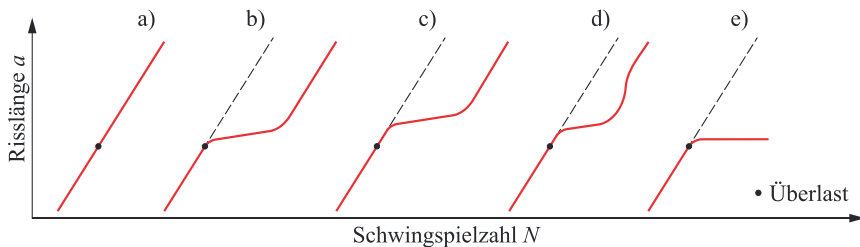
### 2.7.1 Reihenfolgeeffekte und deren Einfluss auf den Rissfortschritt

Um die Auswirkungen variabler Belastungen auf das Ermüdungsrissausbreitungsverhalten aufzeigen zu können, wird die Belastung im Allgemeinen in vier Kategorien eingeteilt:

- einzelne Über- / Unterlasten,
- Über- / Unterlastsequenzen,

- Blocklasten<sup>4</sup> sowie
- Betriebsbelastungen [San03].

Dabei fallen die erstgenannten drei Kategorien unter die einfachen Belastungsfolgen. Die Betriebsbelastungen zählen hingegen zu komplexen zufallsartigen Last-Zeit-Funktionen [Hai06]. Weil sich die Folgen von veränderlicher Belastungshöhe aus den vier erwähnten Kategorien und Änderungen in der Belastungsrichtung gegenseitig beeinflussen, kann die Gesamtauswirkung von Betriebsbelastungen auf das Ermüdungsrisswachstum, aufgrund hoher Komplexität, nur unzureichend beschrieben werden. Daher werden in Abbildung 2.15 beispielhaft die Folgen einzelner Überlasten auf das Risswachstum dargestellt. Wächst ein Ermüdungsriss bei konstantem zyklischen Spannungsintensitätsfaktor, so ergibt sich eine Gerade im  $a$ - $N$ -Verlauf, wie sie in Abbildung 2.15 a) zu sehen ist. Hierbei bewirken einzelne Überlasten mit geringen Überlastverhältnissen im Allgemeinen keine oder nur eine mäßige Verzögerung des Risswachstums [RS12].



**Abbildung 2.15:** Verschiedene Rissverzögerungen bei Versuchen mit konstantem Spannungsintensitätsfaktor und einer einzelnen Überlast nach [BLR76]

- a) kein Verzögerungseffekt
- b) unmittelbare Verzögerung
- c) aufgeschobene Verzögerung (delayed retardation)
- d) verlorene Verzögerung (lost retardation)
- e) Rissstillstand (arrest)

Bei höheren Überlastverhältnissen kann eine Verzögerung infolge einer Überlast unmittelbar nach der Überlastaufbringung (Abbildung 2.15 b)) oder aber verspätet (Abbildung 2.15 c)) auftreten. Von verlorenen Verzögerungseffekten (Abbildung 2.15 d)) spricht man, wenn der Verzögerung nach der Überlast zunächst eine Beschleunigung der Rissfortschrittsrate folgt, die höher sein kann, als die Rissfortschrittsrate der Grundbelastung. Ab dem Überschreiten eines bestimmten Überlastverhältnisses kommt es zum Rissstillstand (Abbildung 2.15 e)), wobei selbst nach  $10^7$  Schwingenspielen kein messbares Risswachstum mehr erfolgt.

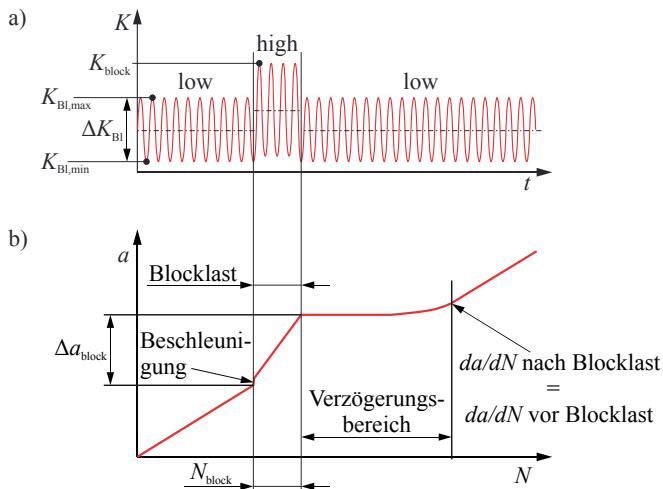
Im Rahmen dieser Arbeit wird das Ermüdungsrisswachstum bei variabler zyklischer Amplitude untersucht, indem Blocklasten in die Grundbelastung eingestreut werden. Aus diesem Grund werden im nächsten Abschnitt gesondert die theoretischen Grundlagen von Blocklasten

<sup>4</sup> Aus den vier Kategorien wird das Ermüdungsrisswachstum bei variabler zyklischer Belastung im Rahmen der vorliegenden Arbeit vor allem mit der Einstreuung von Blocklasten untersucht.

und daraus resultierende Reihenfolgeeffekte auf das Risswachstum behandelt. Eine Beschreibung aller Kategorien variabler Belastungen und deren Reihenfolgeeffekte auf die Ermüdungsrissausbreitung ist unter anderem in [Hai06, RS12, RV07, San03] zu finden.

### Blocklasten

Bei mehreren aufeinanderfolgenden Überlasten ist die Rede von sogenannten Überlastsequenzen. Diese werden auch als low-high-low-Blocklastfolge bezeichnet [RS12]. Eine derartige Blocklastfolge stellt eine Kombination aus einer low-high- und anschließender high-low-Blocklastfolge dar. Grundsätzlich können Blocklastfolgen unterschiedlich kategorisiert werden. Es gibt drei Blocklastkategorien, wobei jeweils ein wesentlicher Beanspruchungsparameter zwischen dem Übergang von einem Lastblock auf den nächsten Lastblock konstant gehalten wird. Diese Kategorien sind  $K_{Bl,min} = \text{konst.}$ ,  $R = \text{konst.}$  und  $\Delta K_{Bl} = \text{konst.}$  Für eine umfassende Darstellung und Beschreibung aller drei Blocklastkategorien kann unter anderem in [San03] nachgeschlagen werden. Abbildung 2.16 a) zeigt hier lediglich diejenige Blocklastkategorie mit deren charakteristischen Größen, die im Rahmen dieser Arbeit bei den experimentellen Untersuchungen angewandt wurde. Es handelt sich um die Blocklastkategorie mit konstantem  $R$ -Verhältnis.

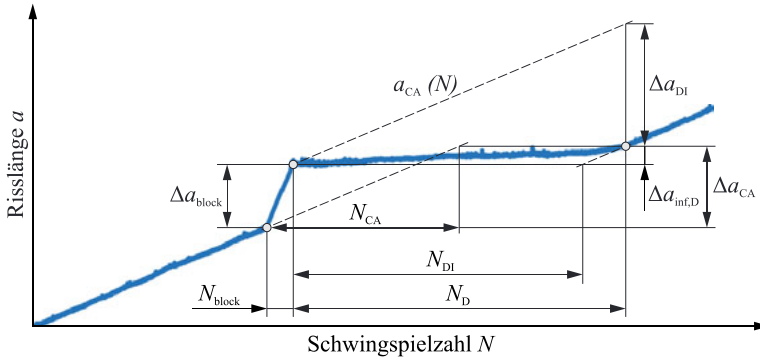


**Abbildung 2.16:** Rissverzögerung und -beschleunigung bei einer low-high-low-Blocklastfolge  
a) Kenngrößen einer low-high-low-Blocklastfolge mit konstantem  $R$ -Verhältnis  
b) typischer  $a$ - $N$ -Kurvenverlauf nach einer low-high-low-Blocklastfolge im Schema nach [RS12]

Da die Höhe der Blocklast, welche durch den maximalen Spannungsintensitätsfaktor der Blocklast  $K_{block}$  beschrieben wird, einen maßgebenden Einfluss auf die Risswachstumsverzögerung bzw. Lebensdauerverlängerung hat, wird diese durch das sogenannte Blocklastverhältnis

$$R_{\text{block}} = \frac{K_{\text{block}}}{K_{\text{Bl,max}}} \quad (2.34)$$

definiert.  $K_{\text{Bl,max}}$  ist hierbei der maximale Spannungsintensitätsfaktor des Grundlastniveaus. Nach einem low-high-low-Blocklastversuch mit der Blockschwingspielzahl  $N_{\text{block}}$  ergibt sich ein typischer  $a$ - $N$ -Verlauf, wie der in Abbildung 2.16 b) dargestellt ist. Grundsätzlich kann die Blocklänge ebenfalls über das Blockrisslängeninkrement  $\Delta a_{\text{block}}$  definiert werden. Bei dem Übergang von einem low-Lastblock auf einen high-Lastblock (low-high-Lastfolge) tritt zunächst eine Rissfortschrittsbeschleunigung auf. Anschließend stellt sich eine konstante Rissfortschrittsrate der Blocklast ein. Eine high-low-Lastfolge hingegen, führt zu einer Risswachstumsverzögerung, worauf das Risswachstum solange kontinuierlich beschleunigt, bis die Rissgeschwindigkeit des Grundlastniveaus  $(da/dN)_{\text{Bl}}$  wieder erreicht ist [RS12, RV07, San03]. Zur eindeutigen Beschreibung des Verzögerungseffekts eines Blocklastversuchs werden mit Hilfe von Abbildung 2.17 die dafür notwendigen charakteristischen Kenngrößen erläutert.



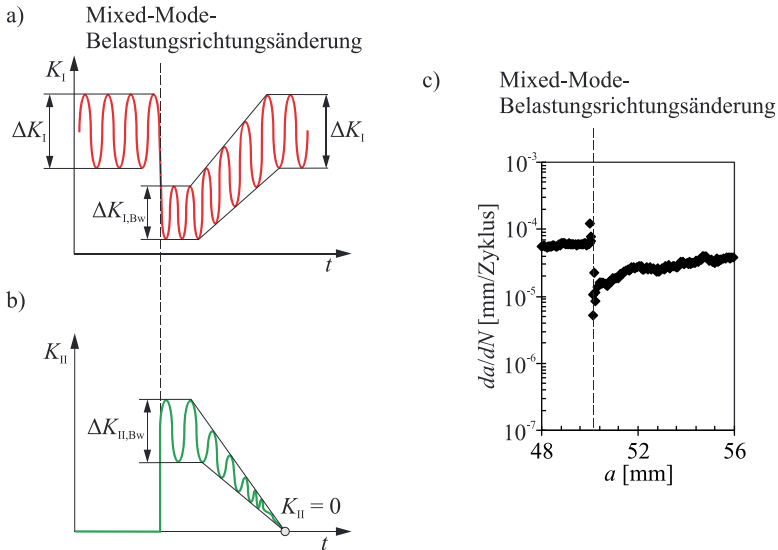
**Abbildung 2.17:** Charakteristische Größen zur Beschreibung des Einflusses einer low-high-low-Blocklastfolge auf das Risswachstum nach [San03]

Abbildung 2.17 zeigt eine  $a$ - $N$ -Kurve nach einem Blocklastversuch. Charakteristische Größen für die Beschreibung und Quantifizierung des Blocklasteffekts sind häufig die Verzögerungsschwingspielzahl  $N_{\text{D}}$  bzw. die korrigierte Verzögerungsschwingspielzahl  $N_{\text{DI}}$ , welche letztendlich den Gewinn an Lebensdauer ausdrücken. Während dieser Verzögerungsphase wird das, durch die Blocklast beeinflusste, Risslängeninkrement  $\Delta a_{\text{inf,D}}$  überwunden. Anschließend breitet sich der Riss mit der Rissfortschrittsrate des Grundlastniveaus  $(da/dN)_{\text{Bl}}$  weiter aus. Die Verzögerungsschwingspielzahl  $N_{\text{D}}$  wird für die Bestimmung der korrigierten Verzögerungsschwingspielzahl  $N_{\text{DI}}$  um die Vergleichsschwingspielzahl  $N_{\text{CA}}$  bereinigt. Das zugehörige Vergleichsrisslängeninkrement  $\Delta a_{\text{CA}}$  lässt sich aus der Summe des beeinflussten Risslängeninkrements  $\Delta a_{\text{inf,D}}$  und des Blockrisslängeninkrements  $\Delta a_{\text{block}}$  ermitteln.  $\Delta a_{\text{DI}}$  stellt hierbei das Risslängeninkrement dar, welches bei konstanter Grundbelastung gewachsen wäre, und wird daher als Verzögerungsrisslängeninkrement bezeichnet [SR02].



### 2.7.2 Mixed-Mode-Beanspruchung infolge einer Belastungsänderung

Während des Einsatzes eines Bauteils im Betrieb kann neben einer Beanspruchungsniveauänderung auch eine grundlegende Änderung der Bauteilbeanspruchung oder eine Belastungsrichtungsänderung auftreten. Demzufolge können neben Normalspannungen auch Schubspannungen oder eine Kombination beider vorkommen [RS12]. Die lokale Beanspruchungssituation am Riss ändert sich entsprechend. So kann eine globale Beanspruchungsänderung einen Wechsel der lokalen Rissbeanspruchung von beispielsweise einer reinen Mode I-Beanspruchung in eine ebene Mixed-Mode- oder aber auch in eine 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung bewirken. Diese Beanspruchungsänderung kann einerseits kurzfristig, z. B. durch eine einzelne Überlast, erscheinen, andererseits aber dauerhaft in Form einer Mixed-Mode-Blocklast einwirken. Eine anhaltende Belastungsrichtungsänderung führt dazu, dass der Ermüdungsriss vom Zeitpunkt der Belastungsrichtungsänderung an in eine neue Richtung wächst. Im weiteren Verlauf des Risswachstums ändert sich der Mixed-Mode-Zustand. Liegt zunächst eine Mode I-Beanspruchung am Riss vor, so führt eine Richtungsänderung der Belastung hin zu einer ebenen Mixed-Mode-Beanspruchung (Abbildung 2.18), bei der der zyklische Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_V$  konstant gehalten wird, zu einem abnehmenden Mode I-Anteil – charakterisiert durch  $\Delta K_{I,Bw}$  in Abbildung 2.18 a) – und einem schlagartig ansteigenden Mode II-Anteil am Riss – charakterisiert durch  $\Delta K_{II,Bw}$  in Abbildung 2.18 b).



**Abbildung 2.18:** Änderungen der Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I(t)$  und  $K_{II}(t)$  nach einer Belastungsrichtungsänderung von einer reinen Mode I- hin zu einer ebenen Mixed-Mode-Situation nach [RS12]

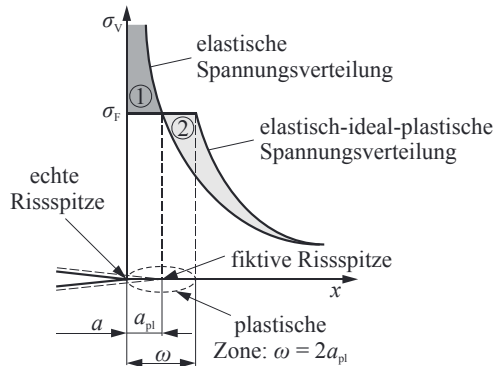
- a) Veränderung des Spannungsintensitätsfaktors  $K_I(t)$
- b) Veränderung des Spannungsintensitätsfaktors  $K_{II}(t)$
- c) Rissgeschwindigkeitsverlauf nach einer Mixed-Mode-Belastungsänderung

Mit zunehmendem Risswachstum reduziert sich anschließend der Mode II-Anteil bei gleichzeitigem Ansteigen der Mode I-Beanspruchungskomponente [RLH91, RS12, SR02]. Eine Belastungsrichtungsänderung beeinflusst jedoch nicht nur die Ausbreitungsrichtung eines Risses, sondern wirkt sich ebenfalls auf dessen Ausbreitungsgeschwindigkeit  $da/dN$  [SR02] aus, wie dies in Abbildung 2.18 c) gezeigt ist. Aufgrund der Richtungsänderung der Belastung tritt in diesem Fall eine Verzögerung des Risswachstums ein.

Im Zusammenhang des Ermüdungsrissswachstums mit konstanter oder variabler Amplitude wird häufig auch der Einfluss des plastisch deformierten Gebiets in unmittelbarer Rissspitzenumgebung auf das Rissausbreitungsverhalten vor allem nach einer Belastungsänderung diskutiert. Im nächsten Kapitel wird daher dieses deformierte Gebiet, welches auch plastische Zone genannt wird, näher erläutert.

## 2.8 Lokale Plastizität an der Rissspitze

Im Rahmen der linear-elastischen Bruchmechanik geht man davon aus, dass sich bei Ermüdungsrissswachstum vor der Rissspitze ein plastisch deformiertes Gebiet - die plastische Zone  $\omega$  - ausbildet. Ursächlich dafür ist die Fließgrenze eines Werkstoffs mit der Fließspannung  $\sigma_F$ , welche eine natürliche Grenze für die theoretisch singuläre Spannungsverteilung (vgl. Gleichung (2.1) bis Gleichung (2.6)) in direkter Nähe der Rissspitze darstellt. Die Ausprägung der plastischen Zone hängt im Wesentlichen von den Vorgängen an der Rissspitze und dem Materialverhalten ab [Hah76]. Für die Abschätzung der plastischen Zone nach IRWIN (Abbildung 2.19) wird zunächst angenommen, dass die plastisch deformierte Zone klein<sup>5</sup> gegenüber charakteristischen Abmessungen, wie der Risslänge  $a$  oder dem Restligament bzw. der Probenbreite  $w$ , ist.



**Abbildung 2.19:** Definition der plastischen Zone  $\omega$  nach IRWIN [RS12]

<sup>5</sup> Ist diese Voraussetzung gegeben, so spricht man häufig auch vom *Kleinbereichsfließen* [GS07].

Weiterhin muss die Annahme getroffen werden, dass in der sogenannten Nahbereichszone<sup>6</sup> ein elastisches Spannungsfeld vorliegt, wodurch das Rissverhalten primär diktiert wird. Mit Hilfe dieser Voraussetzungen kann die plastische Zone im Rahmen der LEBM eindeutig über die elastischen Spannungsintensitätsfaktoren für den echten Riss bestimmt werden [Sch80]. Nach IRWIN muss bei elastisch-ideal-plastischem Materialverhalten ein Fließkriterium erfüllt werden, bei dem die elastische Vergleichsspannung  $\sigma_V$ , welche mittels der Schubspannungshypothese nach TRESCA (SH) oder der Gestaltänderungsenergiehypothese nach VON MISES (GEH) errechnet werden kann [RS13, Sch80], der Materialfließgrenze (Fließspannung  $\sigma_F$ ) gegenübergestellt wird (vgl. Abbildung 2.19). Die Spannungsintensitätsfaktoren für einen Riss mit Fließbereich werden daher um einen Zuschlag zur realen Risslänge modifiziert. Somit ergibt sich bei Mode I-Beanspruchung für einen ebenen Spannungszustand (ESZ) eine plastische Risslängenkorrektur von

$$a_{\text{pl,ESZ}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{K_I}{\sigma_F} \right)^2 \quad (2.35).$$

Diese Definition der Zusatzrisslänge kann nach IRWIN im Bereich  $\sigma/\sigma_F < 0,6$  als eine gute Näherung verwendet werden [Hah76]. Da aber das elastische Spannungsfeld nur bis zur Grenze der plastischen Zone Gültigkeit hat, geht durch diese Begrenzung ein Teil der Tragfähigkeit verloren. Für die Wiederherstellung des Kräftegleichgewichts muss hier daher eine Spannungsumlagerung der elastisch-ideal-plastischen Spannungsverteilung erfolgen. Hierfür wird die elastisch errechnete Spannungscurve so weit nach rechts verschoben, bis eine Flächen-gleichheit von ① und ② vorliegt (siehe Abbildung 2.19). Hieraus ergibt sich anschließend eine plastische Zone von  $\omega = 2a_{\text{pl,ESZ}}$ . Die Größe der plastischen Zone lässt sich demnach für den ESZ über den folgenden Ausdruck bestimmen:

$$\omega_{\text{ESZ}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left( \frac{K_I}{\sigma_F} \right)^2 = 2a_{\text{pl,ESZ}} \quad (2.36).$$

Die Erläuterungen zur lokalen Plastizität an der Risspitze wurden an dieser Stelle für einen ebenen Spannungszustand vorgestellt. Eine Erweiterung der Überlegungen auf einen ebenen Verzerrungszustand (EVZ) und weitere Abschätzungsmodelle zur Größe der plastischen Zone sind unter anderem in [GS07, Hah76, RS12, San03, Sch80] zu finden.

<sup>6</sup> Die Nahbereichszone kennzeichnet einen Bereich außerhalb der plastischen Zone, aber in Rissspitzennähe.

### 3 KRITERIEN BEI 3D-MIXED-MODE-BEANSPRUCHUNG

Die Einsatzdauer bzw. Lebensdauer technischer Strukturen ist häufig vom Schädigungsverhalten infolge Risswachstum abhängig. Sind Bauteile mit Rissen behaftet, so sind diese wegen der Geometrie- und Belastungskomplexität sehr oft auch einer Überlagerung von Normal-, ebener und nicht-ebener Schubbeanspruchung ausgesetzt. Für eine sichere Strukturauslegung sind daher Kriterien zur Vorhersage der stabilen sowie instabilen Rissausbreitung aber auch zur Vorhersage der Rissausbreitungsrichtung erforderlich. Dreidimensionale Rissprobleme sind seit den 50er Jahren des 20. Jahrhunderts fester Bestandteil der Forschung in der Bruchmechanik. Dennoch stellt sich laut ERDOGAN die vollständige Charakterisierung und Beschreibung von 3D-Rissen bis heute als sehr schwierig heraus [Erd00].

In diesem Kapitel werden daher einige ausgewählte Kriterien vorgestellt, die zur Vorhersage des Risswachstums bei räumlicher Mixed-Mode-Beanspruchung einen Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_V$  heranziehen und sowohl einen Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  als auch einen Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  zur Vorhersage der Ausbreitungsrichtung berücksichtigen. Hierbei wird der Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_V$  aus den einzelnen Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$ ,  $K_{II}$  sowie  $K_{III}$  ermittelt und zur Bewertung des Risswachstums bruchmechanischen Werkstoffkennwerten gegenübergestellt.

#### 3.1 3D-Kriterium nach RICHARD

Dieses Kriterium geht von einem allgemeinen Ansatz für eine räumliche Mixed-Mode-Beanspruchung eines Risses aus. Demnach werden für die Vorhersage eines instabilen Risswachstums und die Beschreibung der Bruchgrenzfläche alle drei Beanspruchungsmoden wie folgt überlagert [Ric83, RK90]:

$$\left(\frac{K_I}{K_{IC}}\right)^u + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIC}}\right)^v + \left(\frac{K_{III}}{K_{IIIC}}\right)^w = 1 \quad (3.1).$$

Die Exponenten  $u$ ,  $v$  und  $w$  sind materialabhängig und müssen experimentell ermittelt werden [Ric83]. Aus diesem Grund ist das 3D-Kriterium nach RICHARD empirisch entstanden. Werden die Exponenten aus Gleichung (3.1) zu  $u = 1$  und  $v = w = 2$  gesetzt, ergibt sich für die Berechnung des Vergleichsspannungsintensitätsfaktors  $K_V$  folgende Formel [Ric01, RSF+01]:

$$K_V = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{K_I^2 + 4 \cdot (\alpha_1 \cdot K_{II})^2 + 4 \cdot (\alpha_2 \cdot K_{III})^2} \leq K_{IC} \quad (3.2),$$

wobei der Werkstoffparameter  $\alpha_1$  das Verhältnis der Risszähigkeiten  $K_{IC}$  und  $K_{IIC}$

$$\alpha_1 = \frac{K_{IC}}{K_{IIC}} \quad (3.3)$$

und der Werkstoffparameter  $\alpha_2$  das Verhältnis der Risszähigkeiten  $K_{IC}$  und  $K_{IIIC}$

$$\alpha_2 = \frac{K_{IC}}{K_{IIIC}} \quad (3.4)$$

darstellen [RSB+03]. Für  $\alpha_1 = 1,155$  und  $\alpha_2 = 1,0$  stimmt dieses Kriterium sehr gut mit dem  $\sigma_I'$ -Kriterium nach SCHÖLLMANN et al., welches in Kapitel 3.3 vorgestellt wird, überein [Ric02]. Die Rissausbreitungsrichtung kann über die Beziehungen für den Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  und den Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  mit nachstehenden Gleichungen (3.5) und (3.6) bestimmt werden:

$$\varphi_0 = \mp \left[ 140^\circ \cdot \frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} - 70^\circ \cdot \left( \frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} \right)^2 \right] \quad (3.5),$$

$$\psi_0 = \mp \left[ 78^\circ \cdot \frac{|K_{III}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} - 33^\circ \cdot \left( \frac{|K_{III}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} \right)^2 \right] \quad (3.6).$$

Wesentlicher Vorteil dieses Kriteriums ist die einfache Handhabung, durch explizite Lösungen der Gleichungen und die Anpassung an experimentelle Ergebnisse über die Werkstoffparameter  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$ . Eine derartige Anpassung ist beispielsweise in [RES13] veröffentlicht.

### 3.2 Rissausbreitungskriterium nach POOK

Ein weiteres Kriterium zur Charakterisierung der Rissausbreitung bei 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung wurde von POOK entwickelt. Dieses berücksichtigt ebenfalls alle drei grundlegenden Spannungsintensitätsfaktoren und errechnet daraus einen Vergleichsspannungsintensitätsfaktor. Für die Beschreibung der Rissausbreitungsrichtung werden auch hier zwei unterschiedliche Winkel bestimmt. Ausgangspunkt für die Vorhersage des Rissausbreitungsverhaltens eines unter allgemein räumlicher Mixed-Mode-Beanspruchung stehenden Risses ist die Bestimmung des Rissabknickwinkels  $\varphi_0$  aus folgender Beziehung [Poo71, Poo89]:

$$K_I \cdot \sin \varphi_0 = K_{II} \cdot (3 \cos \varphi_0 - 1) \quad (3.7).$$

Daraus ergibt sich ein Wertebereich von  $[-70,5^\circ \leq \varphi_0 \leq +70,5^\circ]$  für den Rissabknickwinkel  $\varphi_0$ . Anschließend wird ein Vergleichsspannungsintensitätsfaktor für ebene Mixed-Mode  $K_{VI,II}$  ermittelt. Dieser ist nach Gleichung (3.8) wie folgt definiert [Poo10]

$$K_{\text{VI,II}} = \frac{0,83 \cdot K_I + \sqrt{0,4489 \cdot K_I^2 + 3 \cdot K_{\text{II}}^2}}{1,5} \quad (3.8)$$

und wird daraufhin für die Berechnung des Vergleichsspannungsintensitätsfaktors für räumliche Mixed-Mode-Beanspruchung  $K_{\text{VI,II,III}}$  in Gleichung (3.9) eingesetzt [Poo89, Poo93]:

$$K_{\text{VI,II,III}} = \frac{K_{\text{VI,II}} \cdot (1 + 2 \cdot \nu) + \sqrt{K_{\text{VI,II}}^2 \cdot (1 - 2 \cdot \nu)^2 + 4 \cdot K_{\text{III}}^2}}{2} \leq K_{\text{IC}} \quad (3.9).$$

Für die Vorhersage des Eintretens instabilen Risswachstums wird dieser mit der Risszähigkeit  $K_{\text{IC}}$  verglichen. Hierbei ist  $\nu$  die Querdehnzahl des Materials. Der Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  wird aus dem Spannungsintensitätsfaktor  $K_{\text{III}}$  und dem ebenen Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_{\text{VI,II}}$  mit nachstehender Formel bestimmt [Poo85, Poo95]:

$$\tan 2\psi_0 = \frac{2 \cdot K_{\text{III}}}{K_{\text{VI,II}} \cdot (1 - 2 \cdot \nu)} \quad (3.10).$$

Für den Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  resultiert ein Wertebereich von  $[-45^\circ \leq \psi_0 \leq +45^\circ]$ . Im Gegensatz zu den anderen hier behandelten Kriterien, unterscheidet sich dieses Kriterium durch die fehlende Berücksichtigung des Mode III-Anteils in Form des Spannungsintensitätsfaktors  $K_{\text{III}}$  bei der Bestimmung des Rissabknickwinkels  $\varphi_0$ . Dies führt dazu, dass der Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  nach Gleichung (3.7) bei einer reinen Mode III-Beanspruchung des Risses undefiniert bleibt und für kleine Mode I-Beanspruchungen konstant hohe Werte von bis zu  $\varphi_0 = \pm 70,5^\circ$  liefert [Poo95].

### 3.3 $\sigma'_1$ -Kriterium nach SCHÖLLMANN et al.

Dieses 3D-Kriterium verwendet für die Beschreibung der Rissausbreitung bei allgemeiner 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung eine spezielle maximale Hauptnormalspannung  $\sigma'_1$  [Sch01, SKF+01, SRK+02]. Hiernach erweitert sich der Riss radial von der ursprünglichen Rissfront und senkrecht zur Richtung der speziellen größten Hauptnormalspannung  $\sigma'_1$ . Die Richtung von  $\sigma'_1$  wird anhand einer gedachten Zylinderfläche in der Umgebung der Rissfront gesucht. Zur besseren bildlichen Vorstellung der Orientierung von  $\sigma'_1$  ist in Abbildung 3.1 ein Zylindervolumenelement in der Umgebung einer dreidimensionalen Rissfront dargestellt. Für die Ermittlung von  $\sigma'_1$  werden keine radialen Spannungskomponenten, sondern nur die übrigen Spannungen  $\sigma_\varphi$ ,  $\sigma_z$  und  $\tau_{\varphi z}$  (vgl. Gleichung (2.5)) herangezogen. Aus der klassischen Festigkeitslehre wird mittels diesen Spannungen die spezielle Hauptnormalspannung  $\sigma'_1$  gemäß der Gleichung

$$\sigma'_1 = \frac{\sigma_\varphi + \sigma_z}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + 4 \cdot \tau_{\varphi z}^2} \quad (3.11)$$

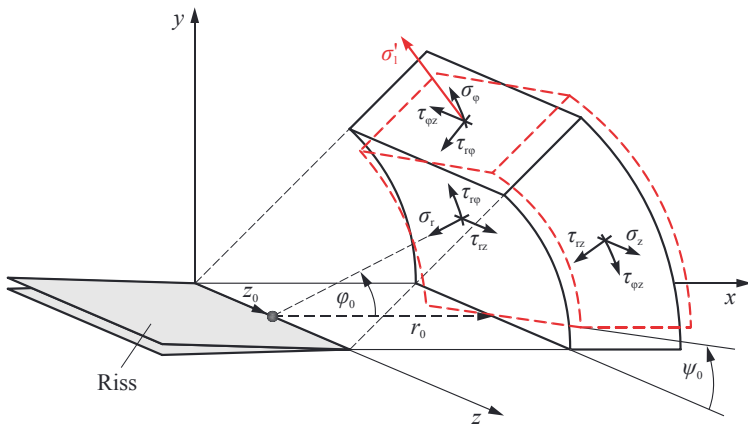
gebildet [Sch01]. Gleichung (3.11) erlaubt nun, aufgrund der Annahme, dass die Rissausbreitung senkrecht zur maximalen Hauptnormalspannung  $\sigma'_1$  erfolgt, Formeln für den Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  und den Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  aufzustellen. Aus mathematischer Sicht wird für die Bestimmung des Rissabknickwinkels  $\varphi_0$  für ein konstantes  $r$  das Maximum von  $\sigma'_1(\varphi)$  gesucht. Demzufolge muss Gleichung (3.11) zwei mathematische Bedingungen erfüllen:

$$\left. \frac{\partial \sigma'_1}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi_0} = 0 \quad \text{und} \quad \left. \frac{\partial^2 \sigma'_1}{\partial \varphi^2} \right|_{\varphi=\varphi_0} < 0 \quad \text{bzw.} \quad \tau_{r\varphi}(\varphi_0) = 0 \quad (3.12).$$

Das Einsetzen der Nahfeldgleichungen (siehe Gleichung (2.5)) und die anschließende partielle Differenzierung nach  $\varphi$  führt zu folgendem Ausdruck für den Rissabknickwinkel  $\varphi_0$ :

$$\begin{aligned} & -6K_I \tan\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) - K_{II} \cdot \left(6 - 12 \tan^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\right) + \left\{ \left[ 4K_I - 12K_{II} \tan\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) \right] \right. \\ & \cdot \left[ -6K_I \tan\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) - K_{II} \cdot \left(6 - 12 \tan^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\right) \right] - 32K_{III}^2 \tan\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) \cdot \left(1 + \tan^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\right)^2 \left. \right\} \\ & \cdot \left\{ \left[ 4K_I - 12K_{II} \tan\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) \right]^2 + 64K_{III}^2 \cdot \left(1 + \tan^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\right)^2 \right\}^{-1/2} = 0 \end{aligned} \quad (3.13).$$

Infolge dieser impliziten Lösung ist somit für jede Mixed-Mode-Kombination eine numerische Bestimmung des Rissabknickwinkels  $\varphi_0$  erforderlich [SKF+01].



**Abbildung 3.1:** Spannungskomponenten in Zylinderkoordinaten an einer 3D-Rissfront und die Orientierung der speziellen größten Hauptnormalspannung  $\sigma'_1$  [SKF+01]

Da der Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  durch die Richtung von  $\sigma'_I$  definiert ist, kann dieser in Analogie zur Berechnung des Hauptnormalspannungswinkels aus der klassischen Festigkeitslehre wie folgt bestimmt werden [SRK+02]:

$$\psi_0 = \frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{2 \cdot \tau_{\varphi z}(\varphi_0)}{\sigma_{\varphi}(\varphi_0) - \sigma_z(\varphi_0)}\right) \quad (3.14).$$

Wie bereits erwähnt, ist bei Rissen, welche einer überlagerten Beanspruchung ausgesetzt sind, die Bestimmung eines Vergleichsspannungsintensitätsfaktors sinnvoll. Im Rahmen dieses Kriteriums lässt sich die spezielle Hauptnormalspannung  $\sigma'_I$  aus Gleichung (3.11) in einen Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_V$  umformen [Sch01]. Woraus für  $\varphi = \varphi_0$  folgender Zusammenhang resultiert:

$$K_{V,\max} = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) \cdot \left\{ K_I \cdot \cos^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) - \frac{3}{2} K_{II} \cdot \sin(\varphi_0) \right. \\ \left. + \sqrt{\left[ K_I \cdot \cos^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) - \frac{3}{2} K_{II} \cdot \sin(\varphi_0) \right]^2 + 4 K_{III}^2} \right\} \leq K_{IC} \quad (3.15).$$

Dieser Vergleichsspannungsintensitätsfaktor ist neben den drei Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$ ,  $K_{II}$  und  $K_{III}$  ebenfalls von dem Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  abhängig. Das instabile Risswachstum setzt hierbei ein, wenn ein aus  $\sigma'_I$  errechneter Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_{V,\max}$  die Risszähigkeit  $K_{IC}$  erreicht.

### 3.4 Gegenüberstellung der Kriterien

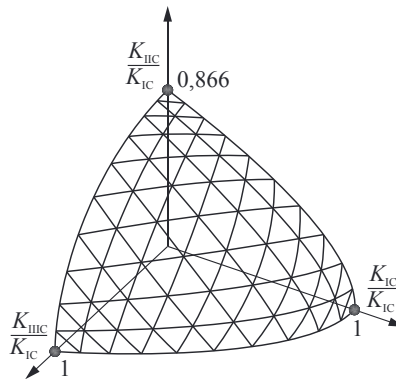
Alle im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Kriterien zur Rissausbreitung unter allgemeiner Mixed-Mode-Beanspruchung berücksichtigen für die Vorhersage des Risswachstums sowohl den Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  als auch den Rissverdrehwinkel  $\psi_0$ . Betrachtet man die Bruchgrenzfläche der jeweiligen Kriterien (siehe Abbildung 3.2), so setzt sich diese in allen drei Kriterien aus der Überlagerung aller drei grundlegenden Rissbeanspruchungsarten zusammen.

Erreicht die lokale Beanspruchung am Riss die Bruchgrenzfläche, so tritt instabiles Risswachstum auf. Die Gegenüberstellung der Kriterien in Abbildung 3.2 zeigt auch, dass sich alle drei Kriterien nur leicht in ihrer Kurvenkrümmung voneinander unterscheiden. Bei reiner Mode I-Beanspruchung ist in allen drei Kriterien die Risszähigkeit  $K_{IC}$  entscheidend für instabiles Risswachstum. Im Fall einer reinen Mode II-Beanspruchung sagen ebenfalls alle drei Kriterien ein Versagen aufgrund instabiler Rissausbreitung bei  $K_{IIc} = 0,87 K_{IC}$  voraus. Bei reiner Mode III-Beanspruchung wiederum resultiert ein Bauteilversagen, wenn  $K_{III}$  die Risszähigkeit  $K_{IC}$  erreicht.

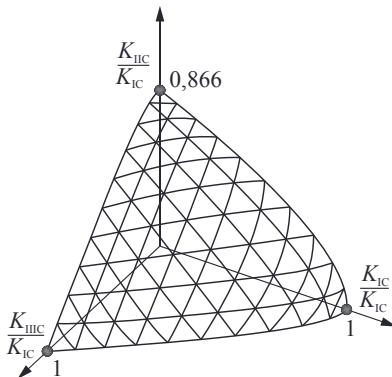
Bei der Vorhersage der Rissabknick- und Rissverdrehwinkel gibt es unter den Kriterien teilweise größere Diskrepanzen. Eine entsprechende Gegenüberstellung beider Rissabknickwinkel



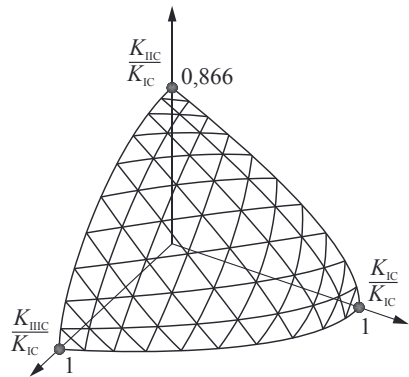
ist in Abbildung 3.3 zu sehen. Die Visualisierung der Rissablenkwinkel wird mit Hilfe der normierten Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I^n$ ,  $K_{II}^n$  und  $K_{III}^n$  (siehe Kapitel 2.4) in Kombination mit baryzentrischen Koordinaten realisiert [Sch01].



(a) 3D-Kriterium nach RICHARD



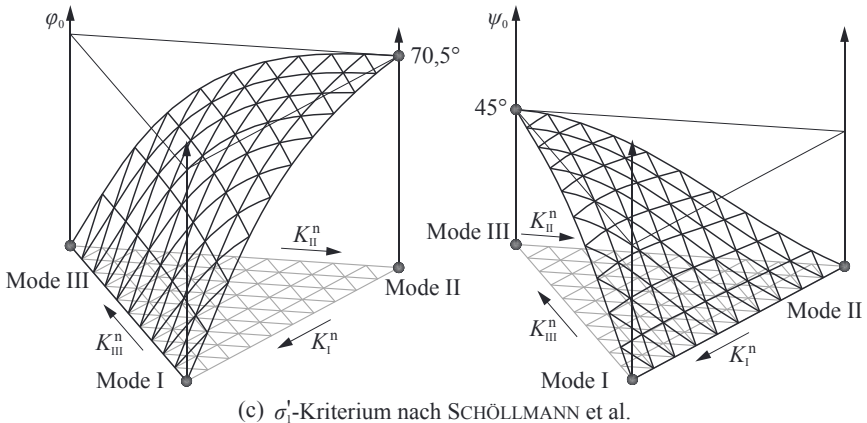
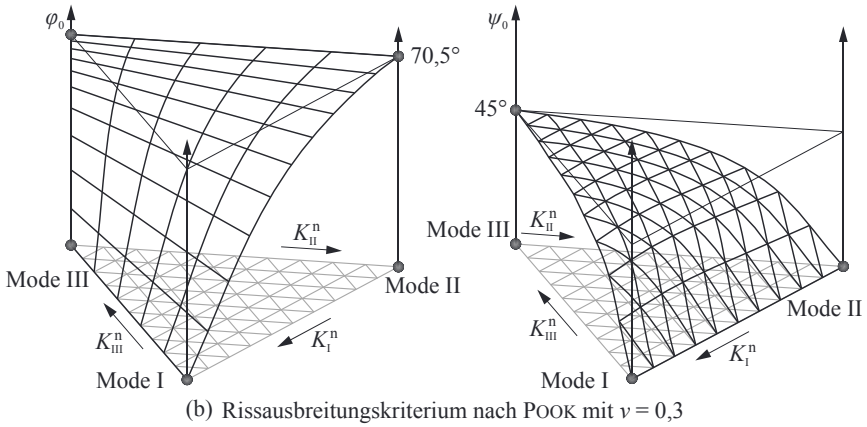
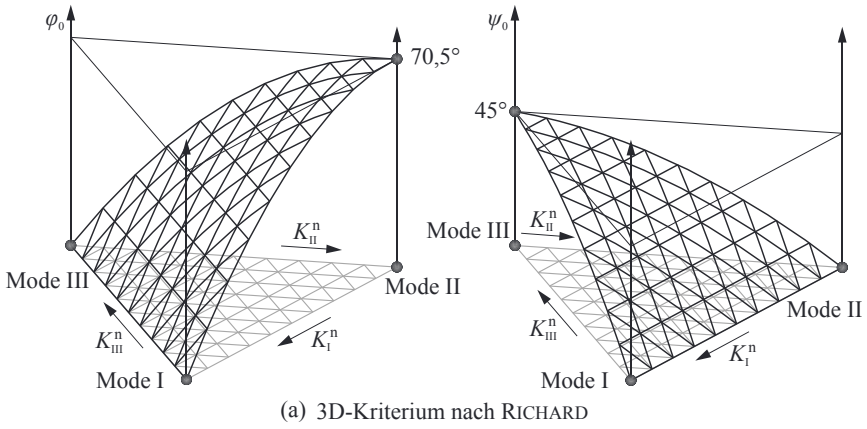
(b) Bruchgrenzfläche nach POOK  
mit  $\nu = 0,3$



(c)  $\sigma'_I$ -Kriterium nach SCHÖLLMANN et al.

**Abbildung 3.2:** Gegenüberstellung der Bruchgrenzflächen

Das baryzentrische Dreieck ist so aufgebaut, dass die Ecken jeweils einen reinen Mode I-, Mode II- und Mode III-Zustand repräsentieren. Die Verbindungslinien der Ecken entsprechen einer Kombination aus den jeweiligen zwei Beanspruchungsmoden und stellen daher die entsprechende Mixed-Mode-Beanspruchung dar. Inmitten der Dreiecksfläche sind schließlich 3D-Mixed-Mode-Beanspruchungszustände mit Beteiligung aller grundlegenden Rissbeanspruchungsarten vorzufinden. In der dritten Dimension wird entweder der Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  (in Abbildung 3.3 auf der linken Seite) oder der Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  (in Abbildung 3.3 auf der rechten Seite) aufgetragen.



**Abbildung 3.3:** Vergleich der Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  (links) und Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  (rechts)

Bei der Betrachtung des Rissabknickwinkels  $\varphi_0$  fällt im direkten Vergleich zunächst auf, dass die Kriterien sowohl für eine reine Mode I- als auch für eine reine Mode II-Beanspruchung korrespondieren. Für eine reine Mode I-Beanspruchung liefern die Kriterien einen Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  von  $0^\circ$  und für reine Mode II-Beanspruchung einen Winkel von  $\varphi_0 = 70,5^\circ$ . Demzufolge liegt der Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  im Fall einer Mode I-Mode II-Überlagerung zwischen  $0^\circ$  und  $70,5^\circ$ . Tritt jedoch eine Beanspruchungskombination aus Mode II und Mode III, aber ohne Mode I-Anteil, auf, so sagt das Rissausbreitungskriterium nach POOK (Abbildung 3.3 (b)) im Gegensatz zu den beiden anderen Kriterien einen konstanten Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  von  $70,5^\circ$  vorher. Ebenfalls gegensätzlich zu den Kriterien nach RICHARD (Abbildung 3.3 (a)) und nach SCHÖLLMANN et al. (Abbildung 3.3 (c)) ist die Vorhersage des Rissausbreitungskriteriums nach POOK für den Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  bei reiner Mode III-Beanspruchung. Hierbei bleibt der Rissabknickwinkel undefiniert.

Bei der Vorhersage des Rissverdrehwinkels  $\psi_0$  liefern die Kriterien nahezu identische Ergebnisse. In allen drei Kriterien wird der Rissverdrehwinkel von der Mode III-Beanspruchung dominiert. Hier liegen die Extremwerte für den Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  zwischen  $0^\circ$  bei  $K_{III}^n = 0$  und  $45^\circ$  bei  $K_{III}^n = 1$ . Das Rissausbreitungskriterium nach POOK (Abbildung 3.3 (b)) sagt für geringe Mode III-Beanspruchungen ( $K_{III}^n \approx 0,2$ ) größere Rissverdrehwinkel ( $> 30^\circ$ ) im Vergleich zu den anderen Kriterien (ca.  $25^\circ$ ) voraus und stellt damit einen kleinen Unterschied dar. Weitere detaillierte Vergleiche und Gegenüberstellungen dieser und anderer existierender Kriterien sind unter anderem in [RBK+03, RFB+03, RFS05, RSB+03] zu finden.

### 3.5 Bruchmechanische Bewertung bei allgemeiner zyklischer Mixed-Mode-Beanspruchung

Aufgrund der hohen Bedeutung für die Praxis soll in diesem Kapitel mit Hilfe der bereits vorgestellten Kriterien abschließend erläutert werden, wie reale rissbehaftete Strukturen, die hauptsächlich einer zyklischen Mixed-Mode-Beanspruchung ausgesetzt sind, in der Praxis beurteilt bzw. bewertet werden können. Eine Mixed-Mode-Situation an der Risspitze oder an der Rissfront kann durch eine überlagerte bzw. mehrachsige statische aber auch zyklische Belastung oder bedingt durch die Risslage im Bauteil entstehen [FKM09]. Bei derartig beanspruchten Rissen liegt ein antimetrisches Spannungs- und Verschiebungsfeld am Riss vor. Als Beanspruchungsparameter wird im Rahmen der LEBM im Fall einer zyklischen Belastung ein zyklischer Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_V$  herangezogen [Ric03a], der sich aus dem jeweiligen herangezogenen Kriterium errechnen lässt. Anschließend können Aussagen getroffen werden über die Rissausbreitungsgrenzen, die Rissgeschwindigkeit und über die Lebensdauer des Bauteils bzw. die Restlebensdauer bis zum Bauteilversagen.

Das Ermüdungsrisswachstum unter allgemeiner Mixed-Mode-Beanspruchung erfolgt zwischen den folgenden beiden Rissausbreitungsgrenzen [Ric03b]

$$\Delta K_{I,th} < \Delta K_V < \Delta K_{IC} \quad (3.16).$$

Sobald sich der zyklische Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_V$  zwischen dem Schwellenwert  $\Delta K_{I,th}$  und des kritischen zyklischen Spannungsintensitätsfaktors  $\Delta K_{IC}$ , welche nach Gleichung (2.27) bestimmt werden kann, befindet, ist ein mixed-mode-beanspruchter Riss ausbreitungsfähig. Bildlich lässt sich der Bereich des Ermüdungsrisswachstums bei allgemeiner Mixed-Mode-Beanspruchung durch die Schwellenwertfläche und die Bruchgrenzfläche in einem  $K_I$ - $K_{II}$ - $K_{III}$ -Diagramm darstellen (vgl. hierzu Abbildung 2.14).

Unter einer 3D-Mixed-Mode-Situation wächst der Riss in eine neue Richtung, die durch ein Rissabknicken und ein Rissverdrehen gekennzeichnet ist. Die Rissausbreitungsrichtung kann unabhängig von der Belastungsart (statische oder zyklische Belastung) mit den entsprechenden Gleichungen, die die Kriterien aus Kapitel 3.1 bis Kapitel 3.3 hergeben, genügend genau bestimmt werden. Die Rissgeschwindigkeit, mit der sich der Riss aktuell ausbreitet, lässt sich anschließend mit  $\Delta K_V$  aus der  $da/dN$ -Kurve für Mode I (siehe Kapitel 2.6.1) ermitteln. Die Restlebensdauer  $N_C$  bis zum Bruch bzw. Bauteilversagen ergibt sich unter anderem aus folgendem Zusammenhang [Ric03b]:

$$N_C = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{da/dN} = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{f(\Delta K_V, R)} \quad (3.17).$$

Hierbei ist  $a_0$  die Initialrisslänge und  $a_c$  die kritische Risslänge, bei der instabiles Risswachstum einsetzt. Diese Vorgehensweise bei der bruchmechanischen Bewertung von Bauteilen mit Rissen unter zyklischer 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung [FKM09] beantwortet demnach die in diesem Zusammenhang häufig in der Forschung aber auch besonders in der Praxis auftretenden Fragen wie:

- Unter welchen Konditionen ist der Riss wachstumsfähig?
- Wohin wächst der Riss?
- Wie schnell breitet sich der Riss aus?
- Wie groß ist die Lebensdauer bis zum Bauteilversagen?

## 4 PROBEN UND VORRICHTUNGEN FÜR RISSWACHSTUMSUNTERSUCHUNGEN BEI MIXED-MODE- BEANSPRUCHUNGEN

Die experimentelle Ermittlung bruchmechanischer Werkstoffkennwerte ist ausschlaggebend für eine sichere Bauteilauslegung. Aus diesem Grund ist die Kennwertermittlung insbesondere bei 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung ein wesentlicher Bestandteil der vorliegenden Arbeit. Hierfür wurde in vorangegangenen Forschungsarbeiten eine Probengeometrie mit zugehöriger Vorrichtung entwickelt [SR09]. Diese erlaubt die Untersuchung des Risswachstums sowohl bei reinen Mode-Beanspruchungen (Mode I-, Mode II- sowie Mode III-Beanspruchung) als auch bei nahezu beliebigen 2D- und 3D-Mixed-Mode-Beanspruchungskombinationen. Außerdem ermöglicht dieses Probenkonzept die Einflüsse und Auswirkungen von Richtungs- und Niveauänderungen der Beanspruchungen auf das Risswachstum zu analysieren. Die sogenannte CTSR-Probe und das zugehörige Vorrichtungskonzept werden in Kapitel 4.1 vorgestellt.

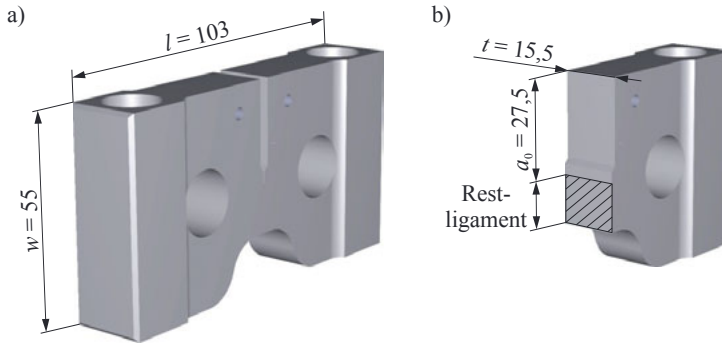
Des Weiteren wird in Kapitel 4.2 ein Probenkonzept beschrieben, welches zur Untersuchung des Mittelspannungseinflusses auf das Rissabknickverhalten bei negativen Spannungsverhältnissen unter ebener Mixed-Mode-Beanspruchung (Überlagerung von Mode I- und Mode II-Beanspruchung) geeignet ist. Beide Proben- und Vorrichtungskonzepte sind in die bestehende Versuchstechnik, welche aus zwei digital gesteuerten, einachsigen servohydraulischen Prüfmaschinen mit jeweils einem Risslängenmesssystem besteht, integrierbar.

### 4.1 CTSR-Probe und Vorrichtung

Im Rahmen einer vorangegangenen Arbeit wurde auf Basis der bereits von RICHARD entwickelten AFM-Probe (*All-Fracture-Mode*) [Ric83, RK90] die hier verwendete CTSR-Probe sowohl numerisch aber auch experimentell ausgearbeitet [Sch12]. Die sogenannte *Compact-Tension-Shear-Rotation*-Probe, kurz CTSR-Probe, eliminiert die Nachteile, die unter anderem die AFM-Probe mit zugehöriger Vorrichtung aufweist. Wegen hoher Massen und Verformungen ist das AFM-Probenkonzept effektiv nur für statische Belastungen geeignet [RSE12]. Versuche mit zyklischen Kräften können daher nur mit einer sehr niedrigen Prüffrequenz durchgeführt werden. Dies führt bei der Schwellenwertermittlung von überlagerten Beanspruchungen zu sehr hohen Versuchsdauern. Die Vorteile der AFM-Probe, nämlich die Überlagerung aller drei grundlegenden Rissbeanspruchungen, wurden in das CTSR-Probenkonzept überführt. Ein kritischer Vergleich unterschiedlicher Probenkonzepte für 3D-Mixed-Mode-Beanspruchungen ist unter anderem in [Sch12] zu finden.

Abbildung 4.1 zeigt die Geometrie der CTSR-Probe. Mit einer Probenlänge  $l$  von 103 mm, einer Probenbreite  $w$  von 55 mm (Abbildung 4.1 a)) und einer Probendicke  $t$  im relevanten

Querschnitt von 15,5 mm (Abbildung 4.1 b)) sind die Probenabmessungen sehr kompakt gehalten. Dies führt zu einem geringen Eigengewicht der Probe und ermöglicht damit die Probenentnahme aus kleineren Bauteilen oder Halbzeugen, woraus sich wiederum eine Kostenreduzierung ergibt [Sch12].



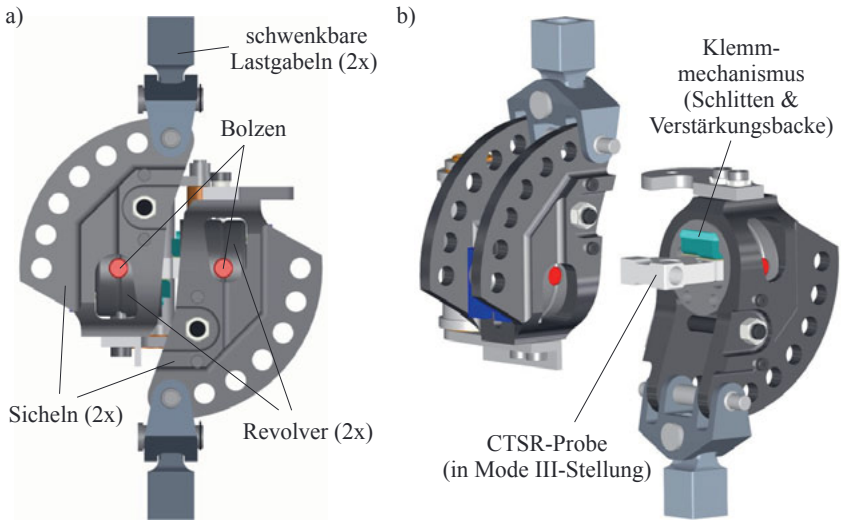
**Abbildung 4.1:** Abmessungen der CTSR-Probe in [mm]  
a) Probenlänge  $l$  und Probenbreite  $w$   
b) Initialrisslänge  $a_0$ , Probendicke  $t$  und Restligament in der Schnittansicht

Die Initialrisslänge  $a_0$  beträgt bei dieser Probengeometrie 27,5 mm, welches einem  $a/w$ -Verhältnis von 0,5 entspricht. Dies hat den Vorteil, dass die Versuchskräfte auf einem niedrigen Niveau bleiben, wodurch die Umgebungsstruktur in ihrer Gestalt deutlich schlanker ausfallen kann.

Das für die experimentellen Untersuchungen mit der CTSR-Probe notwendige Vorrichtungskonzept ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Es besteht im Wesentlichen aus zwei Sichel, deren Form bereits aus dem Vorrichtungskonzept für ebene Mixed-Mode nach RICHARD [Ric85] bekannt ist, zwei innenliegenden Revolvern und schwenkbaren Lastgabeln, worüber die äußeren Kräfte eingeleitet werden (siehe Abbildung 4.2 a)). Der Einbau der CTSR-Probe ist in Abbildung 4.2 b) illustriert. Beispielhaft ist hier die Probe in einer Mode III-Stellung positioniert. Über insgesamt vier Bolzen (zu sehen sind nur zwei) wird die Probe in beiden Revolvern definiert ausgerichtet und über jeweils einen Mechanismus, bestehend aus einem Schlitten und einer Verstärkungsbacke, geklemmt. Anschließend werden die Sichel über die Revolver geschoben und mittels einer Schraube mit den Revolvern verspannt. In diesem Zustand kann nun die Vorrichtung samt Probe in die Lastgabeln an der Prüfmaschine eingebaut werden.

Dieses Vorrichtungskonzept erfüllt die Anforderungen an eine Vorrichtung zu 3D-Mixed-Mode-Untersuchungen. So beträgt das Gesamtgewicht der Vorrichtung weniger als 11 kg. Dies erleichtert die gesamte Versuchsvorbereitung sowie den Probenein- und Probenausbau und ermöglicht zudem Versuchsfrequenzen von bis zu 30 Hz. Darüber hinaus handelt es sich hierbei um ein sehr steifes System mit einer Gesamtverformung von weniger als 0,3 mm. Ausgelegt ist dieses Konzept für statische Belastungen mit Kräften  $< 45$  kN und zyklischen Kräften  $< 15$  kN. Die bruchmechanische Kennwertermittlung und die Untersuchung des

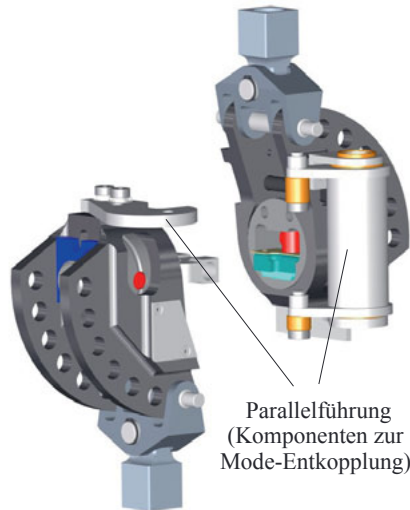
Risswachstums bei Belastungsänderungen sind somit zumindest für Werkstoffe wie PMMA und Aluminium möglich [Sch12].



**Abbildung 4.2:** CTSR-Vorrichtungskonzept  
a) Zusammenbau  
b) Vorrichtungskonzept in einer Explosionsdarstellung

Ein weiterer Vorteil dieses Vorrichtungskonzepts ist die nahezu völlige Entkopplung der Moden. Die Problematik der Mode-Kopplung tritt meistens dann auf, wenn durch eine Verdrehung der Probe infolge Torsion, sprich ein entgegengesetztes nicht-ebenes Gleiten der Rissoberflächen, zusätzlich ein entgegengesetztes ebenes Gleiten der Rissoberflächen auftritt. In diesem Fall führt eine reine nicht-ebene Schubbeanspruchung (Mode III-Beanspruchung), durch die Verformung der Probe, ebenfalls zu einem erhöhten Mode II-Anteil in den Randbereichen der Rissfront. Numerische Untersuchungen an der AFM-Probe [BR00, BR04] und der CTSR-Probe [Sch12, SR09] haben dazu geführt, dass die Verdrehung bzw. Verformung der Probe, durch entsprechende konstruktive Maßnahmen, soweit minimiert werden konnte, dass die Problematik der Mode-Kopplung dadurch fast vollständig gelöst ist. Eine der gerade angesprochenen konstruktiven Maßnahmen zur Mode-Entkopplung ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Hierbei handelt es sich um eine Parallelführung bestehend aus einem Rohr mit geschmierten Kunststofflagern und einem Haken. Die Funktion der Parallelführung ist die Unterbindung der gegenseitigen Verdrehung beider Sichel ohne Querkräfte auf die Zylinder der Prüfmaschine zu übertragen. Zudem verhindert die Parallelführung eine Verdrehung der Probe infolge Torsion ohne die dabei verbleibenden Freiheitsgrade einzuschränken [Sch12]. Gemeinsam mit den Schlitten und Verstärkungsbacken (siehe Klemmmechanismus in Abbildung 4.2 b)) an der CTSR-Probe versteifen diese Bauteile das Gesamtsystem und führen so zu geringen Verformungen und zu einer direkteren Kraftleitung an die Rissfront der CTSR-

Probe. Im nächsten Abschnitt wird nun das Konzept hinsichtlich der Realisierung von nahezu beliebigen 3D-Mixed-Mode-Zuständen näher erläutert.



**Abbildung 4.3:** Mode-Entkopplung durch eine Parallelführung

#### 4.1.1 Realisierung von beliebigen 3D-Mixed-Mode-Zuständen

Zur Realisierung der experimentellen Risswachstumsuntersuchungen bei beliebigen Mixed-Mode-Zuständen verfügt dieses Vorrichtungskonzept an den äußeren Sicheln über jeweils sieben Bohrungen (siehe Abbildung 4.4), womit der Lasteinleitungswinkel  $\alpha$  in  $15^\circ$ -Schritten von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  variiert werden kann. Dieser Winkel dient der Änderung des Verhältnisses von Mode I zu Mode II bzw. Mode III. Dabei entspricht die Einbaulage der Vorrichtung in einem Winkel  $\alpha$  von  $0^\circ$  einer reinen Mode I-Beanspruchung am Riss der CTSR-Probe. Wird das Gesamtsystem in einem Winkel  $\alpha$  von  $90^\circ$  eingebaut, so lässt sich nun über die zusätzliche Einstellung des Lasteinleitungswinkels  $\beta$  die Beanspruchung am Riss von einer reinen Mode II-Beanspruchung ( $\alpha = 90^\circ$  und  $\beta = 0^\circ$ ) hin zu einer reinen Mode III-Beanspruchung ( $\alpha = 90^\circ$  und  $\beta = 90^\circ$ ) verstellen. Die Einstellung des Lasteinleitungswinkels  $\beta$  (siehe Abbildung 4.4) wird durch die Verdrehung des Revolvers, der sich ebenfalls in  $15^\circ$ -Schritten schwenken lässt, realisiert. Eine allgemeine räumliche Mixed-Mode-Beanspruchung liegt demzufolge dann vor, wenn beide Lasteinleitungswinkel  $\alpha$  und  $\beta$  im Bereich zwischen  $15^\circ$  und  $75^\circ$  liegen.



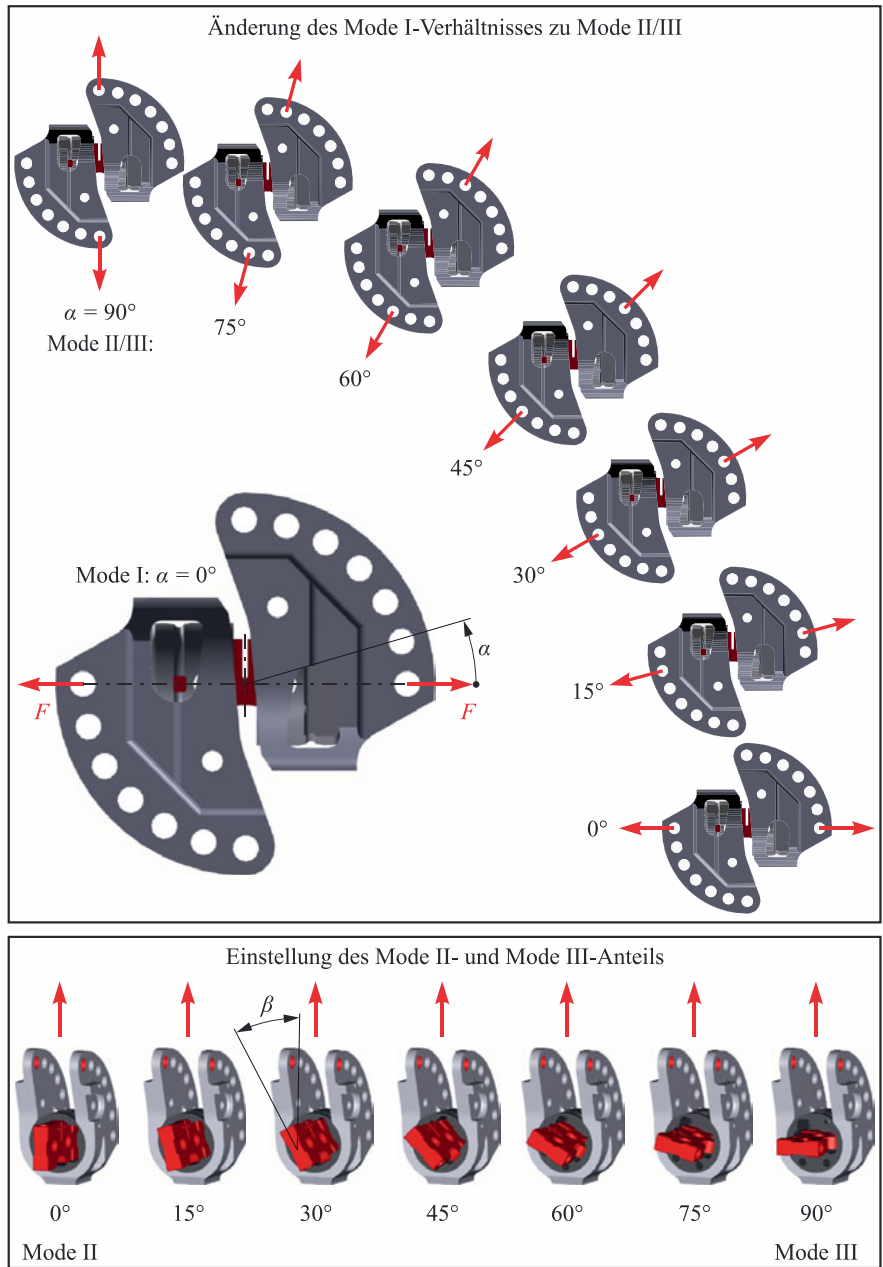
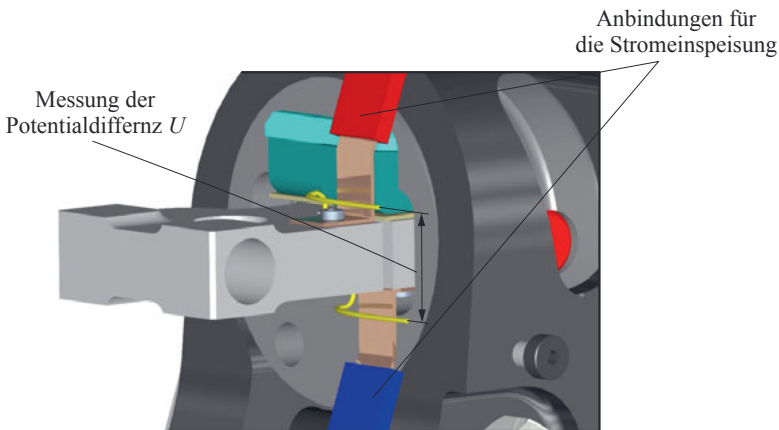


Abbildung 4.4: Einstellung der Lasteinleitungswinkel  $\alpha$  und  $\beta$  an der CTSR-Probenhalterung

### 4.1.2 Experimentelle Voruntersuchungen

Vor dem Beginn der eigentlichen Durchführung geplanter Versuchsreihen wurden experimentelle Voruntersuchungen angestellt. Ziel dieser Voruntersuchungen war die Überprüfung einer existierenden Kalibrierkurve für die Risslängenmessung mittels der Gleichstrompotentialmethode.

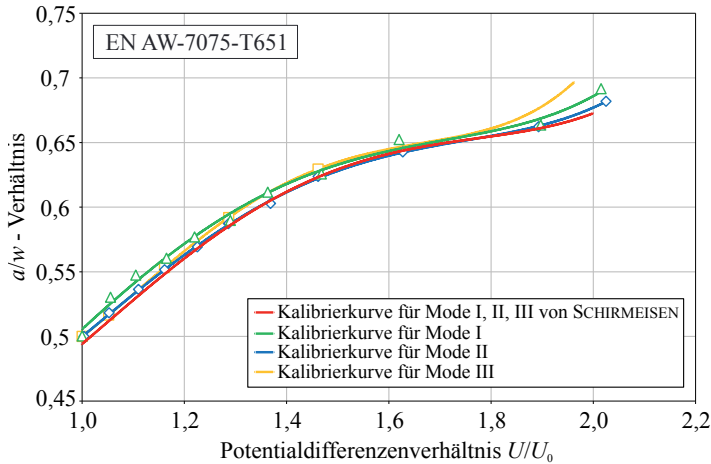
Diese Methode ermöglicht eine kontinuierliche und automatisierte Risslängenerfassung während der gesamten Versuchsdauer, wobei die integrale Risslänge über die Probendicke  $t$  erfasst wird [LKW+89]. Durch die Einspeisung eines konstanten Stroms  $I_0$  in die Probe wird ein elektrischer Spannungsabfall bzw. eine Potentialdifferenz  $U$  zwischen zwei definierten Stellen registriert. Das Ohm'sche Gesetz stellt dabei die Korrelation zwischen der Risslänge  $a$  und der Potentialdifferenz  $U$  her. Durch eine Risserweiterung während des Versuchs steigt der Ohm'sche Widerstand aufgrund der Querschnittsabnahme in der Probe. Folglich nimmt, wegen des eingeleiteten Konstantstroms, die elektrische Potentialdifferenz zwangsweise zu und lässt auf diese Weise mit Hilfe einer Kalibrierfunktion auf die aktuelle Risslänge in der Probe zurückschließen. In Abbildung 4.5 ist die elektrische Verkabelung für die Risslängenmessung mittels der Gleichstrompotentialmethode, wie sie für alle durchgeführten Versuchsreihen mit der CTSR-Probe verwendet wurde, dargestellt.



**Abbildung 4.5:** Verwendung der Gleichstrompotentialmethode an der CTSR-Probe

Da sich jedoch der Riss bei Mixed-Mode-Beanspruchungen in unterschiedliche Richtungen (Rissabknicken infolge Mode II bzw. Rissverdrehen durch Mode III) ausbreiten kann, sollte hierbei geprüft werden, ob gesonderte Kalibrierkurven für eine reine Mode I-, Mode II- bzw. Mode III-Rissausbreitung notwendig sind. In Abbildung 4.6 sind die experimentell ermittelten Kalibrierkurven für die drei Rissbeanspruchungsmoden der bisherigen Kalibrierkurve von SCHIRMEISEN [Sch12] gegenübergestellt. Mittels Blocklasten wurden hierbei Rastmarken an den Bruchflächen der Proben eingebracht und optisch an einem Messmikroskop ausgemessen. Anschließend wurden die gemessenen Risslängen mit den Potentialdifferenzen während der

Blocklasten in Zusammenhang gebracht und das Verhältnis der Risslänge zu Probenbreite  $a/w$  über das Potentialdifferenzenverhältnis  $U/U_0$ , mit  $U_0$  als elektrische Referenzpotentialdifferenz, aufgetragen.



**Abbildung 4.6:** Kalibrierkurven für ein Mode I-, Mode II- und Mode III-Risswachstum

Alle im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Kalibrierkurven sind Polynomfunktionen vierten Grades der folgenden Form:

$$\left(\frac{a}{w}\right) = A_4 \cdot \left(\frac{U}{U_0}\right)^4 + A_3 \cdot \left(\frac{U}{U_0}\right)^3 + A_2 \cdot \left(\frac{U}{U_0}\right)^2 + A_1 \cdot \left(\frac{U}{U_0}\right) + A_0 \quad (4.1).$$

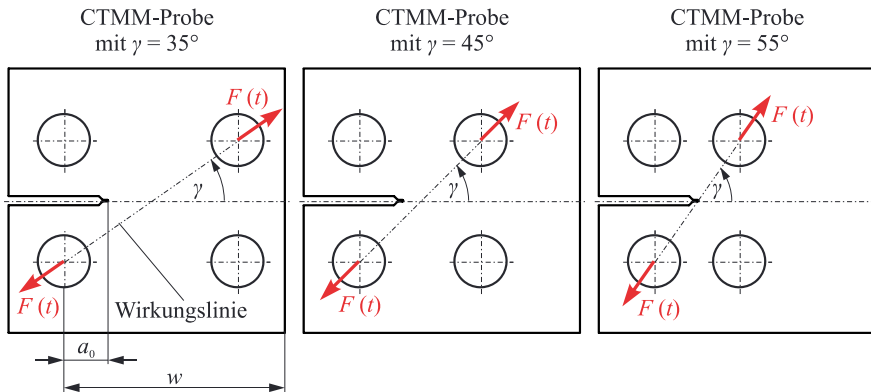
Die entsprechenden Koeffizienten  $A_0$  bis  $A_4$  für die Mode I-, Mode II- und Mode III-Kalibrierkurve können der Tabelle A.1 im Anhang entnommen und in Gleichung (4.1) eingesetzt werden. Aus dem Verlauf der Polynomfunktionen (Abbildung 4.6) ist zu erkennen, dass alle ermittelten Kalibrierkurven im relevanten Bereich zwischen  $0,5 \leq a/w \leq 0,65$  nah beieinander liegen und damit die Risslänge mit einer genügenden Genauigkeit unabhängig von der Beanspruchungsart bestimmen. Dieses Resultat liefert daher den Nachweis, dass bei dieser CTSR-Probengeometrie mit den jeweiligen Stellen für die Stromeinspeisung und den Potentialabgriff (siehe Abbildung 4.5) eine Kalibrierkurve ausreicht, um für alle Beanspruchungsarten und deren Kombinationen die genaue Risslänge zu messen. Daraus schlussfolgernd wurden allen weiteren Versuchsreihen mit der bisherigen Kalibrierkurve von SCHIRMEISEN [Sch12] durchgeführt, wobei diese nur bis zu einem  $a/w$ -Verhältnis von 0,65 verwendet wurde.

## 4.2 CTMM-Probe und Vorrichtung

Für eine eingehende Untersuchung des Mittelspannungseinflusses auf das Rissabknickverhalten bei negativen Spannungsverhältnissen wurde im Rahmen dieser Arbeit ein neues Probenkonzept entwickelt. Dieser Schritt war notwendig, da das bereits vorgestellte CTSR-Probenkonzept für Versuchsdurchführungen bei negativen Spannungsverhältnissen ungeeignet ist. Die neue CTMM-Probe (*Compact-Tension-Mixed-Mode-Probe*) ist speziell für Untersuchungen unter ebenen Mixed-Mode-Beanspruchungen konzipiert worden. Sowohl das Proben- als auch das Vorrichtungskonzept werden nun in den folgenden Abschnitten näher erläutert und beschrieben.

### 4.2.1 Konzeptdarstellung und -beschreibung

Die Basisgeometrie für dieses Probenkonzept liefert die standardisierte CT-Probe aus der ASTM E 647-08 [AST08]. Der wesentliche Unterschied der CTMM-Probe zu der CT-Probe liegt in dem zusätzlich angebrachten Bohrungspaar (Abbildung 4.7), wodurch eine ebene Mixed-Mode-Beanspruchung am Riss realisiert wird.



**Abbildung 4.7:** CTMM-Probe mit drei verschiedenen Lastenleitungswinkeln  $\gamma$

Insgesamt wurden, durch die Positionsänderung der zusätzlichen Bohrungen, drei unterschiedliche Überlagerungen von Mode I und Mode II geschaffen. Diese sind, wie in Abbildung 4.7 gezeigt, über den Lastenleitungswinkel  $\gamma$  definiert. Der Winkel  $\gamma$  beträgt für die drei Ausführungen der CTMM-Probe<sup>7</sup>  $35^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $55^\circ$  und stellt dadurch für die initiale Risslänge  $a_0$  drei verschiedene Mixed-Mode-Zustände mit folgenden Spannungsintensitätsfaktorverhältnissen dar:

<sup>7</sup> Im Folgenden werden die drei Ausführungen der CTMM-Probe mit CTMM- $35^\circ$ , CTMM- $45^\circ$  und CTMM- $55^\circ$  bezeichnet.

$$\frac{K_{II}}{K_I} = 0,48 \quad \text{bei CTMM-35}^\circ,$$

$$\frac{K_{II}}{K_I} = 0,39 \quad \text{bei CTMM-45}^\circ \text{ und}$$

$$\frac{K_{II}}{K_I} = 0,26 \quad \text{bei CTMM-55}^\circ.$$

Wird jedoch die CTMM-Probe wie eine CT-Probe belastet, so ermöglicht dieses Konzept ebenfalls die Durchführung von Risswachstumsuntersuchungen bei einem  $K_{II}/K_I$ -Verhältnis von Null. Relevante und charakteristische Probenabmessungen, wie die Probenbreite  $w$  sowie die initiale Risslänge  $a_0$ , entsprechen bei der CTMM-Probe den Abmessungen der standardisierten CT-Probe und betragen  $w = 72 \text{ mm}$  und  $a_0 = 14,4 \text{ mm}$  (vgl. Abbildung 4.7). Die vollständigen Abmessungen der CTMM-Probe können den technischen Zeichnungen aus Abbildung A.1 im Anhang entnommen werden.

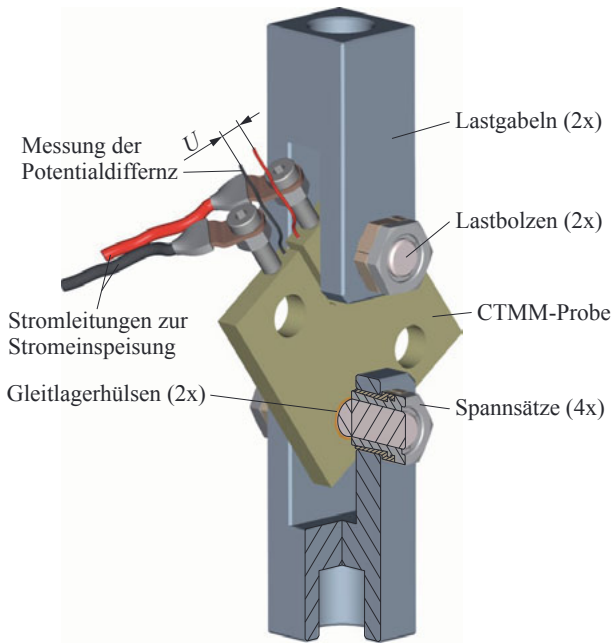
Für eine Versuchsdurchführung bei negativen Spannungsverhältnissen muss das Systemkonzept, das aus Probe und Einspannvorrichtung besteht und in Abbildung 4.8 dargestellt ist, eine spielfreie Lastübertragung zwischen Probe, Lastbolzen und Einspannvorrichtung gewährleisten. Hierfür wurden Gleitlagerhülsen in die mit  $\varnothing 17 \text{ N7}$  tolerierten Bohrungen eingepresst, sodass sich eine Übergangspassung zwischen Lasteinleitungsbohrung und Lastbolzen ergab, die jedoch die Verdrehung der Probe aufgrund der Probenverformung weiterhin zulässt. Zusätzlich wird diese Verdrehung über die PTFE<sup>8</sup>-Pb-Beschichtung der Gleitlagerinnenflächen begünstigt, wobei diese primär der elektrischen Isolation der Probe gegenüber der Vorrichtung dient. Dies ist notwendig, da hierbei die Gleichstrompotentialmethode für die Risslängenmessung zum Einsatz kommt.

Die spielfreie Lastübertragung zwischen Lastbolzen und Einspannvorrichtung wurde unter Verwendung besonderer Spannsätze (siehe Abbildung 4.8) realisiert. Dabei handelt es sich um spezifische Welle-Nabe-Verbindungen vom Typ S der Firma NWT Haug GmbH. Die Funktionsweise der Spannsätze lässt sich folgendermaßen beschreiben. Über das relative Verdrehen der beiden äußeren Sechskantelemente wird die Verbindung des Gesamtsystems über einen innenliegenden Konus geklemmt und auf diese Weise eine spielfreie Lasteinleitung geschaffen. Das soeben beschriebene Prinzip der spielfreien Lasteinleitung in eine Probe unter Verwendung von Gleitlagerhülsen und speziellen Spannsätzen hat sich bereits in vorangegangenen Forschungsarbeiten [Klo12] an der Fachgruppe Angewandte Mechanik (FAM) als sehr zuverlässig herausgestellt, sodass es für die experimentellen Untersuchungen an der CTMM-Probe übernommen wurde.

In Abbildung 4.8 sind außerdem die Stellen der Stromeinspeisung und des Potentialabgriffs bei der CTMM-Probe für die Risslängenmessung mittels Gleichstrompotentialmethode gekennzeichnet. Bei diesem Probenkonzept wurde bewusst eine stirnseitige Stromeinspeisung

<sup>8</sup> PTFE steht für Polytetrafluorethylen und ist oft unter dem Handelsnamen Teflon bekannt.

gewählt, da diese für alle drei Probenausführungen unverändert beibehalten werden kann. Hierauf wird aber in Kapitel 4.2.3 bei den experimentellen Voruntersuchungen im Hinblick auf die Kalibrierkurvenermittlung näher eingegangen.



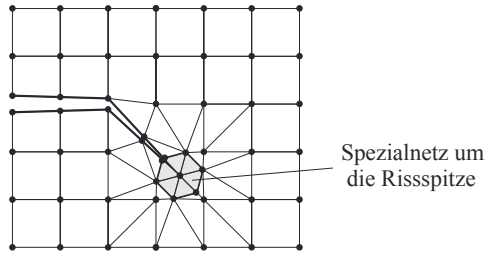
**Abbildung 4.8:** Vorrichtungskonzept zur spielfreien Lasteinleitung in die CTMM-Probe

## 4.2.2 Ermittlung der Geometriefaktorfunktionen

Für die experimentelle Untersuchung des Rissabknickverhaltens bei negativen Spannungsverhältnissen mit Hilfe der CTMM-Probe sind die Geometriefaktorfunktionen  $Y_I(a/w)$  und  $Y_{II}(a/w)$  der drei CTMM-Probenausführungen erforderlich. Dafür kommt im Rahmen dieser numerischen Voruntersuchungen das FEM-Simulationsprogramm FRANC/FAM<sup>9</sup> zum Einsatz, welches zweidimensionale Rissausbreitungsvorgänge in beliebigen ebenen Strukturen simulieren kann [MR98, RMS98].

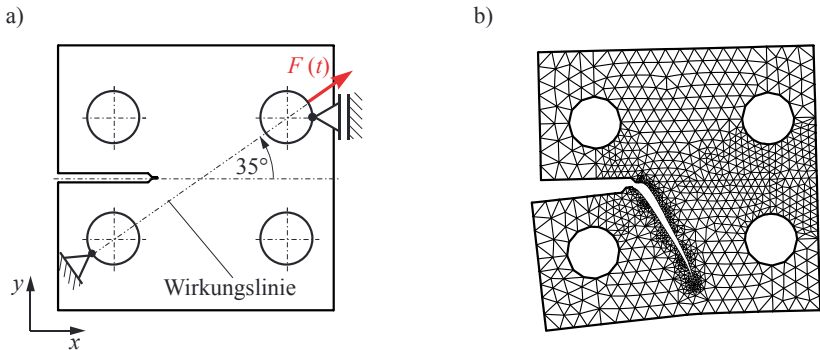
Zur Bestimmung der Spannungsintensitätsfaktorfunktionen  $K_I(a)$  und  $K_{II}(a)$  jeder CTMM-Probenvariante werden zunächst Risswachstumssimulationen mittels FRANC/FAM durchgeführt. Das Programmsystem arbeitet mit einem mitbewegten Spezialnetz um die Risspitze (siehe Abbildung 4.9) und wertet dabei die Spannungsintensitätsfaktoren mit Hilfe der MVCCI-Methode aus.

<sup>9</sup> FRANC ist die Abkürzung für FRacture Analysis Code.



**Abbildung 4.9:** Erweiterung des Risses mit mitbewegtem Spezialnetz des Programms FRANC/FAM nach [RS12]

Die für die Simulationen verwendeten kinematischen und statischen Randbedingungen sind in Abbildung 4.10 a) beispielhaft für die CTMM-35° Probe dargestellt. Hier wurde die untere linke Lasteinleitungsbohrung mit einem Festlager in Kraftwirkungsrichtung versehen. Wohingegen die Krafteinleitung in der oberen rechten Bohrung platziert wurde. Zudem wurde die obere rechte Bohrung gegen die Verschiebung in x-Richtung gelagert. Damit ergibt sich für die Rissausbreitungssimulation eine statisch bestimmte Lagerung.



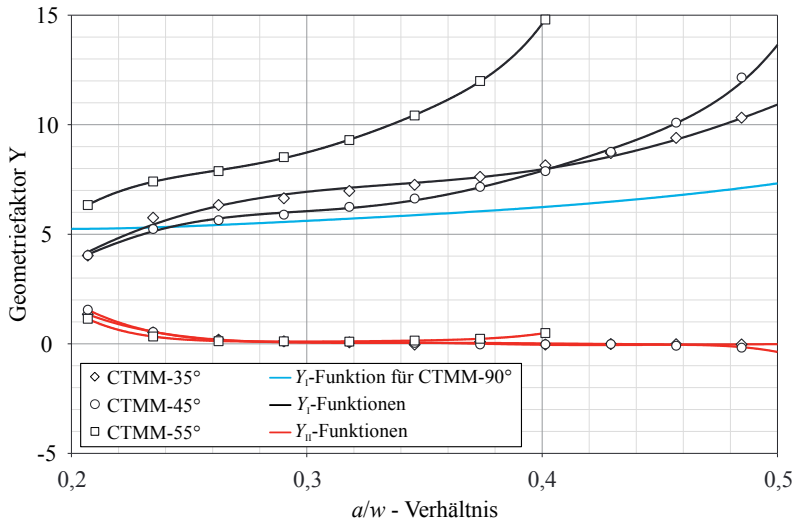
**Abbildung 4.10:** Risswachstumssimulation an der CTMM-35° Probe mittels FRANC/FAM  
a) kinematische und statische Randbedingungen für die Simulation  
b) Mixed-Mode-Risswachstum in der CTMM-35° Probe

Abbildung 4.10 b) zeigt das Ende der FEM-Simulation. Es ist zu erkennen, dass die Probe durch das Risswachstum stark verformt wird und der Riss aufgrund der Mode I-Mode II-Überlagerung entsprechend abknickt. Anschließend erfolgte die Berechnung der Geometriefaktorfunktionen  $Y_I(a/w)$  und  $Y_{II}(a/w)$  über die Umstellung der Spannungsintensitätsfaktorfunktionen  $K_I(a)$  und  $K_{II}(a)$  nach  $Y_I$  bzw.  $Y_{II}$ . Für die Geometriefaktoren gilt:

$$Y_I\left(\frac{a}{w}\right) = \frac{K_I \cdot w \cdot t}{F \cdot \sqrt{\pi \cdot a}}$$

$$Y_{II}\left(\frac{a}{w}\right) = \frac{K_{II} \cdot w \cdot t}{F \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \quad (4.2).$$

Die Geometriefaktoränderung von  $Y_I$  und  $Y_{II}$  über die Risslänge  $a$  bzw. über das  $a/w$ -Verhältnis ist für jede CTMM-Probenausführung in Abbildung 4.11 dargestellt. Mit zunehmender Risslänge  $a$  steigt der dominierende Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  kontinuierlich an, sodass sich der Geometriefaktor  $Y_I$  mit wachsendem Riss ebenfalls erhöht. Der  $Y_{II}$ -Faktor für jede CTMM-Probenvariante nähert sich mit zunehmendem Riss der Null an und spielt nur im Bereich der Initialrisslänge bis zu einem  $a/w$ -Verhältnis von etwa 0,25 eine größere Rolle. Zusätzlich zu den drei Ausführungen der CTMM-Probe ist die Geometriefaktorfunktion  $Y_I(a/w)$  einer CTMM-90° Probe abgebildet. Bei dieser Probengeometrie handelt es sich um eine CTMM-35° Probe, bei der jedoch die Lasteinleitung eine reine Mode I-Beanspruchung ist – vergleichbar zu der standardisierten CT-Probe.



**Abbildung 4.11:** Geometriefaktorfunktionen  $Y_I(a/w)$  und  $Y_{II}(a/w)$  der CTMM-Probenvarianten

Die, aus den mit Gleichung (4.2) errechneten Werten, resultierenden  $Y$ -Funktionen sind Polynomfunktionen sechsten Grades der folgenden Form:

$$Y\left(\frac{a}{w}\right) = A \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^6 + B \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^5 + C \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^4 + D \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^3 + E \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^2 + F \cdot \left(\frac{a}{w}\right) + G \quad (4.3).$$

Die entsprechenden Koeffizienten  $A$  bis  $G$  können im Anhang der Tabelle A.2 entnommen werden. Die Geometriefaktorfunktionen jeder CTMM-Probenvariante wurden anschließend in das Programmsystem <sup>FAM</sup>Control implementiert, um damit die Spannungsintensitätsfaktoren an der Rissfront bestimmen zu können. <sup>FAM</sup>Control ist ein eigens in der FAM entwickeltes Programm, welches zur Steuerung und Messdatenerfassung der Versuche dient [SR04].

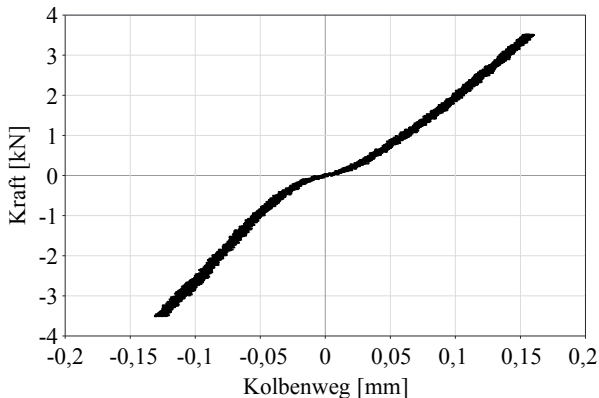


## 4.2.3 Experimentelle Voruntersuchungen

Die Überprüfung des Gesamtsystems, bestehend aus CTMM-Probe und Vorrichtung, auf ihre Anwendbarkeit bzgl. der spielfreien Lasteinleitung bei negativen Spannungsverhältnissen war ein wesentlicher Aspekt der experimentellen Voruntersuchungen. Weiterhin wurden im Rahmen der Voruntersuchungen Kalibrierfunktionen für die Risslängenmessung jeder CTMM-Probenvariante ermittelt und in das Programmsystem <sup>FAM</sup>Control implementiert. Die Funktionalitätsprüfung des Versuchsaufbaus und die Ermittlung der Kalibrierfunktionen werden nun beschrieben.

### 4.2.3.1 Funktionalitätsprüfung des Versuchsaufbaus

Eine geeignete Versuchsdurchführung bei zyklischen Belastungen mit negativen Spannungsverhältnissen wird vorrangig durch eine spielfreie Krafteinleitung in die Probe gewährleistet. Für die Funktionalitätsprüfung des Gesamtsystems wurden daher Kraft-Weg-Verläufe gemessen, wobei einer beispielhaft in Abbildung 4.12 dargestellt ist.



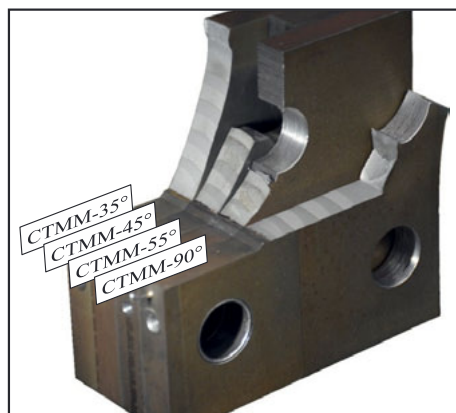
**Abbildung 4.12:** Kraft-Weg-Verlauf des Vorrichtungskonzepts beim Nulldurchgang der Kraft

Aus den untersuchten Proben handelt es sich bei diesem Kurvenverlauf um eine Probe mit der größten gemessenen Toleranzabweichung in der Passung. Hierbei zeigt sich, dass die Prüfvorrichtung mit eingebauter Probe beim Nulldurchgang der Kraft im Extremfall ein kleines Spiel aufweist, welches jedoch vernachlässigbar ist. Bei den zusätzlich durchgeführten Ermüdungsversuchen konnten keine Verschleißerscheinungen an den Krafteinleitungsstellen festgestellt werden, sodass von einer dauerhaften spielfreien Krafteinleitung ausgegangen werden kann.

### 4.2.3.2 Ermittlung der Kalibrierfunktionen

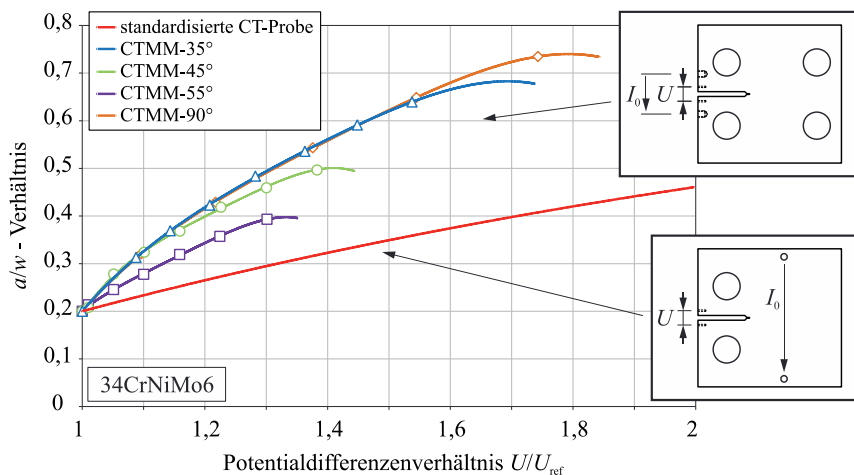
Um eine genaue Risslängenmessung mit der Gleichstrompotentialmethode zu gewährleisten, erfordert dieses Probenkonzept, genauso wie das bereits vorgestellte CTSR-Probenkonzept, entsprechende Kalibrierfunktionen. Die experimentelle Ermittlung der Kalibrierfunktionen für

jede CTMM-Probenvariante erfolgte durch das regelmäßige Einstreuen von Blockbelastungen während einer Ermüdungsbelastung, welche zu vorübergehenden Risswachstumsverzögerungen führten. Diese äußerten sich durch unterschiedliche Gebiete auf den Bruchflächen, welche in Abbildung 4.13 für jede Probenvariante illustriert sind.



**Abbildung 4.13:** Unterschiedliche Bruchflächengebiete zur Kalibrierung der Risslängenmessung

Anschließend erfolgte zunächst eine optische Vermessung der entstandenen Bruchflächengebiete mit Hilfe eines digitalen Lichtmikroskops vom Typ VHX-2000 der Firma Keyence. Die gemessenen Risslängen wurden daraufhin der entsprechenden Potentialdifferenz, die sich zum Zeitpunkt der Blocklast einstellte, zugeordnet. Die auf diese Art ermittelten Kalibrierkurven für alle CTMM-Probenvarianten sind in Abbildung 4.14 zusammengestellt.



**Abbildung 4.14:** Kalibrierkurven der CTMM-Proben im Vergleich zur standardisierten CT-Probe

Hierzu ist zusätzlich die Kalibrierfunktion einer CT-Probe abgebildet. Aufgrund der stirnseitigen Stromeinleitung bei den CTMM-Proben wirkt sich eine Risslängenänderung wesentlich sensibler auf die Potentialdifferenz aus, als bei der seitlichen Stromeinleitung der standardisierten CT-Probe. Die Kalibrierkurven der CTMM-Proben aus Abbildung 4.14 verlaufen daher deutlich steiler als die Kalibrierkurve einer CT-Probe mit seitlicher Stromeinleitung. Da die CTMM-Probenvarianten unterschiedliche Endrisslängen haben, gelten die jeweiligen Kalibrierkurven nur bis zu einem bestimmten  $a/w$ -Verhältnis, welches aus den unterschiedlichen Verläufen zu erkennen ist. Diese Kalibrierkurven sind Polynomfunktionen vierten Grades von der Form der Gleichung (4.1). Hierfür sind in Tabelle A.3 des Anhangs die Koeffizienten  $A_0$  bis  $A_4$  jeder CTMM-Probenvariante für den Werkstoff 34CrNiMo6 angegeben.

## **5 EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN DES ERMÜDUNGSRISSVERHALTENS BEI MIXED-MODE- BEANSPRUCHUNG**

In der vorliegenden Arbeit wird der Einfluss von Mixed-Mode-Beanspruchungen auf das Ermüdungsrissswachstum untersucht. Hierfür wurden an zwei verschiedenen Werkstoffen unterschiedliche Versuchsreihen durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen dienen zum einen der Validierung verschiedener Versagenskriterien für allgemeine räumliche Mixed-Mode-Beanspruchungen. Zum anderen zeigen die Ergebnisse letztendlich Auswirkungen von Mixed-Mode-Beanspruchungen auf die Lebensdauer.

Dieses Kapitel stellt zunächst die verwendeten Werkstoffe vor. Anschließend werden die Ergebnisse der verschiedenen experimentellen Untersuchungsreihen dargestellt, beschrieben und diskutiert.

### **5.1 Versuchswerkstoffe**

Für die Untersuchungen des Einflusses von Mixed-Mode-Beanspruchungen auf das Ermüdungsrissswachstum wurden die Aluminiumlegierung EN AW-7075-T651 und der Vergütungsstahl 34CrNiMo6 verwendet. Im Folgenden werden diese Werkstoffe hinsichtlich ihrer Festigkeitskennwerte und bruchmechanischer Charakterisierung beschrieben.

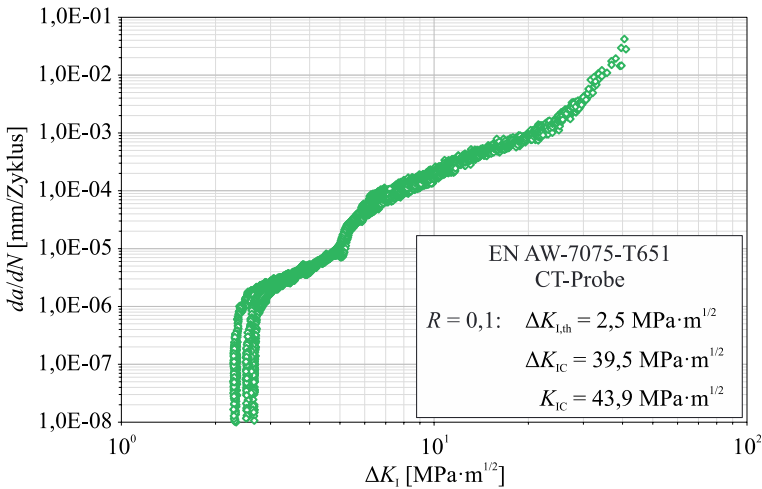
#### **5.1.1 Aluminiumlegierung EN AW-7075-T651**

EN AW-7075-T651 ist eine Knetlegierung und gehört zu den hochfesten Aluminiumlegierungen. Einsatz findet diese Legierung häufig in Komponenten der Luft- und Raumfahrt sowie im Automobilbau, da sich dieser Werkstoff insbesondere durch eine sehr hohe Festigkeit bei mittlerer Korrosionsbeständigkeit auszeichnet. Der Zusatz T651 bezeichnet hierbei den Herstellungszustand der Legierung nach DIN 515 [DIN93]. Im Wärmebehandlungsprozess erfolgt zunächst das Lösungsglühen (zwischen 450 °C und 575 °C) an Luft. Daran anschließend folgt ein Abschreck- und Entspannungsprozess mit kontrolliertem Recken (Reckgrad bei Platten: zwischen 1,5 % und 3 %). Beendet wird die Wärmebehandlung mit einer Warmauslagerung des Erzeugnisses, welches nach dem Recken nicht mehr nachgerichtet wird [DIN93]. Die Hauptlegierungselemente von EN AW-AlZn<sub>5,5</sub>MgCu mit ihren Grenzwerten sind nach DIN 573-3 [DIN09] in Tabelle A.4 des Anhangs aufgeführt. Zudem erfüllt das Plattenhalbzeug die technischen Lieferbedingungen aus DIN EN 485-1 [DIN10] sowie die Grenzmaße und Formtoleranzen aus DIN EN 485-3 [DIN03]. Aus der oben beschriebenen Wärmebehandlung resultieren nach DIN EN 485-2 [DIN13] und WINGENBACH [Win94] entsprechende mechanische Werkstoffkennwerte, die in Tabelle 5.1 festgehalten sind.

**Tabelle 5.1:** Mechanische Kennwerte der Aluminiumlegierung EN AW-7075-T651 [DIN13, Win94]

Werkstoff	$R_m$ [MPa]	$R_{p0,2}$ [MPa]	$E$ [MPa]	$\nu$	$A$ [%]	Härte [HB]
EN AW-7075-T651	min. 540	517	70656	0,34	min. 6	161

Zusätzlich wurde die Aluminiumlegierung 7075-T651 im Rahmen dieser Arbeit bruchmechanisch charakterisiert, indem Rissfortschrittskurven für  $R = 0,1$  (Abbildung 5.1) experimentell bestimmt wurden. Spezifisch für Aluminiumlegierungen ist der doppel-S-förmige Verlauf der Rissgeschwindigkeit über dem zyklischen Spannungsintensitätsfaktor.



**Abbildung 5.1:** Rissfortschrittskurven für  $R = 0,1$  der verwendeten Aluminiumlegierung 7075-T651

Der mittlere Schwellenwert für diesen Werkstoff beträgt  $\Delta K_{I,th} = 2,5 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ . Über die Umrechnung nach Gleichung (2.27) resultiert aus dem mittleren kritischen zyklischen Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_{IC} = 39,5 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$  eine mittlere Risszähigkeit von  $K_{IC} = 43,9 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ .

### 5.1.2 Vergütungsstahl 34CrNiMo6

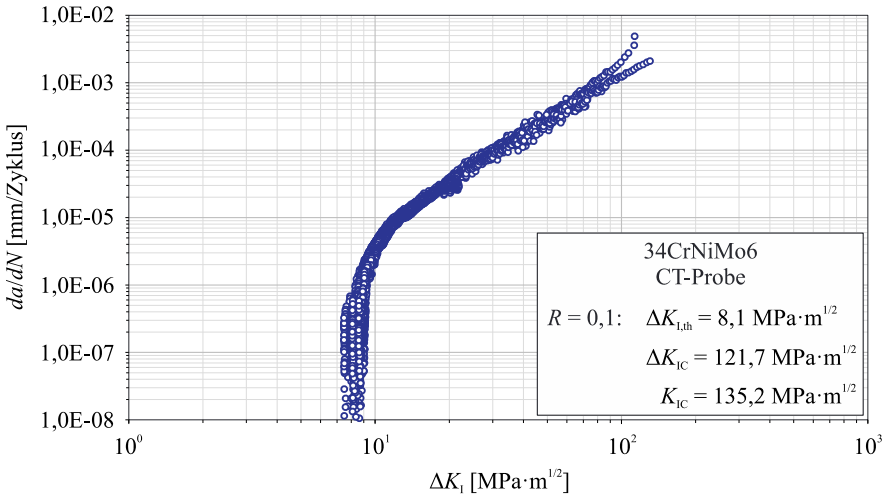
Der Cr-Ni-Mo legierte Vergütungsstahl 34CrNiMo6 wird für Bauteile des Automobilbaus und des allgemeinen Maschinenbaus mit höchsten Anforderungen an Festigkeit und Zähigkeit verwendet. Die chemische Zusammensetzung des untersuchten Stahls ist nach DIN EN 10083-3 [DIN07] der Tabelle A.5 im Anhang zu entnehmen. Im weichgeglühten und vergüteten Wärmebehandlungszustand weist der 34CrNiMo6 Stahl die mechanischen Werkstoffkennwerte aus Tabelle 5.2 auf. Um mögliche Einflüsse durch anisotropes Materialverhalten auf bruchmechanische Werkstoffkennwerte zu vermeiden, wurde der Werkstoff während

des Schmiedeprozesses zusätzlich einer 6-fachen dreidimensionalen Verformung unterzogen [IC12].

**Tabelle 5.2:** Mechanische Werkstoffkennwerte des Vergütungsstahls 34CrNiMo6 + A + QT [IC12]

Werkstoff	$R_m$ [MPa]	$R_e$ [MPa]	$E$ [MPa]	$A$ [%]	Härte [HB]
34CrNiMo6	1123	1006	210000	16	342 – 349

Für die bruchmechanische Charakterisierung dieses Werkstoffs wurden Rissfortschrittskurven für ein  $R$ -Verhältnis von 0,1 ermittelt. Abbildung 5.2 zeigt die ermittelten Kurvenverläufe. Bei den Angaben der bruchmechanischen Kennwerte handelt es sich um Mittelwerte. Die Bestimmung der Risszähigkeit  $K_{IC}$  ergibt sich hierbei aus der Umrechnung nach Gleichung (2.27).



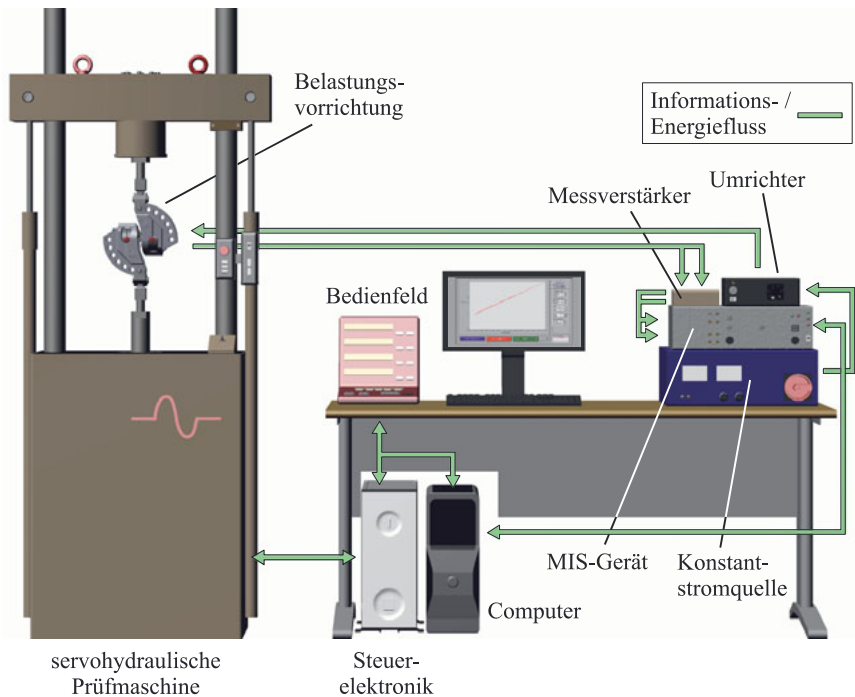
**Abbildung 5.2:** Rissfortschrittskurven für  $R = 0,1$  des verwendeten Vergütungsstahls 34CrNiMo6

## 5.2 Schwellenwertermittlung bei räumlicher Mixed-Mode-Beanspruchung

Der Schwellenwert gegen Ermüdungsrisssausbreitung ist ein grundlegender Materialkennwert bei der bruchmechanischen Nachweisführung von Bauteilen und Strukturen. Die Bewertung der Wachstumsfähigkeit eines Risses ist für eine allgemein räumliche Mixed-Mode-Beanspruchung ebenso wichtig, wie für eine reine Mode I-Beanspruchung. Daher werden in diesem Kapitel für die Aluminiumlegierung 7075-T651 Schwellenwerte bei unterschiedlichen Mixed-Mode-Beanspruchungen ermittelt, analysiert und diskutiert.

### 5.2.1 Versuchsaufbau und -durchführung

Für die experimentelle Ermittlung der Schwellenwerte bei Mixed-Mode-Beanspruchung stand der Versuchsaufbau aus Abbildung 5.3 zur Verfügung. Dieser besteht im Wesentlichen aus einer einachsigen servohydraulischen Zug-Druck-Prüfmaschine „Hydropuls® SINUS“ der Firma SCHENK mit einer maximalen Prüfkraft von  $\pm 100$  kN und einem maximalen Kolbenweg von  $\pm 50$  mm. Die zugehörige Steuerelektronik übernimmt die Regelung der Prüfmaschine durch das Signal der Kraftmessdose. Bedient werden kann die Prüfmaschine direkt über das Bedienfeld oder indirekt über den Computer. Das restliche Messequipment dient der Risslängenmessung mittels der Gleichstrompotentialmethode.



**Abbildung 5.3:** Darstellung des Versuchsaufbaus

Hierbei wird über die Konstantstromquelle ein konstanter Strom in die Probe, welche in der Belastungsvorrichtung eingebaut ist, eingespeist. Anschließend wird an bestimmten Stellen der Probe ein elektrischer Spannungsabfall erfasst und vorverstärkt, bevor das analoge Messsignal im MIS-Gerät (Module-Interface-System) in ein digitales Signal umgewandelt wird. Danach wird das Signal an den Computer weitergegeben bzw. in das Programmsystem FAM<sup>Control</sup> eingelesen. FAM<sup>Control</sup> übernimmt die Messdatenerfassung und die Versuchssteuerung durch die Bestimmung von Ist- und Sollwerten des Spannungsintensitätsfaktors am Riss. Hieraus werden neue Sollwerte der Prüfkraft ermittelt und an die Steuerelektronik

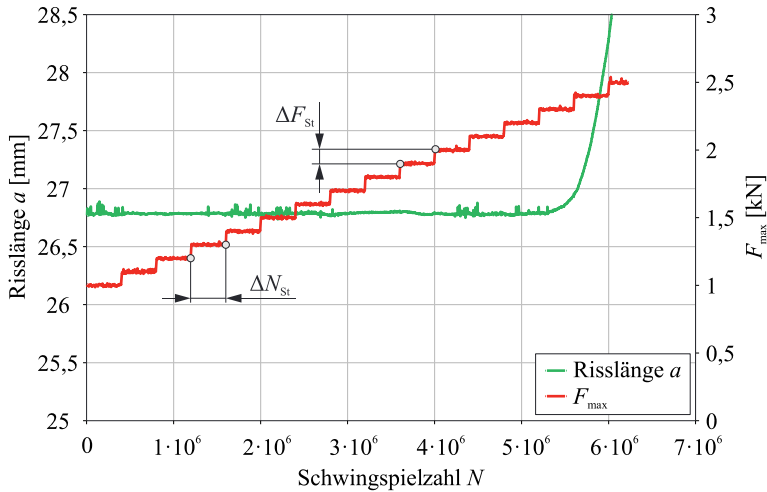
übergeben. In dieser Messkette wird bei jeder Spannungsabfallerfassung mit Hilfe des Umrichters die Gleichstromrichtung geändert, womit die Potentialdrift während des Versuchs kompensiert werden soll. Somit ergeben sich sowohl positive als auch negative Potentialdifferenzen, die zu einem mittleren Potential  $U$  zusammengefasst werden, woraus letztlich mit Hilfe einer Kalibrierfunktion die aktuelle Risslänge ermittelt wird.

#### 5.2.1.1 Schwellenwertermittlung mittels Laststeigerung nach TABERNIG und PIPPAN

Die experimentelle Bestimmung von Schwellenwerten ist für eine reine Mode I-Beanspruchung in der ASTM E647-08 standardisiert. Hierbei erfolgt die Schwellenwertbestimmung ausgehend von einem wachsenden Riss, wobei der zyklische Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  solange abgesenkt wird, bis ein Rissstillstand eintritt. Diese genormte Vorgehensweise kann für die Ermittlung der Schwellenwerte bei allgemeiner Mixed-Mode-Beanspruchung jedoch nicht verwendet werden, da ein mixed-mode-beanspruchter Riss während des Ermüdungsrissswachstums seine Ausbreitungsrichtung ändert. Folglich ändert sich die lokale Beanspruchungssituation an der Risspitze hin zu einem normalspannungsgesteuerten Risswachstum, welches überwiegend von Mode I dominiert wird.

Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieser Arbeit das Verfahren der Laststeigerung für die Ermittlung der Schwellenwerte bei Mixed-Mode-Beanspruchung eingesetzt [CR00, NCR02, TP02]. Hierbei wird die Probe zu Beginn des Versuchs mit einer zyklischen Kraft belastet, die deutlich (um ca. 20 %) niedriger liegt, als die für die Erreichung bzw. Überschreitung des Schwellenwerts notwendige Kraft. Anschließend wird die Kraft je Laststufe  $\Delta F_{St}$  in 5 %- bis 10 %-Schritten bei konstantem  $R$ -Verhältnis solange erhöht, bis Risswachstum eintritt. Dies bedeutet, dass der zyklische Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K$  von Laststufe zu Laststufe zunimmt. Auf jedem Lastniveau erfährt die Probe  $\Delta N_{St} = 4 \cdot 10^5$  bzw.  $\Delta N_{St} = 5 \cdot 10^5$  Schwingspiele. TONG et al. haben in Laststeigerungsversuchen ähnlich viele Schwingspiele je Laststufe aufgebracht [TYB94]. Überschreitet die mittlere Rissgeschwindigkeit innerhalb einer Laststufe  $10^{-8}$  mm/Lw, so wird diese Laststufe für die Bestimmung des Schwellenwerts herangezogen. Alle im Rahmen dieser Arbeit ermittelten Schwellenwerte bei Mixed-Mode-Beanspruchung wurden bei einem  $R$ -Verhältnis von 0,1 gemessen. Die Versuchsfrequenz betrug dabei 20 bzw. 30 Hz. In Abbildung 5.4 ist ein derartiger Laststeigerungsversuch gezeigt. Aufgetragen ist hier die maximale Kraft  $F_{max}$  sowie die Risslänge  $a$  über die Schwingspielzahl  $N$ . Die schrittweise Krafterhöhung kann dabei dem stufenförmigen Kraftverlauf entnommen werden. Hierbei beträgt  $\Delta F_{St} = 0,1$  kN und  $\Delta N_{St} = 4 \cdot 10^5$  Lw. Am  $a$ - $N$ -Verlauf ist deutlich zu erkennen, dass der Riss über viele Laststufen hinweg zunächst nicht wächst und erst ab einer bestimmten Lashöhe zu wachsen beginnt. Vor dem Beginn des regulären Laststeigerungsversuchs wird vorab ein Anriss in die Probe unter Mode I-Beanspruchung eingeschwungen, da TONG et al. bereits gezeigt haben, dass die Ermittlung von Schwellenwerten aus Kerben im Vergleich zu denen aus einem echten Anriss nicht konservativ sind [TYB96]. Zugleich wird dadurch der Einfluss eines plastizitätsinduzierten Risssschließens sowie Auswirkungen von Druckeigenspannungen in der plastischen Zone auf die lokale Beanspruchung des Risses vermieden [RS12, TYB96].





**Abbildung 5.4:** Schwellenwertermittlung durch Laststeigerung nach TABERNIG und PIPPAN [TP02]

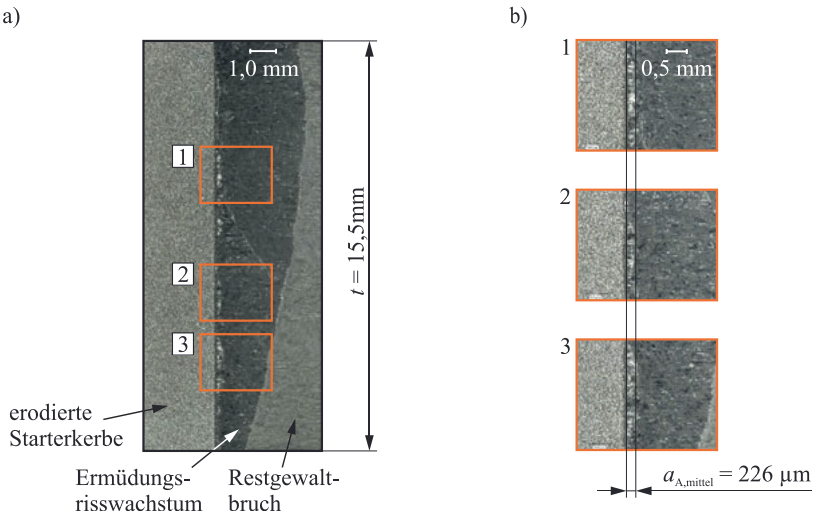
### 5.2.1.2 Anriss erzeugung aus einer Kerbe unter Mode I-Druckschwellbelastung

In der Literatur wird das Öffnen eines Anrisses im Druckbereich vorgeschlagen [NY10, TP02, TS88, VPH+13]. Durch die zyklische Druckbelastung entsteht in der plastischen Zone vor der Kerbe eine Zugeigenspannung, wodurch bei weiterer zyklischer Belastung ein Riss wächst. Die dabei anfänglich gemessenen Risswachstumsraten sind aufgrund der zugumkehrplastischen Zone höher. Diese Reihenfolgeeffekte sind zu berücksichtigen. Zu deren Vermeidung sollte die Risslänge nach NEWMAN et al. mindestens das 2- bis 3,5-fache der zugumkehrplastischen Zone betragen [NSD+05]. Eine weitere Vorgehensweise zur Erzeugung eines von der Belastungshistorie unbeeinflussten Anrisses verwenden FORTH et al. Damit der Riss aus dem Einflussgebiet der zugumkehrplastischen Zone herauswächst, wird die Probe unmittelbar nach einer Druckschwellbelastung von etwa  $N = 10000$  Schwingspielen für 1000 Zyklen mit einer kleinen Zugbelastung beaufschlagt, wobei  $K_{I,max} \approx 0,45 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  und  $K_{I,min} \approx 0,05 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  betragen [FNF03]. Durch eine derartige Anriss erzeugung im Druckbereich soll, mit Hilfe der Zugeigenspannungen in der plastischen Zone, die Rissflankenreibung an der Rissspitze und die damit einhergehende Verringerung der effektiven Spannungsintensität minimiert werden [CR00, NCR02]. Gerade bei Mixed-Mode-Beanspruchung mit überwiegendem Mode II- oder Mode III-Anteil tritt Reibung zwischen den Rissoberflächen auf, welche zu einer Entlastung an der Rissfront führt und damit die ermittelten Kennwerte verfälscht. Aus den Untersuchungen und Erkenntnissen in der Literatur wurden im Rahmen dieser Arbeit für die Anriss erzeugung die in Tabelle 5.3 aufgelisteten Versuchsparameter verwendet.

**Tabelle 5.3:** Verwendete Versuchsparameter für die Anrissерzeugung im Druckbereich unter Mode I-Beanspruchung

$F_{\max}$ [kN]	$K_{I,\max}$ [MPa $\sqrt{\text{mm}}$ ]	$R$ -Verhältnis	Zyklen $N$	Versuchsfrequenz [Hz]
-1,5	-	10	50000	30
-0,3	-	2,67	30	0,5
0,5	-	0,8	30	0,5
-	30	0,5	1000	30

Anschließende Bruchflächenanalysen zum Anriss zeigten, dass sich nach einer Mode I-Druckschwellbelastung Anrisslängen  $a_A$  zwischen  $187 \mu\text{m} < a_A < 682 \mu\text{m}$  ergeben. Diese Anrisslängen lagen in der Größenordnung  $a_A = 0,4 \text{ mm} \pm 0,2 \text{ mm}$ , die auch NEWMAN et al. typischerweise nach einer zyklischen Druckschwellbelastung für  $R$ -Verhältnisse zwischen 10 und 40 gemessen haben. In Abbildung 5.5 ist beispielhaft an einer Bruchfläche ein Anriss von einer mittleren Anrisslänge  $a_{A,\text{mittel}} = 226 \mu\text{m}$  gezeigt.

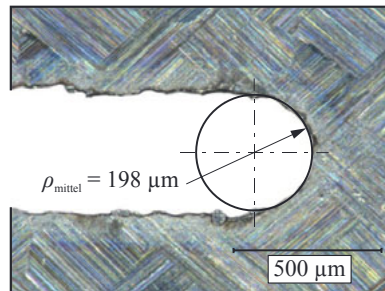


**Abbildung 5.5:** Anrisslänge  $a_A$  nach der Druckschwellbelastung unter Mode I-Beanspruchung  
a) Gesamtaufnahme der Bruchfläche über die Probendicke  $t$   
b) resultierende mittlere Anrisslänge  $a_{A,\text{mittel}}$  aus den drei gemessenen Bereichen

Hierbei wurde der Anriss über die gesamte Probendicke  $t$  (Abbildung 5.5 a)) an drei Stellen gemessen und anschließend ein Mittelwert gebildet (Abbildung 5.5 b)). An dieser Stelle wurde ebenfalls überprüft inwieweit der Anriss von der zugumkehrplastischen Zone beeinflusst wird. Hierzu wurde zunächst die plastische Zone für ESZ nach Gleichung (2.36) wie folgt berechnet, wobei hier statt der Fließspannung  $\sigma_F$  die 0,2 %-Dehngrenze  $R_{p0,2}$  eingesetzt wird:

$$\omega_{\text{ESZ}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left( \frac{420 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}}}{517 \text{ MPa}} \right)^2 \approx 210 \mu\text{m}.$$

Für die Berechnung von  $K_I$  wird die während der Druckschwellbelastung maximal aufgebrachte Kraft in die Spannungsintensitätsfaktorlösung der CTSR-Probe eingesetzt. Hieraus folgt, dass sich das Verhältnis der gemessenen Anrisslängen zur zugumkehrplastischen Zone  $a_A/\omega_{\text{ESZ}}$  zwischen 0,89 und 3,25 bewegt und damit nur teilweise die Bedingung nach NEWMAN et al. erfüllt [NSD+05]. Des Weiteren wird geprüft, ob die kurzen Anrisse im Einflussgebiet der Kerbe liegen und damit durch das Spannungsfeld der Kerbe eine deutliche Beeinträchtigung der Spannungsintensität an den Anrissen berücksichtigt werden muss. Abbildung 5.6 zeigt hierfür eine erodierte Starterkerbe in einer CTSR-Probe. Diese stichprobenartige Kerbanalyse hat einen mittleren Kerbradius  $\rho_{\text{mittel}}$  von 198  $\mu\text{m}$  ergeben. Daher kann davon ausgegangen werden, dass in allen Proben eine relativ scharfe Ausgangskerbe vorliegt.



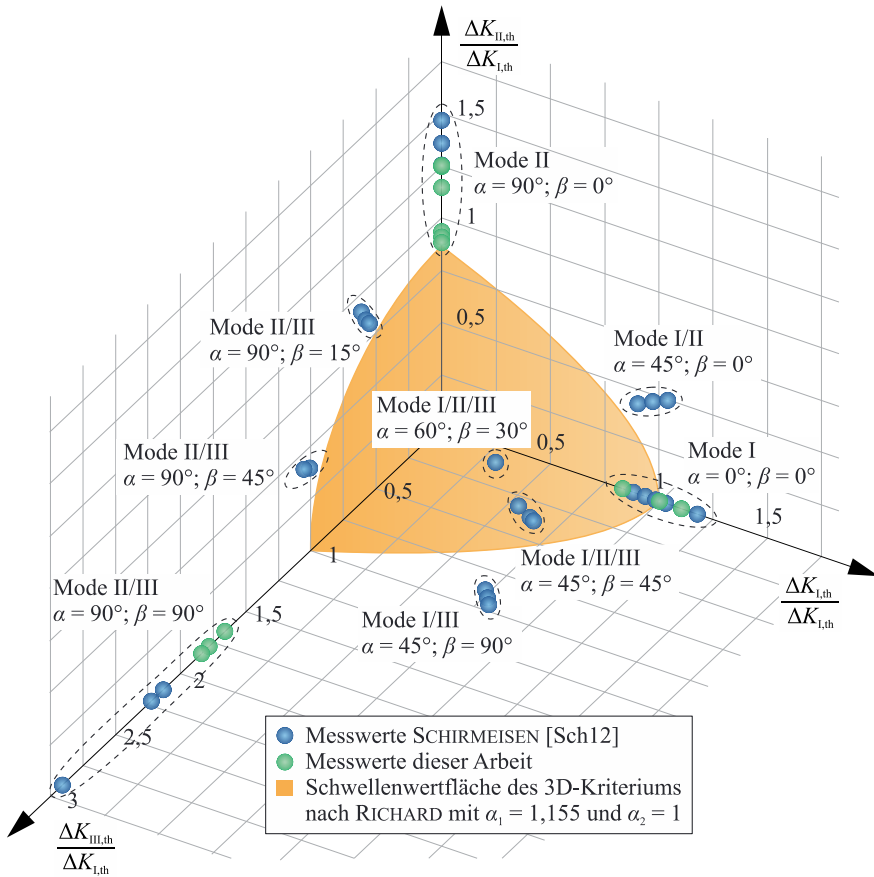
**Abbildung 5.6:** Mittlerer Kerbradius  $\rho_{\text{mittel}}$  der erodierten Starterkerbe einer CTSR-Probe

WINGENBACH hat in Untersuchungen an scharf gekerbten Bauteilen mit einem Kerbradius  $\rho$  von 0,2 mm festgestellt, dass sich das Einflussgebiet der Kerbe bis zu einer Risslänge  $a$  von etwa dem Kerbradius  $\rho$ , d. h.  $a \approx \rho$ , ausdehnt [Win94]. Weitere numerische Untersuchungen an ähnlich scharf gekerbten Proben (mit  $\rho = 0,25 \text{ mm}$ ) zeigen, dass die Spannungsintensitätsfaktoren für Risse ausgehend von Kerben bereits ab einem Riss von 0,25 mm Abweichungen unter 4 % von Spannungsintensitätsfaktoren langer Risse aufweisen [Nie11]. Aus diesen genannten Gründen können signifikante Einflüsse der zugumkehrplastischen Zone sowie der Ausgangskerbe auf das weitere Rissfortschrittsverhalten und die ermittelten Schwellenwerte für 3D-Mixed-Mode ausgeschlossen werden.

## 5.2.2 Schwellenwerte bei Mixed-Mode-Beanspruchung: Darstellung und Interpretation

Die mit Hilfe des Laststeigerungsverfahrens experimentell ermittelten Schwellenwerte für Aluminium 7075-T651 sind in einem  $K_I$ - $K_{II}$ - $K_{III}$ -Raum eingetragen (Abbildung 5.7). Die Diagrammachsen sind hierbei normiert auf den Mode I-Schwellenwert  $\Delta K_{I,\text{th}}$ , um eine bessere Vergleichsübersicht der verschiedenen Mixed-Mode-Beanspruchungen herzustellen. Für die

Einordnung der Messwerte in eine bruchmechanische Bewertung ist außerdem die Schwellenwertfläche des 3D-Kriteriums nach RICHARD dargestellt.



**Abbildung 5.7:** Gegenüberstellung der ermittelten Schwellenwerte bei Mixed-Mode-Beanspruchung für den Werkstoff Aluminium 7075-T651

Betrachtet man zunächst die Messwerte von SCHIRMEISEN, so stellt man fest, dass die Schwellenwerte für eine ebene Mixed-Mode-Beanspruchung sowie für eine Überlagerung von Mode II- und Mode III-Beanspruchung mit geringen bis moderaten Mode III-Anteilen gut mit dem 3D-Kriterium nach RICHARD übereinstimmen. Größere Abweichungen vom Kriterium zeigen hingegen die gemessenen Schwellenwerte bei reiner Mode II- sowie reiner Mode III-Beanspruchung (mit maximalen Abweichungen von einem Faktor nahe drei), aber auch für Mixed-Mode-Beanspruchungen mit höheren Mode III-Anteilen. Daher konzentrieren sich die Schwellenwertuntersuchungen im Rahmen dieser Arbeit auf die Beanspruchungen, bei denen höhere Abweichungen aufgetreten sind.

Die Messwerte aus dieser Arbeit in Abbildung 5.7 liegen insgesamt näher an der Schwellenwertfläche des Kriteriums nach RICHARD. Ursächlich hierfür ist die Versuchsdurchführung der Laststeigerung. Im Gegensatz zu SCHIRMEISEN beträgt die Schwingspielzahl je Laststufe beim Laststeigerungsverfahren der Messwerte dieser Arbeit  $\Delta N_{St} = 5 \cdot 10^5$  Schwingspiele statt  $\Delta N_{St} = 4 \cdot 10^5$  Schwingspiele [Sch12]. Dieser Unterschied von 100000 Schwingspielen je Laststufe führt zu einem Risswachstum bereits bei niedrigeren Lastniveaus und damit bei niedrigeren zyklischen Spannungsintensitätsfaktoren, wodurch der Schwellenwert gegen Ermüdungsrissswachstum eher erreicht und überschritten wird. So liegt der mittlere bezogene Schwellenwert für eine reine Mode II-Beanspruchung  $\Delta K_{II,th}/\Delta K_{I,th}$  daher nicht mehr bei 1,36 [Sch12], sondern nur noch bei 1,06. Ähnliches zeichnet sich für den mittleren bezogenen Schwellenwert für reine Mode III-Beanspruchung  $\Delta K_{III,th}/\Delta K_{I,th}$  ab. Dieser liegt nun mit einem Wert von 1,76 im Vergleich zum vorherigen Mittelwert von 2,43 (SCHIRMEISEN) [Sch12] deutlich näher an der Schwellenwertfläche.

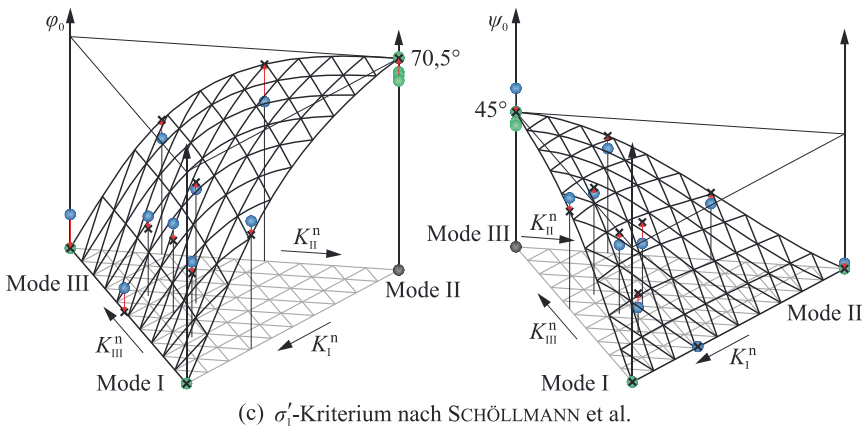
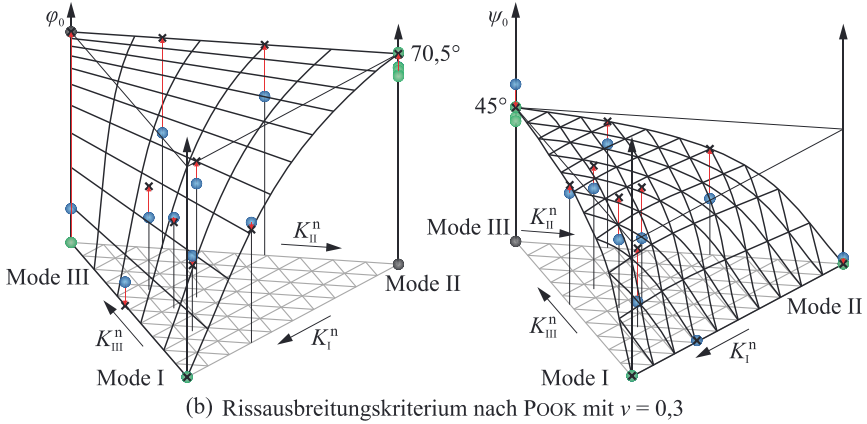
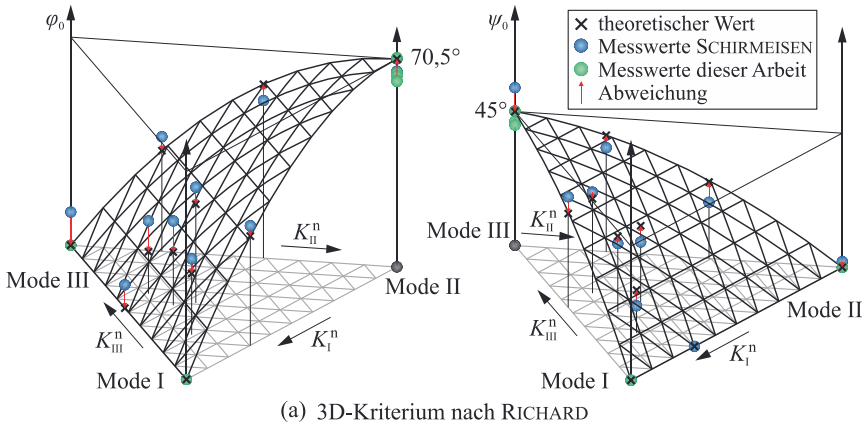
In der Literatur werden vergleichbare Schwellenwertverhältnisse angegeben. So haben VOJTEK et al. und POKLUDA et al. für Eisen und andere Materialien festgestellt, dass das Verhältnis von  $\Delta K_{III,th}/\Delta K_{II,th} \approx 1,7$  beträgt [PPV+14, VPH+13]. Bei der untersuchten Aluminiumlegierung 7075-T651 ist das Verhältnis von  $\Delta K_{III,th}/\Delta K_{II,th} \approx 1,66$ . In weiteren Untersuchungen geben VOJTEK et al. für  $\Delta K_{II,th}/\Delta K_{I,th} \approx 1,05$  und für  $\Delta K_{III,th}/\Delta K_{I,th} \approx 2,14$  an [VP12]. Auch diese Schwellenwertverhältnisse stimmen gut mit denen im Rahmen dieser Arbeit ermittelten Verhältnissen, aber auch mit den Untersuchungen von SCHIRMEISEN, überein [Sch12].

Den Ergebnissen zur Folge besitzt ein Riss, der einer Beanspruchung mit hohen Mode III-Anteilen bzw. einer reinen Mode III-Beanspruchung unterliegt, scheinbar einen deutlich höheren Widerstand gegen Ermüdungsrissausbreitung als ein Mode I- bzw. Mode II-beanspruchter Riss. Nach einer Gegenüberstellung der Kriterien werden mögliche Ursachen hierfür anhand einer Bruchflächenanalyse aufgezeigt und diskutiert, um letztendlich Schlussfolgerungen auf die bruchmechanischen Kennwerte zu ziehen.

### 5.2.3 Gegenüberstellung der Kriterien zur Vorhersage der Rissausbreitungsrichtung

Anhand der gemessenen Rissabknick- und Rissverdrehwinkel soll die Zuverlässigkeit der Kriterien zur Vorhersage der Rissausbreitungsrichtung geprüft werden. In Abbildung 5.8 sind hierzu die gemessenen Rissabknick- und Rissverdrehwinkel  $\varphi_0$  und  $\psi_0$  für jedes hier betrachtete Kriterium eingetragen. Die Messwerte in blau stammen von SCHIRMEISEN und sind in [RES13, RSE12, Sch12] publiziert. Die grünen Messwerte sind im Rahmen dieser Arbeit an den Proben zur Untersuchung der Schwellenwerte aus Kapitel 5.2.2 gemessen worden.

Die Gegenüberstellung der Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  zeigt, dass sowohl das  $\sigma'_I$ -Kriterium nach SCHÖLLMANN et al. als auch das 3D-Kriterium nach RICHARD insgesamt die geringsten Abweichungen aufweisen und damit den Rissabknickwinkel sehr gut prognostizieren können. Des Weiteren fällt auf, dass die größten Abweichungen unter 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung beim Kriterium nach RICHARD im Bereich niedriger Mode II-Anteile mit  $0,1 \leq K_{II}^n \leq 0,2$  auftreten. Hier werden prinzipiell kleinere Abknickwinkel berechnet.

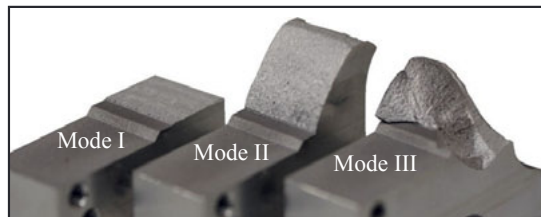


**Abbildung 5.8:** Vergleich der gemessenen Rissablenkwinkel  $\varphi_0$  und  $\psi_0$  mit den Kriterien

Die größten Messdifferenzen beim  $\sigma'_I$ -Kriterium hingegen liegen eher im Bereich einer Mode II-Mode III-Beanspruchungsüberlagerung mit hohen  $K_{II}^n$ -Anteilen von  $K_{II}^n > 0,6$ . Alles in allem beträgt die mittlere Abweichung des Rissabknickwinkels etwa  $\pm 7^\circ$  [Sch12]. Bei reiner Mode III-Beanspruchung konnte im Rahmen dieser Arbeit kein nennenswerter Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  ermittelt werden. Vergleichsweise hierzu hat SCHIRMEISEN bei reiner Mode III-Beanspruchung einen Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  von etwa  $11^\circ$  gemessen [Sch12]. Für eine reine Mode II-Beanspruchung wurden grundsätzlich etwas kleinere Abknickwinkel gemessen, wobei diese maximal um etwa  $7^\circ$  und im Mittel um etwa  $4^\circ$  von dem vorhergesagten Wert abweichen. Das Kriterium nach POOK zeigt bei der Vorhersage des Rissabknickwinkels  $\varphi_0$  sowie des Rissverdrehwinkels  $\psi_0$  die vergleichsweise größten Diskrepanzen zu den Messwerten auf.

Eine sehr gute Übereinstimmung der Kriterien nach RICHARD und nach SCHÖLLMANN et al. ergibt sich bei der Vorhersage der Rissverdrehwinkel  $\psi_0$ . Bei beiden Kriterien beträgt die mittlere Abweichung etwa  $4^\circ$  zu den Messwerten [Sch12]. Im Rahmen dieser Arbeit sind die gemessenen Verdrehwinkel  $\psi_0$  für eine reine Mode III-Beanspruchung etwa  $3^\circ$  kleiner als die Hypothesen prognostizieren. Ein Vergleich der vorhergesagten Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  und Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  nach SCHÖLLMANN et al. mit Ergebnissen aus FE-Simulationen ist u. a. in [KRW+13] publiziert.

Im Allgemeinen stellt sich besonders die Messung bzw. Bestimmung des Rissverdrehwinkels  $\psi_0$  als sehr schwierig heraus. Dieser soll möglichst nah, d. h., lokal an der Ausgangsstelle des Risses gemessen werden. Eine Besonderheit bei allgemeiner räumlicher Mixed-Mode-Beanspruchung, die überwiegend im Dasein von Mode III auftritt, ist jedoch die Bildung mehrerer Rissfronten über die Ausgangsrisssfront. Daher existieren mehrere Rissausgangsstellen, an denen sich die Risse zunächst facettenförmig ausbreiten und sich erst im weiteren Rissverlauf zu einer gemeinsamen Rissfront vereinigen. Es kommt zu einer fragmentierten Rissausbreitung, wo jede Facette eine eigene Rissfront mit einem zugehörigen Rissverdrehwinkel bildet. Zudem lässt sich vermuten, dass beim Zerreißen der Proben an den einzelnen Facetten plastische Verformungen auftreten, die den realen Rissverdrehwinkel verfälschen. Diese Problematik wird im Kapitel 5.5 über die Analyse typisch aufgetretener Bruchflächen bei einer überlagerten Beanspruchung von Mode I und Mode III gesondert behandelt.



**Abbildung 5.9:** Typische Bruchflächen für reine Mode I-, Mode II- und Mode III-Beanspruchung

Typische Bruchflächen, welche im Rahmen dieser Untersuchung entstanden sind, zeigt Abbildung 5.9. Bei reiner Mode I-Beanspruchung wächst der Ermüdungsriß geradeaus senkrecht zur äußeren Belastung. Eine reine ebene Schubbeanspruchung führt zu dem typischen Abkni-

cken des Risses unter ca.  $70^\circ$ , wohingegen sich ein Riss unter reinen Mode III-Bedingungen um ca.  $45^\circ$  verdreht und sich radial in alle Richtungen ausbreitet.

### 5.3 Risswachstum bei Belastungsrichtungsänderungen

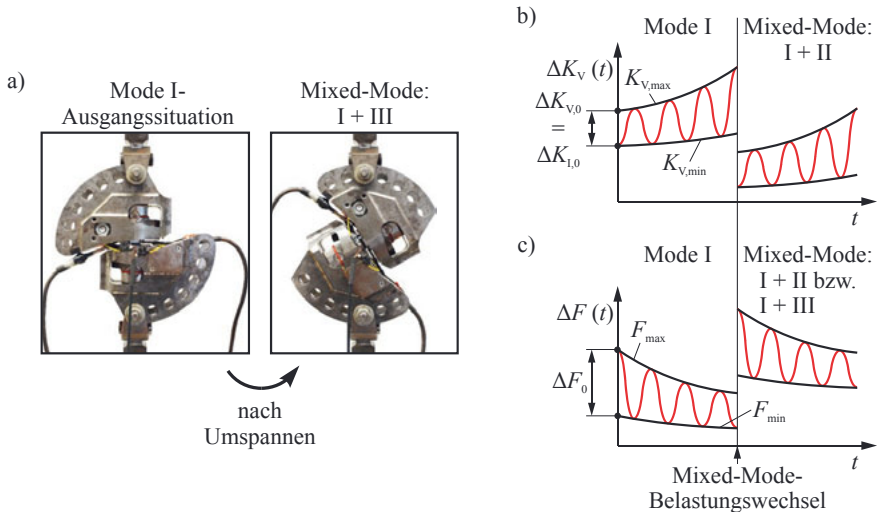
Im Laufe des Ermüdungsrissswachstums in einem Bauteil kann es durch den Betrieb zu einer Änderung der Belastungsrichtung kommen, welche einen Wechsel des lokalen Beanspruchungszustands am Riss hervorruft. Im Allgemeinen stellt sich dann eine Mixed-Mode-Beanspruchung am Riss ein. Ist diese dauerhaft, so breitet sich der Riss von nun an in eine neue Richtung aus. Nach einer kurzen Erläuterung zur Versuchsdurchführung wird in diesem Kapitel der Einfluss von Belastungsrichtungsänderungen auf den weiteren Rissverlauf und dessen Fortschrittsgeschwindigkeit dargestellt und diskutiert, wobei hier das  $R$ -Verhältnis stets 0,1 beträgt.

#### 5.3.1 Beschreibung der Versuchsreihen

Im Rahmen der Risswachstumsuntersuchungen bei Belastungsrichtungsänderungen wurden zwei verschiedene Versuchsreihen durchgeführt. Bei der ersten Versuchsreihe (Versuchsreihe 1) wurde ausgehend von einer Mode I-Beanspruchung am Riss nach einer Risserweiterung von  $\Delta a = 3,5$  mm die Richtung der äußeren zyklischen Kraft  $\Delta F$  so variiert, dass sich lokal am Riss Mixed-Mode-Situationen einstellen, die nahezu das gesamte Kombinationsfeld aus einer Mode I- und einer Mode II-Beanspruchung abdecken. In Abbildung 5.10 ist die Versuchsführung bei Belastungsrichtungsänderungen dargestellt. Die Einstellung des Mixed-Mode-Verhältnisses mit  $\Delta K_I \neq 0$  und  $\Delta K_{II} \neq 0$  erfolgte über das Umspannen der Vorrichtung (vgl. Abbildung 5.10 a)). Anschließend wurde der Versuch bei der eingestellten Mixed-Mode-Beanspruchung mit derselben äußeren zyklischen Kraft  $\Delta F$  wieder angefahren. Der schematische Verlauf des zyklischen Vergleichsspannungsintensitätsfaktors  $\Delta K_V$  über die Zeit ist hierfür in Abbildung 5.10 b) dargestellt.

Die Ausgangssituation in einer zweiten Versuchsreihe (Versuchsreihe 2) war ebenfalls eine Mode I-Beanspruchung. Das Risswachstum unter Mode I von  $\Delta a = 3,5$  mm erfolgte jedoch nun bei konstantem zyklischen Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_V = \Delta K_I$ . Anschließend wurde beim Umspannen der Mixed-Mode-Zustand mit  $\Delta K_I \neq 0$  und  $\Delta K_{II} \neq 0$  bzw. mit  $\Delta K_I \neq 0$  und  $\Delta K_{III} \neq 0$  eingestellt. Der Versuch wurde dann mit einer konstanten Schwingbreite der Kraft  $\Delta F$ , die dem zyklischen Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  kurz vor dem Einstellen des Mixed-Mode-Zustands entspricht, wieder gestartet. Durch dieses Vorgehen wird eine ähnliche Beanspruchungssituation am Riss vor dem Umspannen und kurz danach geschaffen. Der zeitliche Verlauf der Schwingbreite der Kraft  $\Delta F$  ist hierfür in Abbildung 5.10 c) illustriert. Bei dieser Versuchsreihe wurde der Einfluss einer Belastungsrichtungsänderung sowohl von einer Mode I-Mode II-Überlagerung als auch von einer Mode I-Mode III-Superposition auf das Risswachstum untersucht.





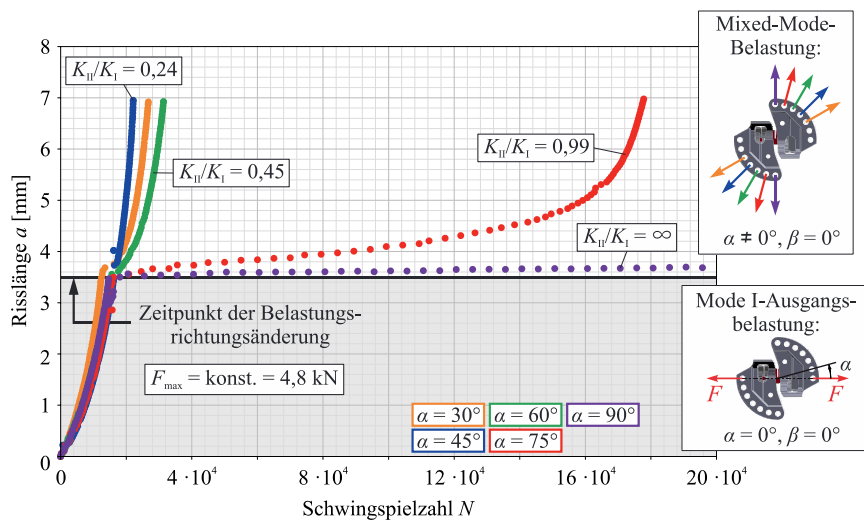
**Abbildung 5.10:** Versuchsführung bei Belastungsrichtungsänderungen  
 a) Einstellung des Mixed-Mode-Zustands durch Umspannen der Vorrichtung  
 b) zeitlicher Verlauf des zyklischen Vergleichsspannungsintensitätsfaktors  $\Delta K_V$  bei  $\Delta F = \text{konst.}$   
 c) zeitlicher Verlauf der Schwingbreite der Kraft  $\Delta F$  bei konstantem  $\Delta K_V$

### 5.3.2 Belastungsrichtungsänderung bei konstanter zyklischer Kraftamplitude

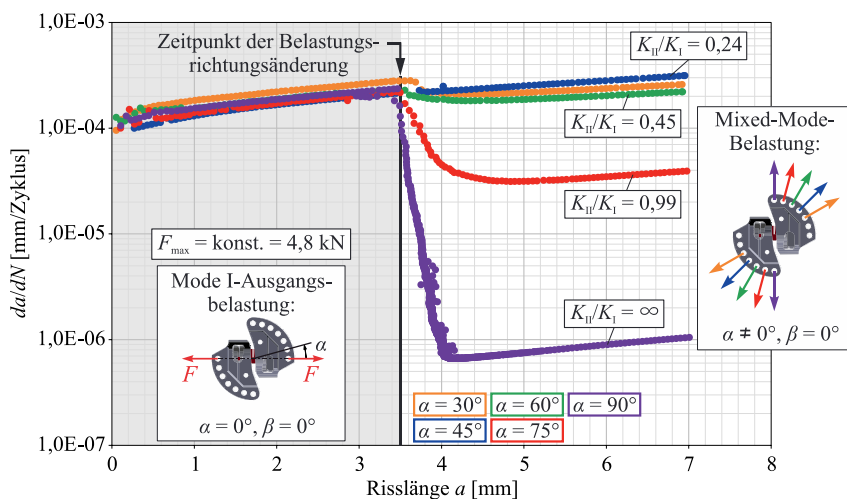
Bei konstanter zyklischer Kraftamplitude  $F_a$  führt eine Belastungsrichtungsänderung dazu, dass der Riss zunächst in eine neue Richtung wächst. Der Einfluss einer Richtungsänderung der Kraft auf den weiteren Rissverlauf ist in Abbildung 5.11 gezeigt. Diese Rissverläufe sind bei einer maximalen Kraft von  $F_{\max} = 4,8 \text{ kN}$  aufgenommen worden. Sobald die Richtungsänderung der Belastung erfolgt, wird das Risswachstum verzögert. Mit steigendem  $K_{II}/K_I$ -Verhältnis nimmt der Verzögerungseffekt deutlich zu. Dabei gelten die angegebenen  $K_{II}/K_I$ -Verhältnisse für den Zustand kurz nach dem Belastungsrichtungswechsel. Bei einer Richtungsänderung von der Mode I-Ausgangsbelastung zu einer reinen Mode II-Belastung wächst der Riss nur sehr langsam und braucht insgesamt etwa 6,3 Mio. Schwingspiele um eine Risslänge von  $\Delta a = 3,5 \text{ mm}$  zu erreichen. Damit bringt eine Richtungsänderung hin zu reiner Mode II-Belastung den größten Lebensdauergewinn mit sich. Aus Übersichtsgründen endet das Diagramm hier bei  $N = 200000$  Zyklen. Wohingegen bei kleinem  $K_{II}/K_I$ -Verhältnis von 0,24 keine erkennbare Risswachstumsverzögerung eintritt.

Die Auswirkungen von Belastungsrichtungsänderungen lassen sich ebenfalls an der Rissgeschwindigkeit erkennen. Hierzu ist in Abbildung 5.12 die Rissgeschwindigkeit über die Risslänge aufgetragen. Es wird deutlich, dass die Rissgeschwindigkeit nach einem Richtungswechsel der Belastung mit zunehmendem  $K_{II}$ -Anteil abnimmt (teilweise sehr stark, um bis zu mehr als das 100-fache bei reiner Mode II-Beanspruchung). Anschließend steigt die Rissge-

schwindigkeit wieder an und erreicht zumindest bei  $K_{II}/K_I$ -Verhältnissen  $\leq 0,45$  relativ schnell wieder das Ausgangsniveau. Bei einem Lasteinleitungswinkel von  $\alpha = 45^\circ$  ist außerdem ein geringfügig schnelleres Risswachstum zu erkennen, als bei einem Lasteinleitungswinkel von  $\alpha = 30^\circ$ , welches einem  $K_{II}/K_I$ -Verhältnis von 0,15 entspricht.



**Abbildung 5.11:**  $a$ - $N$ -Verläufe vor und nach einer Mode I-Mode II-Beanspruchungsrichtungsänderung

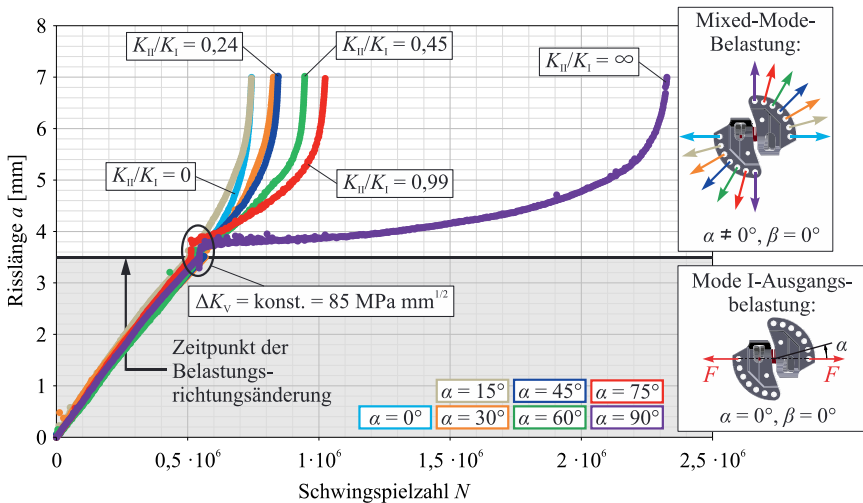


**Abbildung 5.12:** Rissgeschwindigkeitsverläufe für eine Beanspruchungsrichtungsänderung von Mode I nach Mixed-Mode I + II

Bei höheren  $K_{II}/K_I$ -Verhältnissen reicht jedoch das Restligament der CTSR-Probe nicht aus, damit auch hier die Rissgeschwindigkeit nach dem Richtungswechsel auf das Ausgangsniveau ansteigt. Der Grund für die Verzögerungseffekte infolge der Richtungsänderung einer konstanten äußeren zyklischen Kraftamplitude liegt hierbei in der starken Änderung der lokalen Rissbeanspruchung. Kurz nach der Belastungsrichtungsänderung wirken am Riss bei reiner ebener Schubbeanspruchung (Mode II) nur noch etwa 25 % des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors  $\Delta K_I$  aus der Mode I-Ausgangsbeanspruchung kurz vor der Richtungsänderung. Der Riss wird deutlich geringer beansprucht und wächst dementsprechend langsamer.

### 5.3.3 Belastungsrichtungsänderung bei konstantem zyklischen Vergleichsspannungsintensitätsfaktor

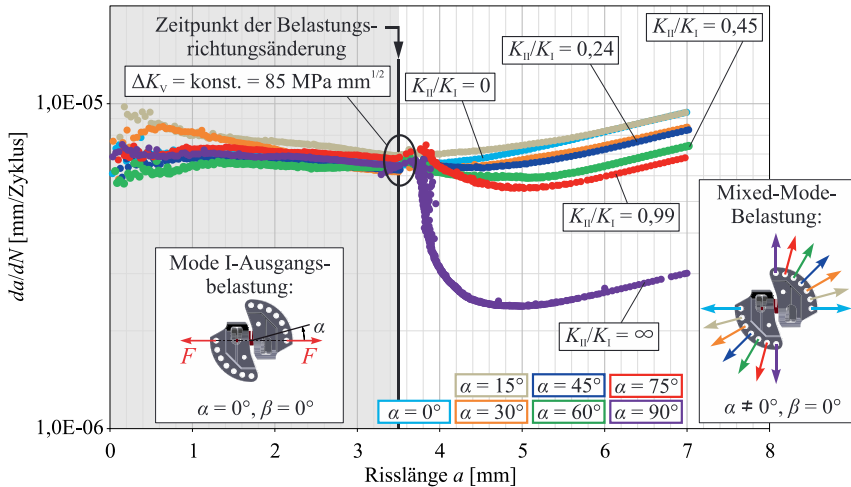
In der zweiten Versuchsreihe wurde kurz vor und nach der Belastungsrichtungsänderung hinsichtlich des zyklischen Vergleichsspannungsintensitätsfaktors  $\Delta K_V$  über die Einstellung der äußeren Kraft eine ähnliche Beanspruchungssituation am Riss realisiert. Die hierbei ermittelten Rissverläufe sind in Abbildung 5.13 zunächst für Belastungsrichtungsänderungen von einer Mode I- zu ebenen Mixed-Mode-Beanspruchung gezeigt.



**Abbildung 5.13:**  $a$ - $N$ -Verläufe vor und nach einer Mode I-Mode II-Belastungsrichtungsänderung

Der Bereich, in dem  $\Delta K_V$  nahezu konstant  $85 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}}$  beträgt, ist in den Darstellungen eingekreist. Unmittelbar nach der Belastungsrichtungsänderung knickt der Riss in seine neue Ausbreitungsrichtung ab und wächst bei  $K_{II}/K_I$ -Verhältnissen  $\geq 0,99$  signifikant langsamer. Die Änderung der Rissgeschwindigkeit  $da/dN$  über die Risslänge  $a$  nach einer derartigen Belastungsrichtungsänderung ist in Abbildung 5.14 dargestellt. Den stärksten Rissgeschwindigkeitsabfall ruft bei diesem Beanspruchungsniveau eine Belastungsrichtungsänderung hin zu einer reinen ebenen Schubbeanspruchung (Mode II) hervor. Hier sinkt die Rissgeschwindigkeit

keit im Minimum ungefähr um das Dreifache. Bei niedrigeren  $K_{II}/K_I$ -Verhältnissen wirkt sich eine Belastungsrichtungsänderung auf die weitere Rissgeschwindigkeit nur unwesentlich aus. Dass die Rissgeschwindigkeiten bei einer Risslänge  $a$  von 7 mm - verglichen mit der Ausgangsrissgeschwindigkeit - ein teilweise höheres Niveau erreichen, liegt hier an der  $\Delta F$  = konstant-geregelten Versuchsführung und der damit zusammenhängen Zunahme des zyklischen Vergleichsspannungsintensitätsfaktors mit wachsendem Riss.



**Abbildung 5.14:** Rissgeschwindigkeitsverläufe für eine Belastungsrichtungsänderung von Mode I nach Mixed-Mode I + II

Ähnliche Untersuchungen zum Einfluss von Mode I-Mode II-Belastungsrichtungsänderungen auf eine Mode I-Beanspruchung wurden bereits unter anderem von LINNIG [RLH91] und SANDER [SR02] durchgeführt. Die Erkenntnisse daraus decken sich mit denen im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen. Die Auswirkungen von 3D-Mixed-Mode-Belastungsrichtungsänderungen auf eine Mode I-Ausgangssituation sind dabei jedoch nicht studiert worden. Daher wurde im Rahmen dieser Versuchsreihe zusätzlich der Einfluss von Mode I-Mode III- Belastungsrichtungsänderungen auf eine Mode I-Ausgangsbelastung untersucht. Denn insbesondere dann, wenn bei Mixed-Mode-Beanspruchungen ein Mode III-Anteil gegenwärtig ist, d.h. bei 3D-Mixed-Mode, initiieren facettenartig mehrere Ermüdungsrisse entlang der Ausgangsrissfront. Bei reiner Mode III-Beanspruchung können zudem die Rissflanken aneinander reiben. Zwar tritt die Rissflankenreibung ebenfalls bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung auf, für gewöhnlich liegt dabei jedoch eine durchgehende und zusammenhängende Ermüdungsrisssfront vor. Wegen mehrerer vorhandener Ermüdungsrisssfronten und Rissflankenreibung wurde für Mode I-Mode III-Belastungsrichtungsänderungen darüber hinaus die Qualität der Potentialdifferenzenmessung mittels der Gleichstrompotentialmethode und deren Korrelation mit der Risslänge analysiert. So zeigt Abbildung 5.15 die Änderung des Potentialdifferenzenverhältnisses  $U/U_0$  über die Schwingspielzahl  $N$ . Die Kurven mit  $K_{III}/K_I$ -

Verhältnissen  $\geq 2,22$  weisen bei diesem Beanspruchungsniveau von  $\Delta K_V = 140 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}}$  an einigen Stellen leichte Schwankungen im Verlauf der Potentialdifferenzenverhältnisse auf, welche hier mit der Existenz mehrerer facettenförmiger Rissfronten und vorhandene Rissflankenreibung in Verbindung gebracht werden. Alle anderen Kurven mit höheren Mode I-Anteilen verlaufen insgesamt glatter.

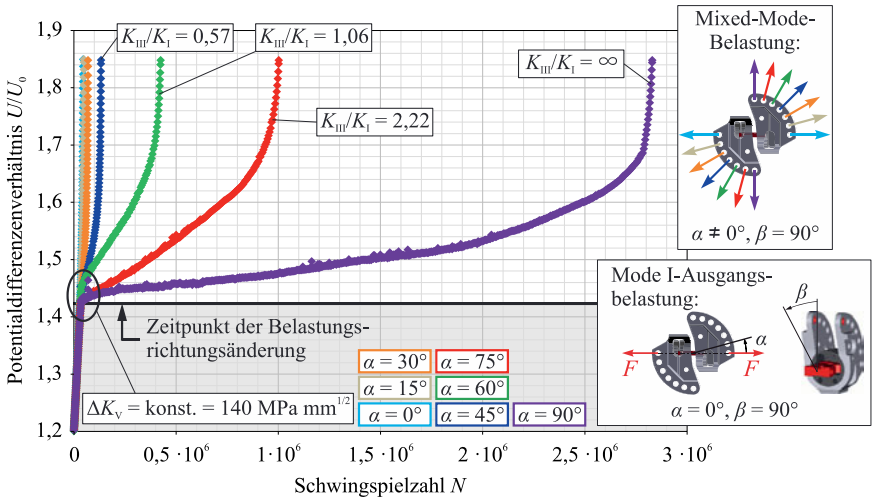


Abbildung 5.15: Verläufe der Potentialdifferenzenverhältnisse vor und nach einer Mode I-Mode III-Belastungsrichtungsänderung

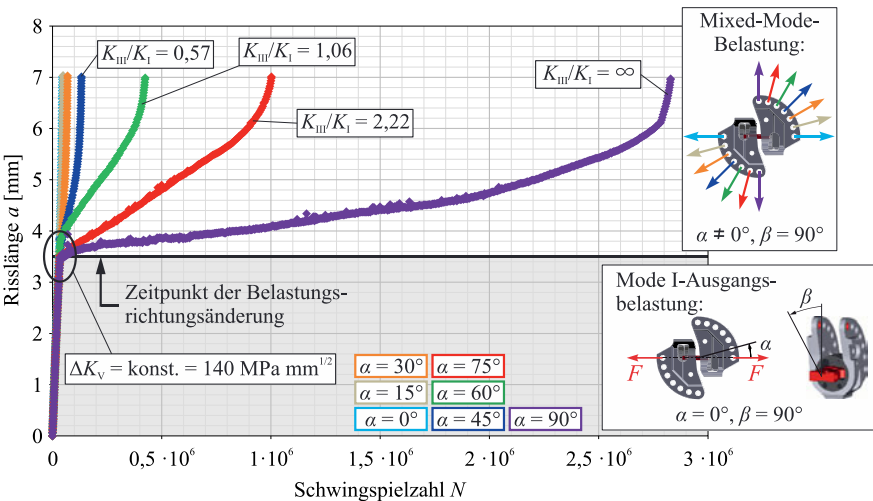
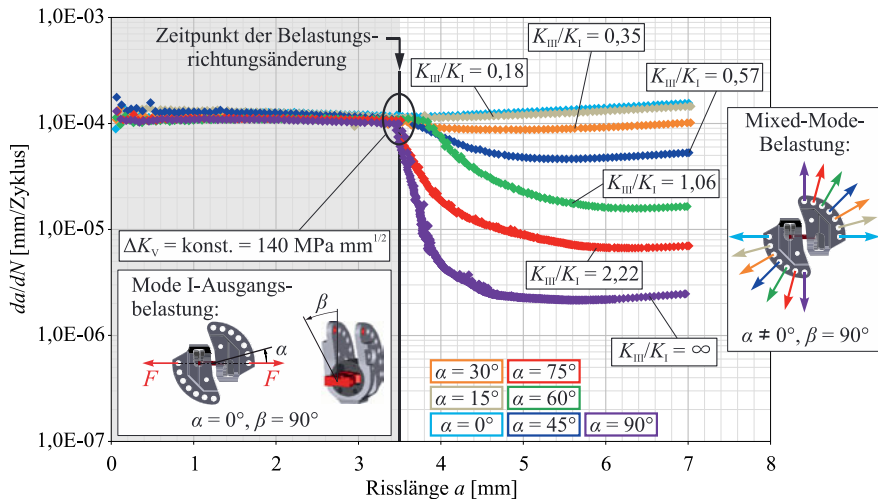


Abbildung 5.16:  $a$ - $N$ -Verläufe vor und nach einer Mode I-Mode III-Belastungsrichtungsänderung

Da die Risslänge  $a$  über die Kalibrierkurve mit dem Potentialdifferenzenverhältnis im direkten Zusammenhang steht, ergeben sich hierfür ähnliche Kurvenverläufe (siehe Abbildung 5.16). An dem steilen Anstieg der Kurven aus Abbildung 5.15 und Abbildung 5.16 im Bereich der Mode I-Ausgangsbelastung lässt sich das für reine Mode I-Beanspruchungen sehr hohe Beanspruchungsniveau erkennen. Die Endrisslänge von 7 mm wird bei  $K_{III}/K_I$ -Verhältnissen  $< 0,57$  bereits nach ca. 70000 Schwingspielen erreicht.

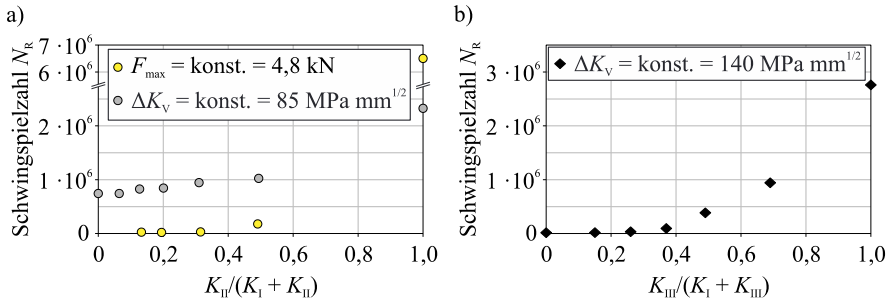
Welche Auswirkungen Mode I-Mode III-Belastungsrichtungsänderungen auf die Rissgeschwindigkeit haben, zeigen die Kurven aus Abbildung 5.17. Mode I-Mode III-Belastungsrichtungsänderungen bis zu einem  $K_{III}/K_I$ -Verhältnis von 0,35 wirken sich auf ein Mode I-Ausgangsrissswachstum nur marginal aus. Mit steigendem  $K_{III}/K_I$ -Verhältnis nimmt die Auswirkung einer derartigen Belastungsrichtungsänderung auf die Rissgeschwindigkeit zu, welches in Abbildung 5.17 an dem stärker werdenden Rissgeschwindigkeitsabfall registriert werden kann.



**Abbildung 5.17:** Rissgeschwindigkeitsverläufe für eine Belastungsrichtungsänderung von Mode I nach Mixed-Mode I + III

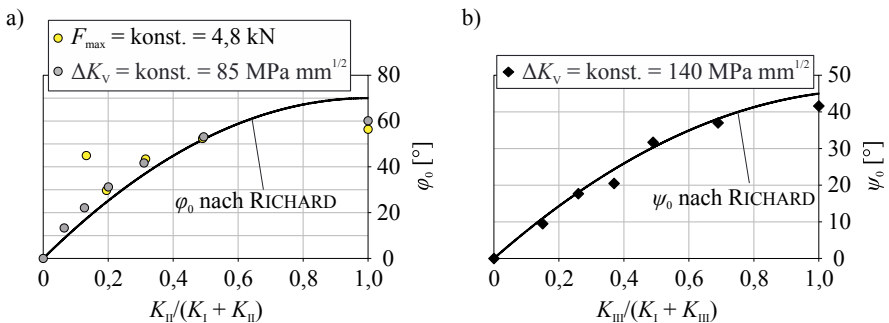
### 5.3.4 Bewertung des Risswachstums infolge Belastungsrichtungsänderungen

Ist beim Bauteil mit Riss die Richtungsänderung der äußeren Belastung dauerhaft, so treten, bei den im Rahmen dieser Untersuchungen gewählten Belastungen und Beanspruchungen, Verzögerungseffekte des Risswachstums auf. Verzögerungen im Risswachstum, die eine signifikante Lebensdauererhöhung einer Struktur oder eines Bauteils hervorrufen, werden sowohl bei Mode I-Mode II- als auch bei Mode I-Mode III-Belastungsrichtungsänderungen jedoch erst ab einem Spannungsintensitätsfaktorverhältnis ( $K_{II}/(K_I + K_{II})$  bzw.  $K_{III}/(K_I + K_{III})$ ) von 0,5 beobachtet. Dieses lässt sich aus den Diagrammen in Abbildung 5.18 a) und b) entnehmen.



**Abbildung 5.18:** Schwingenspielzahl nach einer Belastungsrichtungsänderung  $N_R$  in Abhängigkeit des Spannungsintensitätsfaktorverhältnisses  
 a)  $N_R$  in Abhängigkeit von  $K_{II}/(K_I + K_{II})$  für ebene Mixed-Mode  
 b)  $N_R$  in Abhängigkeit von  $K_{III}/(K_I + K_{III})$  für räumliche Mixed-Mode

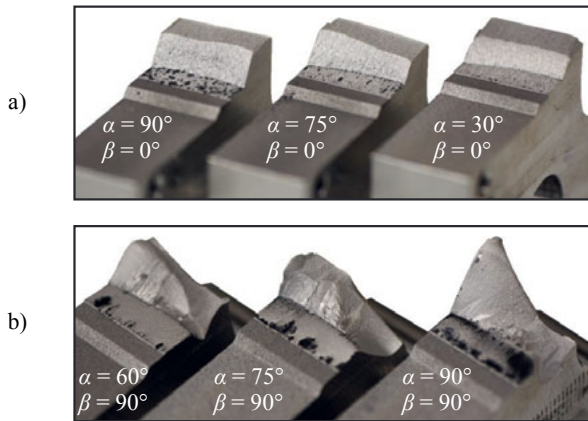
Hinsichtlich der Rissablenkwinkel  $\varphi_0$  und  $\psi_0$  zeigen die Untersuchungen zu Richtungsänderungen der Belastung keinen unerwarteten Einfluss. Hierbei sind in Abbildung 5.19 a) die gemessenen Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  in einem Vergleich mit der Hypothese nach RICHARD dargestellt. Bei einer Belastungsrichtungsänderung von Mode I zu reiner ebener Schubbeanspruchung wurden im Allgemeinen um etwa  $10^\circ$  niedrigere Rissabknickwinkel gemessen. Zudem ist bei einem  $K_{II}/(K_I + K_{II})$ -Verhältnis von  $0,13$  ein deutlich größerer Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  von etwa  $45^\circ$  gemessen worden. Dieser Winkel wird jedoch als ein Ausreißer gewertet, da weder die Bruchfläche noch Messdaten eine plausible Erklärung liefern.



**Abbildung 5.19:** Rissablenkwinkel  $\varphi_0$  und  $\psi_0$  in Abhängigkeit des Spannungsintensitätsfaktorverhältnisses  
 a) Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  in Abhängigkeit von  $K_{II}/(K_I + K_{II})$  für ebene Mixed-Mode  
 b) Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  in Abhängigkeit von  $K_{III}/(K_I + K_{III})$  für räumliche Mixed-Mode

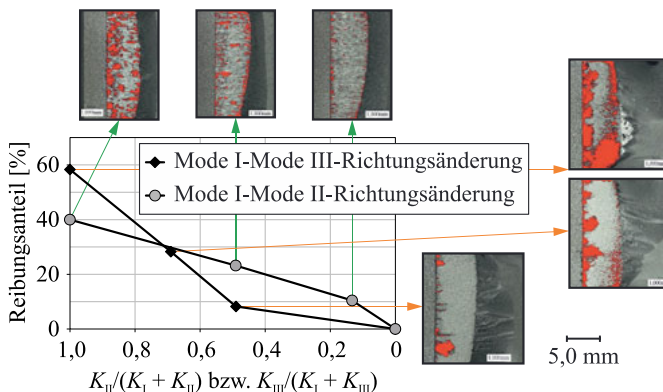
Alle anderen gemessenen Rissabknickwinkel stimmen mit der Hypothese nach RICHARD sehr gut überein. Die gemessenen Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  zeigen insgesamt eine sehr gute Übereinstimmung mit der Vorhersage nach RICHARD (Abbildung 5.19 b)). Eine Richtungsänderung hin zu einer reinen nicht-ebenen Schubbeanspruchung liefert hier einen etwas kleineren Ver-

drehwinkel von etwa  $41^\circ$ . Diese Abweichung liegt aber im Rahmen der Messgenauigkeit. Das typische Rissabknick- und Rissverdrehverhalten ist in Abbildung 5.20 für unterschiedliche ebene Mixed-Mode-Zustände (Abbildung 5.20 a)) und unterschiedliche räumliche Mixed-Mode-Einstellungen (Abbildung 5.20 b)) illustriert.



**Abbildung 5.20:** Typische Bruchbilder des Risswachstums infolge Belastungsrichtungsänderungen  
a) Bruchbilder für unterschiedliche Mode I-Mode II-Einstellungen  
b) Bruchbilder für unterschiedliche Mode I-Mode III-Einstellungen

Anhand der Bruchbilder kann mit steigenden Lasteinleitungswinkeln  $\alpha$  und  $\beta$  ein zunehmender Anteil schwarz gefärbter Flächen an der Mode I-Ermüdungsrisssfläche beobachtet werden. Die Ursache hierfür liegt an den aneinander reibenden Rissflanken nach einer Belastungsrichtungsänderung. Eine mikroskopische Bruchflächenanalyse zur Rissflankenreibung ist in Abbildung 5.21 dargestellt.

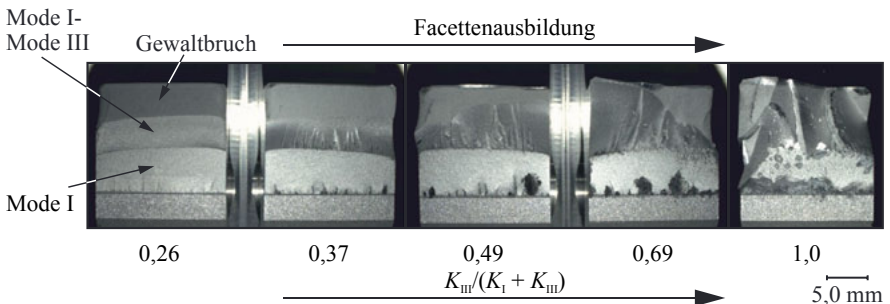


**Abbildung 5.21:** Reibungsanteil (Verhältnis der Reibungsfläche zur Rissfläche) an der Mode I-Ermüdungsrisssfläche in Abhängigkeit des Mixed-Mode-Verhältnisses



In Abhängigkeit des Spannungsintensitätsfaktorverhältnisses wurde der prozentuale Reibungsanteil an der Mode I-Ermüdungsrissfläche aus der Draufsicht der Bruchbilder anhand der rot eingefärbten Teilflächen sowohl für Mode I-Mode II- als auch für Mode I-Mode III-Belastungsrichtungsänderungen ermittelt. Es kann festgehalten werden, dass der Reibungsanteil mit steigendem Mode II- bzw. Mode III-Anteil am Gesamtspannungsintensitätsfaktor zunimmt, wobei im Maximum zwischen 40 % und 60 % der Mode I-Ermüdungsrissfläche durch die Rissflankenreibung geglättet sind. Inwiefern die Rissflankenreibung die effektive Spannungsintensität am Riss und die damit einhergehende Lebensdauer beeinflusst, wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht. Jedoch ist zumindest kurz nach der Richtungsänderung der äußeren Belastung ein stärkerer Einfluss der Reibung auf den lokalen Beanspruchungszustand am Riss zu erwarten. Außerdem wird angenommen, dass eine Reibkraft nach einigen Zyklen nur noch minimal vorhanden ist und daher vernachlässigbar wird.

Weitaus signifikanter wirken sich die Facetten, die sich bei Mode I-Mode III-Belastungsrichtungsänderungen aufgrund des vorhandenen Mode III-Beanspruchungsanteils bilden, auf die Lebensdauer einer Struktur bzw. eines Bauteils aus. Hier zeigt Abbildung 5.22 die Ausbildung von Facetten in Abhängigkeit des Mode III-Anteils am Gesamtspannungsintensitätsfaktor. Auffällig ist, dass unterhalb eines  $K_{III}/(K_I + K_{III})$ -Verhältnisses von 0,26 im Rahmen dieser Untersuchungen keine Facetten entstanden sind. Diese bilden sich erst ab einem  $K_{III}/(K_I + K_{III})$ -Verhältnis von 0,37 deutlich aus. Außerdem erkennt man anhand der Bruchbilder aus Abbildung 5.22, dass sich zunächst viele kleine und feine Facetten über die Rissfront entwickeln (bei  $K_{III}/(K_I + K_{III}) = 0,37$ ). Mit zunehmendem  $K_{III}$ -Anteil vergrößert die Facetten-gestalt, wobei gleichzeitig die Facettenanzahl auf wenige größere Facetten abnimmt (bei einer Richtungsänderung hin zu reiner Mode III-Belastung). Diese Thematik der Facettenbildung unter Mode I-Mode III-Beanspruchungen wird in Kapitel 5.5 wieder aufgegriffen und getrennt diskutiert.



**Abbildung 5.22:** Facettenausbildung in Abhängigkeit des Mode III-Anteils bei Mode I-Mode III-Belastungsrichtungsänderungen

## 5.4 Risswachstum bei Beanspruchungsniveauänderungen

Nicht nur Richtungsänderungen von äußeren Belastungen können sich lebensdauerverlängernd oder -verkürzend auf ein rissbehaftetes Bauteil auswirken, sondern auch zusätzliche Niveauänderungen in den Belastungen. SANDER hat in einigen Untersuchungen bereits gezeigt, dass sich durch die Einstreuung von Mode I-Mode II-Überlasten Verzögerungseffekte in einem Mode I-beanspruchten Ermüdungsrisss einstellen [San03]. In diesem Kapitel werden mögliche Verzögerungseffekte auf das Rissausbreitungsverhalten weiterer Beanspruchungssituationen und -konstellationen behandelt. Zunächst werden in Abschnitt 5.4.1 Auswirkungen von Mode I-Mode III-Blocklasten mit unterschiedlichen  $K_{III}/K_I$ -Verhältnissen auf ein Mode I-Grundlastniveau betrachtet. Danach werden im Abschnitt 5.4.2 Mode I-Mode II-Blocklasten mit unterschiedlichen  $K_{II}/K_I$ -Verhältnissen in ein Mode II-Grundlastniveau eingestreut und deren Einfluss auf das Risswachstum beschrieben. Eine andere Beanspruchungskonstellation (Abschnitt 5.4.3) untersucht Risswachstumsverzögerungen hervorgerufen durch eingestreute Blocklasten mit unterschiedlichen  $K_{III}/K_I$ -Verhältnissen in ein Mode III-Grundlastniveau.

Bei der Einstreuung von Mixed-Mode-Blocklasten beträgt der zyklische Spannungsintensitätsfaktor für das Mode I- und das Mode II-Grundlastniveau  $\Delta K_{I,BI} = \Delta K_{II,BI} = 90 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}}$ . Die Untersuchungen von eingestreuten Mixed-Mode-Blocklasten in ein Mode III-Grundlastniveau wurden hingegen bei einem Grundlastniveau von  $\Delta K_{III,BI} = 160 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}}$  durchgeführt. Nach einer Risserweiterung von  $\Delta a = 2 \text{ mm}$  im Grundlastniveau wurden die Mixed-Mode-Blocklasten für  $N_{\text{block}} = 10000$  Schwingspiele bei einem Blocklastverhältnis  $R_{V,\text{block}} = 2,0$  eingestreut. Das Blocklastverhältnis  $R_{V,\text{block}}$  ist hierbei wie folgt definiert:

$$R_{V,\text{block}} = \frac{K_{V,\text{block}}}{K_{BI,\text{max}}} \quad (5.1),$$

wobei sich der Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_{V,\text{block}}$  gemäß Gleichung (2.19) zu

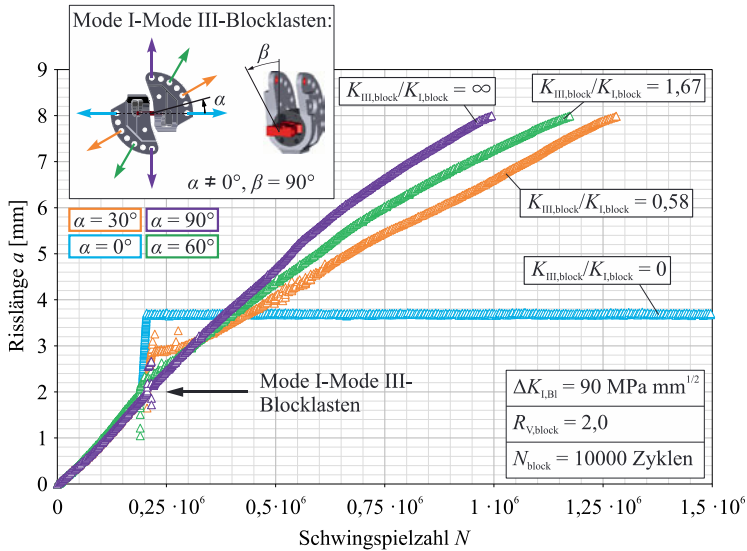
$$K_{V,\text{block}} = \frac{K_{I,\text{block}}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{K_{I,\text{block}}^2 + 5,336 \cdot K_{II,\text{block}}^2 + 4 \cdot K_{III,\text{block}}^2} \quad (5.2)$$

ergibt.

### 5.4.1 Einfluss von Mode I-Mode III-Blocklasten auf ein Mode I-Grundlastniveau

Die Verzögerungen des Risswachstums, die sich aufgrund von Mode I-, Mode I-Mode III- und Mode III-Blocklasten ergeben, sind für ein Mode I-Grundlastniveau in Abbildung 5.23 dargestellt. Die angegebenen  $K_{III}/K_I$ -Verhältnisse beziehen sich auf den Zeitpunkt der Blocklasteinstreuung. Es ist zu verzeichnen, dass die größte Verzögerung des Risswachstums nach einer reinen Mode I-Blocklast auftritt. Hierbei ist nach der Einstreuung der Mode I-Blocklast sogar ein Risstillstand eingetreten. Denn selbst nach  $N = 1 \cdot 10^7$  Zyklen ist kein Risswachstum mehr registriert worden. Der besseren Übersicht wegen, sind hier die Kurvenverläufe nur bis

$N = 1,5 \cdot 10^6$  Zyklen dargestellt. Außerdem kann festgehalten werden, dass sich der Verzögerungseffekt mit abnehmendem Mode I-Anteil bzw. zunehmendem Mode III-Anteil verringert.

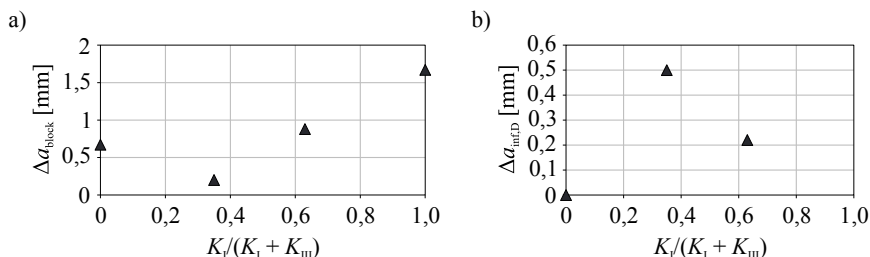


**Abbildung 5.23:** Verzögerungseffekte nach der Einstreuung von Mode I-Mode III-Blocklasten in ein Mode I-Grundlastniveau

Eine Mode I-Blocklast führt zu Ausbildung einer größeren primär plastischen Zone vor der Riss Spitze, in der sich Druckeigenspannungen einstellen, die die Rissflanken schließen. Diese Druckeigenspannungen ergeben sich bei Mode I-Beanspruchung in erster Linie wegen der großen Verschiebung der Rissoberflächen in  $y$ -Richtung (senkrecht zur Rissausbreitung). SANDER hat für ebene Mixed-Mode-Belastungswechsel gezeigt, dass die primär plastische Zone mit zunehmendem Mode II-Anteil größer wird und sich zudem im Vergleich zu einer reinen Mode I-Beanspruchung um bis zu  $90^\circ$  bei reinem Mode II verdreht [SR05]. Mit steigendem Schubanteil sinkt dabei die, durch die Blocklast eingebrachte, Druckeigenspannung aufgrund der geringen plastischen Verformungen in  $y$ -Richtung.

In Fall von Mode I-Mode III-Blocklasten treten ähnliche Effekte bei der Ausbildung der primär plastischen Zone und der Plastifizierung vor der Riss Spitze auf. Mit zunehmendem Mode III-Anteil in der Mixed-Mode-Blocklast wird die Rissflankenverschiebung sowie die Plastifizierung in  $y$ -Richtung geringer, womit sich ebenfalls die Druckeigenspannungen in der plastischen Zone mit abnehmendem Mode I-Anteil stetig reduzieren. Letztendlich haben daher Mode III-Blocklasten keine Auswirkungen auf ein Risswachstum bei einem Mode I-Grundlastniveau sowie auf die Lebensdauer, welches ebenfalls anhand der gemessenen Blockrisslängeninkremente  $\Delta a_{block}$  (Abbildung 5.24 a)) und der, durch die Verzögerung beeinflussten, Risslängeninkremente  $\Delta a_{inf,D}$  (Abbildung 5.24 b)) ersichtlich wird. Betrachtet man das Blockrisslängeninkrement  $\Delta a_{block}$  bei Mode I-Mode III-Blocklasten (Abbildung 5.24 a)), so

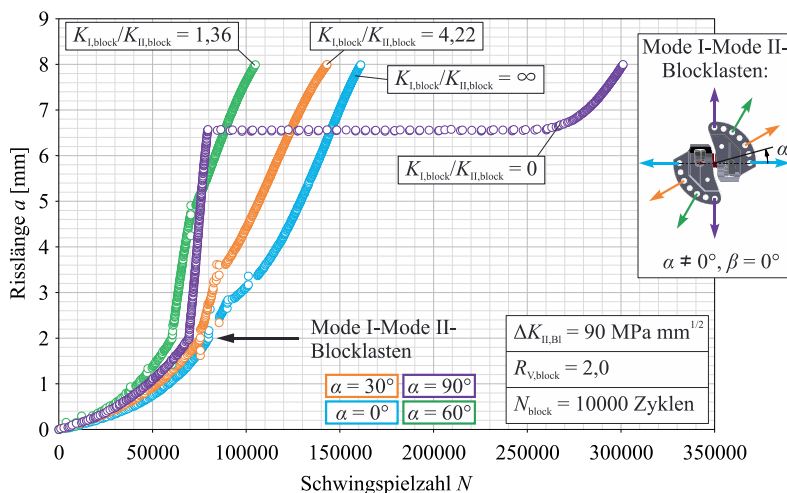
lässt sich feststellen, dass das Blockrisslängeninkrement mit zunehmendem Mode I-Anteil, wie erwartet, steigt. Da sich nach einer reinen Mode I-Blocklast ein Rissstillstand einstellt, ist das, durch die Verzögerung beeinflusste Risslängeninkrement  $\Delta a_{\text{inf,D}}$  zumindest so groß, wie das verbliebene Ligament und daher nicht in Abbildung 5.24 b) gekennzeichnet.



**Abbildung 5.24:** Durch Mode I-Mode III-Blocklasten beeinflusste Risslängeninkremente  
a) Blockrisslängeninkrement in Abhängigkeit vom  $K_I/(K_I + K_{III})$ -Verhältnis  
b) durch die Verzögerung beeinflusstes Risslängeninkrement in Abhängigkeit vom  $K_I/(K_I + K_{III})$ -Verhältnis

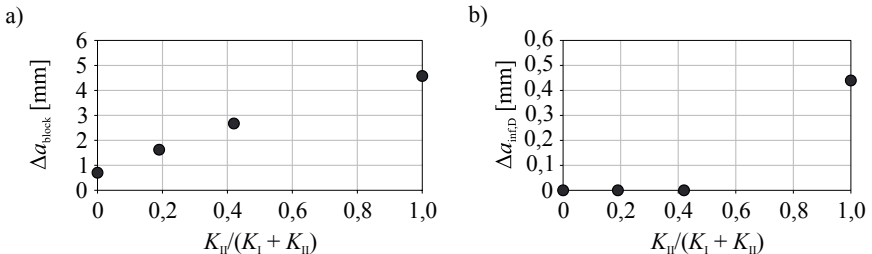
## 5.4.2 Einfluss von Mode I-Mode II-Blocklasten auf ein Mode II-Grundlastniveau

Welche Auswirkungen Mode I-Mode II-Blocklasten auf ein Mode II-Grundlastniveau haben, ist in Abbildung 5.25 dargestellt.



**Abbildung 5.25:** Verzögerungseffekte nach der Einstreuung von Mode I-Mode II-Blocklasten in ein Mode II-Grundlastniveau

Bei einem  $\Delta K_{II,BI} = 90 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}}$  weist die Einleitung einer reinen ebenen Schubblocklast den größten Verzögerungseffekt und damit auch den größten Lebensdauergewinn auf. Alle anderen dargestellten Mode I-Mode II-Kombinationen haben keinen nennenswerten Verzögerungseffekt auf ein Risswachstum im Mode II-Grundlastniveau gezeigt. Dies bestätigen ebenfalls die ermittelten Blockrisslängeninkremente  $\Delta a_{\text{block}}$  und die, durch die Verzögerung beeinflussten, Risslängeninkremente  $\Delta a_{\text{inf,D}}$  aus Abbildung 5.26 a) und b). Während mit zunehmendem  $K_{II}$ -Anteil das Blockrisslängeninkrement stetig ansteigt, ist nur infolge einer reinen Mode II-Blocklast ein, durch die Verzögerung beeinflusstes, Risslängeninkrement gemessen worden. Mit zunehmendem  $K_I$ -Anteil in der Mode I-Mode II-Blocklast wird zwar die betragsmäßige Verschiebung der Rissflanken in  $y$ -Richtung und die primär plastische Zone an der Risspitze größer, jedoch haben die dadurch eingebrachten Druckeigenstressungen keinen Einfluss auf ein Risswachstum im Mode II-Grundlastniveau, da die relative Rissflankenverschiebung bei derartiger Beanspruchung im Wesentlichen parallel zur Rissausbreitungsrichtung stattfindet.



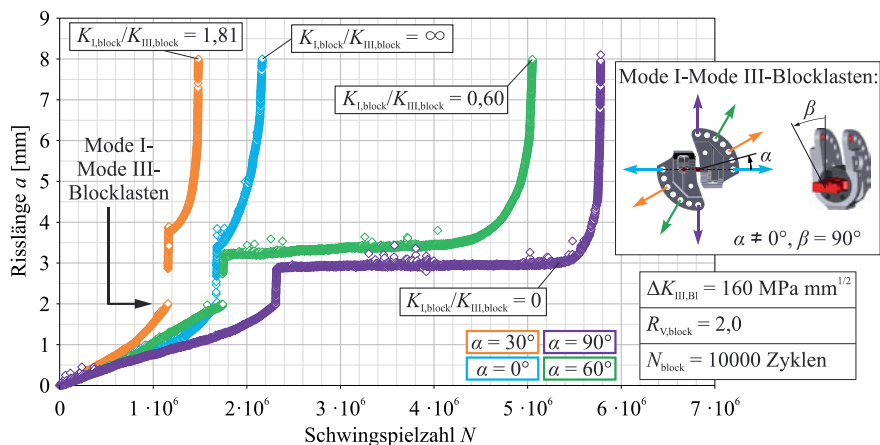
**Abbildung 5.26:** Durch Mode I-Mode II-Blocklasten beeinflusste Risslängeninkremente  
a) Blockrisslängeninkrement in Abhängigkeit vom  $K_{II}/(K_I + K_{II})$ -Verhältnis  
b) durch die Verzögerung beeinflusstes Risslängeninkrement in Abhängigkeit vom  $K_{II}/(K_I + K_{II})$ -Verhältnis

### 5.4.3 Einfluss von Mode I-Mode III-Blocklasten auf ein Mode III-Grundlastniveau

Im Vergleich zum Risswachstum im Mode I- und im Mode II-Grundlastniveau weist das Risswachstum des Mode III-Grundlastniveaus unterschiedlich ausgeprägte Verzögerungen im Risswachstum sowohl infolge einer reinen Mode I-Blocklast, einer reinen Mode III-Blocklast als auch infolge von Mode I-Mode III-Blocklastkombinationen auf (Abbildung 5.27). Offensichtlich beeinflusst ein Mode I-Anteil in der Mode I-Mode III-Blocklast das Risswachstum im Mode III-Grundlastniveau, wobei zu beobachten ist, dass der Verzögerungseffekt mit zunehmendem  $K_I/K_{III}$ -Verhältnis abnimmt, jedoch bei den gewählten Beanspruchungsparametern immer vorhanden ist.

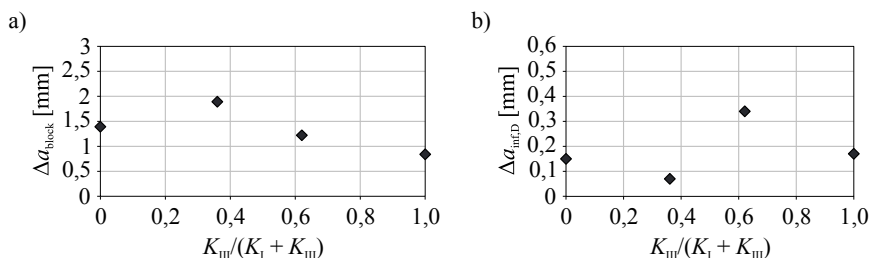
Des Weiteren fällt die vergleichsweise hohe Streuung in der benötigten Schwingenspielzahl bis zur Blocklasteinleitung auf. Diese resultiert aus der teilweise stark unterschiedlichen Facet-

tenbildung im Mode III-Grundlastniveau, welche bei der Bewertung des Einflusses von Beanspruchungsniveauänderungen auf das Risswachstum im Abschnitt 5.4.4 aufgezeigt wird.



**Abbildung 5.27:** Verögerungseffekte nach der Einstreuung von Mode I-Mode III-Blocklasten in ein Mode III-Grundlastniveau

Gegenüber den Erkenntnissen aus dem Risswachstumsverhalten im Mode I- und Mode II-Grundlastniveau zeigen die hierbei ermittelten Risslängeninkremente  $\Delta a_{\text{block}}$  und  $\Delta a_{\text{inf,D}}$  in Abbildung 5.28 a) und b) keine eindeutige Abhängigkeit vom  $K_{\text{III}}$ -Anteil. Dies ist an der Schwankung beider Risslängeninkremente festzumachen.

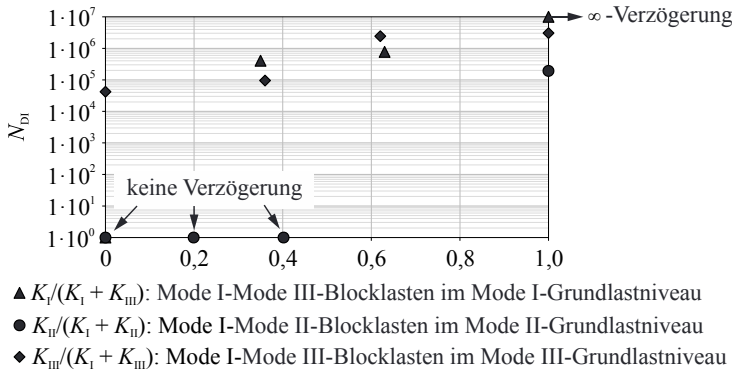


**Abbildung 5.28:** Durch Mode I-Mode III-Blocklasten beeinflusste Risslängeninkremente  
a) Blockrisslängeninkrement in Abhängigkeit vom  $K_{\text{III}}/(K_I + K_{\text{III}})$ -Verhältnis  
b) durch die Verögerung beeinflusstes Risslängeninkrement in Abhängigkeit vom  $K_{\text{III}}/(K_I + K_{\text{III}})$ -Verhältnis

#### 5.4.4 Bewertung des Risswachstums infolge Beanspruchungsniveauänderungen

Im Rahmen der Untersuchungen des Einflusses von Mixed-Mode-Blocklasten auf ein Mode I-, Mode II- und Mode III-Grundlastniveau wurden Mixed-Mode-Blocklasten für

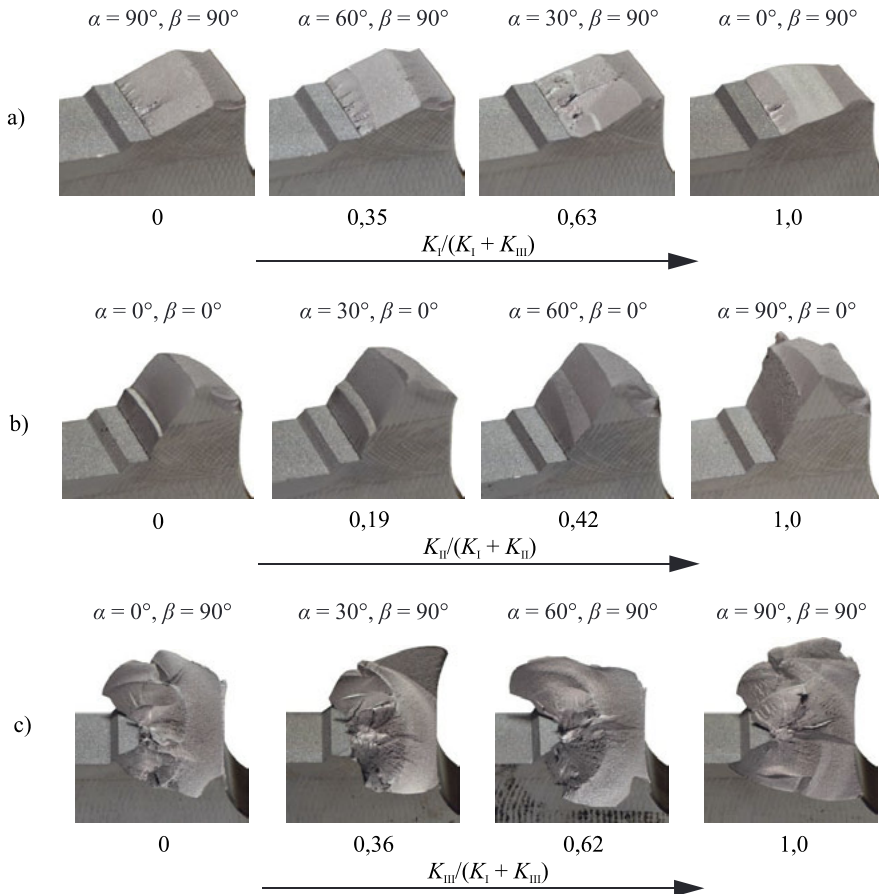
$N_{\text{block}} = 10000$  Zyklen eingestreut. Die dabei entstandenen Risswachstumsverzögerungseffekte, repräsentiert durch die Verzögerungsschwingspielzahl  $N_{\text{DI}}$ , sind in Abbildung 5.29 dargestellt. Auf der  $x$ -Achse ist das jeweilige Spannungsintensitätsfaktorverhältnis aufgetragen.



**Abbildung 5.29:** Verzögerungsschwingspielzahlen in Abhängigkeit des jeweiligen Spannungsintensitätsfaktorverhältnisses des Grundlastniveaus

Endliche Beanspruchungsniveauänderungen können Verzögerungseffekte im Risswachstum hervorrufen, jedoch treten diese nicht immer auf. So hat eine reine Mode III-Blocklast keinen Einfluss auf ein Risswachstum im Mode I-Grundlastniveau gezeigt. Ebenso keine Auswirkungen auf das Risswachstum haben Mode I-Mode II-Blocklasten im Mode II-Grundlastniveau. Lediglich bei einem Risswachstum im Mode III-Grundlastniveau sind Verzögerungen im Risswachstum bei jeder untersuchten Mode I-Mode III-Blocklast aufgetreten.

Die größten Verzögerungen im Risswachstum und damit die größten Gewinne hinsichtlich der Lebensdauer sind dann eingetreten, wenn die Rissbeanspruchungsarten der Blocklast und des Grundlastniveaus identisch waren bzw. übereinstimmten. Abbildung 5.30 zeigt typische Ermüdungsbruchbilder, die infolge Mixed-Mode-Beanspruchungsniveauänderungen entstanden sind. Dabei fällt direkt auf, dass bei der Untersuchungsreihe von Mode I-Mode III-Blocklasten im Mode I-Grundlastniveau (Abbildung 5.30 a)) sowohl vor wie auch nach der Blocklast stets ein Rissabknicken unter einer reinen Mode I-Beanspruchung aufgetreten ist. Es wurde ein mittlerer Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  von etwa  $26^\circ$  gemessen, welcher üblicherweise bei einem  $K_{\text{II}}$ -Anteil von 0,2 am Gesamtspannungsintensitätsfaktor zu erwarten wäre. Außerdem ist ein Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  von ca.  $18^\circ$  einzig infolge einer Mode I-Mode III-Blocklast bei einem  $K_I/(K_I + K_{\text{III}})$ -Verhältnis von 0,63 gemessen worden. Die Hypothese nach RICHARD sagt hierfür einen Rissverdrehwinkel von etwa  $24^\circ$  voraus. Die entstandenen Bruchflächen bei Mode I-Mode II-Blocklasten im Mode II-Grundlastniveau (siehe Abbildung 5.30 b) zeigen erwartete Charakteristika. So ist infolge einer reinen Mode I-Blocklast eine ausgeprägte Stufe auf der Bruchfläche zu sehen. Der Riss ist während dieser Blocklast senkrecht zu der Mode I-Beanspruchung gewachsen und anschließend, bedingt durch die reine Mode II-Grundbelastung, wieder entsprechend abgeknickt. Vor und nach der Blocklast sind hierbei erwartete Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  von ca.  $63^\circ$  gemessen worden.



**Abbildung 5.30:** Typische Bruchbilder des Risswachstums bei Beanspruchungsniveauänderungen  
a) Mode I-Mode III-Blocklasten im Mode I-Grundlastniveau  
b) Mode I-Mode II-Blocklasten im Mode II-Grundlastniveau  
c) Mode I-Mode III-Blocklasten im Mode III-Grundlastniveau

An den Bruchbildern, die im Mode III-Grundlastniveau infolge Mode I-Mode III-Blocklasten resultierten, kann man zunächst erkennen, dass sich ein Ermüdungsriss unter Mode III-Beanspruchung aus der Initiierungsstelle heraus radial in alle Richtungen, sogar zurück in Richtung der Starterkerbe, ausbreitet. Alle Bruchflächen weisen mehrere Facetten auf und sind vergleichsweise sehr zerklüftet. Beim genaueren Betrachten der Bruchflächen fällt auf, dass die meisten Facetten zum Zeitpunkt der Mode I-Mode III-Blocklasten bereits zu einer gemeinsamen Rissfront zusammengewachsen sind und nach den Blocklasten im Wesentlichen nur eine zusammenhängende Rissfront existiert.





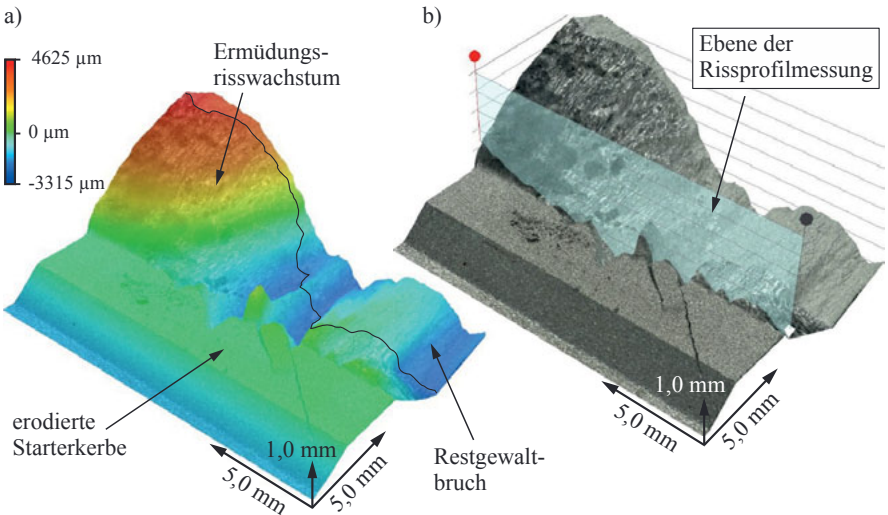
Vorerst wird die Geometrie jeder Facette auf eine kreisförmige Gestalt vereinfacht. Demnach bilden sich bei nicht-ebener Schubbeanspruchung infolge von  $\tau_z$  Facetten aus, die um einen Facettenwinkel  $\psi_F$  verdreht zum Ausgangsrisss initiieren (Abbildung 5.31 a)). In der  $y$ - $z$ -Ebene betrachtet wird die kreisförmige Facettengeometrie zu einer Linie (Abbildung 5.31 b)). Grundsätzlich werden im Rahmen dieser Arbeit zwei Typen von Facetten unterschieden – aufsteigende Facetten  $f_{st}$ , in Abbildung 5.31 b) in Rot dargestellt – und abfallende Facetten  $f_{fa}$ , gekennzeichnet durch gestrichelte Linien, die die  $f_{st}$ -Facetten miteinander verbinden. Facetten vom Typ  $f_{st}$  entstehen bedingt durch eine lokale rissöffnende Beanspruchung [PSD82]. Wohingegen Facetten vom Typ  $f_{fa}$  in einem Überbrückungsbereich  $B$  gebildet werden (Abbildung 5.31 b)), um eine Verbindung zu jeder  $f_{st}$ -Facette herzustellen. Die Bruchflächen zeigen bei ausgeprägtem Ermüdungsrissswachstum, dass sich  $f_{st}$ -Facetten bei Erweiterung irgendwann vereinigen und so eine gemeinsame Rissfront bilden. Hinzu kommt, dass  $f_{fa}$ -Facetten ungünstig zu einer lokalen rissöffnenden Beanspruchung orientiert sind und daher deren primäre Entstehung vermutlich durch andere lokale Mechanismen, wie z. B. lokale Reibung oder lokale Plastizität hervorgerufen wird [LMR10]. Demzufolge werden zur Bildung der  $f_{fa}$ -Facetten höhere Energien bzw. Kräfte benötigt. Hieraus lässt sich schließen, dass eine derartige Facettenentstehung in einer späteren Risswachstumsphase stattfindet als die Initiierung von  $f_{st}$ -Facetten [LMR10, PK10]. Weitere charakteristische Größen zur Quantifizierung der  $f_{st}$ - und  $f_{fa}$ -Facetten sind die Projektion der Facettenlänge  $d$  auf die Mittelebene des Ausgangsrissses, der Facettenabstand  $c$  sowie die Breite  $e$  des Überbrückungsbereichs  $B$  (Abbildung 5.31 b)).

### 5.5.2 Facettenquantifizierung

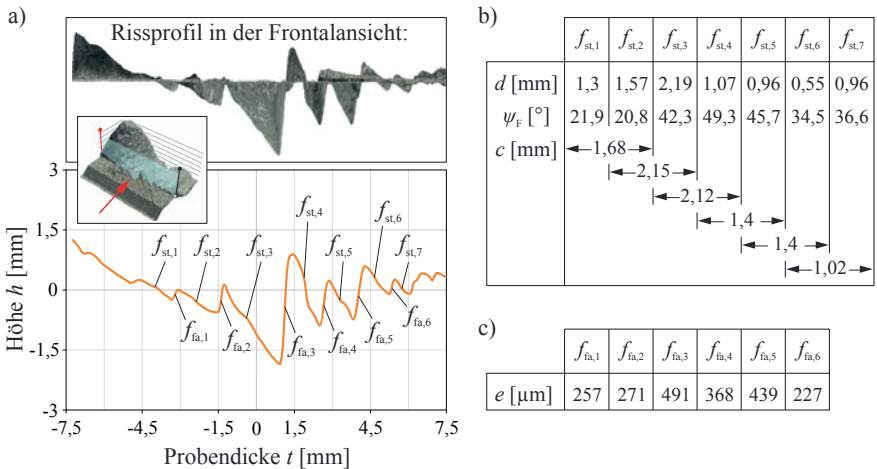
Zur Quantifizierung der Facetten wurden die Bruchflächen mikroskopisch analysiert. Hierbei wurde das Rissprofil bei einer möglichst kurzen Risserweiterung  $\Delta a$ , ausgehend von der Starterkerbe, erfasst. Mit Hilfe eines digitalen Messmikroskops der Firma Keyence wurde zuerst ein 3D-Abbild der Bruchflächen erstellt. In Abbildung 5.32 a) ist beispielhaft das Höhenprofil einer typischen Mode III-Bruchfläche gezeigt.

Hier sind zusätzlich die Starterkerbe, der Bereich des Ermüdungsrissswachstums sowie die Restgewaltbruchfläche, welche durch die schwarze Linie von der Ermüdungsbruchfläche abgegrenzt ist, gekennzeichnet. Die Ebene in Abbildung 5.32 b) hebt die Stelle der Bruchfläche hervor, an der das Rissprofil zur Vermessung der Facetten aufgenommen wurde. Ausgehend von der Starterkerbe liegt diese Ebene bei einer Ermüdungsrisserweiterung von  $\Delta a \approx 285 \mu\text{m}$ .

Das Rissprofil, welches an dieser Stelle vorliegt ist in Abbildung 5.33 a) in der Frontalansicht dargestellt. Dabei sind in der Darstellung des Höhenprofils über die Probenbreite  $t$  diejenigen  $f_{st}$ -Facetten gekennzeichnet, welche zur Quantifizierung herangezogen werden. Darüber hinaus geht aus dem Verlauf des Profils hervor, dass die größten Facetten in der Probenmitte entstehen. Aus den gemessenen charakteristischen Größen in Abbildung 5.33 b) ergibt sich eine mittlere projizierte Facettenlänge von  $d = 1,23 \text{ mm}$ . Weiterhin haben diese Facetten ebenfalls die größten Abstände  $c$  zueinander. Der mittlere Facettenabstand  $c$  liegt hier bei  $1,63 \text{ mm}$ .



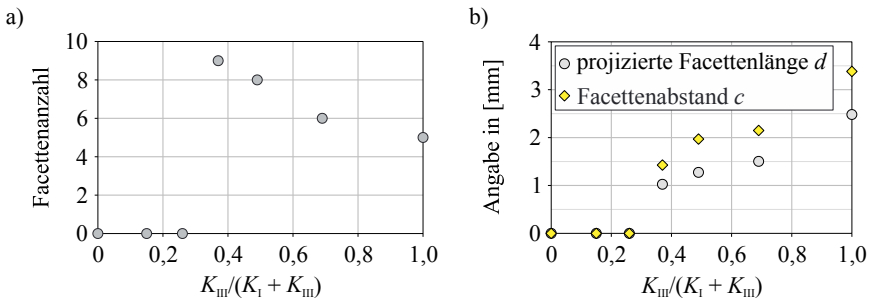
**Abbildung 5.32:** Rissprofilermessung am Beispiel einer Mode III-Bruchfläche  
a) Höhenprofil einer Bruchfläche  
b) Stelle der Rissprofilermessung gekennzeichnet durch die Ebene



**Abbildung 5.33:** Vermessung der Facetten am Rissprofil einer Mode III-Bruchfläche  
a) Frontalansicht des Rissprofils und die Kennzeichnung von vermessenen  $f_{st}$ - und  $f_{fa}$ -Facetten  
b) Tabelle mit Angabe charakteristischer Größen zu jeder  $f_{st}$ -Facetten  
c) gemessene Breite  $e$  des Überbrückungsbereichs  $B$  für jede  $f_{fa}$ -Facetten

Die größten Facettenwinkel  $\psi_F$  wurden bei dieser Bruchfläche an den Facetten  $f_{st,3}$  bis  $f_{st,5}$  gemessen. Diese liegen mit 42,3° bis 49,3° (Mittelwert von 45,8°) in einem für eine reine Mo-

de III-Beanspruchung zu erwartendem Bereich. Ausgehend von der Probenmitte hin zum Probenrand wird außerdem ein abnehmender Facettenwinkel beobachtet. Bei der Berücksichtigung aller Facetten resultiert für diese Bruchfläche im Durchschnitt ein Facettenwinkel  $\psi_F$  von  $35,6^\circ$ . Da zum Probenrand hin, aufgrund der abnehmenden Schubspannung  $\tau_z$  und eines zunehmenden Mode II-Anteils, keine reine Mode III-Beanspruchung herrscht, initiieren Facetten an den Rändern unter einem kleineren Verdrehwinkel. Für eine vollständige Facettenquantifizierung ist jedoch auch die Vermessung des Überbrückungsbereichs  $B$ , der durch die  $f_{\text{fa}}$ -Facetten gekennzeichnet wird, notwendig. Dafür ist in Abbildung 5.33 c) die Breite  $e$  des Überbrückungsbereichs  $B$  tabellarisch für jede  $f_{\text{fa}}$ -Facette aufgelistet. Die größten Überbrückungen wurden zwischen den größten  $f_{\text{fa}}$ -Facetten ermittelt. Die mittlere Breite des Überbrückungsbereichs liegt in diesem Fall bei  $e = 342 \mu\text{m}$ . Eine derartige Vorgehensweise zur systematischen Facettenquantifizierung wurde für alle Bruchflächen durchgeführt. Die anschließende Auswertung liefert unter anderem Aussagen über die Anzahl der gebildeten Facetten (Abbildung 5.34 a)) sowie deren projizierten Längen  $d$  und Abstände  $c$  (Abbildung 5.34 b)).

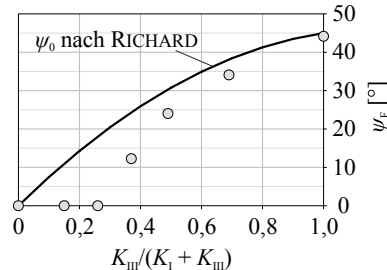


**Abbildung 5.34:** Facettenquantifizierung an Mode I-Mode III-Bruchflächen  
a) mittlere Facettenanzahl in Abhängigkeit vom  $K_{\text{III}}$ -Anteil  
b) Mittelwerte der Facettenlänge  $d$  und des Facettenabstands  $c$  in Abhängigkeit vom  $K_{\text{III}}$ -Anteil am Gesamtspannungsintensitätsfaktor

Im Rahmen dieser Untersuchungen sind keine Facetten unterhalb eines  $K_{\text{III}}/(K_{\text{I}} + K_{\text{III}})$ -Verhältnisses von 0,37 initiiert, daher beträgt die Facettenanzahl für niedrigere Spannungsintensitätsfaktorverhältnisse Null. Sobald Facetten ab einem  $K_{\text{III}}/(K_{\text{I}} + K_{\text{III}})$ -Verhältnis von 0,37 initiieren, nimmt deren Anzahl mit steigendem  $K_{\text{III}}$ -Anteil ab bis auf eine mittlere Facettenanzahl von fünf bei reiner Mode III-Beanspruchung. Gleichzeitig stellt man anhand der Bruchflächen eine Zunahme der projizierten Facettenlänge  $d$  sowie des Facettenabstands  $c$  fest, wie aus Abbildung 5.34 b) entnommen werden kann. Bei reiner Mode III-Beanspruchung resultiert eine mittlere Facettenlänge von  $d = 2,5 \text{ mm}$  und ein mittlerer Facettenabstand von  $c = 3,4 \text{ mm}$ .

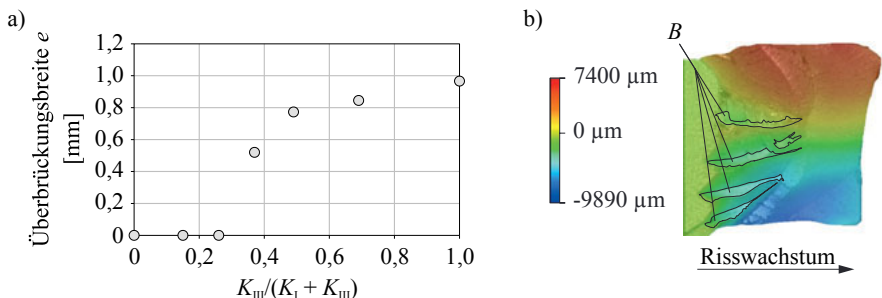
Da ausgehend von der Mittelebene der Probendicke die Schubspannung  $\tau_z$  zu den Probenrändern hin abfällt, sind die Bedingungen für eine reine Mode III-Beanspruchung nur in einem begrenzten Bereich größtenteils erfüllt. So werden für die Messungen der Facettenwinkel  $\psi_F$  die – über die Probendicke betrachtet – jeweils drei mittleren Facetten herangezogen. Die Messergebnisse, dargestellt in Abbildung 5.35, ergaben um teilweise etwa  $10^\circ$  niedrigere Winkel als die Hypothese nach RICHARD für den globalen Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  voraussagt.

Jedoch stimmt der gemessene Facettenwinkel bei einer reinen Mode III-Beanspruchung sehr gut mit der Hypothese überein. Darüber hinaus liegt eine starke Korrelation zwischen der Facettenlänge  $d$ , des Facettenabstands  $c$  und dem Facettenwinkel  $\psi_F$  vor. LIN et al. haben in ihren Untersuchungen dieselben Zusammenhänge festgestellt und erklären diese mit Hilfe von Gleichgewichtsbetrachtungen der freiwerdenden Energien. Die Facettenlänge sowie der Facettenabstand stehen nämlich in direkter Verbindung mit der erforderlichen Energie für die Bildung des Überbrückungsbereichs  $B$  zwischen  $f_{st}$ -Facetten [LMR10].



**Abbildung 5.35:** Facettenwinkel  $\psi_F$  in Abhängigkeit vom  $K_{III}$ -Anteil

Abbildung 5.36 a) zeigt das Resultat der Überbrückungsbereichsanalyse. Hier ist die für den Überbrückungsbereich  $B$  charakteristische Überbrückungsbreite  $e$  über das Spannungsintensitätsfaktorverhältnis  $K_{III}/(K_I + K_{III})$  aufgetragen. Diese nimmt mit steigendem Mode III-Anteil bzw. mit abnehmender Facettenanzahl zu, ist aber im Verhältnis zu den Facettenlängen und Facettenabständen deutlich kleiner. So beträgt die Überbrückungsbreite  $e$  bei reiner Mode III-Beanspruchung etwa 1 mm. Außerdem weisen die Bruchflächen in den Überbrückungsbereichen  $B$  (hervorgehoben in Abbildung 5.36 b)) für hohe Mode III-Anteile kein Ermüdungsrisswachstum auf. Vielmehr zeigen hier die Bruchflächen ein klassisches Festigkeitsversagen, wobei sowohl ein Trennen als auch ein Abscheren vorzufinden ist.



**Abbildung 5.36:** Analyse des Überbrückungsbereichs  $B$   
a) mittlere Überbrückungsbreite  $e$  in Abhängigkeit vom  $K_{III}$ -Anteil  
b) gekennzeichnete Überbrückungsbereiche  $B$  an einer Mode III-Bruchfläche

Basierend auf diesen Erkenntnissen zu der Facettenentstehung kann nun ein Kriterium zur Beschreibung der Rissinitiation bei überlagerten Mode I-Mode III-Beanspruchungen entwickelt und aufgestellt werden. LIN et al. haben bereits anhand von experimentellen Untersuchungen an einer Drei-Punkt-Biegeprobe mit schräg orientiertem Randriss ein Kriterium zur Rissinitiation unter Mode I-Mode III-Beanspruchungen aufgestellt [LMR10]. Dieses Kriterium unterliegt jedoch vielen Annahmen und Einschränkungen. So wird vorausgesetzt, dass die globale äußere Beanspruchung einer überwiegenden Mode I-Beanspruchung mit einer geringfügig überlagerten Mode III-Beanspruchung entspricht. Ein  $K_{II}$ -Anteil wird hierbei nicht berücksichtigt. Dieses Kriterium ist auf der Basis experimenteller Erkenntnisse aus Mode I-Mode III-Beanspruchungsüberlagerungen mit einem maximalen  $K_{III}/K_I$ -Verhältnis von bis zu 0,1 entstanden und gilt nur in einem Rissfrontbereich von  $\pm 1,2\%$  ausgehend von der Probenmitte. Diese Einschränkungen erlauben daher keine Validierung und Anwendung dieses Kriteriums auf die im Rahmen dieser Arbeit gewonnen Erkenntnisse zur Facettenbildung bei kombinierten Beanspruchungen aus Mode I und Mode III.

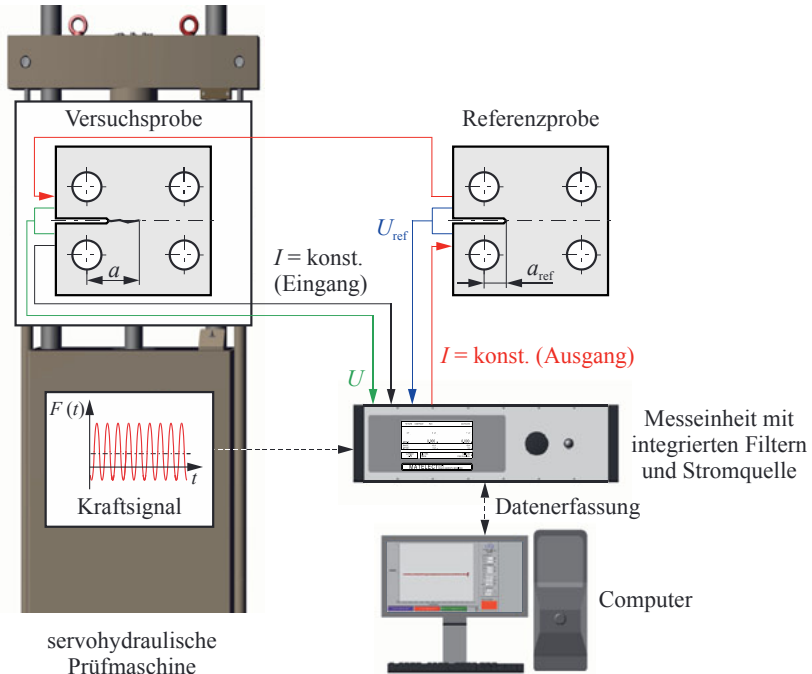
## 5.6 Einfluss des $R$ -Verhältnisses auf das Rissabknickverhalten bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung

Es ist bekannt, dass die Mittelspannung bruchmechanische Kennwerte, wie den Schwellenwert  $\Delta K_{I,th}$  und den kritischen zyklischen Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_{IC}$ , aber auch das gesamte Rissfortschrittsverhalten stark beeinflussen kann. Im Rahmen dieser Untersuchungen wurde der Mittelspannungseinfluss auf die Rissausbreitungsrichtung bzw. das Rissabknickverhalten bei einer überlagerten Beanspruchung von Mode I und Mode II untersucht. Dabei lag der Fokus auf negativen  $R$ -Verhältnissen  $R < 0$ . Für die experimentelle Durchführung kam hierfür das CTMM-Proben- und Vorrichtungskonzept (siehe Kapitel 4.2) zum Einsatz.

### 5.6.1 Versuchsaufbau und -durchführung

Bei dieser Versuchsreihe wurde ein Versuchsaufbau verwendet, der sich hinsichtlich der Risslängenmessung von dem bisherigen Versuchsaufbau unterscheidet. Das in Abbildung 5.37 dargestellte System besteht im Wesentlichen aus einer einachsigen servohydraulischen Zug-Druck-Prüfmaschine „Hydropuls® PSA 100“ der Firma SCHENK mit einer maximalen Nennkraft von  $\pm 100$  kN und einer maximalen zyklischen Nennkraft von  $\pm 80$  kN bei einem maximalen Kolbenweg von  $\pm 50$  mm sowie einem Risslängenmesssystem vom Typ DCM-2 der Firma MATELECT und einem Computer. Für die Risslängenmessung kam hierbei ebenfalls die Gleichstrompotentialmethode zum Einsatz. Diese wertet Potentialdifferenzen aus und berechnet über die Potentialdifferenzenänderung, welche mit der Zunahme des Ohm'schen Widerstands infolge Risswachstum korreliert, mit Hilfe einer Kalibrierfunktion die vorherrschende Risslänge. Während des Ermüdungsrissswachstums wird ein konstanter Strom  $I$  in die Referenzprobe und in die Versuchsprobe eingeleitet – die Proben sind dabei in Reihe geschaltet – womit eine kontinuierliche Risslängenmessung möglich wird. Zugleich werden an der Referenzprobe und der Versuchsprobe oberhalb und unterhalb der Kerbe Potentialdifferenzen

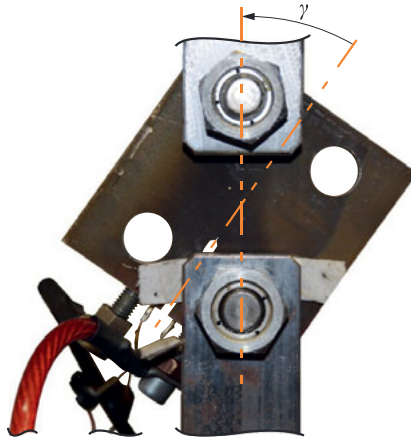
$U$  und  $U_{\text{ref}}$  gemessen und miteinander verglichen. Mit fortschreitendem Riss  $a$  in der Versuchsprobe nimmt der Ohm'sche Widerstand aufgrund der Querschnittsabnahme zu, welche im Vergleich zur Referenzprobe mit einer Referenzrisslänge  $a_{\text{ref}}$  zu einer höheren Potentialdifferenz führt. Letztendlich errechnet sich aus dem Verhältnis der beiden Potentialdifferenzen  $U/U_{\text{ref}}$  mit Hilfe einer Kalibrierfunktion die aktuelle Risslänge  $a$ .



**Abbildung 5.37:** Schema des Systemaufbaus zur Risslängenmessung mittels Gleichstrompotentialmethode

Wichtig für die Risslängenmessung bei negativen Spannungsverhältnissen sind jedoch mehrere im Risslängenmesssystem integrierte Synchronisationsmodi. So ist dieses System mit einer Trigger-Funktion „Peak“ versehen, welche einer Spitzenwertmessung gleichkommt [Mat15]. Über die Synchronisation des Kraftsignals aus der Prüfmaschine gewährleistet diese Trigger-Funktion eine Messung der Risslänge bei vollständig geöffnetem Riss, d. h., dann wenn gerade die maximale Kraft an der Probe anliegt. Da sich die Rissflanken speziell bei negativen  $R$ -Verhältnissen während der Druckphase aufeinander abstützen und dadurch starke Potentialdifferenzänderungen verursachen, verfälschen diese die Messung der vorliegenden Risslänge. Die Messdatenerfassung und -auswertung erfolgte analog zu der in Abschnitt 5.2.1 beschriebenen Versuchsdurchführung. Im Rahmen dieser Versuchsreihe wurde zunächst ein Anriss der Länge  $a = 2 \text{ mm}$  unter Mode I-Beanspruchung erzeugt, danach die jeweilige CTMM-Probe umgespannt und der Versuch bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung mit konstanter

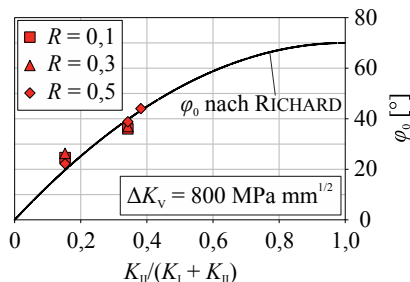
zyklischer Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_V$  sowohl für positive  $R > 0$  als auch negative  $R$ -Verhältnisse  $R < 0$  durchgeführt. In Abbildung 5.38 ist eine für den Versuch präparierte CTMM-Probe mit einem Lasteinleitungswinkel  $\gamma = 35^\circ$  gezeigt.



**Abbildung 5.38:** CTMM-35° im eingebauten Zustand

### 5.6.2 Rissabknickverhalten bei positiven und negativen $R$ -Verhältnissen

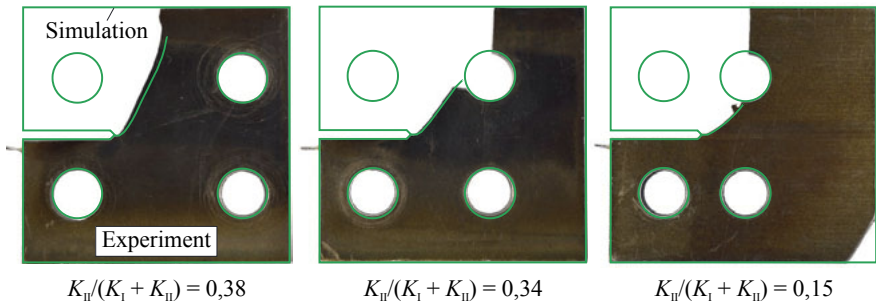
Die Ergebnisse zur Einflussuntersuchung von positiven  $R$ -Verhältnissen auf das Rissabknickverhalten werden in Abbildung 5.39 am Vergleich der gemessenen Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  mit der Vorhersage nach RICHARD dargestellt. Hier wurde bei einem konstanten zyklischen Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_V = 800 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}}$  das  $R$ -Verhältnis im positiven Bereich von 0,1 bis 0,5 variiert. Aus den gemessenen Abknickwinkeln ist kein eindeutiger Einfluss des  $R$ -Verhältnisses zu erkennen. Die ermittelten Rissabknickwinkel in dem untersuchten Bereich der  $K_{II}/(K_I + K_{II})$ -Verhältnisse von 0,15 bis 0,38 stimmen sehr gut mit der Hypothese nach RICHARD überein. Die maximale Abweichung von der Hypothese liegt bei etwa  $6^\circ$ .



**Abbildung 5.39:** Gemessene Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  in Abhängigkeit des  $K_{II}$ -Anteils am Gesamtspannungsintensitätsfaktor für positive  $R$ -Verhältnisse

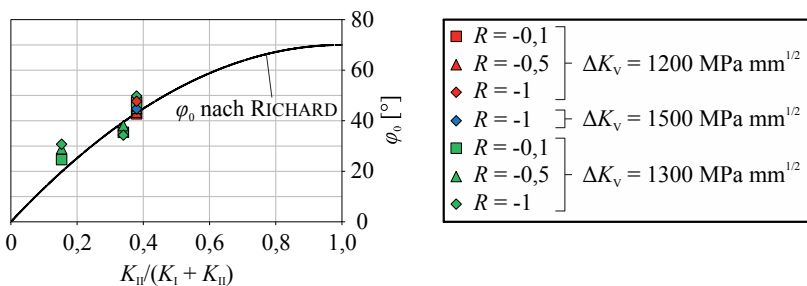


Eine Gegenüberstellung der Rissverläufe aus den Versuchen und aus 2D-Rissimulationen in Abbildung 5.40 bestätigt bei den drei unterschiedlichen Mixed-Mode-Verhältnissen die sehr gute Korrespondenz der Abknickwinkel.



**Abbildung 5.40:** Gegenüberstellung der Rissverläufe aus Experimenten und Simulationen

Für eine Mixed-Mode-Beanspruchung bei negativen  $R$ -Verhältnissen zeichnet sich bezüglich des Rissabknickwinkels ebenfalls keine eindeutige Tendenz ab. Dies kann mit der Mittelspannung in Verbindung gebracht werden. Abbildung 5.41 zeigt die gemessenen Rissabknickwinkel  $\varphi_0$ , wobei die größte Abweichung von der Vorhersage nach RICHARD bei einem  $K_{II}/(K_I + K_{II})$ -Verhältnis von 0,15 gemessen worden ist und bei etwa  $10^\circ$  liegt. Außerdem ist zusätzlich zu der Variation des  $R$ -Verhältnisses ebenfalls der zyklische Vergleichsspannungsintensitätsfaktor im Bereich zwischen  $1200 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}} \leq \Delta K_V \leq 1500 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}}$  variiert worden, um einen eventuellen Einfluss dieser Größe zu untersuchen. Dieser kann jedoch aufgrund der gemessenen Abknickwinkel zumindest für die untersuchten  $K_{II}/(K_I + K_{II})$ -Verhältnisse ausgeschlossen werden. Ist die zyklische Belastung bei ebener Mixed-Mode eine Zugschwellbelastung ( $R > 0$ ), eine reine Zugschwellbelastung ( $R = 0$ ), eine Wechselbelastung ( $R < 0$ ) oder eine reine Wechselbelastung ( $R = -1$ ), dann lässt sich aus diesen Ergebnissen für die untersuchten  $K_{II}/(K_I + K_{II})$ -Verhältnisse zusammenfassend schlussfolgern, dass die Rissausbreitungsrichtung bzw. der Rissabknickwinkel unabhängig vom  $R$ -Verhältnis sowie vom zyklischen Vergleichsspannungsintensitätsfaktor ist.



**Abbildung 5.41:** Gemessene Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  in Abhängigkeit des  $K_{II}$ -Anteils am Gesamtspannungsintensitätsfaktor für negative  $R$ -Verhältnisse

## 6 ERMÜDUNGSRISSVERHALTEN BEI NICHT-PROPORTIONALER MIXED-MODE-BEANSPRUCHUNG

Die bisher beschriebenen und diskutierten experimentellen Untersuchungen sind der proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchung zuzuordnen. Grundsätzlich können aber auch phasenverschobene bzw. nicht-proportionale Beanspruchungsüberlagerungen von Mode I, Mode II und Mode III auftreten. Diese liegen dann vor, wenn sich das Verhältnis von Normal-, ebener Schub- und nicht-ebener Schubbeanspruchung über den zeitlichen Verlauf der Belastung ändert [Pla97].

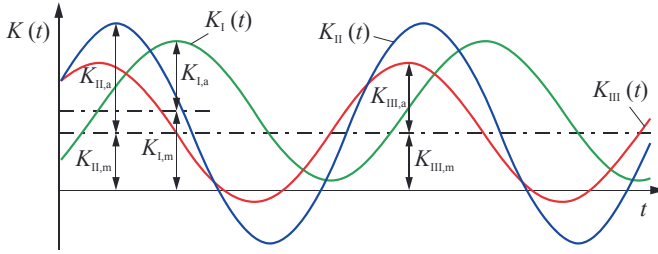
Viele technische Anwendungen im Alltag unterliegen nicht-proportionalen Beanspruchungsüberlagerungen. So werden beispielsweise viele Komponenten im Bereich der Radaufhängung oder des Motors eines Automobils auf unterschiedliche Weisen beansprucht. Die Anregung durch die Fahrbahnoberfläche korreliert bekanntlich nicht mit Belastungen resultierend aus Fahrmanövern, wie Kurvenfahrt oder Brems- bzw. Beschleunigungsvorgängen. Im Bereich des Motors treten Überlagerungen von thermischen und mechanischen Beanspruchungen auf, deren zeitliche Verläufe und vor allem deren Amplituden sich stark unterscheiden können. Ein weiteres relevantes Gebiet aus der Technik, welches auch in der Forschung immer stärker in den Vordergrund tritt, ist die Rollkontaktermüdung<sup>11</sup>. Dieser Begriff fällt häufig im Zusammenhang mit Schiene-Rad-Kontakten oder mit Wälzlagern.

Im Vergleich zur proportionalen 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung ergeben sich bei der nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchung weitere zahlreiche Kombinationsmöglichkeiten der grundlegenden Rissbeanspruchungsarten. Betrachtet man nur den Fall, dass eine zyklische Beanspruchung mit einer statischen Beanspruchung überlagert wird, ergeben sich unter anderem folgende nicht-proportionale Mixed-Mode-Kombinationen:

- Einer zyklischen Mode I-Beanspruchung kann eine statische Mode II-, eine statische Mode III- oder eine statische Mixed-Mode-Beanspruchung aus Mode II und Mode III überlagert werden.
- Einer statischen Mode I-Beanspruchung kann eine zyklische Mode II-, eine zyklische Mode III- oder eine Kombination der zyklischen Beanspruchungskomponenten superponiert werden.
- u.v.m. [Pla97].

Die Änderung des Verhältnisses der Rissbeanspruchungsarten über den zeitlichen Belastungsverlauf bei allgemeiner nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung führt zu zeitabhängigen lokalen Spannungen in der Umgebung der Rissfront (vgl. Gleichungen (2.1) bis (2.6)) und konsequenterweise zu zeitabhängigen Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I(t)$ ,  $K_{II}(t)$  und  $K_{III}(t)$ . Deren zeitlicher Verlauf ist beispielhaft in Abbildung 6.1 illustriert.

<sup>11</sup> Rollkontaktermüdung ist häufig auch unter dem englischen Begriff RCF (Rolling Contact Fatigue) bekannt.



**Abbildung 6.1:** Zeitlicher Verlauf der  $K$ -Faktoren bei nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung

Darüber hinaus können diese im Allgemeinen unterschiedliche Frequenzen  $\omega$  und Phasenverschiebungen  $\Phi$  aufweisen. Für den Fall, dass die zeitabhängigen Spannungsintensitätsfaktoren einer harmonischen Sinusschwingung folgen, können sie wie folgt mathematisch beschrieben werden:

$$K_I(t) = K_{I,m} + K_{I,a} \cdot \sin(\omega_I \cdot t + \Phi_I) \quad (6.1),$$

$$K_{II}(t) = K_{II,m} + K_{II,a} \cdot \sin(\omega_{II} \cdot t + \Phi_{II}) \quad (6.2),$$

$$K_{III}(t) = K_{III,m} + K_{III,a} \cdot \sin(\omega_{III} \cdot t + \Phi_{III}) \quad (6.3).$$

Die einzelnen zeitabhängigen Spannungsintensitätsfaktoren einer nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchung setzen sich dann aus dem jeweiligen Mittelwert der Spannungsintensitätsfaktoren ( $K_{I,m}$ ,  $K_{II,m}$  bzw.  $K_{III,m}$ ) und der entsprechenden Spannungsintensitätsamplitude ( $K_{I,a}$ ,  $K_{II,a}$  bzw.  $K_{III,a}$ ) zusammen. Zudem fließen die Frequenzen  $\omega_I$ ,  $\omega_{II}$  und  $\omega_{III}$  sowie die Phasenwinkel  $\Phi_I$ ,  $\Phi_{II}$  und  $\Phi_{III}$  in die Berechnung ein. Mit Hilfe der Gleichungen (6.1) bis (6.3) kann die vorliegende Rissbeanspruchung unter nicht-proportionalen Mixed-Mode-Bedingungen ermittelt werden.

Die Überlagerung von harmonisch gleichfrequenten und gleichphasigen Spannungsintensitätsfaktoren stellt einen Sonderfall der nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchung dar. Die Gleichungen (6.1) bis (6.3) werden vereinfacht, da in diesem Fall  $\omega_I = \omega_{II} = \omega_{III} = \omega$  und  $\Phi_I = \Phi_{II} = \Phi_{III} = 0$  sind. Einen weiteren Sonderfall stellt die Überlagerung einer statischen Beanspruchung mit einer zyklischen Beanspruchung dar. Dabei fällt die jeweilige Spannungsintensitätsamplitude der statischen Beanspruchungskomponente weg.

Bei der Vorhersage einer Schädigung infolge Ermüdungsrissausbreitung bei Mixed-Mode-Beanspruchung ist für die Praxis nicht nur die zu erwartende Bauteillebensdauer interessant, sondern auch die Rissinitiierungsstelle sowie die Rissausbreitungsrichtung, welche durch die Rissablenkwinkel  $\varphi_0$  und  $\psi_0$  charakterisiert wird. Die bisher vorgestellten Konzepte zur Vorhersage der Rissausbreitungsrichtung können für statische Belastungen oder für zyklische Belastungen, solange alle Beanspruchungsmoden den gleichen Zeitverlauf aufweisen, verwendet werden. Im Fall der nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchung müssen diese Konzep-

te jedoch erweitert bzw. verallgemeinert werden. Dabei stehen noch Fragen offen, inwiefern Unterschiede in den Amplituden, Mittelspannungen und Frequenzen der drei grundlegenden Beanspruchungsmoden die Rissausbreitung unter nicht-proportional überlagerten Beanspruchungen beeinflussen. Zur Durchführung von experimentellen Untersuchungen auf dem Gebiet der nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchung wird daher im nächsten Abschnitt ein Vorrichtungskonzept vorgestellt, womit zumindest ein Teil der vielen Kombinationen aus der Überlagerung von statischen und zyklischen Beanspruchungen abgedeckt werden kann.

## 6.1 Vorrichtungskonzept zur Realisierung von nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchungen

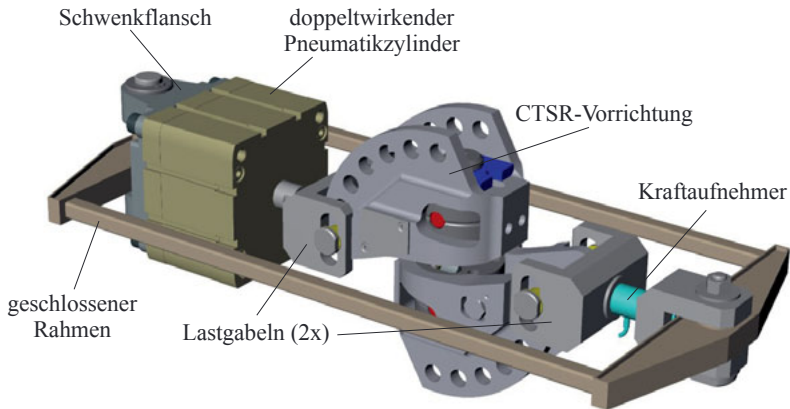
Bei der Konzipierung einer Vorrichtung zur Realisierung nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchungen sollte das CTSR-Proben- und Vorrichtungskonzept weiterhin zentraler Bestandteil sein und möglichst unverändert bestehen bleiben. Demzufolge handelt es sich bei diesem Vorrichtungskonzept um eine Erweiterung der vorhandenen Prüfausstattung. Mit Hilfe dieser Erweiterung sollten zusätzlich zu den zyklischen Belastungen aus der Prüfmaschine statische Kräfte über die Vorrichtung in die CTSR-Probe eingeleitet und damit nicht-proportionale Mixed-Mode-Beanspruchungen realisiert werden.

Bei der Entwicklung und Konzipierung stellten sich folgende Anforderungen an die Vorrichtung:

- keine Veränderungen am CTSR-Proben- und Vorrichtungskonzept,
- Einstellung der statischen Prüfkraft im Bereich  $0 \text{ N} \leq F \leq 10 \text{ kN}$ ,
- Gewährleistung einer Konstanz der eingestellten statischen Prüfkraft während der gesamten Versuchsdauer,
- gute Zugänglichkeit sowie einfacher Auf- und Abbau,
- geringes Gewicht zur besseren Handhabung,
- Entkopplung von der Prüfmaschine zur Vermeidung von Querkräften auf die Prüfmaschine,
- Minimierung des Einflusses der Vorrichtung auf die zyklische Kraft der Prüfmaschine,
- elektrische Entkopplung der Vorrichtung von dem CTSR-Proben- und Vorrichtungskonzept zur Risslängenmessung mittels der Gleichstrompotentialmethode und
- geringer Herstellungsaufwand.

Aus diesen Anforderungen ist ein Vorrichtungskonzept hervorgegangen, dessen wesentlicher Aufbau in Abbildung 6.2 zu sehen ist (die technische Zeichnung ist in Abbildung A.2 des Anhangs zu finden). Ohne die CTSR-Vorrichtung hat dieses Konzept ein Gesamtgewicht von ca. 12,4 kg. Ausgehend von der CTSR-Vorrichtung setzt sich dieses Konzept aus zwei Lastgabeln, einem Pneumatikzylinder mit einem Schwenkflansch, einem Kraftaufnehmer und einem geschlossenen Rahmen zusammen. Die Lastgabeln sind mit Langlöchern versehen, um verti-

kale Bewegungen bzw. Schwingungen, die durch die zyklische Kraft der Prüfmaschine auftreten, von dem Lastrahmen zu entkoppeln. Der doppeltwirkende Pneumatikzylinder ist für die Erzeugung der statischen Kraft vorgesehen. Hierbei wird ein unter Druck stehendes Medium – Luft – in den Hubzylinder eingeleitet, welches dann auf die Fläche des Kolbens wirkt. Über den Arbeitsdruck  $p_A$  kann somit die gewünschte Prüfkraft  $F$  eingestellt werden. Dabei gilt  $F \sim A_K$ , wobei  $A_K$  die effektive Kolbenfläche ist. Bei dem Pneumatikzylinder handelt es sich um einen Kompaktzylinder vom Typ ADN-125-20-A-P-A-S11 der Firma FESTO [Fes14]. Mit einem Betriebsdruck von bis zu 10 bar und einer effektiven Kolbenfläche von  $A_K = 11781 \text{ mm}^2$  kann damit eine maximale Prüfkraft  $F_{\max} = 11,78 \text{ kN}$  aufgebaut werden, womit die Anforderung von  $F_{\max} = 10,0 \text{ kN}$  erfüllt ist.



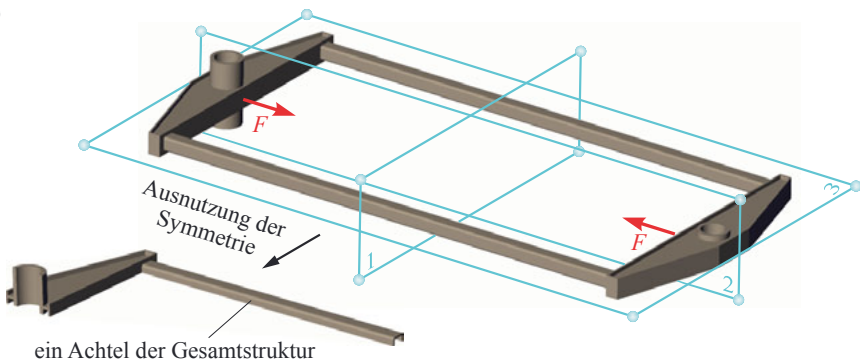
**Abbildung 6.2:** Aufbau der Vorrichtung zur Einleitung statischer Kräfte

Diese Prüfkraft wird über die Lastgabeln zunächst an die CTSR-Vorrichtung und anschließend an den Kraftaufnehmer weitergeleitet. Hierfür ist ein bidirektionaler Kraftaufnehmer der Firma ALTHEN vom Typ ALF214 gewählt worden [Alt13]. Dieser besitzt einen Messbereich von 0 bis 15 kN und ist sowohl für Zug- als auch für Druckkraftmessungen geeignet. Zudem ist dieser Kraftaufnehmer mit einer mobilen DMS-Verstärker- und Anzeigeeinheit vom Typ TR150 ausgestattet. Letztlich wird der Kraftfluss über die Rahmenstruktur geschlossen. Wesentliche Abmessungen des Lastrahmens sind der technischen Zeichnung in Abbildung A.3 des Anhangs zu entnehmen. Der Lastrahmen ist eine Schweißkonstruktion, welche aus zwei Kasten- und zwei quadratischen Hohlprofilen besteht. Damit kann diese geschlossene Struktur sowohl Normal- und Querkräfte als auch Biegemomente übertragen. Die Geometrie der Kastenprofile ist zwecks gleichmäßiger Spannungsverteilung an die Kontur eines „Trägers gleicher Festigkeit“ angepasst.

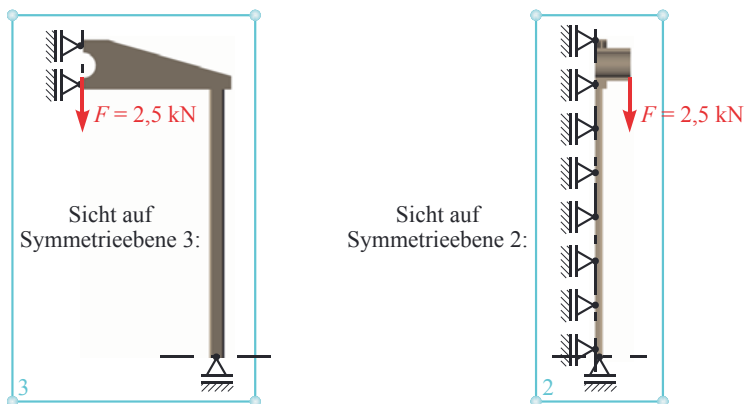
Die Nachweisführung der Spannungen und Verformungen des Rahmens für eine gewichts- und beanspruchungsoptimierte Geometrie erfolgte sowohl analytisch als auch numerisch. Die numerische Finite-Elemente-Analyse wurde mit Hilfe der Software ABAQUS durchgeführt. Dabei weisen die Geometrie der Rahmenstruktur sowie die Belastung Symmetrien auf (siehe

Abbildung 6.3 a)), sodass für die Berechnung lediglich ein Achtel der Gesamtstruktur betrachtet werden kann. Hierfür wurden nun kinematische und statische Randbedingungen gesetzt. In Abbildung 6.3 b) sind die verwendeten Randbedingungen in zwei Perspektiven dargestellt. Das zu diskretisierende Modell muss statisch bestimmt gelagert werden, da sonst Freiheitsgrade im System vorhanden sein könnten. Hierzu wurden über Loslager sämtliche Verschiebungen senkrecht zu den Symmetrieebenen festgehalten. Als statische Randbedingung wurde aus Symmetriegründen eine Kraft von 2,5 kN aufgebracht. Diese greift wie dargestellt an der im Kastenprofil eingeschweißten Hülse an. Für die anschließende Vernetzung des Modells wurden Tetraeder-Elemente mit linearem Verschiebungsansatz gewählt.

a)



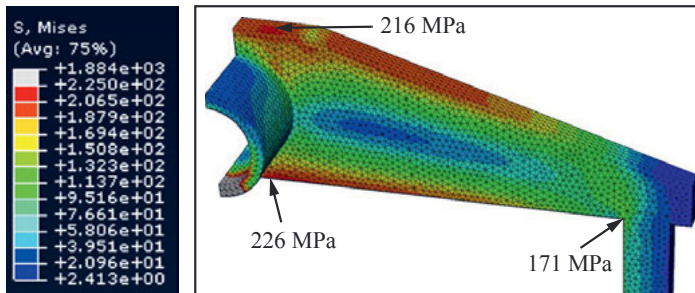
b)



**Abbildung 6.3:** Kinematische und statische Randbedingungen für die FE-Analyse  
 a) Minimierung des Berechnungsaufwands durch Ausnutzung der Symmetrien  
 b) verwendete Randbedingungen aus zwei Perspektiven

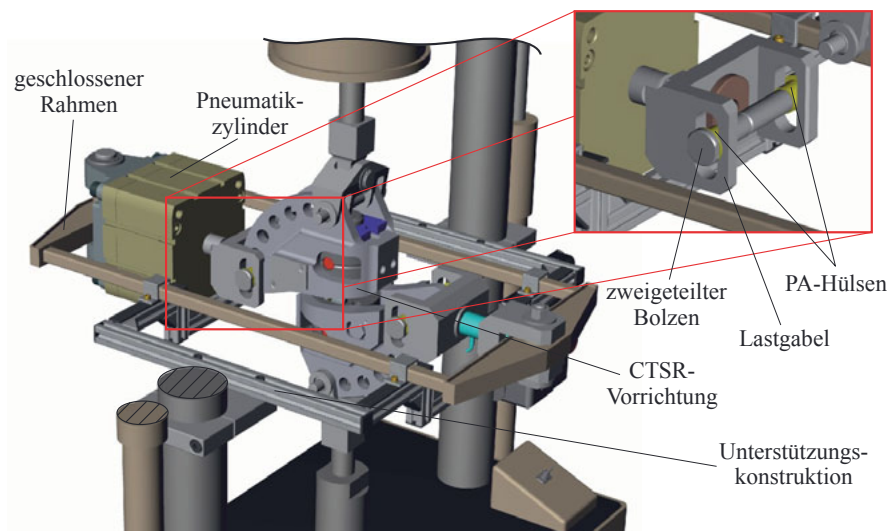
Das Ergebnis der FE-Analyse in Abbildung 6.4 zeigt die Verteilung der Vergleichsspannung nach VON MISES im betrachteten Rahmenteil. Die höchste Spannung ist unter der Lasteinleitung lokalisiert und beträgt dort  $\sigma_v = 226 \text{ MPa}$ . Da der Lastrahmen aus dem Baustahl S355JR

gefertigt wurde, liegt hier eine Sicherheit gegen plastische Verformung von  $S_F = 1,57$  vor und genügt damit dem vorgegebenen Sicherheitsfaktor von 1,5. Darüber hinaus sind die Vergleichsspannungen an zwei weiteren Stellen angegeben. Die Verformungen des Lastrahmens wurden anhand der Knotenpunktverschiebungen ermittelt. Daraus ergibt sich eine elastische Verformung des Lastrahmens in Kraftangriffsrichtung von 0,5 mm und senkrecht dazu in Symmetrieebene 1 (siehe Abbildung 6.3 a) eine elastische Verformung von 0,9 mm.



**Abbildung 6.4:** Vergleichsspannungen nach VON MISES im relevanten Bereich des Rahmens

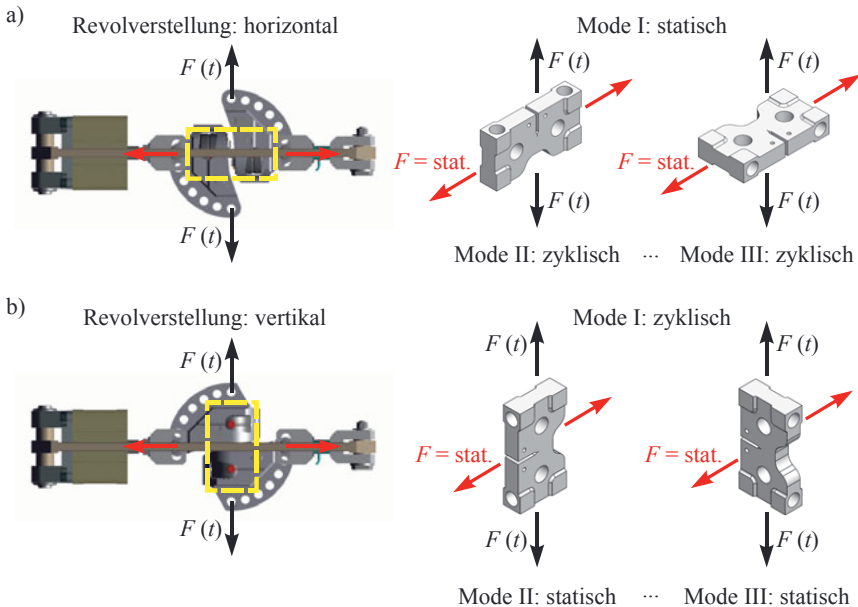
Das Gesamtkonzept zur Realisierung von nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchungen ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Dieses liegt auf einer Unterstützungs-konstruktion, welche mittels Klemmbacken an den Führungssäulen der Prüfmaschine befestigt ist, auf.



**Abbildung 6.5:** Gesamtversuchsaufbau mit Detailansicht von der Lastgabel

Die genaue Anbindung bzw. Kraftübertragung an die CTSR-Vorrichtung ist in der vergrößerten Detailansicht gezeigt. Hierbei ist der Bolzen aus Montagegründen zweigeteilt aufgebaut. Außerdem wurden auf die Bolzen Polyamidhülsen (PA-Hülsen) geschoben. Diese sollen die Reibung im System minimieren und den Rahmen von der CTSR-Vorrichtung elektrisch entkoppeln.

Mit Hilfe dieses Konzepts ist es nun möglich das Ermüdungsrissausbreitungsverhalten unter nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung an einer einachsigen Zug-Druck-Prüfmaschine experimentell zu untersuchen. Dabei sind zwei grundlegende Revolverstellungen (vgl. Abbildung 4.2) zu unterscheiden (siehe Abbildung 6.6). Ist die CTSR-Vorrichtung so eingebaut, dass der Revolver horizontal gerichtet ist (Abbildung 6.6 a)), dann wird über den Pneumatikzylinder eine statische Mode I-Beanspruchung erzeugt. In dieser Position lässt sich über den Lasteinleitungswinkel  $\beta$  der zyklische Beanspruchungsanteil an der nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchung von einer reinen Mode II-Beanspruchung in 15°-Schritten hin zu einer reinen Mode III-Beanspruchung einstellen.



**Abbildung 6.6:**

Mögliche nicht-proportionale Mixed-Mode-Beanspruchungen

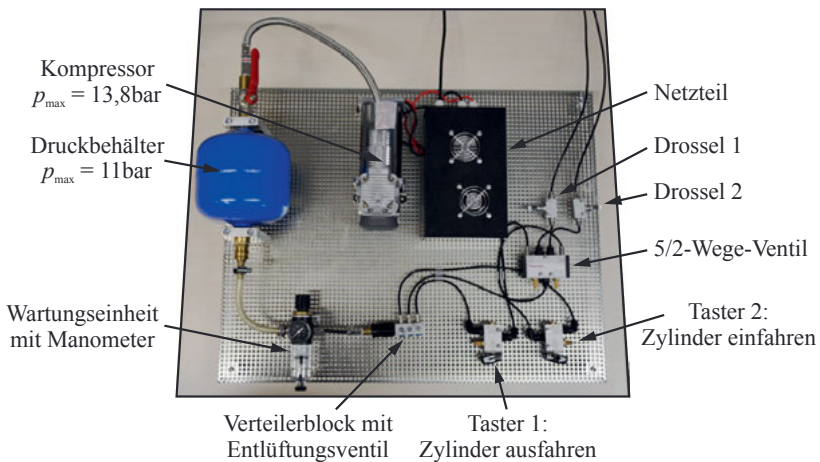
- horizontale Revolverstellung: statische Mode I-Beanspruchung kombiniert mit zyklischer Mode II-, Mode III- oder Mixed-Mode II + III-Beanspruchung
- vertikale Revolverstellung: zyklische Mode I-Beanspruchung kombiniert mit statischer Mode II-, Mode III- oder Mixed-Mode II + III-Beanspruchung

In der vertikalen Revolverstellung (Abbildung 6.6 b)) ist die Mode I-Beanspruchung zyklisch. Zu dieser kann wiederum über den Lasteinleitungswinkel  $\beta$  die statische Beanspruchungsart



von einer reinen Mode II-Beanspruchung in 15°-Schritten hin zu einer reinen Mode III-Beanspruchung überlagert werden.

Für den Betrieb des Pneumatikzylinders zur Aufbringung der statischen Kraft ist eine dauerhafte Bereitstellung eines Drucks von bis zu 10 bar erforderlich. Hierzu sind einige pneumatische Komponenten notwendig, deren Aufbau in Abbildung 6.7 zu sehen ist. Der Pneumatikschaltkreis besteht aus einem Kompressor vom Typ 380C der Firma VIAIR, der für die Druckluftversorgung zuständig ist und über das Netzteil gespeist wird. Weiterhin ist als Speicher ein Druckbehälter verbaut, woran eine Wartungseinheit mit einem Manometer anschließt. Darüber kann der gewünschte Druck und damit die Kraft stufenlos eingestellt werden. Des Weiteren gelangt über den Verteilerblock einerseits die Druckluft zu den Tastern 1 und 2 und andererseits kann hierdurch das komplette System über ein Ventil wieder entlüftet werden.



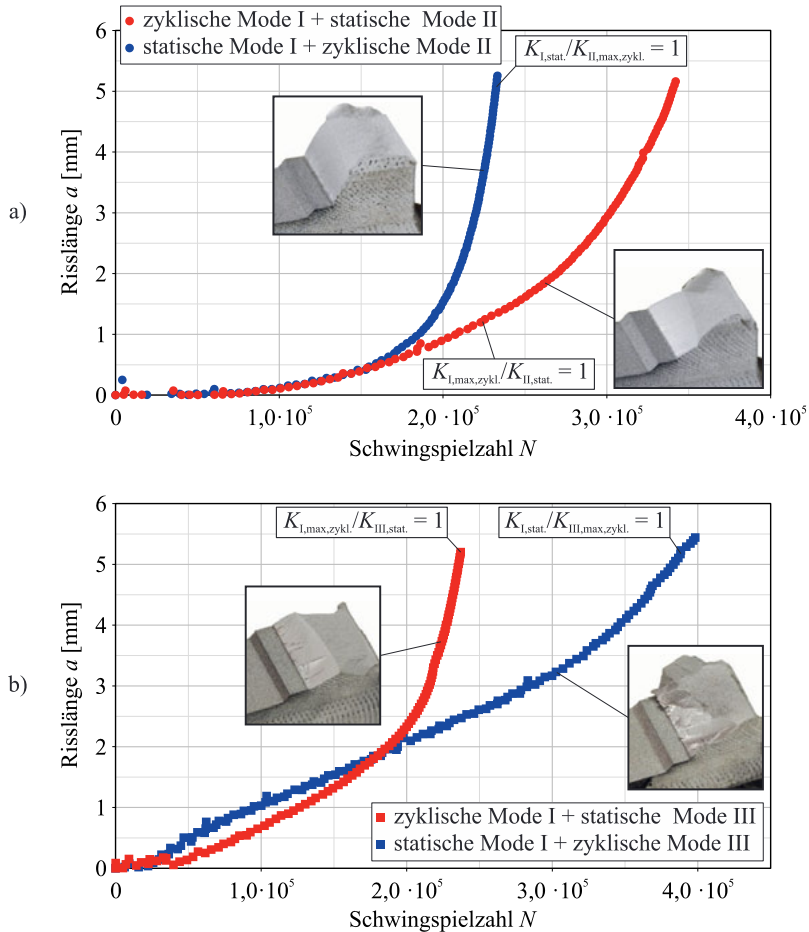
**Abbildung 6.7:** Aufbau des Pneumatikschaltkreises zum Betrieb des Zylinders

Mit Betätigen des Tasters 1 wird der Zylinder ausgefahren und somit eine statische Druckkraft aufgebaut. Durch Bedienen des Tasters 2 wird der Zylinder eingefahren, wodurch eine statische Zugkraft erzeugt wird. Das 5/2-Wege-Ventil steuert die getätigten Schaltvorgänge. Die Ein- und Ausfahrgeschwindigkeit des Zylinders wird über die Drosseln 1 und 2 geregelt bzw. eingestellt. Das gesamte System ist für einen maximalen Arbeitsdruck von  $p_A = 10$  bar ausgelegt.

## 6.2 Risswachstum bei nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung

Mit Hilfe des in Abschnitt 6.1 vorgestellten Vorrichtungskonzepts werden in diesem Abschnitt die Ergebnisse erster Risswachstumsuntersuchungen bei nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung an der Aluminiumknetlegierung EN AW-7075-T651 dargestellt. Hierzu zeigt Abbildung 6.8 unterschiedliche Risslängenverläufe in Abhängigkeit der Schwingspi-

zahl  $N$  ( $a$ - $N$ -Kurven). Die direkt aus der Kerbe initiierten Ermüdungsrisse resultieren aus außerphasig überlagerten Beanspruchungen, wobei sich diese aus einer statischen und einer zyklischen Beanspruchungskomponente zusammensetzen. Der zyklische Beanspruchungsanteil besitzt dabei einen sinusförmigen Verlauf mit einer Frequenz von 20 Hz und ein  $R$ -Verhältnis von 0,1.



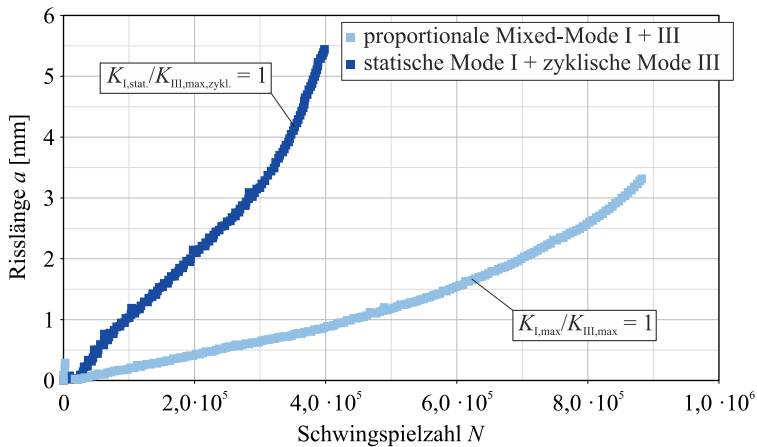
**Abbildung 6.8:**  $a$ - $N$ -Verläufe bei nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchungen  
 a) Risswachstumskurven bei nicht-proportionaler ebener Mixed-Mode  
 b) Risswachstumskurven bei nicht-proportionaler Mixed-Mode I + III

In Abbildung 6.8 a) werden die ermittelten  $a$ - $N$ -Kurven bei nicht-proportionaler ebener Mixed-Mode-Beanspruchung illustriert. Der maximale Spannungsintensitätsfaktor  $K_{max}$  beträgt sowohl von der statischen als auch von der zyklischen Beanspruchungskomponente

$K_{\text{stat.}} = K_{\text{max,zykl.}} = 90 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}}$ . Demzufolge ergeben sich folgende Spannungsintensitätsfaktorverhältnisse  $K_{\text{I,stat.}}/K_{\text{II,max,zykl.}} = 1$  sowie  $K_{\text{I,max,zykl.}}/K_{\text{II,stat.}} = 1$ , woran beide Kurven bezüglich ihrer Beanspruchung miteinander ähnlich sind. Aus den Risslängenverläufen lässt sich erkennen, dass die Superposition einer statischen Mode I-Beanspruchung mit einer zyklischen Mode II-Beanspruchung zu einem schnelleren Risswachstum führt verglichen mit der nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchungsüberlagerung aus einer zyklischen Mode I-Beanspruchung und einer statischen Mode II-Beanspruchung. Sobald ein Riss initiiert, wächst dieser in der Regel normalspannungsgesteuert, ergo begünstigt eine statische Mode I-Beanspruchungsüberlagerung in einer zyklischen Mode II-Beanspruchung das Risswachstum. Wohingegen eine statische Mode II-Beanspruchung in einer zyklischen Mode I-Beanspruchung eher einen Widerstand bzw. eine Behinderung des Risswachstums darstellt. Die dazugehörigen Bruchflächen aus Abbildung 6.8 a) zeigen, dass die jeweilige zyklische Beanspruchungskomponente bei der nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchung hinsichtlich der Rissausbreitungsrichtung dominiert. Für  $K_{\text{I,stat.}}/K_{\text{II,max,zykl.}} = 1$  resultiert demnach ein Rissabknickwinkel von  $\varphi_0 = 61,9^\circ$  und für  $K_{\text{I,max,zykl.}}/K_{\text{II,stat.}} = 1$  ein Abknickwinkel  $\varphi_0$  von  $\varphi_0 = 24,5^\circ$ .

Das Risswachstumsverhalten bei räumlichen außerphasigen Mixed-Mode-Beanspruchungen ist in Abbildung 6.8 b) dargestellt. Hierbei sind die  $a$ - $N$ -Kurven sowohl für eine Überlagerung einer zyklischen Mode I-Beanspruchung mit einer statischen Mode III-Beanspruchung als auch für die Überlagerung einer statischen Mode I-Beanspruchung mit einer zyklischen Mode III-Beanspruchung aufgetragen. Der maximale Spannungsintensitätsfaktor  $K_{\text{max}}$  der statischen sowie der zyklischen Beanspruchungskomponente beträgt hierbei  $K_{\text{stat.}} = K_{\text{max,zykl.}} = 155 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}}$ . Im Fall der Überlagerung einer zyklischen Mode I-Beanspruchung mit einer statischen Mode III-Beanspruchung war, wegen des hohen Mode I-Beanspruchungsniveaus, ein schnelles Risswachstum zu erwarten. Auch bei räumlichen außerphasigen Mixed-Mode-Beanspruchungen ist die Dominanz der zyklischen Beanspruchungskomponente vorhanden. So ist die Ermüdungsbruchfläche (siehe Abbildung 6.8 b)) bei überlagerter zyklischer Mode I- und statischer Mode III-Beanspruchung ähnlich zu der bei einer reinen zyklischen Mode I-Beanspruchung. Die Facetten, die sich aufgrund der statischen Mode III-Beanspruchung ausbilden, sind im Gegensatz zu reiner zyklischer Mode III-Beanspruchung in ihrer Gestalt deutlich feiner und flacher. Ein globaler Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  wurde hierbei nicht ermittelt. Lediglich eine Facette weist einen Facettenwinkel von  $\psi_F = 29,7^\circ$  auf. Zudem ist ein Rissabknicken unter einem Abknickwinkel von  $\varphi_0 = 21,6^\circ$  festgestellt worden. Vergleichsweise hierzu sieht die Ermüdungsbruchfläche der außerphasigen Beanspruchungsüberlagerung aus zyklischer Mode III- und statischer Mode I-Beanspruchung wesentlich rauer aus. Die entstandenen Facetten sind deutlich ausgeprägter und weisen einen durchschnittlichen Facettenwinkel von  $\psi_F = 39,9^\circ$  auf. Außerdem enthält die Bruchfläche einen Bereich, wo nur ein geringfügiges Rissverdrehen mit einem Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  von etwa  $4^\circ$  und einem Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  von ca.  $15^\circ$  stattgefunden hat. Eine Gegenüberstellung nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung mit proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung, zu sehen in Abbildung 6.9, stellt den Unterschied zwischen den verschiedenen Beanspruchungssituationen sehr deutlich hervor. Dargestellt sind die Risslängenverläufe ( $a$ - $N$ -Kurven) für eine nicht-proportionale und eine proportionale Mixed-Mode I + III-

Beanspruchung in Abhängigkeit von der Schwingenspielzahl. Die Komponenten der außerphasigen Mixed-Mode-Beanspruchung betragen  $K_{I,stat.} = K_{III,max,zykl.} = 155 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$  und der maximale Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_{V,max}$  der proportionalen Mixed-Mode I + III-Beanspruchung beträgt  $K_{V,max} = 155 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ . Es fällt auf, dass die nicht-proportionale Mixed-Mode-Beanspruchung für das Erreichen einer Risslänge von  $a = 3 \text{ mm}$  etwas mehr als ein Drittel der Schwingenspiele benötigt, wie eine ähnliche proportionale Mixed-Mode I + III-Beanspruchung. Ursächlich hierfür könnte die, durch die überlagerte statische Mode I-Beanspruchungskomponente hervorgerufene, Reibungsminimierung zwischen den einzelnen Facetten, gebildet durch den zyklischen Mode III-Beanspruchungsanteil, sein.



**Abbildung 6.9:**  $a$ - $N$ -Kurven: Vergleich zwischen proportionaler Mixed-Mode I + III-Beanspruchung und nicht-proportionaler Mixed-Mode I + III-Beanspruchung

Summa summarum zeigen diese ersten Risswachstumsuntersuchungen auf dem Gebiet nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchungen im Vergleich zu proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchungen deutliche Unterschiede hinsichtlich der Restlebensdauer sowie der Rissausbreitungspfade. Des Weiteren ist das Risswachstum bei nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung abhängig von den überlagerten Beanspruchungsarten sowie deren zeitlichen Verlauf.

## 7 ZUSAMMENFASSUNG UND FAZIT FÜR DIE PRAKTISCHE ANWENDUNG

Der bisherige Wissensgewinn und die Erkenntnisse auf dem Gebiet der Bruch- und Schadensforschung greifen auf eine lange Geschichte zurück. Dennoch liegen bis heute, wegen der Komplexität, nur wenige experimentell ermittelte Daten zum Risswachstumsverhalten bei kombinierten Beanspruchungen, insbesondere bei 3D-Mixed-Mode-Beanspruchungen vor. Da jedoch in der Praxis viele Bauteile überlagerten Beanspruchungen ausgesetzt sind, die zu Schäden führen können, sind zur Schadensvermeidung und zur vollständigen Charakterisierung eines überlagert beanspruchten Defekts im Bauteil weitere experimentelle Risswachstumsuntersuchungen bei räumlichen Mixed-Mode-Beanspruchungen erforderlich.

### 7.1 Zusammenfassung der Einzelergebnisse

Bei der bruchmechanischen Bewertung eines rissbehafteten Bauteils beziehen sich Ingenieure häufig auf vorhandene bruchmechanische Kennwerte sowie auf bestehende Hypothesen zur Vorhersage der stabilen und instabilen Rissausbreitung, aber auch zur Vorhersage der Risswachstumsrichtung. Einen wesentlichen Fokus dieser Arbeit stellt daher die experimentelle Kennwertermittlung zur Validierung vorhandener Hypothesen hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit bei realen Bauteilen und Strukturen dar. Die im Rahmen dieser Arbeit ermittelten Schwellenwerte für die Aluminiumknetlegierung EN AW-7075-T651 zeigen insgesamt eine gute Übereinstimmung mit der Hypothese nach RICHARD. Lediglich der Schwellenwert für reine Mode III-Beanspruchung  $\Delta K_{III,th}$  ist deutlich höher als die Hypothese nach RICHARD voraussetzt. Aber damit ist diese Hypothese weiterhin auf der konservativen Seite und kann folglich bedenkenlos für die bruchmechanische Nachweisführung herangezogen werden.

Eine Validierung der Hypothesen nach RICHARD, nach POOK sowie nach SCHÖLLMANN et al. erfolgte über eine Gegenüberstellung der vorhersagten Rissabknick- und Rissverdrehwinkel zu gemessenen Rissablenkwinkeln. Der Vergleich gemessener Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  mit allen im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Hypothesen zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. Bei der Vorhersage der Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  weisen die Hypothesen nach RICHARD und nach SCHÖLLMANN et al. eine bessere Genauigkeit auf. Die Hypothese nach POOK weicht mit zunehmendem Mode III-Anteil an der allgemein räumlichen Mixed-Mode-Beanspruchung deutlich von den gemessenen Rissabknickwinkeln ab. Insgesamt wurde ein etwas kleinerer Rissabknickwinkel  $\varphi_0$  mit einer maximalen Abweichung von ca.  $7^\circ$  zum vorhergesagten Wert gemessen.

Während der Nutzungsdauer eines Bauteils kann sich unter Umständen die Beanspruchungssituation lokal an einem Defekt bzw. Riss ändern und damit Auswirkungen auf die Bauteillebensdauer haben. Daher ist die experimentelle Untersuchung der Einflüsse und Auswirkungen

auf das Ermüdungsrisswachstumsverhalten infolge Belastungsrichtungsänderungen sowie Beanspruchungsniveauänderungen ein weiterer Schwerpunkt dieser Arbeit.

Ausgehend von einem Mode I-Risswachstum wurden hierbei Belastungsrichtungsänderungen untersucht, wobei einerseits die zyklische Kraftamplitude und andererseits der zyklische Vergleichsspannungsintensitätsfaktor konstant gehalten wurden. Aus diesen Untersuchungen lässt sich schlussfolgern, dass Richtungsänderungen der Belastung bzw. Beanspruchung das weitere Risswachstumsverhalten beeinflussen können. So treten Verzögerungseffekte des Risswachstums infolge Belastungsrichtungsänderungen dann auf, wenn es sich um eine dauerhafte und zugleich um eine deutliche Richtungsänderung handelt. Das heißt, dass bei den im Rahmen dieser Arbeit gewählten Belastungen und Beanspruchungen ein signifikanter Rissgeschwindigkeitsabfall und die damit einhergehende Lebensdauererhöhung sowohl bei Mode I-Mode II- als auch bei Mode I-Mode III-Belastungsrichtungsänderungen erst ab einem Spannungsintensitätsfaktorverhältnis ( $K_{II}/(K_I + K_{II})$  bzw.  $K_{III}/(K_I + K_{III})$ ) von 0,5 registriert wurden. Bei Mode I-Mode II-Belastungsrichtungsänderungen bedeutet dies einen Änderungswinkel der Belastungsrichtung von  $0^\circ$  auf  $75^\circ$  und bei Mode I-Mode III-Belastungsrichtungsänderungen einen Änderungswinkel der Belastungsrichtung von  $0^\circ$  auf  $60^\circ$ .

Um ähnliche lebensdauerverlängernde bzw. -verkürzende Effekte infolge Beanspruchungsniveauänderungen auf das Risswachstum zu untersuchen, wurden in ein Mode I-, Mode II- und Mode III-Grundlastniveau Mixed-Mode-Blocklasten eingestreut. Hierdurch sollte untersucht werden, inwiefern sich Beanspruchungsrichtungsänderungen und zeitgleich endliche Beanspruchungsniveauänderungen auf das Risswachstum auswirken. Die Ergebnisse dieser Untersuchungsreihe zeigen, dass Niveauänderungen der Beanspruchung Einfluss auf das Risswachstum des Grundlastniveaus haben können. Die größten Risswachstumsverzögerungen und damit die größten Gewinne hinsichtlich der Lebensdauer sind hierbei dann aufgetreten, wenn die Rissbeanspruchungsart der Blocklast mit der Rissbeanspruchungsart des Grundlastniveaus identisch war. Außerdem wurde festgestellt, dass eine reine Mode III-Blocklast keine Auswirkungen auf ein Mode I-Risswachstum im Grundlastniveau hat. Ebenso unbeeinflusst von Mode I-Mode II-Blocklasten verhält sich ein Riss im Mode II-Grundlastniveau. Im Gegensatz dazu zeigt ein Risswachstum im Mode III-Grundlastniveau Verzögerungseffekte bei jeder im Rahmen dieser Arbeit eingestreuten Mode I-Mode III-Blocklast auf.

Stets im Vordergrund der experimentellen Untersuchungen des Einflusses von 3D-Mixed-Mode-Beanspruchungen auf das Ermüdungsrissausbreitungsverhalten stand im Rahmen dieser Arbeit ebenfalls das Phänomen der Rissfrontsegmentierung, repräsentiert durch die Ausbildung von Facetten, infolge des Mode III-Anteils an der Gesamtspannungsintensität. Im Vergleich zu einer reinen Mode I-, Mode II- oder einer Kombinationsbeanspruchung der beiden unterscheidet sich durch diese Besonderheit der Rissausbreitungsvorgang bei reiner Mode III- oder bei einer Mixed-Mode-Beanspruchung in Anwesenheit einer Mode III-Beanspruchungskomponente signifikant. Daher ist hier eine Quantifizierung der Facetten anhand charakteristischer Größen vorgeschlagen und durchgeführt worden. Daraus lassen sich einige Tendenzen zur Facettenbildung erkennen. So ist mit steigendem Mode III-Anteil eine abnehmende Facettenanzahl beobachtet worden. Gleichzeitig nehmen die Facettenlänge  $d$ , der Facettenabstand  $c$  und die Breite  $e$  des Facettenüberbrückungsbereichs  $B$  zu. Die Messungen

der Facettenwinkel  $\psi_F$  ergaben mit einer Abweichung zwischen  $3^\circ$  und  $6^\circ$  im Mittel etwas niedrigere Verdrehwinkel als die Hypothese nach RICHARD für den globalen Rissverdrehwinkel  $\psi_0$  voraussagt. Lediglich die Abweichung des Facettenwinkels bei einem  $K_{III}/(K_I + K_{III})$ -Verhältnis von 0,37 fällt mit etwa  $10^\circ$  höher aus.

Außerdem ist im Rahmen dieser Arbeit hinsichtlich ebener Mixed-Mode-Beanspruchungen der Mittelspannungseinfluss auf das Rissabknickverhalten sowohl bei positiven aber speziell auch bei negativen  $R$ -Verhältnissen untersucht worden. Hierbei kam das entwickelte CTMM-Proben- und Vorrückungskonzept zum Einsatz. Die Ergebnisse dieser Experimente zeigen keine eindeutigen bzw. erkennbaren Auswirkungen variierender  $R$ -Verhältnisse auf den Rissabknickwinkel  $\varphi_0$ .

Angesichts der steigenden Relevanz in der Praxis, beispielsweise im Bereich der Rollkontakttermüdung, wurde in dieser Arbeit ein Konzept entwickelt und vorgestellt, welches die experimentelle Untersuchung des Risswachstums unter nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchungen ermöglicht und damit zumindest aus experimenteller Sicht das Forschungsfeld der nicht-proportionalen bzw. außerphasigen Mixed-Mode-Beanspruchungen in der Fachgruppe Angewandte Mechanik eröffnet. Erste Risswachstumsuntersuchungen auf diesem Gebiet zeigen neue Rissausbreitungsrichtungen auf. Zudem wird das Risswachstum bei außerphasiger Mixed-Mode-Beanspruchung von den überlagerten Beanspruchungsarten und deren zeitlichen Verlauf beeinflusst.

## 7.2 Anwendung auf Bauteile und Strukturen

Im Hinblick auf die praktische Anwendung der Erkenntnisse auf Bauteile und Strukturen kann folgendes festgehalten werden:

- Bei Ermüdungsbelastung im high-cycle-Bereich tritt Ermüdungsrisswachstum in der Regel senkrecht zur Hauptnormalspannung auf.
- Die Hypothesen  $\sigma'_I$  nach SCHÖLLMANN et al. und 3D-Kriterium nach RICHARD haben daher weitgehend Gültigkeit.
- Abweichungen der experimentellen Ergebnisse lassen sich bei überwiegender Mode II- und Mode III-Beanspruchung durch die Initiierung in eine neue Richtung sowie auftretende Rissflächenreibung erklären.
- Die größten Abweichungen bei überwiegender Mode III-Beanspruchung stehen insbesondere auch im Zusammenhang mit der Facettenbildung. Dabei ergibt sich eine Facettenorientierung senkrecht zur Hauptnormalspannung.
- Belastungsrichtungsänderungen und Belastungsniveaueänderungen führen zu diskontinuierlichem Risswachstum mit bei hohem Mixed-Mode-Anteil deutlichen Verzögerungen des Ermüdungsrisswachstums.

- Gegenüber den experimentell ermittelten Ergebnissen sind sowohl das  $\sigma_1^I$ -Kriterium nach SCHÖLLMANN et al. als auch das 3D-Kriterium nach RICHARD konservativ und können demzufolge selbst bei auftretenden Reihenfolgeeffekten herangezogen werden.
- Erste Untersuchungen bei nicht-proportionalen Mixed-Mode-Beanspruchungen zeigen neue Risswachstumspfade auf. Es lohnt sich diese Thematik weiterhin zu untersuchen.



ANHANG

Tabelle A.1: Koeffizienten der Kalibrierkurven für EN AW-7075-T651 (CTSR-Probe)

Koeffizienten	Mode I	Mode II	Mode III
$A_0$	0,7147516	1,028951	2,506353
$A_1$	-1,761412	-2,543992	-7,056687
$A_2$	2,830932	3,498723	8,559848
$A_3$	-1,578663	-1,810395	-4,279005
$A_4$	0,2999759	0,3265226	0,7694913

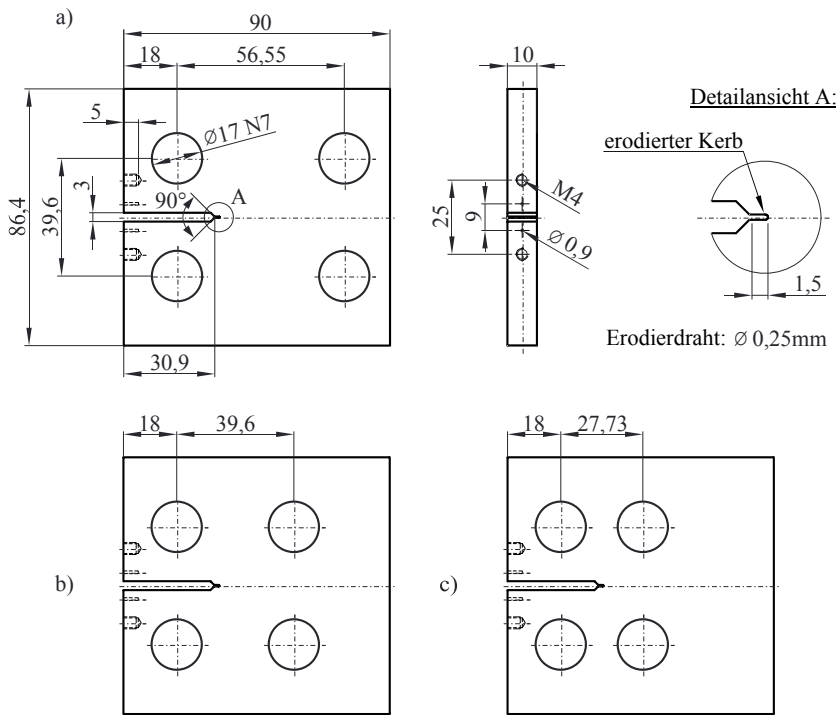


Abbildung A.1: Abmessungen der CTMM-Probenvarianten  
a) CTMM-35° mit Seitenansicht und Detail  
b) CTMM-45°: (nur von a) verschiedene Abmessungen dargestellt)  
c) CTMM-55°: (nur von a) verschiedene Abmessungen dargestellt)

**Tabelle A.2:** Koeffizienten der Geometriefaktorfunktionen für die CTMM-Probenvarianten

Koef.	CTMM-35°		CTMM-45°		CTMM-55°		CTMM-90°
	$Y_I$	$Y_{II}$	$Y_I$	$Y_{II}$	$Y_I$	$Y_{II}$	$Y_I$
<i>A</i>	21669,1	7277,16	242905	-31359,8	1040990	402756	2262,2
<i>B</i>	-50388,9	-21634,6	-480731	44442,6	-1714960	-766349	-5899,2
<i>C</i>	46391,4	26198,0	386423	-17085,7	1150930	609196	6380,2
<i>D</i>	-21007,9	-16515,9	-160392	-3419,83	-399887	-258971	-3584,7
<i>E</i>	4719,89	5716,14	35988,8	4132,66	75165,8	62104,3	1105,8
<i>F</i>	-433,45	-1030,75	-4086,17	-1053,87	-7123,65	-7968,11	-173,42
<i>G</i>	10,27	75,82	184,58	89,9	263,79	427,51	15,91

**Tabelle A.3:** Koeffizienten der Kalibrierkurven für 34CrNiMo6 (CTMM-Probenvarianten)

Koeffizienten	CTMM-35°	CTMM-45°	CTMM-55°	CTMM-90°
$A_0$	-11,7004	-53,8315	-42,1926	-10,2511
$A_1$	33,0425	174,301	145,948	28,1994
$A_2$	-34,9840	-211,756	-189,674	-28,9075
$A_3$	16,9507	114,878	110,098	13,5575
$A_4$	-3,10873	-23,3947	-23,9784	-2,39818

**Tabelle A.4:** Chemische Zusammensetzung der Aluminiumlegierung EN AW-7075-T651 [DIN09]

Masseanteil in %								
Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Sonstige
0,4	0,5	1,2 - 2,0	0,3	2,1 - 2,9	0,18 - 0,28	5,1 - 6,1	0,2	0,15

**Tabelle A.5:** Chemische Zusammensetzung des Vergütungsstahls 34CrNiMo6 [IC12]

Masseanteil in %							
C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni
0,3 – 0,38	≤ 0,4	0,5 – 0,8	≤ 0,025	≤ 0,035	1,3 – 1,7	0,15 – 0,3	1,3 – 1,7
0,33	0,17	0,57	0,008	0,006	1,56	0,27	1,66

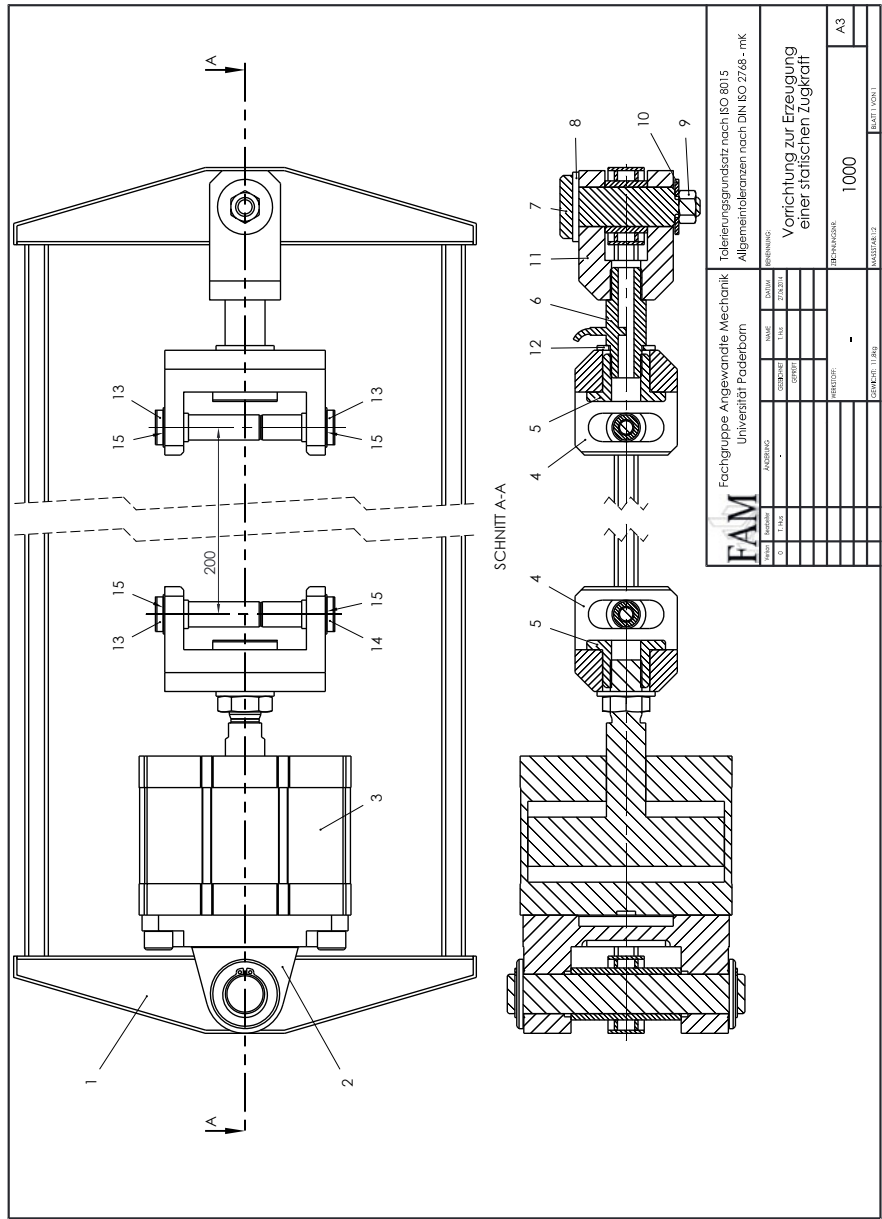


Abbildung A.2: Zusammenbau der Vorrichtung



**LITERATURVERZEICHNIS**

- [Alt13] ALTHEN GMBH MESS- UND SENSORTECHNIK: Datenblatt Kraftaufnehmer ALF14. Version 1.06, 2013
- [AST08] ASTM: Annual Book of ASTM Standards 2008. Section 3: Metals Test Methods and Analytical Procedures, Volume 3.01, Metals – Mechanical Testing; Elevated and Low-Temperature Tests; Metallography, E647-08, 2008
- [AST09] ASTM: Annual Book of ASTM Standards 2009. Section 3: Metals Test Methods and Analytical Procedures, Volume 3.01, Metals – Mechanical Testing; Elevated and Low-Temperature Tests; Metallography, E399-09, 2009
- [Bar04] BARTSCH, H.-J.: Taschenbuch Mathematischer Formeln. 20. Auflage, Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2004
- [BLR76] BERNARD, P. J.; LINDLEY, T. C.; RICHARDS, C. E.: Mechanisms of Overload Retardation During Fatigue Crack Propagation. In: WIE, R. P.; STEPHENS, R. I. (Editors): Fatigue Crack Growth Under Spectrum Loads, ASTM STP 595. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1976, pp. 78-97
- [BP93] BLUMENAUER, H.; PUSCH, G.: Technische Bruchmechanik. 3. Auflage, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, Stuttgart, 1993
- [BR00] BUCHHOLZ, F.-G.; RICHARD, H. A.: Optimisation of the AFM-specimen with respect to advanced fracture and fatigue investigations. In: KISHIMOTO, K.; NAKAMURA, T.; AMAYA, K. (Editors): Meso-Mechanical Aspects of Material Behavior. Symposium to Honor Professor Aoki's 60<sup>th</sup> Birthday, Yufuin, Oita, Japan, 21-23.08.2000, pp. 1-17
- [BR04] BUCHHOLZ, F.-G.; RICHARD, H. A.: From Compact Tension Shear (CTS) to All Fracture Modes (AFM) Specimen and Loading Devices. In: Indian Institute of Science, Bangalore (Editor): CD-ROM Proceedings of the International Conference on Advances in Structural Integrity (ICASI – 2004), Bangalore, India, 14-17.07.2004

- [Bro85] BROICHHAUSEN, J.: Schadenskunde: Analyse und Vermeidung von Schäden in Konstruktion, Fertigung und Betrieb. Hanser-Verlag, München, 1985
- [BRR14] BÜRGEL, R.; RICHARD, H. A.; RIEMER, A.: Werkstoffmechanik – Bauteile sicher beurteilen und Werkstoffe richtig einsetzen. 2. Auflage, Springer Vieweg Verlag, Wiesbaden, 2014
- [Buc08] BUCHHOLZ, F.-G.: Virtuelle Risssschließungsintegral-Methoden: 30 Jahre Weiterentwicklung und Anwendungen in der Bruchmechanik. In: 40. Vortragsveranstaltung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, Themenschwerpunkt: Zuverlässigkeit von Bauteilen durch bruchmechanische Bewertung: Regelwerke, Anwendungen und Trends, Stuttgart 19./20.02.2008, DVM-Bericht Band 240, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V., 2008, S. 163-174
- [BX10] BÜHLER, M. J.; XU, Z.: Mind the helical crack. In: Nature, Volume 464, 2010, pp. 42-43
- [CL14] CAMBONIE, T.; LAZARUS, V.: Quantification of the crack fragmentation resulting from mode I + III loading. In: Procedia Materials Science, Volume 3, 2014, pp. 1816-1821
- [CR00] CAMPBELL, J. P.; RITCHIE, R. O.: Mixed-mode, high-cycle fatigue-crack growth thresholds in Ti-6Al-4V: I. A comparison of large- and short-crack behavior. In: Engineering Fracture Mechanics, Volume 67, 2000, pp. 209-227
- [DIN03] DIN EN 485-3:2003, Aluminium und Aluminiumlegierungen – Bänder, Bleche und Platten – Teil 3: Grenzabmaße und Formtoleranzen für warmgewalzte Erzeugnisse. 2003
- [DIN07] DIN EN 10083-3:2007, Vergütungsstähle – Teil3: Technische Lieferbedingungen für legierte Stähle. 2007
- [DIN09] DIN EN 573-3:2009, Aluminium und Aluminiumlegierungen – Chemische Zusammensetzung und Form von Halbzeug – Teil 3: Chemische Zusammensetzung und Erzeugnisformen. 2009
- [DIN10] DIN EN 485-1:2010, Aluminium und Aluminiumlegierungen – Bänder, Bleche und Platten – Teil 1: Technische Lieferbedingungen. 2010

- [DIN93] DIN EN 515:1993, Aluminium und Aluminiumlegierungen – Halbzeug. Bezeichnungen der Werkstoffzustände. 1993
- [Erd00] ERDOGAN, F.: Fracture Mechanics. In: International Journal of Solids and Structures, Volume 37, 2000, pp. 171-183
- [Fes14] FESTO AG & Co. KG: Datenblatt Kompaktzylinder ADN-125. 2014
- [FKM09] FKM-Richtlinie: Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile. 3. Ausgabe, VDMA-Verlag, Frankfurt, 2009
- [FKM12] FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile. 6. Auflage, VDMA-Verlag, Frankfurt, 2012
- [FNF03] FORTH, S. C.; NEWMAN, J. C.; FORMAN, R. G.: On generating fatigue crack growth thresholds. In: International Journal of Fatigue, Volume 25, 2003, pp. 9-15
- [Gri21] GRIFFITH, A. A.: The phenomena of rupture and flow in solids. Phil. Trans. Royal Soc. London A221, 1921, S. 163-198
- [Gro95] GROSCH, J.: Schadenskunde im Maschinenbau: Charakteristische Schadensursachen – Analyse und Aussagen von Schadensfällen. 2. Auflage, expert-Verlag, Renningen – Malsmheim, 1995
- [GS07] GROSS, D.; SEELIG, T.: Bruchmechanik. 4. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2007
- [Hah76] HAHN, H. G.: Bruchmechanik – Einführung in die theoretischen Grundlagen. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1976
- [Hai06] HAIBACH, E.: Betriebsfestigkeit – Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006
- [HBH13] HEIM, H.-P.; BIERMANN, D.; HOMBERG, W.: Functionally Graded Materials in Industrial Mass Production. Volume 2, Verlag Wissenschaftliche Scripten, Auerbach, 2013

- [Hea85] HEARN, E. J.: Mechanics of Materials – An Introduction to the Mechanics of Elastic and Plastic Deformation of Solids and Structural Components, Volume 2. 2. Auflage, Pergamon Press, Kronberg-Taunus, 1985
- [Hen90] HENN, K.: Ein Beitrag zur Lebensdauervorhersage von Bauteilen mit Rissen. Dissertation, Universität Kaiserslautern, 1990
- [HRL88] HENN, K.; RICHARD, H. A.; LINNIG, W.: Fatigue crack growth under Mixed-Mode and Mode II cyclic loading. Proceedings 7<sup>th</sup> European Conference on Fracture, ECF 7 in Budapest. In: CZOBOLY, E. (Editor): Failure Analysis – Theory and Practice, Volume 2, EMAS Ltd., London, 1988, pp. 1104-1113
- [IC12] INSPECTION CERTIFICATE: Abnahmeprüfzeugnis 3.1 nach DIN EN 10204:2005, Nr. Z67649-1/0/12, Chargen-Nr. 099876, Stahl-, Walz- und Hammerwerk Karl Diederichs KG, Remscheid, 2012
- [Irw57] IRWIN, G. R.: Analysis of stresses and strains near the end of crack traversing a plate. In: Journal of Applied Mechanics, Volume 54, 1957, pp. 361-364
- [Irw58] IRWIN, G. R.: Fracture. In: Handbuch der Physik, Band VI: Elastizität und Plastizität, (Hrsg. FLÜGGE, S.), Springer-Verlag, Berlin, 1958, S. 551-590
- [Klo12] KLOSTER, V.: Charakterisierung und Validierung des Ermüdungsrisssverhaltens bei überwiegend negativen R-Verhältnissen im Hinblick auf eine sichere Bauteilauslegung. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik, Band 334, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2012
- [Kna70] KNAUSS, W. G.: An observation of crack propagation in anti-plane shear. In: International Journal of Fracture, Volume 6, 1970, pp. 183-187
- [KRW+13] KULLMER, G.; RICHARD, H. A.; WANG, C.; EBERLEIN, A.: Numerische Untersuchungen zur Ermittlung der Rissablenkungs- und Rissverdrehungswinkel bei allgemeiner Mixed-Mode-Belastung. In: 45. Vortragsveranstaltung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, Themenschwerpunkt: Bruchmechanische Bauteilbewertung: Beanspruchungsanalyse, Prüfmethoden und Anwendungen, Berlin 19./20.02.2013, DVM-Bericht Band 245, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V., 2013, S. 59-68



- [LKW+89] LINNIG, W.; KULLMER, G.; WINGENBACH, M.; RICHARD, H. A.: Rechnergesteuerte Risslängenmessung mit Hilfe der Gleichstrompotentialmethode. In: Vorträge der Tagung Werkstoffprüfung, Bad Nauheim 07./08.12.1989, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e. V., 1989, S. 115-124
- [LMR10] LIN, B.; MEAR, M. E.; RAVI-CHANDAR, K.: Criterion for initiation of cracks under mixed-mode I + III loading. In: International Journal of Fracture, Volume 165, 2010, pp. 175-188
- [LR90] LINNIG, W.; RICHARD, H. A.: A new concept for mixed mode fatigue crack growth predictions. Proceedings of 8<sup>th</sup> European Conference on Fracture, ECF 8, Fracture Behavior and Design of Materials and Structures, Turin, 1990
- [LRR+89] LINNIG, W.; RICHARD, H. A.; RÜBBELKE, L.; HENN, K.: Bestimmung von Risswachstumsraten bei mehrachsiger Belastung. In: 21. Vortragsveranstaltung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, Themenschwerpunkt: Bruchmechanische Kennwerte für die Bauteilbewertung, Bad Nauheim 27./28.02.1989, DVM-Bericht Band 221, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V., 1989, S. 307-318
- [Mat15] MATELECT LTD: Matelect DCM-2 Instruction Manual. Version 27, Harefield, Middlesex, 2015
- [MR98] MAY, B.; RICHARD, H. A.: FRANC/FAM – Ein Simulationsprogramm für Ermüdungsrissswachstum. In: 30. Vortragsveranstaltung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, Themenschwerpunkt: Unterkritisches Risswachstum, Dresden 17./18.02.1998, DVM-Bericht Band 230, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V., 1998, S. 323-332
- [Mur87] MURAKAMI, Y.: Stress Intensity Factors Handbook. Volume 1, Volume 2, Pergamon Press, Oxford, 1987
- [Nau76] NAUMANN, F. K.: Das Buch der Schadensfälle: Untersuchen – Beurteilen – Vermeiden. Dr. Riederer – Verlag GmbH, Stuttgart, 1976
- [NCR02] NALLA, R. K.; CAMPBELL, J. P.; RITCHIE, R. O.: Mixed-mode, high-cycle fatigue-crack growth thresholds in Ti-6Al-4V: Role of small cracks. In: International Journal of Fatigue, Volume 24, 2002, pp. 1047-1062

- [Nie11] NIENDORF, J.: Untersuchungen zur Lebensdauer gekerbter Strukturen bei zyklischer Belastung. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik. Band 330, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2011
- [NSD+05] NEWMAN, J. C.; SCHNEIDER, J.; DANIEL, A.; MCKNIGHT, D.: Compression pre-cracking to generate near threshold fatigue-crack-growth rates in two aluminum alloys. In: International Journal of Fatigue, Volume 27, 2005, pp. 1432-1440
- [NY10] NEWMAN, J. C.; YAMADA, Y.: Compression precracking methods to generate near-threshold fatigue-crack-growth-rate data. In: International Journal of Fatigue, Volume 32, 2010, pp. 879-885
- [PE63] PARIS, P.; ERDOGAN, F.: A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. In: Journal of Basic Engineering 85, 1963, pp. 528-534
- [PGA61] PARIS, P. C.; GOMEZ, M. P.; ANDERSON, W. E.: A rational analytic theory of fatigue. In: Trend in Engineering, Volume 13, 1961, pp. 9-14
- [PK10] PONS, A. J.; KARMA, A.: Helical crack-front instability in mixed-mode fracture. In: Nature, Volume 464, 2010, pp. 85-89
- [Pla97] PLANK, R.: Ermüdungsrisssausbreitung unter nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik, Band 207, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1997
- [Poo10] POOK, L. P.: Five decades of crack path research. In: Engineering Fracture Mechanics, Volume 77, 2010, pp. 1619-1630
- [Poo71] POOK, L. P.: The effect of crack angle on fracture toughness. In: Engineering Fracture Mechanics, Volume 3, 1971, pp. 205-218
- [Poo85] POOK, L. P.: The fatigue crack direction and threshold behavior of mild steel under mixed Mode I and III loading. In: International Journal of Fatigue, Volume 7, No. 1, 1985, pp. 21-30
- [Poo89] POOK, L. P.: The Significance of Mode I branch cracks for mixed mode fatigue crack growth threshold behaviour. In: BROWN, M. W.; MILLER, K. J. (Editors): Biaxial and Multiaxial Fatigue, Mechanical Engineering Publications, 1989 (EGF Publication 3), pp. 247-263

- [Poo93] POOK, L. P.: A finite element analysis of the angle crack specimen. In: ROSSMANITH, H. P.; MILLER, K. J. (Editors): Mixed-Mode Fatigue and Fracture, Mechanical Engineering Publications, 1993 (ESIS 14), pp. 285-302
- [Poo95] POOK, L. P.: On fatigue crack paths. In: International Journal of Fatigue, Volume 17, No. 1, 1995, pp. 5-13
- [PPV+14] POKLUDA, J.; PIPPAN, R.; VOJTEK, T.; HOHENWARTER, A.: Near-threshold behaviour of shear-mode fatigue cracks in metallic materials. In: Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 37, 2014, pp. 232-254
- [PSD82] POLLARD, D. D.; SEGALL, P. E.; DELANEY, P. T.: Formation and interpretation of dilatant echelon cracks. In: Geological Society of America Bulletin, Volume 93, 1982, pp. 1291-1303
- [RBK+03] RICHARD, H. A.; BUCHHOLZ, F.-G.; KULLMER, G.; SCHÖLLMANN, M.: 2D- and 3D-Mixed Mode Fracture Criteria. In: BUCHHOLZ, F.-G.; RICHARD, H. A.; ALIABADI, M. H. (Editors): Advances in Fracture and Damage Mechanics, Trans Tech Publications, (Key Engineering Materials, Volumes 251-252), Zürich, 2003, pp. 251-260
- [RES13] RICHARD, H. A.; EBERLEIN, A.; SCHIRMEISEN, N.-H.: Experiments on cracks under spatial loading. In: Proceedings of 13<sup>th</sup> International Conference on Fracture, ICF13, 16.06.-21.06.2013, Beijing, China, 2013
- [RFB+03] RICHARD, H. A.; FULLAND, M.; BUCHHOLZ, F.-G.; SCHÖLLMANN, M.: 3D Fracture Criteria for Structures with Cracks. In: steel research 74, No. 8/2003, Verlag Stahleisen GmbH, Düsseldorf, 2003, pp. 491-497
- [RFS05] RICHARD, H. A.; FULLAND, M.; SANDER, M.: Theoretical crack path prediction. In: Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 28, 2005, pp. 3-12
- [RHB06] RÖSLER, J.; HARDERS, H.; BÄKER, M.: Mechanisches Verhalten der Werkstoffe. 2. Auflage, Teubner Verlag, Wiesbaden, 2006
- [RHL88] RICHARD, H. A.; HENN, K.; LINNIG, W.: Über das Ausbreitungsverhalten von abgeknickten Ermüdungsrisen. In: VIII. Symposium "Verformung und Bruch", Teil 1, Magdeburg, 1988, S. 72-77

- [Ric01] RICHARD, H. A.: Major aspects of Mixed-Mode problems. In: CD-ROM Proceedings of ICF10, Honolulu, 2001
- [Ric02] RICHARD, H. A.: Bruchgrenzen und Schwellenwerte bei Mixed-Mode-Beanspruchung. In: 34. Vortragsveranstaltung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, Themenschwerpunkt: Fortschritte der Bruch- und Schädigungsmechanik. Schwellenwerte der Bruchmechanik, Freiberg 19./20.02.2002, DVM-Bericht Band 234, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V., 2002, S. 47-56
- [Ric03a] RICHARD, H. A.: Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis bei Bauteilen mit Rissen unter Mixed-Mode-Beanspruchung. Materialprüfung 45, 2003, S. 513-518
- [Ric03b] RICHARD, H. A.: Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis bei Mixed-Mode-Beanspruchung von Rissen. In: 35. Vortragsveranstaltung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, Themenschwerpunkt: Fortschritte der Bruch- und Schädigungsmechanik. Simulationenmethoden der Bruchmechanik, Freiberg 18./19.02.2003, DVM-Bericht Band 235, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V., 2003, S. 199-212
- [Ric79] RICHARD, H. A.: Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren aus spannungsoptisch bestimmten Kerbspannungen. Dissertation, Universität Kaiserslautern, 1979
- [Ric83] RICHARD, H. A.: Praxisgerechte Simulation des Werkstoff- und Bauteilverhaltens durch überlagerte Zug-, ebene Schub- und nichtebene Schubbelastung von Proben. Jahrestagung '83 Werkstoff – Bauteil – Schaden der VDI-Gesellschaft Werkstofftechnik, München, 1983, S. 269-274
- [Ric85] RICHARD, H. A.: Bruchvorhersagen bei überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung von Rissen. In: VDI-Forschungsheft Band 631. Düsseldorf, VDI-Verlag, 1985, S. 1-60
- [RK77] RYBICKI, E. F.; KANNINEN, M. F.: A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral. In: Engineering Fracture Mechanics, Volume 9, 1977, S. 931-938
- [RK90] RICHARD, H. A.; KUNA, M.: Theoretical and experimental study of superimposed fracture modes I, II and III. In: Engineering Fracture Mechanics, Volume 35, No. 6, 1990, pp. 949-960

- [RLH91] RICHARD, H. A.; LINNIG, W.; HENN, K.: Fatigue crack propagation under combined loading. *Forensic Engineering*, Volume 3, 1991, pp. 99-109
- [RMS98] RICHARD, H. A.; MAY, B.; SCHÖLLMANN, M.: Prediction of crack growth under complex loading with the software system FRANC/FAM. In: BROWN, M. W.; DE LOS RIOS, E. R.; MILLER, K. J. (Editors): *Fracture from Defects*. EMAS Publishing, West Midlands, UK, 1998, pp. 1071-1076
- [RR68] RICE, J. R.; ROSENGREN, G. F.: Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Volume 16, 1968, S. 1-12
- [RS12] RICHARD, H. A.; SANDER, M.: *Ermüdungsrisse: Erkennen, sicher beurteilen, vermeiden*. 3. Auflage, Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 2012
- [RS13] RICHARD, H. A.; SANDER, M.: *Technische Mechanik. Festigkeitslehre: Lehrbuch mit Praxisbeispielen, Klausuraufgaben und Lösungen*. 4. Auflage, Springer Vieweg Verlag, Wiesbaden, 2013
- [RSB+03] RICHARD, H. A.; SCHÖLLMANN, M.; BUCHHOLZ, F.-G.; FULLAND, M.: Comparison of 3D fracture criteria. In: 35. Vortragsveranstaltung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, Themenschwerpunkt: Fortschritte der Bruch- und Schädigungsmechanik. Simulationsmethoden der Bruchmechanik, Freiberg 18./19.02.2003, DVM-Bericht Band 235, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V., 2003, S. 327-340
- [RSE12] RICHARD, H. A.; SCHIRMEISEN, N.-H.; EBERLEIN, A.: Experimental investigations on mixed-mode-loaded cracks. In: *Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference of Crack Paths*, Gaeta, Italien, 2012
- [RSE+13] RICHARD, H. A.; SCHRAMM, B.; EBERLEIN, A.; KULLMER, G.: Cracks under Mixed Mode loading: Questions and solutions for isotropic and graded materials. In: *Proceedings of 13<sup>th</sup> International Conference on Fracture*, ICF13, 16.06.-21.06.2013, Beijing, China, 2013
- [RSF+01] RICHARD, H. A.; SCHÖLLMANN, M.; FULLAND, M.; SANDER, M.: Experimental and numerical simulation of mixed-mode crack growth. In: FREITAS, M. M. de (Editor): *Proceedings of the 6<sup>th</sup> Conference of Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture*. Volume 2, Lisboa, Portugal, June 25-28, 2001, pp. 623-630

- [RV07] RADAJ, D.; VORMWALD, M.: Ermüdungsfestigkeit: Grundlagen für Ingenieure. 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2007
- [San03] SANDER, M.: Einfluss variabler Belastung auf das Ermüdungsrisswachstum in Bauteilen und Strukturen. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik. Band 287, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2003
- [Sch01] SCHÖLLMANN, M.: Vorhersage des Risswachstums in ebenen und räumlichen Strukturen mittels numerischer Simulation. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik, Band 269, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2001
- [Sch09] SCHIJVE, J.: Fatigue of Structures and Materials. 2. Auflage, Springer Science+Business Media B. V., Dordrecht, 2009
- [Sch12] SCHIRMEISEN, N.-H.: Risswachstum unter 3D-Mixed-Mode-Beanspruchung. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik, Band 335, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2012
- [Sch14] SCHRAMM, B.: Risswachstum in funktional gradierten Materialien und Strukturen. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik. Band 339, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2014
- [Sch80] SCHWALBE, K.-H.: Bruchmechanik metallischer Werkstoffe. Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1980
- [SKF+01] SCHÖLLMANN, M.; KULLMER, G.; FULLAND, M.; RICHARD, H. A.: A new criterion for 3D crack growth under mixed-mode (I+II+III) loading. In: FREITAS, M. M. de (Editor): Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture, Volume 2, Lisboa, Portugal, June 25-28, 2001, pp. 589-596
- [Som69] SOMMER, E.: Formation of fracture 'lances' in glass. In: Engineering Fracture Mechanics, Volume 1, 1969, pp. 539-546
- [SR02] SANDER, M.; RICHARD, H.A.: Effects of block loading and mixed mode loading on the fatigue crack growth. In: BLOM, A. F. (Editor): Fatigue 2002, Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Fatigue Congress, Stockholm, 2002, pp. 2895-2902

- [SR04] SANDER, M.; RICHARD, H. A.: Automatisierte Ermüdungsrissoausbreitungsversuche. In: Materialprüfung 46, 2004, S. 22-26
- [SR05] SANDER, M.; RICHARD, H. A.: Finite element analysis of fatigue crack growth with interspersed mode I and mixed mode overloads. In: International Journal of Fatigue, Volume 27, 2005, pp. 905-913
- [SR09] SCHIRMEISEN, N.-H.; RICHARD, H. A.: Weiterentwicklung der AFM-Probe zur experimentellen Analyse räumlicher Mixed-Mode-Beanspruchung von Rissen. In: 41. Vortragsveranstaltung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, Themenschwerpunkt: Bruchmechanische Werkstoff- und Bauteilbewertung: Beanspruchungsanalyse, Prüfmethoden und Anwendungen, Wuppertal 17./18.02.2009, DVM-Bericht Band 241, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V., 2009, S. 211-220
- [SRK+02] SCHÖLLMANN, M.; RICHARD, H. A.; KULLMER, G.; FULLAND, M.: A new criterion for the prediction of crack development in multiaxially loaded structures. In: International Journal of Fracture 117, 2002, pp. 129-141
- [Sur91] SURESH, S.: Fatigue of materials. Cambridge University Press, Cambridge, 1991
- [SV75] STOCKERT, L.; VOLZ, R. A.: Eisenbahnunfälle – Ein Beitrag zur Eisenbahnbetriebslehre. Roland Volz Verlag, Velbert, 1975
- [TP02] TABERNIG, B.; PIPPAN, R.: Determination of the length dependence of the threshold for fatigue crack propagation. In: Engineering Fracture Mechanics 69, 2002, pp. 899-907
- [TPI73] TADA, H.; PARIS, P. C.; IRWIN, G. R.: The Stress Analysis of Cracks Handbook. Del Research Corporation, Hellertown, Pennsylvania, 1973
- [TS88] TSCHEGG, E. K.; SURESH, S.: Mode III Fracture of 4340 Steel: Effects of Tempering Temperature and Fracture Surface Interference. In: Metallurgical and Materials Transactions A, Volume 19A, 1988, pp. 3035-3043
- [TYB94] TONG, J.; YATES, R.; BROWN, M.W.: The significance of mean stress on the fatigue crack growth threshold for mixed mode I-II loading. In: Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Volume 17, No. 7, 1994, pp. 829-838

- [TYB96] TONG, J.; YATES, R.; BROWN, M.W.: Some aspects of fatigue thresholds under mode III and mixed mode III and I loadings. In: *International Journal of Fatigue*, Volume 18, No. 5, 1996, pp. 279-285
- [VP12] VOJTEK, T.; POKLUDA, J.: Paths of Shear-mode Cracks in Ferritic and Austenitic Steel. In: *Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference of Crack Paths*, Gaeta, Italy, 2012
- [VPH+13] VOJTEK, T.; PIPPAN, R.; HOHENWARTER, A.; HOLÁN, L.; POKLUDA, J.: Near-threshold propagation of mode II and mode III fatigue cracks in ferrite and austenite. In: *Acta Materialia*, Volume 61, 2013, pp. 4625-4635
- [Wie11] WIEDEMEIER, B.: Einsatzmöglichkeiten bruchmechanischer Konzepte bei der Entwicklung und Verbesserung von Rohrprodukten aus hochfesten Werkstoffen. *Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 18, Mechanik, Bruchmechanik. Band 332*, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2011
- [Win94] WINGENBACH, M.: Lebensdauervorhersage scharf gekerbter Bauteile – Ein Beitrag zur Erweiterung der schadenstoleranten Bauteilauslegung. *Dissertation*, Universität Paderborn, 1994



### Online-Shops



**Fachliteratur und mehr -  
jetzt bequem online recher-  
chieren & bestellen unter:  
[www.vdi-nachrichten.com/](http://www.vdi-nachrichten.com/)  
Der-Shop-im-Ueberblick**



**Täglich aktualisiert:  
Neuerscheinungen  
VDI-Schriftenreihen**



Im Buchshop von [vdi-nachrichten.com](http://vdi-nachrichten.com) finden Ingenieure und Techniker ein speziell auf sie zugeschnittenes, umfassendes Literaturangebot.

Mit der komfortablen Schnellsuche werden Sie in den VDI-Schriftenreihen und im Verzeichnis lieferbarer Bücher unter 1.000.000 Titeln garantiert fündig.

Im Buchshop stehen für Sie bereit:

### **VDI-Berichte** und die Reihe **Kunststofftechnik**:

Berichte nationaler und internationaler technischer Fachtagungen der VDI-Fachgliederungen

### **Fortschritt-Berichte VDI**:

Dissertationen, Habilitationen und Forschungsberichte aus sämtlichen ingenieurwissenschaftlichen Fachrichtungen

### **Newsletter „Neuerscheinungen“:**

Kostenfreie Infos zu aktuellen Titeln der VDI-Schriftenreihen bequem per E-Mail

### **Autoren-Service:**

Umfassende Betreuung bei der Veröffentlichung Ihrer Arbeit in der Reihe Fortschritt-Berichte VDI

### **Buch- und Medien-Service:**

Beschaffung aller am Markt verfügbaren Zeitschriften, Zeitungen, Fortsetzungsreihen, Handbücher, Technische Regelwerke, elektronische Medien und vieles mehr – einzeln oder im Abo und mit weltweitem Lieferservice

## Die Reihen der Fortschritt-Berichte VDI:

- 1 Konstruktionstechnik/Maschinenelemente
  - 2 Fertigungstechnik
  - 3 Verfahrenstechnik
  - 4 Bauingenieurwesen
- 5 Grund- und Werkstoffe/Kunststoffe
  - 6 Energietechnik
  - 7 Strömungstechnik
- 8 Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik
  - 9 Elektronik/Mikro- und Nanotechnik
  - 10 Informatik/Kommunikation
  - 11 Schwingungstechnik
- 12 Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik
  - 13 Fördertechnik/Logistik
- 14 Landtechnik/Lebensmitteltechnik
  - 15 Umwelttechnik
  - 16 Technik und Wirtschaft
- 17 Biotechnik/Medizintechnik
- 18 Mechanik/Bruchmechanik
- 19 Wärmetechnik/Kältetechnik
- 20 Rechnerunterstützte Verfahren (CAD, CAM, CAE CAQ, CIM ...)
  - 21 Elektrotechnik
  - 22 Mensch-Maschine-Systeme
- 23 Technische Gebäudeausrüstung

ISBN 978-3-18-334418-5