

Fortschritt-Berichte VDI

VDI

Reihe 8

Mess-,
Steuerungs- und
Regelungstechnik

Nr. 1263

Dipl.-Ing. Matthias Joost,
Süderwalsede

Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme



Berichte des Instituts für elektrische
Antriebe, Leistungselektronik und
Bauelemente der Universität Bremen

Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme

Vom Fachbereich für Physik und Elektrotechnik
der Universität Bremen

zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTOR-INGENIEUR (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Matthias Joost
aus Süderwalsede

Referent:	Prof. Dr.-Ing. Bernd Orlik
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Jan Wenske
Eingereicht am:	07. 11. 2017
Tag des Promotionskolloquiums:	24. 04. 2018

Fortschritt-Berichte VDI

Reihe 8

Mess-, Steuerungs-
und Regelungstechnik

Dipl.-Ing. Matthias Joost,
Süderwalsede

Nr. 1263

Regelung elastisch
gekoppelter
Mehrmassensysteme



Berichte des Instituts für elektrische
Antriebe, Leistungselektronik und
Bauelemente der Universität Bremen

Joost, Matthias

Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme

Fortschr.-Ber. VDI Reihe 08 Nr. 1263. Düsseldorf: VDI Verlag 2018.

184 Seiten, 96 Bilder, 14 Tabellen.

ISBN 978-3-18-526308-8 ISSN 0178-9546,

€ 67,00/VDI-Mitgliederpreis € 50,30.

Für die Dokumentation: Mehrmassensystem – Modellvereinfachung – Robuste Regelung – Reibung – Belastungsreduktion

Elastisch gekoppelte Mehrmassensysteme bilden einen häufig vorkommenden Anwendungsfall. Ungenau bekannte Parameter und Einflüsse erschweren die Regelung. Daher sind robuste Regler erforderlich. Diese Regler sollten jedoch möglichst einfach gehalten werden, um den Entwurf zu vereinfachen und den Rechenaufwand zu minimieren. Stark wechselnde Torsionsbelastungen können zudem die Lebensdauer dieser Systeme wesentlich beeinträchtigen. In dieser Arbeit werden daher zum einen auf Basis reduzierter Ersatzsysteme entworfene H_∞-optimale Zustandsregler und Verfahren untersucht. Zum anderen wird ein belastungsreduzierender Drehmomentenregler mit adaptiver Begrenzung vorgestellt, der es erlaubt, die auftretenden Torsions- bzw. Stoßbelastungen wesentlich zu verringern.

Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter www.dnb.de abrufbar.

Bibliographic information published by the Deutsche Bibliothek

(German National Library)

The Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie (German National Bibliography); detailed bibliographic data is available via Internet at www.dnb.de.

Dissertation Universität Bremen

© VDI Verlag GmbH · Düsseldorf 2018

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Fotokopie, Mikrokopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, im Internet und das der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 0178-9546

ISBN 978-3-18-526308-8

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für elektrische Antriebe, Leistungselektronik und Bauelemente (IALB) der Universität Bremen.

An erster Stelle möchte ich hier meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernd Orlik, für die Möglichkeit zur Anfertigung dieser Dissertation, für das entgegengebrachte Vertrauen, seine beständige Unterstützung sowie die wertvollen Denkanstöße danken. Ohne ihn wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Meinem Korreferenten, Herrn Prof. Dr.-Ing. Jan Wenske, danke für sein Interesse an dieser Arbeit, für die anregenden Diskussionen und interessanten Hinweise.

Frau Elke Krüger danke ich für ihre Unterstützung und die Durchsicht dieser Arbeit.

Ebenfalls möchte ich allen Kolleginnen und Kollegen, sowie Studierenden am Institut für die gute und konstruktive Zusammenarbeit, ihre Hilfsbereitschaft, sowie die vielen hilfreichen Diskussionen danken.

Mein besonderer Dank gilt meinen Eltern, die es mir ermöglicht haben, diesen Weg zu gehen und dieses Ziel zu erreichen.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	III
Formelzeichen und Abkürzungen	VII
Einleitung	1
1 Problemstellung und Stand der Forschung.....	2
2 Modellbildung für die robuste Regelung.....	6
2.1 Reibung.....	6
2.2 Lose	10
2.3 Struktur des Mehrmassensystems	11
3 Robuste Regelung.....	13
3.1 Grundsätzliche Forderungen an eine Regelung.....	13
3.2 Beschreibung der Modellunsicherheiten	15
3.3 Robustheitskriterien	16
3.4 Frequenzabhängige Formulierung der Forderungen an die Regelung.....	19
3.5 Mixed-Sensitivity Ansatz	21
3.6 H_{∞} -Reglerentwurf	23
3.7 Reglerberechnung.....	26
3.8 Eliminierung des internen Zustandsbeobachters	30
4 Modellbildung für den H_{∞}-Reglerentwurf.....	32
4.1 Vollständiges, lineares Steckenmodell.....	32
4.2 Reduziertes Entwurfsmodell	36
4.3 Simulation zum Modellvergleich.....	43
5 Versuchsergebnisse mit der H_{∞}-Regelung am Prüfstand	51
5.1 Beschreibung des Prüfstands	51
5.2 H_{∞} -Regler mit direkter Zustandsrückführung	53
5.3 H_{∞} -Regler mit zusätzlichem Beobachter	70
6 Simulationsergebnisse der Regelung an einem Fünfmassensystem.....	87
6.1 H_{∞} -Regler mit direkter Zustandsrückführung	88
6.2 H_{∞} -Regler mit zusätzlichem Beobachter	95

7 Reibungskompensation für die robuste Regelung niedriger Ordnung von Mehrmassensystemen.....	102
7.1 Modellierung der Reibung	102
7.2 Prinzip der verwendeten Reibungskompensation	103
7.3 H_{∞} -Regler mit Reibungskompensation	104
7.4 H_{∞} -Regler mit weiter vereinfachter Reibungskompensation.....	106
7.5 H_{∞} -Regelung mit Beschleunigungsmessung für die Reibungskompensation	108
8 H_{∞}-optimale robuste PI-Kaskadenregelung.....	113
8.1 Genetische Algorithmen	115
8.2 Differentielle Evolution	120
8.3 Partikelschwarmoptimierung	123
9 Übersicht über die bisher erzielten Ergebnisse	126
10 Modellbildung für die belastungs- reduzierende Regelung.....	128
11 Reglerentwurf	131
11.1 Ruckregelung	131
11.2 Berücksichtigung der Stellgrößenbeschränkung	133
11.3 Simulationsergebnisse	137
11.4 Experimentelle Ergebnisse am Prüfstand	143
12 Regelung mit Beobachter	148
12.1 Simulationsergebnisse der Regelung mit Beobachter.....	150
12.2 Versuchsergebnisse am Prüfstand	154
13 Anwendung der Regelung bei Windenergieanlagen	159
13.1 Beschreibung des Prüfstands	159
13.2 Beobachter für das Torsionsmoment auf Basis eines Einmassensystems	160
13.3 Experimentelle Ergebnisse	163
14 Zusammenfassung und Ausblick	167
15 Literaturverzeichnis	170

Formelzeichen und Abkürzungen

<u>A</u>	Systemmatrix
<u>B</u>	Eingangsvektor bzw. -matrix
<u>C</u>	Ausgangsvektor bzw. -matrix
<u>C_m</u>	Ausgangsvektor bzw. -matrix der gemessenen Größen
<u>C_i</u>	Federkonstante der Feder i
<u>C_{Ni}</u>	normierte Federkonstante der Feder i
<u>D</u>	Durchgriffsvektor bzw. -matrix
<u>D_i</u>	Dämpfungskonstante der Feder i
<u>E</u>	Störeingangsvektor bzw. -matrix
<u>F</u>	Gewichtungsfaktor für das Verfahren der differentiellen Evolution bzw. Vorfilter einer Zustandsrückführung
<u>F(s)</u>	Führungsübertragungsfunktion
<u>G(s)</u>	Übertragungsfunktion des Entwurfsmodells
<u>G⁰(s)</u>	Übertragungsfunktion des realen Systems
<u>H</u>	Hamiltonmatrix
<u>I</u>	Einheitsmatrix
<u>K</u>	Rückführvektor bzw. -matrix
<u>K_P</u>	Verstärkungsfaktor des Proportionalanteils eines PI-Reglers
<u>K_I</u>	Verstärkungsfaktor des Integralanteils eines PI-Reglers
<u>L</u>	Korrekturvektor bzw. -matrix eines Beobachters
<u>N</u>	Normalkraft
<u>P(s)</u>	verallgemeinertes Mehrgrößensystem zum Reglerentwurf
<u>R(s)</u>	Übertragungsfunktion des Reglers
<u>R_G</u>	Gleitreibungskraft
<u>R_{H max}</u>	maximale Haftreibungskraft
<u>R_L</u>	linear geschwindigkeitsabhängige Reibungskraft
<u>S(s)</u>	Störübertragungsfunktion
<u>T_i</u>	Zeitkonstante Nr. i
<u>W_{i(s)}</u>	frequenzabhängige Gewichtungsfunktion Nr. i
<u>X_∞</u>	Lösung der Matrix-Riccati-Gleichung (3.49)
<u>Y_∞</u>	Lösung der Matrix-Riccati-Gleichung (3.50)
<u>a</u>	kontakter Faktor für die Reibungskompensation
<u>b</u>	multiplikativer Faktor für die Reibungskompensation
<u>c₁, c₂</u>	Parameter für das Verfahren der Partikelschwarmoptimierung
<u>e</u>	Regelabweichung
<u>k_i</u>	Komponenten des Rückführvektor bzw. -matrix
<u>m</u>	Drehmoment
<u>m(s)</u>	Messstörung

m_a	Antriebsdrehmoment
m_0	Nenndrehmoment
m_L	Lastdrehmoment
m_R	Reibungsdrehmoment
m_T	Torsionsdrehmoment
\dot{m}_T	Zeitliche Ableitung des Torsionsdrehmomentes
\ddot{m}_T	Zweite Zeitliche Ableitung des Torsionsdrehmomentes
m_w	Widerstands drehmoment
n_0	Nenndrehzahl
\vec{p}_i	Aktuell beste Position eines Partikels für das Verfahren der Partikel-schwarmoptimierung
\vec{p}_g	Aktuell beste Position in der Nachbarschaft eines Partikels für das Verfahren der Partikel-schwarmoptimierung
r_1, r_2	Zufallszahlen für das Verfahren der Partikel-schwarmoptimierung
r_L	Proportionalitätsfaktor der linearen Reibung
u	Stellgröße
\ddot{u}	Übersetzungsverhältnis
u_c	Zusätzliche Stellgröße zur Reibungskompensation
\vec{u}	Vektor der Eingangsgrößen
\vec{u}_i	Rekombinierter Parametervektor („Individuum“) für das Verfahren der differentiellen Evolution
v	Geschwindigkeit
\vec{v}_i	modifizierter Parametervektor („mutiertes Individuum“) für das Verfahren der differentiellen Evolution bzw. Geschwindigkeit eines Partikels für das Verfahren der Partikel-schwarmoptimierung
w	Führungsgröße bzw. Parameter für das Verfahren der Partikel-schwarm-optimierung
\vec{x}	Zustandsvektor
\vec{x}_i	Parametervektor („Individuum“) für das Verfahren der differentiellen Evolution bzw. Position eines Partikels für das Verfahren der Partikel-schwarmoptimierung
\vec{x}^*	Aktuell bester Parametervektor („bestes Individuum“) für das Verfahren der differentiellen Evolution
y	Ausgangsgröße
\vec{y}	Vektor der Ausgangsgrößen
\vec{y}_m	Vektor der gemessenen Größen
z	Störgröße

$\gamma_a(s)$	Schranke für die additive Modellunsicherheit
$\gamma_m(s)$	Schranke für die multiplikative Modellunsicherheit
$\Delta_a(s)$	additiven Modellunsicherheit
$\Delta_m(s)$	multiplikative Modellunsicherheit
$\Delta\varepsilon$	Positions- bzw. Winkeldifferenz
$\Delta\varepsilon_{max}$	maximale Positions- bzw. Winkeldifferenz
ε	Position bzw. Verdrehwinkel
ε_N	normierte Position bzw. Verdrehwinkel
ε_0	Nenn- bzw. Betzugsposition/ -verdrehwinkel
ε_{modell}	Position bzw. Verdrehwinkel des Modells ohne nichtlineare Reibung
ε_{sys}	Position bzw. Verdrehwinkel des realen Systems
Θ_i	Massenträgheit der Masse i
λ	Eigenwerte einer Matrix
μ_G	Gleitreibungskoeffizient
μ_H	Haftreibungskoeffizient
μ_L	linearer Reibungskoeffizient
$\bar{\sigma}(\underline{A})$	größter Singulärwert der Matrix \underline{A}
φ	Losewinkel
ω	Winkelgeschwindigkeit
ω_N	normierte Winkelgeschwindigkeit
ω_{res}	Resonanzfrequenz bzw. –winkelgeschwindigkeit
$\dot{\omega}$	Winkelbeschleunigung

\hat{X}	beobachteter bzw. geschätzter Wert einer allg. Größe X
X_{ers}	Größe X in einem Ersatzmodell

DFG	Deutsche Forschungsgemeinschaft
MA/FR	Ersatzmodelltyp (durch Verschieben der mittleren Massen auf die Antriebsseite und Anpassung der Ersatzfederkonstante an die niedrigste Resonanzfrequenz des Originalsystems gebildet)
ML/FR	Ersatzmodelltyp (durch Verschieben der mittleren Massen auf die Lastseite und Anpassung der Ersatzfederkonstante an die niedrigste Resonanzfrequenz des Originalsystems gebildet)
MV/FR	Ersatzmodelltyp (durch Verteilender mittleren Massen und Anpassung der Ersatzfederkonstante an die niedrigste Resonanzfrequenz des Originalsystems gebildet)

MA/FZ	Ersatzmodelltyp (durch Verschieben der mittleren Massen auf die Antriebsseite und Bestimmung der Ersatzfederkonstante durch Zusammenfassen der Federkonstanten des Originalsystems)
ML/FZ	Ersatzmodelltyp (durch Verschieben der mittleren Massen auf die Lastseite und Bestimmung der Ersatzfederkonstante durch Zusammenfassen der Federkonstanten des Originalsystems)
MV/FZ	Ersatzmodelltyp (durch Verteilender mittleren Massen und Bestimmung der Ersatzfederkonstante durch Zusammenfassen der Federkonstanten des Originalsystems)
PT ₁	Verzögerungsglied erster Ordnung
PT ₂	Verzögerungsglied zweiter Ordnung

X

Einleitung

In einer Vielzahl von technischen Anwendungen treten elektrische und mechanische Komponenten auf, die elastisch gekoppelte Mehrmassensysteme bilden. Beispiele hierfür sind u. a. die Antriebsstränge in Produktionsanlagen, Werkzeugmaschinen oder Windenergieanlagen. Bild 0.1 zeigt ein prinzipielles Beispiel eines solchen Systems.

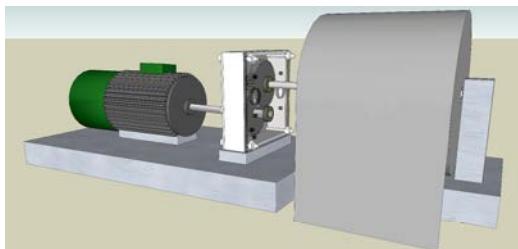


Bild 0.1: Beispiel eines elastisch gekoppelten Mehrmassensystems

In der Praxis sind die Parameter dieser mechanischen Übertragungsstrecke meist nur ungenau bekannt. Diese Systeme stellen durch die Elastizitäten der Verbindungs-elemente, wie Kupplungen und Wellen, schwingfähige Systeme dar. Beispielsweise sind die Antriebsstränge von Windenergieanlagen durch Wechselbelasten und aero-elastische Schwingungen der Rotorblätter starken mechanischen Belastungen ausgesetzt.

Erschwerend können noch Lose und Reibung hinzukommen und in Verbindung mit den Elastizitäten zu Dauerschwingungen bzw. Stoßbelastungen führen. Dies kann z. B. durch ein wiederholtes Stehenbleiben und anschließendes Losbrechen aus der Reibung, dem sogenannten „Slip-Stick- Effekt“, verursacht werden.

Es ist daher zum einen notwendig, für diese Systeme robuste Regelungen zu entwerfen, die das System auch bei ungenauer Kenntnis der Struktur und Parameter mindestens stabilisieren. Diese Regelungen sollen zudem von möglichst niedriger Komplexität sein, um dadurch den Rechenaufwand gering zu halten.

Zum anderen stellt die belastungsreduzierende Regelung solcher Systeme eine weitere wichtige und häufig auftretende regelungstechnische Aufgabe dar. Ziel ist es hier, die Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme mit hoher Genauigkeit und Dynamik zu ermöglichen, aber gleichzeitig die auftretenden Belastungen so zu begrenzen, dass Verschleiß minimiert und die Lebensdauer der Systeme möglichst verlängert wird. Daher wird in dieser Arbeit neben der robusten Regelung auch die Frage der Belastungsreduzierung für solche Systeme mit regelungstechnischen Mitteln behandelt.

1 Problemstellung und Stand der Forschung

Die Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme erfolgt in industriellen Anwendungen meist in einer Kaskadenregelung. Eine typische Kaskade enthält als innersten Kreis meist eine Strom- bzw. Drehmomentregelung, die in dieser Arbeit jedoch nicht betrachtet wird. Dieser ist eine Drehzahlregelung überlagert. Die Drehzahl wird mit einem PI-Regler geregelt. Eine Lageregelung kann durch eine der Drehzahlregelung überlagerte P-Regelung erfolgen, so dass eine P/PI-Kaskadenregelung entsteht [1]. Meist wird versucht, auf lastseitige Sensoren zu verzichten und ausschließlich an der Antriebsseite zu messen. Um dennoch die lastseitige Lage bzw. Drehzahl regeln zu können, ist für eine solche Konstellation mit alleiniger Messung an der Antriebsseite ein Beobachter für die nicht messbaren Systemzustände notwendig.

Die Reglersynthese erfolgt üblicherweise anhand von Modellen der Regelstrecke. Die Güte dieser Streckenmodelle hat direkten Einfluss auf die entworfene Regelung. In der Praxis sind jedoch häufig weder die Parameter der mechanischen Übertragungsstrecke genau bekannt, noch sind alle Details des realen Systems bei der Modellbildung berücksichtigt. In industriellen Anwendungen bleiben Nichtlinearitäten bei der Reglerauslegung im Allgemeinen unberücksichtigt. Dies führt jedoch zu Schwierigkeiten, da bei der konventionellen Regelung eines elastisch gekoppelten, mit Lose behafteten Mehrmassensystems insbesondere bei geringem Lastmoment bzw. im Leerlauf Grenzschwingungen oder Grenzzyklen auftreten. Die Minderung dieser Grenzschwingungen wird üblicherweise durch eine Reduzierung der Kreisverstärkung im Drehzahlregelkreis erreicht. Diese hebt jedoch die aktiven Dämpfungs-eigenschaften der Regelung nahezu auf [2]. Lose kann durch konstruktive Maßnahmen oft einfacher klein gehalten werden als Reibung [1]. Übliche Maßnahmen sind z. B. Verspannung, durch diese wird allerdings der Verschleiß erhöht. Konstruktive Maßnahmen gegen Lose und Reibung sind jedoch in den meisten Fällen kostspielig. Es ist daher von großer Bedeutung, mit regelungstechnischen Mitteln Verbesserungen zu erreichen, die maschinenbauliche Maßnahmen unterstützen, vereinfachen oder sogar ersetzen können. Dies spricht grundsätzlich für die Verwendung robuster Regler, die auch Systeme mit sowohl Struktur- als auch Parameterunsicherheiten sicher stabilisieren können. Auf der anderen Seite bietet sich in dieser Situation auch die Verwendung einer belastungsreduzierenden Regelung an, um die Lebensdauer der Systeme möglichst zu verlängern.

Ein leistungsfähiges Werkzeug zur Lösung des Problems der robusten Regelung ist eine H_{∞} -optimale Regelung, wie sie z. B. in [2] beschrieben ist. Unglücklicherweise steigt die Ordnung eines H_{∞} -Reglers proportional mit der Ordnung der Regelstrecke. H_{∞} -Regler sind deshalb für Strecken höherer Ordnung nur schwer realisierbar. Um eine niedrige H_{∞} -Reglerordnung zu erhalten, wird der Regler gegebenenfalls später einem Ordnungsreduktionsverfahren unterzogen (s. [3]). Diese Vorgehensweise setzt

jedoch ein genaues Modell der Regelstrecke voraus, welches in der Praxis aber im Allgemeinen nicht zur Verfügung steht.

Auf der anderen Seite treten in Mehrmassensystemen, wie z. B. Werkzeugmaschinen oder Antriebssträngen von Windenergieanlagen, aufgrund der Elastizitäten in den Kopplungselementen sowie äußerer Störgrößen Belastungen auf, die auch bei hinreichend genauer Kenntnis und Modellierung der Regelstrecke eine Herausforderung darstellen.

Beispielsweise stellt die im Antriebsstrang einer Windenergieanlage auftretende mechanische Torsion eine wesentliche Belastung dar. Treten zudem starke äußere Störungen auf, wie dies bei Windenergieanlagen durch den Einfluß des turbulenten Windes der Fall ist, kann ein zu hohes oder zu schnell wechselndes Torsionsmoment im Antriebsstrang leicht zu Beschädigungen und Ausfällen der Anlage führen. Eine massivere Konstruktion würde dem zwar entgegenwirken, ist aber häufig nicht realisierbar und mit zu hohen Kosten verbunden. Es ist daher wünschenswert, das auftretende Torsionsmoment durch regelungstechnische Maßnahmen zu minimieren bzw. zu begrenzen, um so zu einer längeren Lebensdauer der jeweiligen Systeme beizutragen.

Eine schwingungsdämpfende Regelung wurde in [4] vorgestellt. Dort wird durch eine Rückführung im Drehzahlregelkreis das Verhalten eines PT₁-Gliedes erzwungen, um so eine Anregung im Resonanzbereich zu vermeiden. Brandenburg beschreibt in [5] eine Zustandsregelung für ein Zweimassensystem. Weitere Regelkonzepte zur aktiven Schwingungsdämpfung für Dreimassensysteme, darunter auch H_{∞} -optimale Regler auf Basis von [6], wurden in [7] vorgestellt.

All diesen Ansätzen ist gemeinsam, dass bisher der Einfluß dynamischer Lastwechsel bzw. der Beschleunigungsänderungen unberücksichtigt geblieben ist. Insbesondere in Getrieben können die dadurch auftretenden Kraftstöße zu Schäden an der Verzahnung oder an den Lagern führen. Um diese Schäden und Stoßbelastungen zu vermeiden, wird die Regelung solcher Antriebsstränge meist relativ langsam ausgelegt oder die Stellgröße tiefpassgefiltert, um schnelle Änderungen zu verhindern.

Die bisherigen Verfahren sehen keine Begrenzung der Torsionsbelastung vor. Das Torsionsmoment wird lediglich zur Verbesserung der Dämpfung genutzt. Weiterhin ist anzumerken, dass das Torsionsmoment im Allgemeinen nicht als Messgröße zur Verfügung steht und daher durch geeignete Beobachter ermittelt werden muss.

Unter anderem im Rahmen zuvor durchgeführter Untersuchungen an elastisch gekoppelten Mehrmassensystemen, wie z. B. [2] oder [8] zeigt sich, dass sich zwar durch eine geeignete Regelung die Dynamik des Antriebsstranges steigern lässt, damit jedoch impulsförmige Änderungen des Torsionsmoments verbunden sind. Damit ergibt sich die Problemstellung, das Torsionsmoment nicht nur zur aktiven Schwingungsdämpfung zurückzuführen, sondern es als Regelgröße einer unterlagerten Torsionsmomentregelung zu beeinflussen bzw. zu begrenzen.

Ausgehend von diesem Stand der Forschung wird in dieser Arbeit zunächst eine robuste, H_∞ -optimale Regelung für ein Mehrmassensystem mit verteilter Lose und Reibung mit nur ungenau bekannten Parametern behandelt. Diese Fragestellung wurde auch im Rahmen eines von der DFG geförderten Forschungsprojektes (s. [9]) bearbeitet. Aufbauend auf den in [10] erzielten Ergebnissen wird untersucht, unter welchen Bedingungen und mit welcher Leistungsfähigkeit solche Mehrmassensysteme mit Parameterunsicherheiten mit einem H_∞ -Regler bzw. einer H_∞ -optimalen, klassischen PI-Kaskadenregelung in Kombination mit einer nichtlinearen Reibungskompensation geregelt werden können, die von vornherein für ein näherungsweise zugrundegelegtes Zweimassenersatzsystem dimensioniert sind.

Grundsätzlich lässt sich mit Hilfe der Gewichtungsfunktionen ein Frequenzbereich von Resonanzfrequenzen angeben, für den der robuste H_∞ -Regler auszulegen ist [11]. Es wird gezeigt, wie dazu die Gewichtungsfunktionen in geeigneter Weise zu wählen sind und inwieweit die unterschiedlichen Resonanzfrequenzen des Mehrmassensystems über die Wahl der Gewichtungsfunktionen in den H_∞ -Reglerentwurf auf der Grundlage eines vereinfachten Zweimassensystemmodells einbezogen werden können. Weiterhin wurde die Kombination des Zweimassen- H_∞ -Reglers mit einer nichtlinearen Reibungskompensation für das Mehrmassensystem untersucht.

Eine weitere Möglichkeit, eine robuste, H_∞ optimale Regelung geringer Ordnung zu entwickeln, ist die Festlegung auf Regler fester Struktur. Die in praktischen Anwendungen vorzugsweise eingesetzte Regelungsstruktur ist eine PI-Kaskadenregelung [12]. Im weiteren Verlauf des Forschungsvorhabens wird daher eine H_∞ -optimale PI-Kaskadenregelung entwickelt. Durch die Festlegung auf diese Reglerstruktur ist eine relativ geringe Reglerordnung determiniert und der Reglerentwurf wird auf ein Parameteroptimierungsproblem reduziert. Die Struktur der Regelung entspricht einer gewöhnlichen Kaskadenregelung. Neu dabei ist, dass die Parameteroptimierung bezüglich Dynamik und Robustheit mit Hilfe der H_∞ -Norm erfolgt. Ziel ist es, durch neue, H_∞ -optimale Parameteroptimierungsverfahren nur ungenau bekannte Mehrmassensysteme auch mit den in der antriebstechnischen Praxis üblichen Regelungsstrukturen mit geringer Ordnung erfolgreich und robust regeln zu können.

Hier bieten moderne Optimierungsverfahren einen vielversprechenden Ansatz. Bisher wurden z. B. in [13] genetische Algorithmen zur Optimierung der Positionsregelung eines Zweimassensystems im Sinne der H_∞ -Norm verwendet. Regelgröße ist dort die antriebsseitige Position. In dieser Arbeit wurde ermittelt, inwieweit dieser Ansatz auch für eine Regelung der lastseitigen Position von Mehrmassensystemen geeignet ist. Weiterhin wurden andere Optimierungsverfahren auf ihre Anwendbarkeit auf das Problem der robusten PI-Kaskadenregelung untersucht und die bisher erzielten Ergebnisse durch diese neuen Optimierungsverfahren verifiziert. Betrachtet werden die Verfahren „differentielle Evolution“ und „Partikel-Schwarm-Optimierung“. Im

Vergleich zu den genetischen Algorithmen ist bei diesen beiden Verfahren nicht notwendig, die zu optimierenden Parameter als „Gene“ in Form von Binärwerten zu kodieren. Durch den Wegfall dieses Arbeitsschrittes wird die Komplexität der Optimierung deutlich verringert. Beide Verfahren stehen in einer Implementation in der Programmiersprache C zur Verfügung.

Neben diesen robusten Regelungskonzepten ist ein weiterer Gegenstand der vorliegenden Arbeit eine belastungsreduzierende Regelung von elastisch gekoppelten Mehrmassensystemen. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wurden daher Regelungskonzepte erforscht, die einen Betrieb solcher Systeme mit hoher Dynamik bei gleichzeitiger Begrenzung der auftretenden Torsionsbelastungen erlauben. Diese Fragestellung wurde u. a. in Rahmen eines weiteren von der DFG geförderten Forschungsprojektes bearbeitet (s. [14]) und fanden ab Kap. 10 Eingang in diese Arbeit.

Dort wurde eine Torsionsmomentregelung für ein Zweimassensystem entwickelt, die es erlaubt, eine Begrenzung der im Antriebsstrang, speziell im Getriebe, auftretenden Belastungen zu erreichen. Ferner ermöglicht die Regelung auch eine Begrenzung bzw. Regelung der Änderungsgeschwindigkeit des Torsionsmomentes, also des Torsionsrucks $\dot{m}_T = dm_T / dt$, um Stoßbelastungen zu minimieren.

Da im Allgemeinen Torsionsmoment, bzw. dessen Ableitung nicht messtechnisch erfasst werden können, werden in dieser Arbeit ebenfalls geeignete Beobachter vorgestellt und in Verbindung mit der belastungsreduzierenden Regelung untersucht.

Ziel war es, eine Kombination aus dynamischem Regler und Beobachter zu entwerfen, die möglichst keine zusätzlichen Messgrößen benötigt, es aber trotzdem ermöglicht, auftretende Lastspitzen im Torsionsmoment zu regeln bzw. zu begrenzen. Dadurch kann ein wesentlicher Beitrag zur Verlängerung der Lebensdauer z. B. von Antriebssträngen geleistet werden.

2 Modellbildung für die robuste Regelung

In industriellen Anwendungen ist die Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme eine häufig auftretende Regelungstechnische Aufgabe, da sich viele in der Praxis auftretende Regelstrecken, insbesondere Antriebsstränge, als Mehrmassensystem darstellen lassen.

Eine Antriebsmaschine ist beispielsweise über eine elastische Welle mit einem Getriebe und über eine weitere Welle mit einer Last verbunden. Durch Toleranzen in Getrieben oder Kupplungen wird Lose verursacht. Nichtlineare Reibung tritt vor allem bei verschiedenen Arten von rotatorischen und translatorischen Gleitlagerungen auf. In der Bahnverarbeitung, wie z. B. bei Walzwerken und Papiermaschinen, werden Ungenauigkeiten vor allem durch Elastizitäten in Verbindung mit Lose beobachtet. In gesteuerten Werkzeugmaschinen und Industrierobotern dominieren Abweichungen infolge von Reibeinflüssen. Jedoch kann auch hier Lose nicht ausgeschlossen werden und vor allem nach längerer Betriebszeit durch Abnutzungerscheinungen zunehmen [5].

In diesem Kapitel werden kurz die Phänomene Reibung und Lose erläutert und die prinzipielle Struktur eines Mehrmassensystems beschrieben.

2.1 Reibung

Reibung ist eine seit langem bekannte, jedoch immer noch nicht vollständig modellierbare Erscheinung. Die durch Reibung auftretenden Kräfte bzw. Drehmomente sind für verschiedene technische Systeme, abhängig von Art und Zustand der jeweiligen Lagerungen, sehr unterschiedlich. Zwar sind sie grundsätzlich von der Geschwindigkeit bzw. Drehzahl abhängig, verhalten sich aber stark nichtlinear. Allerdings ist es möglich, die Gesamtreibung als Überlagerung verschiedener Formen von Einzelreibungen aufzufassen, die im Folgenden erläutert werden.

2.1.1 Gleitreibung

Die sogenannte Gleitreibung R_G oder Coulombsche Reibung beschreibt die bremsende Reibkraft zwischen den Kontaktflächen fester Körper, die sich relativ zueinander bewegen, also aufeinander gleiten. Diese Form der Reibung wird als von der Geschwindigkeit der Bewegung unabhängig angenommen [15].

$$R_G = \mu_G \cdot N \quad (2.1)$$

Dabei ist μ_G eine Materialkonstante, der sogenannte Reibungskoeffizient, der vom Material und der Oberflächenbeschaffenheit der reibenden Körper abhängt, und N die senkrecht zu der Kontaktfläche der Körper stehende Normalkraft. Die Normalkraft hängt für die hier betrachteten Mehrmassensysteme in erster Linie vom Gewicht der

Körper ab und kann daher bei konstanten Massen ebenfalls als konstant angenommen werden. Somit kann die maximale, an jeder Teilmasse auftretende Gleitreibungskraft für die Untersuchungen in dieser Arbeit als konstant angenommen werden. Sie ist damit nicht von der Geschwindigkeit v abhängig. Der Betrag der Reibkraft kann jedoch vom aktuellen Belastungszustand des Systems abhängen, wenn sich die wirksame Normalkraft N in Gl. (2.1) ändert. In Bild 2.1 ist der prinzipielle Verlauf der Reibkennlinie dargestellt.

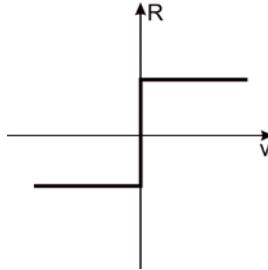


Bild 2.1: Kennlinie der Gleitreibung

2.1.2 Viskose Reibung

Viskose Reibung tritt u. a. dann auf, wenn die Kontaktflächen der Festkörper durch einen Flüssigkeitsfilm, also z. B. ein Schmiermittel, vollständig getrennt sind [16]. Bei dieser Form der Reibung ist die bremsende Reibkraft etwa proportional zur Bewegungsgeschwindigkeit v . Es besteht also ein linearer Zusammenhang. Daher wird diese Form der Reibung auch als lineare Reibung $R_L = r_L \cdot v$ mit einem linearen Proportionalitätsfaktor r_L bezeichnet.

Dies kann analog zur Gleitreibung auch über einen linear geschwindigkeitsabhängigen Reibungskoeffizienten μ_L und die Normalkraft dargestellt werden.

$$R_L = \mu_L(v) \cdot N \quad (2.2)$$

Bild 2.2 a) zeigt den Verlauf dieser Reibkennlinie. Theoretisch wird damit die Reibkraft mit abnehmender Geschwindigkeit immer kleiner und wird im Stillstand sogar zu Null. In der Praxis wird sich aber eine Überlagerung aus viskoser Reibung und Gleitreibung einstellen, wie sie in Bild 2.2 b) dargestellt ist und über Gl. (2.3) beschrieben wird.

$$R = \operatorname{sgn}(v) R_G + r_L \cdot v \quad (2.3)$$

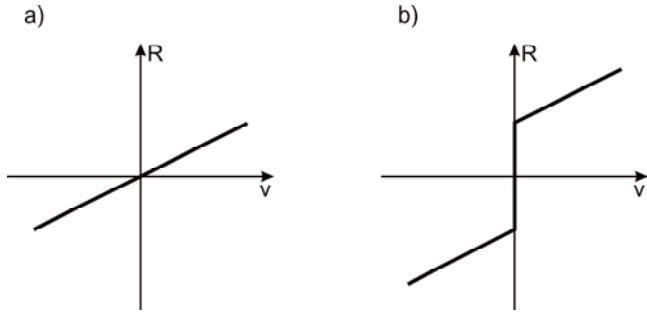


Bild 2.2: a) Kennlinie der viskosen Reibung
b) Kennlinie der Mischreibung

2.1.3 Haftreibung

Die Haftreibung R_H , ist die im Stillstand auftretende Reibkraft, die sich einer Beschleunigung des Körpers widersetzt. Sie kann höher sein als die Gleitreibung. Für das maximale Haftmoment bzw. die Haftkraft gilt [17]:

$$R_{H\max} = \mu_H \cdot N \quad (2.4)$$

Dabei ist μ_H wiederum eine Materialkonstante, der sogenannte Haftungskoeffizient, der vom Material und der Oberflächenbeschaffenheit der reibenden Körper abhängt, und N die senkrecht zu der Kontaktfläche der Körper stehende Normalkraft. Grundsätzlich kann auch der Betrag der maximalen Haftreibung belastungsabhängig sein, wenn sich durch auftretende Lasten die Normalkraft ändert. Die Normalkraft hängt für die hier betrachteten Mehrmassensysteme in erster Linie vom Gewicht der Körper ab und kann daher bei konstanten Massen ebenfalls als konstant angenommen werden. Somit kann die maximale an jeder Teilmasse auftretende Haftreibung für die Untersuchungen in dieser Arbeit als konstant angenommen werden.

Dadurch, dass die Haftreibung größer sein kann als die Gleitreibung, kann es dazu kommen, dass zunächst eine relativ hohe Kraft aufgewendet werden muss, um die Haftreibung zu überwinden und den Körper in Bewegung zu versetzen. Hat die Bewegung jedoch begonnen, so sinkt der Wert der Reibkraft auf die kleinere Gleitreibung. Bleibt die von außen angreifende Kraft gleich, so wird der Körper stärker beschleunigt, als es bei gleichbleibender Reibung der Fall wäre. Es kommt zu einem „Losrutschen“ des Körpers. Dieser Effekt der bei zunehmender Geschwindigkeit zunächst sinkenden Reibkraft wird auch als Stribeck-Effekt bezeichnet [18].

Der prinzipielle Verlauf einer solchen, aus der Überlagerung von Haft-, Gleit- und viskoser Reibung zusammengesetzten Reibkennlinie ist in Bild 2.3 zu sehen. In [19] ist für dieses Verhalten die folgende, analytischen Beschreibung angegeben.

$$R = \left(R_H - k_{Strib} (|v|)^{\frac{1}{2}} + k_{Lin} |v| \right) \operatorname{sgn}(v) \quad (2.5)$$

Dabei wird die Geschwindigkeit des Körpers mit v bezeichnet. Der Koeffizient R_H beschreibt die Haftreibung.

Der Term $k_{Strib} (|v|)^{\frac{1}{2}}$ bildet die durch den Stribeck-Effekt verursachte negative Steigung der Reibkennlinie nach und der Term $k_{Lin} |v|$ berücksichtigt das lineare Verhalten.

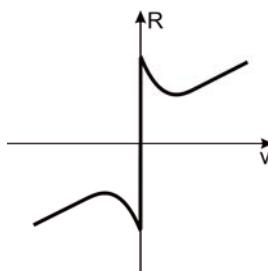


Bild 2.3: Stribeck-Kurve der Reibung

Durch die unmittelbar nach Beginn der Bewegung zunächst abnehmende Reibung kommt es zu einem „Losrutschen“, da der Körper stärker beschleunigt, als es bei gleichbleibender Reibung der Fall wäre. Dies kann insbesondere bei Positionsregelungen dazu führen, dass ein reibungsbehaftetes System zunächst eine relativ große Kraft benötigt, um die Haftreibung zu überwinden, dann jedoch durch die anschließende Abnahme der Reibung so weit beschleunigt, dass es sich über die gewünschte Position hinausbewegt. Das System muss dann abgebremst und in die andere Richtung beschleunigt werden. Sobald das System dabei zum Stillstand kommt, gerät es wieder in die Haftreibung und rutscht bei einer ausreichend hohen Kraft erneut los, wobei es wieder überschwingen kann. Dieses Verhalten wird auch als „Slip-Stick-Effekt“ bezeichnet.

Eine weitere Möglichkeit die Reibung zu beschreiben, besteht in einer einfachen Überlagerung aus konstanter Gleitreibung und geschwindigkeitsabhängiger, viskoser Reibung (s. Gl. (2.3)). In diesem Fall ergibt sich beim „Losrutschen“ eine sprungförmige Änderung vom Wert der Haftreibung auf den Wert der Gleitreibung.

2.2 Lose

Das Spiel, welche mechanische Komponenten, wie z. B. Zahnräder in Getrieben gegeneinander haben, innerhalb dessen sich die Komponenten nicht berühren und daher auch keine Kraftübertragung zwischen ihnen stattfand, wird als Lose bezeichnet. Eine Prinzipdarstellung der Lose ist in Bild 2.4 gezeigt.

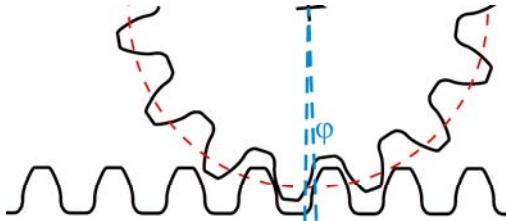


Bild 2.4: Prinzipdarstellung der Lose

Dreht sich das Zahnrad entgegen dem Uhrzeigersinn, so muss es erst den Losenwinkel φ zurücklegen, ehe es Kontakt zu den Zähnen der unteren Zahnstange bekommt und es so zu einer Kraftübertragung kommt. Während die Lose durchschritten wird, sind beide Teilsysteme entkoppelt. Die Lose weist ein nichtlineares Übertragungsverhalten auf. Sind in einem Getriebe mehrere Stufen vorhanden, so tritt prinzipiell an jedem Zahnräda paar Lose auf. Die Gesamtlose eines solchen Getriebes ergibt sich in diesem Fall durch Addition der in jeder einzelnen Stufe auftretenden Lose.

Hat die Lose durch Verschleiß oder ungenaue Fertigung einen zu großen Wert, so kann es z. B. bei einer Positionsregelung zu Positionsfehlern oder gar zur Instabilität der Regelung kommen. Die Beschreibung des nichtlinearen Übertragungsverhaltens der Lose kann durch eine „tote Zone“ erfolgen [20]. Bild 2.5 zeigt das Blockschaltbild und (2.6) die Übertragungsfunktion einer solchen, auch als „Backlash“ bezeichneten „tote Zone“ von der Eingangspositions differenz $\Delta \varepsilon$ zu der um den Losenwinkel φ korrigierten Positions differenz $\Delta \varepsilon^*$.

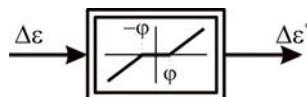


Bild 2.5: Blockschaltbild einer „Toten Zone“ („Backlash“)

$$\Delta \varepsilon^* = \begin{cases} \Delta \varepsilon + \varphi & \Delta \varepsilon < -\varphi \\ 0 & -\varphi \leq \Delta \varepsilon \leq \varphi \\ \Delta \varepsilon - \varphi & \Delta \varepsilon > \varphi \end{cases} \quad (2.6)$$

2.3 Struktur des Mehrmassensystems

Die einfachste Form eines Mehrmassensystems ist ein Zweimassensystem. Bei diesem ist die Antriebsseite unmittelbar über eine elastische Welle mit der Lastseite gekoppelt. Im allgemeinen Fall befinden sich zwischen Antriebs- und Lastseite noch eine oder mehrere Mittel-Massen, die an beiden Seiten elastisch mit weiteren Massen verbunden sind. Die prinzipielle Struktur eines Mehrmassensystems kann gut am Beispiel eines Dreimassensystems gezeigt werden. Dessen grundsätzliche Struktur zeigt Bild 2.6. Wie im Folgenden erläutert wird, kann die mittlere Masse als eigenes Teilsystem aufgefasst werden und ist daher in Bild 2.6 rot-gestrichelt umrandet dargestellt.

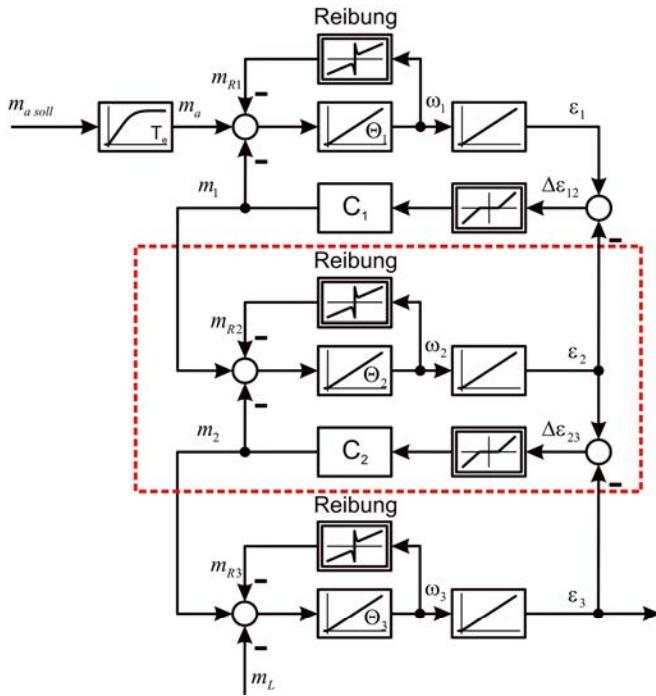


Bild 2.6: Modell eines Dreimassensystems

Vom Benutzer bzw. einer Regelung wird ein Drehmoment $m_{a\text{ soll}}$ vorgegeben. Das Verhalten der Antriebsmaschine wird hier durch ein PT1-Glied angenähert, so dass auf die erste Masse, also z. B. den Rotor der Antriebsmaschine, das Drehmoment m_a (z. B. elektrisches Luftspaltmoment) wirkt. Dieses Drehmoment ist meist durch die maximale Leistung des Motors begrenzt. Dem antreibenden Drehmoment m_a wirken das Reibmoment m_{R1} und das auf der ersten Welle wirkende Torsionsmoment m_1

entgegen. Das resultierende Drehmoment wird durch das Trägheitsmoment der ersten Masse Θ_1 (z. B. der Rotor der Antriebsmaschine) geteilt und über die Zeit integriert. Die daraus erhaltene Drehzahl ω_1 wird wiederum integriert und ergibt den Lagewinkel des Antriebs ε_1 . Die Position der zweiten Masse wird durch den Lagewinkel ε_2 beschrieben. Die Differenz dieser beiden Winkel $\Delta\varepsilon_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ist der Winkel, um den sich die Welle zwischen beiden Massen verdreht, wenn keine Lose auftritt. Hat jedoch z. B. die Kupplung eine Lose, so kann diese als tote Zone modelliert werden. In diesem Fall wirkt $\Delta\varepsilon_1$ zunächst auf eine tote Zone $\pm \varepsilon_{L1}$ und die Welle verdreht sich nur um den resultierenden Winkel $\varphi_1(\Delta\varepsilon_1)$. Mit der Federkonstante C_1 ergibt sich daraus das Torsionsmoment der ersten Welle m_{T1} . Die Dämpfungseigenschaften der Welle, die durch eine Dämpfungs konstante r_{11} multipliziert mit der Drehzahldifferenz $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ beschrieben werden können, sind in dieser Modellierung vernachlässigt. Dem Torsionsmoment der ersten Welle m_1 wirken das Torsionsmoment m_2 auf die zweite Welle zwischen der zweiten und dritten Masse und das Reibmoment der zweiten Masse m_{R2} entgegen. Aus dem resultierenden Drehmoment ergibt sich durch die Division durch das Trägheitsmoment der zweiten Masse Θ_2 und die zeitliche Integration schließlich die Drehzahl ω_2 . Nochmalige Integration liefert den Lagewinkel der zweiten Masse ε_2 . Die Differenz aus diesem und dem Lagewinkel der dritten Masse ε_3 ist $\Delta\varepsilon_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_3$. Wird auf diese die Losefunktion $\varphi_2(\Delta\varepsilon_2)$ angewendet und das Ergebnis mit der Federkonstante der zweiten Masse C_2 multipliziert, so ergibt sich das auf der zweiten Welle wirkende Torsionsmoment m_2 . Auch hier wird die Dämpfung der Welle vernachlässigt. Diesem Torsionsmoment m_2 wirkt bei dem Dreimassensystem nur das Reibmoment der dritten Masse m_{R3} und ein ggf. von außen ein als Störgröße wirkendes Lastmoment m_L entgegen. Integration des wirksamen Drehmomentes über die Zeit und Division durch das Trägheitsmoment der dritten Masse Θ_3 ergibt die Drehzahl ω_3 . Durch eine weitere zeitliche Integration folgt aus dieser der Lagewinkel der dritten Masse ε_3 .

Es fällt auf, dass die mittlere Masse als eigenes Teilsystem mit je zwei Eingängen (m_1 , ε_3) und zwei Ausgängen (m_2 , ε_2) aufgefasst werden kann. In Bild 2.6 ist dies rot gestrichelt umrandet dargestellt. Weiterhin kann allgemein in Mehrmassensystemen das Verhalten aller Massen, die sich nicht an einem Ende des Systems befinden, über derartige Blöcke beschrieben werden. Das Modell kann somit relativ einfach durch Aneinanderreihen dieser Blöcke erweitert werden.

3 Robuste Regelung

Grundsätzliche Aufgabe einer Regelung ist es, im Zusammenwirken mit einer realen Übertragungsstrecke ein gewünschtes, dynamisches Verhalten für das geregelte Gesamtsystem zu erzielen. Insbesondere soll das geregelte System stabilisiert werden. Die Parameter des realen Systems sind jedoch meist nur ungenau bekannt. Zudem können noch strukturelle Modellunsicherheiten hinzukommen, wenn Teile der Systemdynamik des realen Prozesses aufgrund unzureichender Kenntnisse oder zur Vereinfachung vernachlässigt werden. Der Regler wird in diesem Fall für ein nominales System mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ ausgelegt, welche das reale System mit der Übertragungsfunktion $G^0(s)$ nicht exakt abbildet.

Der implementierte Regler wird jedoch auf das reale System angewendet und soll zusammen mit diesem das gewünschte Verhalten aufweisen. Insbesondere muss gefordert werden, dass der Regler das wahre System stabilisiert. Dies entspricht der Forderung an einen robusten Regler nach [21]. Danach ist ein robuster Regler ein für ein nominales System $G(s)$ entworfener Regler, der das geregelte Gesamtsystem mit der realen Strecke $G^0(s)$ trotz Modellunsicherheiten stabilisiert. In der Dissertation von Karsten Peter [2] wird eine robuste Regelung für ein Zweimassensystem entworfen. Die Dissertation bildet die Grundlage für den in dieser Arbeit untersuchten Entwurf robuster Regler für Mehrmassensysteme auf der Basis von auf Zweimassensysteme reduzierten Ersatzmodellen. Die wesentlichen Inhalte von [2] sollen daher im Folgenden wiedergegeben werden.

3.1 Grundsätzliche Forderungen an eine Regelung

Allgemein wird in einem Regelkreis, wie er in Bild 3.1 dargestellt ist, gefordert, dass die Regelgröße y der Führungsgröße w auch unter Einfluss einer Störgröße z und einer Messstörung m möglichst gut folgt [22]. Dazu bestimmt der Regler R aus dem Regelfehler $e = w - y$ eine geeignete Stellgröße u .

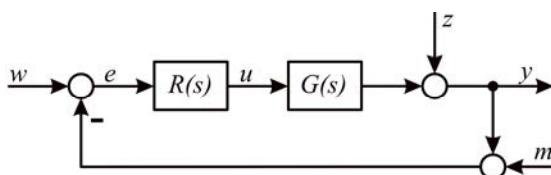


Bild 3.1: Allgemeiner Regelkreis

Für die Führungsübertragungsfunktion $F(s) : w \rightarrow y$ wird also gefordert:

$$F(s) = \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)} \rightarrow 1 \quad (3.1)$$

Die Störübertragungsfunktion $S(s) : z \rightarrow y$ soll dagegen möglichst klein sein, um den Einfluss von Störgrößen auf den Ausgang zu unterdrücken. Es muss also gelten:

$$S(s) = \frac{1}{1 + R(s)G(s)} \rightarrow 0 \quad (3.2)$$

Weiterhin ist die Stellgröße u in realen Systemen durch die technischen Gegebenheiten beschränkt. Damit ergibt sich die Forderung:

$$|u| \leq u_{max} \quad (3.3)$$

$$|u| = \left| \frac{R(s)}{\underbrace{1 + R(s)G(s)}_{R(s)S(s)}} \cdot w \right| \quad (3.4)$$

$$\Rightarrow |R(s)S(s)| \leq \delta \quad (3.5)$$

Wirkt im Rückführzweig eine additive Messstörung $m(s)$, so hat diese die Übertragungsfunktion:

$$\frac{y(s)}{m(s)} = -\frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)} = -F(s) \quad (3.6)$$

Um diese Störung gut zu unterdrücken, muss $F(s)$ betragsmäßig möglichst klein sein, also $F(s) \rightarrow 0$. Damit geht automatisch $S(s)$ gegen 1, da immer $F(s) + S(s) = 1$ gilt. Dies widerspricht jedoch der Forderung nach gutem Führungsverhalten und Störunterdrückung. Diese Forderungen können somit nicht alle gleichzeitig für jede Frequenz erfüllt werden.

Daher ist es sinnvoll, für die einzelnen Forderungen Frequenzbereiche vorzugeben, in denen diese erfüllt werden sollen. Ein gutes Führungsverhalten wird vor allem im unteren Frequenzbereich wichtig sein, so dass dort $F(s) \rightarrow 1$ zu fordern ist. Damit muss dort auch $S(s) \rightarrow 0$ gelten. Messstörungen werden sich dagegen eher bei hohen Frequenzen negativ auswirken. Daher muss im oberen Frequenzbereich die Forderung $F(s) \rightarrow 0$ erhoben werden und damit $S(s) \rightarrow 1$ gelten. Weiterhin werden schnelle Änderungen der Führungsgröße im Allgemeinen eher große Stellgrößen benötigen als langsame. Die Beschränktheit der Stellgröße und damit von $|R(s)S(s)|$ ist daher ebenfalls für höhere Frequenzen bedeutsamer.

3.2 Beschreibung der Modellunsicherheiten

In der Praxis sind fast immer die Parameter bzw. die Dynamik eines zu regelnden Systems nur ungenau bekannt. Mitunter werden auch Teile der Systemdynamik gezielt vernachlässigt. Folglich muss ein Regler für ein nominales System $G(s)$ ausgelegt werden, welche das reale System $G^0(s)$ nicht exakt abbildet. Die Unterschiede zwischen dem nominalen System $G(s)$ und dem realen System $G^0(s)$ werden als Modellunsicherheit bezeichnet.

Die reale Übertragungsfunktion $G^0(s)$ setzt sich also aus der nominellen Übertragungsfunktion $G(s)$ und den additiven Modellunsicherheiten $\Delta_a(s)$ zusammen.

$$G^0(s) = G(s) + \Delta_a(s) \quad (3.7)$$

Nach [23] kann die Modellunsicherheit auch in multiplikativer Form dargestellt werden. Mit $\Delta_a = G \cdot \Delta_m$ ergibt sich:

$$G^0(s) = G(s) \cdot (1 + \Delta_m) \quad (3.8)$$

Zusammengefasst kann das reale System durch die nominelle Übertragungsfunktion $G(s)$ und Modellunsicherheit in additiver und/oder multiplikativer Form beschrieben werden (s. [11]).

$$G^0(s) = G(s) \cdot (1 + \Delta_m) + \Delta_a \quad (3.9)$$

Bild 3.2 zeigt das zugehörige Strukturbild.

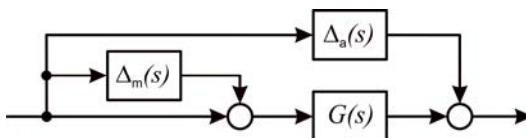


Bild 3.2: Darstellung der Modellfehler in additiver und multiplikativer Form

Es ist jedoch zu beachten, dass Δ_a und Δ_m als Modellunsicherheiten nicht exakt bekannt sind, sondern lediglich durch obere oder untere Schranken abgeschätzt werden können [23]. Diese Schranken können dabei in verschiedenen Frequenzbereichen unterschiedliche Werte haben. Für die Herleitung der Robustheitskriterien wird angenommen, dass für die jeweiligen Modellfehler Δ_a und Δ_m eine frequenzabhängige obere Schranke angegeben werden kann

$$\|\Delta_a\| \leq \frac{1}{\gamma_a(s)}, \quad (3.10)$$

$$\|\Delta_m\| \leq \frac{1}{\gamma_m(s)}. \quad (3.11)$$

3.3 Robustheitskriterien

Ein für das nominelle System $G(s)$ entworfener Regler $R(s)$ wird als robust bezeichnet, wenn auch leicht abweichende Systeme, insbesondere das reale System $G^0(s)$, mit diesem Regler stabil sind (s. [21]).

Eine hinreichende Bedingung für die Stabilität wird durch das Small Gain Theorem gegeben.

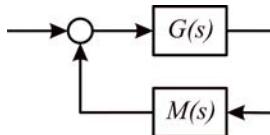


Bild 3.3: Small Gain Theorem

Sind $\underline{G}(j\omega)$ und $\underline{M}(j\omega)$ zwei stabile Übertragungsmatrizen, so ist der geschlossene Kreis in Bild 3.3 nach [11] stabil, wenn gilt

$$\|\underline{G}(j\omega)\| \cdot \|\underline{M}(j\omega)\| < 1 \quad \forall \omega \quad (3.12)$$

und zusätzlich die in Gl. (3.12) verwendete Norm submultiplikativ ist. Dies ist der Fall, wenn die Norm die folgende Bedingung erfüllt:

$$\|\underline{G}(j\omega) \cdot \underline{M}(j\omega)\| \leq \|\underline{G}(j\omega)\| \cdot \|\underline{M}(j\omega)\| \quad (3.13)$$

Ein gutes Maß bei der Betrachtung und Bewertung von Robustheitskriterien ist die H_∞ -Norm, die im Folgenden beschrieben wird.

Die H_∞ -Norm ist eine Maximumsnorm. Für eine matrixwertige Funktion $\underline{G}(s)$ ist sie definiert als das über alle Frequenzen ω ermittelte Supremum des größten Singulärwertes $\bar{\sigma}$ von $\underline{G}(s)$ (s. [3]):

$$\|\underline{G}(s)\|_\infty = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(\underline{G}(j\omega)) \quad (3.14)$$

Dieser größte Singulärwert $\bar{\sigma}$ von $\underline{G}(s)$ berechnet sich nach

$$\bar{\sigma}(\underline{G}) = \max_i \sqrt{\lambda_i} \quad \text{mit } \lambda_i = \text{Eigenwerte von } \underline{G}^T \underline{G}. \quad (3.15)$$

Die H_∞ -Norm gibt damit die maximale im System auftretende Verstärkung von einem beliebigen Eingang zu einem beliebigen Ausgang an [23]. Die H_∞ -Norm hat weiterhin die Eigenschaft, submultiplikativ zu sein (s. [3], [11]). Sie erfüllt also Gl. (3.13) und eignet sich somit für Stabilitätsbetrachtungen mit Hilfe des Small Gain Theorems.

Üblicherweise wird die H_∞ -Norm der Übertragungsmatrix $\underline{G}(s)$ eines dynamischen Systems numerisch aus der Zustandsraumdarstellung $\dot{\vec{x}} = \underline{A} \cdot \vec{x} + \underline{B} \cdot \vec{u}$, des durch $\underline{G}(s)$ beschriebenen Systems berechnet.

Nach [3] und [11] gilt für ein beliebiges γ :

$\|\underline{G}(s)\|_\infty < \gamma$ genau dann, wenn $\bar{\sigma}(\underline{D}) < \gamma$ gilt und die Hamiltonmatrix $\underline{\mathcal{H}}$ keine Eigenwerte auf der imaginären Achse hat.

Dabei ist

$$\underline{\mathcal{H}} = \begin{bmatrix} A + \underline{B}(\gamma^2 I - \underline{D}^T \underline{D})^{-1} \underline{D}^T \underline{C} & \underline{B}(\gamma^2 I - \underline{D}^T \underline{D})^{-1} \underline{B}^T \\ \underline{C}^T (\underline{I} + \underline{D}(\gamma^2 I - \underline{D}^T \underline{D})^{-1} \underline{D}^T) & -\left(A + \underline{B}(\gamma^2 I - \underline{D}^T \underline{D})^{-1} \underline{D}^T \underline{C}\right)^T \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Die Berechnung der H_∞ -Norm erfolgt iterativ in folgenden Schritten:

1. Relativ großes γ wählen.
2. Prüfen, ob $\|\underline{G}(s)\|_\infty < \gamma$ gilt.
3. Wenn Ja, γ verkleinern,
wenn Nein, γ vergrößern und wieder zu Schritt 2.

Dieses Vorgehen wird so lange wiederholt, bis ein vom Benutzer gewähltes Abbruchkriterium erreicht ist. Im Allgemeinen wird das Verfahren abgebrochen, wenn $\|\underline{G}(s)\|_\infty$ sich nur noch geringfügig ändert.

Mit diesen Überlegungen lassen sich nun Bedingungen angeben, bei deren Erfüllung die Stabilität eines mit Modellfehlern behafteten Systems sichergestellt werden kann.

Bild 3.4 zeigt einen über einen Regler $R(j\omega)$ geschlossenen Regelkreis eines mit einem additiven Modellfehler behafteten Systems $G(j\omega) + \Delta_a(j\omega)$.

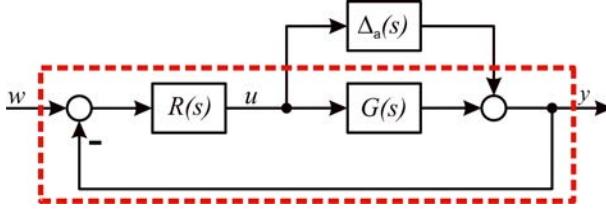


Bild 3.4: Regelkreis mit additiver Modellunsicherheit

Wird die für die Stabilitätsbetrachtung unerhebliche Führungsgröße zu Null gesetzt, so kann der in Bild 3.4 umrandete Bereich zu einem Teilsystem zusammengefasst werden. Die Übertragungsfunktion dieses Teilsystems lautet:

$$\frac{-R(j\omega)}{1 + R(j\omega)G(j\omega)} = -R(j\omega)S(j\omega) \quad (3.17)$$

Nach dem Small Gain Theorem ist der geschlossene Kreis mit additivem Modellfehler dann sicher stabil, wenn $\Delta_a(j\omega)$ und $-R(j\omega)S(j\omega)$ stabile Übertragungsmatrizen sind und gilt

$$\|\Delta_a(j\omega)\|_\infty \cdot \underbrace{\left\| \frac{-R(j\omega)}{1+R(j\omega)G(j\omega)} \right\|_\infty}_{\|-R(j\omega)S(j\omega)\|_\infty} < 1, \quad (3.18)$$

$$\Rightarrow \|\Delta_a(j\omega)\|_\infty < \frac{1}{\|R(j\omega)S(j\omega)\|_\infty}. \quad (3.19)$$

Für einen multiplikativen Modellfehler ergibt sich die in Bild 3.5 dargestellte Situation.

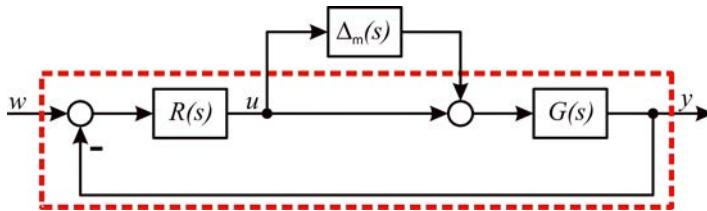


Bild 3.5: Regelkreis mit multiplikativer Modellunsicherheit

Wieder kann die Führungsgröße zu Null gewählt und der umrandete Bereich zu einem Teilsystem zusammengefasst werden.

Dessen Übertragungsverhalten wird beschrieben durch:

$$\frac{-R(j\omega)G(j\omega)}{1+R(j\omega)G(j\omega)} = -F(j\omega) \quad (3.20)$$

Der geschlossene Kreis mit multiplikativem Modellfehler ist also dann sicher stabil, wenn $\Delta_m(j\omega)$ und $-F(j\omega)$ stabile Übertragungsmatrizen sind und gilt:

$$\|\Delta_m(j\omega)\|_\infty \cdot \underbrace{\left\| \frac{-R(j\omega)G(j\omega)}{1+R(j\omega)G(j\omega)} \right\|_\infty}_{\|-F(j\omega)\|_\infty} < 1 \quad (3.21)$$

Damit folgt

$$\|\Delta_m(j\omega)\|_\infty < \frac{1}{\|F(j\omega)\|_\infty} \quad (3.22)$$

Ziel des robusten Reglerentwurfs ist es, möglichst große Modellfehler zulassen zu können. Wird angenommen, dass für die Modellunsicherheiten jeweils eine obere

frequenzabhängige Schranke $\|\Delta_a(j\omega)\|_\infty \leq 1/\gamma_a(j\omega)$, $\|\Delta_m(j\omega)\|_\infty \leq 1/\gamma_m(j\omega)$ angegeben werden kann (s. Gl. (3.10), (3.11)), folgt aus (3.19) und (3.22):

$$\|R(j\omega)S(j\omega)\|_\infty < \gamma_a(j\omega) \quad (3.23)$$

$$\|F(j\omega)\|_\infty < \gamma_m(j\omega) \quad (3.24)$$

Der Regler muss also so entworfen werden, dass die Bedingungen (3.23) und (3.24) für möglichst kleine Werte von γ_a und γ_m erfüllt werden.

3.4 Frequenzabhängige Formulierung der Forderungen an die Regelung

Diese Robustheitsforderungen aus (3.23) und (3.24) müssen gemeinsam mit den allgemeinen Forderungen an eine Regelung aus Abschn. 3.1 (Gl. (3.1) bis (3.3)) betrachtet werden. Dabei fällt auf, dass die Forderungen nach einer beschränkten Stellgröße in (3.3) und einer gesicherten Stabilität des geschlossenen Regelkreises bei additivem Modellfehler in Gl. (3.23) auf eine Beschränkung von $\|R(j\omega)S(j\omega)\|$ führen. Dadurch bewirkt die Berücksichtigung einer beschränkten Stellgröße zugleich eine Berücksichtigung eines additiven Modellfehlers.

Es ergeben sich also zusammenfassend folgende Forderungen an einen robusten Regler:

- Gutes Führungsverhalten besonders im unteren Frequenzbereich Gl. (3.1):
 $F(s) \rightarrow 1$
- Störunterdrückung Gl. (3.2):
 $S(s) \rightarrow 0$
- Beschränkung der Stellgröße bzw. möglichst großer zulässiger additiver Modellfehler Gl. (3.5), (3.23):
 $\|R(j\omega)S(j\omega)\|_\infty$ ist beschränkt und möglichst klein
- Unterdrückung von Messstörungen, besonders im oberen Frequenzbereich Gl. (3.6):
 $F(s) \rightarrow 0$
- Möglichst großer zulässiger multiplikativer Modellfehler Gl. (3.24):
 $\|F(s)\|_\infty$ ist beschränkt und möglichst klein

Daraus lassen sich auch Anforderungen an die Signalerfassung ableiten. Da immer $F(s)+S(s)=1$ gilt, folgt, dass bei einer hohen Messstörung keine gute Störunterdrückung mehr erreicht werden kann. Ebenso verhält es sich bei einem großen multiplikativen

Modellfehler. Somit kann $S(s) \rightarrow 0$ auch nur für den unteren Frequenzbereich gefordert werden.

Es ist daher zweckmäßig, für $S(s)$, $R(s)S(s)$ und $F(s)$ frequenzabhängige Gewichtungen $W_1(s)$, $W_2(s)$, $W_3(s)$ vorzugeben. Damit können die Forderungen an einen robusten Regler wie folgt geschrieben werden [2]:

$$\|W_1(s)S(s)\|_{\infty} < 1 \quad (3.25)$$

$$\|W_2(s)R(s)S(s)\|_{\infty} < 1 \quad (3.26)$$

$$\|W_3(s)F(s)\|_{\infty} < 1 \quad (3.27)$$

Da im unteren Frequenzbereich ein gutes Führungsverhalten erforderlich ist und im oberen Frequenzbereich eine gute Unterdrückung von Messstörungen, muss die Gewichtungsfunktion W_3 eine Hochpasscharakteristik aufweisen. Bedingt durch $F(s)+S(s)=1$, ergibt sich damit für W_1 eine Tiefpasscharakteristik. Da die Stellgrößenbeschränkung besonders im oberen Frequenzbereich zum Tragen kommt, muss W_2 wiederum ein Hochpassverhalten aufweisen.

Dadurch, dass die H_{∞} -Norm eine Maximumsnorm ist, können diese Forderungen zusammengefasst und durch eine gemeinsame Norm berücksichtigt werden:

$$\begin{Bmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_2(s)R(s)S(s) \\ W_3(s)F(s) \end{Bmatrix} < 1 \quad \forall s = j\omega \quad (3.28)$$

Die Gewichtungsfunktionen stellen die einzige Möglichkeit dar, den Entwurf der Regelung zu beeinflussen. Alle Forderungen des Anwenders an die Regelung müssen daher über sie gestellt werden. Die Gewichtungen müssen dabei folgende Eigenschaften haben (s. [2]):

- Die Gewichtungsfunktionen müssen stabil sein.
- Die Gewichtungsfunktionen sollten von möglichst niedriger Ordnung sein.
- Die Gewichtungsfunktionen sollten keine steilen Flanken haben.

Eine sinnvolle Möglichkeit für die Wahl der Gewichtungsfunktionen sind Hoch- bzw. Tiefpassfunktionen erster Ordnung.

Die Forderung nach Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten kann grundsätzlich entweder ausschließlich in additiver Form über W_2 , welche außerdem die Beschränkung der Stellgröße berücksichtigt, oder ausschließlich in multiplikativer Form über W_3 gestellt werden. Üblicherweise wird über W_2 die Beschränkung der Stellgröße berücksichtigt und die Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten in multiplikativer Form durch W_3 gefordert.

Weiterhin beeinflussen sich die Gewichtungsfunktionen gegenseitig. Es ist z. B. nicht möglich, bei einer beschränkten Stellgröße eine beliebig hohe Geschwindigkeit der Regelung zu fordern. Ebenso widerspricht die Forderung nach hoher Robustheit der nach einer schnellen Regelung. Die Gewichtungsfunktionen müssen daher gegeneinander abgewogen werden. Folglich bedeutet dies, dass sie sich in ihren Durchlassbereichen nicht zu stark überlappen dürfen (s. [6]).

3.5 Mixed-Sensitivity Ansatz

Die in Gl. (3.28) bezeichnete Norm kann formal als Norm eines fiktiven Mehrgrößen- systems aufgefasst werden. In diesem fiktiven System wird die Störübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises S (englisch: sensitivity function) zusammen mit weiteren Übertragungsfunktionen gewichtet und bewertet. Daher wird diese Art der Formulierung der Entwurfsaufgabe für einen H_∞ -optimalen Regler als „Mixed-Sensitivity Problem“ bezeichnet [11]. Durch den Ansatz eines fiktiven Systems wird der Entwurf auf eine Mehrgrößenregelung zurückgeführt.

Dazu kann die Regelstrecke mit den Gewichtungsfunktionen $W_1(s)$, $W_2(s)$, $W_3(s)$, wie in [2] beschrieben, zu einem verallgemeinerten Mehrgrößenystem $\underline{P}(s)$ erweitert werden (s. Bild 3.6).

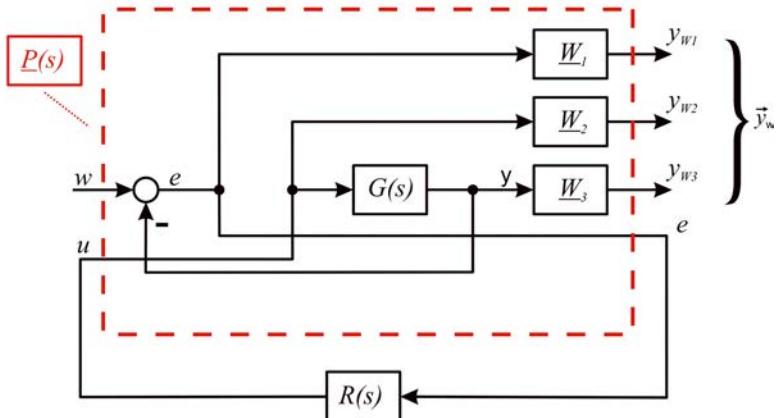


Bild 3.6: Fiktives, erweitertes System

Für dieses erweiterte System $\underline{P}(s)$ gilt:

$$\begin{pmatrix} y_{W_1}(s) \\ y_{W_2}(s) \\ y_{W_3}(s) \\ \hline e(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{y}_w(s) \\ e(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1 & -W_1 G \\ 0 & W_2 \\ 0 & W_3 G \\ \hline 1 & -G \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w(s) \\ u(s) \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Dabei sind die Führungsgröße $w(s)$ und die Stellgröße $u(s)$ die Eingänge des Systems. Der Regelfehler $e(s)$, sowie die zum Vektor \bar{y}_w zusammengefassten Ausgänge der Gewichtungsfunktionen bilden die Ausgänge des erweiterten Systems $\underline{P}(s)$.

Weiterhin gilt

$$u(s) = R(s)e(s). \quad (3.30)$$

Damit folgt

$$\begin{pmatrix} \bar{y}_w(s) \\ e(s) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_2(s)R(s)S(s) \\ W_3F(s) \\ \hline S(s) \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} P_{\bar{y}_W, w} \\ S(s) \end{pmatrix}} \cdot w, \quad (3.31)$$

$$\text{mit } P_{\bar{y}_W, w} = \begin{bmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_2(s)R(s)S(s) \\ W_3(s)F(s) \end{bmatrix}.$$

Die Forderungen an eine robuste Regelung (s. (3.28)) entsprechen also der H_∞ -Norm des erweiterten Systems.

$$\left\| P_{\bar{y}_W, w} \right\|_\infty = \left\| \begin{pmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_2(s)R(s)S(s) \\ W_3(s)F(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad \forall s = j\omega \quad (3.32)$$

Kann für das erweiterte System $\underline{P}(s)$ ein stabilisierender Regler $R(s)$ gefunden werden, für den $\left\| P_{\bar{y}_W, w} \right\|_\infty < 1$ gilt, so ist auch das reale System $G^0(s)$ mit diesem Regler stabil.

Um einen möglichst robusten Regler zu finden, wird versucht, diese H_∞ -Norm zu minimieren, da mit kleiner werdendem γ in Gl. (3.33) die zulässigen Modellunsicherheiten größer werden (s. Abschn. 3.3).

$$\left\| P_{\bar{y}_W, w} \right\|_\infty \leq \gamma < 1 \quad (3.33)$$

Gesucht ist also ein Regler $R(s)$, der das nominale System $G(s)$ stabilisiert und die H_∞ -Norm $\left\| P_{\bar{y}_W, w} \right\|_\infty$ minimiert. Dies ist dann der robusteste Regler für das reale System $G^0(s)$, der die gestellten Forderungen erfüllt.

3.6 H_∞ -Reglerentwurf

Zur Lösung des H_∞ -Mixed-Sensitivity Problems wurden in den 1980er Jahren verschiedene iterative Verfahren entwickelt. Eine Möglichkeit ist die Anwendung der Nevanlinna-Pick Interpolation, wie sie z. B. in [23] beschrieben wird. Besondere Bedeutung hat jedoch das 1989 von Doyle und Glover in [24] vorgestellte Verfahren der γ -Iteration. Es bildet ebenfalls die Basis des in [2] verwendeten Algorithmus, der wiederum Grundlage für die Reglerentwürfe in dieser Arbeit ist. Es handelt sich um ein iteratives Verfahren, mit dem ein suboptimaler H_∞ -Regler ermittelt werden kann.

Der Regler ist suboptimal, da zunächst ein Wert für γ in (3.33) vorgegeben wird. Anschließend wird versucht, für dieses γ einen Regler $R(s)$ zu berechnen. Gelingt dies, so wird γ verkleinert und anschließend ein neuer Regler berechnet. Dieses Vorgehen wird so oft wiederholt, bis sich γ nur noch unwesentlich verkleinern lässt. Das Minimum der H_∞ -Norm wird also nicht exakt erreicht.

Für die γ -Iteration ist es zweckmäßig, das erweiterte System $\underline{P}(s)$ in eine lineare Zustandsraumdarstellung der allgemeinen Form

$$\dot{\bar{x}} = \underline{A} \cdot \bar{x} + \underline{B} \cdot \bar{u}; \quad \bar{y} = \underline{C} \cdot \bar{x} + \underline{D} \cdot \bar{u}, \quad (3.34)$$

mit $\underline{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\underline{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $\underline{C} \in \mathbb{R}^{q \times n}$, $\underline{D} \in \mathbb{R}^{q \times p}$ zu bringen.

Die Zustandsraumdarstellung der Übertragungsmatrix $\underline{P}(s)$ ergibt sich zu (s. [21]):

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} A_G & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} \\ -\underline{B}_{W_1} C_G & A_{W_1} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & A_{W_2} & \underline{0} \\ \underline{B}_{W_3} C_G & \underline{0} & \underline{0} & A_{W_3} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\underline{B} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{B}_{W_1} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underline{B}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} B_G \\ \underline{B}_{W_1} D_G \\ \underline{B}_{W_2} \\ D_{W_3} D_G \end{bmatrix}}_{\underline{B}_2} \quad (3.36)$$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} -\underline{D}_{W_1}\underline{C}_G & \underline{C}_{W_1} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{C}_{W_2} & \underline{0} \\ \underline{D}_{W_3}\underline{C}_G & \underline{0} & \underline{0} & \underline{C}_{W_3} \\ [\underline{C}_G & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}_1 \\ \underline{C}_2 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{D}_{W_1} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \\ \hline \underline{D}_{11} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -\underline{D}_{W_1}\underline{D}_G \\ \underline{D}_{W_2} \\ \underline{D}_{W_3}\underline{D}_G \\ \hline \underline{D}_{21} \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} \underline{I} \\ \hline \underline{D}_{21} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \underline{D}_G \\ \hline \underline{D}_{22} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} \vec{x}_G \\ \vec{x}_{W_1} \\ \vec{x}_{W_2} \\ \vec{x}_{W_3} \end{bmatrix}; \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix}; \quad \vec{y} = \begin{bmatrix} \vec{y}_W \\ e(s) \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Dabei sind \underline{A}_G , \underline{B}_G , \underline{C}_G , bzw. \underline{D}_G die Matrizen der Zustandsraumdarstellung von $G(s)$ und \underline{A}_{W_i} , \underline{B}_{W_i} , \underline{C}_{W_i} , \underline{D}_{W_i} die Matrizen der Zustandsraumdarstellung der jeweiligen Gewichtungsfunktion $W_i(s)$.

Die Übertragungsfunktion bzw. die Übertragungsmatrix bei Mehrgrößensystemen kann dagegen allgemein aus der Zustandsraumdarstellung wie folgt gewonnen werden.

Für die Übertragungsmatrix $\underline{G}(s)$ gilt:

$$\vec{y}(s) = \underline{G}(s)\vec{u}(s) \quad (3.40)$$

Aus der allgemeinen Zustandsraumdarstellung folgt durch Laplace-Transformation:

$$\vec{x}\cdot s = \underline{A}\vec{x} + \underline{B}\vec{u} \quad (3.41)$$

$$(s\underline{I} - \underline{A})\vec{x} = \underline{B}\vec{u} \quad (3.42)$$

$$\vec{x} = (s\underline{I} - \underline{A})^{-1} \cdot \underline{B}\vec{u} \quad (3.43)$$

$$\vec{y} = \underline{C}\vec{x} + \underline{D}\vec{u} \quad (3.44)$$

$$= (\underline{C}(s\underline{I} - \underline{A})^{-1} \cdot \underline{B} + \underline{D})\vec{u} \quad (3.45)$$

und damit

$$\underline{G}(s) = \underline{C}(\underline{sI} - \underline{A})^{-1} \cdot \underline{B} + \underline{D} \quad (3.46)$$

Dafür kann auch kurz als Symbol geschrieben werden:

$$\underline{G}(s) := \left[\begin{array}{c|c} \underline{A} & \underline{B} \\ \hline \underline{C} & \underline{D} \end{array} \right] := \underline{C}(\underline{sI} - \underline{A})^{-1} \cdot \underline{B} + \underline{D} \quad (3.47)$$

Damit ist dann:

$$\underline{P}(s) = \left[\begin{array}{c|cc} \underline{A} & \underline{B}_1 & \underline{B}_2 \\ \hline \underline{C}_1 & \underline{D}_{11} & \underline{D}_{12} \\ \hline \underline{C}_2 & \underline{D}_{21} & \underline{D}_{22} \end{array} \right] \quad (3.48)$$

Für die Existenz eines stabilisierenden Reglers $R(s)$ müssen folgende Randbedingungen erfüllt sein (s. [3], [24]):

1. In der Zustandsraumdarstellung von $\underline{P}(s)$ (s. (3.48)) müssen die Teilsysteme $[\underline{A}, \underline{B}_1]$ stabilisierbar

und

$$[\underline{A}, \underline{C}_2]$$
 ermittelbar

sein.

2. Ferner muss gelten

$$\begin{aligned} \text{rang}(\underline{D}_{12}) &= p_2, \\ \text{rang}(\underline{D}_{21}) &= q_2, \end{aligned}$$

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} \underline{A} - j\omega \underline{I} & \underline{B}_2 \\ \hline \underline{C}_1 & \underline{D}_{12} \end{bmatrix}\right) = n + p_2, \text{ d.h. voller Spaltenrang } \forall \omega$$

und

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} \underline{A} - j\omega \underline{I} & \underline{B}_1 \\ \hline \underline{C}_2 & \underline{D}_{21} \end{bmatrix}\right) = n + q_2, \text{ d.h. voller Zeilenrang } \forall \omega.$$

Dabei ist n die Anzahl der Zeilen und Spalten von \underline{A} , p_2 die Anzahl der Spalten von \underline{B}_2 und q_2 die Anzahl der Zeilen von \underline{C}_2 .

Sind diese Randbedingungen erfüllt, gilt:

Ein stabilisierender Regler $R(s)$, für den $\left\| P_{\bar{y}_W, w} \right\|_\infty \leq \gamma < 1$ gilt, existiert genau dann, wenn

1. die Lösungen \underline{X}_∞ und \underline{Y}_∞ der Matrix-Riccati-Gleichungen

$$\begin{aligned} \underline{0} = & -C_1^T \left(\underline{I} - \underline{D}_{12}^T (\underline{D}_{12}^T \underline{D}_{12})^{-1} \underline{D}_{12} \right)^T \left(\underline{I} - \underline{D}_{12}^T (\underline{D}_{12}^T \underline{D}_{12})^{-1} \underline{D}_{12}^T \right) C_1 \\ & + \underline{X}_\infty \left(\underline{A} - \underline{B}_2 (\underline{D}_{12}^T \underline{D}_{12})^{-1} \underline{D}_{12}^T C_1 \right) + \left(\underline{A} - \underline{B}_2 (\underline{D}_{12}^T \underline{D}_{12})^{-1} \underline{D}_{12}^T C_1 \right)^T \underline{X}_\infty \\ & - \underline{X}_\infty \left(\gamma^2 \underline{B}_1 \underline{B}_1^T - \underline{B}_2 (\underline{D}_{12}^T \underline{D}_{12})^{-1} \underline{B}_2^T \right) \underline{X}_\infty \end{aligned} \quad (3.49)$$

und

$$\begin{aligned} \underline{0} = & -B_1 \left(\underline{I} - \underline{D}_{21}^T (\underline{D}_{22} \underline{D}_{21}^T)^{-1} \underline{D}_{21} \right) \left(\underline{I} - \underline{D}_{21}^T (\underline{D}_{22} \underline{D}_{21}^T)^{-1} \underline{D}_{21} \right)^T B_1^T \\ & + \underline{Y}_\infty \left(\underline{A} - B_1 D_{21}^T (\underline{D}_{22} \underline{D}_{21}^T)^{-1} C_2 \right)^T + \left(\underline{A} - B_1 D_{21}^T (\underline{D}_{22} \underline{D}_{21}^T)^{-1} C_2 \right) \underline{Y}_\infty \\ & - \underline{Y}_\infty \left(\gamma^2 \underline{C}_1^T \underline{C}_1 - \underline{C}_2^T (\underline{D}_{21} \underline{D}_{21}^T)^{-1} \underline{C}_2 \right) \underline{Y}_\infty \end{aligned} \quad (3.50)$$

positiv semidefinit sind,

2. für den Spektralradius gilt:

$$\rho(\underline{X}_\infty \underline{Y}_\infty) := \max_i |\lambda_i| < \gamma^2 \quad (3.51)$$

Wobei die λ_i die Eigenwerte von $[\underline{X}_\infty \underline{Y}_\infty]$ sind.

3.7 Reglerberechnung

Der H_∞ -Regler $R(s)$ besteht aus der eigentlichen Zustandsrückführung

$$\vec{u} = -\underline{K} \hat{\vec{x}} \quad (3.52)$$

und einem Zustandsbeobachter in der Form:

$$\dot{\hat{\vec{x}}} = \left(\underline{A} + \gamma^{-2} \underline{B}_1 \underline{B}_1^T \underline{X}_\infty \right) \hat{\vec{x}} + \underline{B}_2 \vec{u} + \underbrace{\left(\underline{I} - \gamma^{-2} \underline{Y}_\infty \underline{X}_\infty \right)^{-1} \underline{L} (\vec{e} - \underbrace{\left(\underline{C}_2 + \gamma^{-2} \underline{D}_{21} \underline{B}_1^T \underline{X}_\infty \right) \hat{\vec{x}}}_{\hat{\vec{e}}})}_{\underline{Z}_\infty} \quad (3.53)$$

Der Zustandsbeobachter schätzt dabei die Zustände der fiktiven, erweiterten Strecke aus der Regelabweichung e (s. Bild 3.7).

Die Rückführmatrix \underline{K} ist gegeben durch:

$$\underline{K}(s) = \left(\underline{D}_{12}^T \underline{D}_{12} \right)^{-1} \left(\underline{B}_2^T \underline{X}_\infty + \underline{D}_{12}^T \underline{C}_1 \right) \quad (3.54)$$

Die Beobachter-Matrix \underline{L} ergibt sich zu:

$$\underline{L} = \left(\underline{Y}_\infty \underline{C}_2^T + \underline{B}_1 \underline{D}_{21}^T \right) \left(\underline{D}_{21} \underline{D}_{21}^T \right)^{-1} \quad (3.55)$$

$\underline{X}_\infty, \underline{Y}_\infty$ sind wieder die Lösungen der Matrix-Riccati-Gleichungen (3.49) und (3.50).

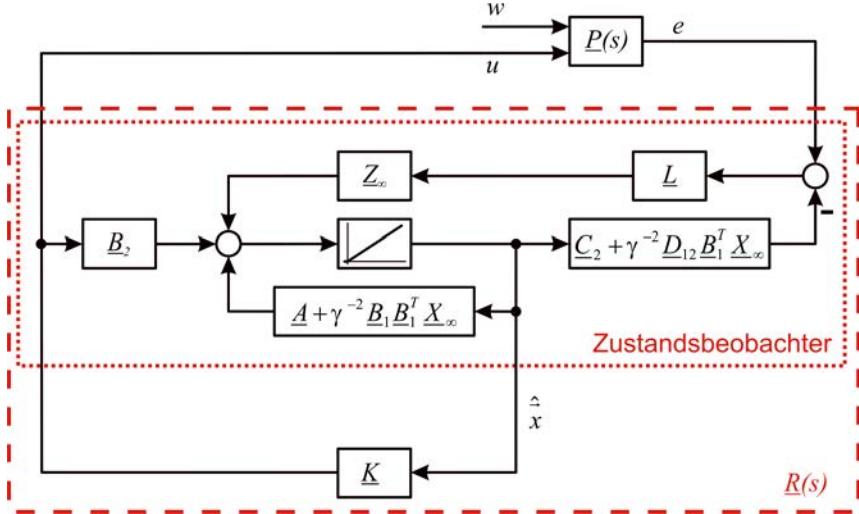


Bild 3.7: Struktur des H_∞ -Reglers

Die Lösung der Matrix-Riccati-Gleichungen erfolgt nach dem in [21] dargestellten Verfahren mit Hilfe der Hamilton-Matrix.

Eine Matrix-Riccati-Gleichung der Form:

$$\underline{Q} + \underline{P}\underline{A} + \underline{A}^T\underline{P} - \underline{P}\underline{B}\underline{P} = \underline{0} \quad (3.56)$$

hat eine zugehörige Hamilton-Matrix

$$\underline{\mathcal{H}} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{Q} & -\underline{A}^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n} \quad (3.57)$$

Die n Eigenvektoren, die zu den n Eigenwerten von $\underline{\mathcal{H}}$ mit negativem Realteil gehören, werden zu einer Matrix \underline{V} zusammengefasst. Diese wird dann in zwei $n \times n$ Matrizen unterteilt:

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \end{bmatrix} \quad \text{mit } \underline{V}_i \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (3.58)$$

Für die Lösung \underline{P} der Matrix-Riccati-Gleichung gilt nun:

$$\underline{P} = -\underline{V}_2 \underline{V}_1^{-1} \quad (3.59)$$

Die Lösbarkeit der beiden Matrix-Riccati-Gleichungen (3.49) und (3.50) setzt also voraus, dass die entsprechenden Hamilton-Matrizen keine rein imaginären Eigenwerte haben [23]. Eine notwendige Bedingung dafür ist, dass die Systemmatrizen \underline{A}_G , \underline{A}_{W_1} , \underline{A}_{W_2} und \underline{A}_{W_3} keine Pole auf der imaginären Achse haben (s. [2]). Dies ist hier jedoch nicht der Fall.

Die Gewichtungsfunktionen können zwar prinzipiell frei gewählt werden, wird jedoch stationäre Genauigkeit des geschlossenen Regelkreises gewünscht, so muss der Regelfehler mit integralem Verhalten gewichtet werden. Die Gewichtungsfunktion W_1 wird also einen Integrator und damit einen Pol in Null enthalten. Die Systemmatrix der Strecke \underline{A}_G hat ebenfalls immer einen rein imaginären Pol. Dies resultiert daraus, dass bei einem n-Massensystem die Lage durch eine Integration der Drehzahl gebildet wird und durch diesen Integrator ein Pol in Null auftritt.

Grundsätzlich kann auf verschiedene Weise mit diesem Problem umgegangen werden. Eine Möglichkeit ist, die Pole von der imaginären Achse geringfügig in die linke Halbebene zu verschieben, wie auch in [2] beschrieben. Wird dies beispielsweise für die Gewichtungsfunktion W_1 durchgeführt, so kann zwar keine stationäre Genauigkeit mehr erreicht werden, die Verschiebung kann jedoch so gering gewählt werden, dass die bleibende Regelabweichung ohne praktische Bedeutung ist [25].

Der in [21] beschriebene und in [2] verwendete Ablauf für das von Doyle und Glover (s. [24]) vorgestellte Verfahren der γ -Iteration zur Ermittlung eines (sub-) optimalen H_∞ -Reglers, welches auch hier verwendet wird, lautet damit:

1. Aufstellen der erweiterten Regelstrecke $\underline{P}(s)$ aus dem nominellen System $\underline{G}(s)$, den Gewichtungsfunktionen $W_i(s)$ und Transformation in die Zustandsraumdarstellung.
2. Sicherstellen, dass die Randbedingungen 1 bis 4 erfüllt sind (s. Abschn. 3.6) (ggf. Gewichtungsfunktionen anpassen).
3. Zu Beginn $\gamma = 1$ setzen.
4. \underline{X}_∞ und \underline{Y}_∞ berechnen.
5. $\rho(\underline{X}_\infty \underline{Y}_\infty) < \gamma^2$ prüfen.
6. Waren alle Schritte erfolgreich, wird γ verkleinert, andernfalls vergrößert. Dann werden die Schritte 4 bis 6 so lange wiederholt, bis γ nur noch unwesentlich geändert werden kann.

Bild 3.8 zeigt den entsprechenden Ablaufplan.

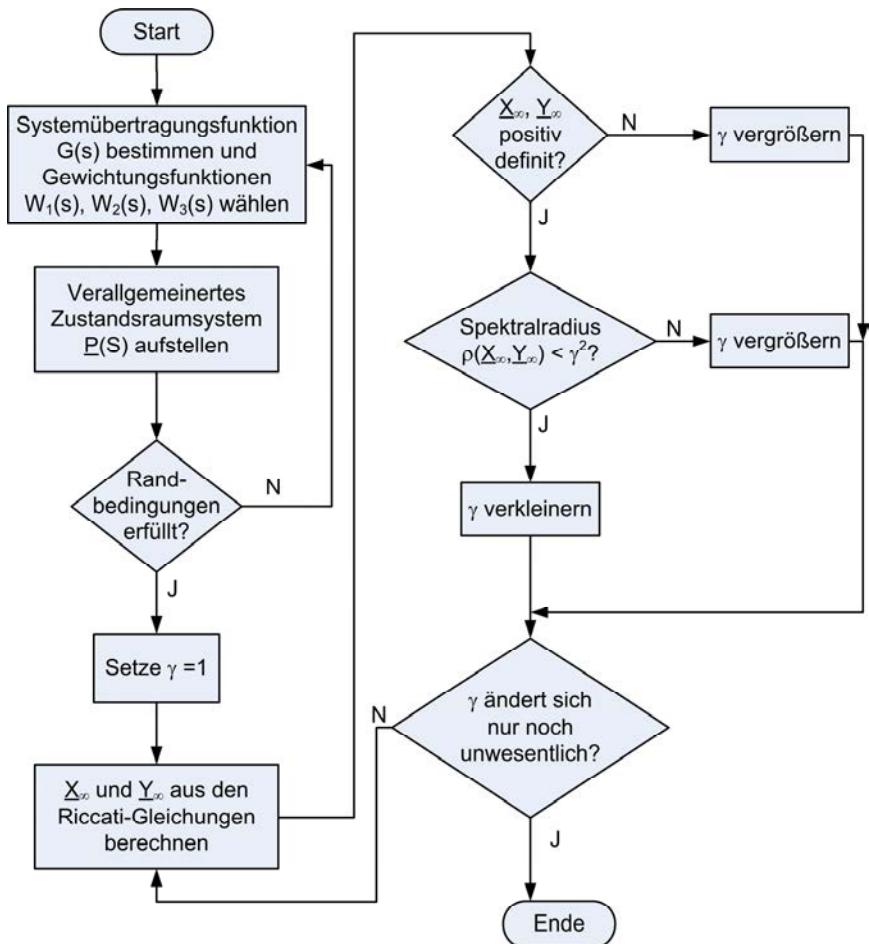


Bild 3.8: Ablauf der γ -Iteration (vergl. [2])

3.8 Eliminierung des internen Zustandsbeobachters

Der H_∞ -Regler besteht intern, wie in Abschnitt 3.7 gezeigt, aus der eigentlichen Zustandsrückführung und einem Zustandsbeobachter zur Schätzung der Systemzustände des in Bild 3.6 gezeigten, erweiterten Systems $\underline{P}(s)$ aus der gemessenen Ausgangsgröße.

Die Schätzung der Zustände allein aus dem Regelfehler kann jedoch auch Nachteile haben. Zum einen werden möglicherweise im System vorhandene weitere Sensoren nicht genutzt. Zum anderen kann der Zustandsbeobachter falsche Werte liefern. Dies ist vor allem dann der Fall, wenn der lineare Beobachter Zustände einer nichtlinearen Strecke ermitteln muss. Mehrmassensysteme, wie sie in dieser Arbeit betrachtet werden, können solche Nichtlinearitäten insbesondere in Form von Lose und Haftreibung enthalten. Weiterhin wurde in [2] dargelegt, dass ein im Mehrmassensystem angreifendes Lastmoment zu einer fehlerhaften Schätzung der Zustände des erweiterten Systems führt.

Der interne Zustandsbeobachter ist für Störgrößen geeignet, die direkt am Ausgang des erweiterten Systems angreifen. Die hier betrachtete Regelgröße ist die lastseitige Lage. Störungen treten jedoch in Form von im System angreifenden Drehmomenten auf. Somit wird ein Störmoment noch mindestens zweimal integriert, ehe es auf die Ausgangsgröße wirkt (s. Abschn. 2.1). Auch nichtlineare Reibung kann als ein solches, vom Beobachter nicht berücksichtigtes Störmoment interpretiert werden. Der interne Zustandsbeobachter des H_∞ -Reglers eignet sich damit nicht für die bei Mehrmassensystemen hauptsächlich auftretenden Störungen in Form von Last- oder nichtlinearen Reibdrehmomenten. Dies ist besonders kritisch, da ein wesentliches Ziel einer Regelung ja in der Unterdrückung von Störgrößen liegt.

Daher wurde in [2] vorgeschlagen, den internen Zustandsbeobachter des H_∞ -Reglers zu eliminieren. Voraussetzung dafür ist, dass alle Zustände des erweiterten Systems $\underline{P}(s)$ in Bild 3.6 erfasst werden. Für die Zustände \dot{x}_G der Regelstrecke $G(s)$ selbst erfolgt dies durch entsprechende Sensoren. Die Zustände der Gewichtungsfunktionen W_1 , W_2 und W_3 sind dagegen nicht real vorhanden und können somit messtechnisch auch nicht erfasst werden. Es ist jedoch möglich, diese Zustände zu berechnen, da die Gewichtungsfunktionen beim Reglerentwurf vorgegeben und somit bekannt sind. Voraussetzung ist, dass die Eingangsgrößen dieser Funktionen, also der Regelfehler e , die Stellgröße u und die Ausgangsgröße y bekannt sind. Damit ergibt sich die in Bild 3.9 dargestellte Struktur des H_∞ -Reglers ohne internen Zustandsbeobachter.

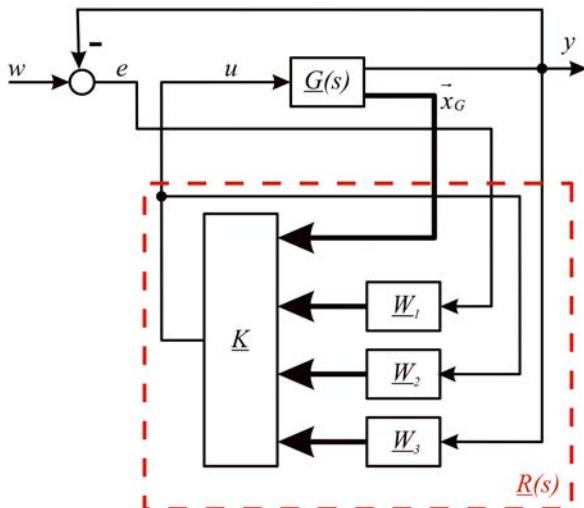


Bild 3.9: H_∞ -Regler ohne internen Zustandsbeobachter (vergl. [2])

Ein weiterer Vorteil dieser Herangehensweise ist die starke Verringerung der Komplexität der Reglerstruktur. Der Regler benötigt also in der Realisierung weniger Rechenleistung und ist zudem einfacher zu implementieren.

Die in kommerziellen Softwarewerkzeugen wie z. B. Matlab implementierten Verfahren zum Reglerentwurf liefern als Ergebnis die komplette Reglerstruktur mit Zustandsbeobachter. Um die in Bild 3.9 dargestellte Struktur realisieren zu können, ist es daher notwendig, auf Zwischenergebnisse des Entwurfs zugreifen zu können. Dies ist bei den meisten kommerziellen Werkzeugen jedoch nicht möglich. Aus diesem Grunde wurden in [2] auf Basis von [21] eigene Lösungswerkzeuge in Matlab entwickelt, die auch in dieser Arbeit verwendet werden.

4 Modellbildung für den H_∞ -Reglerentwurf

Wie gesehen, wirken sich sowohl die Ordnung der gewählten Gewichtungsfunktionen als auch die Ordnung des Systemmodells direkt auf die Ordnung des entworfenen Reglers aus. Um H_∞ -Regler möglichst geringer Ordnung zu entwerfen, ist es daher notwendig, nicht nur möglichst einfache Gewichtungsfunktionen zu wählen, sondern auch ein möglichst einfaches Entwurfsmodell für die Reglerberechnung zu verwenden. Durch diese Modellvereinfachung werden zusätzlich zu den unvermeidlichen Parameterunsicherheiten auch Strukturunsicherheiten im Systemmodell verursacht. Nach [11] ist es häufig möglich, Strukturunsicherheiten durch Parameterunsicherheiten zu beschreiben und für diese dann einen robusten Regler niedriger Ordnung zu entwickeln. Im Folgenden wird daher zunächst ein lineares Modell der vollständigen Regelstrecke abgeleitet.

4.1 Vollständiges, lineares Steckenmodell

Die in dieser Arbeit betrachteten elastisch gekoppelte Mehrmassensysteme haben grundsätzlich die in Abschn. 2.3 beschriebene und in Bild 2.6 dargestellten Struktur.

Für die weiteren Betrachtungen ist es zweckmäßig, das jeweils zu regelnde System, also die Regelstrecke in eine lineare Zustandsraumdarstellung der Form

$$\dot{\vec{x}} = \underline{A} \cdot \vec{x} + \underline{B} \cdot \vec{u}; \quad \vec{y} = \underline{C} \cdot \vec{x} + \underline{D} \cdot \vec{u} \quad (4.1)$$

zu bringen.

Dabei werden nichtlineare Einflüsse vernachlässigt. Die Reibung wird lediglich über einen linearen Reibungskoeffizienten R_L an jeder Masse berücksichtigt. Die Lose wird in diesem linearen Streckenmodell dagegen ganz vernachlässigt.

Weiterhin werden die Drehmomente und Drehzahlen auf die entsprechenden Nenngrößen $m_0 = 10 \text{ Nm}$, $\omega_0 = 314,16 \text{ rad/s}$ bzw. die Positionen auf eine Umdrehung normiert $\varepsilon_0 = 2\pi$.

Die normierten Größen lauten damit

$$\begin{aligned} T_i &= \frac{\Theta_i \cdot \omega_0}{m_0}, \\ C_{Ni} &= \frac{C_i}{m_0}, \\ \omega_{Ni} &= \frac{\omega_i}{\omega_0}, \\ \varepsilon_{Ni} &= \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_0}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Für ein n-Massenmodell ergeben sich damit in normierter Darstellung folgende Differentialgleichungen

$$\dot{\omega}_{N1} = \frac{1}{T_1} (m_a - R_{L1} \cdot \omega_{N1} - C_{N1} (\varepsilon_{N1} - \varepsilon_{N2})), \quad (4.3)$$

$$\dot{\varepsilon}_{N1} = \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} \omega_{N1}, \quad (4.4)$$

$$\dot{\omega}_{N2} = \frac{1}{T_2} (C_{N1} (\varepsilon_{N1} - \varepsilon_{N2}) - R_{L2} \cdot \omega_{N2} - C_{N2} (\varepsilon_{N2} - \varepsilon_{N3})), \quad (4.5)$$

$$\dot{\varepsilon}_{N2} = \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} \omega_{N2}, \quad (4.6)$$

$$\dot{\omega}_{N3} = \frac{1}{T_3} (C_{N2} (\varepsilon_{N2} - \varepsilon_{N3}) - R_{L3} \cdot \omega_{N3} - C_{N3} (\varepsilon_{N3} - \varepsilon_{N4})), \quad (4.7)$$

$$\dot{\varepsilon}_{N3} = \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} \omega_{N3}, \quad (4.8)$$

⋮

$$\dot{\omega}_{Nn} = \frac{1}{T_n} (C_{N(n-1)} (\varepsilon_{N(n-1)} - \varepsilon_{Nn}) - R_{Ln} \cdot \omega_{Nn}), \quad (4.9)$$

$$\dot{\varepsilon}_{Nn} = \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} \omega_{Nn}. \quad (4.10)$$

Diese führen auf die folgende Matrixdarstellung:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \omega_{N1} \\ \varepsilon_{N1} \\ \vdots \\ \omega_{Ni} \\ \varepsilon_{Ni} \\ \vdots \\ \omega_{Nn} \\ \varepsilon_{Nn} \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{T_1} R_{L1} & \frac{-1}{T_1} C_{N1} & 0 & \frac{1}{T_1} C_{N1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & \boxed{\frac{1}{T_i} C_{Ni-1} & \frac{-1}{T_i} R_{Li} & \frac{-1}{T_i} (C_{Ni-1} + C_{Ni}) & 0 & \frac{1}{T_i} C_{Ni}} & \cdots & 0 \\ \cdots & 0 & \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & & 0 & \frac{1}{T_n} C_{Nn-1} & \frac{-1}{T_n} R_{Ln} & \frac{-1}{T_n} C_{Nn-1} \\ 0 & \cdots & & 0 & 0 & \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.12)$$

$$\underline{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{T_1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \underline{C} = (0 \ \cdots \ 0 \ \ 1); \quad \underline{D} = \underline{0}. \quad (4.13)$$

In der Systemmatrix \underline{A} kann ebenso wie in der Struktur in Bild 2.6 für jede Masse i ein zugehöriger Block identifiziert werden:

$$\boxed{\frac{1}{T_i} C_{Ni-1} \quad \frac{-1}{T_i} R_{Li} \quad \frac{-1}{T_i} (C_{Ni-1} + C_{Ni}) \quad 0 \quad \frac{1}{T_i} C_{Ni} \\ 0 \quad \omega_0 \quad 0 \quad 0 \quad 0}$$

Die Elemente mit dem Reibungsterm $-1/T_i R_{Li}$ sind dabei entlang der Hauptdiagonalen aufgeregelt. Bei der ersten und der letzten Masse gilt für die nicht vorhandenen Federkonstanten $C_{N0} = C_{Nn} = 0$.

Für ein in dieser Arbeit beispielhaft angenommenes Dreimassensystem ergibt sich damit:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\omega}_{N1} \\ \dot{\varepsilon}_{N1} \\ \dot{\omega}_{N2} \\ \dot{\varepsilon}_{N2} \\ \dot{\omega}_{N3} \\ \dot{\varepsilon}_{N3} \end{pmatrix}}_{\tilde{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\frac{1}{T_1} R_{L1} & -\frac{1}{T_1} C_{N1} & 0 & \frac{1}{T_1} C_{N1} & 0 & 0 \\ \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_2} C_{N1} & -\frac{1}{T_2} R_{L2} & -\frac{1}{T_2} (C_{N1} + C_{N2}) & 0 & \frac{1}{T_2} C_{N2} \\ 0 & 0 & \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_3} C_{N2} & -\frac{1}{T_3} R_{L3} & -\frac{1}{T_3} (C_{N2}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} & 0 \end{pmatrix}}_{A} \cdot \begin{pmatrix} \omega_{N1} \\ \varepsilon_{N1} \\ \omega_{N2} \\ \varepsilon_{N2} \\ \omega_{N3} \\ \varepsilon_{N3} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{T_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\tilde{x}}}_{\tilde{b}} \quad (4.14)$$

Ein elastisch gekoppeltes Mehrmassensystem ist grundsätzlich schwingungsfähig.

Die Imaginärteile der konjugiert-komplexen Eigenwerte der Systemmatrix A bezeichnen die Eigenfrequenzen (s. [26]). Die Eigenwerte sind die Nullstellen des charakteristischen Polynoms (s. [27]).

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (4.15)$$

Jedes Federelement, also jede Welle eines Mehrmassensystems, verursacht ein konjugiert-komplexes Polpaar und somit eine Resonanzfrequenz.

Da die lineare Reibung im Allgemeinen für die Berechnung der Eigenfrequenzen vernachlässigt werden kann, ergeben sich im Falle eines Dreimassensystems:

$$\omega_{res1,2} = \left[\omega_0 \left(\frac{1}{2} \left(C_{N1} \frac{T_1+T_2}{T_1 T_2} + C_{N2} \frac{T_2+T_3}{T_2 T_3} \right) \pm \left[\frac{1}{4} \left(C_{N1} \frac{T_1+T_2}{T_1 T_2} + C_{N2} \frac{T_2+T_3}{T_2 T_3} \right)^2 - C_{N1} C_{N2} \frac{T_1+T_2+T_3}{T_1 T_2 T_3} \right]^{1/2} \right]^{1/2} \right]^{1/2} \quad (4.16)$$

4.2 Reduziertes Entwurfsmodell

Um einen H_∞ -optimalen Regler möglichst niedriger Ordnung, also einen Regler mit möglichst geringem Rechenaufwand, zu erhalten, wurde der Reglerentwurf anhand eines reduzierten Entwurfsmodells durchgeführt. Als Entwurfsmodell wird in dieser Arbeit ein Zweimassen-Ersatzmodell des ursprünglichen Mehrmassensystems verwendet. Der Regler muss folglich so robust ausgelegt werden, dass er auch für das ursprüngliche Mehrmassensystem eine gute Qualität der Regelung liefert, obwohl er lediglich für das reduzierte Entwurfsmodell berechnet wurde. Das Entwurfsmodell muss somit so gewählt werden, dass es die wesentlichen Eigenschaften des Originalsystems möglichst gut abbildet. Eine weitere Fagestellung ist also, inwieweit die Wahl eines bestimmten Ersatzsystems als Entwurfsmodell den Reglerentwurf beeinflusst.

Werden Lose und Haftriebung, wie oben gesagt, vernachlässigt, so ergibt sich aus der allgemeinen Struktur eines n-Massensystems (s. Gl. (4.11) bis (4.13)) für ein lineares Zweimassensystem die folgende, normierte Zustandsraumdarstellung

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\omega}_{N1} \\ \dot{\varepsilon}_{N1} \\ \dot{\omega}_{N2} \\ \dot{\varepsilon}_{N2} \\ \tilde{x}_{ers} \end{pmatrix}}_{\underline{A}_{ers}} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & \frac{1}{T_{ers1}} C_{N_ers} \\ T_{ers1} R_{L_ers1} & T_{ers1} C_{N_ers} & 0 & 0 \\ \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{ers2}} C_{N_ers} & \frac{-1}{T_{ers2}} R_{L_ers2} & \frac{-1}{T_{ers2}} C_{N_ers} \\ 0 & 0 & \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{N1} \\ \varepsilon_{N1} \\ \omega_{N2} \\ \varepsilon_{N2} \\ \tilde{x}_{ers} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{T_{ers1}} \\ \frac{m_a}{u} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.17)$$

$$y = \varepsilon_{N2} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\tilde{c}_{ers}} \underbrace{\begin{pmatrix} \omega_{N1} \\ \varepsilon_{N1} \\ \omega_{N2} \\ \varepsilon_{N2} \end{pmatrix}}_{\tilde{x}_{ers}}. \quad (4.18)$$

Die Eigenfrequenz des Ersatzsystems kann über die Eigenwerte der Systemmatrix \underline{A}_{ers} , d.h. die Nullstellen des charakteristischen Polynoms $\det(\underline{A}_{ers} - \lambda I) = 0$, ermittelt werden.

Für die Berechnung der Eigenfrequenz wird auch die lineare Reibung vernachlässigt.

Damit vereinfacht sich das Polynom wie folgt

$$\det(\underline{A}_{ers} - \lambda \underline{I}) = \lambda^2 \left(\lambda^2 + \underbrace{\frac{T_{ers1} + T_{ers2}}{T_{ers1} T_{ers2}}} \right) C_{N ers} \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} := 0, \quad (4.19)$$

$$\frac{1}{T_{ers1}} + \frac{1}{T_{ers2}}$$

$$\Rightarrow \lambda_{1,2} = 0$$

$$\lambda_{3,4} = \pm \sqrt{-\left(\frac{1}{T_{ers1}} + \frac{1}{T_{ers2}} \right) C_{N ers} \frac{\omega_0}{\varepsilon_0}}. \quad (4.20)$$

Es ergibt sich für die Resonanzfrequenz

$$\omega_{res\ ers} = \sqrt{\left(\frac{1}{T_{ers1}} + \frac{1}{T_{ers2}} \right) C_{N ers} \frac{\omega_0}{\varepsilon_0}}. \quad (4.21)$$

4.2.1 Berechnung der Ersatzgrößen

Die Zeitkonstanten T_{ers1} , T_{ers2} , die Reibungskonstanten R_{Lers1} , R_{Lers2} sowie die Federkonstante $C_{N ers}$ des Ersatzsystems müssen aus dem originalen n-Massensystem ermittelt werden. Hierzu sind verschiedene Ansätze möglich.

Grundsätzlich können die mittleren Massen vollständig der Antriebs- bzw. der Lastseite zugeschlagen werden oder sie können zwischen Antriebs- und Lastseite aufgeteilt werden. Ohne weitere Kenntnisse über das System, wenn z. B. die Einzelelastizitäten der Teilwellen unbekannt sind, bietet sich hier eine gleichmäßige Aufteilung an. In einem solchen Fall muss dann die Gesamtelestizität des Systems oder dessen Resonanzverhalten bekannt sein, um ein Ersatzmodell bestimmen zu können. Sind dagegen die Federkonstanten der einzelnen Teilwellen bekannt, ist es sinnvoll die mittleren Massen im Verhältnis der Federsteifigkeiten auf die benachbarten Massen aufzuteilen (vergl. [28]).

Für ein Dreimassensystem ergeben sich damit beispielsweise folgende Möglichkeiten zur Bestimmung der Ersatzzeitkonstanten:

$$1. \quad T_{ers1} = T_1; \quad T_{ers2} = T_2 + T_3 \quad (4.22)$$

$$2. \quad T_{ers1} = T_1 + \frac{T_2}{2}; \quad T_{ers2} = \frac{T_2}{2} + T_3 \quad (4.23)$$

$$3. \quad T_{ers1} = T_1 + \frac{C_{N1}}{C_{N1} + C_{N2}} T_2; \quad T_{ers2} = \frac{C_{N2}}{C_{N1} + C_{N2}} T_2 + T_3 \quad (4.24)$$

$$4. \quad T_{ers1} = T_1 + T_2; \quad T_{ers2} = T_3 \quad (4.25)$$

Die linearen Reibungen werden ebenso zusammengefasst wie die Massen, da anzunehmen ist, dass sie den entsprechenden Massen zugeordnet werden können (z. B. Lagerreibung der entsprechenden Masse).

Die Ersatzfederkonstante kann, nach [29], durch Zusammenfassen der einzelnen Federkonstanten des Originalsystems ermittelt werden.

Also für ein Dreimassensystem z. B.:

$$C_{N ers} = \frac{1}{\frac{1}{C_{N1}} + \frac{1}{C_{N2}}} \quad (4.26)$$

Eine andere Möglichkeit ist, die Ersatzfederkonstante so zu berechnen, dass sich für das Ersatzsystem eine Eigenfrequenz einstellt, die der niedrigsten Eigenfrequenz des n-Massensystems entspricht.

$$\min(\omega_{res i}) = \omega_{res min} \quad (4.27)$$

$$\omega_{res ers} := \omega_{res min} \quad (4.28)$$

Die normierte Federkonstante des Ersatzsystems $C_{N ers}$ ist so zu bestimmen, dass die Forderung nach gleichen Eigenfrequenzen aus Gl. (4.28) erfüllt ist.

$$\begin{aligned} & \omega_{res ers} := \omega_{res min} \\ \Rightarrow \quad C_{N ers} &= \frac{\omega_{res min}^2}{\frac{1}{T_{ers1}} + \frac{1}{T_{ers2}}} \cdot \frac{\varepsilon_0}{\omega_0} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Aus diesen Überlegungen ergeben sich für die hier durchgeföhrten Untersuchungen die folgenden, verschiedenen Arten, wie ein Ersatzmodell gebildet werden kann.

1. Typ 1, „ML/FR“:

- Trägheitsmomente der mittleren Massen werden zu dem der Lastseite hinzugefügt.
- Die Federkonstante wird so bestimmt, dass das Ersatzsystem die niedrigste Resonanzfrequenz des Originalsystems hat.
- Die Ersatzgrößen berechnen sich nach den Gleichungen (4.22) und (4.29).

2. Typ 2a, b, „MV/FR“ a bzw. b:

- Trägheitsmomente der mittleren Massen werden auf die Antriebs- und die Lastseite aufgeteilt. Dies kann entweder a) gleichmäßig oder b) im Verhältnis der Federkonstanten geschehen.
- Die Federkonstante wird ebenfalls entsprechend der niedrigsten Resonanzfrequenz des Originalsystems berechnet.
- Die Ersatzgrößen berechnen sich nach den Gleichungen a) (4.23) bzw. b) (4.24) und (4.29)
- Trägheitsmomente der mittleren Massen werden auf das der Antriebsseite aufaddiert.
- Die Ersatzfederkonstante wird so bestimmt, dass die niedrigste Resonanzfrequenz des Originalsystems erhalten bleibt.
- Die Ersatzgrößen berechnen sich nach den Gleichungen (4.25) und (4.29).

3. Typ 4, „ML/FZ“:

- Trägheitsmomente der mittleren Massen werden zu dem der Lastseite hinzugefügt.
- Die Ersatzfederkonstante wird durch einfaches Zusammenfassen der Federkonstanten des Originalsystems bestimmt.
- Die Werte für das Ersatzsystem werden nach Gleichung (4.22) und (4.26) bestimmt.

4. Typ 5, „MV/FZ“ a bzw. b:

- Trägheitsmomente der mittleren Massen werden auf die Antriebs- und die Lastseite aufgeteilt. Entweder a) gleichmäßig oder b) im Verhältnis der Federkonstanten geschehen.
- Die Federkonstante des Ersatzsystems wird durch Zusammenfassen der Originalfederkonstanten bestimmt.
- Die Ersatzgrößen berechnen sich nach den Gleichungen a) (4.23) bzw. b) (4.24) und (4.26)

5. Typ 6, „MA/FZ“:

- Trägheitsmomente der mittleren Massen werden auf das Trägheitsmoment der Antriebsseite aufaddiert
- Die Federkonstante wird durch Zusammenfassen der Federkonstanten des Originalsystems bestimmt.
- Die Ersatzgrößen berechnen sich nach den Gleichungen (4.25) und (4.26).

Zusammengefasst können also folgende Arten von Ersatzmodellen gebildet werden:

Tabelle 4.1: Ersatzmodelltypen

	Ersatzfederkonstante entspr. Resonanzfrequenz	Ersatzfederkonstante durch Zusammenfassen
Mittlere Massen zur Lastseite	Typ ML/FR	Typ ML/FZ
Mittlere Massen verteilt	Typ MV/FRa, Typ MV/FRb	Typ MV/FZa, Typ MV/FZb
Mittlere Massen zur Antriebsseite	Typ MA/FR	Typ MA/FZ

4.2.2 Vergleich von Strecken- und Entwurfsmodell

Die frequenzabhängigen Modellunsicherheiten des Entwurfsmodells gegenüber dem Streckenmodell können durch Vergleich des Frequenzgangs des linearen Zustandsraummodells der Strecke $G(s)$ mit dem des zum Entwurf verwendeten Ersatzmodells $G_{ers}(s)$ ermittelt werden.

Für die additive Modellunsicherheit gilt

$$\|\Delta_a\| = \|G(s) - G_{ers}(s)\|. \quad (4.30)$$

Die multiplikative Modellunsicherheit ergibt sich zu

$$\|\Delta_m\| = \|(G(s) - G_{ers}(s))G_{ers}^{-1}(s)\|. \quad (4.31)$$

Diese Modellunsicherheiten beschreiben dabei nur die Ungenauigkeit des Ersatzmodells in Bezug auf das angenommene, lineare Zustandsraummodell des Originalsystems. Bezüglich des realen Systems $G^0(s)$ werden weitere Unsicherheiten auftreten (z. B. ungenaue Federkonstanten, nicht berücksichtigte Dynamiken). Diese müssen bei der Reglersynthese in der Wahl der Gewichtungsfunktionen mit berücksichtigt werden, um die Stabilität zu garantieren.

Durch die entsprechende Berechnung nach GL. (4.29) stimmt die Resonanzfrequenz der Ersatzsysteme (s. Gl. (4.21)) nach Modell Typ ML/FR, MV/FR und MA/FR immer mit der niedrigsten Resonanzfrequenz des originalen Streckenmodells (s. Gl. (4.16)) überein. Die Resonanzfrequenz des Ersatzsystems nach Modell Typ ML/FZ, MV/FZ und MA/FZ stimmt dagegen nicht exakt mit einer Resonanzfrequenz des Originalsystems der Strecke überein, da hier die Ersatzfederkonstante durch Zusammenfassen der ursprünglichen Federkonstanten gebildet wurde. Dies wirkt sich durch entsprechend höhere Modellunsicherheiten im Bereich der Resonanzfrequenz aus, hat jedoch den Vorteil, dass der Verdrehwinkel des Systems bei einem bestimmten Torsionsmoment korrekt nachgebildet wird. Abhängig vom jeweiligen Regelungsziel kann dies ein Vorteil sein.

Die folgenden Untersuchungen zum Modellvergleich wurden anhand eines beispielhaften Dreimassensystems als Regelstrecke durchgeführt.

Dabei wurden folgende Werte angenommen:

$$\begin{aligned}
 \Theta_1 &= 39,4 \text{ Kg cm}^2 \\
 \Theta_2 &= 131,1 \text{ Kg cm}^2 & T_1 &= 0,12362 \\
 \Theta_3 &= 70,5 \text{ Kg cm}^2 & \Rightarrow T_2 &= 0,41186 \\
 m_0 &= 10 \text{ Nm} & T_3 &= 0,22133 \\
 \omega_0 &= 50 \frac{1}{s} \\
 C_1 &= 529,4 \frac{\text{Nm}}{\text{Umdr.}} & \Rightarrow C_{N1} &= 52,941 \\
 C_2 &= 264,7 \frac{\text{Nm}}{\text{Umdr.}} & C_{N2} &= 26,471
 \end{aligned}$$

Die normierten Werte der linearen Reibungskoeffizienten $R_{LI,2}$ werden hier zu 0,2 angenommen.

Die Eigenwerte der Systemmatrix \underline{A} sind in diesem Fall:

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= -0.64812 + j169,96 \\
 \lambda_2 &= -0.64812 - j169,96 \\
 \lambda_3 &= 0 \\
 \lambda_4 &= -1.0571 \\
 \lambda_5 &= -0.7787 + j90,245 \\
 \lambda_6 &= -0.7787 - j90,245
 \end{aligned}$$

Die Resonanzfrequenzen dieses Dreimassensystems ergeben sich damit zu $\omega_{res1} = 90,245 \text{ rad/s}$ und $\omega_{res2} = 169,96 \text{ rad/s}$.

Das betrachtete Übertragungsverhalten ist hier das des Antriebsmoments als Eingangsgröße zum lastseitigen Lagewinkel als Ausgangsgröße. Somit bildet das originale Dreimassensystem eine Übertragungsfunktion sechster Ordnung, wogegen das Ersatzsystem eine solche vierter Ordnung darstellt.

Oberhalb der Ersatzresonanzfrequenz bleibt die Phase für alle Ersatzsysteme konstant und die Amplitude fällt mit einer Steigung von -80 dB/Dekade. Das Originalsystem weist dagegen bei 170 rad/s eine zweite Resonanz auf und fällt danach mit einer Steigung von -120 dB/Dekade. Der Phasengang weist entsprechend bei der zweiten Resonanzfrequenz einen weiteren Sprung um -180° auf. Für höhere Frequenzen weichen die Ersatzsysteme immer stärker vom Original ab, da weitere Resonanzen durch das Zweimassensystem nicht mehr beschrieben werden können. Bild 4.1 und Bild 4.2 zeigen beispielhaft die Bode-Diagramme und die Frequenzgänge der Modellunsicherheiten des Ersatzmodells vom Typ MV/FRa. Bis zur ersten

Resonanzstelle sind die Verläufe von Original- und Ersatzsystem in Bild 4.1 deckungsgleich. Danach weichen die beiden Frequenzgänge voneinander ab, da das Ersatzsystem die zweite Resonanzstelle nicht mehr abbildet. Bild 4.2 zeigt die entsprechenden, nach Gl. (4.30) bzw. Gl. (4.31) bestimmten Modellunsicherheiten.

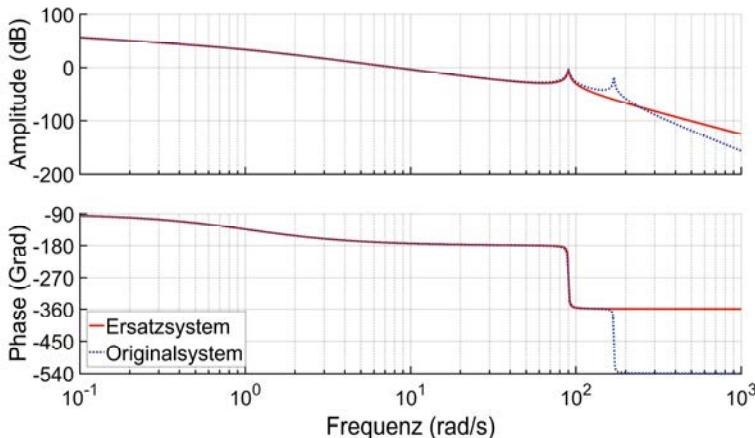


Bild 4.1: Bode-Diagramme von Original- und Ersatzsystem (Typ MV/FRa)

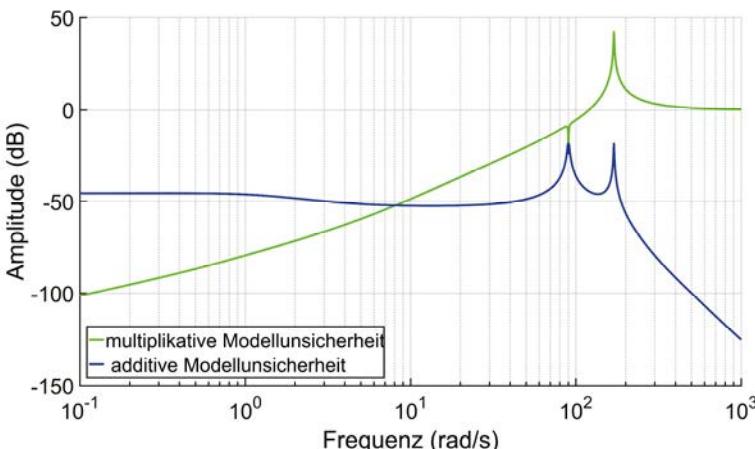


Bild 4.2: Modellunsicherheiten des Ersatzsystems (Typ MV/FRa) gegenüber dem Originalsystem

4.3 Simulation zum Modellvergleich

Auf der Grundlage jedes dieser Ersatzmodelltypen wird ein H_∞ -Regler entworfen. Dieser Regler wird zusammen mit einem um die nichtlinearen Einflüsse von Lose und Hftreibung erweiterten Streckenmodells in Matlab/Simulink simuliert und das Verhalten der jeweiligen Regelungen verglichen.

Dazu wurde zunächst auf Basis des linearen Streckenmodells ein nichtlineares Modell des hier als Regelstrecke angenommenen Dreimassensystems unter Matlab/Simulink erstellt. Das Modell entspricht der in Bild 2.6 dargestellten Struktur. Die Lose ist als „Tote Zone“ modelliert. Die in dieser Arbeit verwendete Modellierung der Reibung und deren Umsetzung in Matlab/Simulink basiert auf dem in [2] verwendeten Modell. Dieses stellt einen den Einfluss der Reibung nachbildenden Block in Simulink dar, der in das restliche mechanische Modell eingebunden werden kann. Die interne Struktur ist in Bild 4.3 dargestellt. Eingangsgrößen dieses Blocks sind das antreibende Drehmoment m_a und die Drehzahl ω der jeweiligen Masse. Ausgangsgröße ist das nach Abzug der Reibung verbleibende, auf das restliche System wirkende Drehmoment $m_a - m_{Reib}$.

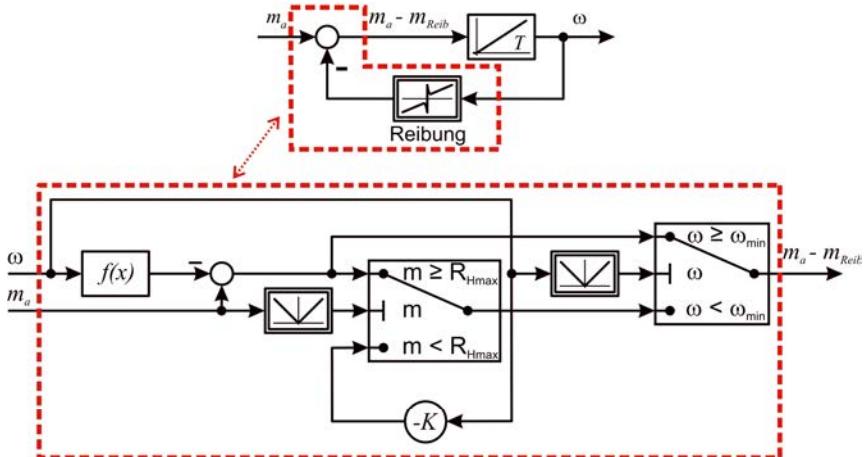


Bild 4.3: Modellierung des Reibverhaltens (vergl. [2])

Das Verhalten dieses Reibblocks für ein im Stillstand befindliches System kann folgendermaßen beschrieben werden. Solange der Betrag des angreifenden Drehmomentes m_a kleiner als das maximale Hftreibmoment $R_{H\max}$ ist, wird kein Drehmoment in das restliche System weitergegeben ($m_a - m_{Reib} = 0$). Das System verharzt im Stillstand. Wird das maximale Hftreibmoment überschritten, so rutscht das System los. Die Reibung bestimmt sich nun über eine geschwindigkeitsabhängige Funktion $f(\omega)$, die hier lediglich aus einer Überlagerung von Gleitreibung und viskoser Reibung

besteht $f(\omega) = \text{sgn}(\omega) R_G + r_L \omega$ (vergl. Abschn. 2.1). Die für kleine Drehzahlen dominierende Gleitreibung R_G kann dabei kleiner sein als die maximale Haftreibung $R_{H\max}$. Mit zunehmender Geschwindigkeit überwiegt die linear von der Drehzahl abhängige viskose Reibung. Das hier versendete Reibmodell berücksichtigt damit das sprungförmige, nichtlineare Losbrechen aus der Haftreibung und bildet anschließend die Reibung in der Bewegung als Überlagereung aus Gleitreibung und linearer, geschwindigkeitsabhängiger Reibung nach.

Das um diese nichtlinearen Einflüsse erweiterte Streckenmodell wird zusammen mit einem H_∞ -Regler in Matlab/Simulink implementiert und dient zur vergleichenden Simulation der mit den verschiedenen Entwurfsmodelltypen berechneten Regler.

Der H_∞ -Regler für diese Vergleichssimulationen wird hier durch eine leichte Verschiebung der Polstelle in Null ($\delta = 0,00001$) synthetisiert (s. Abschn. 3.7). Die Systemmatrix A_{ers} lautet damit:

$$A_{ers} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_{ers1}} R_{L_ers1} & -\frac{1}{T_{ers1}} C_{N_ers} + \delta & 0 & \frac{1}{T_{ers1}} C_{N_ers} \\ \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{ers2}} C_{N_ers} & -\frac{1}{T_{ers2}} R_{L_ers2} & -\frac{1}{T_{ers2}} C_{N_ers} \\ 0 & 0 & \frac{\omega_0}{\varepsilon_0} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

Über die Gewichtungsfunktion W_1 wird zunächst ein gewünschter Frequenzgang der Störübertragungsfunktion $S(s)$ vorgegeben. Über die Gewichtungsfunktion W_2 wird die Beschränkung der Stellgröße berücksichtigt. Die Gewichtungsfunktion W_3 ist so gewählt, dass sie oberhalb der multiplikativen Modellunsicherheit liegt. Dadurch wird Robustheit bezüglich der durch diese Modellunsicherheit beschriebenen Unterschiede zwischen Ersatzsystem und realem System gefordert.

Die Gewichtungsfunktionen beeinflussen sich dabei gegenseitig. Die Forderung nach hoher Robustheit widerspricht z. B. der nach einer schnellen Regelung. Es muss also ein Kompromiss gefunden werden. Für die Wahl der Gewichtungsfunktionen bedeutet dies, dass sie sich in ihren Durchlassbereichen nicht überlappen dürfen (s. Abschn. 3.4). Es ist in diesem Fall daher notwendig, für die Gewichtung W_2 eine Funktion 2. Ordnung zu wählen, um das gewünschte Verhalten zu erreichen. Auch das Streckenmodell und die Gewichtungsfunktionen beeinflussen sich gegenseitig. Grundsätzlich sollten daher für jedes Ersatzmodell eigene Gewichtungsfunktionen gewählt werden.

Die Gewichtungsfunktionen stellen jedoch auch den maßgeblichen Einflussfaktor auf den Reglerentwurf dar. Um hier nur die Auswirkungen der Wahl des Ersatzmodells betrachten zu können und eine bessere Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wurden die

Regler für alle Ersatzmodelle mit dem gleichen, in Bild 4.4 gezeigten Satz Gewichtungsfunktionen nach Gl. (4.33) bis Gl. (4.35) berechnet.

$$W_1(s) = \frac{10^7}{10^7 s + 1} \quad (4.33)$$

$$W_2(s) = \frac{0,84s^2 + 4s + 4,76}{s^2 + 43,64s + 476,19} \quad (4.34)$$

$$W_3(s) = \frac{0,294s + 50}{0,0059s + 1} \quad (4.35)$$

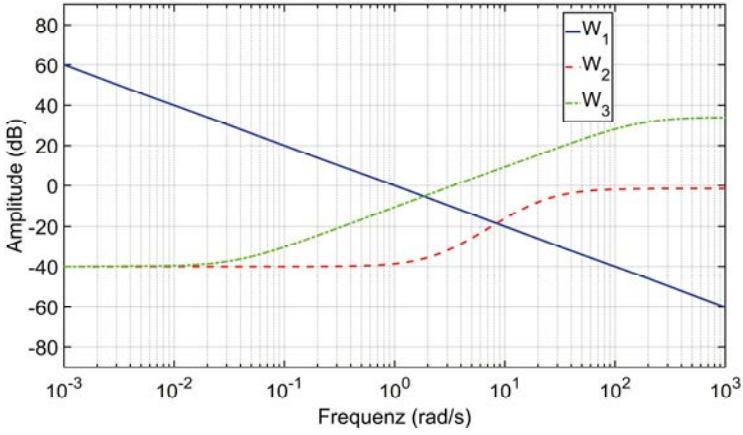


Bild 4.4: Gewichtungsfunktionen

Die Gewichtungsfunktion W_2 , welche die Beschränkung der Stellgröße und die additive Modellunsicherheit berücksichtigt, wurde so gewählt, dass sich ein Regler ergibt, der die Beschränkungen der Stellgröße einhält. Bei der Betrachtung der Modellunsicherheiten fällt auf, dass W_2 in allen Fällen oberhalb der additiven Modellunsicherheit liegt. Daher ist anzunehmen, dass die Robustheit schon durch W_2 gegeben ist und nicht zusätzlich durch die Gewichtungsfunktion W_3 gefordert werden muss. Da es das Ziel dieser Arbeit ist, einen Regler mit möglichst geringer Ordnung zu entwerfen, ist es wünschenswert, mit einem Satz Gewichtungsfunktionen ebenfalls möglichst geringer Ordnung auszukommen. Kann eine Gewichtungsfunktion weggelassen oder konstant gewählt werden, ergibt sich ein Regler mit einer entsprechend geringeren Ordnung. Daher wurden auch Regler mit einem zweiten Satz Gewichtungsfunktionen generiert, bei dem W_3 konstant mit 0,001 vorgegeben wurde. Der zu W_3 gehörende Parameter der Zustandsrückführung (s. Bild 3.9) wird dadurch zu Null und kann entfallen. Da sich die Gewichtungen gegenseitig beeinflussen, kann auch der gewünschte

Frequenzgang der Störübertragungsfunktion S durch W_1 neu vorgegeben und W_2 leicht angepasst werden. Dadurch kann die Dynamik des Reglers verbessert werden. Für die Untersuchungen mit den zwei wirksamen Gewichtungsfunktionen W_1 und W_2 wurden folgende Gewichtungsfunktionen verwendet.

$$W_1(s) = \frac{10^{10}}{10^9 s + 1} \quad (4.36)$$

$$W_2(s) = \frac{0.85s^2 + 4s + 4,7}{s^2 + 43,39s + 470,59} \quad (4.37)$$

$$W_3(s) = 0,0001 \quad (4.38)$$

Es ist naheliegend, auch zu versuchen, die Forderung der Robustheit nur in multiplikativer Form über die Gewichtungsfunktion W_3 zu stellen und W_2 auf einen konstanten Wert zu setzen. Dies ist jedoch nicht sinnvoll. Um die Stabilität des Systems sicherzustellen, muss verhindert werden, dass der Regler zu hohe Stellgrößen im Bereich der Resonanzfrequenzen erzeugt. Dazu ist es erforderlich, die Stellgröße im Bereich oberhalb der kleinsten Resonanzfrequenz durch W_2 zu beschränken. Wird W_2 nun als Konstante vorgegeben, ist eine sehr starke Beschränkung der Stellgröße notwendig, um ein Aufschwingen sicher zu verhindern. Wird W_2 dagegen mit einer Tiefpass-Charakteristik vorgegeben und W_3 als Konstante gewählt, kann der so entworfene Regler vorzugsweise Stellgrößen im unteren Frequenzbereich erzeugen. Dadurch kann die Beschränkung der Stellgröße insgesamt geringer ausfallen, ohne dass es zu einem Aufschwingen des Mehrmassensystems kommt. Es ist also sinnvoller, W_2 als Tiefpass und W_3 als Konstante zu wählen.

4.3.1 Simulationsergebnisse

Für ein Originalsystem wurden verschiedene Zweimassenersatzsysteme berechnet. Die für die verschiedenen Ersatzsysteme und Gewichtungsfunktionen synthetisierten Regler wurden jeweils als direkte Zustandsregler ohne den internen Beobachter (s. Abschn. 3.8) in Matlab/Simulink implementiert und das Verhalten in Verbindung mit dem originalen Dreimassensystem mit nichtlinearer Haftreibung und 1° Lose simuliert. Zusätzlich wurden auch Simulationen mit einem veränderten Originalsystem durchgeführt, um die Robustheit der Regler gegenüber Unsicherheiten oder Änderungen des Mehrmassensystems abschätzen zu können, auch wenn diese nicht explizit durch die Gewichtungsfunktionen gefordert waren.

Folgende Fälle wurden untersucht:

- Die lastseitige Massenträgheit des ursprünglichen Dreimassensystems ist verdreifacht.

- Als zu regelndes, originales Mehrmassensystem wird ein Fünfmassensystem eingesetzt. Dieses ist so berechnet, dass es auf mit dem Dreimassensystem identische Ersatzmodelle führt. Es treten daher bei der Regelung zusätzliche Dynamiken auf. Somit kann überprüft werden, wie robust die entwickelten Regler gegenüber einer, z. B. durch vorhergehende Vereinfachungen, zu gering angenommenen Ordnung des realen Systems sind.

Bei diesen Untersuchungen zeigte sich bei den für die Ersatzmodelle vom Typ ML/FR, ML/FZ und MA/FZ synthetisierten Reglern, dass diese die varierten Originalsysteme zum Teil nicht stabil regeln konnten. Beim Reglerentwurf wurde Robustheit gegenüber Parameterschwankungen des realen Systems allerdings auch nicht explizit gefordert. Lediglich die Robustheit gegenüber den Unterschieden zwischen dem Originalsystem und dem Ersatzsystem war verlangt. Die übrigen Regler können auch die varierten Originalsysteme stabil regeln.

Beispielhaft zeigt Bild 4.5 a das Ergebnis für das unveränderte System für den Reglerentwurf mit drei Gewichtungsfunktionen bzw. Bild 4.5 b einen vergrößerten Ausschnitt. Tabelle 4.2 zeigt eine Zusammenfassung der Ergebnisse der Regler, die mit drei Gewichtungsfunktionen berechnet wurden und die jeweiligen Systeme stabil regeln konnten. Dargestellt sind jeweils die Größe des maximalen Überschwingers, die Abweichung und die Zeit beim ersten Stillstand und Verharren in der Haftreibung sowie die Zeit bis zum Ausregeln auf 1° genau für die nach Ersatzmodell Typ MV/FRa, b, MA/FR und MV/FZa, b berechneten Regler.

Tabelle 4.2: Ergebnisse der Regelung mit drei Gewichtungsfunktionen

System	Regler berechnet nach Ersatzmodell Typ	max. Über- schwinger	Zeit bis Abweichung < 1°
unverändert	MV/FRa	7,2°	10,3 s
	MV/FRb	13,3°	8,9 s
	MA/FR	13,7°	9,8 s
	MV/FZa	15,5°	9 s
	MV/FZb	13,7°	9,1 s
dreifache lastseitige Massenträgheit	MV/FRa	6,5°	10,7 s
	MV/FRb	13,3°	8,8 s
	MA/FR	13,7°	9,7 s
	MV/FZa	15,5°	8,9 s
	MV/FZb	13,7°	9 s
Fünf- massen- system	MV/FRa	7,9°	14,3 s
	MV/FRb	14,4°	12 s
	MA/FR	14,8°	13,5 s
	MV/FZa	16,2°	11,8 s
	MV/FZb	14,7°	12,4 s

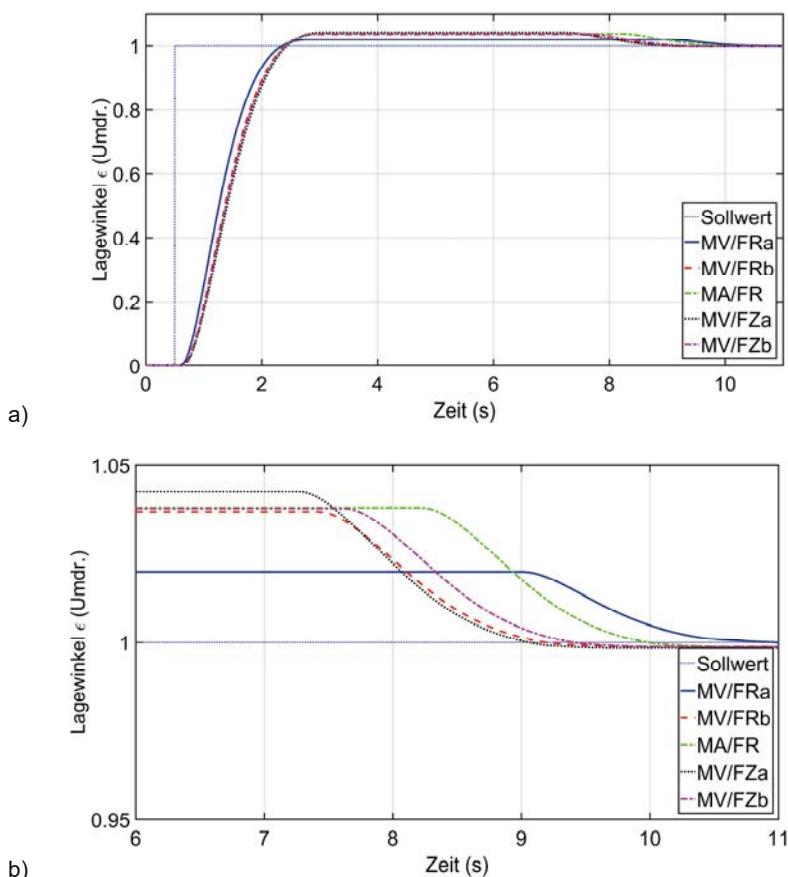
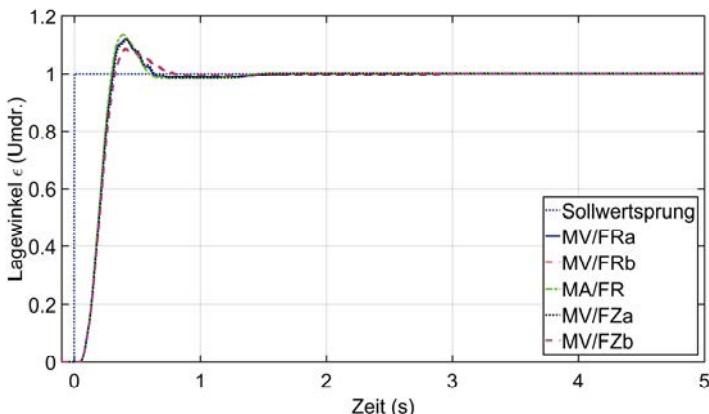
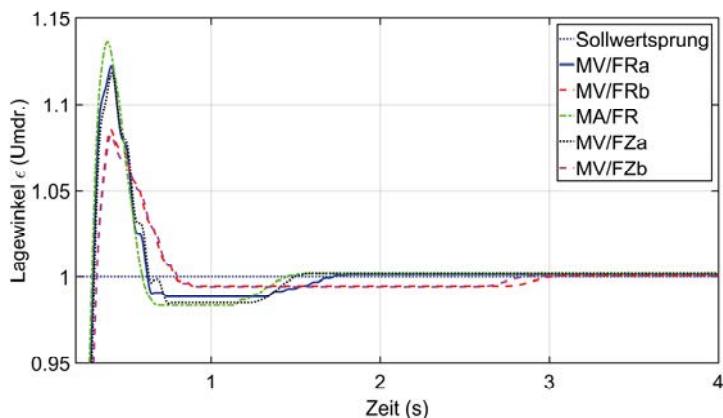


Bild 4.5: a) Sprungantworten des unveränderten Systems mit nach den jeweiligen Ersatzmodellen mit drei Gewichtungsfunktionen berechnetem Regler
b) Vergrößerter Ausschnitt

In Tabelle 4.3 sind die entsprechenden Ergebnisse der mit nur zwei Gewichtungsfunktionen berechneten Regler dargestellt. Bild 4.6a, b zeigt wiederum beispielhaft das Ergebnis für das unveränderte System für den Reglerentwurf mit nur zwei Gewichtungsfunktionen.



a)



b)

Bild 4.6: a) Sprungantworten des unveränderten Systems mit nach den jeweiligen Ersatzmodellen mit zwei Gewichtungsfunktionen berechnetem Regler
b) Vergrößerter Ausschnitt

Tabelle 4.3: Ergebnisse der Regelung mit nur zwei Gewichtungsfunktionen

System	Regler berechnet nach Ersatz- modell Typ	max. Über- schwinger	Zeit bis Abweichung < 1°
unverändert	MV/FRa	44°	2,1 s
	MV/FRb	30,9°	3,4 s
	MA/FR	49,4°	1,9 s
	MV/FZa	42,5°	2 s
	MV/FZb	29,5°	3,2 s
dreifache lastseitige Massenträgheit	MV/FRa	113,6°	3,7 s
	MV/FRb	93,3°	3,2 s
	MA/FR	130°	3,8 s
	MV/FZa	110°	5,2 s
	MV/FZb	91°	3,3 s
Fünf- massen- system	MV/FRa	44,2°	3 s
	MV/FRb	33,5°	3,7 s
	MA/FR	52,2°	3 s
	MV/FZa	42,1°	3 s
	MV/FZb	32,4°	3,8 s

Bei den mit allen drei Gewichtungsfunktionen berechneten Reglern tritt der kleinste Überschwinger jeweils bei dem Regler für das Ersatzmodell Typ MV/FRa auf. Die Regler nach Typ MV/FRb bzw. MV/FZa weisen dagegen jeweils die kürzeste bzw. zweitkürzeste Ausregelzeit auf. Die Ausregelzeiten der mit einem Ersatzmodell vom Typ MV/FZb berechneten Regler unterscheiden sich ebenfalls nicht nennenswert.

Für die mit nur zwei wirksamen Gewichtungsfunktionen berechneten Regler ergibt sich der kleinste Überschwinger in allen untersuchten Fällen für Ersatzmodell Typ MV/FZb. Die Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FRb weisen in diesen Fällen jedoch nur unwesentlich größere Überschwinger auf. Die Dynamik dieser Regler ist gegenüber den mit allen drei Gewichtungsfunktionen berechneten Reglern deutlich besser.

Zusammenfassend ergeben sich die besten Ergebnisse für die nach Ersatzmodell Typ MV/FRa, b und Typ MV/FZa, b bestimmten Regler. Grundsätzlich ist in beiden Fällen Variante b vorzuziehen, da die Aufteilung der Massen im Verhältnis der Elastizitäten die physikalischen Verhältnisse am besten nachbildet und somit geringere Modellunsicherheiten zu erwarten sind. Die weiteren Untersuchungen konzentrieren sich daher auf Regler, die auf Basis dieser Typen von Ersatzsystemen berechnet wurden.

In den folgenden Simulationen und Messungen wird zudem nicht mehr zwischen den Varianten a und b unterschieden, da bei dem genutzten Dreimassenprüfstand die Federkonstanten der Wellen gleich sind und somit beide Varianten zusammenfallen. Im Folgenden wird daher nur noch die Bezeichnung Ersatzmodell Typ MV/FR und MV/FZ verwendet.

5 Versuchsergebnisse mit der H_{∞} -Regelung am Prüfstand

Die Grundlage für die Untersuchungen in diesem Kapitel bildet ein Prüfstand mit drei elastisch gekoppelten, rotierenden Massen. Für diese Dreimassensystem werden hier Regler auf Basis der Ersatzmodelle Typ MV/FR und MV/FZ aus Abschn. 4.2.1 als reduziertes Entwurfsmodell berechnet. Dadurch besteht die Möglichkeit, die entworfenen Regler am realen System messtechnisch zu untersuchen.

Im nächsten Kapitel werden die entsprechenden Regler zusätzlich auch auf ein Fünfmassensystem angewendet, um das Verhalten bei einem Originalsystem höherer Ordnung zu untersuchen. Dieses Fünfmassensystem liegt lediglich als Simulationsmodell vor. Die entsprechenden Untersuchungen werden daher, im Gegensatz zu denen am Dreimassensystem in diesem Kapitel, als Simulationen unter Matlab/Simulink durchgeführt.

5.1 Beschreibung des Prüfstands

Der in Bild 5.1 dargestellte Prüfstand besteht aus einem Antriebsmotor, der über eine Losekupplung und eine Torsionswelle mit einer Schwungmasse verbunden ist. Diese wiederum ist über eine weitere Torsionswelle mit einem Lastmotor verbunden. Zusammen mit den rotierenden Massen des Antriebsmotors und der Lastmaschine ergibt sich damit ein elastisch gekoppeltes Dreimassensystem mit einstellbarer Lose.

Bei dem Antriebsmotor handelt es sich um eine 4-polige Asynchronmaschine mit 3,1 kW Nennleistung, einem Nennmoment $m_0 = 10 \text{ Nm}$ und einer Nenndrehzahl $n_0 = 3000 \text{ U/min}$. Die Losekupplung hat mögliche Einstellungen von $0^\circ, 0,5^\circ, 1^\circ, 2^\circ$ und 5° Lose. Die Torsionswellen haben als Federelement jeweils einen Flachstahl. Die Federsteifigkeit wurde durch Messung der Verdrehung bei Belastung mit einem konstanten Drehmoment auf einen Wert von $C_{I,2}=1383 \text{ Nm pro Umdrehung}$ ermittelt. Als mittlere Schwungmasse stehen drei Scheiben zur Verfügung, die einzeln oder kombiniert auf der Welle montiert werden können. Diese Scheiben können auch auf der Lastseite montiert werden, um so die lastseitige Massenträgheit zu variieren.

Sie haben die folgenden Trägheitsmomente:

$$\begin{aligned}\Theta_{\text{Scheibe}_1} &= 128,7 \text{ Kg cm}^2 \\ \Theta_{\text{Scheibe}_2} &= 243,7 \text{ Kg cm}^2 \\ \Theta_{\text{Scheibe}_3} &= 508,5 \text{ Kg cm}^2\end{aligned}\tag{5.1}$$

Für das in dieser Arbeit betrachtete System wird Scheibe 2 als mittlere Masse genutzt. Als Lastmotor wird ein Synchronmotor mit einer Nennleistung von 4,6 kW und einem

Nennmoment von 14,6 Nm verwendet. Lage und Geschwindigkeit der Antriebe können über einen Inkrementalgeber mit Sinus-Cosinus-Ausgängen und 2048 Impulsen pro Umdrehung ermittelt werden.

Die Ansteuerung erfolgt über Frequenzumrichter. Die Umrichter ihrerseits werden über einen PC mit dSPACE-Karte angesteuert. Der Regler selbst ist in C implementiert.

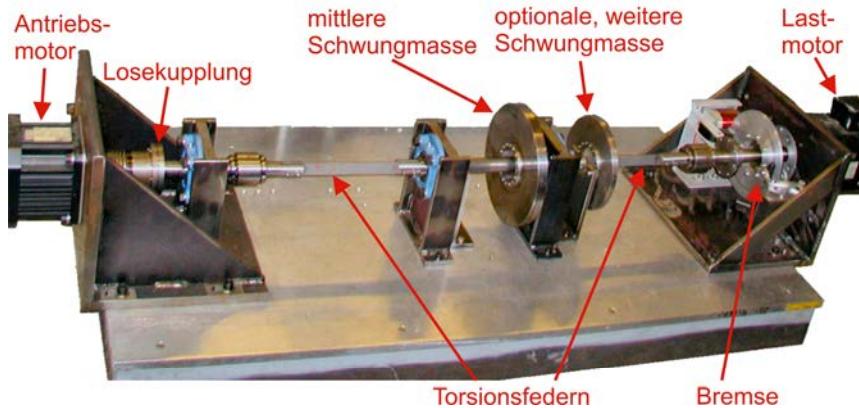


Bild 5.1: Dreimassenprüfstand

Für die Trägheitsmomente des Prüfstandes wurden folgende Werte errechnet:

- Antriebsmotor mit Losekupplung und Torsionswelle:

$$\Theta_1 = 35,7 \text{ Kg cm}^2 \quad (5.2)$$

- Mittlere Masse (Welle mit Scheibe 2):

$$\Theta_2 = 251,9 \text{ Kg cm}^2 \quad (5.3)$$

- Lastmotor mit Torsionswelle:

$$\Theta_3 = 63,9 \text{ Kg cm}^2 \quad (5.4)$$

Für das Modell des Dreimassensystems ergeben sich damit die folgenden, normierten Werte:

$$T_1 = 0,11215 \quad (5.5)$$

$$T_2 = 0,79011 \quad (5.6)$$

$$T_3 = 0,20075 \quad (5.7)$$

$$C_{N1,2} = 138,3 \quad (5.8)$$

Der Wert für die normierte, lineare Lagerreibung wurde empirisch ermittelt:

$$R_{L1,2,3} = 0,2 \quad (5.9)$$

Weiterhin wurde mit diesen Werten auch ein um die nichtlinearen Einflüsse von Lose und Haftreibung erweitertes Modell, wie es auch in Abschn. 4.3 verwendet wurde, erstellt. Mit diesem nichtlinearen Streckenmodell wurden die entworfenen Regler zunächst simulatorisch überprüft, ehe sie auf dem Prüfstand implementiert wurden. Im folgenden Abschnitt sind zum Vergleich einige beispielhafte Simulationen den entsprechenden Messungen vorangestellt.

5.2 H_∞ -Regler mit direkter Zustandsrückführung

Im folgenden Abschnitt werden Untersuchungen am Prüfstand mit auf Basis von Ersatzmodellen vom Typ MV/FR und MV/FZ entworfenen H_∞ -Regler durchgeführt. Wie in [2] und Abschn. 3.8 dargelegt wurde, ist der interne Zustandsbeobachter des Standard- H_∞ -Reglers für den hier vorliegenden Anwendungsfall ungeeignet. Daher wird hier der in [2] vorgeschlagene Regler mit direkter Zustandsrückführung verwendet. Es wird also in allen in diesem Abschnitt betrachteten Fällen vorausgesetzt, dass alle benötigten Zustandsgrößen messbar sind.

5.2.1 Reglerentwurf mit einem Ersatzmodell vom Typ MV/FR

Für das Dreimassensystem des Prüfstands mit den in Abschn. 5.1 angegebenen, normierten Werten wird nun ein Zweimassen-Ersatzsystem vom Typ MV/FR gebildet. Bei diesem Ersatzmodell wird die mittlere Masse auf Antriebs- und Lastseite aufgeteilt. Dadurch, dass beide Federkonstanten gleich sind, ergibt sich auch eine gleichmäßige Aufteilung der mittleren Masse. Die Ersatzfederkonstante wird entsprechend der Resonanzfrequenz berechnet. Für dieses Ersatzmodell wird dann mit dem in Abschn. 3.7 beschriebenen Verfahren der γ -Iteration aus [24] ein H_∞ -Regler berechnet.

Um das gewünschte Reglerverhalten, die Stellgrößenbeschränkung und Modellunsicherheiten des Originalsystems gegenüber dem Ersatzsystem vom Typ MV/FR zu berücksichtigen, müssen zunächst entsprechende Gewichtungsfunktionen gewählt werden (s. Abschn. 3.4). Dazu wird zunächst vom Anwender über W_1 ein gewünschter Frequenzgang der Störübertragungsfunktion vorgegeben. Über die Gewichtung W_2 wird zum einen die Robustheit gegenüber additiven Parameterunsicherheiten gefordert. Dazu ist es notwendig, dass W_2 im relevanten Frequenzbereich oberhalb der erwarteten Unsicherheit liegt. Zum anderen ermöglicht die Gewichtung W_2 die Beschränkung der Stellgröße zu berücksichtigen, indem der Anwender über W_2 der Stellgröße in unterschiedlichen Frequenzbereichen unterschiedlich hohe „Kosten“ zuweist. Durch W_2 wird jedoch auch der Frequenzgang der Störübertragungsfunktion beeinflusst. Das bedeutet W_1 muss entsprechend angepasst werden, um einen

Kompromiss zwischen dem gewünschten Frequenzgang und der beschränkten Stellgröße zu finden. Detaillierte Regeln für die Wahl der Gewichtungsfunktionen sind z. B. in [2] zu finden.

Während in Abschn. 4.3 zum besseren Vergleich der Auswirkungen der verschiedenen Ersatzmodelltypen auf den Reglerentwurf alle Regler mit den gleichen Gewichtungsfunktionen berechnet wurden, müssen für einen praktischen Reglerentwurf die Gewichtungsfunktionen an die jeweiligen Modellunsicherheiten angepasst werden.

Wie in Abschn. 4.3 beschrieben, ist es wünschenswert, mit nur zwei frequenz-abhängigen Gewichtungsfunktionen auszukommen, um einen Regler möglichst niedriger Ordnung zu erhalten. Für das hier betrachtete Dreimassensystem zeigt sich, dass die Unsicherheiten des Ersatzmodells gegenüber dem Originalsystem in additiver Form durch W_2 schon abgedeckt werden. Daher wird W_3 konstant belassen. Somit ergibt sich ein Regler mit einer entsprechend geringeren Ordnung. Zusätzliche Robustheit gegenüber Parameterschwankungen des Originalsystems wird hier zunächst nicht gefordert. Es wird aber dennoch untersucht, inwieweit der entworfene Regler auch Änderungen des realen Systems toleriert.

Es wurden folgende Gewichtungsfunktionen für das Dreimassensystem gewählt:

$$W_1(s) = \frac{6,667 \cdot 10^7 s + 10^{10}}{6,667 \cdot 10^9 s + 1} \quad (5.10)$$

$$W_2(s) = \frac{0,004s + 0,005}{0,005s + 1} \quad (5.11)$$

$$W_3(s) = 0,1 \quad (5.12)$$

Der mit diesen Gewichtungsfunktionen auf Basis eines Ersatzmodells vom Typ MV/FR entworfene Regler wurde zunächst simulatorisch mit einem nichtlinearen Streckenmodell, wie es auch in Abschn. 4.3 verwendet wurde, untersucht und anschließend in C auf dem Prüfstand implementiert und in Messungen erprobt. Gemessen wurden jeweils die Sprungantworten des geregelten Systems für einen Führungsgrößen-sprung von einer Umdrehung und für einen Lastdrehmomentsprung von 5 Nm, also dem halben Nennmoment des Antriebs.

Betrachtet wurde sowohl die Antwort des unveränderten Systems, als auch die entsprechenden Antworten der folgenden, modifizierten Fälle. Zum einen wurde die lastseitige Massenträgheit verdreifacht. Zum anderen wurde der Fall einer etwa doppelt so großen mittleren Massenträgheit betrachtet. Beim Entwurf des Reglers wurde nur Robustheit gegenüber den Unterschieden zwischen Original- und Ersatzmodell gefordert. Durch Messungen an diesen modifizierten Systemen soll abgeschätzt werden, inwieweit der entworfene Regler dennoch robust gegenüber Modellfehlern bzw. Parameterschwankungen ist.

Beispielhaft sind in Bild 5.2 und Bild 5.3 die simulierten Verläufe der Führungs- bzw. Lastsprungantworten des Dreimassenprüfstands ohne Lose dargestellt.

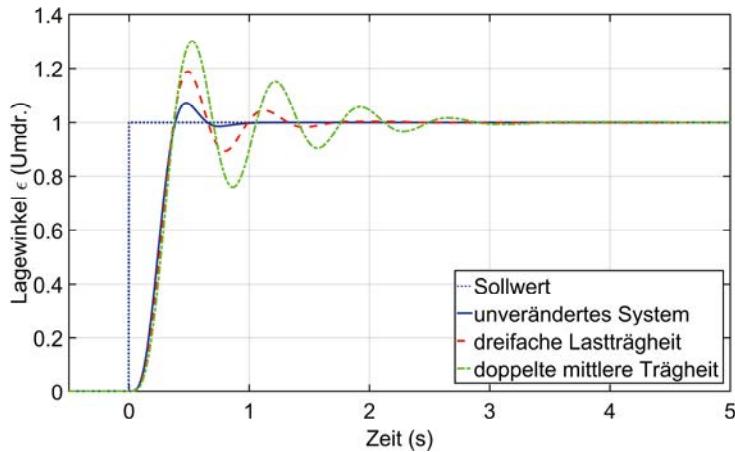


Bild 5.2: Simulation – Führungssprung mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR bei 0° Lose

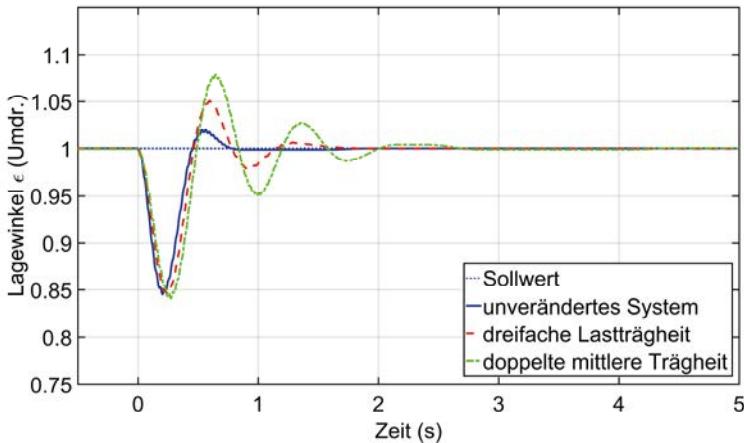


Bild 5.3: Simulation – Lastsprung mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR bei 0° Lose

Wie zu erkennen ist, gelingt es dem Regler in der Simulation in allen betrachteten Fällen das System erfolgreich zu stabilisieren und den gewünschten Sollwert zu erreichen.

Nach der simulatorischen Verifikation des Reglers, wurde die entsprechenden Messungen der Führungs- und Stögrößensprünge am Prüfstand durchgeführt. Ein Vergleich der Simulation mit den in Bild 5.4 bzw. Bild 5.5 dargestellten entsprechenden Messergebnissen zeigt, dass die Resultate zwar nicht exakt übereinstimmen, jedoch den prinzipiellen Verlauf der mit diesem Regler zu erwartenden Sprungantworten sehr gut wiedergeben.

Weitere, hier nicht mehr dargestellte, Simulationen mit leicht variierten Parametern für die Reibung lassen den Schluss zu, dass das genaue Verhalten der simulierten Regelstrecke wesentlich von der Reibung bestimmt wird. Deren Parameter sind empirisch ermittelt und somit nicht exakt bekannt. Dennoch stimmen sowohl die verschiedenen Simulationen, als auch die weiter unten dargestellten Messungen am Prüfstand in ihrem grundsätzlichen Verlauf so gut überein, dass die Simulation mit diesem nichtlinearen Streckenmodell als guter Anhalt für das tatsächliche Verhalten des Reglers angesehen werden kann. Entsprechend kann auch davon ausgegangen werden, dass die im nächsten Kapitel durchgeführten simulatorischen Untersuchungen an einem Fünfmassensystem das grundsätzliche Verhalten der hier entworfenen Regler für solche Regelstrecken höherer Ordnung hinreichend genau abbilden.

Hier sollen jedoch zunächst die experimentell am Dreimassenprüfstand ermittelten Ergebnisse für das mit einem H_∞ -Regler mit direkter Zustandsrückführung geregelte System für die verschiedenen untersuchten Fälle diskutiert werden.

Bild 5.4 auf der nächsten Seite, zeigt die gemessenen Führungssprungantworten des Dreimassenprüfstands ohne Lose. Bild 5.5 zeigt die Antworten des Prüfstandes ohne Lose auf einen Lastmomentsprung. Auch für den Lastsprung wurden entsprechende Messungen für das System mit etwa der dreifachen lastseitigen Massenträgheit, sowie etwa der doppelten mittleren Massenträgheit wiederholt.

Zur weiteren Überprüfung der Robustheit wurden alle Messungen zudem auch mit 1° bzw. 2° Lose durchgeführt. Die Ergebnisse sind am Ende des Abschnitts nochmals in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

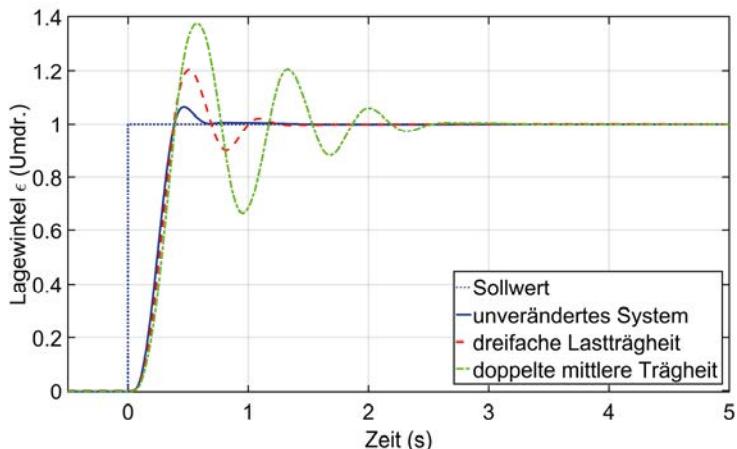


Bild 5.4: Messung – Führungssprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FR bei 0° Lose

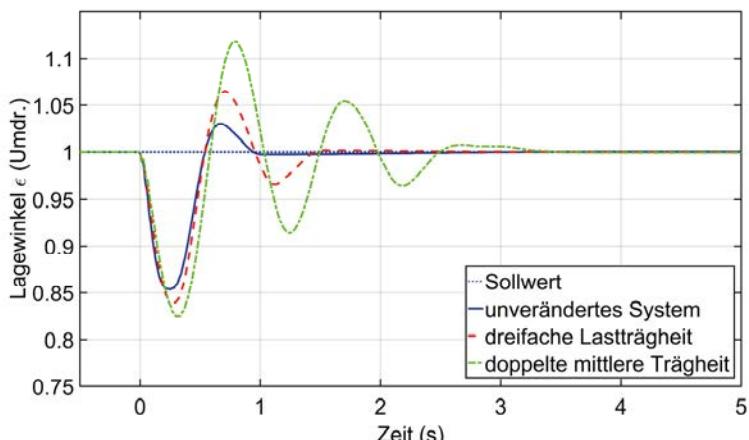


Bild 5.5: Messung – Lastsprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FR bei 0° Lose

Der unveränderte Prüfstand mit 0° Lose antwortet in Bild 5.4 auf den Führungsgrößenprung mit einem einzelnen Überschwinger. Das System verharrt vor Erreichen der Sollposition kurzfristig in der Haftreibung. Nach 1,23 s ist der Lagesollwert auf $\pm 1^\circ$ genau erreicht. Bei einem Lastmomentsprung von 5 Nm weicht das System in Bild 5.5 um maximal $52,5^\circ$ nach unten vom Sollwert ab, zeigt danach noch einen Überschwinger und ist nach 0,9 s wieder auf $\pm 1^\circ$ genau ausgeregelt.

Bei der dreifachen lastseitigen Massenträgheit zeigt das System aufgrund der größeren Trägheit sowohl beim Führungsgrößen- als auch beim Lastmomentsprung ein etwas stärkeres Schwingungsverhalten.

Im Falle der etwa doppelt so großen mittleren Massenträgheit treten die stärksten Schwingungen auf. Dies ist verständlich, da eine Verdoppelung der mittleren Masse die absolut größte Veränderung des Prüfstandes darstellt. Eine Änderung der mittleren Masse im realen Dreimassensystem wirkt im Ersatzsystem sowohl auf die antriebs-, als auch auf die lastseitige Ersatzmassenträgheit.

Die Anstiegsflanke der Führungssprungantwort ist in allen Fällen etwa gleich. Aufgrund der vergrößerten Massenträgheit bei den veränderten Systemen reagieren diese langsamer. Der Regler erzeugt eine entsprechend größere Stellgröße. Dabei gerät der Antrieb des Prüfstandes zeitweilig in die Stellgrößenbeschränkung. Diese höhere Stellgröße trägt ebenfalls dazu bei, dass das System mit vergrößerter Masse stärker schwingt.

Die Sprungantworten mit einer Einstellung der Losekupplung von 1° Lose zeigen Bild 5.6 und Bild 5.7. Der grundsätzliche Verlauf der Sprungantworten ähnelt in allen Fällen dem System ohne Lose. Lediglich für die Lastsprungantworten zeigen sich etwas längere Ausregelzeiten. Dies resultiert vor allem daraus, dass sich das System hier beim ersten Verharren in der Haftreibung noch knapp außerhalb der gewählten Toleranz von $\pm 1^\circ$ befindet. Dadurch erhöht sich die Ausregelzeit mit 1° Lose um die Zeit, die benötigt wird, die Haftreibung erneut zu überwinden und das System in die Sollposition zu führen.

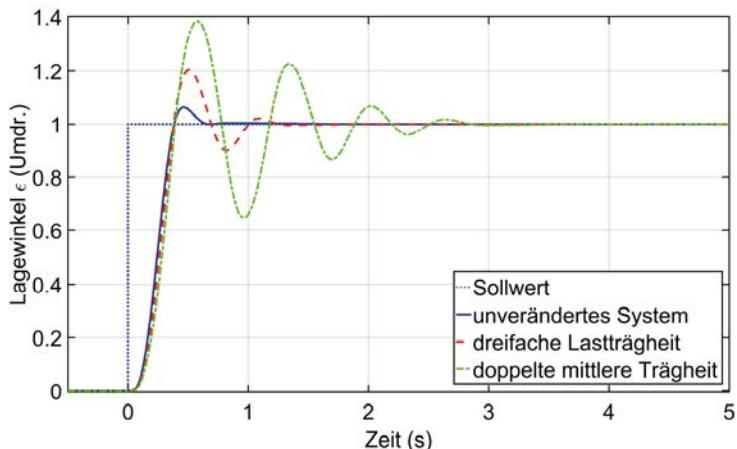


Bild 5.6: Messung – Führungssprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FR bei 1° Lose

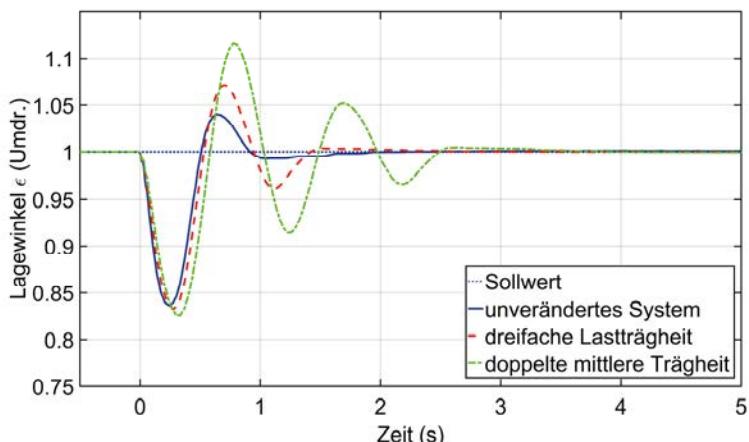


Bild 5.7: Messung – Lastsprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FR bei 1° Lose

Bei 2° Lose ergeben sich die in Bild 5.8 bzw. Bild 5.9 gezeigten Sprungantworten. Das unveränderte Dreimassensystem wird mit 2° Lose bei einem Führungsgrößensprung in 1,23 s auf 1° genau positioniert. Der maximale Überschwinger hat sich im Vergleich zum unveränderten System kaum verändert. Bei einem Lastsprung von 5 Nm wird das System in 1,55 s auf 1° genau positioniert. Die maximale Abweichung beträgt 55° .

Eine dreifache lastseitige Massenträgheit bewirkt auch bei 2° Lose ein stärkeres Überschwingen bzw. eine stärkere maximale Abweichung vom Sollwert und eine längere Ausregelzeit gegenüber dem unveränderten Dreimassensystem.

Die Verdoppelung der mittleren Massenträgheit führt mit 2° Lose im Vergleich zum unveränderten System zu noch stärkeren Überschwingern und längeren Ausregelzeiten. Dies ist wieder darauf zurückzuführen, dass die mittlere Masse die größte ist, und eine Verdopplung fast die gleiche absolute Änderung bedeutet wie eine Vervierfachung der lastseitigen Massenträgheit.

Im Vergleich zu dem System mit 1° Lose sind die Ausregelzeiten bei 2° Lose zum Teil deutlich kürzer. Dies ist dadurch begründet, dass bei einer Einstellung von 2° Lose das System zufällig wieder innerhalb der zulässigen Toleranzgrenzen von $\pm 1^\circ$ in die Haftriebung gerät, und daher die zum Überwinden der Haftriebung notwendige Zeit hier nicht mit in die Ausregelzeit eingeht.

Tabelle 5.1 zeigt die Ergebnisse der Messungen zusammengefasst. Dargestellt sind die Art des Versuchs (Führungsgrößen- bzw. Lastmomentsprung), die Einstellung der Losekupplung, der Zustand des Systems (unverändert, mit dreifacher lastseitiger Massenträgheit bzw. mit doppelter mittlerer Masse), die Größe des maximalen Überschwingers und die Zeit, bis das System auf $\pm 1^\circ$ genau ausgeregt ist.

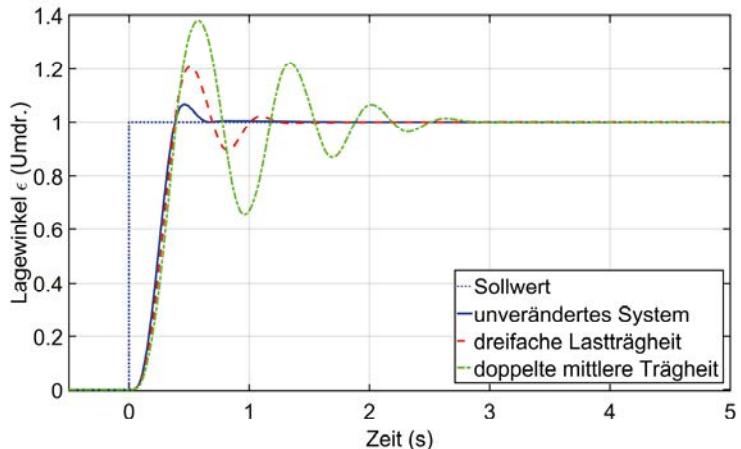


Bild 5.8: Messung – Führungssprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FR bei 2° Lose

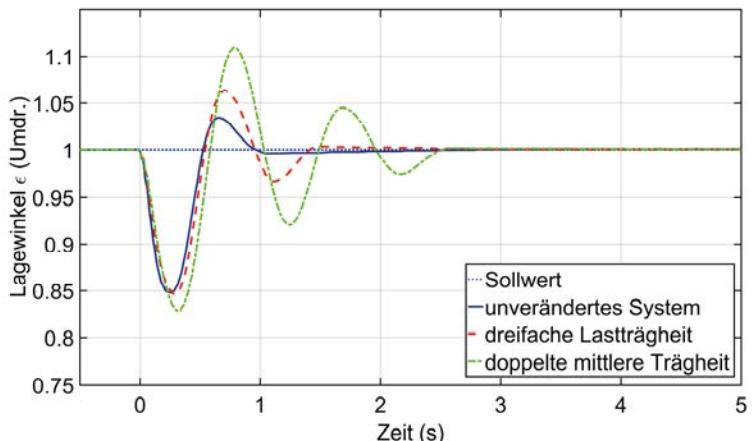


Bild 5.9: Messung – Lastsprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FR bei 2° Lose

Tabelle 5.1: Messung - Prüfstand mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR

Versuch	Lose	System	max. Überschwinger	Zeit bis Abweichung < 1°
Führungs- grössen- sprung	0°	unverändert	23°	1,23 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	73°	1,56 s
		2 × mittlere Massenträgheit	135°	3,08 s
	1°	unverändert	23°	1,22 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	73°	1,56 s
		2 × mittlere Massenträgheit	138°	3,3 s
	2°	unverändert	24°	1,23 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	74°	1,55 s
		2 × mittlere Massenträgheit	137°	2,85 s
Last- moment- sprung	0°	unverändert	52,5°	0,9 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	57,6°	1,4 s
		2 × mittlere Massenträgheit	63°	3,2 s
	1°	unverändert	59°	1,6 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	60°	1,85 s
		2 × mittlere Massenträgheit	63°	3,2 s
	2°	unverändert	55°	1,55 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	56°	1,78 s
		2 × mittlere Massenträgheit	62°	2,5 s

Die größten Überschwinger und längsten Ausregelzeiten treten sowohl für den Führungsgrößen- als auch für den Lastmomentsprung bei allen Loseeinstellungen mit der verdoppelten mittleren Masse auf, da diese die absolut größte Veränderung des Prüfstandes darstellt.

Wie zu erkennen ist, hat die Lose in dem hier untersuchten Fall keinen nennenswerten Einfluss auf das Führungsverhalten des unveränderten Prüfstandes. Bei einem Lastsprung zeigen sich für die unterschiedlichen Einstellungen der Losekupplung etwas

größere Unterschiede in den Ergebnissen. Diese sind jedoch in der Hauptsache darauf zurückzuführen, dass das System in leicht unterschiedlichen Positionen zunächst zum Stillstand kommt und die Haftreibung erneut überwinden muss.

Ein Vergleich von Bild 5.4 bis Bild 5.9 zeigt außerdem, dass der prinzipielle Verlauf der Sprungantworten durch die Lose nicht wesentlich verändert wird. Dagegen kann die jeweilige spezielle Kombination von Lose, Haftreibung und zulässiger Toleranz zu verhältnismäßig langen Ausregelzeiten führen, wenn das System im konkreten Fall zufällig außerhalb der zulässigen Toleranz in der Haftreibung „stecken bleibt“. Eine Haftreibungskompensation erscheint daher wünschenswert. Möglichkeiten dazu werden in Abschn. 7 behandelt.

5.2.2 Reglerentwurf mit einem Ersatzmodell vom Typ MV/FZ

Analog zu Abschn. 5.2.1 wird für den Prüfstand ein Zweimassenersatzmodell vom Typ MV/FZ als Entwurfsmodell für den Regler berechnet. Im Gegensatz zu dem in Abschn. 5.2.1 verwendeten Ersatzmodell wird bei dem Ersatzmodell vom Typ MV/FZ die Federkonstante durch Zusammenfassen der Elastizitäten der Originalsysteme bestimmt.

Der Entwurf der Regler für die weiteren Untersuchungen erfolgt auf Basis dieses Ersatzmodells vom Typ MV/FZ, wieder mit dem Verfahren der γ -Iteration.

Da bei einem Ersatzmodell vom Typ MV/FZ die Resonanzfrequenz des Ersatzsystems nicht mit der kleinsten Resonanzfrequenz des Originalsystems übereinstimmt, ergibt sich in diesem Bereich eine größere Modellunsicherheit. Daher wurden für die Reglerauslegung mit einem Ersatzmodell vom Typ MV/FZ die Gewichtungsfunktionen angepasst. Die Gewichtungsfunktion W_2 muss konservativer gewählt werden als bei einem Ersatzmodell vom Typ MV/FR. Dies führt dazu, dass auch W_1 angepasst werden muss, wodurch das geforderte Führungsverhalten etwas langsamer wird.

Die folgenden Gewichtungsfunktionen wurden für den Reglerentwurf nach Ersatzmodell Typ MV/FZ gewählt:

$$W_1(s) = \frac{5 \cdot 10^7 s + 10^{10}}{5 \cdot 10^9 s + 1} \quad (5.13)$$

$$W_2(s) = \frac{0,01417 s + 0,005}{0,01667 s + 1} \quad (5.14)$$

$$W_3(s) = 0,1 \quad (5.15)$$

Wie zuvor wurde der mit einem Ersatzmodell vom Typ MV/FZ berechnete Regler zunächst simulatorisch überprüft und anschließend auf dem Prüfstand implementiert und experimentell untersucht. Auch für diesen Regler wurden die Sprungantworten des geregelten Systems für einen Führungsgrößensprung und einen Lastmomentensprung des robust geregelten Dreimassensystems aufgenommen. Zusätzlich zu dem

unveränderten Dreimassensystem, wurden wieder die Fälle mit dreifacher lastseitiger Massenträgheit und einer etwa doppelt so großen mittleren Massenträgheit untersucht. Alle Messungen wurden jeweils für 0° , 1° und 2° Lose durchgeführt. Die Antworten des Systems ohne Lose sind in Bild 5.10 bzw. Bild 5.11 dargestellt.

Der unveränderte Prüfstand antwortet auf den Führungsgrößensprung mit einem Überschwinger von 19° . Das System benötigt im Vergleich zum Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR etwas länger, um nach dem ersten Halt die Haftriebung wieder zu überwinden. Nach $1,18\text{ s}$ ist der Lagesollwert auf $\pm 1^\circ$ genau erreicht. Bei einem Lastmomentsprung von 5 Nm weicht das System um maximal 80° nach unten vom Sollwert ab und ist nach $2,5\text{ s}$ auf 1° genau ausgeregt.

Eine Verdreifachung der lastseitigen Massenträgheit führt auch mit einem Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ in allen Fällen zu stärkeren Schwingungen als für das unveränderte System.

Für eine etwa doppelt so große mittlere Massenträgheit treten die im Vergleich zum unveränderten System stärksten Schwingungen auf. Der maximale Überschwinger bei einem Sollwertsprung ist hier 110° groß. Erst nach $2,8\text{ s}$ erreicht das System den Sollwert mit einer Abweichung von $\leq 1^\circ$. Auch beim Lastsprung ergeben sich hier die stärksten Schwingungen. Die maximale Abweichung beträgt 90° und die Schwingungen des Systems sind erst nach $3,2\text{ s}$ so weit abgeklungen, dass die aktuelle Lage weniger als 1° von der Solllage entfernt bleibt.

Die Sprungantworten mit einer Einstellung der Losekupplung von 1° Lose sind in Bild 5.12 und Bild 5.13 gezeigt. Der grundsätzliche Verlauf der Sprungantworten ähnelt in allen Fällen dem System ohne Lose. Für den Fall der dreifachen lastseitigen Massenträgheit zeigt die Führungssprungantwort ebenfalls keine nennenswerten Unterschiede zum System ohne Lose. Bei einem Störsprung vergrößert sich die maximale Abweichung auf 89° . Die Ausregelzeit ist mit $1,78\text{ s}$ dagegen kürzer.

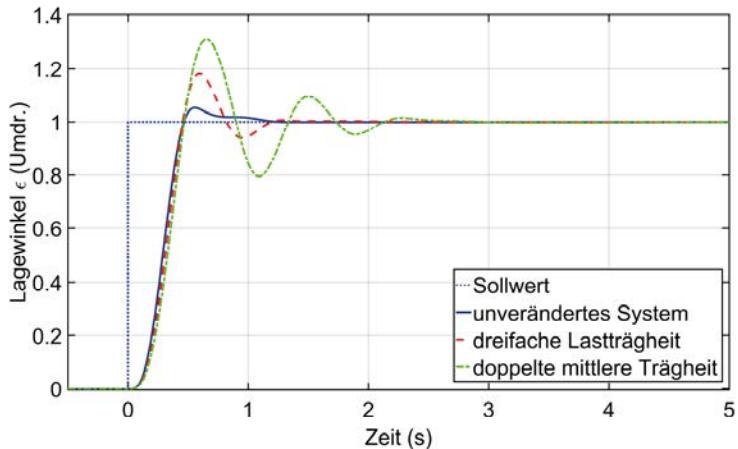


Bild 5.10: Messung – Führungssprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FZ bei 0° Lose

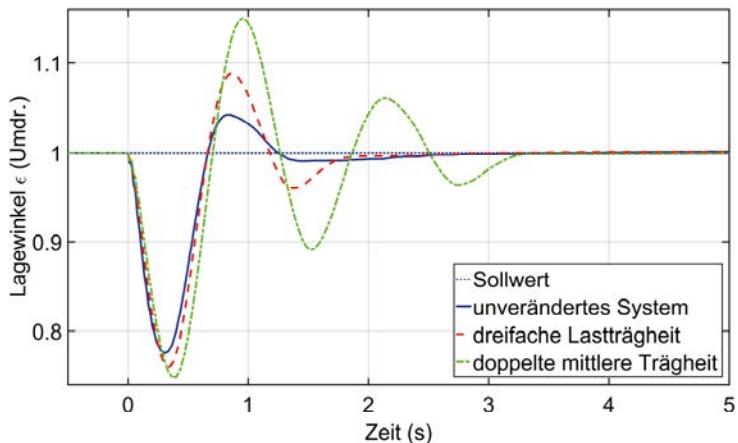


Bild 5.11: Messung – Lastsprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FZ bei 0° Lose

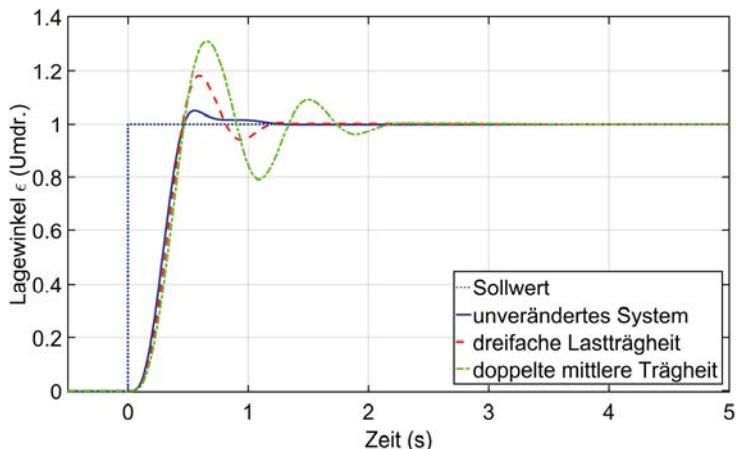


Bild 5.12: Messung – Führungssprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FZ bei 1° Lose

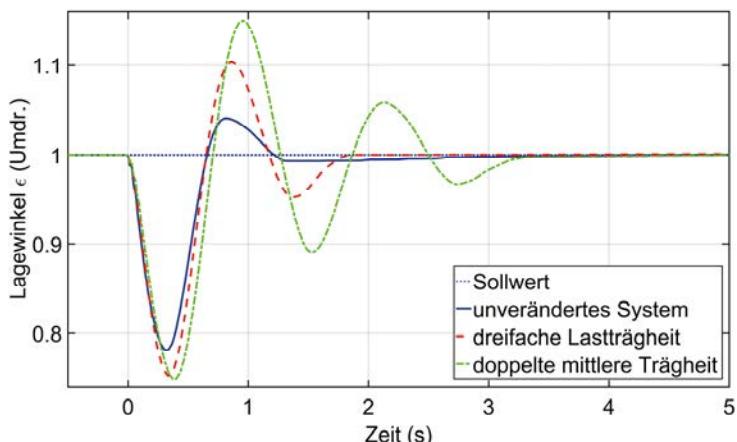


Bild 5.13: Messung – Lastsprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FZ bei 1° Lose

Bei 2° Lose ergeben sich die in Bild 5.14 bzw. Bild 5.15 gezeigten Sprungantworten. Das unveränderte Dreimassensystem wird mit 2° Lose bei einem Führungsgrößensprung in 1,25 s auf 1° genau positioniert. Der maximale Überschwinger ist 18° groß. Bei einem Lastsprung von 5 Nm wird das System in 2,38 s auf 1° genau positioniert. Die maximale Abweichung beträgt 78° .

Eine dreifache lastseitige Massenträgheit bewirkt wieder ein stärkeres Überschwingen bzw. eine stärkere maximale Abweichung vom Sollwert gegenüber dem unveränderten Dreimassensystem.

Die Verdoppelung der mittleren Masse führt im Vergleich zum unveränderten System mit 2° Lose zu stärkeren Überschwingern und längeren Ausregelzeiten. Bei einem Sollwertsprung ergeben sich ein maximaler Überschwinger von 111° und eine Ausregelzeit von 2,9 s. Für den Lastsprung ist die maximale Abweichung 90° groß und das System erreicht seinen Sollwert nach 3,3 s wieder mit einer Genauigkeit von $\pm 1^\circ$.

Die gemessenen Ausregelzeiten haben allerdings nur begrenzte Aussagekraft, da das System in allen Fällen an der Grenze des Toleranzbereichs von $\pm 1^\circ$ in die Haftriebung gerät. Wenn das System zufällig außerhalb der Toleranz zum Stillstand kommt, erhöht sich die Ausregelzeit um die Zeit, die benötigt wird, die Haftriebung zu überwinden.

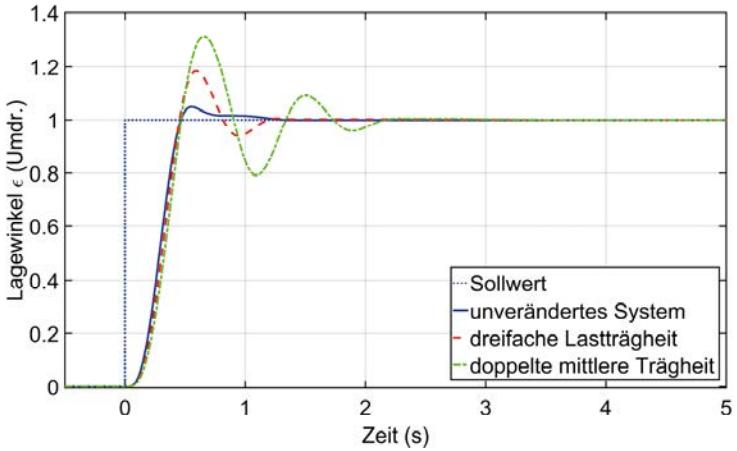


Bild 5.14: Messung – Führungssprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FZ bei 2° Lose

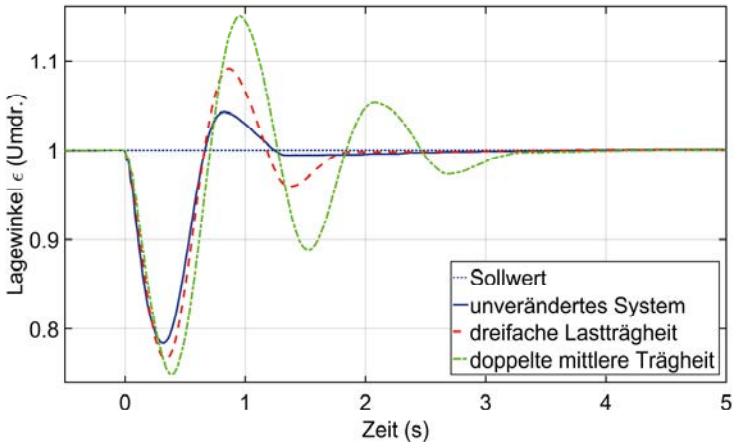


Bild 5.15: Messung – Lastsprung mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FZ bei 2° Lose

Tabelle 5.2 zeigt die Ergebnisse der Messungen mit dem Regler auf Basis von Ersatzmodell vom Typ MV/FZ. Dargestellt sind, wie beim Regler nach Ersatzmodell vom Typ MV/FR, die Art des Versuchs (Führungsgrößen- bzw. Lastmomentsprung), die Einstellung der Losekupplung, der Zustand des Systems (unverändert, mit dreifacher lastseitiger Massenträgheit bzw. mit doppelter mittlerer Masse), die Größe des maximalen Überschwingers und die Zeit, bis das System auf $\pm 1^\circ$ genau ausgeregelt ist.

Tabelle 5.2: Messung - Prüfstand mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ

Versuch	Lose	System	max. Überschwinger	Zeit bis Abweichung < 1°
Führungs- größen- sprung	0°	unverändert	19°	1,18 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	65°	1,9 s
		2 × mittlere Massenträgheit	110°	2,8 s
	1°	unverändert	18°	1,22 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	65°	1,4 s
		2 × mittlere Massenträgheit	111°	3 s
	2°	unverändert	18°	1,25 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	65°	1,36 s
		2 × mittlere Massenträgheit	111°	2,9 s
Last- moment- sprung	0°	unverändert	80°	2,5 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	86°	2,5 s
		2 × mittlere Massenträgheit	90°	3,2 s
	1°	unverändert	79°	2,7 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	89°	1,78 s
		2 × mittlere Massenträgheit	90°	3,3 s
	2°	unverändert	78°	2,38 s
		3 × lastseitige Massenträgheit	85°	1,8 s
		2 × mittlere Massenträgheit	90°	3,3 s

Eine dreifache lastseitige Massenträgheit bewirkt bei Einsatz eines Reglers nach Ersatzmodell Typ MV/FZ ebenso wie bei einem Regler nach Typ MV/FR in allen Fällen ein stärkeres Überschwingen und eine stärkere maximale Abweichung vom Sollwert sowie eine längere Ausregelzeit gegenüber dem unveränderten Dreimassensystem. Die Verdoppelung der mittleren Massenträgheit führt aufgrund der größeren, absoluten Massenänderung wieder zu den stärksten Überschwingern und längsten Ausregelzeiten.

Insgesamt zeigt Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ etwas längere Ausregelzeiten als der nach Ersatzmodell Typ MV/FR berechnete. Die gemessenen Zeiten sind allerdings nur bedingt aussagekräftig. Die gemessenen Ausregelzeiten werden stark davon beeinflusst, ob das System zufällig knapp innerhalb oder noch knapp außerhalb der zulässigen Toleranzgrenzen von $\pm 1^\circ$ in die Haftriebung gerät. Im letzteren Fall geht die zum Überwinden der Haftriebung notwendige Zeit mit in die Ausregelzeit ein. Allgemein reagiert der Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ auf einen Regelfehler mit einer geringeren Änderung der Stellgröße. Dadurch wird zwar der maximale Überschwinger bei einem Sollwertsprung geringer, andererseits vergrößert sich jedoch die maximale Abweichung im Falle eines Lastmomentsprungs.

5.3 H_∞ -Regler mit zusätzlichem Beobachter

In der Praxis steht häufig keine Positionsmessung an der Lastseite zur Verfügung, sondern es wird lediglich die Position der Antriebsmaschine erfasst. Für die robuste H_∞ -Regelung müssen jedoch alle Systemzustände bekannt sein. Die nicht messbaren Zustände müssen also aus den messbaren berechnet werden. Diese Berechnung erfolgt über Beobachterstrukturen. Die geschätzten Zustände werden anschließend zusammen mit den gemessenen zurückgeführt und zur Regelung verwendet.

Eine der bekanntesten Beobachterstrukturen ist der Luenberger-Beobachter [30]. Der Grundgedanke ist, die Zustände aus den allgemeinen Systemgleichungen

$$\dot{\bar{x}} = \underline{A} \bar{x} + \underline{B} \bar{u} \quad (5.16)$$

$$\bar{y} = \underline{C} \bar{x} + \underline{D} \bar{u} \quad (5.17)$$

und der bekannten Eingangsgröße u zu berechnen, indem parallel zum realen System ein mathematisches Modell berechnet wird. Ist das Modell korrekt und sind alle Eingangsgrößen bekannt, kann das Systemverhalten berechnet werden und die nicht messbaren Zustände können aus dem Parallelmodell ausgelesen werden. Dies setzt jedoch die exakte, vollständige Kenntnis der Anfangszustände aller Zustandsvariablen voraus, die meist nicht gegeben ist. Fehlerhafte Anfangszustände führen auch bei exakter Modellierung und genauer Kenntnis der Eingangsgrößen zu Abweichungen der Zustandsvariablen zwischen realem System und Parallelmodell. Es ist daher notwendig, die Abweichungen der Anfangszustände zu berücksichtigen und so die berechneten Schätzwerte den tatsächlichen Zustandswerten anzugeleichen.

Dazu werden bei einem Luenberger-Beobachter die messtechnisch erfassbaren Größen des realen Systems \bar{y}_m mit den entsprechenden berechneten Größen verglichen und aus der Differenz über eine Matrix \underline{L} eine Korrektur für das mathematische Modell berechnet. Die Struktur eines solchen Luenberger-Beobachters zeigt Bild 5.16.

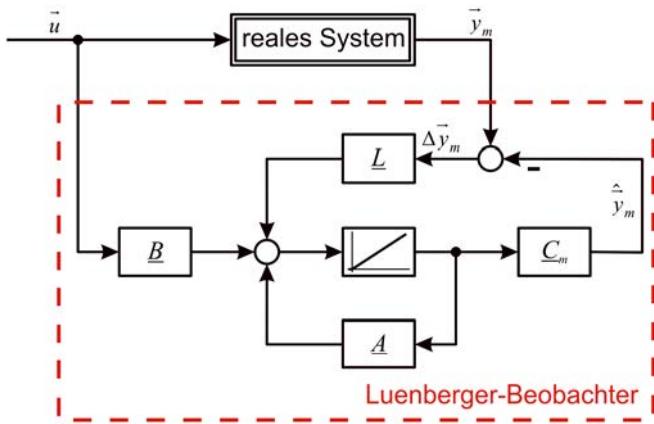


Bild 5.16: Struktur eines Luenberger-Beobachters

Der Vektor der *geschätzten* Zustände wird mit \hat{x} bezeichnet, um ihn vom realen Zustandsvektor \vec{x} zu unterscheiden.

Betrachtet man die messbaren Größen als Ausgangsgrößen des Systems, können diese über die Ausgangsgleichung (5.17) mit einer entsprechend gewählten Matrix \underline{C}_m über die Systemzustände dargestellt werden.

Es gilt also für die realen Größen:

$$\bar{y}_m = \underline{C}_m \vec{x} \quad (5.18)$$

Bzw. für die geschätzten Größen:

$$\hat{y}_m = \underline{C}_m \hat{x} \quad (5.19)$$

Die Systemgleichung (5.16) wird um die Korrekturmatrixt \underline{L} sowie die Differenz $\bar{y}_m - \hat{y}_m$ erweitert und lautet dann:

$$\dot{\hat{x}} = \underline{A} \hat{x} + \underline{B} \vec{u} + \underline{L} (\bar{y}_m - \hat{y}_m) \quad (5.20)$$

Mit (5.19) kann dies wie folgt zusammengefasst werden:

$$\dot{\hat{x}} = (\underline{A} - \underline{L} \underline{C}_m) \hat{x} + \underline{B} \vec{u} + \underline{L} \bar{y}_m \quad (5.21)$$

Der eigentliche Beobachterentwurf besteht nun darin, die Beobachtermatrix \underline{L} so zu wählen, dass die Anfangsfehler abklingen und sich die geschätzten Zustände den realen möglichst genau annähern.

Die Bestimmung der Beobachtermatrix \underline{L} kann nach [22] auf den Entwurf einer fiktiven Zustandsregelung zurückgeführt werden.

Dieser fiktive Reglerentwurf kann nach bekannten Verfahren, wie z. B. der Polvorgabe nach der Ackermann-Formel durchgeführt werden (s. [21], [22]).

Um dem generellen Ziel dieser Arbeit einer möglichst geringen Ordnung der Reglerstruktur Rechnung zu tragen, wird der Beobachter nicht für das vollständige Systemmodell, sondern ebenso wie der Regler für das reduzierte Ersatzsystem entwickelt. Die messbaren Größen sind lediglich Position und Geschwindigkeit auf der Antriebsseite. Die Größen auf der Lastseite des Ersatzsystems werden über den Beobachter geschätzt.

Die Pole des Beobachters werden dabei so vorgegeben, dass dieser ca. 2 bis 6 mal schneller reagiert, als das zu beobachtende System [31]. Dadurch kann der Beobachter die Zustände ausreichend schnell ermitteln und die Schätzwerte können für eine Zustandsrückführung Verwendung finden.

Wird ausschließlich ein Luenberger-Beobachter für die Zustände der Lastseite ω_N , $\dot{\epsilon}_N$ eingesetzt, zeigt der mit diesem Beobachter zusammen genutzte Regler zwar ein gutes Führungsverhalten, beim Auftreten von Lastmomenten schätzt der Beobachter die lastseitigen Zustände jedoch fehlerhaft.

Das Lastmoment als Störgröße ist in der zum Beobachterentwurf verwendeten Systembeschreibung nicht berücksichtigt. Diese Vernachlässigung in der Modellbildung kann durch den Beobachter nicht ausgeglichen werden [31]. Dadurch entsteht bei auftretendem Störmoment ein großer Schätzfehler. Folglich gelingt es dem zusammen mit diesem Beobachter eingesetzten Regler nicht, die tatsächliche Lage der Lastseite auf den gewünschten Sollwert einzuregeln.

Da es sich hierbei um ein grundsätzliches Problem dieses Beobachterentwurfs handelt, wird hier auf eine ausführliche Darstellung der Ergebnisse verzichtet. Beispielhaft werden lediglich die Ergebnisse der gemessenen Sprungantwort des Dreimassensystems auf einen Lastmomentsprung bei 0° Lose und einer Regler-Beobachterkombination nach Ersatzmodell Typ MV/FR beschrieben.

Nach einem Lastmomentsprung von 5 Nm, also 50% des Nennmoments bleibt das System zwar stabil und schwingt sich auf einen stationären Zustand ein, es stellt sich jedoch eine bleibende Regelabweichung von $11,2^\circ$ ein.

Der reine Luenberger-Beobachter ist für eine Verwendung zusammen mit einer robusten Lageregelung auf der Basis eines reduzierten Ersatzsystems ungeeignet.

5.3.1 Beobachter für die Lastseite und die Störgröße

Da das unbekannte Lastmoment beim reinen Luenberger-Zustandsbeobachter zu großen Schätzfehlern führt, ist es notwendig, diese Störgröße in den Beobachterentwurf einzubeziehen und diese ebenfalls zu beobachten.

Für den Entwurf eines solchen Störbeobachters wird die Systembeschreibung um ein entsprechendes Störmodell erweitert [22], [32].

Allgemein gilt für ein System, auf das über eine Störeingangsmatrix \underline{E} Störgrößen \vec{z} wirken:

$$\dot{\vec{x}} = \underline{A} \vec{x} + \underline{B} \vec{u} + \underline{E} \vec{z} \quad (5.22)$$

$$\vec{y} = \underline{C} \vec{x} \quad (5.23)$$

Es wird davon ausgegangen, dass das Verhalten der Störgrößen \vec{z} durch ein Störmodell in folgender Form beschrieben werden kann:

$$\dot{\vec{x}}_s = \underline{A}_s \vec{x}_s \quad (5.24)$$

$$\vec{z} = \underline{C}_s \vec{x}_s \quad (5.25)$$

Damit kann nun allgemein ein gemeinsames, erweitertes System aufgestellt werden:

$$\begin{pmatrix} \dot{\vec{x}} \\ \dot{\vec{x}}_s \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{E} \underline{C}_s \\ 0 & \underline{A}_s \end{pmatrix}}_{\underline{A}_{erw}} \cdot \begin{pmatrix} \vec{x} \\ \vec{x}_s \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{B} \\ 0 \end{pmatrix}}_{\underline{B}_{erw}} \vec{u} \quad (5.26)$$

$$\vec{y} = \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{C} & 0 \end{pmatrix}}_{\underline{C}_{erw}} \cdot \begin{pmatrix} \vec{x} \\ \vec{x}_s \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

Im hier vorliegenden Falle ist die Störgröße das Lastmoment m_L . Dessen zeitlicher Verlauf ist unbekannt. Für die Modellierung des Verhaltens der Störgröße wird daher vereinfachend angenommen, dass sie abschnittsweise konstant ist, also $\dot{z} = \dot{m}_L = 0$ gilt.

Das Lastmoment wirkt im Ersatzmodell auf $\dot{\omega}_{N2}$:

$$\dot{\omega}_{N2} = \frac{1}{T_{ers2}} C_{N_ers} \varepsilon_{N1} + \frac{-1}{T_{ers2}} R_{L_ers2} \omega_{N2} + \frac{-1}{T_{ers2}} C_{N_ers} \varepsilon_{N2} - \frac{1}{T_{ers2}} m_L \quad (5.28)$$

Damit gilt für das Lastmoment m_L als Störgröße:

$$x_s = z = m_L \quad (5.29)$$

$$\underline{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ T_{ers2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

$$\underline{A}_s = 0 \quad (5.31)$$

$$\underline{C}_s = 1 \quad (5.32)$$

Für das um das Lastmoment erweiterte Ersatzsystem ergibt sich damit:

$$\vec{x}_{erw} = \begin{pmatrix} \omega_{N1} \\ \varepsilon_{N1} \\ \omega_{N2} \\ \varepsilon_{N2} \\ m_L \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

$$B_{ers} = \begin{pmatrix} \frac{1}{T_{ers1}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.34)$$

$$A_{erw} = \left(\begin{array}{ccccc} R_{L_ers1} & \frac{-1}{T_{ers1}} C_{N_ers} & 0 & \frac{1}{T_{ers1}} C_{N_ers} & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{ers2}} C_{N_ers} & \frac{-1}{T_{ers2}} R_{L_ers2} & \frac{-1}{T_{ers2}} C_{N_ers} & \frac{-1}{T_{ers2}} \\ 0 & 0 & \omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad (5.35)$$

Für dieses erweiterte System kann nun wiederum ein Beobachter berechnet werden.

Das grundsätzliche Ziel dieser Arbeit ist es, einen robusten Regler niedriger Ordnung zu entwerfen. Daher soll auch die Systemordnung des Beobachters möglichst klein sein. Es bietet sich daher an, die messbaren Zustände der Antriebsseite aus dem Parallelmodell des Beobachters zu eliminieren und so einen reduzierten Beobachter zu entwerfen [22], [31], [32].

Dazu wird das erweiterte System so aufgeteilt, dass sich die zu beobachtenden Zustände im Teilvektor \vec{x}_2 und die durch Messung ermittelbaren Zustände im Teilvektor \vec{x}_1 befinden (s. [22], [32]):

$$\begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} \bar{u} , \quad (5.36)$$

mit

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} \omega_{N1} \\ \varepsilon_{N1} \end{pmatrix} , \quad (5.37)$$

$$\vec{x}_2 = \begin{pmatrix} \omega_{N2} \\ \varepsilon_{N2} \\ m_L \end{pmatrix}; \text{ und} \quad (5.38)$$

$$\underline{A}_{11} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_{ers1}} R_{L_ers1} & -\frac{1}{T_{ers1}} C_{N_ers} \\ \omega_0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.39)$$

$$\underline{A}_{12} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{T_{ers1}} C_{N_ers} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.40)$$

$$\underline{A}_{21} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{T_{ers2}} C_{N_ers} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.41)$$

$$\underline{A}_{22} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_{ers2}} R_{L_ers2} & -\frac{1}{T_{ers2}} C_{N_ers} & -\frac{1}{T_{ers2}} \\ \omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.42)$$

$$\underline{B}_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{T_{ers1}} \end{pmatrix}, \quad (5.43)$$

$$\underline{B}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.44)$$

Mit der Definition $\vec{r} = \hat{\vec{x}}_2 - \underline{L} \vec{x}_1$ lautet die Zustandsraumbeschreibung für den reduzierten Beobachter ([22]):

$$\dot{\vec{r}} = (\underline{A}_{22} - \underline{L}\underline{A}_{12})\vec{r} + (\underline{B}_2 - \underline{L}\underline{B}_1)u + ((\underline{A}_{22} - \underline{L}\underline{A}_{12})\underline{L} + \underline{A}_{21} - \underline{L}\underline{A}_{11})\vec{x}_1 \quad (5.45)$$

$$\hat{\vec{x}}_2 = \vec{r} + \underline{L}\vec{x}_1 \quad (5.46)$$

Die Bestimmung der Matrix \underline{L} erfolgt wie beim Luenberger-Beobachter durch Polvorgabe.

5.3.2 Regler- und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FR

Wie bereits erwähnt, erfolgt auch der Beobachterentwurf auf Basis eines reduzierten Zweimassenersatzmodells. Damit kann auch der Beobachter entweder mit einem Ersatzmodell vom Typ MV/FR oder vom Typ MV/FZ berechnet werden. Es ist daher möglich, Regler und Beobachter entweder auf Basis des gleichen Ersatzmodells zu entwerfen oder unterschiedliche Typen von Ersatzmodellen für den Regler- und den Beobachterentwurf zu verwenden. Im Folgenden sollen zunächst ein Regler und ein Beobachter, die beide auf Basis von Ersatzmodell Typ MV/FR berechnet wurden untersucht werden. Der Regler verwendet dabei lediglich die geschätzten Zustände an der Lastseite ω_{N2} , ξ_{N2} . Es ist grundsätzlich auch möglich, das geschätzte Lastmoment \hat{m}_L für eine Störgrößenaufschaltung zu nutzen. Da die Stellgröße auf die Antriebsseite, die Störgröße aber auf die Lastseite wirkt, müsste das geschätzte Lastmoment vor der Aufschaltung durch Übertragungsfunktionen mit differenzierendem Verhalten auf die Antriebsseite umgerechnet werden. Dies ist bezüglich der robusten Stabilität problematisch. Weiterhin ist ohne eine solche Störgrößenaufschaltung eine bessere Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit denen der Regelung bei Messung aller Zustände gegeben.

Das Gesamtsystem hat somit die in Bild 5.17 gezeigte Struktur. Der Regler entspricht dabei dem in Bild 3.9 dargestellten, der Beobachter hat intern die in Gl. (5.45), (5.46) beschriebene Struktur.

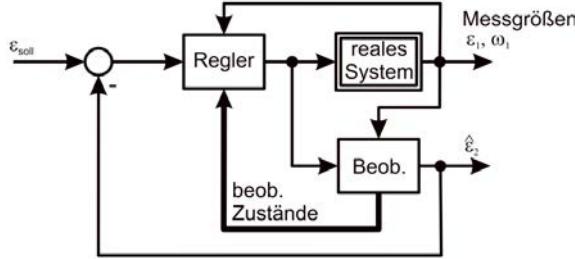


Bild 5.17: Struktur des Systems mit Regler und reduziertem Beobachter

Der nach dem Ersatzmodell vom Typ MV/FR entworfene reduzierte Störbeobachter wurde anschließend zusammen mit dem entsprechenden Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR auf dem Prüfstand implementiert. Ebenso wie im Falle der Messung aller Zustände wurden auch für den Regler mit Beobachter Messungen an diesem Dreimassensystem durchgeführt.

Gemessen wurden die Sprungantworten des lagegeregelten Systems auf einen Führungsgrößensprung von einer Umdrehung sowie auf einen Lastmomentsprung von 5 Nm. Weiterhin wurden die Sprungantworten des Systems mit der dreifachen

lastseitigen Massenträgheit und der doppelten, mittleren Massenträgheit aufgenommen. Alle Messungen wurden wieder mit jeweils 0° , 1° und 2° Lose durchgeführt. Beispielhaft sind die Messergebnisse mit 0° Lose in Bild 5.18 und Bild 5.19 dargestellt.

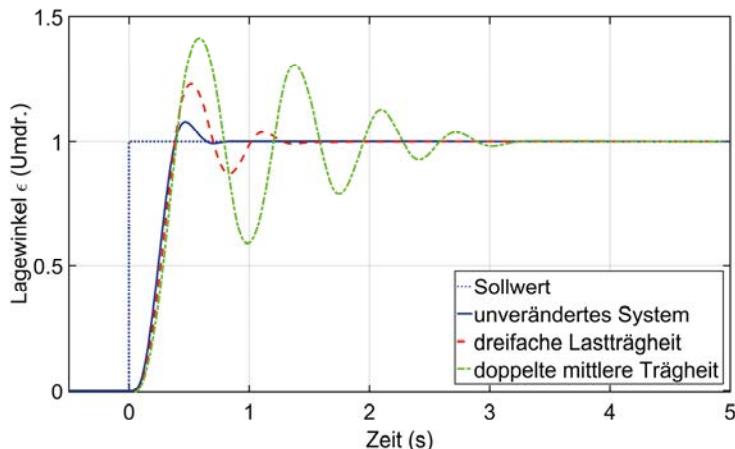


Bild 5.18: Messung – Führungssprung mit Regler und Bobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FR bei 0° Lose

Der unveränderte Prüfstand antwortet auf den Führungsgrößensprung mit einem Überschwinger von $28,6^\circ$. Nach $0,77$ s ist der Lagesollwert auf $\pm 1^\circ$ genau erreicht. Bei der dreifachen lastseitigen Massenträgheit schwingt das System etwas stärker. Mit einem maximalen Überschwinger von 83° benötigt das System $1,7$ s bis es ausgeregelt ist.

Im Falle der doppelt so großen mittleren Massenträgheit treten, wie erwartet, die stärksten Schwingungen auf, da dies die absolut größte Veränderung gegenüber dem nominellen System darstellt. Der maximale Überschwinger bei einem Sollwertsprung ist hier 148° groß. Erst nach $3,2$ s erreicht das System den Sollwert mit einer Abweichung von $\leq 1^\circ$.

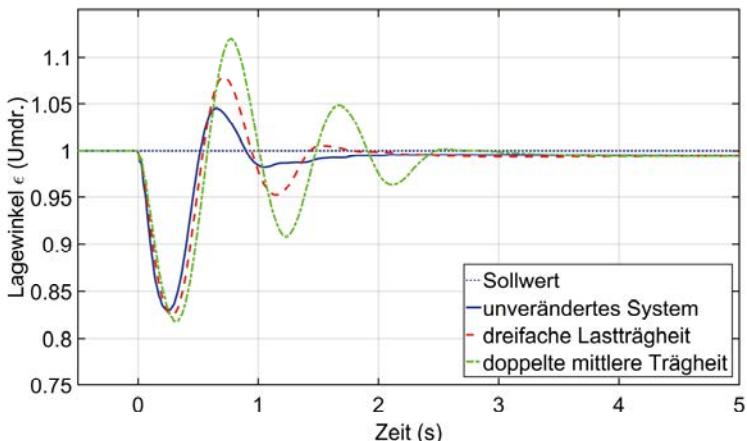


Bild 5.19: Messung – Lastsprung mit Regler und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FR bei 0° Lose

Bei einem Lastmomentsprung von 5 Nm weicht das unveränderte System um maximal $61,1^\circ$ nach unten vom Sollwert ab. Es zeigt sich, dass auch hier der Lagesollwert nicht wieder auf $\pm 1^\circ$ genau erreicht wird. Es stellt sich eine bleibende Regelabweichung von ca. $5,4^\circ$ ein. Diese ist zwar geringer als beim Luenberger-Beobachter, aber immer noch außerhalb der zulässigen Toleranzgrenzen.

Auch im Falle der dreifachen lastseitigen Massenträgheit und der doppelten mittleren Massenträgheit erreicht das System die Sollposition nicht wieder. Ebenfalls werden, wie zu erwarten war, die Schwingungen mit zunehmender Abweichung des realen Systems vom Ersatzmodell größer. Die maximale Abweichung beträgt bei dreifacher lastseitiger Massenträgheit 63° und bei doppelter mittlerer Massenträgheit $65,5^\circ$.

Die bleibende Regelabweichung bei auftretendem Lastmoment, die sich bei einem Regler mit reduziertem Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FR einstellt, wird durch eine nicht korrekte Schätzung der Torsion verursacht. Dieser Schätzfehler liegt in der Art des verwendeten Ersatzmodells Typ MV/FR begründet. Bei diesem Ersatzmodell wird die Ersatzfederkonstante so berechnet, dass das Ersatzsystem die gleiche Resonanzfrequenz hat wie das Originalsystem (s. Abschn. 4.2.1). Diese angepasste Federkonstante ermöglicht zwar bei der Reglerauslegung die Berücksichtigung der realen Resonanzfrequenz des Originalsystems, bildet aber die Torsion des realen Systems nicht korrekt ab. Entsprechend wird ein Beobachter auf Basis eines Ersatzsystems vom Typ MV/FR stets eine falsche Torsion der Welle und somit eine falsche Lage der Lastseite schätzen. Da dieses Problem bei einem Beobachter auf Basis von Ersatzmodell Typ MV/FR immer auftritt, sind die Sprungantworten des Systems für 1° und 2° Lose nicht mehr abgebildet. Tabelle 5.3 zeigt die Ergebnisse für alle Loseeinstellungen zusammengefasst.

Tabelle 5.3: Messung - Prüfstand mit Regler und reduziertem Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FR

Versuch	Lose	System	max. Überschwinger	Zeit bis Abweichung < 1°
Führungs- größen- sprung	0°	unverändert	28,6°	0,77 s
		3x lastseitige Massenträgheit	83°	1,7 s
		2x mittlere Massenträgheit	148°	3,2 s
	1°	unverändert	30,5°	4,5 s
		3x lastseitige Massenträgheit	82,8°	4,77 s
		2x mittlere Massenträgheit	146°	3,34 s
	2°	unverändert	26,5°	1,43 s
		3x lastseitige Massenträgheit	84,5°	1,58 s
		2x mittlere Massenträgheit	145°	3,18 s
Last- moment- sprung	0°	unverändert	61,1°	---
		3x lastseitige Massenträgheit	63°	---
		2x mittlere Massenträgheit	65,5°	---
	1°	unverändert	62,5°	---
		3x lastseitige Massenträgheit	66,7°	---
		2x mittlere Massenträgheit	61,5°	---
	2°	unverändert	61,4°	---
		3x lastseitige Massenträgheit	72,5°	---
		2x mittlere Massenträgheit	63,5°	---

Die maximalen Überschwinger der Führungsgrößensprungantwort mit Regler und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FR sind in allen betrachteten Fällen größer als die, welche mit dem entsprechenden Regler bei direkter Rückführung aller Zustände erreicht wurden. Auch die maximale Abweichung bei einem Lastsprung ist in allen Fällen größer. Dies kann damit begründet werden, dass der Beobachter die Lage der Lastseite aus den Zuständen der Antriebsseite ermitteln muss und die Regelung so erst reagieren kann, wenn eine Veränderung der Antriebsseite eintritt. Dagegen kann

der Regler aus Abschn. 5.2.1 direkt auf Änderungen der lastseitigen Lage reagieren. Die Ausregelzeiten des Sollwertsprungs sind fast alle mit den entsprechenden aus Abschn. 5.2.1 vergleichbar. Bei 1° Lose benötigen das unveränderte System und das System mit dreifacher lastseitiger Massenträgheit jedoch deutlich länger. Dies wird dadurch verursacht, dass das System in diesem Fall zufällig knapp außerhalb der zulässigen Lagetoleranz stehenbleibt und dort längere Zeit in der Haftriebung verharrt. Es hat somit keine grundsätzliche Bedeutung.

Der Lastsprung konnte in keinem Fall erfolgreich ausgeregelt werden. Der Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FR schätzt einen falschen Torsionswinkel, wenn ein Lastmoment einwirkt, da die Federkonstante des Ersatzmodells Typ MV/FR aufgrund der Berechnung entsprechend der Resonanzfrequenz die Torsion des realen Systems nicht korrekt abbildet.

5.3.3 Regler- und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ

Ein auf Basis von Ersatzmodell Typ MV/FZ berechneter, reduzierter Beobachter verspricht bessere Ergebnisse, da bei diesem Ersatzmodell die Ersatzfederkonstante durch Zusammenfassen der Federkonstanten des Originalsystems gebildet wird. Dadurch wird das Torsionsverhalten besser abgebildet, als bei Ersatzmodell Typ MV/FR. Im Falle einer auftretenden Lose ist auch hier kein vollständiges Ausregeln einer auftretenden Störung zu erwarten, da die nichtlineare Lose vom Beobachter nicht erfasst wird.

Der nach Ersatzmodell Typ MV/FZ berechnete Beobachter wird zusammen mit dem Regler auf Basis von Ersatzmodell Typ MV/FZ aus Abschn. 5.2.2 eingesetzt.

Diese Regler-Beobachter-Kombination wurde ebenfalls auf dem Prüfstand implementiert und zur Regelung dieses Dreimassensystems eingesetzt. Das Führungsverhalten wurde wiederum durch eine sprungförmige Änderung der Sollposition von einer Umdrehung untersucht. Zur Ermittlung des Störverhaltens wurde ein Lastmomentsprung von 5 Nm aufgeschaltet. Weiterhin wurden die Sprungantworten wieder sowohl mit dreifacher Massenträgheit auf der Lastseite als auch der doppelten Trägheit der mittleren Masse aufgenommen. Alle Messungen wurden jeweils für 0° , 1° und 2° Lose durchgeführt, um die Robustheit der Regelung bewerten zu können.

In Bild 5.20 und Bild 5.21 sind exemplarisch die Verläufe für einen Führungsgrößensprung bzw. einen Lastsprung bei 0° Lose gezeigt.

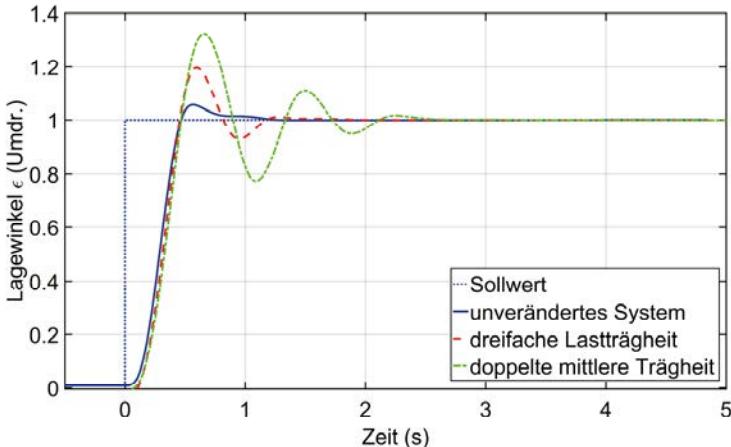


Bild 5.20: Messung – Führungssprung mit Regler und Bobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ bei 0° Lose

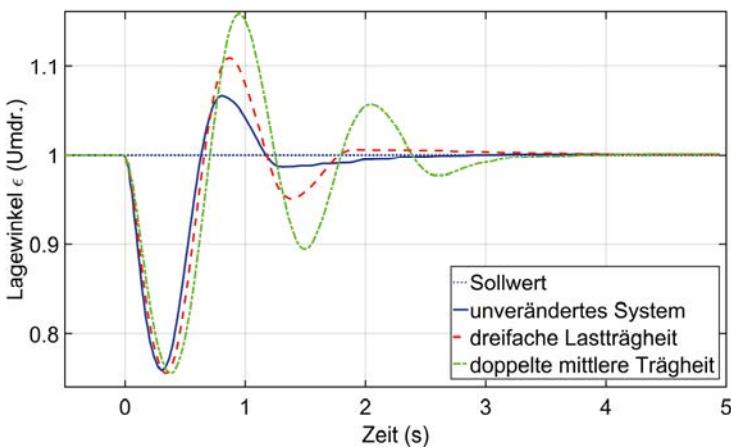


Bild 5.21: Messung – Lastsprung mit Regler und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ bei 0° Lose

Für das nominelle System zeigt sich in Bild 5.20 auf einen Führungsgrößensprung bei Einsatz eines Reglers und Beobachters, die jeweils nach einem Ersatzmodell Typ MV/FZ entworfen wurden, ein maximaler Überschwinger von $20,5^\circ$. Die Ausregelzeit beträgt 1,2 s. Der Verlauf der Sprungantwort ist insgesamt vergleichbar mit dem, den das System mit einem Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ bei direkter Messung aller Zustände zeigt (s. Bild 5.10).

Auch die Verläufe der Sprungantworten der Systeme mit verdreifachter Trägheit auf der Lastseite bzw. verdoppelter Trägheit der mittleren Masse sind ähnlich zu denen, die sich mit diesem Regler bei direkter Messung aller Zustände anstelle der beobachteten Größen ergeben. Bei dreifacher Lastträgheit zeigt sich ein maximaler Überschwinger von $70,5^\circ$ bei einer Ausregelzeit von 1,8 s. Bei doppelter Trägheit der mittleren Masse ist der Überschwinger maximal 116° groß und die Ausregelzeit 2,6 s lang.

Bild 5.21 zeigt die Antworten der Systeme mit Regler und Beobachter auf einen Lastmomentsprung von 5 Nm bei 0° Lose. Die Verläufe der Sprungantworten für das nominelle System und die modifizierten Systeme ähneln auch hier prinzipiell den entsprechenden, die bei direkter Messung aller Zustände erzielt wurden. Im Falle des unveränderten Systems zeigt der Regler mit Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ jedoch eine um fast 7° größere maximale Abweichung von $86,7^\circ$. Die Ausregelzeit ist mit 1,8 s dagegen etwas kürzer. Für das veränderte System mit verdreifachter Lastträgheit zeigt sich eine um $1,8^\circ$ größere maximale Abweichung von $87,8^\circ$ und eine Ausregelzeit von 3,3 s. Bei doppelter mittlerer Massenträgheit beträgt die maximale Abweichung vom Sollwert $87,9^\circ$ und die Ausregelzeit 3,7 s. Auch diese Werte sind mit denen aus Abschn. 5.2.2 vergleichbar.

Tabelle 5.4 zeigt zusammengefasst die Ergebnisse aller Messungen mit Regler und reduziertem Beobachter auf Basis von Ersatzmodell Typ MV/FZ. Wie bereits oben gezeigt wurde, entsprechen die Ergebnisse ohne Lose etwa denen, welche bei direkter Messung aller Zustände erreicht wurden. Tritt dagegen Lose auf, zeigt sich, dass der Regler mit reduziertem Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ das System nicht sicher auf $\pm 1^\circ$ ausregeln kann, da der lineare Beobachter die nichtlineare Lose nicht erfassen kann. Innerhalb der Lose stellen Antriebs- und Lastseite zwei entkoppelte Systeme dar, so dass ohne zusätzliche Messungen die Position der Lastseite nicht genau bestimmt werden kann. Dies macht es zusammen mit der Unsicherheit der durch den Beobachter geschätzten Position, wie sie z. B. durch nicht exakt bekannte Federkonstanten verursacht werden können, bei den Versuchen mit 1° und 2° Lose unmöglich, die Last auf $\pm 1^\circ$ genau zu positionieren.

Bei den Versuchen mit 1° und 2° Lose gelingt es dem Regler nicht, in allen Fällen das System wieder auf $\pm 1^\circ$ genau auszuregeln. So wurde das unveränderte System mit Lose 1° bzw. 2° Lose in keinem Fall auf $\pm 1^\circ$ genau positioniert. Hatte die Lose auf das Verhalten des mit einem nach Ersatzmodell Typ MV/FZ berechneten Reglers bei Messung aller Zustände in Abschn. 5.2.2 keinen nennenswerten Einfluss, so hat sie hier für die Regelung zusammen mit einem Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ wesentlich größere Bedeutung.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der reduzierte Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ nur bei vernachlässigbar kleiner Lose geeignet ist, Lage und Drehzahl der Lastseite zu schätzen.

Tabelle 5.4: Messung – Prüfstand mit Regler und reduzierterem Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ

Versuch	Lose	System	max. Überschwinger	Zeit bis Abweichung < 1°
Führungs- größen- sprung	0°	unverändert	20,5°	1,2 s
		3x lastseitige Massenträgheit	70,5°	1,8 s
		2x mittlere Massenträgheit	116°	2,6 s
	1°	unverändert	24°	---
		3x lastseitige Massenträgheit	69°	1,9 s
		2x mittlere Massenträgheit	114°	2,9 s
	2°	unverändert	24,6°	---
		3x lastseitige Massenträgheit	71,6°	1,4 s
		2x mittlere Massenträgheit	118,7°	---
Last- moment- sprung	0°	unverändert	86,7°	2,3 s
		3x lastseitige Massenträgheit	87,8°	3,3 s
		2x mittlere Massenträgheit	87,9°	3,7 s
	1°	unverändert	87,2°	---
		3x lastseitige Massenträgheit	88,6°	3,1 s
		2x mittlere Massenträgheit	87,5°	---
	2°	unverändert	91,8°	---
		3x lastseitige Massenträgheit	86,7°	2,9 s
		2x mittlere Massenträgheit	90,8°	---

5.3.4 Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR mit Beobachter nach Typ MV/FZ

Ein Vergleich der Ergebnisse der Regler auf Basis des Ersatzmodells Typ MV/FR, also mit an die erste Resonanzfrequenz des ursprünglichen Systems angepasster Ersatzfederkonstante (Abschn. 5.2.1) bzw. des Ersatzmodell vom Typ MV/FZ, also mit einer durch Zusammenfassen der Federkonstanten des Originalsystems berechneten Ersatzfederkonstante (Abschn. 5.2.2) zeigt, dass der Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR etwas schneller ist. Dies wird darauf zurückgeführt, dass bei der Reglerberechnung nach Typ MV/FR geringere Modellunsicherheiten auftreten, als bei der Reglerberechnung nach Typ MV/FZ, da bei dem Ersatzmodell nach Typ MV/FR die Resonanzfrequenz mit dem Original übereinstimmt.

Für den reduzierten Beobachterentwurf ist dagegen das Ersatzmodell Typ MV/FZ besser geeignet, da durch die Resonanzfrequenz angepasste Ersatzfederkonstante von Typ MV/FR eine falsche Torsion und somit auch eine falsche Position berechnet wird. Es erscheint sinnvoll, den Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR zusammen mit einem reduzierten Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ einzusetzen.

Diese Kombination aus Regler und Beobachter wurde ebenfalls am Prüfstand implementiert. Wie zuvor wurden die Sprungantworten des geregelten Dreimassen-systems für einen Führungsgrößensprung von einer Umdrehung und für einen Lastmomentsprung von 5 Nm aufgenommen. Neben dem ursprünglichen Dreimassen-system wurden auch für diese Kombination von Regler und Beobachter die modifizierten Systeme mit der dreifachen lastseitigen Massenträgheit, sowie etwa der doppelten mittleren Massenträgheit untersucht. Da der Regler mit Beobachter, wie in den vorhergehenden Abschnitten festgestellt, Systeme mit Lose nicht sicher ausregeln kann, wird hier nur der Fall ohne Lose untersucht.

Die Antworten des Systems ohne Lose sind in Bild 5.22 für einen Sollwertsprung und in Bild 5.23 für einen Lastmomentsprung dargestellt.

Das nominelle System hat bei einem Führungsgrößensprung nach 1,13 s und einem maximalen Überschwinger von 25° den Lagesollwert auf $\pm 1^\circ$ genau erreicht. Dabei kommt das System jedoch schon nach ca. 0,7 s mit einer Abweichung von $1,08^\circ$ knapp außerhalb der zulässigen Lagetoleranz zunächst zum Stillstand und benötigt anschließend 0,33 s, um die Haftreibung zu überwinden und den Sollwert zu erreichen.

Bei verdreifachter lastseitiger Trägheit benötigt das System 1,73 s um den Lagesollwert zu erreichen. Der maximale Überschwinger ist mit 83° etwa gleich groß wie zuvor. Auch hier kommt das System schon nach 1,54 s mit einer Abweichung von $1,2^\circ$ zunächst zum Stillstand und verharrt für ca. 0,2 s in der Haftreibung. Im Falle der etwa doppelt so großen mittleren Massenträgheit weist das System die längste Ausregelzeit (3,2 s) und den größten maximalen Überschwinger ($144,8^\circ$) auf.

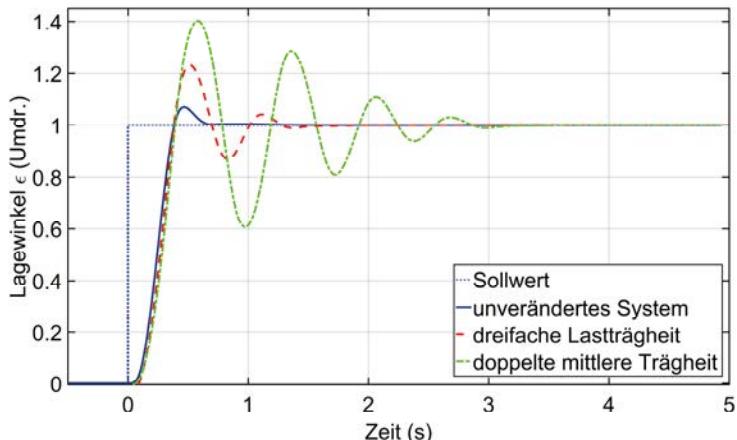


Bild 5.22: Messung – Führungssprung mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ bei 0° Lose

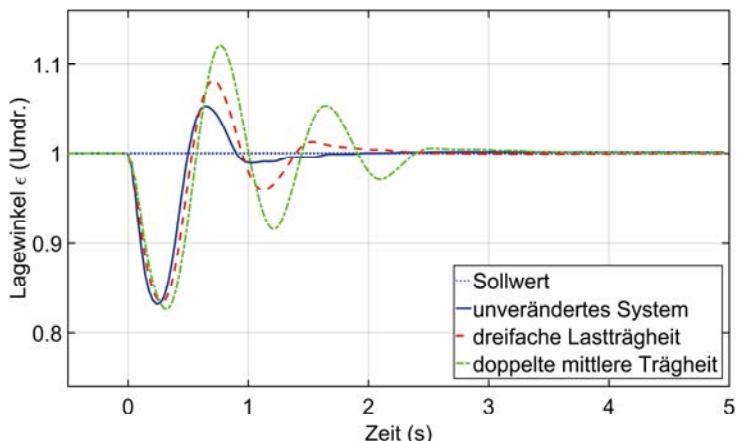


Bild 5.23: Messung – Lastsprung mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ bei 0° Lose

Bei einem Lastmomentsprung von 5 Nm weicht das nominelle System um maximal $60,5^\circ$ nach unten vom Sollwert ab. Die Ausregelzeit beträgt 1,6 s. Bei dem System mit verdreifachter Massenträgheit gelingt es der Regelung, den Sollwert in 2,18 s mit der gewünschten Genauigkeit von 1° wieder zu erreichen. Die maximale Abweichung beträgt $59,7^\circ$. Im Falle der verdoppelten mittleren Massenträgheit beträgt die maximale Abweichung $62,4^\circ$. Nach 3,25 s ist die Störung ausgeregelt.

Tabelle 5.5 zeigt eine Zusammenfassung der Ergebnisse. Dargestellt sind die Größe des maximalen Überschwingers und die Zeit bis zum Ausregeln auf 1° genau, jeweils für das unveränderte System, das System mit dreifacher lastseitiger Massenträgheit und das System mit etwa verdoppelter mittlerer Massenträgheit.

Tabelle 5.5: Messung – Prüfstand mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR und reduziertem Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ

Versuch	Lose	System	max. Überschwinger	Zeit bis Abweichung < 1°
Führungsgrößen-sprung	0°	unverändert	25°	1,13 s
		3× lastseitige Massenträgheit	83°	1,7 s
		2× mittlere Massenträgheit	$144,8^\circ$	3,2 s
Lastmoment-sprung	0°	unverändert	$60,5^\circ$	1,6 s
		3× lastseitige Massenträgheit	$59,7^\circ$	2,18 s
		2× mittlere Massenträgheit	$62,4^\circ$	3,25 s

Für die Führungsgrößensprünge sind für die Kombination eines Reglers nach Ersatzmodell Typ MV/FR mit einem Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ die maximalen Überschwinger alle etwas größer als beim Regler und Beobachter nach Typ MV/FZ. Die Ausregelzeiten sind für das unveränderte System und das System mit dreifacher lastseitiger Massenträgheit etwa gleich. In beiden Fällen kommt das System jedoch knapp außerhalb der zulässigen Lagetoleranz zunächst zum Stillstand und verharrt dort kurz in der Haftriebung. Bei der doppelten mittleren Massenträgheit ist die Ausregelzeit dagegen 0,6 s länger als die entsprechende Zeit in Abschn. 5.3.3, da das System hier stärker ins Schwingen gerät und entsprechend länger benötigt, bis die Schwingungen abgeklungen sind.

Der Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR reagiert stärker und erzeugt eine höhere Stellgröße als der Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ. Daher kommt es bei der Führungssprungantwort zu etwas höheren Überschwingern. Bei einem Lastmomentsprung sind die maximalen Abweichungen dagegen geringer, da der Regler hier sofort stärker gegensteuert.

6 Simulationsergebnisse der Regelung an einem Fünfmassensystem

Nachdem die auf der Basis reduzierter Ersatzmodelle entworfenen H_{∞} -optimalen Regler bei den Messungen am Prüfstand gute Ergebnisse für ein Originalsystem mit drei Massen zeigen, soll im Folgenden das Verhalten der Regelung für ein Originalsystem höherer Ordnung untersucht werden. Da ein solches System real nicht zur Verfügung steht, wird hierfür ein unter Matlab/Simulink erstelltes Modell eines Fünfmassensystems genutzt.

Der Vergleich der durchgeführten Messungen und Simulationen am Dreimassen- system hat gezeigt, dass die Simulationen zwar Abweichungen aufweisen, die im Wesentlichen auf den Einfluss der nur ungenau bekannten Reibung zurückgehen, das wesentliche Verhalten des geregelten Systems jedoch richtig abbilden. Dies gilt sowohl für Führungsgrößen- als auch für Lastsprünge. Es erscheint daher zulässig, das Verhalten der auf Basis reduzierter Ersatzmodelle entworfenen robusten Regler im Zusammenspiel mit Originalsystemen höherer Ordnung in Simulationen zu untersuchen.

Wie zuvor werden für das angenommene Fünfmassensystem reduzierte Entwurfsmodelle gebildet, Regler entworfen und die im vorherigen Abschnitt am Prüfstand durchgeführten Untersuchungen analog auch simulatorisch für das nichtlineare Streckenmodell des Fünfmassensystems durchgeführt.

Bei der Wahl der Daten für dieses Simulationsmodell wurden zur besseren Vergleichbarkeit die Daten des realen Prüfstandes zu Grunde gelegt. Das Modell wurde jedoch um zwei weitere Massen und Torsionswellen in der Mitte erweitert. Da am realen Prüfstand drei Schwungscheiben als Optionen für die eine, dort vorhandene mittlere Position existieren, werden deren Massenträgheiten als die Trägheiten der fiktiven mittleren Massen des Fünfmassenmodells angenommen. Die simulierten Trägheiten, bzw. normierten Zeitkonstanten sind in Tabelle 6.1 dargestellt.

Die normierten Werte der Federkonstanten, bzw. linearen Reibung ergeben sich zu:

$$C_{N1,2,3,4} = 138,3 \quad (6.1)$$

$$R_{L1,2,3,4,5} = 0,2 \quad (6.2)$$

Die normierte Haftreibung wird für das simulierte System wie folgt angenommen:

$$R_{h1,2,3,4,5} = 0,007 \quad (6.3)$$

Tabelle 6.1: Simulierte Trägheiten

Antriebsmotor mit Losekupplung und Torsionswelle	$\Theta_1 = 35,7 \text{ Kg cm}^2$ $T_1 = 0,11215$	(6.4)
1. mittlere Masse (Welle mit Scheibe 1)	$\Theta_2 = 136,5 \text{ Kg cm}^2$ $T_2 = 0,42883$	(6.5)
2. mittlere Masse (Welle mit Scheibe 2)	$\Theta_3 = 251,9 \text{ Kg cm}^2$ $T_3 = 0,79011$	(6.6)
3. mittlere Masse (Welle mit Scheibe 3)	$\Theta_4 = 516,3 \text{ Kg cm}^2$ $T_4 = 1,622$	(6.7)
Lastmotor mit Torsionswelle	$\Theta_5 = 63,9 \text{ Kg cm}^2$ $T_5 = 0,20075$	(6.8)

Für Fünfmassensystem ergibt sich somit jeweils ein entsprechendes Ersatzmodell. Die Modellunsicherheiten gegenüber den entsprechenden Originalsystemen unterscheiden sich jedoch. Daher wurden für das Fünfmassensystem leicht geänderte Gewichtungsfunktionen gewählt.

$$W_1(s) = \frac{5,58 \cdot 10^7 s + 10^{10}}{5,58 \cdot 10^9 s + 1}, \quad (6.9)$$

$$W_2(s) = \frac{0,04333s + 0,003}{0,03333s + 1}, \quad (6.10)$$

$$W_3(s) = 0,1 \quad (6.11)$$

6.1 H_∞ -Regler mit direkter Zustandsrückführung

Wie zuvor messtechnisch am Dreimassenprüfstand geschehen, wird auch das oben beschriebene Fünfmassensystem zunächst zusammen mit einem H_∞ -Regler mit direkter Zustandsrückführung auf Basis reduzierter Entwurfsmodelle simuliert, um die Robustheit des Reglerentwurfs auf Basis eines vereinfachten Ersatzsystems gegenüber Strukturunsicherheiten zu untersuchen. Es werden sowohl Regler auf der Basis der Ersatzmodelle Typ MV/FR als auch MV/FZ betrachtet. Die normierten Parameter der entsprechenden Ersatzsysteme sind in Tabelle 6.2 aufgeführt. Wiederum werden die Antworten des geregelten Systems für einen Führungsgrößen- und einen Lastmomentsprung aufgenommen. Ebenso werden auch bei dem Fünfmassensystem eine verdreifachte lastseitige Massenträgheit und verdoppelte Trägheit der mittleren Massen simuliert. Dadurch, dass beim Fünfmassensystem zwei zusätzliche Massen vorhanden sind, ergeben sich zwei zusätzliche Simulationen.

Weiterhin wird der Einfluss der dreifachen Massenträgheit der Antriebsseite untersucht. Alle Simulationen wurden sowohl mit 0° , 1° bzw. 2° Lose durchgeführt.

Tabelle 6.2: Ersatzmodellparameter

Ersatzmodell Parameter	Typ MV/FR	Typ MV/FZ
$T_{ers1} = T_1 + \frac{T_2 + T_3 + T_4}{2}$	1,5326	1,5326
$T_{ers2} = T_1 + \frac{T_2 + T_3 + T_4}{2}$	1,6212	1,6212
C_N_{ers}	110,8455	34,5755

6.1.1 Reglerentwurf mit einem Ersatzmodell vom Typ MV/FR

Bei der Auswertung der Simulationen des mit dem nach Ersatzmodell Typ MV/FR entworfenen Reglers zeigte sich, dass die Lose, wie bei den Messungen am Prüfstand, auch für das Fünfmassensystem keinen wesentlichen Einfluss auf die grundsätzliche Form des Verlaufs der Sprungantworten hat. Daher sind lediglich die Sprungantworten des Reglers nach Ersatzmodell Typ MV/FR zusammen mit dem Fünfmassensystem bei 0° Lose in Bild 6.1 und Bild 6.2 dargestellt. Die Ergebnisse für alle Loseeinstellungen sind in Tabelle 6.3 aufgeführt.

Die Ausregelzeit bei einem Führungsgrößensprung bei 0° Lose beträgt für das unveränderte System 1,67 s. Dabei schwingt das System um 40° über. Bei dem Lastsprung von 5 Nm weicht die Position des unveränderten Systems um maximal 44° vom Sollwert ab und der Regler benötigt 1,44 s um das System wieder auszuregeln.

Im Falle der dreifachen lastseitigen Massenträgheit schwingt die Führungssprungantwort um 57° über und erreicht nach 2,4 s den Sollwert mit der gewünschten Genauigkeit. Der Lastmomentsprung führt in diesem Falle zu einer maximalen Abweichung von 44° und einer Ausregelzeit von 1,35 s.

Die verschiedenen Varianten geänderter mittlerer Massenträgheiten (verdoppeltes Θ_1 bis Θ_4) weisen bei einem Führunggrößensprung Ausregelzeiten zwischen 2,38 s und 5,43 s auf. Die Sprungantwort schwingt zwischen 57° und 133° über (vergl. Tabelle 6.3). Für den Lastmomentsprung liegen die maximalen Abweichungen zwischen 44° und 46° . Die Ausregelzeiten betragen zwischen 1,34 s und 3,58 s. Die größten Abweichungen und längsten Ausregelzeiten ergeben sich dabei mit verdoppeltem Θ_4 , da dies die absolut größte Änderung einer Masse ist.

Eine Verdreifachung der antriebsseitigen Trägheit führt dagegen im Falle eines Führungsgrößensprungs zu einem maximalen Überschwinger von 48° und einer Ausregelzeit von 3,39 s, bzw. bei einem Lastsprung zu einer maximalen Abweichung von 44° und einer Ausregelzeit von 1,4 s.

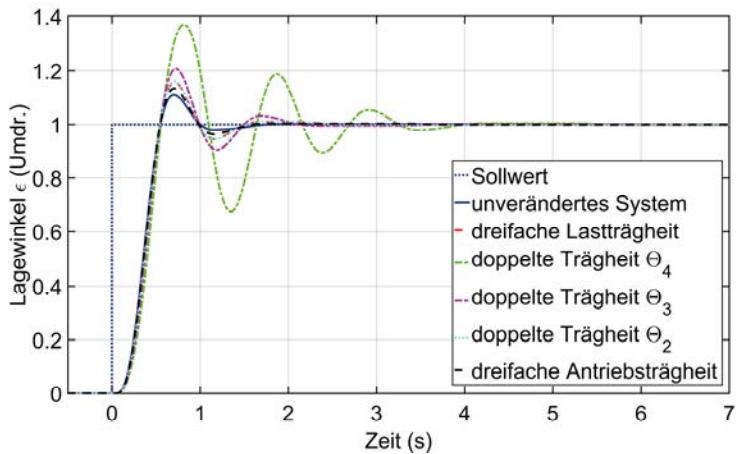


Bild 6.1: Simulation – Führungssprung mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR bei 0° Lose

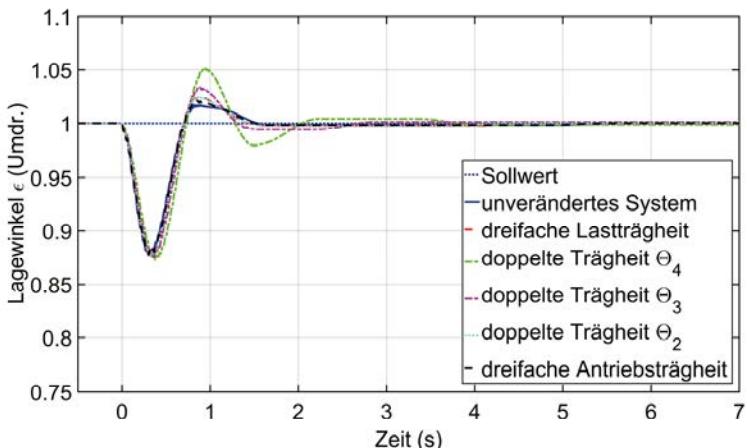


Bild 6.2: Simulation – Lastsprung mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR bei 0° Lose

In Tabelle 6.3 finden sich die Simulationsergebnisse des Fünfmassensystems für 0°, 1° und 2° Lose zusammengefasst.

Tabelle 6.3: Simulation – Fünfmassensystem mit Regler nach Modell MV/FR

Versuch	Lose	System	max. Überschwinger	Zeit bis Abweichung < 1
Führungs- größen- sprung	0°	unverändert	40°	1,67 s
		3 × Lastträgheit	57°	2,4 s
		2 × Θ_4	133°	5,43 s
		2 × Θ_3	74°	3,46 s
		2 × Θ_2	57°	2,38 s
		3 × Antriebsträgheit	48°	3,39 s
	1°	unverändert	41,5°	1,64 s
		3 × Lastträgheit	58,5°	2,25 s
		2 × Θ_4	135°	7,17 s
		2 × Θ_3	76°	3,1 s
		2 × Θ_2	58,5°	2,25 s
		3 × Antriebsträgheit	50°	3,3 s
	2°	unverändert	43°	1,62 s
		3 × Lastträgheit	60°	2,2 s
		2 × Θ_4	137°	6,4 s
		2 × Θ_3	78°	5,44 s
		2 × Θ_2	60°	2,22 s
		3 × Antriebsträgheit	51°	2,57 s
Last- moment- sprung	0°	unverändert	44°	1,44 s
		3 × Lastträgheit	44°	1,35 s
		2 × Θ_4	46°	3,58 s
		2 × Θ_3	45°	2,5 s
		2 × Θ_2	44°	1,34 s
		3 × Antriebsträgheit	44°	1,4 s
	1°	unverändert	44,5°	1,44 s
		3 × Lastträgheit	44,5°	1,34 s
		2 × Θ_4	46°	3,53 s
		2 × Θ_3	44,5°	2,47 s
		2 × Θ_2	44,5°	1,34 s
		3 × Antriebsträgheit	45°	1,4 s
	2°	unverändert	45°	1,43 s
		3 × Lastträgheit	45°	1,33 s
		2 × Θ_4	47°	3,46 s
		2 × Θ_3	46°	2,45 s
		2 × Θ_2	45°	1,33 s
		3 × Antriebsträgheit	45,5°	1,4 s

In allen Simulationen führte die größte absolute Massenänderung (Verdoppelung von Θ_4) zu den stärksten Überschwingern und der längsten Ausregelzeit. Zusätzliche Simulationen mit fünf gleichen Massen zeigen außerdem, dass sich eine Änderung auf der Lastseite geringfügig stärker auswirkt, als eine Änderung auf der Antriebsseite.

6.1.2 Reglerentwurf mit einem Ersatzmodell vom Typ MV/FZ

Das Verhalten des Fünfmassensystems wurde ebenfalls mit einem Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ mit den in Tabelle 6.2 dargestellten Werten simulatorisch mit MATLAB/Simulink untersucht.

Wie oben werden neben dem nominellen System eine verdreifachte Trägheit der lastseitigen Masse, jeweils verdoppelte Trägheiten der mittleren Massen und eine verdreifachte Massenträgheit auf der Antriebsseite untersucht.

Da die Lose für den betrachteten Fall auch bei einem Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ keinen wesentlichen Einfluss auf den grundsätzlichen Verlauf der Sprungantworten zeigt, sind hier, ebenso wie für den Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR, lediglich die Antworten für 0° Lose in Bild 6.3 für den Führungsprungsprung und in Bild 6.4 für den Lastmomentsprung dargestellt.

In Tabelle 6.4 finden sich die Simulationsergebnisse des Fünfmassensystems für 0° , 1° und 2° Lose zusammengefasst.

Wie in Bild 6.3 zu erkennen ist, reagiert das unveränderte System bei 0° Lose auf einen Führungsgrößensprung von einer Umdrehung mit einem Überschwingen von 40° und benötigt 3,05 s, um den Sollwert zu erreichen. Bei verdreifachter lastseitiger Massenträgheit schwingt die Sprungantwort $53,7^\circ$ über und weist eine Ausregelzeit von 5,54 s auf. Die verschiedenen, jeweils verdoppelten mittleren Massenträgheiten führen auf Ausregelzeiten zwischen 3,74 s und 7,2 s. Die Position des simulierten Fünfmassensystems schwingt dabei zwischen $54,2^\circ$ und 95° über. Bei der dreifachen antriebsseitigen Massenträgheit schwingt die Führungssprungantwort um maximal 47° über und weist eine Ausregelzeit von 6,6 s auf.

Das Verhalten der verschiedenen Variationen des simulierten Fünfmassensystems bei 0° Lose auf ein lastseitiges Drehmoment von 5 Nm ist in Bild 6.4 zu sehen. Hier weicht das unveränderte System um maximal $71,5^\circ$ vom Sollwert ab und erreicht diesen nach 2,1 s wieder. Bei verdreifachter, lastseitiger Massenträgheit betragen die maximale Abweichung 72° und die Ausregelzeit 5,4 s. Im Falle der verdreifachten antriebsseitigen Massenträgheit liegt die maximale Abweichung vom Sollwert ebenfalls bei 72° , die Ausregelzeit beträgt jedoch 5,87 s. Die unterschiedlichen Variationen der mittleren Massenträgheiten führen für den simulierten Störgrößensprung von 5 Nm auf Abweichungen zwischen $71,5^\circ$ und 75° . Das System benötigt in diesen Fällen zwischen 4,03 s und 5,36 s.

Die mit den weiteren Einstellungen der Lose erzielten Simulationsergebnisse sind in Tabelle 6.4 dargestellt.

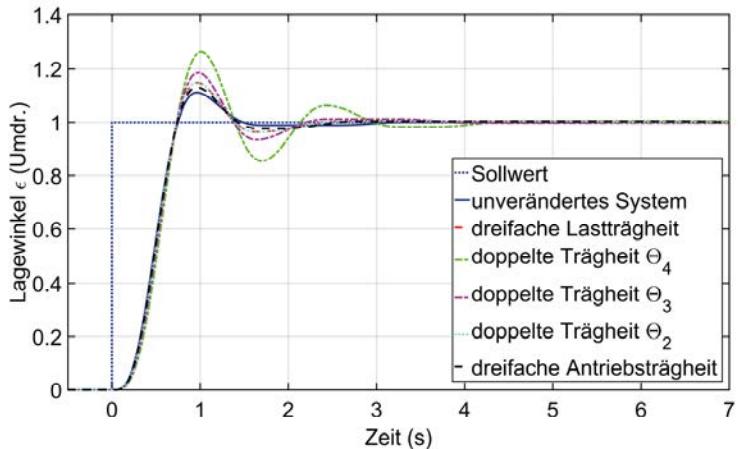


Bild 6.3: Simulation – Führungssprung mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ bei 0° Lose

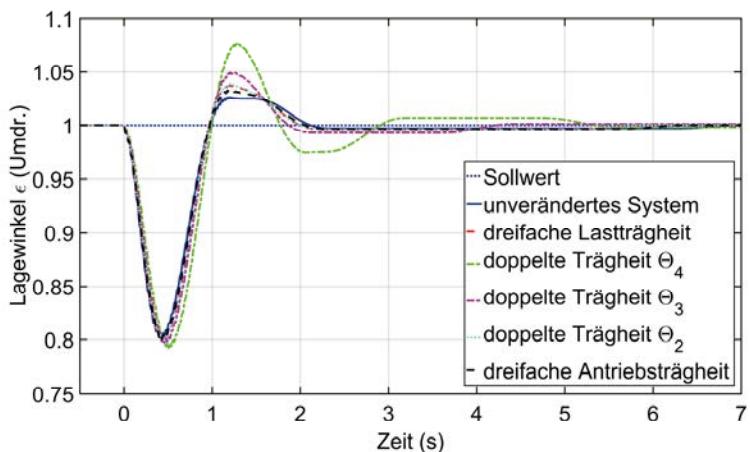


Bild 6.4: Simulation – Lastsprung mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ bei 0° Lose

**Tabelle 6.4: Simulation – Fünfmassensystem mit Regler nach Modell
Typ MV/FZ**

Versuch	Lose	System	max. Überschwinger	Zeit bis Abweichung < 1°
Führungs- größen- sprung	0°	unverändert	40°	3,05 s
		3 × Lastträgheit	53,7°	5,54 s
		2 × Θ ₄	95°	7,2 s
		2 × Θ ₃	67°	3,74 s
		2 × Θ ₂	54,2°	5,53 s
		3 × Antriebsträgheit	47°	6,6 s
	1°	unverändert	41°	2,8 s
		3 × Lastträgheit	55°	5,56 s
		2 × Θ ₄	96°	6,67 s
		2 × Θ ₃	68°	8,18 s
		2 × Θ ₂	55,5°	5,6 s
		3 × Antriebsträgheit	48°	6,37 s
	2°	unverändert	42,5°	2,67 s
		3 × Lastträgheit	56°	5,61 s
		2 × Θ ₄	97,5°	6,45 s
		2 × Θ ₃	69°	7,52 s
		2 × Θ ₂	56,5°	5,74 s
		3 × Antriebsträgheit	49,5°	6,57 s
Last- moment- sprung	0°	unverändert	71,5°	2,1 s
		3 × Lastträgheit	72°	5,4 s
		2 × Θ ₄	75°	5,16 s
		2 × Θ ₃	73°	4,03 s
		2 × Θ ₂	72,5°	5,36 s
		3 × Antriebsträgheit	72°	5,87 s
	1°	unverändert	71°	6,49 s
		3 × Lastträgheit	71,5°	5,38 s
		2 × Θ ₄	74°	5,18 s
		2 × Θ ₃	72,5°	4,06 s
		2 × Θ ₂	71,5°	5,28 s
		3 × Antriebsträgheit	71°	5,87 s
	2°	unverändert	71,5°	6,4 s
		3 × Lastträgheit	72°	5,4 s
		2 × Θ ₄	75°	5,16 s
		2 × Θ ₃	73°	4,03 s
		2 × Θ ₂	72,3°	5,36 s
		3 × Antriebsträgheit	72°	5,87 s

6.2 H_∞ -Regler mit zusätzlichem Beobachter

Wie zuvor in Abschn. 5.3 für die Regelung des Prüfstandes werden in diesem Abschnitt ebenfalls Regler zusammen mit Beobachtern, die beide auf Basis reduzierter Ersatzmodelle entworfen wurden zur, Regelung des Fünfmassensystems eingesetzt.

Wie in Abschn 5.3.2 gesehen, ist das Ersatzmodell Typ MV/FR zum Entwurf eines Beobachters für die Lastseite nur bedingt geeignet, da es die Torsion falsch wiedergibt. Aus diesem Grunde wurde für die Kombination von Regler und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FR auf die simulatorische Untersuchung mit dem Fünfmassensystem verzichtet.

Im Folgenden werden daher zunächst die Ergebnisse der Simulationen einer Kombination von Regler und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ mit dem Fünfmassensystem beschrieben.

6.2.1 Regler und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ

Der Beobachter entspricht für diese Simulationen dem, welcher auch bei den entsprechenden Messungen am Prüfstand in Abschn. 5.3.3 eingesetzt wurde. Wie dort, werden auch hier neben dem nominellen System veränderte Systeme zur Bewertung der Robustheit der Regelung untersucht. Dazu wird das Fünfmassensystem mit verdreifachter Trägheit der lastseitigen Masse, jeweils verdoppelten Trägheiten der mittleren Massen bzw. einer verdreifachten Massenträgheit auf der Antriebsseite simuliert. Da die Messungen am Prüfstand bereits gezeigt haben, dass der auf Basis eines Ersatzmodells Typ MV/FZ entworfene Beobachter für Systeme mit nicht vernachlässigbarer Lose ungeeignet ist, wird die Regelung mit Beobachter nur für Systeme ohne Lose simuliert.

Bild 6.5 zeigt die Sprungantworten der Fünfmassensysteme ohne Lose mit Regler und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ auf einen Führungsgrößensprung von einer Umdrehung.

Das nominelle System antwortet auf den Führungsgrößensprung mit einem maximalen Überschwinger $40,6^\circ$. Die Ausregelzeit auf $\pm 1^\circ$ beträgt 2,9 s. Im Falle der verdreifachten Trägheit der lastseitigen Masse kommt es zu etwas stärkeren Schwingungen. Der größte Überschwinger beträgt hier $54,6^\circ$, die Ausregelzeit 4,9 s.

Die Sprungantwort mit dem stärksten Schwingungsverhalten zeigt das System wiederum bei der größten absoluten Änderung einer Massenträgheit (verdoppeltes Θ_4). Der maximale Überschwinger ist hier $96,3^\circ$ groß. Der Regler mit Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ ist jedoch ausreichend robust, um auch dieses modifizierte System zu stabilisieren, und ist nach 6,6 s ausgeregt.

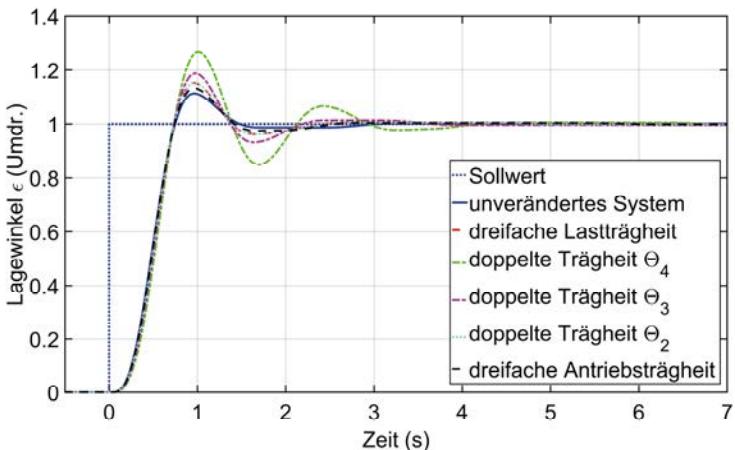


Bild 6.5: Simulation – Führungssprung mit Regler und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ bei 0° Lose

Die Führungssprungantwort des Systems mit verdoppelter Trägheit Θ_3 zeigt die zweitgrößte Schwingungsamplitude. Der maximale Überschwinger beträgt $67,3^\circ$. Die Regelung kann auch in diesem Fall die vorgegebene Sollposition auf $\pm 1^\circ$ genau erreichen, die Ausregelzeit beträgt dabei $7,4$ s. Diese verhältnismäßig lange Zeit ist dadurch zu erklären, dass das System nach $3,8$ s zunächst mit einer Lageabweichung von ca. $1,5^\circ$ zur Ruhe kommt und die Regelung anschließend eine relativ lange Zeit benötigt, die Haftreibung des Systems wieder zu überwinden und die Sollposition mit der geforderten Genauigkeit einzustellen.

Für den Fall des Fünfmassensystems mit verdoppelter Trägheit Θ_2 entspricht die Sprungantwort relativ genau der des Systems mit dreifacher lastseitiger Massenträgheit. Dies ist damit zu erklären, dass die Änderung der Gesamtträgheit in Vergleich zum nominellen System in beiden Fällen etwa gleich ist. Das geregelte System folgt dem Sollwertsprung innerhalb von $4,7$ s mit der geforderten Genauigkeit. Der maximale Überschwinger beträgt hier $54,7^\circ$.

Wird dagegen die Massenträgheit des Antriebs des Fünfmassensystems verdreifacht, gelingt es dem auf Basis eines Ersatzsystems Typ MV/FZ für das nominelle Fünfmassensystem erstellten Regler mit Beobachter, die Sollposition in $5,7$ s mit einem maximalen Überschwinger von $47,7^\circ$ zu erreichen.

Bild 6.6 zeigt die Antworten der Fünfmassensysteme mit dieser Regler-Beobachter-Kombination auf einen Lastsprung von 5 Nm .

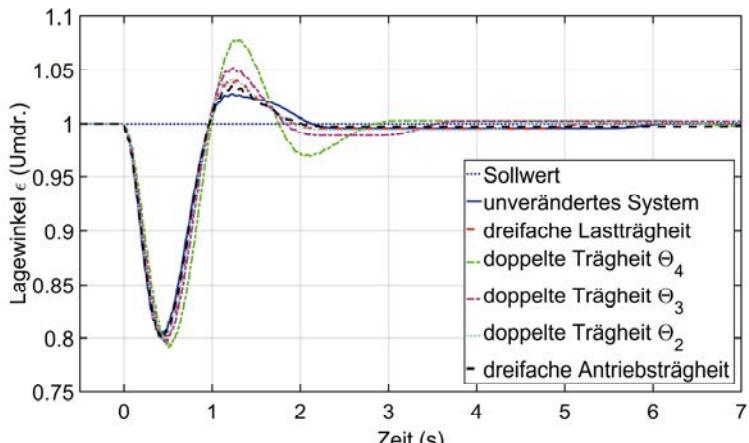


Bild 6.6: Simulation – Lastsprung mit Regler und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ bei 0° Lose

Für den Lastmomentsprung zeigt das nominelle System mit Regler und Beobachter eine maximale Abweichung von 71,5°, die vergleichbar der bei direkter Messung aller Zustände erzielen ist. Die Ausregelzeit ist jedoch mit 5,7 s deutlich länger. Dies ist darauf zurückzuführen, dass das System nach 2,4 s zunächst zum Stillstand kommt. Die Abweichung von der Sollposition beträgt zu diesem Zeitpunkt 1,4° und liegt damit außerhalb der gewählten Toleranzgrenzen. Die verbleibende Zeit benötigt der Regler, um das System wieder aus der Haftreibung zu lösen und innerhalb der Toleranzgrenzen zu positionieren.

Mit dem dreifachen Trägheitsmoment auf der Lastseite führt ein Lastsprung von 5 Nm zu einer maximalen Abweichung vom Sollwert von 72,2°. Das System ist nach 4,9 s wieder ausgeregt. Bei Verdoppelung des Trägheitsmomentes Θ_4 zeigt sich auch hier die stärkste Abweichung vom Verhalten des nominalen Systems. Die maximale Abweichung steigt um 0,7° auf 72,2°. Nach 4,9 s hat der Regler mit Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ die Störung ausgeregt. Im Falle des zweifachen Trägheitsmomentes Θ_3 ist der Lastsprung nach 3,4 s wieder ausgeregt. Die maximale Abweichung vom Sollwert beträgt dabei 73,3°. Wird Θ_2 verdoppelt, ist der Lastsprung nach 4,3 s und einer maximalen Abweichung von 72,9° ausgeregt. Bei der dreifachen Masseträgheit an der Antriebsseite zeigt das Fünfmassensystem bei einem Lastmomentsprung von 5 Nm eine maximale Abweichung von 72,4°. Die Störung wird in 1,9 s ausgeregt. Die kurze Ausregelzeit ist jedoch dadurch bedingt, dass sich das System hier, wenn es zum Stillstand und damit unter den Einfluss der Haftreibung kommt, innerhalb der Toleranzgrenzen befindet.

In Tabelle 6.5 sind die Simulationsergebnisse des Fünfmassensystems für 0° Lose zusammengefasst.

Tabelle 6.5: Simulation – Fünfmassensystem mit Regler und reduziertem Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ

Versuch	Lose	System	max. Überschwinger	Zeit bis Abweichung < 1°
Führungsgrößen-sprung	0°	unverändert	40,6°	2,9 s
		3 × Lastträgheit	54,6°	4,9 s
		2 × Θ_4	96,3°	6,6 s
		2 × Θ_3	67,3°	7,4 s
		2 × Θ_2	54,7°	4,7 s
		3 × Antriebsträgheit	47,7°	5,7 s
Lastmoment-sprung	0°	unverändert	71,5°	5,7 s
		3 × Lastträgheit	72,2°	4,9 s
		2 × Θ_4	75°	6,1 s
		2 × Θ_3	73,3°	3,4 s
		2 × Θ_2	72,9°	4,3 s
		3 × Antriebsträgheit	72,4°	1,9 s

6.2.2 Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR mit Beobachter nach Typ MV/FZ

Wie in Abschn. 5.3.4 für die Messungen am Prüfstand bietet sich auch für die Simulation des Fünfmassensystems die Kombination eines Reglers nach Ersatzmodell Typ MV/FR mit einem reduzierten Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ an. Die entsprechenden Simulationsergebnisse sind im Folgenden dargestellt.

Auch hier wurde nur der Fall ohne Lose untersucht. Die Sprungantworten sind in Bild 6.7 für den Führungsgrößensprung und in Bild 6.8 für den Lastmomentsprung gezeigt.

Das unveränderte Fünfmassensystem wird, wie in Bild 6.7 zu erkennen ist, bei einem Führungsgrößensprung in 1,7 s ausgeregelt. Die Sprungantwort zeigt dabei einen maximalen Überschwinger von 41,1°. Bei dreifacher lastseitiger Trägheit hat das System nach 4,4 s den Sollwert auf $\pm 1^\circ$ genau erreicht. Der maximale Überschwinger der Führungssprungantwort ist 58,5° groß. Bei verdoppeltem Θ_4 ist der maximale Überschwinger 139,5° groß und das System hat den Sollwert erst nach 5,9 s erreicht. Der maximale Überschwinger für die Führungssprungantwort mit einer doppelten Trägheit Θ_3 beträgt 76,5° und das System ist nach 3,17 s in der Sollposition. Wird bei dem simulierten Fünfmassensystem Θ_2 verdoppelt, so ist der maximale Überschwinger beim Sollwertsprung 58° groß und es dauert 4,5 s, bis der Sollwert auf 1° genau erreicht ist. Mit dreifacher antriebsseitiger Massenträgheit ist das System nach dem Führungsgrößensprung in 3 s ausgeregelt. Es schwingt dabei maximal 40,1° über.

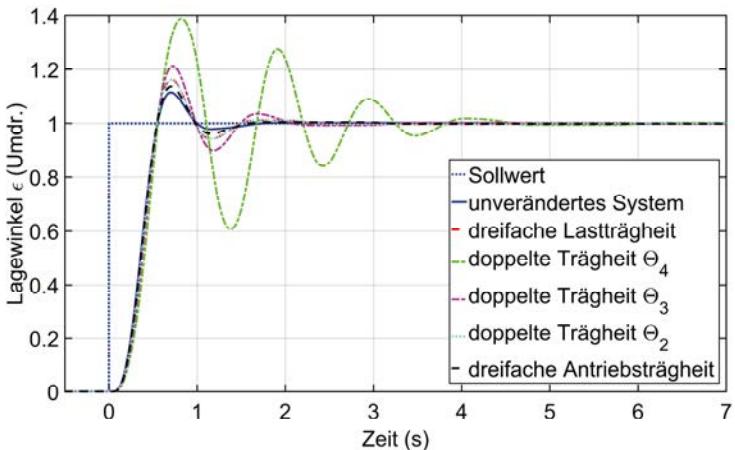


Bild 6.7: Simulation – Führungssprung mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ bei 0° Lose

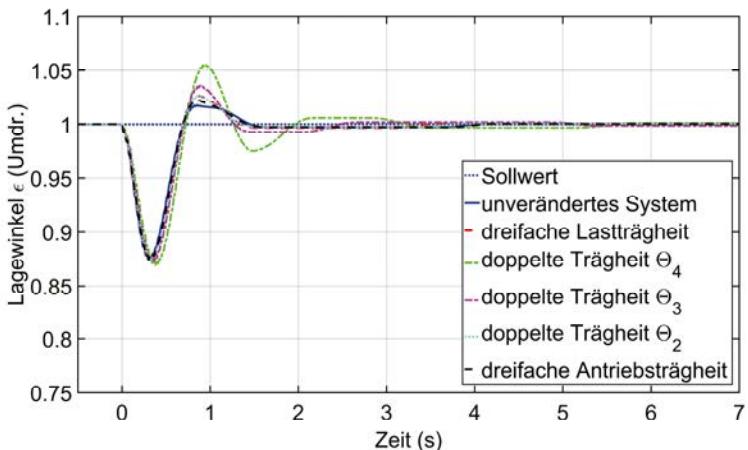


Bild 6.8: Simulation – Lastsprung mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR und Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ bei 0° Lose

Bei einem Lastmomentsprung von 5 Nm wird das nominelle Fünfmassensystem nach einer maximalen Abweichung von 45,3° in 1,4 s ausgeregt. Der Lastmomentsprung führt bei dreifacher lastseitiger Trägheit zu einem maximalen Überschwingen von 45,5°. Das System ist in diesem Fall nach 3,2 s wieder ausgeregt. Bei verdoppeltem

Θ_4 steigt die maximale Abweichung um $1,8^\circ$ gegenüber dem unveränderten System auf $47,1^\circ$. Nach 5,3 s hat der Regler die Störung ausgeregelt. Im Falle der verdoppelten Trägheit Θ_3 ist der maximale Überschwinger 46° groß. Nach 2,35 s hat der Regler das System wieder auf den Sollwert gebracht. Wird Θ_2 verdoppelt, so beträgt die Ausregelzeit für das Fünfmassensystem 3,4 s. Die maximale Abweichung vom Sollwert beträgt dabei $45,9^\circ$. Im Falle der dreifachen antriebsseitigen Massenträgheit beträgt die maximale Abweichung bei einem Lastmomentsprung von 5 Nm $45,5^\circ$. Die Störung wird in 1,35 s ausgeregelt.

In Tabelle 6.6 finden sich die Simulationsergebnisse des Fünfmassensystems mit einem Regler nach Ersatzmodell MV/FR und einem reduzierten Beobachter nach Ersatzmodell MV/FZ für 0° Lose zusammengefasst.

**Tabelle 6.6: Simulation – Fünfmassensystem mit Regler nach Ersatzmodell
Typ MV/FR und reduziertem Beobachter nach Ersatzmodell
Typ MV/FZ**

Versuch	Lose	System	max. Überschwinger	Zeit bis Abweichung < 1°
Führungs- größen- sprung	0°	unverändert	$41,1^\circ$	1,7 s
		$3 \times$ Lastträgheit	$58,5^\circ$	4,4 s
		$2 \times \Theta_4$	$139,5^\circ$	5,9 s
		$2 \times \Theta_3$	$76,5^\circ$	3,17 s
		$2 \times \Theta_2$	58°	4,5 s
		$3 \times$ Antriebsträgheit	$49,1^\circ$	3 s
Last- moment- sprung	0°	unverändert	$45,3^\circ$	3,66 s
		$3 \times$ Lastträgheit	$45,5^\circ$	3,2 s
		$2 \times \Theta_4$	$47,1^\circ$	5,3 s
		$2 \times \Theta_3$	46°	2,35 s
		$2 \times \Theta_2$	$45,9^\circ$	3,4 s
		$3 \times$ Antriebsträgheit	$45,5^\circ$	1,35 s

Wird berücksichtigt, dass die Ausregelzeiten stark von den gewählten Toleranzgrenzen für die Position, also hier $\pm 1^\circ$, abhängen, sind die mit dem Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR und einem reduzierten Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ erzielten Ergebnisse mit denen vergleichbar, die in Abschn. 5.2 bei direkter Messung aller Zustände gemessen wurden.

Der reduzierte Beobachter nach Ersatzmodell Typ MV/FZ führt sowohl bei den Messungen am Dreimassenprüfstand, als auch bei den Simulationen des Fünfmassensystems zusammen mit einem Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FR zu Ergebnissen, die denen mit Rückführung aller Zustände vergleichbar sind, vorausgesetzt die Lose ist vernachlässigbar klein.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sowohl die auf Basis des Ersatzmodells vom Typ MV/FR, als auch die auf Basis des Ersatzmodells vom Typ MV/FZ entworfenen Regler für eine robuste Regelung mit niedriger Ordnung von elastisch gekoppelten Mehrmassensystemen geeignet sind. Für den Fall, dass alle Zustände messbar sind, zeigte die Lose keinen wesentlichen Einfluss auf das Verhalten der Regelung.

Aufgrund der Tatsache, dass das Ersatzmodell des Typs MV/FR die erste Resonanzfrequenz des originalen Mehrmassensystems korrekt abgebildet und somit direkt vom Algorithmus für den Reglerentwurf berücksichtigt ist, wird bei den entsprechenden Regelungen eine Anregung dieser Resonanz vermieden.

Die nach einem Ersatzmodell des Typs MV/FZ entworfenen Regler vermeiden von sich aus jedoch lediglich die Anregung der fiktiven Resonanz des Ersatzsystems, die in einem für das reale Mehrmassensystem unkritischen Bereich liegen kann. Dies führt zu größeren Unsicherheiten des Modells gegenüber dem realen System. Die tatsächliche Resonanz muss in diesem Falle durch eine entsprechend konservative Wahl der Gewichtungsfunktionen berücksichtigt werden.

Sind dagegen nicht alle Zustände messbar, so bietet das Ersatzmodell des Typs MV/FZ aus demselben Grund einen Vorteil für den Beobachterentwurf, da es im Gegensatz zu Typ MV/FR die Gesamtsteifigkeit des Originalsystems richtig abbildet.

Ein auf Basis eines Ersatzmodells des Typs MV/FR entworfener Beobachter enthält damit einen systematischen Fehler bei der Schätzung der lastseitigen Position. Eine Positionsregelung in Kombination mit einem solchen Beobachter besitzt damit ebenfalls einen systematischen Regelfehler.

Die beste Kombination für eine H_{∞} -optimale robuste Regelung niedriger Ordnung eines Mehrmassensystems scheint demnach, ein nach Ersatzmodell Typ MV/FR entworfener Regler in Verbindung mit einem nach Ersatzmodell Typ MV/FZ entworfenen Beobachter zu sein.

Eine weitere, bisher nicht betrachtete Herausforderung bei der robusten Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme stellt die Reibung dar. Daher soll im nächsten Kapitel auf Möglichkeiten zur Reibungskompensation eingegangen werden.

7 Reibungskompensation für die robuste Regelung niedriger Ordnung von Mehrmassensystemen

Wie in den vorhergehenden Abschnitten gesehen, hat die Reibung einen wesentlichen Einfluss auf das Verhalten eines elastisch gekoppelten Mehrmassensystems. Die Reibung macht einen wesentlichen Teil des nichtlinearen Verhaltens des Systems aus. Da die hier verwendeten robusten Regelungskonzepte auf linearen Systemmodellen beruhen, ist eine Kompensation der nichtlinearen Reibung sinnvoll.

Allgemein ist Reibung „der Widerstand, der in den Berührungsflächen zweier Körper auftritt und eine gegenseitige Bewegung durch Gleiten, Rollen oder Abwälzen beeinträchtigt oder verhindert.“ [33] Die Reibkraft ist also immer entgegen der Bewegungsrichtung bzw. im Falle der Haftriebung im Stillstand entgegen der angreifenden Kraft, welche die Körper in Bewegung zu setzen sucht, gerichtet. Die Relativbewegung der beteiligten Körper zueinander wird also abgebremst bzw. kommt erst gar nicht zustande. Reibung setzt sich aus verschiedenen Anteilen zusammen, wie sie in Abschn. 2.1 beschrieben sind.

Für die hier betrachtete robuste Positionsregelung eines Mehrmassensystems stellt insbesondere die Haftriebung bzw. das Losrutschen aus dieser bei einem Stillstand in der Nähe der Sollposition, z. B. bei der Geschwindigkeitsumkehr nach einem Überschwinger, eine Herausforderung dar. Daher wird der Fokus hier im Wesentlichen auf eine Kompensation der Haftriebung gelegt.

7.1 Modellierung der Reibung

Die prinzipiellen Komponenten der hier betrachteten Reibung sind die im Stillstand auftretende Haftriebung, die Gleitreibung und die viskose Reibung, wie sie in Abschn. 2.1 beschrieben wurden. Diese Teilreibungen werden hier nochmals kurz dargestellt.

Haft- und Gleitreibung sind unabhängig von der Geschwindigkeit, während die viskose Reibung eine lineare Geschwindigkeitsabhängigkeit aufweist. Befindet sich das System im Stillstand, so tritt Haftriebung auf. Die Haftriebung äußert sich dabei als Drehmoment, das einem von außen angreifenden Drehmoment exakt entgegenwirkt, so dass das System im Stillstand verharrt. Erst wenn das angreifende Drehmoment das maximale Haftmoment übersteigt, gerät das System in Bewegung.

Hat sich das System einmal in Bewegung gesetzt, die Haftriebung also überwunden, so tritt Gleitreibung auf. Die Gleitreibung kann ebenso wie die Haftriebung beschrieben werden. Der Gleitreibungskoeffizient μ_G ist jedoch im allgemeinen kleiner als der Haftungskoeffizient [17].

Die von der viskosen Reibung verursachte Reibkraft bzw. das Reibmoment ist linear von der Geschwindigkeit bzw. von der Drehzahl abhängig [16]. Die viskose Reibung beschreibt hier das Gleiten von Körpern auf einem Flüssigkeitsfilm wie z. B. Öl.

7.2 Prinzip der verwendeten Reibungskompensation

Die in dieser Arbeit untersuchte Reibungskompensation stellt eine modifizierte Form des in [34] vorgeschlagenen Verfahrens dar, das dort in Verbindung mit einem gewöhnlichen Zustandsregler eingesetzt wurde. Hier wird eine vereinfachte Form dieser Reibungskompensation zusammen mit dem in den vorhergehenden Kapiteln vorgestellten robusten Regler auf Basis eines reduzierten Ersatzsystems betrachtet. Die Reibungskompensation basiert auf einem geregelten mathematischen Modell des Mehrmassensystems ohne Haft- und Gleitreibung. Sowohl das reale, reibungsbehaftete System, als auch das Modell ohne Haft- und Gleitreibung werden mit identischen Reglern geregelt. Das Prinzip ist in Bild 7.1 dargestellt.

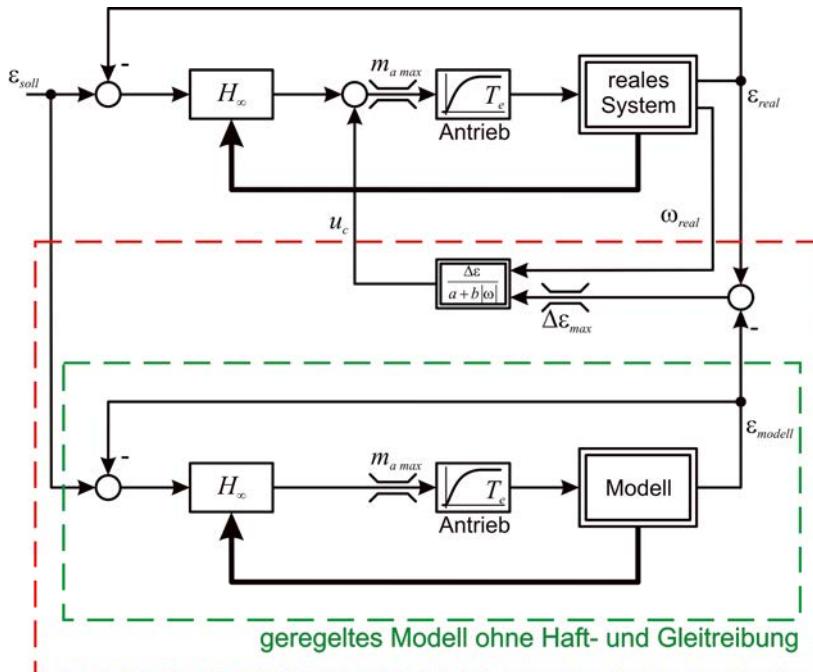


Bild 7.1: Prinzip der Reibungskompensation

Da das geregelte Modell keine Reibung aufweist, tritt auch kein Haften und Losbrechen („slip-stick“) auf und das Modell wird die Sollposition wie gewünscht stationär genau erreichen. Im Gegensatz dazu wird das reale System aufgrund der

Reibung ein abweichendes Verhalten zeigen. Die Positions differenz zwischen dem Modell und dem realen System $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{\text{sys}} - \varepsilon_{\text{modell}}$ stellt somit ein Maß für den Einfluss der Reibung dar und kann für eine Kompensation genutzt werden.

Hier wird ein nichtlinearer Kompensationsregler eingesetzt, der eine zusätzliche Stellgröße u_c generiert und auf das reale System aufschaltet. Dieser nichtlineare Regler besitzt folgende Funktion:

$$u_c = f_{\text{komp}}(\Delta\varepsilon, \omega) = \frac{1}{a + b|\omega|} \Delta\varepsilon \quad (7.1)$$

Dabei sind a und b positive Parameter, über die das Verhalten des Kompensationsreglers beeinflusst werden kann. Nimmt die Drehzahl des Systems ab und nähert sich dem Stillstand, so wird die Lageabweichung immer stärker gewichtet. Über den Parameter b kann das Verhalten dieser drehzahlabhängigen Verstärkung eingestellt werden. Nimmt die Drehzahl wieder zu, so wird auch die Verstärkung der Positionsabweichung wieder geringer. Mit dem Koeffizienten a lässt sich die maximale Verstärkung der Positionsabweichung einstellen. Da im Stillstand $u_c = \Delta\varepsilon/a$ gilt, kann über diesen Parameter auch eingestellt werden, bis zu welcher Differenz zwischen der realen Position und der des reibungsfreien Modells der Kompensationsregler noch ausreichend zusätzliche Stellgröße u_c erzeugt, um die Haftreibung R_H zu überwinden ($R_{H\max} = \Delta\varepsilon/a$). Dies stellt somit auch ein Maß für die gewünschte Positioniergenauigkeit des realen Systems dar.

7.3 H_∞ -Regler mit Reibungskompensation

Das Verhalten der Reibungskompensation in Verbindung mit dem H_∞ -Regler wurde zunächst simulatorisch in Matlab/Simulink an einem Dreimassensystem mit 2 Nm Haftreibung an der Lastseite untersucht. Es wurden auch Simulationen eines Systems mit dreifacher lastseitiger Trägheit durchgeführt, um die Robustheit der gewählten Reibungskompensation zu bewerten. Die so ermittelten Ergebnisse wurden anschließend durch Messungen am realen Dreimassenprüfstand verifiziert.

Beispielhaft sind hier die Ergebnisse eines nach Ersatzmodell Typ MV/FZ entworfenen Reglers in Verbindung mit der Reibungskompensation dargestellt, die auch in [35] veröffentlicht wurden. Bild 7.2 zeigt die Sprungantworten des mit einem nach Ersatzmodell Typ MV/FZ entworfenen Regler geregelten Systems auf einen Führungsgrößensprung von einer Umdrehung. Dargestellt ist das Verhalten mit und ohne zusätzliche Reibungskompensation.

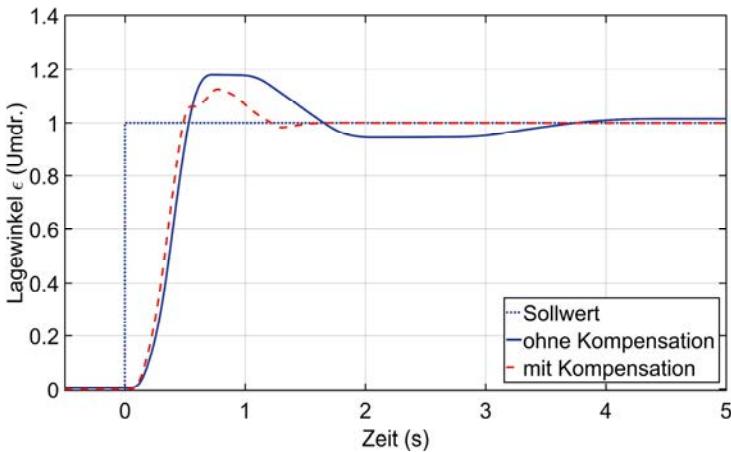


Bild 7.2: Messung – Führungssprungantwort mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ mit und ohne Reibungskompensation

Ohne die Reibungskompensation zeigt das System mit erhöhter Hftreibung von 2 Nm zunächst einen Überschwinger von 64° , kommt bei der Drehrichtungsumkehr zum Stillstand und verharrt dort zunächst in der Hftreibung, bis der Regler eine ausreichend große Stellgröße generieren kann, um das System wieder in Bewegung zu setzen. Nun zeigt die Sprungantwort einen Unterschwinger, bei dem das System mit einer Abweichung von $19,5^\circ$ für ca. 0,9 s haften bleibt, um anschließend wieder überzuschwingen. Innerhalb des gemessenen Zeitraums von 5 s gelingt es dem Regler ohne Reibungskompensation nicht, das System mit 2 Nm Hftreibung auf die gewünschten $\pm 1^\circ$ genau zu positionieren.

Dagegen zeigt das geregelte System mit Reibungskompensation ein deutlich besseres Verhalten. Der maximale Überschwinger ist in diesem Fall 45° groß und das System weist auch keine wesentlichen Stillstände in der Hftreibung auf. Nach ca. 1,5 s hat das System die Sollposition mit der gewünschten Genauigkeit erreicht.

Zur Überprüfung der Robustheit der Regelung in Verbindung mit der Reibungskompensation wurden auch Messungen an dem System mit 2 Nm Hftreibung und der dreifachen Massenträgheit an der Lastseite durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Bild 7.3 zu sehen. Ohne die Reibungskompensation zeigt sich ein ähnliches Verhalten zum nominellen System. Der maximale Überschwinger ist hier 107° groß. Das System verharrt bei jedem Drehrichtungswechsel relativ lange in der Hftreibung und erreicht die Sollposition nicht innerhalb von 5 s. Mit der Reibungskompensation ergibt sich dagegen ein maximaler Überschwinger von 70° und das System erreicht auch bei dreifacher lastseitiger Massenträgheit die Sollposition in 1,7 s mit der gewünschten Genauigkeit.

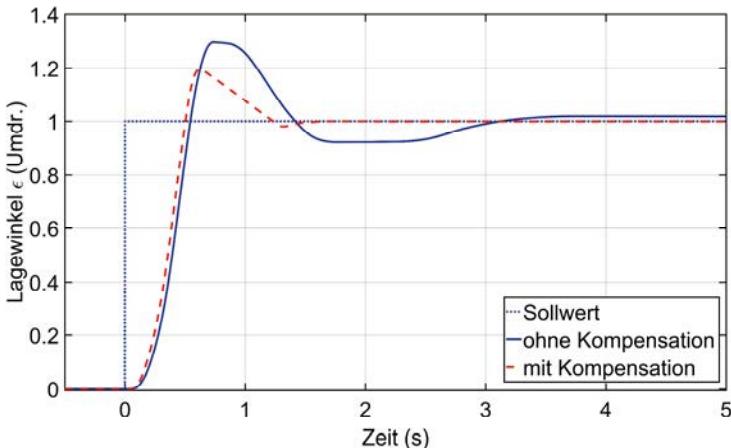


Bild 7.3: Messung – Führungssprungantwort bei dreifacher lastseitiger Trägheit und Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ mit und ohne Reibungskompensation

7.4 H_∞ -Regler mit weiter vereinfachter Reibungskompensation

Die im vorherigen Abschnitt vorgestellte Reibungskompensation basiert im Wesentlichen auf einem Vergleich der Position des realen, reibungsbehafteten Systems mit der Position eines reibungsfreien Modells. Bei diesem Ansatz ist es somit erforderlich, ein, bis auf die Reibung, möglichst genaues Modell des geregelten Systems in Echtzeit zu berechnen. Um Komplexität und Rechenaufwand für die Reibungskompensation zu verringern, wurde das in Bild 7.1 grün umrandet dargestellte, parallel mitberechnete Modell des geregelten Systems ohne Haft- und Gleitreibung durch ein Verzögerungsglied zweiter Ordnung, also eine Übertragungsfunktion vom Typ $1/(T^2 s^2 + 2DTs + 1)$, ersetzt. Da das Verhalten dieser einfachen Übertragungsfunktion dynamisch relativ stark von dem des realen geregelten Systems abweicht, wurde der maximale Positionsfehler $\Delta\epsilon_{max}$ zur Berechnung der Kompressionsstellgröße auf $1,5^\circ$ begrenzt, um einen zu großen Einfluß der Reibungskompensation zu vermeiden. Mit diesen stark vereinfachten Reibungskompensationen wurden Messungen am Prüfstand bei ca. 2 Nm Haftreibung durchgeführt.

Dabei sind sowohl die gewählten Parameter der vereinfachten Parallelstruktur, also des PT₂-Gliedes, als auch die Parameter a und b der eigentlichen Reibungskompensation von Bedeutung und müssen abhängig vom Anwendungsfall und dem verwendeten robusten Regler experimentell bestimmt werden.

Für das parallele PT₂-Glied wurden hier Parameter gewählt, bei denen der zeitliche Verlauf der Sprungantwort des ursprünglich geregelten Modells ohne Haft- und Gleitreibung möglichst nahekommt. Folgende Übertragungsfunktion wurde verwendet: $f(s) = 1/(0,000333s^2 + 0,1333s + 1)$.

Die Wahl der Parameter a und b hängt zudem wesentlich vom auftretenden Haftreibmoment und von der Dynamik des verwendeten Reglers ab.

Je dynamischer der robuste Regler reagiert, also selbst größere Stellgrößen erzeugt, desto weniger Kompensationsstellgröße muss die Reibungskompensation bereitstellen. Ebenso muss in diesem Fall die Kompensationsstellgröße mit zunehmender Drehzahl hinreichend schnell kleiner werden, um eine Überkompensation zu vermeiden.

Beispielhaft sind in Bild 7.4 wieder die Ergebnisse eines Führungsgrößensprungs von einer Umdrehung für einen nach Ersatzmodell Typ MV/FZ entworfenen Regler ohne und mit Einfluss der vereinfachten Reibungskompensation dargestellt. Bei einer Positionsfehlerbegrenzung $\Delta\epsilon_{max}$ auf $1,5^\circ$ wurden in diesem Fall folgende Parameter für die Reibungskompensation gewählt: $a = 1/20$, $b = 1/20$.

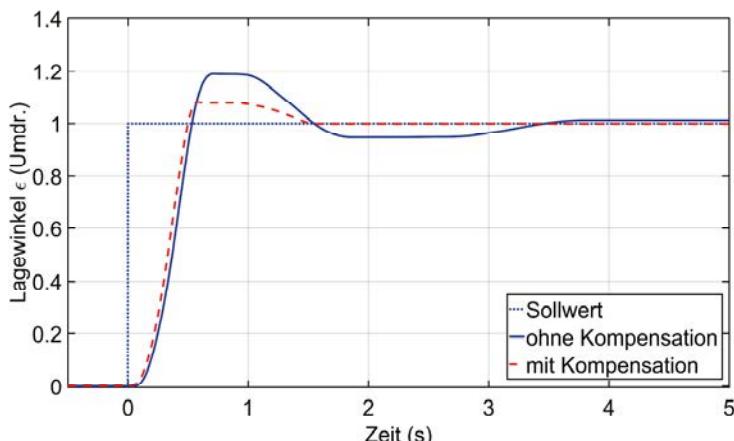


Bild 7.4: Messung – Führungssprungantwort der vereinfachten Reibungskompensation mit Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ

Das geregelte System mit vereinfachter Reibungskompensation antwortet auf einen Führungsgrößensprung von einer Umdrehung mit einem maximalen Überschwinger von 29° . Auf dieser Position verharrt das System für $0,3$ s in der Haftreibung, um anschließend nach $1,55$ s die Sollposition mit der gewünschten Genauigkeit zu erreichen.

Im Vergleich zur der Reibungskompensation mit vollständigem Parallelmodell zeigt die vereinfachte Struktur weniger Schwingungen und eine ähnliche Ausregelzeit. Grundsätzlich ist also eine Reibungskompensation auch auf Basis vereinfachter Parallelstrukturen (z. B. PT₂) anstelle eines vollständigen Systemmodells ohne Haft- und Gleitreibung möglich.

Dieser Ansatz bietet den Vorteil des geringeren Rechenaufwandes, allerdings muss die Wahl der Parallelstruktur, deren Parameter sowie der Parameter des eigentlichen Reibungskompensationsreglers abhängig vom tatsächlichen Verhalten des realen Systems erfolgen. Eine sinnvolle Wahl dieser voneinander abhängigen Parameter wird oft nur experimentell möglich sein. Ein weiterer Nachteil ist, dass mit zunehmender Abweichung des Übertragungsverhaltens der Parallelstruktur von dem des realen Systems, wenn dieses keine Haft- und Gleitreibung aufweisen würde, auch die von der Reibungskompensation zur Verfügung gestellte zusätzliche Stellgröße zunehmend nicht nur von der Reibung, sondern auch von diesen Abweichungen im Übertragungsverhalten bestimmt wird. Das vereinfachte Konzept beginnt somit nicht nur die Reibung zu kompensieren, sondern auch das Verhalten der eigentlichen Positionsregelung zu beeinflussen.

7.5 H_∞-Regelung mit Beschleunigungsmessung für die Reibungskompensation

Die bisher vorgestellten Konzepte zur Reibungskompensation setzen eine Messung der lastseitigen Position voraus. Wie in Abschn. 5.3 beschrieben, steht diese jedoch häufig nicht zur Verfügung. Für die Positionsregelung kann die lastseitige Position mit den in Abschn. 5.3 dargestellten Beobachterstrukturen aus der antriebsseitigen Position bzw. Geschwindigkeit bestimmt werden. Da diese Beobachter auf linearen Modellen, also solchen ohne Haft- und Gleitreibung, basieren, sind die durch diese Beobachter ermittelten lastseitigen Positionsdaten nicht für eine Reibungskompensation brauchbar. Ohne Messungen an der Lastseite sind keine Signale vorhanden, in denen sich der Einfluss der lastseitigen, nichtlinearen Reibung zeigt. Da eine Positions- bzw. Drehzahlmessung in vielen Fällen nicht zur Verfügung steht, wurde untersucht, inwieweit mit einer unter Umständen einfacher zu realisierenden Beschleunigungsmessung nach dem Ferraris-Prinzip an der Lastseite eine Reibungskompensation möglich ist.

Der Prüfstand wurde dafür um einen lastseitigen Beschleunigungssensor vom Typ ACC 94 DUAL der Firma Baumer-Hübner bestehend aus zwei in Reihe geschalteten Sensorköpfen mit einem externen Differenzverstärker vom Typ HEAG 164-15 sowie einer Wirbelstromscheibe aus Aluminium erweitert. Die Montage der Sensoreinheit erfolgte an der Kupplung der Lastmaschine. Die Auswertung des Beschleunigungs-signal erfolgt über die dSPACE-Karte.

In zuvor durchgeführten simulatorischen Untersuchungen [36] stellte sich heraus, dass lineare Beobachterkonzepte auch bei Messung der Beschleunigung an der Lastseite ungeeignet sind, die Position und Geschwindigkeit der Lastseite unter der Einwirkung nichtlinearer Reibung zu ermitteln. Es ist also eine nichtlineare Systembeschreibung für den Beobachterentwurf erforderlich.

Die hier gewählte Beschreibung basiert wiederum auf einem Zweimassenersatzmodell, berücksichtigt aber zusätzlich Haft- und Gleitreibung. Sie entspricht der auch in Abschn. 4.3 verwendeten Modellierung.

Die in [37] zum Entwurf eines nichtlinearen Beobachters angegebenen Methoden können hier jedoch nicht angewendet werden, da für einen „Beobachterentwurf mittels Linearisierung“ die notwendige, hinreichende, mehrfache Differenzierbarkeit nicht gegeben ist und für den „Beobachterentwurf mittels Gütemaßangleichung“ die nichtlineare Systemmatrix nur von Messgrößen abhängig sein darf, was hier ebenfalls nicht der Fall ist. Daher wurde hier untersucht, inwieweit eine für den linearen Fall entworfene konstante Korrekturmatrixt L in Verbindung mit der nichtlinearen Systembeschreibung als Parallelmodell (vergl. Abschn 5.3) zur Schätzung der lastseitigen Position und Geschwindigkeit geeignet ist.

Dazu wurden verschiedene Korrekturmatrizen für vollständige und reduzierte Beobachter entworfen und zusammen mit dem nichtlinearen Parallelmodell am Prüfstand implementiert und experimentell untersucht [36]. Dabei zeigte sich ein vollständiger Beobachter als gute Lösung zum Entwurf der Korrekturmatrixt unter dem Aspekt des begrenzten Rechenaufwandes. Der Entwurf und die mit diesem Konzept erzielten Ergebnisse werden im Folgenden beschrieben.

Zustandsgrößen für die nichtlineare Systembeschreibung sind jeweils die antriebs- und lastseitige Position und Drehzahl. Die lastseitige Beschleunigung wird als Messgröße erfasst und über die Ausgangsmatrix in den Entwurf mit einbezogen. Die nichtlineare Systembeschreibung lautet in diesem Fall also:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(m_a, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega_1) \\ \omega_1 \\ f_2(\dot{\omega}_2, \omega_2) \\ \omega_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_3(m_a, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega_1) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

Dabei gilt

$$f_1(m_a, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega_l) = \begin{cases} \frac{1}{T_{1ers}} (-R_{L1ers} \omega_l + C_{ers} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - R_G \operatorname{sgn}(\omega_l)); \\ \quad \text{wenn } |m_a - C_{ers} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)| > R_{h1ers} \quad \vee \quad |\omega_l| > \omega_{\min} \\ -\frac{1}{T_{1ers}} \left(\frac{R_{h1ers}}{\omega_{\min}} + R_{L1ers} \right) \omega_l \\ \quad \text{wenn } |m_a - C_{ers} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)| < R_{h1ers} \quad \wedge \quad |\omega_l| < \omega_{\min} \end{cases} \quad (7.3)$$

$$f_2(\dot{\omega}_2, \omega_2) = \begin{cases} \frac{1}{T_{2ers}} (-R_{L2ers} \dot{\omega}_2 + C_{ers} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - R_G \operatorname{sgn}(\omega_2)); \\ \quad \text{wenn } |T_{2ers} \dot{\omega}_2| > R_{h2ers} \quad \vee \quad |\omega_2| > \omega_{\min} \\ -\frac{1}{T_{2ers}} \left(\frac{R_{h2ers}}{\omega_{\min}} + R_{L2ers} \right) \omega_2 \\ \quad \text{wenn } |T_{2ers} \dot{\omega}_2| < R_{h2ers} \quad \wedge \quad |\omega_2| < \omega_{\min} \end{cases} \quad (7.4)$$

$$f_3(m_a, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega_l) = \begin{cases} \frac{1}{T_{1ers}} m_a ; \text{ wenn } |m_a - C_{ers} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)| > R_{h1ers} \quad \vee \quad |\omega_l| > \omega_{\min} \\ 0 ; \text{ wenn } |m_a - C_{ers} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)| < R_{h1ers} \quad \wedge \quad |\omega_l| < \omega_{\min} \end{cases} \quad (7.5)$$

Der Faktor $R_{h1,2ers}/\omega_{\min}$ in den Gleichungen für den Fall, dass das antreibende Drehmoment unterhalb der Haftreibung und die Drehzahl unterhalb einer sehr kleinen Schranke liegt, bewirkt in dieser Modellierung ein sicheres Stoppen des Systems. Die lastseitige Beschleunigung wirkt über die Funktion f_2 auf das System.

Das entsprechende lineare Modell zur Berechnung der Korrekturmatrixt L lautet:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{L1ers}}{T_{1ers}} & -\frac{C_{ers}}{T_{1ers}} & 0 & \frac{C_{ers}}{T_{1ers}} \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_{ers}}{T_{2ers}} & -\frac{R_{L2ers}}{T_{2ers}} & -\frac{C_{ers}}{T_{2ers}} \\ 0 & 0 & \omega_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_l \\ \varepsilon_1 \\ \omega_2 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{T_{1ers}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m_a \quad (7.6)$$

Für die Ausgangs- bzw. Messgleichung gilt:

$$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\omega}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_{ers}}{T_{2ers}} & -\frac{R_{L2ers}}{T_{2ers}} & -\frac{C_{ers}}{T_{2ers}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \varepsilon_1 \\ \omega_2 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} \quad (7.7)$$

Die Bestimmung von L kann nach bekannten Verfahren z. B. durch Polvorgabe erfolgen.

Beispielhaft sind im Folgenden die mit diesem nichtlinearen Beobachter in Verbindung mit einem nach Ersatzmodell Typ MV/FZ entworfenen Regler am Prüfstand mit 2 Nm Haftreibung erzielten Messergebnisse dargestellt.

Bild 7.5 zeigt die Sprungantwort des geregelten Systems auf einen Führungsgrößenprung von einer Umdrehung ohne Reibungskompensation. Dargestellt ist sowohl die geschätzte Position, als auch die tatsächliche gemessene Position.

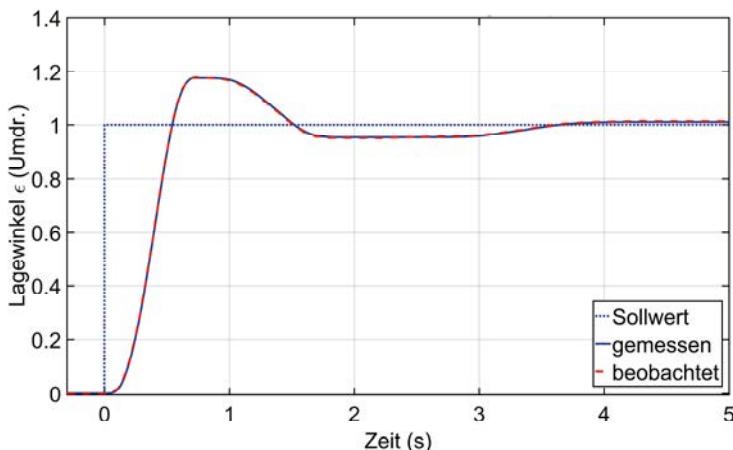


Bild 7.5: Messung – Führungssprungantwort ohne Reibungskompensation mit nichtlinearem Beobachter und Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ

In Bild 7.6 sind die entsprechenden Ergebnisse mit Reibungskompensation mit den Parameterwerten $a = 17$ und $b = 1$ dargestellt. In diesem Fall erreicht die tatsächliche Lage den Sollwert mit der gewünschten Genauigkeit nach 2 s. Die geschätzte Position befindet sich jedoch noch knapp außerhalb des gewählten Toleranzbandes von $\pm 1^\circ$ und bleibt erst nach 4,8 s innerhalb des Toleranzbandes.

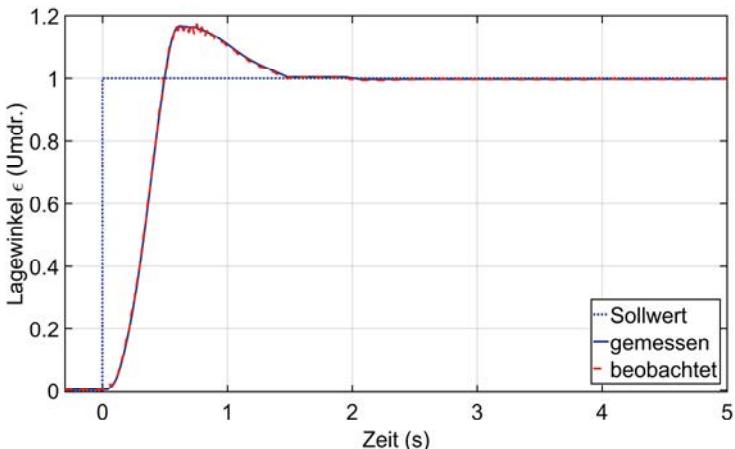


Bild 7.6: Messung – Führungssprungantwort mit Reibungskompensation mit nichtlinearem Beobachter und Regler nach Ersatzmodell Typ MV/FZ

Die geschätzte Position zeigt hier im Bereich des ersten Überschwingers ein stärkeres Schwingen als ohne die Reibungskompensation. Dies ist darauf zurückzuführen, dass sich die von der Reibungskompensation erzeugte zusätzliche Stellgröße direkt auf die Beschleunigungsmessung und damit auf die geschätzte Position auswirkt, während die tatsächliche Position von diesen relativ kleinen Schwankungen des Antriebsmomentes nicht nennenswert beeinflusst wird. Eine Tiefpassfilterung des Beschleunigungssignals könnte hier zwar Abhilfe bringen, würde jedoch die Dynamik des Beobachters entsprechend verschlechtern.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass eine Regelung mit Reibungskompensation auf Basis eines nichtlinearen Beobachters zwar prinzipiell möglich ist, aufgrund des auftretenden Schätzfehlers jedoch eine Verschlechterung der Regelgüte zu erwarten ist. Zudem müssen Regler, Beobachter und Reibungskompensation experimentell aufeinander und auf den jeweiligen Anwendungsfall abgestimmt werden.

8 H_∞ -optimale robuste PI-Kaskadenregelung

Die überwiegende Mehrheit der in der industriellen Praxis eingesetzten Regler sind P- bzw. PI-Regler. Die Anwender besitzen für diese Regler ein umfangreiches Erfahrungswissen, welches es erlaubt, die Auswirkungen einer Änderung einzelner Reglerparameter intuitiv abzuschätzen.

Das bisher in dieser Arbeit verwendete Entwurfsverfahren für robuste H_∞ -Regler der γ -Iteration (s. Abschn. 3.6) führt auf eine Kombination von Zustandsregler und Beobachter. Die Parameter dieser Reglersysteme lassen sich daher nur schwer intuitiv erfassen und in ihrer Bedeutung abschätzen. Auch die in Abschn. 3.8 eingeführte Elimination des internen Zustandsbeobachters ändert daran nichts. Es erscheint daher sinnvoll, zusätzlich zu den bisherigen Entwurfsverfahren auch eine Optimierung der H_∞ -Norm für eine in ihrer Struktur auf eine PI-Kaskade festgelegte Regelung durchzuführen. Durch die Festlegung auf diese Struktur ist auch die Reglerordnung festgelegt und der Entwurf wird auf ein Parameteroptimierungsproblem reduziert.

Ziel ist es, die Parameter von in der antriebstechnischen Praxis üblichen Regelungsstrukturen geringer Ordnung durch Optimierungsverfahren bezüglich der H_∞ -Norm so zu bestimmen, dass Mehrmassensysteme, die Modellunsicherheiten unterliegen, erfolgreich und robust geregelt werden können. Dieser Ansatz wurde in [13] zunächst für Zweimassensysteme vorgestellt und wird hier auf die Regelung von Mehrmassensystemen angewendet.

Regelstrecke ist weiterhin ein Mehrmassensystem, wie es beispielhaft für ein Dreimassensystem in Bild 2.6 dargestellt ist. Die Regelung erfolgt hier über eine Kaskade aus einem inneren Drehzahlregelkreis und einem überlagerten Positionsregelkreis, wie in Bild 8.1 abgebildet.

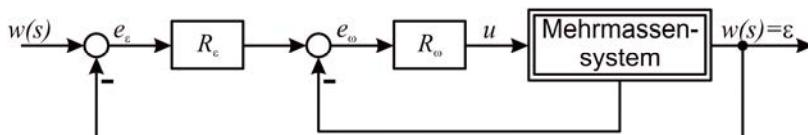


Bild 8.1: Kaskadenregelung eines Mehrmassensystems

Die Regler werden als PI-Regler in der Form $R(s) = K_p + K_I \frac{1}{s}$ angesetzt.

Zur Optimierung der Parameter wird der gleiche, in Abschn. 3.5 beschriebene Mixed-Sensitivity-Ansatz verwendet, der auch beim H_∞ -Reglerentwurf mittels γ -Iteration genutzt wurde.

Das Streckenmodell wird wiederum um die drei Gewichtungsfunktionen $W_1(s)$, $W_2(s)$, $W_3(s)$ erweitert, mit denen, wie in Abschn. 3.4 dargestellt, die Anforderungen an die Regelung beschrieben werden. Diese Forderungen können, wie in Gl. (3.28) bzw. Gl. (3.32) gezeigt, zu einer H_∞ -Norm zusammengefasst werden und als Norm eines fiktiven Mehrgrößensystems $\underline{P}(s)$ aufgefasst werden.

$$\begin{vmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_2(s)R(s)S(s) \\ W_3(s)F(s) \end{vmatrix}_\infty = \left\| \underline{P}_{y_1,u_1}(s) \right\|_\infty < 1 \quad \forall s = j\omega \quad (8.1)$$

Dabei ist $F(s)$ die Führungsübertragungsfunktion, $S(s)$ die Störübertragungsfunktion und $R(s)$ die Übertragungsmatrix des robusten Reglers für dieses fiktive Mehrgrößen- system. Diese hat die Form:

$$\underline{R}(s) = \begin{bmatrix} K_{P_\omega} + K_{I_\omega} \frac{1}{s} & 0 \\ 0 & K_{P_\varepsilon} + K_{I_\varepsilon} \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

Das erweiterte System ist in Bild 8.2 dargestellt.

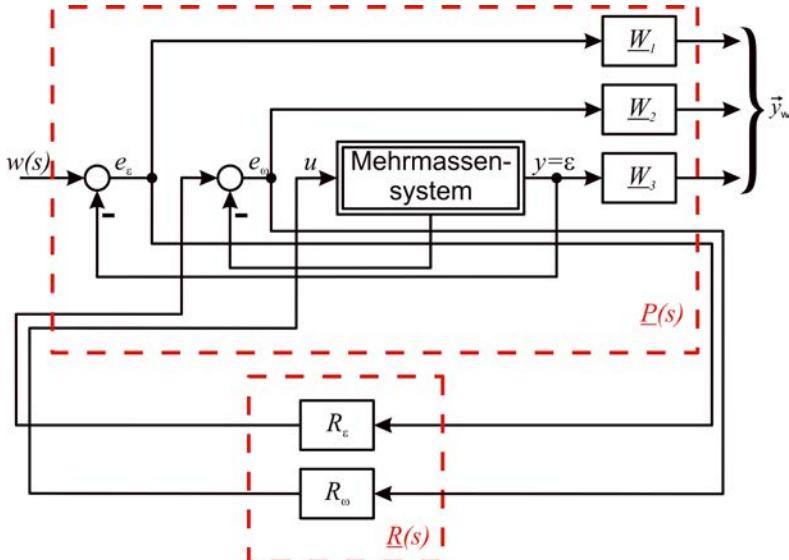


Bild 8.2: Erweitertes System

Mit dieser Wahl ist auch die Ordnung des Reglers festgelegt. So kann in diesem Fall auf die Verwendung reduzierter Ersatzmodelle zum Reglerentwurf verzichtet werden. Damit ist es auch nicht mehr sinnvoll, zur Bestimmung der Gewichtungsfunktionen die

aus der Differenz des Frequenzgangs von tatsächlichem Mehrmassensystem und Ersatzsystem ermittelten Modellunsicherheiten (s. Gl. (4.30) und Gl. (4.31)) zu verwenden. Stattdessen wird hier zur Bestimmung der Modellunsicherheiten der Frequenzgang des Mehrmassensystems mit verdreifachter lastseitiger Massenträgheit verwendet. Auf dieser Basis wurden für die in diesem Kapitel gemachten Untersuchungen folgende Gewichtungsfunktionen gewählt:

$$W_1(s) = \frac{0,1s + 5}{s + 5 \cdot 10^{-7}} \quad (8.3)$$

$$W_2(s) = \frac{0,4s + 0,7}{s + 70} \quad (8.4)$$

$$W_3(s) = \frac{0,8s + 8}{s + 26,67} \quad (8.5)$$

Aufgabe ist es also, einen stabilisierenden Regler $R(s)$ zu finden, der die Bedingung für die H_∞ -Norm in Gl. (8.1) erfüllt. Für eine festgelegte Reglerstruktur existieren jedoch keine bekannten Lösungsverfahren. Daher wurden verschiedene moderne Optimierungsverfahren zur Lösung dieser Optimierungsaufgabe angewendet.

8.1 Genetische Algorithmen

Genetische Algorithmen, wie sie in [38] vorgestellt wurden, sind durch die Biologie inspiriert worden und nutzen eine simulierte Evolution zur Lösung einer Optimierungsaufgabe. Besteht eine mögliche Lösung des Optimierungsproblems beispielsweise aus einem Satz von n Parametern, so ergibt sich ein n-dimensionaler Lösungsraum. Zunächst werden bei diesem Verfahren verschiedene Parametersätze zufällig erzeugt und als binäre Vektoren codiert. Diese zufällig im Suchraum verteilten Parametersätze stellen möglichen Lösungen des Optimierungsproblems dar und werden als Individuen bezeichnet.

Die Fähigkeit eines solchen Individuums, die gestellte Aufgabe zu lösen, also die Güte der Lösung, wird durch ein als Fitnessfunktion bezeichnetes Gütemaß bewertet. Hier dient als Gütemaß die H_∞ -Norm in Gl. (8.1). Auf Grundlage dieser Bewertung werden dann Individuen aus der Gesamtpopulation ausgewählt und als „Elternpaare“ zur Erzeugung neuer „Nachkommen“ miteinander rekombiniert. Dies kann z. B. dadurch erfolgen, dass aus einer von mehreren zufälligen Teilmengen der Gesamtpopulation jeweils das Individuum mit der höchsten Fitness gewählt wird. Die Nachkommen erhalten ihre binären „Gene“ jeweils zum Teil von beiden Eltern-Individuen. Dazu werden die binären „Genfolgen“ der beiden Eltern an einer als „Crossover Punkt“ bezeichneten Stelle unterteilt. Dieser „Crossover Punkt“ ist ein Parameter des Optimierungsverfahrens selbst und wird vom Benutzer vorgegeben. Bei dem in [13] angewandten und hier übernommenen Ansatz wird dieser für jede Rekombination

zufällig bestimmt. Das Prinzip dieser Rekombination ist in Bild 8.3 dargestellt. Elternteil E1 in Bild 8.3 besteht somit aus den Teilen 1.1 und 1.2 und Elternteil E2 aus den Teilen 2.1 und 2.2. Die Kinder werden erzeugt, indem jeweils der vordere Teil des einen Elternteils mit dem hinteren Teil des anderen Elternteils kombiniert wird. Damit ergeben sich die Kinder K1 bestehend aus den Teilen 1.1 und 2.2, sowie K2 bestehend aus 2.1 und 1.2.

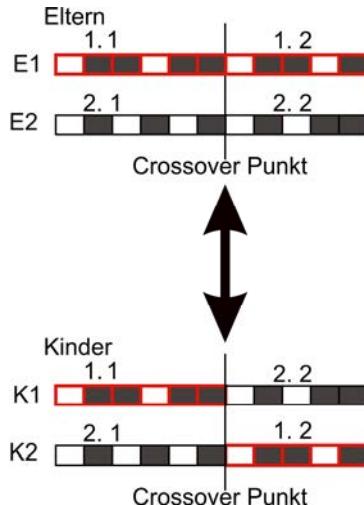


Bild 8.3: Prinzipdarstellung der Rekombination

Weiterhin werden per Zufall einige Gene der Nachkommen verändert, was auch in der Natur auftretenden zufälligen Mutationen entspricht. Die Nachkommen werden ebenfalls mit der Fitnessfunktion bewertet. Anschließend wird ein Teil der Elterngeneration mit geringen Fitnesswerten durch eine entsprechende Anzahl von Nachkommen mit hoher Fitness ersetzt. Dies entspricht einem teilweisen Generationenwechsel durch Aussterben ungeeigneter Individuen. Dieser Prozess der Selektion, Rekombination, Mutation und Ersetzung wird solange wiederholt, bis ein festgelegtes Abbruchkriterium erfüllt ist. Mögliche Abbruchkriterien sind z. B. das Erreichen eines bestimmten Fitnesswertes, die nur noch unwesentliche Änderung der Fitness oder das Erreichen einer bestimmten Anzahl von Generationen.

In [13] bzw. [39] wurde dieses Verfahren erfolgreich zur Regelung eines Zweimassen-systems mit der antriebsseitigen Position als Regelgröße eingesetzt. Für die Optimierung wurde dort eine Generationsgröße von 30 Individuen gewählt und das Verfahren nach 80 Generationen abgebrochen, da sich die ermittelte Fittness nur noch unwesentlich änderte. Mit diesen Rahmenbedingungen wurde in dieser Arbeit auch die Optimierung der PI-Kaskadenregelung für ein Dreimassensystem durchgeführt.

Weiterhin wird hier die lastseitige Position als Regelgröße verwendet, da im Allgemeinen die Position der Last die relevante Größe ist und sich diese von der Position des Antriebes insbesondere durch den Einfluss von Störgrößen unterscheiden kann.

Mit den mittels genetischer Algorithmen optimierten Reglerparametern für ein Dreimassensystem wurden sowohl Simulationen als auch Messungen am Prüfstand mit der lastseitigen Position als Regelgröße durchgeführt. Bei diesen, hier nicht dargestellten, Versuchen zeigte sich, dass die Reibung bei diesem Verfahren einen relativ großen Einfluss auf das Verhalten des geregelten Systems hat. Bei diesen Versuchen wurden mit dieser Optimierungsmethode sehr geringe Integralanteile in den Reglern ermittelt. Kommt das System zum Stehen, verharrrt es daher relativ lange in der Haftreibung, ehe die Regelung genügend Solldrehmoment vorgibt, um es wieder in Bewegung zu setzen, wie auch entsprechende Plots in Bild 8.5 und Bild 8.6 zeigen.

Eine Kombination der mit genetischen Algorithmen optimierten PI-Kaskadenregelung mit einer Reibungskompensation erscheint dagegen sehr sinnvoll und wird im Folgenden an einem Beispiel erläutert. In Bild 8.5 und Bild 8.6 sind die Ergebnisse einer solchen Regelung in Verbindung mit einer vereinfachten Reibungskompensation für ein Dreimassensystem mit 2 Nm Haftreibung wiedergegeben, die auch in [40] veröffentlicht wurden.

Die Optimierung mit genetischen Algorithmen im Sinne der H_∞ -Norm ergab als Reglerparameter: $K_{P_e} = 0,5512$; $K_{I_e} = 0,0056$ sowie $K_{P_\omega} = 3,6256$; $K_{I_\omega} = 0,0196$.

Für die Reibungskompensation wurden folgende Parameter gewählt: $a = 60$; $b = 20$; $\Delta\varphi_{max} = 1^\circ$. Als vereinfachte Parallelstruktur für die Reibungskompensation wurde ein PT₂-Glied mit der Übertragungsfunktion $f(s) = 155/(s^2 + 18,46s + 155)$ gewählt.

In Bild 8.4 sind die Sprungantworten des mit der optimierten PI-Kaskade geregelten Dreimassensystems jeweils ohne und mit Reibungskompensation auf einen Führungsgrößensprung von einer Umdrehung gezeigt.

Der grundsätzliche Verlauf ist in beiden Fällen ähnlich. Das geregelte System zeigt zunächst einen Überschwinger. Dieser beträgt 73° ohne Reibungskompensation bzw. 75° mit Reibungskompensation. Ohne Reibungskompensation bleibt das System jedoch mit einer Abweichung von 8° stehen und verharrrt dort in der Haftreibung, da sich die Stellgröße aufgrund der sehr geringen Integralverstärkungen der Regler nur sehr langsam erhöht. Mit zusätzlicher Reibungskompensation erreicht das System die gewünschte Position dagegen nach 0,8 s mit der gewünschten Genauigkeit.

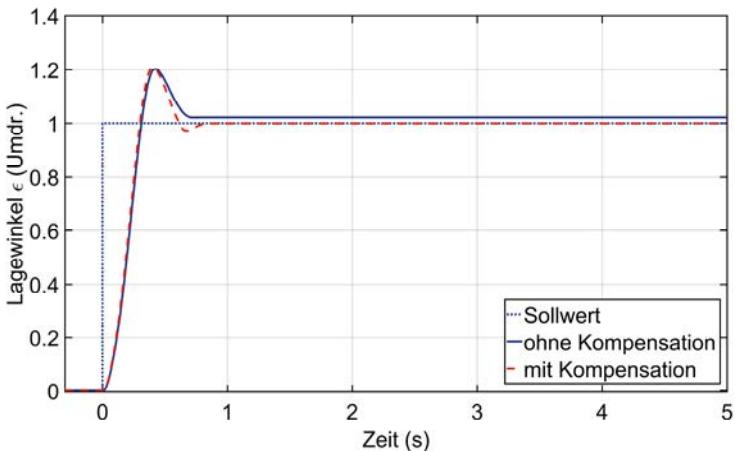


Bild 8.4: Messung – Führungssprungantwort des unveränderten Systems ohne und mit Reibungskompensation

Zur Überprüfung der Robustheit der mit genetischen Algorithmen optimierten Regelung wurden die Messungen an einem System mit verdreifachter lastseitiger Massenträgheit wiederholt. Die dabei erzielten Ergebnisse sind in Bild 8.5 dargestellt.

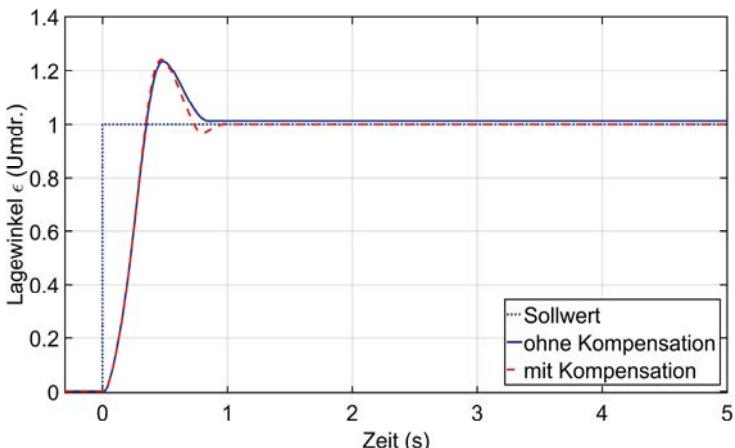


Bild 8.5: Messung – Führungssprungantwort des Systems mit dreifacher lastseitiger Massenträgheit ohne und mit Reibungskompensation

Die Sprungantwort dieses gestörten Systems zeigt sowohl mit als auch ohne Reibungskompensation einen zum ungestörten System sehr ähnlichen Verlauf. Der maximale Überschwinger ist mit 84° ohne bzw. 87° mit Reibungskompensation jedoch etwas größer. Ohne Reibungskompensation wird auch beim gestörten System die Sollposition nicht erreicht und das System bleibt mit einer Abweichung von $4,3^\circ$ stehen. Mit zusätzlicher vereinfachter Reibungskompensation erreicht das Dreimassensystem mit verdreifachter lastseitiger Trägheit die gewünschte Position nach 1 s.

Zusammenfassend kann man sagen, dass eine mit genetischen Algorithmen im Sinne der H_∞ -Norm optimierte PI-Kaskadenregelung zur robusten Positionsregelung von Mehrmassensystemen hinsichtlich des Führungsverhaltens geeignet ist, wenn sie entweder, wie in [13] bzw. [39] zur Regelung der antriebsseitigen Position verwendet wird, oder wie in dieser Arbeit zur Regelung der lastseitigen Position mit einer Reibungskompensation kombiniert wird. Allerdings muss angemerkt werden, dass sich bei der Optimierung sehr geringe Integralanteile, also fast reine P-Regler ergeben. Daher ist insbesondere beim Auftreten von Störungen keine stationäre Genauigkeit zu erwarten, wie auch folgende beispielhafte Messergebnisse zeigen.

In Bild 8.6 sind die Sprungantworten des unveränderten Systems mit und ohne Reibungskompensation für einen Störgrößensprung von 5 Nm Drehmoment an der Lastseite mit und ohne Reibungskompensation dargestellt.

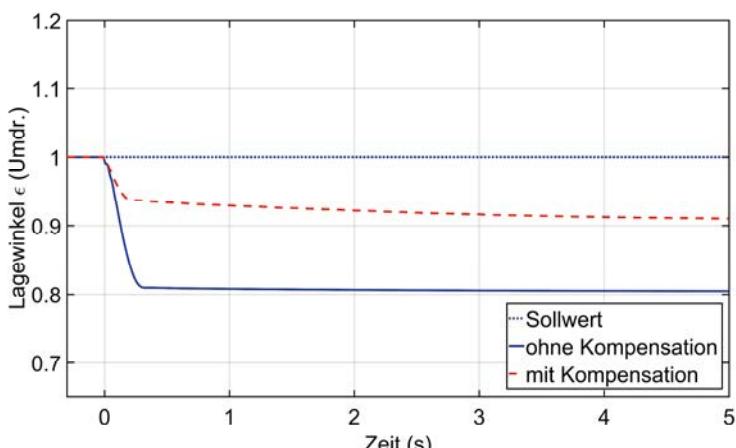


Bild 8.6: Messung – Störgrößensprungantwort des unveränderten Systems ohne und mit Reibungskompensation

Es ist zu erkennen, dass das geregelte System ohne Reibungskompensation im Falle einer Störung zwar stabil bleibt, jedoch eine bleibende Regelabweichung von 70° aufweist. Da die Reibungskompensation ausschließlich der nichtlinearen Reibung entgegenwirken soll und das Regelungsverhalten nicht wesentlich beeinflussen darf, wird diese bleibende Regelabweichung durch die von der Reibungskompensation zusätzlich zur Verfügung gestellte Stellgröße lediglich geringer. Sie beträgt in diesem Fall nach 5 s ca. 35° .

Die mit genetischen Algorithmen optimierte Kaskadenregelung der lastseitigen Position kann in den hier untersuchten Fällen bei auftretenden Störungen das System zwar stabilisieren, die Störung jedoch nicht stationär genau ausregeln. Auch die in [13] bzw. [39] vorgestellte optimierte Regelung der antriebsseitigen Position führt zu sehr geringen Integralverstärkungen, so dass auch für diesen Fall nicht mit stationärer Genauigkeit zu rechnen ist.

8.2 Differentielle Evolution

Neben den genetischen Algorithmen existieren noch andere Optimierungsverfahren, die zur Parameterfindung einer PI-Kaskadenregelung eingesetzt werden können. Ein Verfahren, dass wie die genetischen Algorithmen zu den von der biologischen Evolution inspirierten Ansätzen zählt, ist die differentielle Evolution, die in [41] zuerst vorgestellt wurden.

Das Prinzip der Optimierung ist auch hier eine simulierte Evolution von als Individuen bezeichneten zufällig erzeugten Reglerparametersätzen, die anhand der H_∞ -Norm bewertet und geeignet rekombiniert und mutiert werden, um eine neue Generation von Individuen zu erzeugen. Die erste Generation wird durch eine vom Benutzer vorgegebene Anzahl an zufällig erzeugten Individuen (hier 30) gebildet. Als wesentlicher Unterschied zu den genetischen Algorithmen verwendet die differentielle Evolution keine binäre Darstellung der Parameter. Damit entfällt hier die Notwendigkeit, eine geeignete Kodierung zu finden. Die Individuen bestehen bei der differentiellen Evolution aus multidimensionalen Vektoren mit reellen Werten. Die Dimension n der Vektoren entspricht dabei der Anzahl der zu optimierenden Parameter [42]. Im hier vorliegenden Fall sind dies vier. Ein Individuum entspricht somit einem Ortsvektor $\vec{x}_i = (K_{P_e}, K_{I_e}, K_{P_{\omega}}, K_{I_{\omega}})$ in einem vierdimensionalen Raum.

Nachdem die erste Generation zufällig erzeugt wurde, werden eine gleiche Anzahl neuer, mutierter Individuen \vec{v}_i erzeugt. Für diese Mutation stehen verschiedene Ansätze zur Verfügung, deren Eignung zur Lösung des vorliegenden Optimierungsproblems in [43] untersucht wurde. Auf diese soll hier aber nicht näher eingegangen werden. Stattdessen wird beispielhaft der Ansatz, der sich dort als der geeignete erwiesen hat, kurz dargestellt.

Ein neues, mutiertes Individuum \vec{x}_i wird gebildet, indem zunächst zwei Individuen $\vec{x}_{r1}, \vec{x}_{r2}$ der alten Population zufällig ausgewählt werden. Die Differenz dieser Individuen, die mit einem vom Benutzer vorgegebenen Faktor F gewichtet werden kann, wird anschließend zu dem besten bis dahin gefundenen Parametersatz \vec{x}^* addiert.

$$\vec{v}_i = \vec{x}^* + F(\vec{x}_{r1} - \vec{x}_{r2}) \quad (8.6)$$

In [44] wurde für den Faktor F ein Wert von 0,9 als geeignet ermittelt, der hier übernommen wurde. Auf diese Weise werden so viele mutierte Individuen gebildet, wie in der Ausgangspopulation vorhanden waren.

Für die nachfolgende Rekombination werden je ein Individuum \vec{x}_i der Ausgangspopulation mit einem mutierten Vektor \vec{v}_i verknüpft. Dabei wird ein neuer Vektor \vec{u}_i gebildet, dessen Komponenten zufällig entweder \vec{x}_i oder \vec{v}_i entnommen werden (s. [43]). Zusätzlich wird sichergestellt, dass sich der neue Vektor \vec{v}_i in mindestens einer Komponente vom Ausgangsvektor \vec{x}_i unterscheidet (s. [42]). Für den durch den neuen Vektor \vec{u}_i dargestellten Parametersatz wird der Wert des Gütemaßes, also die H_∞ -Norm des mit diesen Parametern geregelten Systems, ermittelt und mit dem entsprechenden Wert des Ausgangsparametersatzes \vec{x}_i verglichen. Das Individuum mit dem besseren Gütemaß wird dann in die neue Generation übernommen. Die Schritte der Mutation, Rekombination und Selektion werden auch hier so lange wiederholt, bis ein Abbruchkriterium erfüllt bzw. eine maximale Anzahl an Generationen erreicht ist.

Die Anwendung dieses Verfahrens auf eine H_∞ -optimale PI-Kaskadenregelung eines elastisch gekoppelten Mehrmassensystems führt auf Ergebnisse, die denen der genetischen Algorithmen vergleichbar sind.

Im vorhergehenden Abschnitt wurde die PI-Kaskadenregelung für die lastseitige Position als Regelgröße entworfen und zusammen mit einer vereinfachten Reibungskompensation eingesetzt. Da in [13] bzw. [39] auch ohne Reibungskompensation gute Ergebnisse für Zweimassensysteme, jedoch mit der antriebsseitigen Position als Regelgröße, erzielt wurden, soll nun untersucht werden, ob sich eine für die antriebsseitigen Position entworfene robuste Regelung auch zur Regelung der lastseitigen Position eignet. Die unterschiedlichen Dynamiken der antriebsseitigen und lastseitigen Position stellen in diesem Fall Modellunsicherheiten dar.

Daher wurden hier das erweiterte System $P(s)$, dessen H_∞ -Norm als Gütemaß dient, (s. Bild 8.2) mit der antriebsseitigen Position als Regelgröße aufgestellt ($\varepsilon = \varepsilon_{\text{Antrieb}}$) und die Reglerparameter mit Hilfe differentieller Evolution optimiert.

Die Optimierung lieferte die folgenden Reglerparameter: $K_{P\varepsilon} = 0,177$; $K_{I\varepsilon} = 0,00012$ sowie $K_{P\omega} = 11,446$; $K_{I\omega} = 0,00107$. Der damit erreichte Wert der H_∞ -Norm beträgt 0,8188. Die ermittelten Integralfaktoren sind sehr gering, so dass sich praktisch zwei

P-Regler ergeben. Mit diesen Parametern wurden Messungen am Prüfstand durchgeführt, bei denen wieder die lastseitige Position als Regelgröße verwendet wurde. Gemessen wurden die Sprungantworten auf einen Führungsgrößensprung von einer Umdrehung sowohl für das unveränderte System, als auch für das System mit dreifacher lastseitiger Massenträgheit. Bild 8.7 zeigt die beiden Sprungantworten, die auch in [45] veröffentlicht wurden.

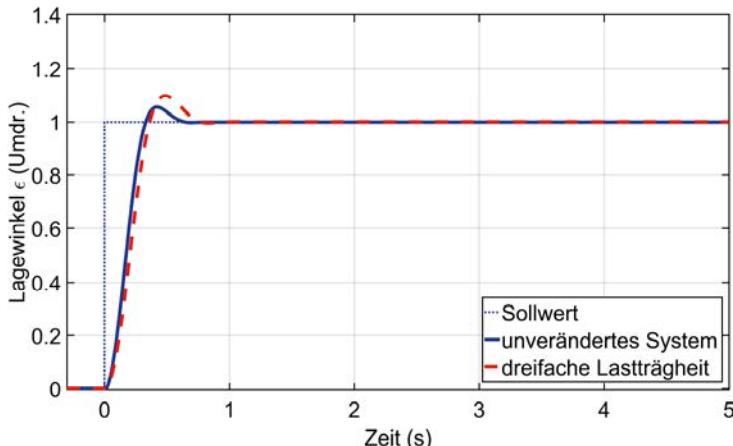


Bild 8.7: Messung – Führungssprungantwort der mit Differential Evolution optimierten PI-Kaskadenregelung

Das unveränderte System antwortet auf den Führungsgrößensprung mit einem Überschwinger von 20° und erreicht die Sollposition nach 0,65 s mit der gewünschten Genauigkeit. Im Falle der dreifachen Lastmasse ist der maximale Überschwinger 35° groß. Die Sprungantwort zeigt noch einen Unterschwinger über das zulässige Toleranzband hinaus mit einer Abweichung von $1,5^\circ$. Das System ist nach 0,9 s ausgeregelt.

Das Verfahren der differentiellen Evolution ist somit ebenso wie die genetischen Algorithmen zur Optimierung von PI-Kaskadenregelungen für elastisch gekoppelte Mehrmassensysteme geeignet. Gegenüber den genetischen Algorithmen bietet es aus Anwendersicht insbesondere den Vorteil, auf eine binäre Kodierung der Reglerparameter verzichten zu können. Weiterhin ist es für das untersuchte Dreimassen-System möglich, die robuste Regelung für die antriebsseitige Position zu entwerfen, sie jedoch zur Regelung der lastseitigen Position einzusetzen. Dieser Ansatz führt auf ein besseres Verhalten der Regelung im Hinblick auf die stationäre Genauigkeit bei Reibung. Die Unterschiede im Systemverhalten zwischen der antriebsseitigen Position und der lastseitigen Position als Ausgangsgröße können als Modellunsicherheiten aufgefasst werden.

8.3 Partikelschwarmoptimierung

Ein weiteres Optimierungsverfahren, welches zur Bestimmung einer robusten PI-Kaskadenreglung für elastisch gekoppelte Mehrmassensysteme angewendet werden kann, ist die Partikelschwarmoptimierung. Das Grundkonzept ist bei diesem Verfahren nicht wie bei genetischen Algorithmen oder differentieller Evolution von der natürlichen Evolution, sondern vom Schwarmverhalten von Vögeln oder Fischen abgeleitet. Das Verfahren wurde 1995 in [46] vorgestellt. Im Folgenden wird das in [42] beschriebene prinzipielle Vorgehen kurz zusammengefasst.

Bei der Partikelschwarmoptimierung werden die zuvor bei genetischen Algorithmen und differentieller Evolution als Individuen bezeichneten Parametersätze im Suchraum Partikel genannt. Diese Partikel werden als durch den Suchraum fliegende Vögel bzw. schwimmende Fische gedacht. Daher ist jedem Partikel neben seiner Position \bar{x}_i auch ein Geschwindigkeitsvektor \vec{v}_i zugeordnet. Das Zeitintervall wird dabei als Eins angenommen, so dass die Geschwindigkeit einer Positions differenz entspricht (s. [42]). In Schwärmen ist das Verhalten einzelner Individuen im Allgemeinen sowohl von den eigenen Erfahrungen, als auch von denen seiner Nachbarn abhängig. Daher ist jedem Partikel sowohl die im Sinne eines Gütemaßes beste Position \bar{p}_i , die es bis zu diesem Zeitpunkt inne hatte, als auch die lokal beste Position \bar{p}_g , also die bis zu diesem Zeitpunkt beste Position der Partikel in seiner Umgebung (Nachbarschaft) bekannt. Die Festlegung dieser Nachbarschaft kann in unterschiedlicher Weise erfolgen und stellt eine Möglichkeit dar, mit der der Anwender den Verlauf der Optimierung beeinflussen kann. Bekannte Topologien sind z. B. *global-Best*, *local-Best* oder *von-Neumann* (s. [42]).

Zu Beginn werden eine vom Benutzer vorgegebene Anzahl von Partikeln mit zufälligen Positionen und Geschwindigkeiten im Suchraum verteilt erzeugt. Im nächsten Schritt werden für jeden Partikel neue Geschwindigkeiten (s. Gl. (8.7)) und Positionen (s. Gl. (8.8)) berechnet.

$$\vec{v}_{i \text{ neu}} = w \cdot \vec{v}_i + c_1 r_1 [\bar{p}_i - \bar{x}_i] + c_2 r_2 [\bar{p}_g - \bar{x}_i] \quad (8.7)$$

$$\bar{x}_{i \text{ neu}} = \bar{x}_i + \vec{v}_{i \text{ neu}} \quad (8.8)$$

Die neue Geschwindigkeit setzt sich dabei aus der alten Geschwindigkeit, dem Abstand zur individuell besten Position des Partikels und dem Abstand zur besten Position der Nachbarpartikel zusammen. Die Parameter w , c_1 , c_2 in Gl. (8.7) können vom Benutzer vorgegeben werden, wogegen r_1 und r_2 Zufallszahlen im Bereich Null bis Eins sind, um eine zufällige Komponente in der neuen Geschwindigkeit zu erreichen. Für genauere Ausführungen zu diesen Parametern sei hier auf [42] verwiesen. Anschließend wird für die Partikel das Gütemaß an den neuen Positionen bestimmt und ggf. die individuell-besten und die nachbarschafts-besten Position aktualisiert.

Mit diesen neuen Werten werden nun wieder neue Geschwindigkeiten und Positionen berechnet und die Schritte wiederholen sich, bis ein vom Anwender festgelegtes Abbruchkriterium erfüllt ist. Dieses Abbruchkriterium kann auch hier beispielsweise sein, dass das Gütemaß einen bestimmten Wert unterschreitet, sich nur noch unwesentlich ändert oder eine festgelegte Anzahl an Schritten erreicht ist. Nach Abschluss der Optimierung wird der Partikel mit dem besten Gütemaß als Lösung ausgegeben.

Im hier vorliegenden Fall dient als Gütemaß wieder die H_∞ -Norm des erweiterten Systems $P(s)$. Die Anzahl der Partikel beträgt wie bei den anderen Verfahren 30 und die maximale Anzahl an Schritten wurde auf 80 festgelegt. Als Parameter für die Berechnung der Geschwindigkeiten der Partikel wurden $w = 0,73$, $c_1 = 1,5$ und $c_2 = 1,5$ gewählt. Die Nachbarschaft wurden über die von-Neumann Topologie definiert (s. [43]).

Wie bei der differentiellen Evolution wurden die Reglerparameter für eine Regelung der antriebsseitigen Position optimiert, jedoch für die Regelung der lastseitigen Position eingesetzt. Als Ergebnis lieferte die Optimierung mit dem Partikelschwarmverfahren die folgenden Werte: $K_{P_e} = 0,177$; $K_{I_e} = 3,418 \cdot 10^{-7}$, $K_{P_\omega} = 11,443$; $K_{I_\omega} = 6,014 \cdot 10^{-7}$. Der erreichte Wert der H_∞ -Norm beträgt 0,8187. Die Werte der Proportionalfaktoren und der H_∞ -Norm entsprechen fast genau den mit der Methode der differentiellen Evolution erzielten, die Integralfaktoren sind jedoch wesentlich geringer.

Diese Parameter wurden für die Regelung der lastseitigen Lage am Prüfstand eingesetzt. In Bild 8.8 sind die damit erzielten Sprungantworten für einen Führungsgrößensprung von einer Umdrehung sowohl für das unveränderte System, als auch für das System mit verdreifachter Lastmasse dargestellt. Wie zu erwarten, zeigt die Regelung ein sehr ähnliches Verhalten zu der über differentielle Evolution ermittelten. Auch bei der mit dem Partikelschwarmverfahren optimierten Regelung gelingt es, das unveränderte System innerhalb von 0,65 s mit der gewünschten Genauigkeit auf den Sollwert zu bringen. Der maximale Überschwinger ist dabei mit 20,5° ebenfalls sehr ähnlich. Im Falle der verdreifachten lastseitigen Massenträgheit reagiert das System mit einem maximalen Überschwinger von 36° und ist nach 0,93 s ausgeregelt. Der auch hier vorhandene kleine Unterschwinger lässt das System um 2,2° nach unten von der Sollposition abweichen. Ebenso wie bei den mit genetischen Algorithmen optimierten Regelungen ergeben sich auch bei einer Optimierung mit differentieller Evolution oder dem Partikelschwarmverfahren Regler mit sehr geringen Integralanteilen, so dass wiederum Störungen nicht stationär genau ausgeregelt werden. Exemplarisch ist in Bild 8.9 die Sprungantwort der mit einer nach dem Partikelschwarmverfahren optimierten Kaskade für einen Lastmomentsprung von 5 Nm dargestellt. Für das unveränderte System ergibt sich eine bleibende Regelabweichung von 105°. Im Falle des Systems mit geänderten Parametern, also der dreifachen lastseitigen Massenträgheit, beträgt die Abweichung 108°.

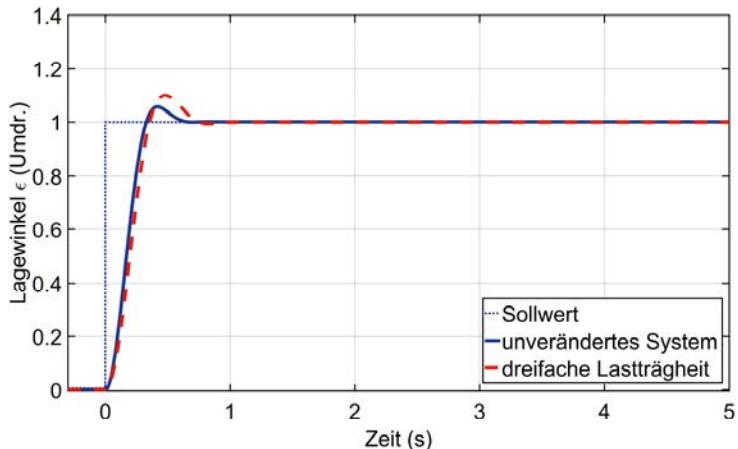


Bild 8.8: Messung – Führungssprungantwort der mit dem Partikelschwarmverfahren optimierten PI-Kaskadenregelung

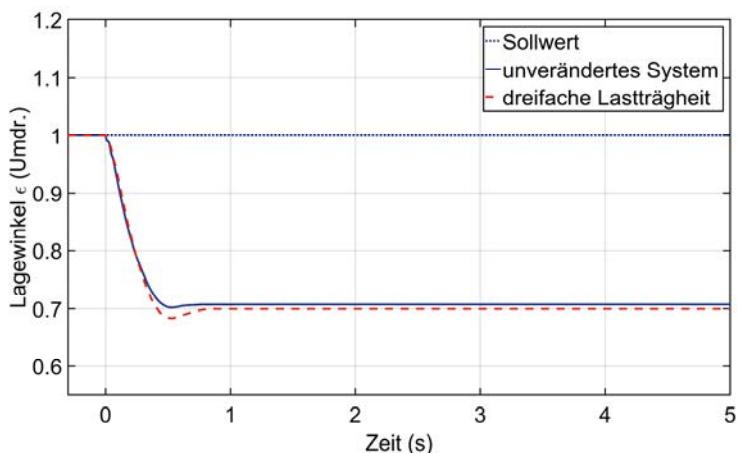


Bild 8.9: Messung – Störgrößensprungantwort der mit dem Partikelschwarmverfahren optimierten PI-Kaskadenregelung

9 Übersicht über die bisher erzielten Ergebnisse

Für den Entwurf H_∞ -optimaler, robuster Regler niedriger Ordnung für elastisch gekoppelte Mehrmassensysteme wurden verschiedene Varianten reduzierter Zweimassenersatzmodelle untersucht. Die Untersuchungen haben gezeigt, dass die Massenträgheiten, wie in Abschn. 4.2.1 dargelegt, am zweckmäßigsten im Verhältnis der Federsteifigkeiten des realen Systems zusammengefasst werden. Die Ersatzfederkonstante kann entweder ebenfalls durch Zusammenfassen der realen Federkonstanten ermittelt werden, so dass das Torsionsverhalten richtig abgebildet wird, oder sie wird so berechnet, dass das Ersatzsystem die niedrigste Resonanzfrequenz des ursprünglichen Systems korrekt abbildet.

Bei der Wahl der zum Reglerentwurf notwendigen Gewichtungsfunktionen zeigte sich, dass die in [2] entwickelten Einstellstrategien auch für den Reglerentwurf auf Basis reduzierter Ersatzsysteme einsetzbar sind (s. Abschn. 3.4). Die Forderung nach Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten kann in additiver Form über die Funktion W_2 oder in multiplikativer Form über die Funktion W_3 gestellt werden. Die Gewichtungsfunktionen sind dabei zweckmäßigerweise so zu wählen, dass ihr Amplituden-Frequenzgang immer oberhalb des Amplituden-Frequenzgangs der Modellunsicherheit des Ersatzsystems gegenüber dem Originalsystem liegt. Mit diesen Gewichtungsfunktionen, können dann für das reduzierte Zweimassenersatzmodell robuste, H_∞ -optimale Regler niedriger Ordnung entworfen werden, die das Originalsystem zufriedenstellend regeln.

Weiterhin wurden verschiedene Beobachtervarianten auf Basis der unterschiedlichen Ersatzmodelle entworfen und in Verbindung mit der robusten Regelung untersucht. Gute Ergebnisse konnten insbesondere mit einer Kombination eines Reglers auf Basis eines Ersatzmodells des Typs MV/FR aus Abschn. 4.2.1 mit einem Beobachter auf Basis eines Ersatzmodells des Typs MV/FZ erzielt werden, wie in Abschn. 5.3.4 dargestellt. Dabei muss allerdings vorausgesetzt werden, dass die Lose vernachlässigbar klein ist.

Bei den Versuchen zeigte sich, dass die Haftreibung einen wesentlichen Einfluss auf das Verhalten der Regelung hat. Daher wurden Methoden für eine möglichst einfache Reibungskompensation untersucht. Dabei wurden sowohl Varianten mit einem parallelen, linearen Systemmodell, als auch solche mit einer noch weiter vereinfachten Parallelstruktur betrachtet. Die entsprechenden Ergebnisse wurden u. a. auch in [33] und [34] veröffentlicht. Weiterhin wurden in Abschn. 7.5 Beobacherstrukturen für die lastseitigen Größen entworfen, die Beschleunigungsmesswerte der Lastseite verwenden und auf ihre Anwendbarkeit hinsichtlich einer Reibungskompensation hin untersucht. Diese Variante ist zwar prinzipiell möglich, jedoch erscheint die Güte der beobachteten Daten für eine Reibungskompensation nicht ausreichend.

Da PI-Kaskadenregelungen in der Praxis weit verbreitet sind, wurde die Möglichkeit untersucht, diese bekannte und von den Anwendern gut verstandene Struktur beizubehalten und lediglich die Reglerparameter im Sinne der H_∞ -Norm auf Robustheit zu optimieren. In Abschn. 8 wurden verschiedene moderne Optimierungsverfahren zur Parameterbestimmung untersucht. Die Optimierungsverfahren selbst zeigten ein schnelles und gleichmäßiges Konvergenzverhalten, konnten die Optimierungsaufgabe ohne Schwierigkeiten lösen und kamen zu ähnlichen Ergebnissen. In allen betrachteten Fällen ergaben sich dabei jedoch sehr kleine Werte für die Integralanteile, also große Nachstellzeiten, und somit eine unzureichende stationäre Genauigkeit. Die Beschränkung auf eine einfache, weit verbreitete Reglerstruktur führt hier also auf wesentliche Einschränkungen der Regelgüte. Inwieweit dies durch eine andere Wahl der Gewichtungsfunktionen beeinflusst und eventuell verbessert werden kann, wäre ein Thema für weitere Untersuchungen.

In allen hier durchgeführten Untersuchungen zur robusten Regelung zeigte sich, dass es bei plötzlich auftretenden Drehmomenten, wie etwa beim Losbrechen aus der Haftreibung oder sprungförmig auftretenden Änderungen, zu Stoßbelastungen in Kupplungselementen bzw. Getrieben kommt. Dies trifft insbesondere auf Systeme mit Lose zu. Die Problematik der Impulsbelastungen bei Lose konnte auch schon in [8] beobachtet werden. Diese Stoßbelastungen können zu Beschädigungen und einer Verringerung der Lebensdauer der entsprechenden Kupplungs- oder Getriebe-komponenten führen. Neben der robusten Regelung von Mehrmassensystemen mit nicht genau bekannten oder vereinfachten Paramtern bzw. Strukturen stellen daher die in solchen Systemen auftretenden Belastungen eine wesentliche Herausforderung dar. Im Folgenden sollen daher regelungstechnische Möglichkeiten untersucht werden, das auftretende Torsionsmoment bzw. dessen Änderungsrate in elastisch gekoppelten Mehrmassensystemen zu begrenzen, um so Belastungen zu minimieren.

10 Modellbildung für die lastungs-reduzierende Regelung

Ausgangslage für die Beschreibung des Zweimassensystems bildet das im ersten Teil dieser Arbeit erstellte Modell mit den mechanischen Zeitkonstanten T_1 , T_2 und der Federsteifigkeit C (s. Abschn. 2.3 bzw. 4.2). Sollte in dem Antriebsstrang ein Getriebe mit einem Übersetzungsverhältnis ungleich 1:1 vorhanden sein, so müssen die Werte einer Seite auf die andere umgerechnet werden. Beispielsweise können die Werte der Lastseite bei einem Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = n_2:n_1 \neq 1$, welches vor (antriebsseitig) der Elastizität auftritt, wie folgt auf die Antriebsseite bezogen werden:

$$m_T = \ddot{u} m_{T \text{ original}} \quad (10.1)$$

$$T_2 = \ddot{u}^2 T_{2 \text{ original}} \quad (10.2)$$

$$C = \ddot{u}^2 C_{\text{original}} \quad (10.3)$$

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{1}{\ddot{u}} \omega_{2 \text{ original}} \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{\ddot{u}} \varepsilon_{2 \text{ original}} \end{aligned} \quad (10.4)$$

Bezüglich einer möglicherweise im System auftretenden Lose muss beachtet werden, dass innerhalb der Lose die durch das entsprechende, losebehaftete Kupplungselement verbundenen Teilsysteme entkoppelt sind. Das hintere Teilsystem ist in diesem Falle nicht beeinflussbar, da keine mechanische Verbindung zwischen beiden Teilsystemen besteht. Weiterhin gilt innerhalb der Lose immer $m_T = 0$ (s. Abschn. 2.2). Erst nach dem Durchfahren der Lose sind die beiden Teilsysteme wieder gekoppelt und können regelungstechnisch beeinflusst werden. Ein Torsionsmoment tritt somit nur auf und kann auch nur beeinflusst werden, wenn sich das System im Eingriff befindet und die Lose somit nicht wirksam ist. Weiterhin stellt die Lose eine wesentliche Nichtlinearität dar. Diese Arbeit soll sich jedoch darauf beschränken, lineare Regelungsansätze zu untersuchen.

Daher wird in dieser Arbeit die Lose vernachlässigt und ein Zweimassensystem ohne Lose betrachtet, dessen Torsionsmoment auf der Welle m_T begrenzt bzw. geregelt werden soll. Bild 10.1 zeigt die Struktur eines solchen Zweimassensystems.

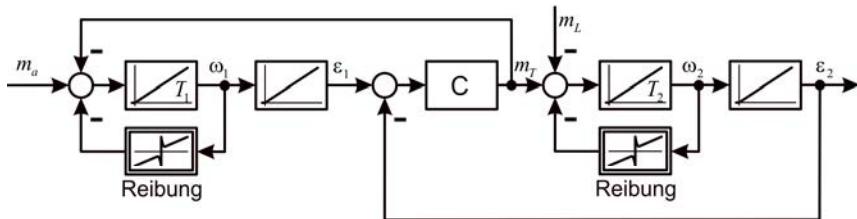


Bild 10.1: Blockschaltbild des Zweimassensystems

Das antreibende Drehmoment m_a wirkt zunächst gegen das Torsionsmoment m_T , sowie gegen die an der Antriebsseite auftretende Reibung. Durch Division des verbleibenden Drehmomentes durch das Trägheitsmoment der Antriebsseite ergibt sich die Beschleunigung, aus der nach einer Integration die Drehzahl ω_1 der Antriebsseite folgt. Eine weitere Integration führt auf die antriebsseitige Position ε_1 . Die Differenz aus antriebs- und lastseitiger Position $\Delta\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ergibt nach Multiplikation mit der Federkonstanten C das Torsionsmoment m_T . Dieses Torsionsmoment wirkt zum einen auf die Antriebsseite zurück, zum anderen wirkt es gegen die Reibung auf der Lastseite und ein eventuell auftretendes Lastmoment m_L . Das verbleibende Drehmoment ergibt nach Division durch die lastseitige Massenträgheit die Beschleunigung der Lastseite. Weitere Integrationen führen wiederum auf die entsprechende Drehzahl ω_2 und Position ε_2 .

Zum Entwurf einer Torsionsmomentenregelung ist es zweckmäßig, das System zusammenzufassen und zu vereinfachen. Es ist nicht notwendig, die beiden Drehzahlen jede für sich zu integrieren und anschließend die Differenz zu bilden, um das Torsionsmoment zu bestimmen. Da $m_T = C \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ bzw. $\dot{m}_T = C \cdot (\omega_1 - \omega_2)$ gilt, kann auch die Drehzahldifferenz gebildet und diese dann integriert werden. Dadurch fallen die beiden Integrationen von Drehzahl auf Position zu einem Integrator zusammen. Die entsprechende Struktur ist in Bild 10.2 dargestellt.

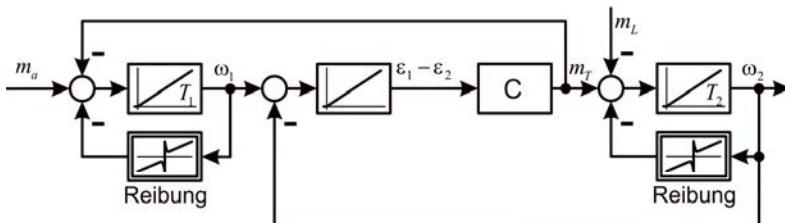


Bild 10.2: Zusammengefasstes Blockschaltbild des Zweimassensystems

Kann zudem die Reibung vernachlässigt werden, so dass die Drehzahlen selbst im Systemmodell nicht benötigt werden, können mit $\ddot{m}_T = C \cdot (\dot{\omega}_1 - \dot{\omega}_2)$ auch die beiden Integratoren von Beschleunigung auf Drehzahl zusammengefasst werden.

Das Zweimassensystem kann in diesem Fall durch folgende Gleichungen beschrieben werden

$$\dot{\omega}_1 = \frac{1}{T_1} (m_a - m_T), \quad (10.5)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{1}{T_2} (m_T - m_L), \quad (10.6)$$

$$\begin{aligned} \ddot{m}_T &= C \cdot (\dot{\omega}_1 - \dot{\omega}_2) \\ &= C \cdot \left(\frac{1}{T_1} (m_a - m_T) - \frac{1}{T_2} (m_T - m_L) \right). \end{aligned} \quad (10.7)$$

Damit kann das Zweimassensystem als System zweiter Ordnung, wie in Bild 10.3 gezeigt, dargestellt werden.

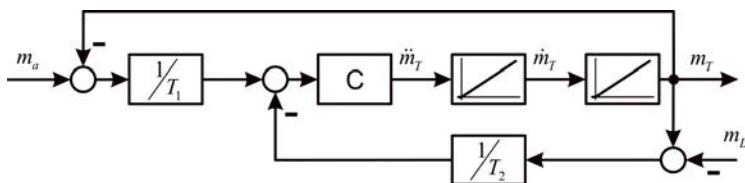


Bild 10.3: Zweimassensystem mit m_T und \dot{m}_T als Zustandsgrößen

Für dieses System kann die folgende Zustandsraumdarstellung angegeben werden, die als Basis für den Reglerentwurf dient:

$$\begin{bmatrix} \dot{m}_T \\ \ddot{m}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -C & -\frac{C}{T_1} - \frac{C}{T_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_T \\ \dot{m}_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{C}{T_1} \end{bmatrix} m_a + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{C}{T_2} \end{bmatrix} m_L \quad (10.8)$$

$$m_T = [1 \ 0] \begin{bmatrix} m_T \\ \dot{m}_T \end{bmatrix} \quad (10.9)$$

11 Reglerentwurf

Für das durch Gl. (10.8) und (10.9) beschriebene System kann nun eine Zustandsrückführung und ein Vorfilter zur Regelung des Torsionsmomentes entworfen werden, wie in Gl. (11.1) und Bild 11.1 gezeigt. Als Stellgröße u wird dabei das Antriebsmoment m_a verwendet.

$$u = m_a = [K_1 \quad K_2] \begin{bmatrix} m_T \\ \dot{m}_T \end{bmatrix} + F m_{T\text{ soll}} \quad (11.1)$$

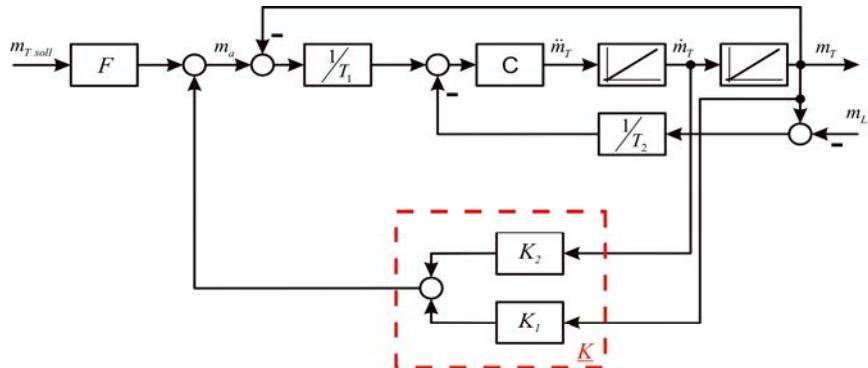


Bild 11.1: Zustandsrückführung für das Torsionsmoment

Nachteilig an diesem Ansatz ist, dass hierbei \dot{m}_T als interner Zustand nicht gezielt beeinflusst bzw. begrenzt werden kann. Ein hohes \dot{m}_T verursacht jedoch Stossbelastungen im Antriebsstrang und führt zu Schäden, die durch eine geeignete Regelung möglichst vermieden werden sollen.

11.1 Ruckregelung

Eine Möglichkeit, den Torsionsruck \dot{m}_T zu regeln, besteht darin, die Gleichungen (10.8) und (10.9) nach der Zeit zu differenzieren. Das dadurch entstehende System hat die gleiche Struktur und das gleiche dynamische Verhalten wie das System in Bild 10.3. Die Zustandsgrößen lauten nun jedoch \dot{m}_T und \ddot{m}_T (s. Bild 11.2).

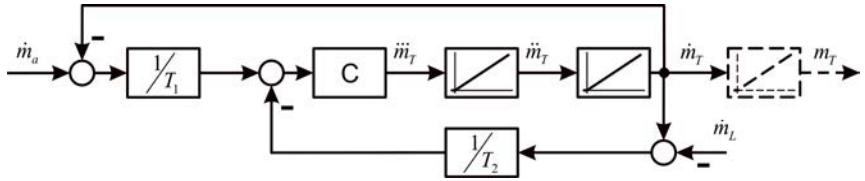


Bild 11.2: Differenziertes Zweimassensystem

Zustandsraumdarstellung:

$$\begin{bmatrix} \dot{m}_T \\ \ddot{m}_T \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -C & -\frac{C}{T_1} - \frac{C}{T_2} & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{A}} \begin{bmatrix} \dot{m}_T \\ \ddot{m}_T \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{C}{T_1} \end{bmatrix}}_{\underline{B}} \dot{m}_a + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{C}{T_2} \end{bmatrix}}_{\underline{E}} \dot{m}_L \quad (11.2)$$

$$\dot{m}_T = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{C}} \begin{bmatrix} \dot{m}_T \\ \ddot{m}_T \end{bmatrix} \quad (11.3)$$

Entsprechend kann für dieses System ein Zustandsregler mit Vorfilter für \dot{m}_T entworfen werden. Durch die Vorgabe eines maximal zulässigen Sollwertes kann der von der Zustandsrückführung eingestellte Torsionsruck grundsätzlich begrenzt werden. Das Torsionsmoment ergibt sich durch eine weitere Integration der Ausgangsgröße dieses Systems. Die Bestimmung der Reglerparameter erfolgt beispielsweise durch Polvorgabe nach Ackermann.

$$u = \dot{m}_a = \underbrace{\begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}}_{\underline{K}} \begin{bmatrix} \dot{m}_T \\ \ddot{m}_T \end{bmatrix} + F \dot{m}_{T\text{soll}} \quad (11.4)$$

Der Faktor F kann nach [22] wie folgt bestimmt werden:

$$F = \left[\underline{C}(\underline{B}\underline{K} - \underline{A})^{-1} \underline{B} \right]^{-1} \quad (11.5)$$

Durch diese Zustandsrückführung kann die Dynamik des Rucks \dot{m}_T auf der Welle beeinflusst und der maximal zulässige Wert festgelegt werden. Dabei ist zu beachten, dass die Reglerausgangsgröße nun nicht mehr das Antriebsmoment m_a ist, sondern dessen zeitliche Ableitung. Da die tatsächliche Stellgröße im realen Antriebsstrang jedoch das Antriebsmoment ist, muss die Reglerausgangsgröße noch einmal integriert werden, ehe sie auf das reale System aufgeschaltet werden kann. Weiterhin ist das real zur Verfügung stehende Antriebsmoment begrenzt.

Diesem inneren Kreis kann nun ein Regler für das Torsionsmoment m_T überlagert werden. Es ergibt sich damit eine Kaskade aus Torsionsmomentenregelung mit unterlagerter Zustandsrückführung für den Torsionsruck. Diese Struktur ist in Bild 11.3 dargestellt.

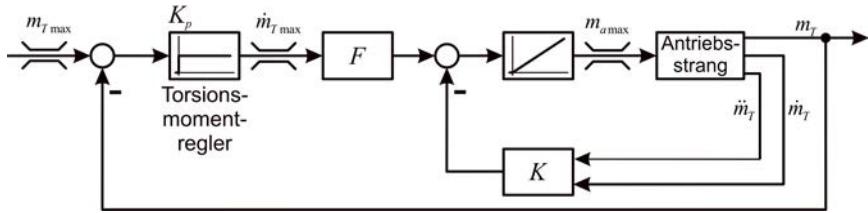


Bild 11.3: Torsionsmoment-Kaskadenregelung

11.2 Berücksichtigung der Stellgrößenbeschränkung

Bei der Bestimmung des maximal zulässigen Torsionsmomentes $m_{T \max}$ muss neben der mechanischen Belastbarkeit des Antriebsstrangs die Begrenzung der Stellgröße, also des maximalen Antriebsmoments $m_a \max$ beachtet werden. Die unterlagerte Zustandsrückführung basiert auf der Annahme eines linearen Systemverhaltens. Würde das Antriebsmoment in die Begrenzung geraten, wäre diese Annahme verletzt und die korrekte Funktion der Torsionsmomentenregelung wäre nicht mehr gegeben. Es ist daher notwendig, durch eine geeignete Begrenzung des geforderten Torsionsmomentes sicherzustellen, dass das Antriebsmoment nicht in die Begrenzung gerät.

Zunächst soll untersucht werden, welches Torsionsmoment bei begrenztem Antriebsmoment maximal stationär auf der Welle eingestellt werden kann, wenn keine Störgrößen, also Lastmomente auftreten. Hier muss darauf hingewiesen werden, dass ein stationäres Drehmoment ohne Lastmoment eine Beschleunigung bedeutet. Entsprechend bewirkt ein positives stationäres Torsionsmoment eine stetig zunehmende Drehzahl des Systems. Der Begriff stationärer Zustand kann daher nur eingeschränkt auf die Drehmomente bzw. Beschleunigungen und nicht auf die Drehzahl angewendet werden.

In dem in Bild 10.1 dargestellten Blockschaltbild eines Zweimassensystems ist ersichtlich, dass das Antriebsmoment m_a zunächst die antriebsseitige Masse beschleunigt. Werden, wie oben beschrieben, Reibung und Lastmomente vernachlässigt, so wird der verbleibende Anteil als Torsionsmoment über die Welle auf die lastseitige Masse übertragen und beschleunigt diese.

$$m_a = T_1 \dot{\omega}_1 + m_T \quad (11.6)$$

$$m_T = T_2 \dot{\omega}_2 \quad (11.7)$$

Im stationären Zustand gilt für die Beschleunigungen $\dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_2 = \dot{\omega}$.

Also folgt aus der Bewegungsgleichung:

$$\frac{m_a = (T_1 + T_2) \dot{\omega}}{m_T = T_2 \dot{\omega}} \Rightarrow \frac{m_T}{m_a} = \frac{T_2}{T_1 + T_2} \quad (11.8)$$

$$m_T = \frac{T_2}{T_1 + T_2} m_a \quad (11.9)$$

Entsprechend ergibt sich für das maximal stationär ohne Last einstellbare Torsionsmoment $m_{T_{\max_sta}}$:

$$m_{T_{\max_sta}} = \frac{T_2}{T_1 + T_2} m_{a_{\max}} \quad (11.10)$$

Dieses maximale, stationäre Torsionsmoment ergibt sich also aus dem Verhältnis der lastseitigen Trägheit zur Gesamtträgeheit bzw. Zeitkonstanten multipliziert mit dem maximalen Antriebsmoment. Dies ist auch anschaulich klar, da das Antriebsmoment das Gesamtsystem beschleunigen muss, während der als Torsionsmoment über die Welle übertragene Teil lediglich die Lastseite beschleunigt.

Im Allgemeinen werden jedoch zusätzliche Störgrößen in Form von Lastmomenten auftreten. Eine statische Begrenzung des maximalen Torsionsmomentes auf den oben berechneten Wert ist dann zu konservativ.

Beispielhaft sei hier der Fall eines Systems mit $T_1 = T_2$ und einem zusätzlich an der Lastseite wirkenden Drehmoment $m_L = 0,8 m_{a_{\max}}$ dargestellt. Soll z. B. eine überlagerte Drehzahlregelung die Geschwindigkeit der Lastseite konstant halten, so ist dazu wegen $T_2 \dot{\omega}_2 = m_T - m_L$ ein Torsionsmoment von $m_T = 0,8 m_{a_{\max}}$ notwendig. Dazu ist nach Gl. (11.6) ein Antriebsmoment von $m_a = 0,8 m_{a_{\max}}$ erforderlich, was anschaulich klar ist, und vom Antrieb auch aufgebracht werden kann. Eine feste Begrenzung würde das maximal zulässige Torsionsmoment in diesem Falle jedoch auf $m_{T_{\max}} = T_2/(T_1+T_2)$ $m_{a_{\max}} = 0,5 m_{a_{\max}}$ begrenzen. Die überlagerte Drehzahlregelung könnte also die Geschwindigkeit nicht halten, obwohl genügend Stellreserve zur Verfügung steht. Es ist daher sinnvoll, eine dynamische Begrenzung unter Berücksichtigung auftretender Lastmomente einzuführen.

Wird angenommen, dass sowohl an der Antriebs- als auch an der Lastseite zusätzliche, unbekannte Drehmomente m_{W1} , m_{W2} als Widerstandsmomente auftreten können, so gilt:

$$m_a = T_1 \dot{\omega}_1 + m_{W1} + m_T \quad (11.11)$$

$$m_T = T_2 \dot{\omega}_2 + m_{W2} \quad (11.12)$$

Aus Gl. (11.11) folgt für das maximal mit $m_{a_{\max}}$ einstellbare Torsionsmoment:

$$m_{T_{\max}} = m_{a_{\max}} - T_1 \dot{\omega}_1 - m_{W1} \quad (11.13)$$

Die unbekannte Störgröße m_{W1} kann dargestellt werden als

$$m_{W1} = m_a - T_1 \dot{\phi}_1 - m_T . \quad (11.14)$$

Einsetzen in Gl. (11.13) führt auf

$$m_{T \max} = m_{a \max} - m_a + m_T . \quad (11.15)$$

Diese Bedingung für das maximal einstellbare Torsionsmoment gilt auch bei auftretenden Widerstandsmomenten und ist abhängig vom zum jeweiligen Zeitpunkt tatsächlich vorhandenen Torsionsmoment und dem aktuellen Drehmoment des Antriebs. Damit handelt es sich um eine dynamische, adaptive Begrenzung.

Aus Gl. (11.15) kann nun eine adaptive Begrenzung des Regelfehlers der Torsionsmomentregelung hergeleitet werden, die verhindert, dass die Stellgröße in die Begrenzung gerät.

Der Regelfehler des Torsionsmomentes lautet

$$e_{m_T} = m_{T \text{ soll}} - m_T . \quad (11.16)$$

Das durch Gl. (11.15) beschriebene maximal einstellbare Torsionsmoment stellt den bei beschränkter Stellgröße maximal vorgebbaren Sollwert dar. Wird dies in Gl. (11.16) für $m_{T \text{ soll}}$ eingesetzt, so ergibt sich für den maximal zulässigen Regelfehler

$$e_{m_{T \max}} = m_{a \max} - m_a . \quad (11.17)$$

Durch diese dynamisch, vom zum jeweiligen Zeitpunkt anliegenden Antriebsmoment abhängige, Begrenzung des wirksamen Regelfehlers der Torsionsmomentregelung wird sichergestellt, dass die Stellgröße nicht in die Begrenzung gerät. Dadurch ist die korrekte Funktion der unterlagerten Zustandsrückführung für den Ruck gewährleistet.

Bild 11.4 zeigt die Prinzipdarstellung der Torsionsmomentregelung mit adaptiver Begrenzung.

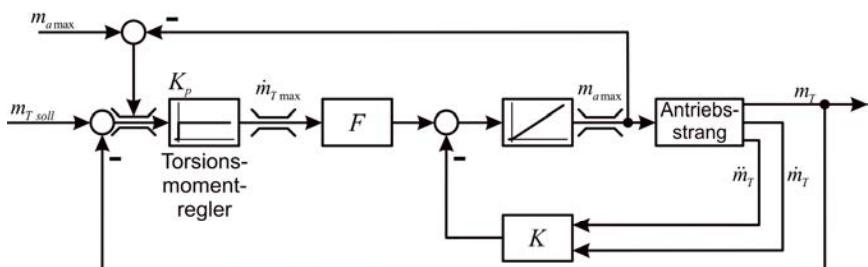


Bild 11.4: Torsionsmoment-Kaskadenregelung mit adaptiver Begrenzung

Bei der Betrachtung der in Bild 11.4 dargestellten Regelungsstruktur fällt auf, dass diese in eine äquivalente Kombination aus einfachen Grundgliedern wie P-, I- und D-Gliedern umgewandelt werden kann.

Dazu wird zunächst der Integrator, der aus der Ausgangsgröße der Zustandsrückführung das Antriebsmoment bildet, über die Summation verschoben und vor das Vorfilter F bzw. den Rückführvektor K gezogen. Im Rückführzweig bewirkt dies, dass nun nicht mehr \dot{m}_T und \ddot{m}_T als Zustandsgrößen zurückgeführt werden, sondern das Torsionsmoment m_T selbst und dessen erste Ableitung \dot{m}_T . Die sich dadurch ergebende Form ist die einer Zustandsregelung mit überlagerter PI-Regelung für das Torsionsmoment, welche auf Störverhalten optimiert ist [22].

Wird weiterhin der Rückführvektor $K = [k_1, k_2]^T$ in seine Komponenten aufgeteilt und der Ruck nicht direkt zurückgeführt, sondern durch Differentiation aus dem Torsionsmoment gebildet, so ergibt sich die in Bild 11.5 gezeigte Form.

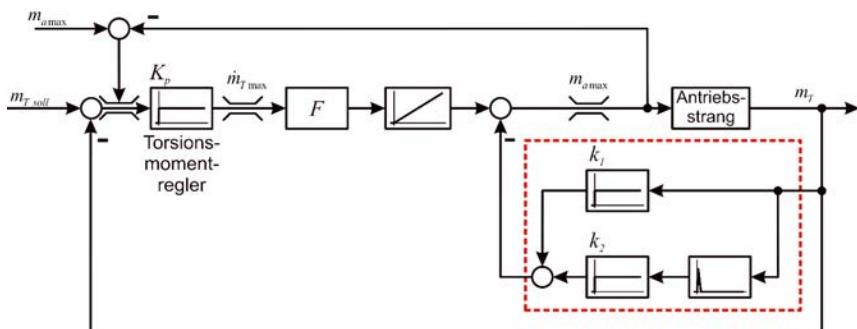


Bild 11.5: Zustandsrückführung als PD-Glied

Der rot umrandete Teil stellt dabei ein PD-Glied mit der (idealen) Übertragungsfunktion $G_{PD} = k_1 + k_2 s$ bzw. $k_1(1 + T_v s)$ mit $T_v = k_2/k_1$ dar. Wird dieses PD-Glied aus dem Rückführzweig über die Summationsstelle in den direkt auf den Antriebsstrang wirkenden Zweig verschoben, muss die inverse Übertragungsfunktion $G_{PD}^{-1} = 1/(k_1 + k_2 s)$ in den Zweig mit Vorfilter und Integrator eingebracht werden. G_{PD}^{-1} hat die Form eines Verzögerungsgliedes erster Ordnung mit einer Zeitkonstanten $T = k_2/k_1$ und einer Verstärkung von $1/k_1$. Diese kann nun noch mit dem Vorfilter F und der proportionalen Verstärkung K_p des Torsionsmomentenreglers kombiniert und vor den Integrator gezogen werden, so dass sich die in Bild 11.6 dargestellte Struktur ergibt.

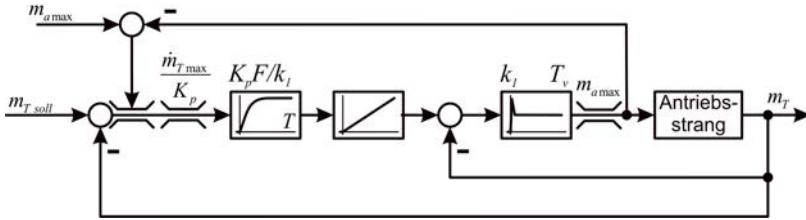


Bild 11.6: Torsionsmomentenregelung in PID Darstellung

Diese besteht aus einem inneren PD-Regler und einem äußerem I-Regler mit adaptiver Begrenzung und PT_1 -Vorfilterung des Regelfehlers.

11.3 Simulationsergebnisse

Mit diesem Regelungskonzept wurden Simulationen unter Matlab/Simulink durchgeführt, um die Funktion der Torsionsmomentenregelung zu überprüfen.

Simuliert wurde ein Zweimassensystem, das auf dem in Abschn. 5.1 beschriebenen Dreimassenprüfstand beruht, jedoch ohne die mittlere Masse. Das Nennmoment des Antriebs beträgt also 10 Nm, die Massenträgheit des Antriebsmotors mit Losekupplung und Torsionswelle $\Theta_1 = 35,7 \text{ Kg cm}^2$. Der Lastmotor mit Torsionswelle hat eine Massenträgheit von $\Theta_3 = 63,9 \text{ Kg cm}^2$. Die mittlere Masse entfällt ($\Theta_2 = 0$). Die Federkonstante ergibt sich als Zusammenfassung der beiden Federkonstanten des Dreimassensystems zu $C = 691,5 \text{ Nm/Umdr}$. Damit ergeben sich die folgenden normierten mechanischen Zeitkonstanten T_1 , T_3 bzw. Federkonstante C_N :

$$T_1 = 0,1122 \quad (11.18)$$

$$T_3 = 0,2007 \quad (11.19)$$

$$C_N = 69,15 \quad (11.20)$$

Mit diesen Werten wurde ein Zweimassenmodell als Antriebsstrang und eine Torsionsmoment-Kaskadenregelung nach Bild 11.4 in Matlab/Simulink implementiert. Weiterhin wurde in diesem Modell auch eine normierte, viskose Reibung mit einem Faktor von $R_L = 0,2$ berücksichtigt.

In einem ersten Schritt wurde die innere Zustandsrückführung für die Ableitung des Torsionsmomentes entworfen und simuliert, um deren korrekte Funktion zu überprüfen. Beide Pole wurden dabei zu -200 gewählt. Damit ergeben sich die folgenden Werte für die Zustandsrückführung bzw. das VorfILTER:

$$k_1 = -1,3552 \quad (11.21)$$

$$k_2 = 0,0021$$

$$F = -0,2065 \quad (11.22)$$

In Bild 11.7 ist die Antwort dieses inneren Kreises auf einen auf 10 Nm/s normierten Führungsgrößensprung dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Ableitung des Torsionsmoments den gewünschten Sollwert innerhalb von ca. 0,15 s erreicht, ohne überzuschwingen.

Dieser inneren Ruckregelung ist eine Torsionsmomentregelung überlagert. Der Verstärkungsfaktor dieses Reglers wurde zu

$$K_p = 12 \quad (11.23)$$

gewählt.

Diese Torsionsmomentregelungskaskade einschließlich der adaptiven Begrenzung aufgrund der Beschränktheit des Antriebsmoments wurde ebenfalls simulatorisch überprüft. Dabei wurde zunächst ein Sollwert von 50% des Nennmoments vorgegeben, um sicherzustellen, dass die Regelung den gewünschten Wert erreichen kann. Nach Gl. (11.10) liegt das maximal ohne den Einfluss von Störgrößen einstellbare Torsionsmoment bei 64% des Nennmomentes.

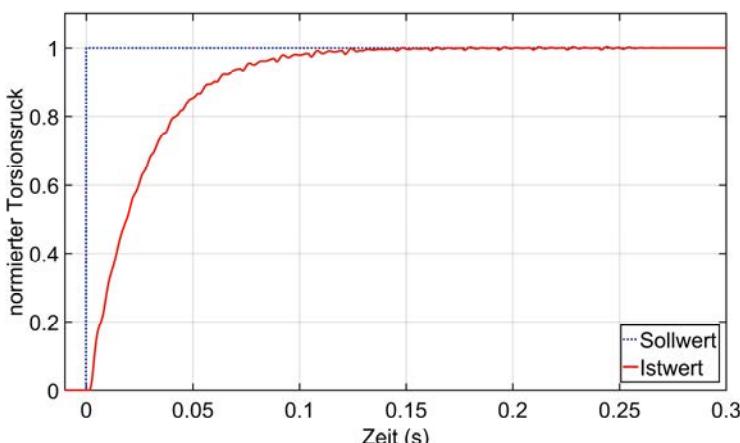


Bild 11.7: Simulation – Sprungantwort der \dot{m}_T -Regelung

In Bild 11.8 ist die Antwort des Regelkreises auf diesen Führungsgrößensprung von 50% Nennmoment dargestellt. Der Ruck wird erfolgreich begrenzt. Das Torsionsmoment steigt bei begrenztem Ruck linear an und erreicht nach ca. 0,35 s den Sollwert. Das Antriebsmoment steigt dabei auf 78% des Nennmoments, was dem Verhältnis der trägen Massen nach Gl. (11.10) entspricht.

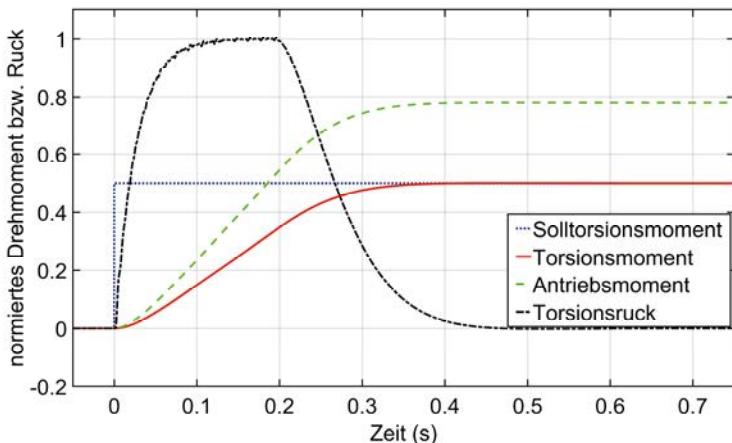


Bild 11.8: Simulation – Führungssprungantwort der m_T -Regelungskaskade

In diesem Zustand wird mit $t = 0$ ein Störgrößensprung von 50% des Nennmoments an der Lastseite aufgeschaltet. Bild 11.9 a) zeigt die entsprechenden Antworten des geregelten Systems. Zur besseren Übersicht ist in Bild 11.9 b) der relevante Bereich vergrößert dargestellt. Der Torsionsruck überschreitet aufgrund der sprungförmigen Störung die gewählte Begrenzung, ehe die Regelung eingreifen kann. Der auftretende Spitzenwert liegt um den Faktor 42 über dem gewählten Maximum. Zudem treten Schwingungen im Torsionsruck auf. Nach 0,065 s gelingt es der Regelung, den Ruck wieder auf den gewünschten Bereich zu begrenzen.

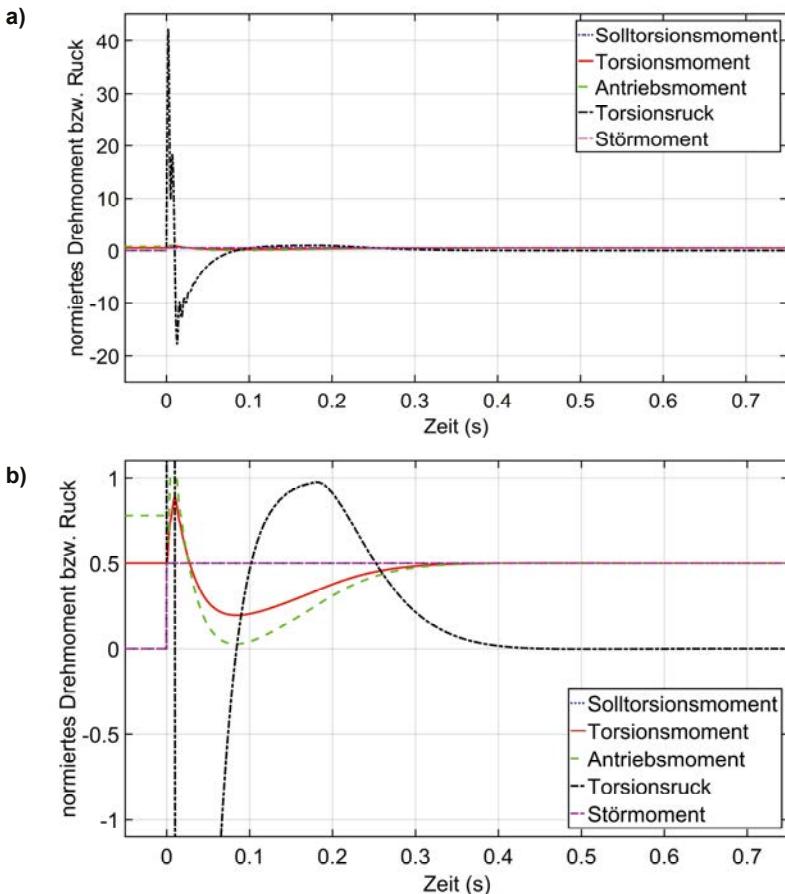


Bild 11.9: a) Simulation – Störsprungantwort der mT -Regelungskaskade
b) Vergrößerte Darstellung

Die Regelung verringert zunächst das Antriebsmoment, um die Schwingungen zu dämpfen und den Ruck zu verringern. Ab 0,08 s nehmen das Torsionsmoment und die Stellgröße wieder zu, bis das Torsionsmoment nach 0,4 s den Sollwert von 50% des Nennmoments wieder erreicht. Mit der hier simulierten Störung geht das dazu benötigte Antriebsmoment von 78% auf 50% des Nennmoments zurück, was den Erwartungen entspricht.

Um das Verhalten der Regelung bei Vorgabe eines nach Gl. (11.10) stationär nicht erreichbaren Sollwertes zu untersuchen, wurde auch ein Führungsgrößensprung auf 100% des Nennmoments simuliert. Die Ergebnisse sind in Bild 11.10 dargestellt.

Der innere Regelkreis begrenzt den normierten Torsionsruck erfolgreich. In dem Bereich, in dem der Ruck den zulässigen Maximalwert annimmt, steigt das Torsionsmoment linear an. Weiterhin ist zu erkennen, dass es dem Regler nicht gelingt, das Torsionsmoment auf den gewünschten Sollwert einzustellen. Das Torsionsmoment verharrt bei 64% des Sollwertes, da das Antriebsmoment in die Begrenzung gerät. Dies entspricht den Erwartungen und stimmt mit dem nach Gl. (11.10) berechneten maximal einstellbaren Wert überein.

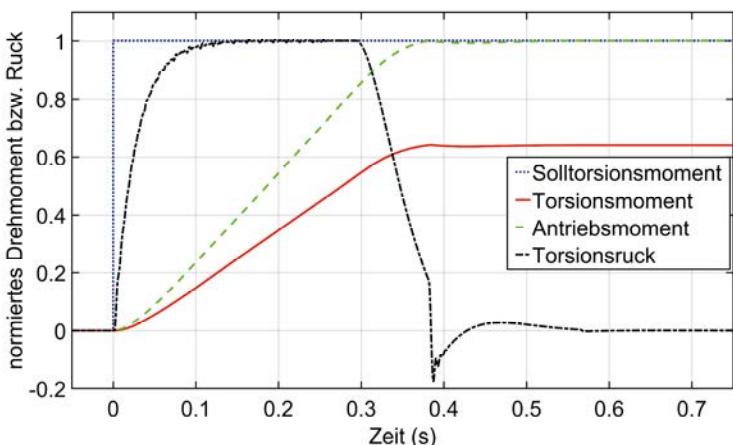
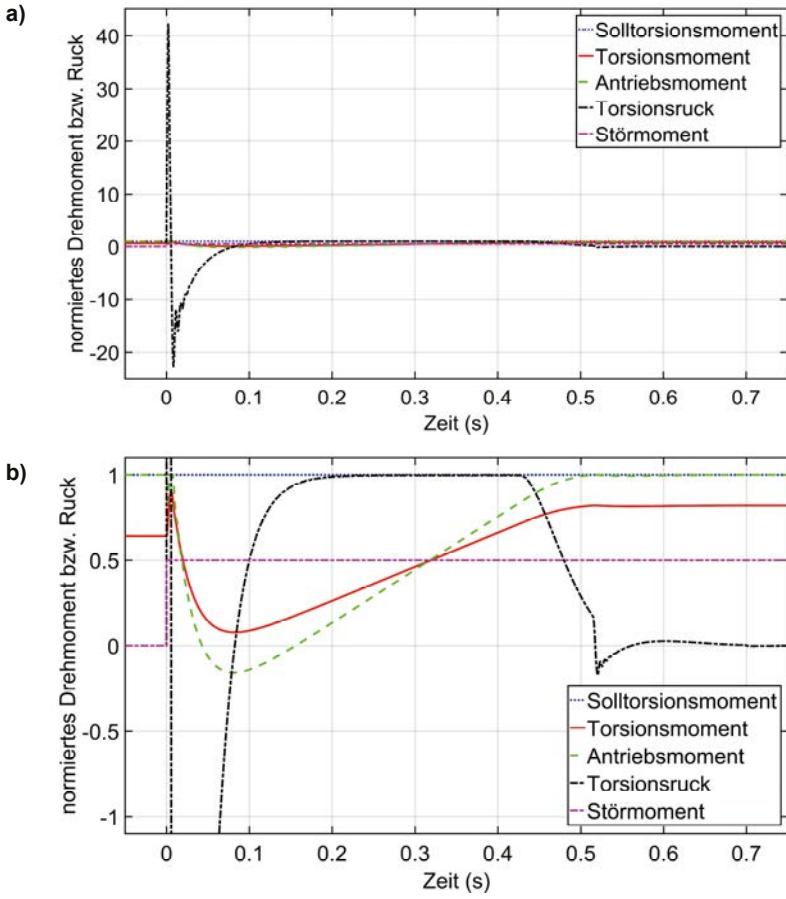


Bild 11.10: Simulation – Sprungantwort der m_T -Regelungskaskade

In diesem Zustand wird ein Störgrößensprung von 50% des Nennmomentes an der Lastseite aufgeschaltet. Bild 11.11 a) zeigt die Antwort dieser Regelung auf diesen Störgrößensprung. Zur besseren Übersicht ist in Bild 11.11 b) dieser Bereich wieder vergrößert dargestellt. Es gelingt der Regelung durch die sprungförmige Störung nicht, den Ruck auf das geforderte Maß zu beschränken. Die auftretende Spitze liegt um den Faktor 42 über der gewählten Begrenzung. Zudem entstehen Schwingungen im Torsionsruck, ehe die Regelung eingreifen und diese Schwingungen dämpfen kann. Nach ca. 0,06 s erreicht der Ruck wieder Werte innerhalb des gewünschten Bereichs. Dieses Verhalten entspricht im Wesentlichen dem schon zuvor beobachteten.



**Bild 11.11: a) Simulation – Störsprungantwort der mT –Regelungskaskade
b) Vergrößerte Darstellung**

Die Störgröße führt zunächst zu einem Anstieg des Torsionsmomentes. Die Stellgröße verringert sich, um den Torsionsruck wieder in den zulässigen Bereich zu bringen und die Schwingungen zu dämpfen. Nach ca. 0,06 s kann die Regelung den Ruck auf das gewählte Maximum beschränken. Antriebs- und Torsionsmoment nehmen linear zu, bis die Stellgröße ihr Maximum erreicht und sich das Torsionsmoment auf den neuen stationären Endwert von 82% des Nennmoments einstellt.

11.4 Experimentelle Ergebnisse am Prüfstand

Die Regelung wurde in der Programmiersprache C auf den in Abschn. 11.3 beschriebenen Zweimassenprüfstand implementiert. Dabei wurde jedoch die mittlere Schwungmasse entfernt. Der Prüfstand bildet somit nun ein Zweimassensystem mit den auch für die Simulation verwendeten Werten. Am realen System ist jedoch zu bedenken, dass es nicht möglich ist, stationär ein konstantes Torsionsmoment auf der Welle ohne ein entsprechendes Gegenmoment (Störgröße) zu erzeugen, da ein solches Torsionsmoment gleichbedeutend mit einer konstanten Beschleunigung der Lastseite ist und die physikalischen Drehzahlgrenzen des realen Prüfstandes nicht überschritten werden dürfen. Um dennoch die Torsionsmomentregelung auch messtechnisch überprüfen zu können, wurde die Lastseite in einem ersten Ansatz mechanisch fixiert. In diesem Falle sind daher stationär das Antriebsmoment und das Torsionsmoment gleich. Durch diese Änderung im System war es sinnvoll, für diesen Versuch die Pole der Zustandsrückführung zu $-200 \pm j 500$ zu wählen. Damit ergeben sich folgende Reglerparameter:

$$\begin{aligned} k_1 &= -0,0615 \\ k_2 &= 0,0021 \end{aligned} \quad (11.24)$$

$$F = -1,4972 \quad (11.25)$$

Der Torsionsruck wurde auf einen Maximalwert von 30 Nm/s normiert. Der Verstärkungsfaktor des Torsionsmomentreglers wurde wie folgt gewählt:

$$K_p = 75 \quad (11.26)$$

Mit diesen Einstellungen wurde zum Zeitpunkt $t = 0$ bei festgesetzter Lastseite ein Führungsgrößensprung von 50% des Nennmomentes, also 5 Nm auf das torsionsmomentgeregelte System gegeben. Bild 11.12 zeigt die entsprechenden Antworten von Torsionsmoment bzw. -ruck am Prüfstand. Es gelingt der Regelung den normierten Torsionsruck auf 1 zu begrenzen. Das Torsionsmoment nimmt zunächst linear zu und erreicht nach ca. 0,3 s den Sollwert. Sowohl die eigentliche Torsionsmomentenregelung, als auch die unterlagerte Zustandsrückführung für den Ruck zeigen somit das gewünschte Verhalten.

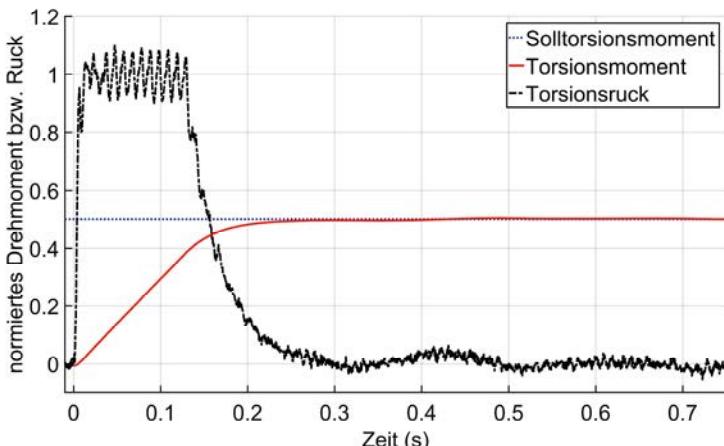


Bild 11.12: Messung – Sprungantworten der Torsionsmomentregelung

Die Durchführung weiterer Messungen ist an dem Aufbau mit fixierter Lastseite jedoch nicht sinnvoll möglich, da keine Störgröße, die ja an der Lasteite angreifen würde, aufgeschaltet werden kann. Um das dynamische Verhalten der Torsionsmomentregelung auch unter Einfluß von Störgrößen untersuchen zu können und dennoch ein unkontrolliertes Hochlaufen des Prüfstandes zu vermeiden, wurde in einem zweiten Schritt eine überlagerte Drehzahlregelung implementiert. Diese verwendet als Stellgröße das Torsionsmoment und dient hier lediglich zur Erzeugung des Sollwertes für die unterlagerte Regelung. Als Drehzahlregler wird ein PI-Regler mit den Verstärkungsfaktoren $k_p = 2$, $k_i = 3$ verwendet. Auf das so geregelte System wurde jeweils zum Zeitpunkt $t = 0$ sowohl ein Führungsgrößensprung aus 20% der Nenndrehzahl, also 600 U/min, als auch ein Störgrößensprung von 2 Nm Drehmoment an der Lastseite, also 20% des Nennmomentes gegeben.

Die Führungssprungantwort ist in Bild 11.13 a) und b) dargestellt. Bild 11.14 a) und b) zeigt die Störsprungantwort.

Auf den Sprung des Drehzahlsollwertes bei $t = 0$ reagiert der Drehzahlregler mit einer Sollwertvorgabe für den unterlagerten Torsionsmomentregelkreis. Dieser gelingt es, den Torsionsruck im Wesentlichen, bis auf wenige Spitzen unterhalb der gewählten Begrenzung zu halten. Antriebs- und Torsionsmoment nehmen zunächst linear zu. Mit der dadurch ansteigenden Drehzahl sinkt der Torsionsmomentsollwert und der Anstieg des Istwertes geht ab ca. 0,1 s zurück. Ab ca. 0,15 s folgt der Istwert dem weiter abnehmenden Sollwert relativ gut. Nach ca. 0,4 s hat die Drehzahl ihren Endwert erreicht und das Torsionsmoment nimmt einen stationären Wert von 8,6% des Nennmoments an, um die im System vorhandenen Reibung zu überwinden und die Drehzahl konstant zu halten. Der Torsionsruck schwankt um Null. Die relativ großen

Schwankungen im Messsignal des Torsionsrucks sind vermutlich im Wesentlichen auf mechanische Ungenauigkeiten des Prüfstandes, wie nichtlineare, positionsabhängige Reibung zurückzuführen. Weiterhin wird der Torsionsruck aus der Drehzahldifferenz der Antriebs- und Lastseite, also der differenzierten Positionsunterschied ermittelt. Durch diese Differentiation wird auftretendes Messrauschen verstärkt.

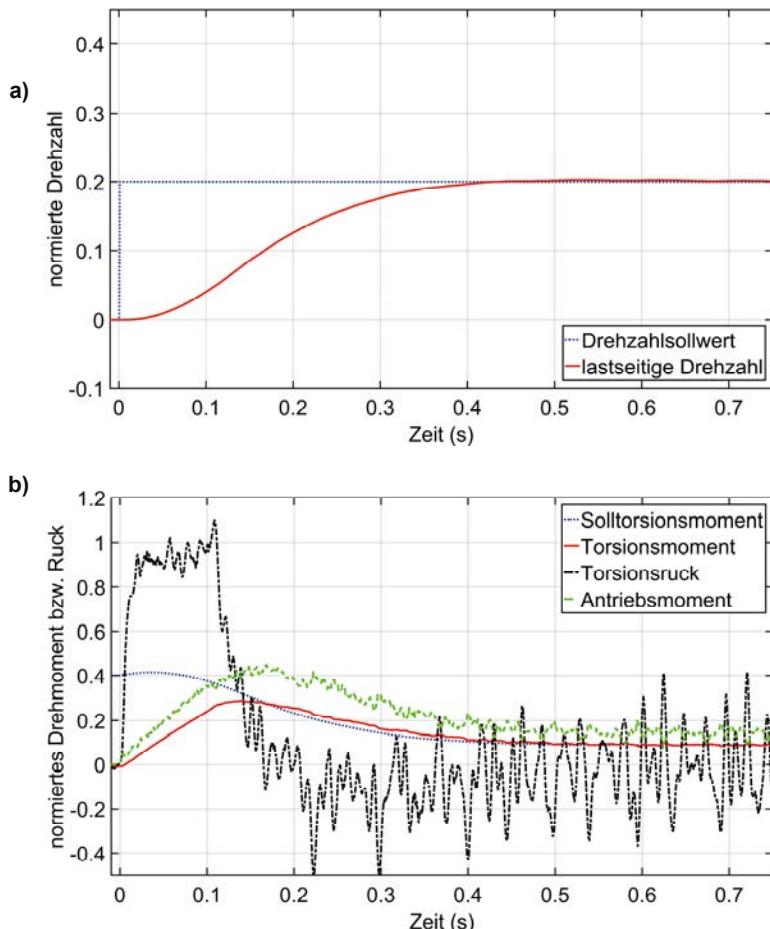


Bild 11.13: Messung – Führungssprungantwort
a) der überlagerten Drehzahlregelung
b) der unterlagerten Torsionsmomentregelung

In diesem Zustand, also mit konstanter Drehzahl von 0,2-facher Nenndrehzahl und konstantem Torsionsmoment von 0,089-fachem Nennmoment, wird nun an der Lastseite ein Störmoment von 20% des Nennmoments, also 2 Nm, aufgeschaltet. Die entsprechenden Sprungantworten sind für die Drehzahlregelung in Bild 11.14 a) und für die unterlagerte Torsionsmoments Regelung in Bild 11.14 b) gezeigt.

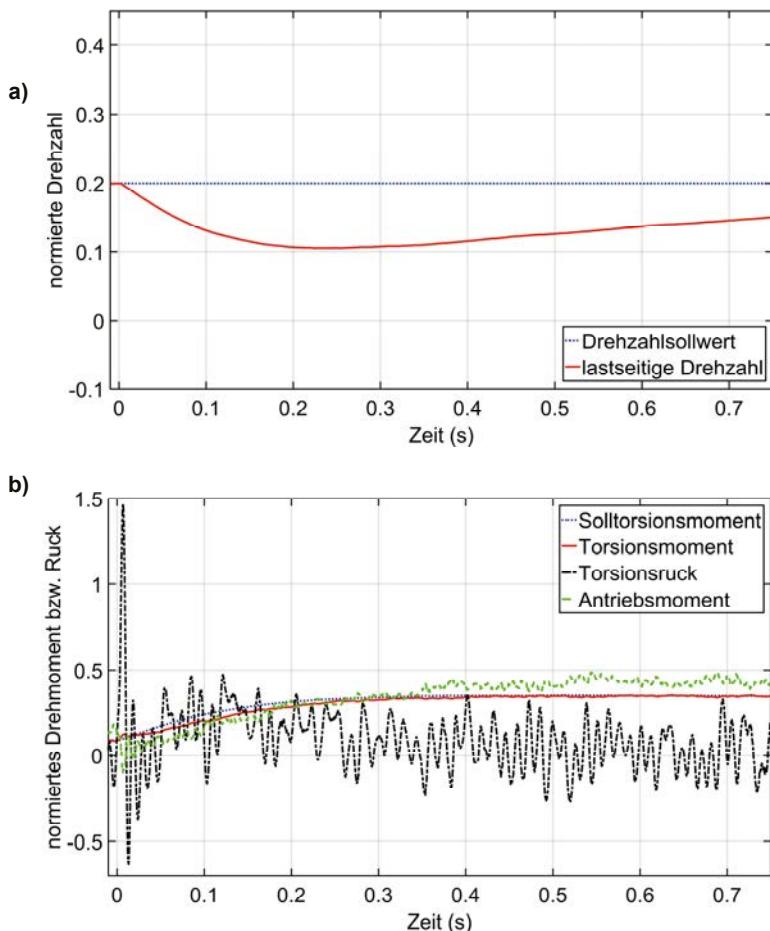


Bild 11.14: Messung – Störsprungantwort
a) der überlagerten Drehzahlregelung
b) der unterlagerten Torsionsmoments Regelung

Die normierte Drehzahl sinkt mit Auftreten der Störung zunächst von 0,2 auf 0,105. Nach 0,25 s beginnt die Drehzahl langsam wieder zu steigen und erreicht den Sollwert nach ca. 3,5 s wieder. Da die Drehzahlregelung hier nicht im Fokus steht, ist in Bild 11.14 a) lediglich der Bereich bis 0,75 s dargestellt.

In Bild 11.14 b) ist zu erkennen, dass mit dem Auftreten der Störung bei $t = 0$ der Torsionsruck einen Impuls vom 1,47-fachen des gewünschten Maximalwertes aufweist, ehe der Regler reagieren kann. Das vom überlagerten Drehzahlregler vorgegebene normierte Solltorsionsmoment steigt vom ungestörten Wert von 0,089 innerhalb von ca. 0,35 s auf den neuen Sollwert von 0,35, um der Störung entgegen zu wirken. Die unterlagerte Torsionsmomentregelung kann diesem Sollwert gut folgen. Das Antriebsmoment geht zunächst etwas zurück, um dem Impuls im Ruck entgegen zu wirken und steigt anschließend wieder an. Der Torsionsruck bleibt bis auf den ersten Impuls innerhalb der gewählten Grenzen.

Die entworfenen Kaskadenregelung für das Torsionsmoment, wie sie in Bild 11.4 bzw. Bild 11.5 dargestellt ist, zeigt also auch in den Messungen am Prüfstand das gewünschte Verhalten. Diese Ergebnisse wurden auch in [47] veröffentlicht. Damit ist sie für eine belastungsreduzierende Regelung geeignet, wenn alle notwendigen Größen, also das Torsionsmoment und dessen erste bzw. zweite Ableitung, messtechnisch erfasst werden können.

12 Regelung mit Beobachter

Voraussetzung für den Einsatz der entworfenen Torsionsmomentkaskadenregelung ist bisher allerdings noch, dass das Torsionsmoment und der -ruck messtechnisch erfasst werden können, bzw. der Ruck erfolgreich durch Differentiation aus dem gemessenen Torsionsmoment bestimmt werden kann. Dies wird in der Praxis jedoch meist nicht gegeben sein. Es ist daher sinnvoll, diese Größen über geeignete Beobachterstrukturen zu ermitteln. Es ergibt sich damit die in Bild 12.1 dargestellte Struktur der Torsionsmoment-Kaskadenregelung in Verbindung mit einem Beobachter zur Schätzung der Regelgrößen.

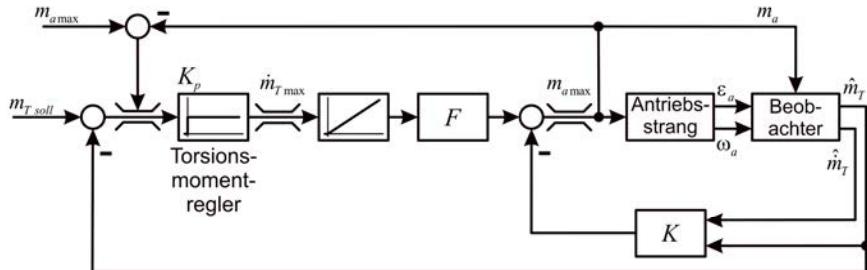


Bild 12.1: Torsionsmoment-Kaskadenregelung mit Beobachter

Grundsätzlich können nicht messbare Zustände eines dynamischen Systems aus den messbaren Zuständen bzw. Linearkombination von Zuständen ermittelt werden. Bei dem für den Reglerentwurf verwendeten System in Bild 10.3 bzw. der differenzierten Variante in Bild 11.2 sind jedoch alle Zustände und Ausgangsgrößen nicht messbar, so dass diese Modellbeschreibungen für einen Beobachterentwurf ungeeignet sind. Es ist daher zweckmäßig, auf die ursprüngliche Beschreibung eines Zweimassen-systems, wie es z. B. in Bild 10.1 dargestellt ist, zurück zu gehen.

Ist das reale System ein Zweimassensystem, bzw. ist bei einem realen Mehrmassensystem die Gesamt torsion zwischen Antriebs- und Lastseite die relevante, zu regelnde Größe, so kann das Torsionsmoment aus der Positionsdifferenz von Antriebs- und Lastseite bestimmt werden. Der Ruck folgt entsprechend aus der Drehzahlendifferenz.

Sind also beide Positionen messbar, so kann m_T direkt berechnet werden. Im Allgemeinen wird eine Positionserfassung an der Lastseite jedoch nicht immer vorhanden sein (s. Abschn. 5.3). Daher wird hier der in Abschn. 5.3.1 vorgestellte reduzierte Beobachter verwendet, um Drehzahl und Lage der Lastseite zu schätzen und daraus das Torsionsmoment und den -ruck zu bestimmen.

Die grundsätzliche Zustandsraumbeschreibung für einen reduzierten Beobachter lautet [22]:

$$\dot{\vec{r}} = (\underline{A}_{22} - \underline{L}\underline{A}_{12})\vec{r} + (\underline{B}_2 - \underline{L}\underline{B}_1)u + ((\underline{A}_{22} - \underline{L}\underline{A}_{12})\underline{L} + \underline{A}_{21} - \underline{L}\underline{A}_{11})\vec{x}_1 \quad (12.1)$$

$$\hat{\vec{x}}_2 = \vec{r} + \underline{L}\vec{x}_1 \quad (12.2)$$

Die Matrizen entsprechen den in Gl. (5.37) bis Gl. (5.44) beschriebenen. Der Faktor für die normierte, lineare Reibung R_L wurde dabei zu 0,2 angenommen. Die Matrix \underline{L} wird wie zuvor durch Polvorgabe bestimmt. Hier wurden alle Pole des Beobachters empirisch zu -250 gewählt.

Weiterhin ist anzumerken, dass die beiden Messgrößen nicht unabhängig voneinander sind. Da die Position durch Integration aus der Drehzahl hervorgeht, bietet die Messung beider Größen prinzipiell keine neuen Informationen. Es ist also grundsätzlich möglich, auch mit der Messung nur einer Größe auszukommen. In diesem Falle ist eine Spalte der 3×2 Matrix \underline{L} eine Nullspalte.

Damit ergibt sich die Rückführmatrix \underline{L} zu

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} 1,2148 & 0 \\ 5,4992 & 0 \\ -101,7467 & 0 \end{bmatrix}. \quad (12.3)$$

In Kombination mit diesem Beobachter musste die Dynamik der Torsionsmomentreglerkaskade und der überlagerten Drehzahlregelung angepasst werden. Dabei wurde bewusst ein geringfügiges Überschwingen der Regelgrößen in Kauf genommen. Folgende Parameter wurden für die Torsionsmomentkaskade, wie sie in Bild 12.1 zu sehen ist, verwendet

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1795 \\ 0,0049 \end{bmatrix}, \quad (12.4)$$

$$F = -1,7382, \quad (12.5)$$

$$k_p = 20. \quad (12.6)$$

Für den Drehzahlregler kamen folgende Parameter zur Anwendung

$$k_p = 1,4, \quad (12.7)$$

$$k_i = 2,8. \quad (12.8)$$

Der maximale Torsionsruck wurde zu 50 Nm/s gewählt.

12.1 Simulationsergebnisse der Regelung mit Beobachter

Mit diesen Parametern wurde die Regelung in Verbindung mit dem Beobachter zusammen mit dem in Abschn. 11.3 beschriebenen Modell des Prüfstandes simuliert. Untersucht wurden sowohl ein Führungsgrößensprung der Drehzahlregelung auf 20% der Nenndrehzahl, als auch ein Störgrößensprung von 2 Nm, also 20% des Nennmoments.

Bild 12.2 a) zeigt die Sprungantwort der überlagerten Drehzahlregelung auf den Führungsgrößensprung, wenn die beobachtete, lastseitige Position als Regelgröße verwendet wird. Wie zu erkennen ist, stimmen die beobachtete und reale Drehzahl sehr gut überein. Die Anregelzeit beträgt ca. 0,3 s. Nach einem Überschwinger auf 0,221 der Nenndrehzahl ist der Sollwert von 0,2 nach ca. 2 s erreicht. Auch hier dient diese überlagerte Drehzahlregelung beispielhaft der Sollwertvorgabe für die unterlagerte Torsionsmomentkaskade. Die entsprechenden Größen dieser Kaskade sind in Bild 12.2 b) abgebildet.

Das beobachtete Torsionsmoment und der -ruck stimmen sehr gut mit den realen Größen überein, so dass die Regelung das gewünschte Verhalten zeigt. Das Soll-torsionsmoment springt auf ca. 0,3 und geht im weiteren Verlauf auf 0,04 zurück. Die unterlagerte Torsionsmomentregelung reagiert darauf mit einem Anstieg des Antriebsmomentes. Der Torsionsruck weist dabei aufgrund der gewählten Regeldynamik einen kurzen Überschwinger über das gewählte Maximum hinaus auf. Nach ca. 0,02 s bleibt m_t , innerhalb des zulässigen Bereiches. Dieses kurze Überschwingen wurde hier bewusst in Kauf genommen und könnte durch Wahl anderer Reglerparameter vermieden werden. Das Torsionsmoment folgt dem Sollwert nach einer Anregelzeit von 0,1 s relativ gut und erreicht nach ca. 1 s den stationären Wert von 0,04. Dieses Drehmoment ist erforderlich, um die an der Lastseite im System vorhandene Reibung zu überwinden und die Drehzahl zu halten. Das Antriebsmoment zeigt ein qualitativ ähnliches Verhalten, hat jedoch einen stationären Endwert von 0,08, da es zusätzlich die an der Antriebsseite auftretende Reibung überwinden muss.

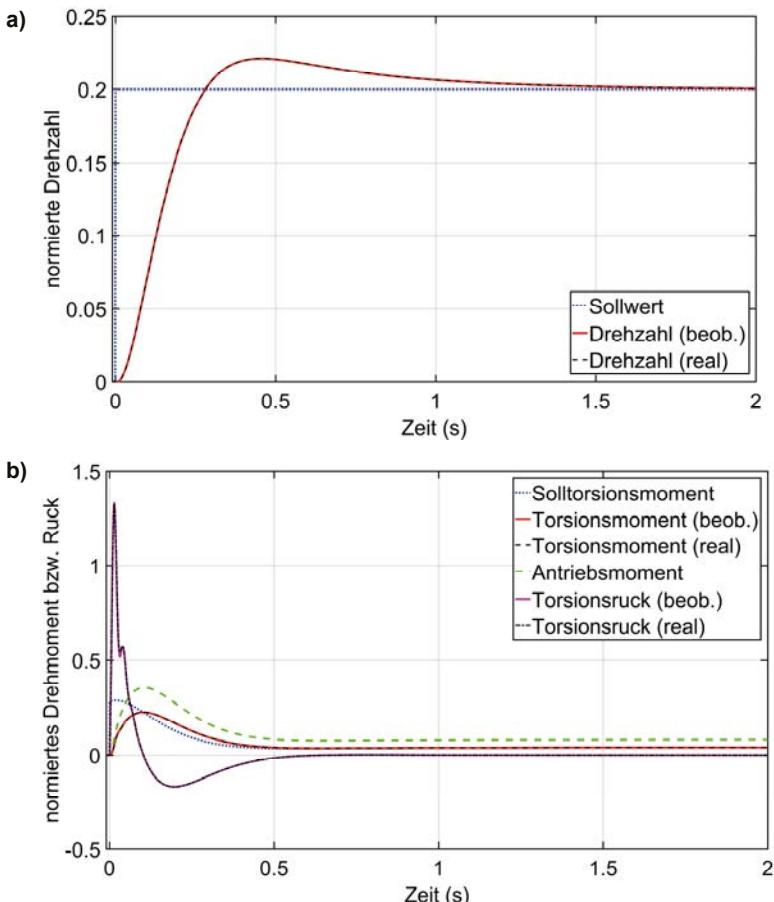


Bild 12.2: Simulation – Führungssprungantwort

- a) der überlagerten Drehzahlregelung
- b) der unterlagerten Torsionmomentkaskade

In diesem Zustand wurde eine Störgröße in Form eines Drehmoments von 5 Nm an der Lastseite aufgeschaltet. Bild 12.3 a) zeigt die Sprungantwort der überlagerten Drehzahlregelung, Bild 12.3 b) die entsprechenden Größen der Torsionmomentkaskadenregelung. Da Details in Bild 12.3 b) nur schwer zu erkennen sind, ist in Bild 12.4 der relevante Bereich vergrößert dargestellt.

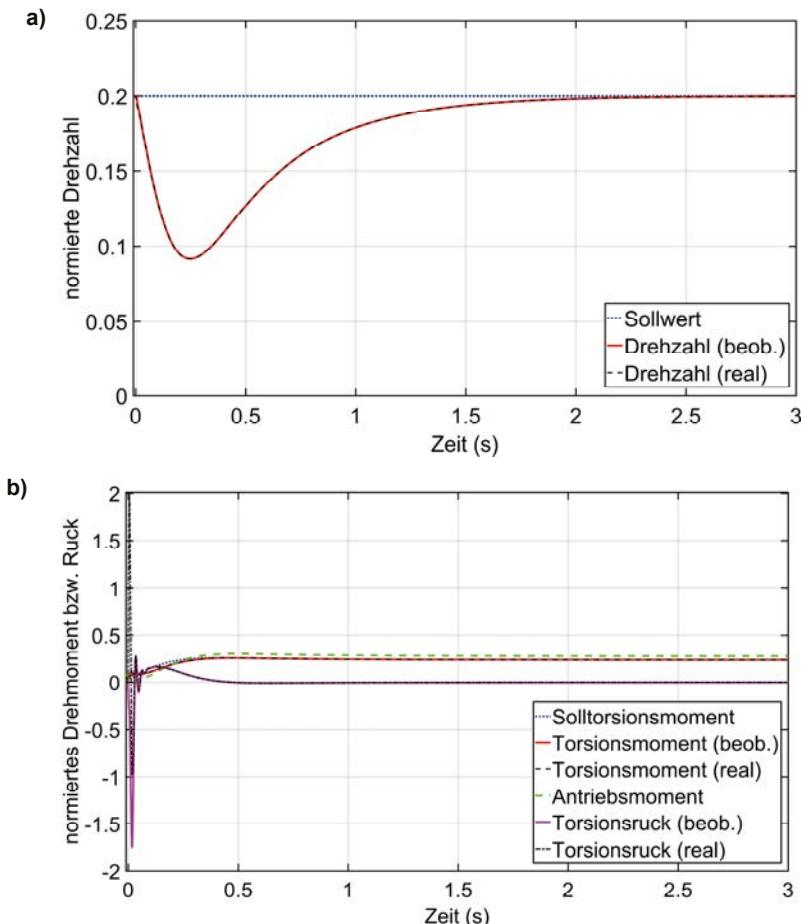
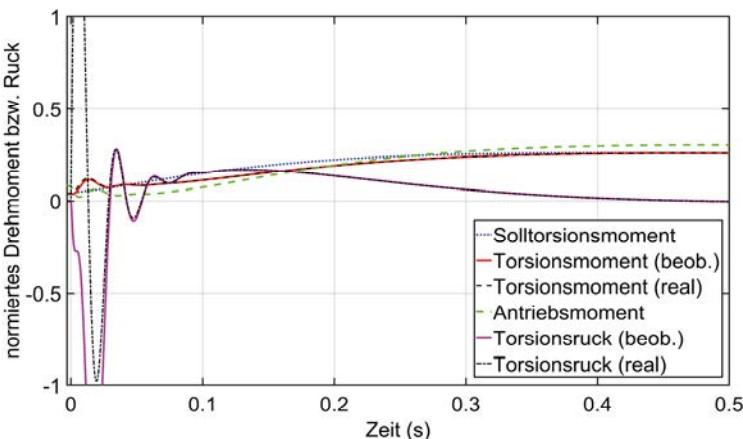


Bild 12.3: Simulation – Störsprungantwort
a) der überlagerten Drehzahlregelung
b) der unterlagerten Torsionmomentkaskade



**Bild 12.4: Simulation – Antworten der unterlagerten Torsionmomentkaskade
Vergrößerte Darstellung**

Auch hier übersteigt der von der Störung verursachte Torsionsruck zuerst die gewünschten Grenzen, ehe die Regelung wirksam werden kann. Weiterhin fällt auf, dass der erste Impuls im geschätzten Torsionsruck dem tatsächlichen entgegengesetzt ist. Dies ist unvermeidlich, da die erste messtechnische Erfassung der Auswirkungen der Störung in einer Abnahme der antriebsseitigen Drehzahl besteht, aus welcher der Beobachter auf eine Abnahme des Torsionsrucks schließen muss. Real wurde die Verringerung der antriebsseitigen Drehzahl dagegen durch eine Zunahme des Torsionsmomentes, also einen positiven Ruck bewirkt. Es ist dem Beobachter daher prinzipiell nicht möglich, aus den vorhandenen Messdaten die initiale Änderung von \dot{m}_T korrekt zu schätzen. Dieses entgegengesetzte Verhalten gilt nur für den ersten Impuls. Nach ca. 0,03 s ist der beobachtete Wert auf den realen Wert von \dot{m}_T eingeschwungen und folgt diesem sehr gut. Bis auf den ersten Impuls gelingt es der Regelung, auch mit Beobachter das abgeleitete Torsionsmoment innerhalb der gewählten Grenzen zu halten. Reales und beobachtetes Torsionsmoment stimmen gut überein. Das Verhalten des Torsionsmomentes entspricht bei der Regelung mit Beobachter dem bei direkter Messung gesehenen. Lediglich die initiale Abweichung in der Schätzung von \dot{m}_T verursacht auch im Torsionsmoment einen zusätzlichen Impuls. Nach ca. 0,3 s hat das Torsionsmoment den von der überlagerten Drehzahlregelung vorgegebenen Sollwert erreicht und folgt diesem sehr gut.

12.2 Versuchsergebnisse am Prüfstand

Nachdem die Regelung in Verbindung mit dem Beobachter in der Simulation gute Ergebnisse gezeigt hat, wurde der Beobachter in C auf dem DSP implementiert. Anschließend wurde die Funktion der Regelung auf Grundlage der durch den Beobachter ermittelten Größen auch messtechnisch am Prüfstand untersucht. Die verwendeten Regler- und Beobachterparameter entsprechen für diese Messungen denen, die für die Simulation genutzt wurden. Wie in der Simulation, wurden auch am Prüfstand ein Führungsgrößensprung der überlagerten Drehzahlregelung auf 20% der Nenndrehzahl als auch ein Störmomentsprung an der Lastseite von 20% des Nennmomentes untersucht.

Die Sprungantwort der Drehzahlregelung auf den Führungsgrößensprung ist in Bild 12.5 a) dargestellt. Bild 12.5 b) zeigt das Verhalten des Sollwertes, des beobachteten und realen Wertes des Torsionsmoments sowie des Antriebsmoments auf den Führungssprung. Das entsprechende Verhalten des Torsionsrucks ist in Bild 12.5 c) abgebildet.

Wie in Bild 12.5 a) zu erkennen ist, stimmen die beobachtete und die gemessene Drehzahl am Prüfstand sowohl für den Führungsgrößen- als auch für den Lastsprung sehr gut überein. Die Drehzahl hat den neuen Sollwert ohne überzuschwingen nach 0,6 s erreicht und bleibt anschließend konstant auf dem Sollwert.

In Bild 12.5 b) springt der von der überlagerten Drehzahlregelung geforderte Torsionsmomentsollwert zunächst auf 0,28, steigt dann in ca. 0,03 s auf 0,29 und fällt anschließend in etwa einer Sekunde auf einen stationären Wert von 0,13 zurück. Beobachtetes und reales Torsionsmoment stimmen gut überein. Nach einer Anregelzeit von 0,1 s mit etwa linearem Anstieg folgt das Torsionsmoment dem Sollwert und erreicht ebenfalls den stationären Endwert von 0,13, der notwendig ist, um die Drehzahl gegen die lastseitige Reibung zu halten. Das dazu notwendige Antriebsmoment zeigt einen qualitativ ähnlichen Verlauf, hat jedoch einen stationären Endwert von 0,145. Es fällt auf, dass insbesondere das reale und beobachtete Torsionsmoment Schwingungen aufweisen. Diese sind zum einen darauf zurückzuführen, dass der Prüfstand ein schwingungsfähiges System darstellt, das mit seiner Eigenfrequenz schwingt, und zum anderen auf mechanische Ungenauigkeiten, wie eine positions- und damit drehzahlabhängige Reibung. Die dadurch verursachten internen Anregungen führen ebenfalls zu Schwingungen des Prüfstands.

Die in Bild 12.5 c) gezeigten Verläufe der beobachteten und realen Ableitung des Torsionsmoments weisen ebenfalls relativ starke Schwingungen auf. Da diese Größe durch differenzieren der Positionsunterschiede ermittelt wird, und auch diese bereits die oben genannten Schwingungen aufweist, war eine Verstärkung dieses Verhaltens zu erwarten.

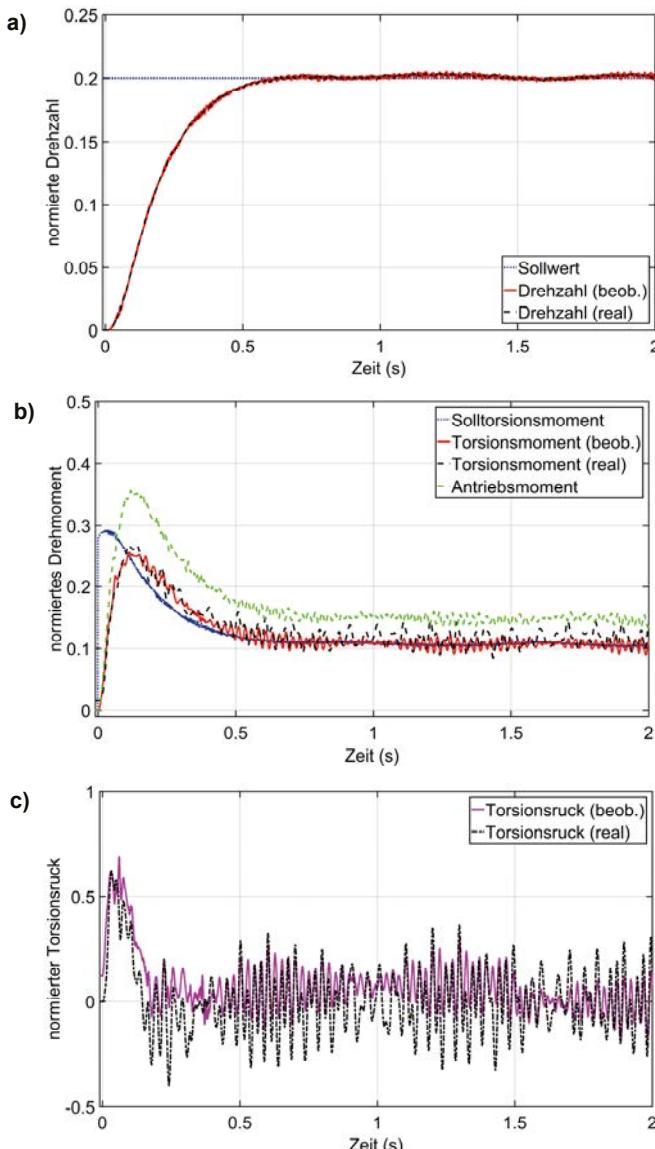


Bild 12.5: Messung – Führungssprungantworten

- Drehzahl (real und beobachtet)
- Drehmomente (real und beobachtet)
- Ableitung des Torsionsmoments (real und beobachtet)

Im Mittel stimmen beobachteter und gemessener Torsionsruck jedoch gut überein und zeigen den erwarteten Verlauf. Zu Beginn steigt \dot{m}_T auf ca. 50% des hier beispielhaft zu 50 Nm gewählten Maximalwertes und verharrt dort bis etwa 0,08 s. Dies entspricht dem linearen Anstieg des Torsionsmoments. Anschließend geht der Ruck zurück und ist bis ca. 0,5 s im Mittel negativ, was mit dem in Bild 12.5 b) zu erkennenden Rückgang von m_T korrespondiert. Im weiteren Verlauf schwankt \dot{m}_T um Null und das Torsionsmoment bleibt etwa konstant.

Insgesamt gelingt es der Torsionsmomentregelung in Verbindung mit dem Beobachter bei einem Führungsgrößensprung die gestellten Anforderungen zu erfüllen und die Belastung innerhalb der gewählten Grenzen zu halten. Dies konnte sowohl in der Simulation als auch experimentell am Prüfstand gezeigt werden.

Nachdem der Führungsgrößensprung ausgeregt war, wurde ein Lastmoment von 2 Nm an der Lastseite aufgeschaltet, um auch das Störverhalten messtechnisch zu überprüfen.

Die entsprechende Sprungantwort der überlagerten Drehzahlregelung ist in Bild 12.6 a) dargestellt. Bild 12.6 b) zeigt wieder die Verläufe des von der Drehzahlregelung geforderten Sollwertes, des beobachteten und realen Torsionsmomentes, und des Antriebsmomentes. Die Ableitung des beobachteten und des realen Torsionsmomentes ist in Bild 12.6 c) zu sehen.

Wie in Bild 12.6 a) zu erkennen ist, geht nach dem Auftreten der Störung die Drehzahl zunächst innerhalb von 0,3 s von den geforderten 20% auf 9% der Nenndrehzahl zurück. Anschließend steigt die Drehzahl wieder an und erreicht nach ca. 2 s den Sollwert. Beobachtete und reale Drehzahl stimmen wiederum sehr gut überein.

Auch das geschätzte und das reale Torsionsmoment in Bild 12.6 b) stimmen relativ gut überein. Es kommt jedoch zu einem geringen Offset. Das beobachtete Torsionsmoment liegt nach dem Ausregeln der Störung um etwa 0,15 Nm, also 1,5% des Nennmoments über dem realen Torsionsmoment. Beide Größen zeigen jedoch qualitativ den gleichen Verlauf.

Unmittelbar nach dem Aufschalten der Störgröße zeigt sich ein Impuls im Torsionsmoment. Die Regelung reagiert darauf, indem sie zunächst das Antriebsmoment zurücknimmt, um die Änderung des Torsionsmomentes zu begrenzen. Die überlagerte Drehzahlregelung fordert im weiteren Verlauf einen höheren Sollwert für das Torsionsmoment, den die unterlagerte Kaskade erfolgreich einstellt, indem sie das Antriebsmoment wieder anhebt. Das beobachtete Torsionsmoment folgt dem Sollwert sehr gut. Beim realen Torsionsmoment kommt es zu dem oben beschriebenen Offset.

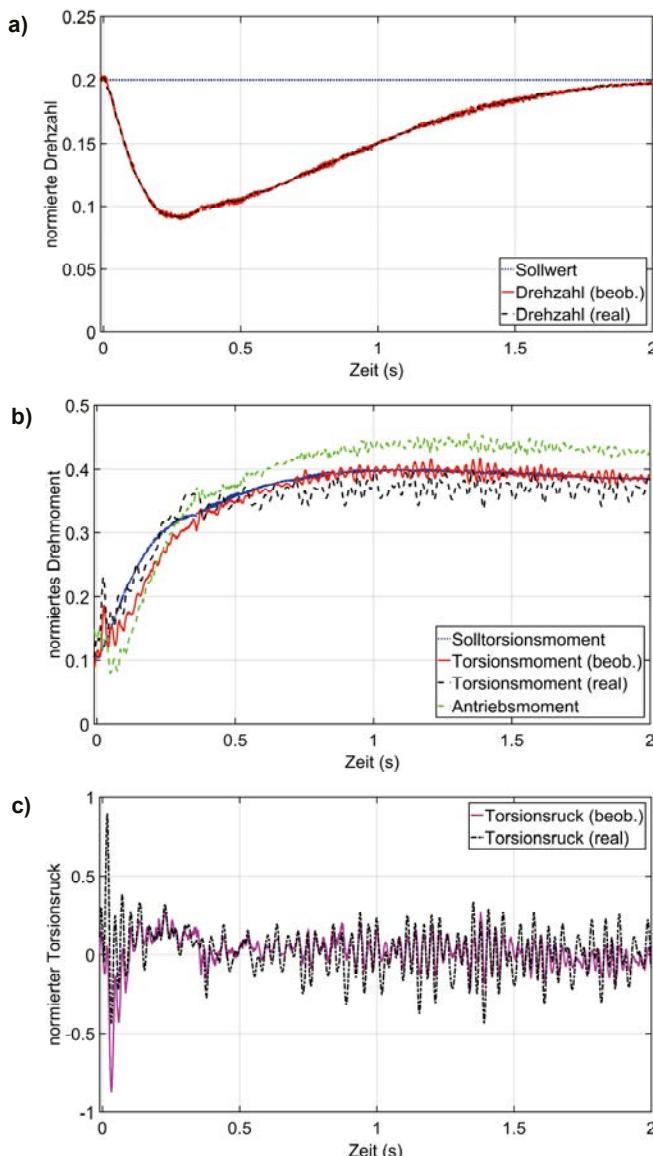


Bild 12.6: Messung – Störsprungantworten

a) Drehzahl (real und beobachtet)

b) Drehmomente (real und beobachtet)

c) Ableitung des Torsionsmoments (real und beobachtet)

In Bild 12.6 c) sind jeweils die Antworten der Ableitung des beobachteten und des realen Torsionsmoments auf den Störgrößensprung zu erkennen. Wieder ist der erste Ausschlag der beobachteten Größe dem der realen Ableitung entgegengesetzt, da sich dies wie in Abschn. 12.1 beschrieben prinzipiell aus den dem Beobachter zur Verfügung stehenden Messgrößen ergibt.

Auch bei dieser Messung zeigt das abgeleitete Torsionsmoment, welches sowohl beobachtet, als auch messtechnisch erfasst wurde, relativ starke Schwingungen, die wie zuvor auf mechanische Ungenauigkeiten im Prüfstand, Messrauschen, und die Tatsache, dass die Größe über eine Differentiation berechnet wird, zurückzuführen sind.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die belastungsreduzierende Regelung in Verbindung mit einem Beobachter auf Basis eines Zweimassensystems sowohl in der Simulation als auch in praktischen Messungen am Prüfstand gute Ergebnisse zeigt, die auch in [48] veröffentlicht wurden.

13 Anwendung der Regelung bei Windenergieanlagen

Aufgrund der bisher erzielten guten Ergebnisse wurde in weiteren Arbeiten untersucht, ob sich die entwickelte Torsionsmoment- und Torsionsruckregelung auch zur Regelung von Windenergiegeneratoren einsetzen lässt, um Überlastungen im Antriebsstrang der Anlagen zu verringern oder im Idealfall ganz zu vermeiden. Wenn dies gelingt, wäre damit ein wichtiger Schritt zur Steigerung der Lebensdauer und damit der Effizienz der Anlagen erreicht.

Für diese Untersuchungen wurde ein noch weiter reduziertes Beobachterkonzept verwendet, dessen Grundidee auf dem in [8] vorgestellten Konzept beruht und für die hier vorgestellte belastungsreduzierende Regelung angepasst wurde. Dieser Beobachter basiert auf einem Einmassensystem und stellt ein interessantes Konzept dar, das in Abschn. 13.2 kurz vorgestellt werden soll.

13.1 Beschreibung des Prüfstands

Der Beobachter wurde zusammen mit der belastungsreduzierenden Regelung auf einem im Rahmen der Dissertation von C. Mehler [49] verwendeten Prüfstand implementiert, der den Antriebsstrang einer Windenergieanlage nachbildet und aus einer Asynchronmaschine mit einer Leistung von 60 kW besteht, die über ein Getriebe mit einem doppelgespeisten Asynchrongenerator mit 22 kW Leistung gekoppelt ist. Die Asynchronmaschine (ASM) wird über einen Frequenzumrichter vom Typ Lenze 9331S F angesteuert. Sie stellt das Antriebsmoment für den Versuchsaufbau zur Verfügung und stellt somit das vom Wind in den Antriebsstrang eingetragene Drehmoment dar. Die ASM ist über ein einstufiges Stirnradgetriebe mit einem Übersetzungsverhältnis von 1:1,9565 an den doppelgespeisten Asynchrongenerator (DASG) angekoppelt. Sowohl an der Antriebs- als auch auf der Abtriebsseite des Getriebes sind Drehmomentmessflansche verbaut. Weiterhin stehen sowohl das Getriebe, als auch der Generator auf Kraftsensoren, um die auf das Fundament übertragenen Kräfte erfassen zu können. Der Rotorkreis des Generators wird über einen am IALB entwickelten, rückspeisefähigen Frequenzumrichter gespeist, der auch für die Netzanbindung des Generators genutzt wird. Bild 13.1 zeigt den Versuchsaufbau. Für eine genauere Beschreibung dieses Prüfstandes wird hier auf [49] verwiesen.

Auf diesem Prüfstand wurde sowohl ein im folgenden Abschnitt beschriebener Beobachter auf Basis eines Einmassensystems als auch die belastungsreduzierende Regelung implementiert. Stellgröße ist dabei die vom Generator abgeforderte elektrische Leistung, also das Drehmoment im Luftspalt. Störgröße ist der von der

ASM dargestellte Wind. Die Implementierung erfolgte auf dem digitalen Signalprozessor im Frequenzumrichter des Generators (s. [49]).

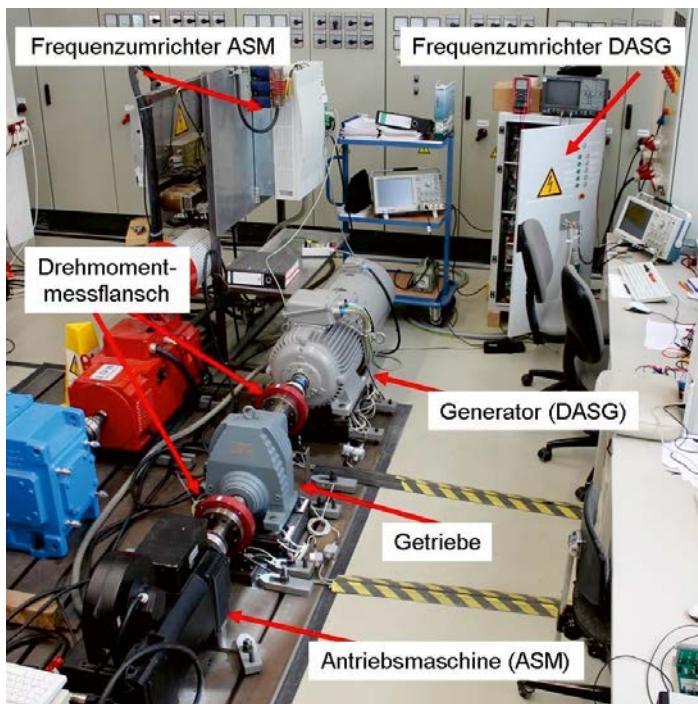


Bild 13.1: Aufbau des Prüfstands aus [49]

13.2 Beobachter für das Torsionsmoment auf Basis eines Einmassensystems

Der in Abschn. 12 vorgestellte Beobachter auf Basis eines Zweimassensystems stellt ein System dritter Ordnung dar, das die lastseitige Position und Drehzahl sowie die von außen eingetragene Störgröße m_w schätzt. Aus diesen Zustandsgrößen werden dann das zur Regelung benötigte Torsionsmoment m_T sowie dessen Ableitung berechnet.

Eine andere Möglichkeit, das Torsionsmoment direkt zu schätzen, geht vom Ansatz eines Einmassensystems aus, wie er in [50] vorgestellt und in [8] verwendet wurde.

Ausgangspunkt ist die Bewegungsgleichung eines Einmassensystems, bei dem das Torsionsmoment als von außen auftretende Störgröße aufgefasst wird:

$$\dot{\omega}_l = \frac{1}{\Theta_l} (m_a - m_T) \quad (13.1)$$

Die Drehzahl ω_l ist messbar, ebenso wie das aufgebrachte Antriebsmoment m_a . Weiterhin wird die Massenträgheit des Antriebs Θ_l als bekannt vorausgesetzt. Prinzipiell könnte das Torsionsmoment also aus den bekannten Größen direkt berechnet werden.

$$m_T = m_a - \Theta_l \dot{\omega}_l \quad (13.2)$$

Dabei ist jedoch die auftretende Differentiation der Drehzahl problematisch.

13.2.1 Herleitung aus einem Drehzahlbeobachter

Eine einfache Möglichkeit zur Schätzung des Torsionsmoments kann aus grundsätzlichen Überlegungen zum Zustandsbeobachter hergeleitet werden. Diese Herangehensweise wurde auch in [8] angewendet.

Grundsätzlich stellt ein Zustandsbeobachter ein parallel zum realen System berechnetes Modell mit den gleichen Eingangsgrößen dar. Zur Korrektur eventuell auftretender Anfangsfehler wird die Differenz der messbaren Zustände und ihrer entsprechenden Schätzwerte über entsprechende Korrekturfaktoren in das Modell zurückgeführt, um so auch die Schätzwerte für die nicht messbaren Zustände zu verbessern [30].

Im vorliegenden Fall ist das System ein Einmassensystem, also ein System erster Ordnung mit der Drehzahl als einzigm Zustand und damit der denkbar einfachste Fall eines dynamischen Systems. Wird für dieses System ein einfacher Luenberger-Beobachter für seinen einzigen Zustand, also die Drehzahl entworfen, so hat dieser die in Bild 13.2 dargestellte Form.

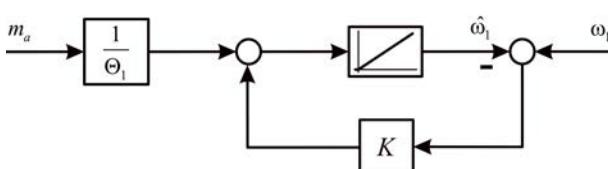


Bild 13.2: Drehzahlbeobachter für das Einmassensystem

Die Schätzung der Drehzahl erscheint zunächst nicht sinnvoll, da diese messbar ist, jedoch kann darüber ein Schätzwert für das Torsionsmoment ermittelt werden.

Angenommen im realen System würde ein konstantes Torsionsmoment ungleich Null auftreten, so wird dort nur noch der Anteil $m_a - m_T$ beschleunigend wirken. Da das Parallelsystem des Beobachters das Torsionsmoment jedoch nicht berücksichtigt, kommt es zu einem Schätzfehler $\omega_l - \hat{\omega}_l$, der über einen Korrekturfaktor K ins Modell zurückgeführt wird. Erreicht der Beobachter einen stabilen, eingeschwungenen

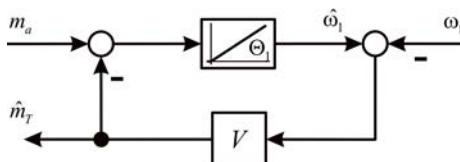
Zustand, so muss dieser Korrekturwert gerade der durch das Torsionsmoment verursachten Störbeschleunigung entsprechen. Die Multiplikation dieses Rückführwertes mit dem Trägheitsmoment des Antriebs Θ_1 ergibt also einen Schätzwert für das Torsionsmoment \hat{m}_T .

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\omega}}_1 &= m_a \frac{1}{\Theta_1} + K(\omega_1 - \hat{\omega}_1) \\ \hat{m}_T &= \Theta_1 K (\omega_1 - \hat{\omega}_1)\end{aligned}\quad (13.3)$$

Umformen dieser Gleichungen führt auf:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\omega}}_1 &= \frac{1}{\Theta_1} (m_a - \hat{m}_T) \\ \hat{m}_T &= \underbrace{-\Theta_1 K (\hat{\omega}_1 - \omega_1)}_V\end{aligned}\quad (13.4)$$

Diese Struktur ist in Bild 13.3 dargestellt.



**Bild 13.3: Torsionsmomentbeobachter auf Basis eines Einmassensystems
(vergl. [8])**

Diese Struktur stellt eine einfache, aber sehr wirkungsvolle Möglichkeit dar, das Torsionsmoment zu schätzen. Die mit diesem Beobachter erzielten Ergebnisse sind in Abschnitt 13.3 dargestellt.

13.2.2 Herleitung als reduzierter Störgrößenbeobachter

Eine weitere Möglichkeit diese Struktur herzuleiten, basiert auf einem reduzierten Störgrößenbeobachterentwurf für das Einmassensystem. Der Vollständigkeit halber soll auch diese Herleitung hier kurz dargestellt werden.

Wird Gl. (13.1) als Zustandsgleichung eines Einmassensystems mit Störgrößeneinfluss aufgefasst und in die übliche Darstellung überführt, so ergibt sich:

$$\underbrace{\dot{\hat{\omega}}_1}_{\dot{x}} = \underbrace{0}_{A} \quad \underbrace{\omega_1}_{x} + \underbrace{\frac{1}{\Theta_1}}_{B} \underbrace{m_a}_{u} + \underbrace{\frac{-1}{\Theta_1}}_{E} \underbrace{m_T}_{z} \quad (13.5)$$

Dieses System wird unter der Annahme einer abschnittsweise konstanten Störgröße, also $m_T = 0$, um das Torsionsmoment als zusätzlichen Zustand erweitert.

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_l \\ \dot{m}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \Theta_l & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_l \\ m_T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \Theta_l \\ 0 \end{pmatrix} m_a \quad (13.6)$$

Für dieses erweiterte System wird, wie bereits in Abschn. 5.3.1 beschrieben, ein reduzierter Beobachter entworfen. Entsprechend Gl. (5.36), Gl. (5.45) und Gl. (5.46) ergibt sich mit der der Definition des Zustandsvektors des Beobachtersystems $\vec{r} = \hat{m}_T - \underline{L} \omega_l$

$$\dot{r} = \frac{L}{\Theta_l} r - \frac{L}{\Theta_l} m_a + \frac{L^2}{\Theta_l} \omega_l , \quad (13.7)$$

$$\hat{m}_T = r + L \omega_l . \quad (13.8)$$

Dies kann umgeformt werden zu:

$$-\frac{\dot{r}}{L} = \frac{1}{\Theta_l} (m_a - \hat{m}_T) \quad (13.9)$$

$$m_T = \underbrace{-\frac{L}{V}}_{\hat{\omega}_l} \left(-\frac{r}{L} - \omega_l \right) \quad (13.10)$$

Dies entspricht der Struktur in Bild 13.3. Der dort abgebildete Beobachter entspricht damit einem reduzierten Störgrößenbeobachter für ein Einmassensystem.

13.3 Experimentelle Ergebnisse

Zunächst wurde die Funktion des Beobachters verifiziert. Dazu wurde über die Antriebsmaschine eine Drehzahländerung mit definierter Beschleunigung vorgegeben und das geschätzte Torsionsmoment mit dem am Messflansch zwischen Getriebe und Generator erfassten Drehmoment verglichen. Bild 13.4 a) bis c) zeigen beispielhaft eine solche Messung mit einer Drehzahländerung von ca. 10% auf 29% der Generatorenndrehzahl von 1460 U/min. Dabei ist das Drehmoment auf das Nennmoment des Generators von 144 Nm und die Ableitung des Drehmomentes auf einen frei gewählten Wert von 500 Nm/s normiert. Der tatsächliche Torsionsruck wurde durch Differentiation des vom Messflansch aufgenommenen Signals und anschließende Tiefpassfilterung ermittelt.

Wie zu erkennen ist, weichen sowohl das beobachtete Torsionsmoment, als auch dessen Ableitung nicht wesentlich von den realen Größen ab und können somit für die belastungsreduzierende Regelung verwendet werden.

Wie zuvor wurde eine von der Antriebsmaschine, also der Störgröße verursachte Änderung der Störgröße vorgegeben. Bild 13.4 a) bis c) können damit als Vergleich für das Verhalten des Systems ohne belastungsreduzierende Regelung dienen.

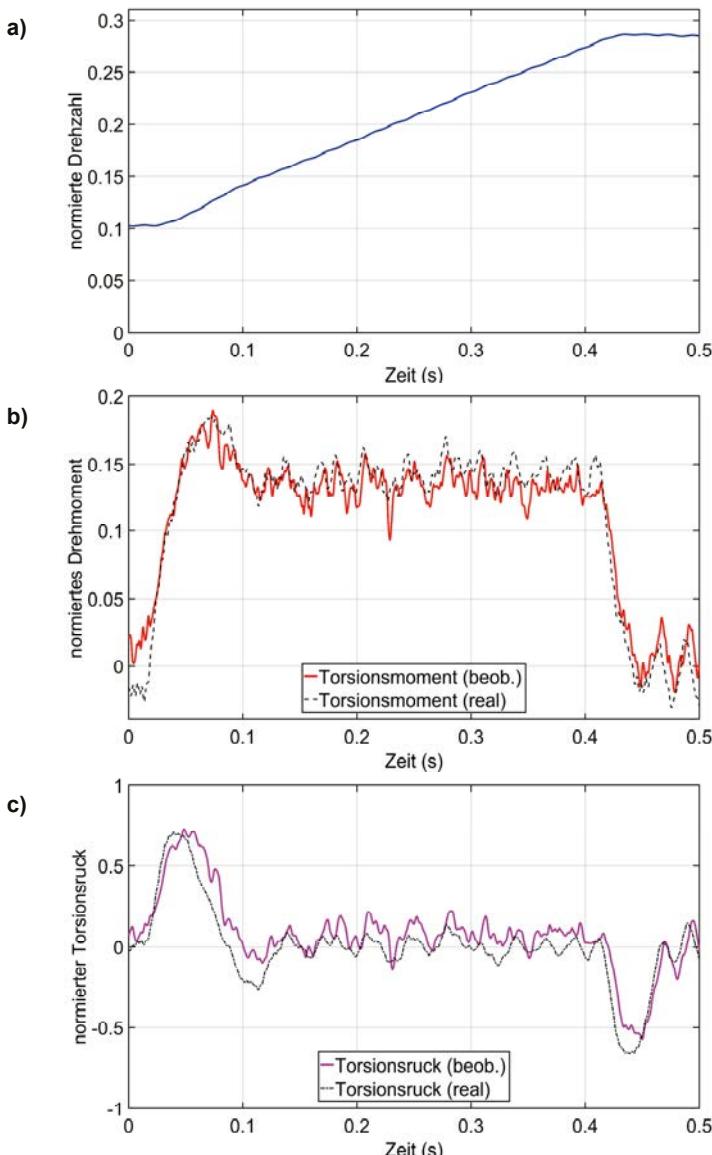


Bild 13.4: Messung zur Verifikation des Beobachters

- Drehzahländerung
- Torsionsmoment (real und beobachtet)
- Ableitung des Torsionsmoments (real und beobachtet)

Für den Test der Regelung wurde als Sollwert für das Torsionsmoment auf der Generatorwelle konstant Null vorgegeben, während die Drehzahl sich durch den Einfluss der Störgröße ändert. Bild 13.5 a) bis c) zeigen die entsprechenden Messergebnisse mit der belastungsminimierenden Regelung.

Wie zuvor wird über die Antriebsmaschine ein Drehmoment eingebracht, welches eine Drehzahländerung bewirkt. Aufgabe der unterlagerten Torsionsmomentregelung ist es in diesem Fall, das vom Beobachter geschätzte Torsionsmoment zu Null zu regeln. Als Stellgröße steht das vom Generator erzeugte Drehmoment zur Verfügung. Hier ist anzumerken, dass in diesem speziellen Fall der Generator auch motorisch wirken muss, um den vorgegebenen Sollwert halten zu können.

Bild 13.5 a) zeigt den Anstieg der Drehzahl unter dem Einfluss der Störgröße. Wie im ungeregelten Fall, steigt die Drehzahl in 0,44 s von ca. 10% auf 29% der Nenndrehzahl. Der entsprechende Verlauf des geregelten Torsionsmomentes ist in Bild 13.5 b) dargestellt. Wie zu erwarten war, weicht m_T zunächst vom Sollwert ab, ehe es der Regelung gelingt, den Sollwert wieder einzustellen. Dieses Verhalten ist, wie oben gesagt, dadurch begründet, dass die Störung erst den gesamten Antriebsstrang durchlaufen muss, ehe sie durch die generatorseitige Drehzahlmessung erfasst wird. Erst danach kann die Regelung eingreifen. Entsprechend steigt das Torsionsmoment auf 15% des Nenndrehmoments an, ehe es 0,11 s nach Auftreten der Störung wieder auf Null zurückgegangen ist. Ab 0,43 s wird m_T negativ, da sich die Drehzahl nun nicht mehr wesentlich ändert und das von der Antriebsmaschine aufgebrachte Störmoment somit zurückgeht.

Der sich ergebende Ruck ist in Bild 13.5 c) zu sehen. Dieser hat jedoch hier keinen Einfluss auf das Verhalten der Regelung, da der Maximalwert so groß gewählt wurde, dass die Ruckbegrenzung nicht zum Tragen kommt.

Die in diesem Anschnitt dargestellten Ergebnisse sind auch in [51] veröffentlicht worden.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die vorgeschlagene belastungsreduzierende Regelung in Verbindung mit einem Torsionsmomentbeobachter auf Basis eines Einmassensystems grundsätzlich auch für Antriebsstränge von Windenergieanlagen geeignet ist. Sie kann also dort zur Verringerung der mechanischen Lasten und Erhöhung der Lebensdauer der Anlagen eingesetzt werden.

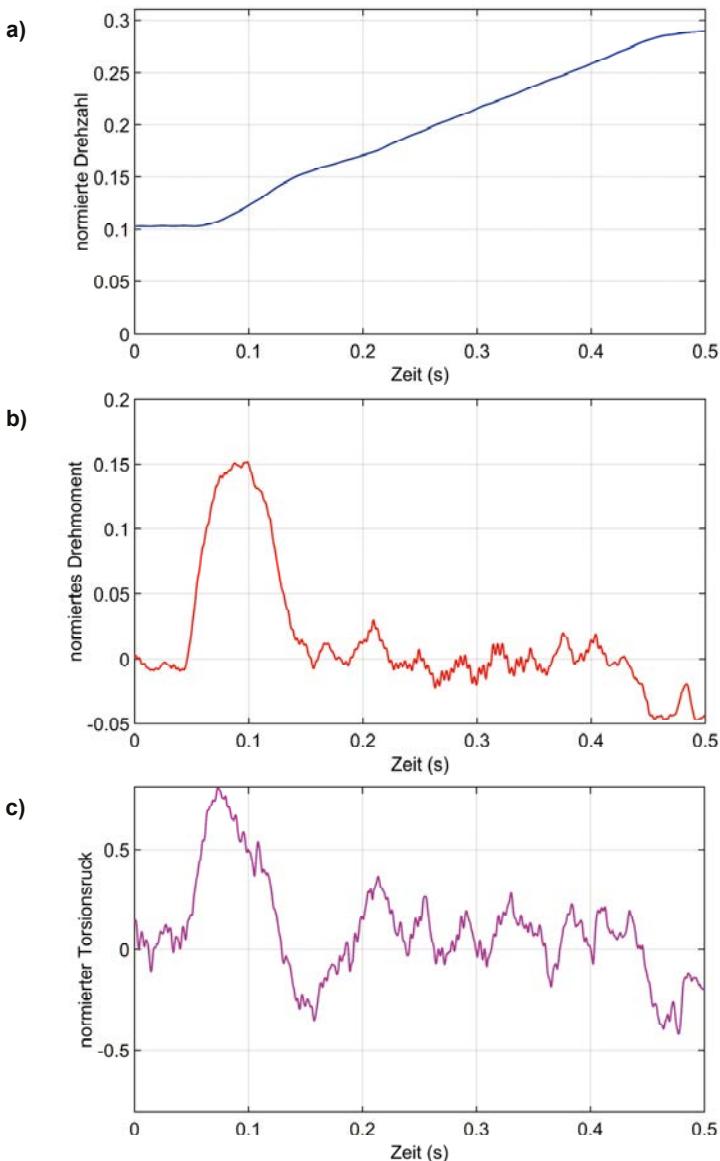


Bild 13.5: Messung mit mT-Regelung

- Drehzahländerung
- Torsionsmoment (beobachtet)
- Ableitung des Torsionsmoments (beobachtet)

14 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, eine robuste Regelung niedriger Ordnung für elastisch gekoppelte Mehrmassensysteme zu entwickeln. Dazu wurde der Reglerentwurf auf Basis eines reduzierten Ersatzsystems durchgeführt. Verschiedene Methoden, ein reduziertes Zweimassenersatzmodell zu entwerfen, wurden untersucht und in Bezug auf Regler- und Beobachterentwurf bewertet. Die Ergebnisse der Untersuchungen zur robusten Regelung wurden schon in Abschn. 9 beschrieben. Daher sollen hier nur die wesentlichen Punkte dargestellt werden.

Die in [2] entwickelten Einstellstrategien für die Gewichtungsfunktionen W_1 , W_2 und W_3 für den Mixed-Sensitivity Ansatz beim Entwurf robuster, H_∞ -optimaler Regler erwiesen sich auch hier als zweckmäßig. Die durch die Verwendung eines vereinfachten Ersatzmodells gemachten Vernachlässigungen können als Modellunsicherheiten aufgefasst werden. Eine sinnvolle Möglichkeit für die Wahl der Gewichtungsfunktionen sind Hoch- bzw. Tiefpassfunktionen niedriger Ordnung.

Für den Fall nicht messbarer Größen an der Lastseite wurden Beobachterstrukturen niedriger Ordnung ebenfalls auf Basis der reduzierten Ersatzsysteme entworfen und in Kombination mit der robusten Regelung untersucht.

Die Untersuchungen zeigten, dass die Haftreibung einen wesentlichen Einfluss auf die Regelgüte hat. Daher wurden verschiedene, möglichst einfache Methoden zur Kompensation der nichtlinearen Reibung untersucht. Der Einsatz eines Beschleunigungssensors an der Lastseite konnte dabei jedoch nicht die erhoffte Verbesserung der Reibungskompensation bewirken.

Um die weit verbreitete und von den Anwendern gut verstandene Struktur der PI-Kaskadenregelung auch für eine robuste Regelung zu nutzen, wurde zudem der Ansatz verfolgt, die Struktur von vornherein festzulegen und lediglich die Reglerparameter im Sinne der H_∞ -Norm zu optimieren. Die Beschränkung auf diese feste Struktur führte jedoch zu starken Einschränkungen bezüglich der stationären Genauigkeit der Regelung. Der strukturoffene Entwurf mit Hilfe der γ -Iteration (s. Abschn. 3.6) führt dagegen auf Regler, die auch Störgrößen stationär genau ausregeln können.

Im weiteren Verlauf der Arbeit wurde eine belastungsreduzierende Regelung für elastisch gekoppelte Mehrmassensysteme entwickelt. Der Reglerentwurf erfolgt dabei auf Basis eines Zweimassensystems. Die Regelgrößen sind das Torsionsmoment bzw. dessen Ableitung, also der Torsionsruck. Die hier vorgeschlagene Reglerstruktur besteht aus einer inneren Zustandsrückführung mit Integralanteil zur Regelung bzw. Begrenzung des Torsionsrucks mit einem überlagerten Regler für das Torsionsmoment selbst.

Diese Reglerstruktur kann auch als Kaskade aus klassischen PID-Reglern aufgefasst werden. Es ergibt sich dabei eine Kombination aus einem Verzögerungsglied erster Ordnung als Vorfilter, einem Integralregler und einem nachgeschalteten PD-Regler. Ein wesentlicher Vorteil dieser Darstellung ist es, dass dadurch auf das häufig bei den Anwendern vorhandene Erfahrungswissen über PID-Regler zurückgegriffen werden kann, ohne dass spezielle Kenntnisse im Bereich der Zustandsregelung notwendig sind. Dadurch wird dem Praktiker die Auslegung und Anwendung der Torsionsmomentregelung wesentlich erleichtert.

Weiterhin wurde eine adaptive Begrenzung des Torsionsmomentes entwickelt, die eine Regelung mit hoher Dynamik erlaubt, ohne das mechanische System zu überlasten. Die Regelungsstruktur wurde sowohl simulatorisch als auch in Messungen an einem Zweimassenprüfstand untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass sich mit einer solchen Regelung die Torsionsbelastungen in Antriebssträngen durchaus beschränken lassen. Ein direkter Einsatz dieser Regelungsstruktur setzt allerdings voraus, dass das Torsionsmoment und dessen Ableitung im System messtechnisch erfasst werden können. Dies wird in den meisten Fällen jedoch nicht möglich sein. Daher wurden Beobachterstrukturen für die nicht messbaren Größen entworfen und in Verbindung mit der belastungsreduzierenden Regelung untersucht.

Zum einen wurde ein Beobachter auf Basis eines Zweimassenmodells entworfen. Dieses Modell berücksichtigt, im Gegensatz zu dem für den Reglerentwurf verwendeten, auch lineare Reibung und die von außen angreifende Störgröße m_w . Für dieses erweiterte Modell wurde ein reduzierter Störbeobachter entworfen und in Verbindung mit der belastungsreduzierenden Regelung untersucht. Sowohl in Simulationen als auch am Prüfstand konnten damit im Falle eines Führungsgrößensprungs das Torsionsmoment und dessen Ableitung erfolgreich geregelt bzw. begrenzt werden. Im Falle eines Störgrößensprunges kann dagegen der erste Impuls der Belastung prinzipiell nicht von der Regelung abgefangen werden, da dieser erst nach Durchlaufen des Antriebsstrangs messtechnisch erfasst werden kann.

Zum anderen wurde ein einfacher, aber wirkungsvoller Torsionsmomentbeobachter auf Basis eines Einmassensystems entworfen, der ebenfalls als reduzierter Störgrößenbeobachter aufgefasst werden kann. Diese Variante wurde zusammen mit der belastungsreduzierenden Regelung auf einem Windenergieanlagen-Prüfstand implementiert.

Die Messergebnisse der damit durchgeföhrten Versuche zeigen, dass der Beobachter das an der Generatorwelle auftretende Torsionsmoment ebenso wie dessen Ableitung für diesen Anwendungsfall erfolgreich ermitteln kann. Auf Basis dieser Schätzwerte gelingt es der Regelung, das Torsionsmoment auch unter dem Einfluss von Störgrößen auf einen vorgegebenen Wert einzustellen. Die Regelung ist somit auch in Verbindung mit diesem sehr einfachen Beobachter geeignet das Torsionsmoment in

Antriebssträngen zu regeln bzw. zu begrenzen und dadurch die Lebensdauer dieser Systeme zu verlängern.

Es erscheint daher sinnvoll, in zukünftigen Arbeiten den Einsatz sowohl der robusten als auch der belastungsreduzierenden Regelung auf realen Systemen zu untersuchen.

Eine weitere wesentliche Herausforderung besteht darin, auftretende Störgrößen hinreichend frühzeitig zu erfassen. Die in dieser Arbeit vorgestellten Beobachterkonzepte für das Torsionsmoment basieren alle auf einer messtechnischen Erfassung von Größen am Ende des Antriebsstranges, also z. B. dem Generator einer Windenergieanlage. Dies hat jedoch den grundsätzlichen Nachteil, dass eine durch eine Windboje eingetragene Störung erst erfasst werden kann, nachdem sie den Antriebsstrang komplett durchlaufen hat. Somit ist eine belastungsreduzierende Regelung, die sich auf die bisher vorgestellten Beobachterstrukturen stützt, nicht in der Lage, den ersten Impuls einer auftretenden Störung zu minimieren. Als ein weiterer Schwerpunkt zukünftiger Arbeiten bietet sich daher die Entwicklung neuer Beobachterstrukturen an. Diese sollen es ermöglichen, aus Messungen möglichst weit am Anfang der Wirkungskette, z. B. am Rotor einer Windenergieanlage, auf die zu erwartenden Belastungen zu schließen, noch ehe diese tatsächlich im Antriebsstrang auftreten. Durch diesen Vorhalt wird es der Regelung ermöglicht, auch die hochdynamischen Anfangsimpulse auftretender Störungen zu beeinflussen. Dadurch kann eine weitere Belastungsreduktion und somit Verlängerung der Lebensdauer der Anlage erreicht werden. Zudem besteht grundsätzlich die Möglichkeit, die von den jeweiligen Beobachterstrukturen ermittelten Werte für weitere Regelungen bzw. Überwachungen (z. B. Condition Monitoring) zu nutzen.

Da in allen in dieser Arbeit untersuchten Fällen die nichtlineare Reibung einen wesentlichen Einfluss hatte, bietet sich die Erforschung weiterer, nichtlinearer Regler- bzw. Beobachterstrukturen hinsichtlich ihrer Eignung zur robusten bzw. belastungsminimierenden Regelung von Mehrmassensystemen mit wesentlichen, nichtlinearen Anteilen wie Reibung und Lose an.

Weiterhin bietet die Frage, inwieweit eine robuste Regelung ausreichend Dynamik für eine Belastungsreduktion aufweist, bzw. wie stark die realen Parameter eines Mehrmassensystems mit belastungsreduzierender Regelung vom Entwurfsmodell abweichen dürfen, Raum für weitere Forschungen.

15 Literaturverzeichnis

- [1] LEONHARD, WERNER: *Regelung elektrischer Antriebe*. 2. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, Barcelona, Budapest : Springer, 2000 — ISBN 0-540-67179-X
- [2] PETER, KARSTEN: *Robuste Regelung eines Zweimassensystems*, Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8 – Meß-, Steuerungs- und Regelungstechnik. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2006. — Dissertation, Universität Bremen — ISBN 978-3-18-512108-1
- [3] ZHOU, KEMIN ; DOYLE, JOHN C. ; GLOVER, KEITH: *Robust and optimal Control*. Upper Saddle River (New Jersey) : Prentice-Hall, 1996 — ISBN 0-13-456567-3
- [4] GEIL, GÜNTHER: Drehzahlgeregelter Antrieb und Verfahren zur Schwingungsdämpfung desselben; Deutsches Patent- und Markenamt; Offenlegungsschrift; DE100 11 602 A1; München, 25.01.2001.
- [5] BRANDENBURG, GÜNTHER: Einfluß und Kompensation von Lose und couolombscher Reibung bei einem drehzahl- und lagegeregelten, elastischen Zweimassensystem. In: *at Automatisierungstechnik* Bd. 37 (1989), Nr. 1, 3, S. 23–31, 111–119
- [6] PETER, KARSTEN ; SCHÖLING, INGO ; ORLIK, BERND: Robust State-Feedback H_{∞} -Control of a nonlinear two-mass System. In: *Conference Record Of The 2001 IEEE Industry Applications Conference 36th IAS Annual Meeting*. Bd. 1. Chicago, 2001, S. 569–575
- [7] FAßNACHT, JOCHEN: *Schwingungsbedämpfung in Servosystemen mit der direkten Drehmomentmittelwertbildung*. Darmstadt, TU Darmstadt, Dissertation, 2002
- [8] SCHÖLING, INGO: *Regelung eines elastisch gekoppelten Zweimassensystems mit Lose und Reibung mit Hilfe der Methode der exakten Linearisierung*, Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8 – Meß-, Steuerungs- und Regelungstechnik. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2003. — Dissertation, Universität Bremen — ISBN 3-18-501208-9
- [9] ORLIK, BERND ; JOOST, MATTHIAS: *H_{∞} -Regler minimaler Ordnung für elastisch gekoppelte Mehrmassensysteme unter Berücksichtigung von Lose und Hafreibung* (DFG Abdschlußbericht Nr. Or 81/12-1b). Bremen : Universität Bremen, IALB, 2008
- [10] JOOST, MATTHIAS: *Robuster H_{∞} -Reglerentwurf für ein Mehrmassensystem auf Basis eines reduzierten Ersatzmodells*. Bremen, IALB, Universität Bremen, Diplomarbeit, 2005

- [11] SKOGESTAD, SIGURD ; POSTLETHWAITE, IAN: *Multivariable Feedback Control*. Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore : John Wiley & Sons, 1996 — ISBN 0-471-94330-4
- [12] SCHNEIDER, WOLFGANG: *Praktische Regelungstechnik*. 3. Aufl. Wiesbaden : Vieweg+Teubner, 2008 — ISBN 978-3-528-24662-4
- [13] PETER, KARSTEN ; VINOGRADSKI, MARAT ; TENHAGEN, ANDRE ; JOOST, MATTHIAS ; ORLIK, BERND: Robust H_{∞} -Optimal P/PI Cascade Control for a Two-mass System. In: *Proceedings of the International Exhibition & Conference for Power Electronics Intelligent Motion Power Quality, PCIM Europe 2006*. Nürnberg, 2006 — ISBN 3-928643-43-6
- [14] ORLIK, BERND ; JOOST, MATTHIAS: *Beanspruchungsgerechte Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme* (Abschlußbericht Nr. Or 81/14-1). Bremen : Universität Bremen, IALB, 2012
- [15] GERTHSEN, CHRISTIAN ; MESCHDE, D. (Hrsg.): *Gertsen Physik, Springer-Lehrbuch*. 24. Aufl. Berlin : Springer, 2010 — ISBN 978-3-642-12893-6
- [16] GROTE, K.-H. ; FELDHUSEN, J. (Hrsg.): *Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau*. 23. Aufl. Berlin : Springer, 2011 — ISBN 3-642-17305-5
- [17] GROSS, DIETMAR ; HAUGER, WERNER ; SCHRÖDER, JÖRG ; WALL, WOLFGANG A.: *Technische Mechanik 1, Springer-Lehrbuch*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2013 — ISBN 978-3-642-36267-5
- [18] HÜTTE, A. V. ; CZICHOS, H. ; HENNECKE, M. (Hrsg.): *HÜTTE - Das Ingenieurwissen*. 34. Aufl. Berlin : Springer, 2012 — ISBN 978-3-642-22849-0
- [19] DE WIT, C. CANUDAS ; NOËL, P. ; AUBIN, A. ; BROGLIATO, B.: Adaptive Friction Compensation in Robot Manipulators: Low Velocities. In: *The International Journal of Robotics Research* Bd. 10 (1991), Nr. 3, S. 189–199
- [20] ISERMANN, ROLF: *Mechatronische Systeme*. 2. Aufl. Berlin : Springer, 2008 — ISBN 978-3-540-32336-5
- [21] LUDYK, GÜNTER: *Theoretische Regelungstechnik*. Bd. 2. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, Barcelona, Budapest : Springer, 1995 — ISBN 0-540-58675-X
- [22] FÖLLINGER, OTTO: *Regelungstechnik*. 8. Aufl. Heidelberg : Hüthig, 1994 — ISBN 3-7785-2336-8
- [23] MÜLLER, KAI: *Entwurf robuster Regelungen*. Stuttgart : B. G. Teubner, 1996 — ISBN 3-519-06173-2
- [24] DOYLE, JOHN C. ; GLOVER, KEITH ; KHARGONEKAR, PRAMOD ; FRANCIS, BRUCE A.: State-Space Solutions to standard H_2 and H_{∞} Control Problems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* Bd. 34 (1989), Nr. 8, S. 831–846

- [25] RAISCH, JÖRG: *Mehrgrößenregelung im Frequenzbereich*: Oldenbourg, 1994 — ISBN 3-486-21796-8
- [26] LUNZE, JAN: *Regelungstechnik*. Bd. 1. 4. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, Barcelona, Budapest : Springer, 2004
- [27] BRONSTEIN, ILJA N. ; SEMENDJAJEW, KONSTANTIN A. ; OTHERS: *Taschenbuch der Mathematik*. 5. Aufl. Thun, Frankfurt a. M. : Harri Deutsch, 2000 — ISBN 3-8171-2005-2
- [28] DRESIG, HANS ; FIDLIN, ALEXANDER: *Schwingungen mechanischer Antriebssysteme*. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg : Springer Vieweg, 2014 — ISBN 978-3-642-24116-1
- [29] BRANDENBURG, GÜNTHER ; SCHÄFER, U.: Cascade-State Control of an elastic Three Mass System for Cold Rolling Mill Main Drives. In: *Preprints of the 3rd IFAC International Workshop on Motion Control - MC 98*. Grenoble, 1998, S. 159–172
- [30] LUENBERGER, DAVID G.: Observing the State of a Linear System. In: *IEEE Transactions on Military Electronics* Bd. 8 (1964), Nr. 2, S. 74–80
- [31] LUNZE, JAN.: *Regelungstechnik 2*. Bd. 2. 5. Aufl. Berlin; Heidelberg; New York : Springer, 2008 — ISBN 978-3-540-78462-3
- [32] KONIGORSKI, ULRICH: *Entwurf von Zustandsregelungen*, 2004. — Published: Universität Clausthal
- [33] KABUS, KARLHEINZ: *Mechanik und Festigkeitslehre*. München : Carl Hanser, 2003
- [34] PETER, KARSTEN ; ORLIK, BERND: Position Control for a Two-Mass System with High Static Friction. In: *EPE2003*. Toulouse, 2003
- [35] JOOST, MATTHIAS ; ORLIK, BERND: Friction compensation for a robust H_{∞} -optimal position control of low order for a multi-mass system. In: *Proceedings of the 12th European Conference on Power Electronics and Applications*. Aalborg, 2007 — ISBN 978-90-75815-10-8
- [36] ZORN, CHRISTIAN: *Beobachtergestützte Lageregelung mit Haftriebungskompensation für robust geregelte Mehrmassensysteme*. Bremen, Universität Bremen, IALB, Diplomarbeit, 2009
- [37] FÖLLINGER, OTTO: *Nichtlineare Regelungen 2*. München : R. Oldenbourg Verlag, 1993 — ISBN 3-486-22503-0
- [38] GOLDBERG, DAVID E.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. 1st. Aufl. Boston, MA, USA : Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989 — ISBN 0-201-15767-5

- [39] PETER, KARSTEN ; VINOGRADSKI, MARAT ; TENHAGEN, ANDRE ; JOOST, MATTHIAS ; ORLIK, BERND: Robust H_{∞} -Optimal P/PI Cascade Control for Servo Drive Applications Solved by a Genetic Algorithm. In: *Proceedings of the 12th International Power Electronics and Motion Control Conference EPE-PEMC-2006*. Portoroz, 2006 — ISBN 1-4244-0121-6, S. 379–384
- [40] JOOST, MATTHIAS ; ORLIK, BERND ; SCHÜTTLER, JOCHEN: Simple friction compensation for a robust PI-cascade position control of a multi-mass system. In: *Proceedings of the International Exhibition & Conference for Power Electronics Intelligent Motion Power Quality, PCIM Europe 2008*. Nürnberg, 2008 — ISBN 978-3-89838-605-0
- [41] STORN, RAINER ; PRICE, KENNETH: *Differential Evolution - A Simple and Effective Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces* (Nr. TR-95-012). Berkeley, CA : International Computer Science Institute, 1995
- [42] ZIELINSKI, KARIN: *Optimizing Real-World Problems with Differential Evolution and Particle Swarm Optimization*. Bremen, Universität Bremen, Dissertation, 2009
- [43] ZIELINSKI, KARIN ; JOOST, MATTHIAS ; LAUR, RAINER ; ORLIK, BERND: Choosing Suitable Variants of Differential Evolution and Particle Swarm Optimization for the Optimization of a PI Cascade Control. In: *Proceedings of the 11th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, OPTIM'08*. Brasov, 2008 — ISBN 1-4244-1545-4
- [44] ZIELINSKI, KARIN ; JOOST, MATTHIAS ; LAUR, RAINER ; ORLIK, BERND: Comparison of Differential Evolution and Particle Swarm Optimization for the Optimization of a PI Cascade Control. In: *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation 2008*. Hong Kong, 2008 — ISBN 978-1-4244-1822-0, S. 3114–3121
- [45] JOOST, MATTHIAS ; ZIELINSKI, KARIN ; ORLIK, BERND ; LAUR, RAINER: Robust PI Cascade Control for a Multi-Mass System Optimized by Evolutionary Algorithms. In: *13th International Power Electronics and Motion Control Conference*. Poznan, 2008, S. 1079–1085
- [46] KENNEDY, JAMES ; EBERHART, RUSSEL: Particle swarm optimization. In: *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on*. Bd. 4, 1995, S. 1942–1948 Bd.4
- [47] JOOST, MATTHIAS ; MEHLER, CHRISTIAN ; ORLIK, BERND: Dynamic load change stress minimizing control of elastically coupled multi-mass systems. In: *12th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, OPTIM 2010*. Brasov : Transilvania University of Brasov, Faculty of electrical Engineering and Computer Science, 2010 — ISBN 978-1-4244-7020-4, S. 754–759

- [48] JOOST, MATTHIAS ; HOLZKE, WILFRIED ; MEHLER, CHRISTIAN ; ORLIK, BERND: Observer based stress reducing control of elastically coupled multi-mass systems. In: *13th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, OPTIM 2012*. Brasov : Transilvania University of Brasov, Faculty of electrical Engineering and Computer Science, 2012 — ISBN 978-1-4673-1653-8, S. 1093–1099
- [49] MEHLER, CHRISTIAN: *Regelungstechnische minimierung dynamischer Belastungen in Antriebssträngen von Windenergieanlagen*. Bremen, Universität Bremen, IALB, Dissertation, 2014
- [50] BRANDENBURG, GÜNTHER ; KOCH, D. ; UNGER, H.: Einfluss von Lose und Reibung auf ein drehzahlgeregeltes Zweimassensystem und Kompensation durch Lastmomentbeobachter. In: *VDI Berichte*, 598. Duesseldorf : VDI-Verlag, 1986, S. 53–69
- [51] MEHLER, CHRISTIAN ; JOOST, MATTHIAS ; GROKE, HOLGER ; ORLIK, BERND: Optimized torque control of wind turbines with doubly fed induction generator. In: *13th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, OPTIM 2012*. Brasov : Transilvania University of Brasov, Faculty of electrical Engineering and Computer Science, 2012 — ISBN 978-1-4673-1653-8, S. 935–940

Online-Buchshop für Ingenieure

■■■ VDI nachrichten

Online-Shops



Fachliteratur und mehr -
jetzt bequem online recher-
chieren & bestellen unter:
www.vdi-nachrichten.com/
Der-Shop-im-Ueberblick



Täglich aktualisiert:
Neuerscheinungen
VDI-Schriftenreihen



BUCHSHOP

Im Buchshop von vdi-nachrichten.com finden Ingenieure und Techniker ein speziell auf sie zugeschnittenes, umfassendes Literaturangebot.

Mit der komfortablen Schnellsuche werden Sie in den VDI-Schriftenreihen und im Verzeichnis lieferbarer Bücher unter 1.000.000 Titeln garantiert fündig.

Im Buchshop stehen für Sie bereit:

VDI-Berichte und die Reihe **Kunststofftechnik**:

Berichte nationaler und internationaler technischer Fachtagungen der VDI-Fachgliederungen

Fortschritt-Berichte VDI:

Dissertationen, Habilitationen und Forschungsberichte aus sämtlichen ingenieurwissenschaftlichen Fachrichtungen

Newsletter „Neuerscheinungen“:

Kostenfreie Infos zu aktuellen Titeln der VDI-Schriftenreihen bequem per E-Mail

Autoren-Service:

Umfassende Betreuung bei der Veröffentlichung Ihrer Arbeit in der Reihe Fortschritt-Berichte VDI

Buch- und Medien-Service:

Beschaffung aller am Markt verfügbaren Zeitschriften, Zeitungen, Fortsetzungsreihen, Handbücher, Technische Regelwerke, elektronische Medien und vieles mehr – einzeln oder im Abo und mit weltweitem Lieferservice

VDI nachrichten

BUCHSHOP www.vdi-nachrichten.com/Der-Shop-im-Ueberblick

Die Reihen der Fortschritt-Berichte VDI:

- 1 Konstruktionstechnik/Maschinenelemente
- 2 Fertigungstechnik
- 3 Verfahrenstechnik
- 4 Bauingenieurwesen
- 5 Grund- und Werkstoffe/Kunststoffe
- 6 Energietechnik
- 7 Strömungstechnik
- 8 Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik
- 9 Elektronik/Mikro- und Nanotechnik
- 10 Informatik/Kommunikation
- 11 Schwingungstechnik
- 12 Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik
- 13 Fördertechnik/Logistik
- 14 Landtechnik/Lebensmitteltechnik
- 15 Umwelttechnik
- 16 Technik und Wirtschaft
- 17 Biotechnik/Medizintechnik
- 18 Mechanik/Bruchmechanik
- 19 Wärmetechnik/Kältetechnik
- 20 Rechnerunterstützte Verfahren (CAD, CAM, CAE CAQ, CIM ...)
- 21 Elektrotechnik
- 22 Mensch-Maschine-Systeme
- 23 Technische Gebäudeausrüstung

ISBN 978-3-18-526308-8