

## Reihe 8

Mess-,  
Steuerungs- und  
Regelungstechnik

Nr. 1270

Dipl.-Ing. (FH) Robert Kowarsch,  
Clausthal-Zellerfeld

# Heterodyne Laser- Interferometrie mittels phasengekoppelter Halbleiterlaser und Absorbanzmodulations- Nanoskopie für die Gigahertz- Schwingungsmesstechnik





# Heterodyne Laser-Interferometrie mittels phasengekoppelter Halbleiterlaser und Absorbanzmodulations-Nanoskopie für die Gigahertz-Schwingungsmesstechnik

## Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades  
der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von  
**Dipl.-Ing. (FH) Robert Kowarsch**  
aus Ellwangen an der Jagst

genehmigt von der Fakultät für Mathematik/Informatik und Maschinenbau  
der Technischen Universität Clausthal

Tag der mündlichen Prüfung  
27. August 2020

D 104

Dekan:	Prof. Dr.-Ing. Volker Wesling
Vorsitzender der Promotionskommission:	Prof. Dr. rer. nat. Alfred Weber
Betreuer:	Prof. Dr.-Ing. Christian Rembe
Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. habil. Andreas Fischer

# Fortschritt-Berichte VDI

Reihe 8

Mess-, Steuerungs-  
und Regelungstechnik

Dipl.-Ing. (FH) Robert Kowarsch,  
Clausthal-Zellerfeld

Nr. 1270

Heterodyne Laser-  
Interferometrie mittels  
phasengekoppelter  
Halbleiterlaser und  
Absorbanzmodulations-  
Nanoskopie für  
die Gigahertz-  
Schwingungsmesstechnik

VDI verlag

Kowarsch, Robert

## **Heterodyne Laser-Interferometrie mittels phasengekoppelter Halbleiterlaser und Absorbanzmodulations-Nanoskopie für die Gigahertz-Schwingungsmesstechnik**

Fortschr.-Ber. VDI Reihe 08 Nr. 1270. Düsseldorf: VDI Verlag 2021.

200 Seiten, 76 Bilder, 18 Tabellen.

ISBN 978-3-18-527008-6 ISSN 0178-9546,

€ 71,00/VDI-Mitgliederpreis € 63,90.

**Für die Dokumentation:** Optische Messtechnik – Lasermesstechnik – Laserinterferometrie – Vibrometrie – Schwingungsmesstechnik – optische Phasenregelschleife – Heterodynverfahren – Superresolution-Mikroskopie – Nanoskopie – Absorbanzmodulation

Die vorliegende Dissertation wendet sich an Ingenieure und Wissenschaftler im Bereich der optischen Schwingungsmesstechnik und hochauflösenden Mikroskopie (Nanoskopie). Sie befasst sich mit der Modellierung und Simulation von zwei zentralen Herausforderungen der Gerätetechnik der heterodynen Laser-Interferometrie für die Schwingungsmessung an Mikrosystemen bis zu 6 GHz. Zum einen wird die Auswirkung der Gigahertz-Trägererzeugung mittels phasengekoppelter Laser in einer optoelektronischen Phasenregelschleife auf die Auflösung für Schwingungsamplituden im Subpicometer-Bereich theoretisch untersucht und im Experiment demonstriert. Zum anderen wird mittels reversibel optisch schaltbarer Absorbanz in einer photochromen Dünnschicht ein Verfahren zur örtlichen Hochauflösung jenseits der Beugungsgrenze für die Reflexionsmikroskopie untersucht. Anhand der Erkenntnisse werden Näherungsformeln sowie Hinweise für die Anwendung gegeben.

### **Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter [www.dnb.de](http://www.dnb.de) abrufbar.

### **Bibliographic information published by the Deutsche Bibliothek**

(German National Library)

The Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie (German National Bibliography); detailed bibliographic data is available via Internet at [www.dnb.de](http://www.dnb.de).

# Danksagungen

Diese Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Messtechnik-Lehrstuhl des Instituts für Elektrische Informationstechnik der Technischen Universität Clausthal. In dieser Zeit hatte ich die Ehre und Freude mit einer Vielzahl von ausgezeichneten Forschern und Menschen zusammenzuarbeiten, ohne deren Inspiration, deren Diskussionsfreude und Freundschaft das Vorhaben zur Promotion weitaus weniger angenehm und zielführend gewesen wäre.

Einen besonderen Dank dabei gilt dem Institutsdirektor und Lehrstuhlinhaber der Messtechnik Prof. Dr.-Ing. Christian Rembe, dass er mir die Möglichkeit und das Vertrauen gab Teil seiner Arbeitsgruppe zu werden. Er hat meine Arbeit durch seine weitreichende Erfahrung mit wertvollen Impulsen und stets neuer Inspiration betreut, dabei gab er mir stets den Freiraum mich selbst sowohl persönlich als auch fachlich weiterzuentwickeln. Zudem danke ich Prof. Dr.-Ing. habil. Andreas Fischer von der Universität Bremen für die Übernahme des Korreferats.

Erst der Diskurs und die Zusammenarbeit mit vielen Wissenschaftlern hat diese interdisziplinäre Arbeit reifen lassen. Für die enge Zusammenarbeit bei unserer Initiative zum DFG-Projekt ‚NanoVidere‘ danke ich Dr. Claudia Geisler und Prof. Dr. Alexander Egner vom Institut für Nanophotonik Göttingen. Für die tiefen Einblicke in die Photochemie und -physik danke ich Prof. Dr. Andreas Schmidt vom Institut für Organische Chemie sowie Prof. Dr. Jörg Adams vom Institut für Physikalische Chemie und für die Diskussionen über Beschichtungstechnik Prof. Dr. Wolfgang Maus-Friedrichs und Prof. Dr. Sebastian Dahle. Mein Dank für die Messungen an Schwingquarz-Mikrowaagen gilt der Arbeitsgruppe um Prof. Dr. Diethelm Johannsmann, besonders Frederick Meyer. Ein weiterer herzlicher Dank gilt Prof. Dr. Hyuck Choo und Dr. Hyunjun Cho vom Caltech, die ich mit Messungen an seinen Energy-Harvester für Stimmanregung unterstützten durfte, auch für die Gastfreundschaft bei meinem Besuch in Pasadena.

Für die das freundschaftliche Miteinander und die konstruktive Zusammenarbeit danke ich allen Wissenschaftlern am Institut für Elektrische Informationstechnik, insbesondere Dr.-Ing. Georg Bauer und den Mitstreitern der ersten Stunde Xiaodong Cao und Laura Mignanelli. Des Weiteren danke ich den Institutswerkstätten für die unkomplizierte Zusammenarbeit bei der Erstellung von Mechaniken und elektrischen Schaltungen. Der Umfang der vorliegenden Arbeit wäre zudem nicht möglich gewesen ohne die eifrige Mitarbeit einiger intelligenter Studenten im Rahmen ihrer Abschlussarbeit, Projektarbeit oder ihres Forschungspraktikums.

Zu guter Letzt möchte ich meiner gesamten Familie für die Unterstützung meines Promotionsvorhabens danken, allen voran meiner Frau Franziska für ihre Liebe und die tagtägliche mentale und emotionale Stütze und meinen beiden wundervollen Kindern, Charlotte und Johannes, die mit ihrer Freude und Energie mein Leben sehr bereichern.

*If you can not measure it, you can not improve it.*

(Lord Kelvin, 1824 - 1907)

# Inhalt

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>IX</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>XIX</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Ansatz zur Gigahertz-Trägererzeugung . . . . .	6
1.3 Nanoskopie-Ansatz für technische Oberflächen . . . . .	7
1.4 Wissenschaftliche Hypothesen . . . . .	10
1.5 Gliederung . . . . .	11
<b>2 Stand der Wissenschaft</b>	<b>13</b>
2.1 Laser-Interferometrie zur Hochfrequenz-Schwingungsmessung . . . . .	13
2.1.1 Akustooptische Trägererzeugung . . . . .	14
2.1.2 Erweiterung der Messbandbreite . . . . .	16
2.1.3 Elektrooptische Trägererzeugung . . . . .	17
2.1.4 Trägererzeugung mittels Zwei-Wellenlängen-Laser . . . . .	17
2.1.5 Trägererzeugung mittels Frequenzdifferenz-Regelung . . . . .	18
2.1.6 Modelle zum Differenzphasenrauschen im Interferometer . . . . .	18
2.1.7 Fazit zum Stand der Wissenschaft der Trägererzeugung . . . . .	19
2.2 Nanoskopie mittels Absorbanzmodulation . . . . .	19
2.2.1 Realisierbare Photochrom-Konzentrationen und Schichtdicken . . . . .	20
2.2.2 Modelle und Studien zur Absorbanzmodulation . . . . .	21
2.2.3 Fazit zum Stand der Wissenschaft bei der Hochauflösung mittels Absorbanzmodulation . . . . .	22
<b>3 Heterodyne Interferometrie mittels Frequenzdifferenz-Regelung</b>	<b>23</b>
3.1 Laser-Interferometrie . . . . .	23
3.1.1 Heterodynverfahren und Bandbreiten-Anforderung . . . . .	25
3.1.2 Auswirkung von Nichtlinearität auf die Bandbreitenforderung . . . . .	28
3.1.3 Phasenrauschen und Linienbreite der Laserquelle . . . . .	31
3.1.4 Signalverarbeitung . . . . .	33

3.2	Frequenzdifferenz-Regelung zur Trägererzeugung . . . . .	33
3.2.1	Nichtlineare Modellierung . . . . .	34
3.2.2	Kleinsignal-Modellierung im Arbeitspunkt . . . . .	36
3.2.3	Stabilität . . . . .	37
3.2.4	Halte- und Fangbereich . . . . .	38
3.2.5	Flexible und dynamische Wahl der Trägerfrequenz . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Amplitudenauflösung eines Interferometers mit phasengekoppelten Lasern</b>	<b>40</b>
4.1	Rauschäquivalente Amplitudenauflösung . . . . .	40
4.2	Modell des Differenzphasen-Rauschens . . . . .	43
4.2.1	Zusammenhang des Rauschens von Differenzphase und Interferenzsignal . . . . .	43
4.2.2	Varianz des Differenzphasen-Rauschens . . . . .	45
4.3	Modellvalidierung . . . . .	47
4.3.1	Zwei freilaufende Laser im Interferometer . . . . .	47
4.3.2	Zwei ideal-gekoppelte Laser im Interferometer . . . . .	47
4.4	Differenzphasen-Rauschen von phasengekoppelten Lasern . . . . .	48
4.5	Numerische Simulationen mit Diskussion . . . . .	49
4.5.1	Ideale OPLL mit endlicher Regelbandbreite . . . . .	50
4.5.2	OPLL mit endlicher Verstärkung . . . . .	51
4.5.3	Träger-Kollaps . . . . .	52
4.5.4	Übergang zu Schrotrausch-begrenzter Detektion . . . . .	52
4.5.5	Übergang zu Intensitätsrausch-begrenzter Detektion . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Ortsauflösung der Mikroskopie und Absorbanzmodulation</b>	<b>56</b>
5.1	Beugungsbegrenzte Ortsauflösung . . . . .	56
5.1.1	Ortsauflösung der optischen Mikroskopie . . . . .	56
5.1.2	Ortsauflösungsvermögen eines LDV-Mikroskops . . . . .	58
5.2	Modellierung eines Reflexions-Nanoskops mittels Absorbanzmodulation	64
5.2.1	Photophysikalische Parameter des Photochroms BTE-I . . . . .	65
5.2.2	Ratengleichung der Photokinetik . . . . .	66
5.2.3	Absorption und Absorbanz . . . . .	67
5.2.4	Analytische Näherung zur Photokinetik . . . . .	68
5.2.5	Grenzflächenreflexion an der AML . . . . .	69
5.3	Bewertungskriterien der AMI-Nanoskopie . . . . .	71
5.3.1	Transmissionskontrast . . . . .	71
5.3.2	Dicke der Absorbanzmodulationsschicht . . . . .	71
5.3.3	Reflexionskontrast durch AMI . . . . .	73
5.3.4	Verhältnis von Signal zu Störung . . . . .	75



<b>6</b>	<b>Simulation eines Reflexions-Nanoskops mittels Absorbanzmodulation</b>	<b>76</b>
6.1	Implementierung des Simulationsmodells . . . . .	76
6.1.1	Photostationarität und Abbruchkriterium . . . . .	78
6.1.2	Nachverarbeitung der Simulationsdaten . . . . .	80
6.2	Erkenntnisse aus strahlenoptischer Simulation . . . . .	80
6.2.1	Absorbanzverteilung und resultierendes AML-Punktbild . . . . .	81
6.2.2	Steigerung der Ortsauflösung . . . . .	82
6.2.3	Gesamttransmission und Störung durch Hintergrund . . . . .	87
6.2.4	Photokinetik in der AML . . . . .	88
6.3	Wellenoptische Erweiterung des Modells . . . . .	91
6.4	Simulationsergebnisse der Parameterstudie . . . . .	93
6.5	Fazit . . . . .	98
6.6	Anwendung der Absorbanzmodulation in der Laser-Doppler-Vibrometrie	100
6.6.1	Besondere Anforderungen an die AML . . . . .	100
6.6.2	Massebedeckung des schwingenden Bauteils durch AML . . . . .	100
6.6.3	Energieeintrag in die AML . . . . .	102
<b>7</b>	<b>Experimentalaufbau des Laser-Doppler-Vibrometer-Mikroskops</b>	<b>104</b>
7.1	Optischer Aufbau des LDV-Mikroskops . . . . .	104
7.1.1	Aufbau des Laser-Doppler-Vibrometers . . . . .	104
7.1.2	Photodetektoren . . . . .	107
7.1.3	Aufbau des Mikroskops . . . . .	110
7.1.4	Einkopplung eines kommerziellen LDV . . . . .	112
7.2	Optoelektronische Phasenregelschleife . . . . .	113
7.2.1	Durchstimmbarer Slave-Laser . . . . .	113
7.2.2	Master-Laser . . . . .	117
7.2.3	Phasendetektion . . . . .	118
7.2.4	Schleifenfilter . . . . .	120
7.2.5	Prozedur zum Einrasten der Phasenregelung . . . . .	122
7.3	Software zur automatisierten LDV-Messung . . . . .	123
7.4	Signalerfassung und -verarbeitung . . . . .	125
7.4.1	Vollaussteuerung am Analog-Digital-Wandler . . . . .	125
7.4.2	Demodulation und Rekonstruktion der Schwingform . . . . .	125
7.5	Amplitudenauflösung der Konfigurationen des Experimentalaufbaus . . . . .	127
7.5.1	LDV-Amplitudenauflösung durch Quantisierungsrauschen . . . . .	128
7.5.2	Optimierung der Referenzleistung . . . . .	128
7.5.3	Datenvolumen und Messzeit . . . . .	129

<b>8 Experimente</b>	<b>133</b>
8.1 Demonstration einer Schwingungsmessung . . . . .	133
8.2 Schwingungsmessung an einem SAW-Filter . . . . .	135
8.2.1 Messung bei 600 MHz-Träger mit Si-Photodetektoren . . . . .	136
8.2.2 Messung bei 2,4 GHz-Träger mit GaAs-Photodetektoren . . . . .	137
8.2.3 Rastermessung der Oberflächenwelle . . . . .	140
8.2.4 Messung elektromechanischer Eigenschaften . . . . .	143
8.3 Biegeschwingungen an Schwingquarz-Mikrowaagen . . . . .	145
8.3.1 Rastermessung der Schwingformen bei den Harmonischen . . . . .	146
8.3.2 Rastermessung der anharmonischen Seitenbanden . . . . .	149
<b>9 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>151</b>
9.1 Zusammenfassung . . . . .	151
9.2 Ausblick . . . . .	156
<b>Anhang</b>	<b>158</b>
<b>A Details zur Absorbanzmodulations-Mikroskopie</b>	<b>158</b>
A.1 Modellierung der beugungsbegrenzten Fokusse . . . . .	158
A.1.1 Näherung mittels Laguerre-Gauß-Moden . . . . .	158
A.1.2 Parabolische Näherungen im Zentrum . . . . .	161
A.2 Abschätzung der Schaltzyklen . . . . .	161
<b>B Details zum Experimentalaufbau</b>	<b>163</b>
B.1 Messvolumen . . . . .	163
B.2 Gleichtakt-Unterdrückung im Interferometer . . . . .	164
B.2.1 Abgeglicher Photodetektor . . . . .	164
B.2.2 Güte der Leistungsteilung am Strahlteiler . . . . .	165
B.2.3 Ausrichtung der Galliumarsenid-Photodetektoren . . . . .	166
B.3 Detaillierte Bauteillisten . . . . .	167
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>169</b>

# Symbolverzeichnis

## Konstanten

$\epsilon_0$	Elektrische Feldkonstante . . . . .	$8,8541878128 \cdot 10^{-12} \text{ A s/(V m)}$
$\mu_0$	Magnetische Feldkonstante . . . . .	$1,25663706212 \cdot 10^{-6} \text{ N/A}^2$
$j$	Imaginäre Einheit . . . . .	$j = \sqrt{-1}$
$c_0$	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum . . . . .	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
$e$	Elementarladung . . . . .	$1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
$h$	Planck'sches Wirkungsquantum . . . . .	$6,62607015 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
$k_B$	Boltzmann-Konstante . . . . .	$1,380649 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
$N_A$	Avogadro-Konstante . . . . .	$6,02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

## Lateinische Symbole und Formelzeichen

$\mathcal{A}$	Absorbanz (Definition in (5.27)) . . . . .	–
$A$	Fläche . . . . .	$\text{m}^2$
$A(f)$	Amplitudengang	
$a_\lambda$	Absorptionskoeffizient bei der Wellenlänge $\lambda$ . . . . .	$\text{m}^{-1}$
$a_n$	Koeffizient $n$ -ter Ordnung eines Polynoms	
$B$	Bandbreite einer Resonanz . . . . .	Hz
CNR	Träger-Rausch-Verhältnis (engl. ‚Carrier-to-Noise Ratio‘) . . . . .	–
CSR	Träger-Seitenband-Verhältnis (engl. ‚Carrier-to-Sideband Ratio‘) . . . . .	–
CT	Transmissionskontrast (Definition in (5.35)) (engl. ‚Transmission Contrast‘) . . . . .	–
$c_{\text{I}}$	Konzentration der Photochrome im Zustand II . . . . .	$\text{m}^{-3}$
$c_{\text{tot}}$	Gesamtkonzentration der (aktiven) Photochrome . . . . .	$\text{m}^{-3}$
$c_{\text{amb}}$	Lichtgeschwindigkeit des (Umgebungs-)Mediums . . . . .	$\text{m/s}$
$D$	Schichtdicke der AML . . . . .	$\text{m}$
$E$	Elektrische Feldstärke . . . . .	$\text{V/m}$

## Symbolverzeichnis

---

$f$	Frequenz . . . . .	Hz
$F(s)$	Übertragungsfunktion des Schleifenfilters	
$F_0$	Konstanter Übertragungsfaktor	
$f_{\text{sa}}$	Abtastrate (engl. „Sampling“) . . . . .	$\text{s}^{-1}$
$f_{\text{B}}$	Detektorbandbreite . . . . .	Hz
$f_{\text{L}}$	Regelbandbreite . . . . .	Hz
$G(s)$	Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises	
$H(s)$	Übertragungsfunktion des Regelkreises	
$I$	Intensität . . . . .	$\text{W}/\text{m}^2$
$i$	Elektrischer Strom . . . . .	A
$i, j, k, m, n$	Index, Zähler, Ordnung (ganze Zahl) . . . . .	–
$J$	Komplexe Nachgiebigkeit . . . . .	$\text{m}/\text{N}$
$K$	Stationärer Übertragungsfaktor, Konstante, Verstärkung	
$k$	Anzahl der Quantisierungsstufen . . . . .	Bit
$k$	Wellenzahl . . . . .	$\text{m}^{-1}$
$k_{\mathbb{B}}$	Rate des thermischen Zerfalls aus dem Zustand $\mathbb{B}$ . . . . .	$\text{s}^{-1}$
$\ell_{\text{coh}}$	Kohärenzlänge einer Laserquelle (Definition in (3.24)) . . . . .	m
$l$	Länge, Strecke . . . . .	m
$m$	Masse . . . . .	kg
$M_{\text{vib}}$	Modulationsindex der Phasenmodulation durch den Laser-Doppler-Effekt (Definition in (3.9)) . . . . .	–
$M_{\text{PhC}}$	Molare Masse des Photochroms . . . . .	$\text{kg}/\text{mol}$
NA	Numerische Apertur des Mikroskop-Objektivs . . . . .	–
NEP'	Spektraldichte der rauschäquivalenten (optischen) Strahlungsleistung (engl. „Noise-Equivalent Power“) . . . . .	$\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}$
NF	Rauschzahl (engl. „Noise Figure“) . . . . .	–
$N$	(Stichproben-)Anzahl . . . . .	–
$N_{\text{sa}}$	Speichertiefe . . . . .	–
$n_{\text{amb}}$	Brechungsindex des (Umgebungs-)Mediums . . . . .	–
OPD	Optische Pfaddifferenz . . . . .	m
PR	Leistungsverhältnis (engl. „Power Ratio“) . . . . .	–
X		

$PR_{\text{sat}}$	Charakteristisches Sättigungs-Leistungsverhältnis eines AMI-Nanoskops (Definition in (6.15)) . . . . .	–
$P$	Leistung . . . . .	W
$Q_x$	Teil-Autokorrelationsfunktion der Größe $x$	
RBW	Auflösungsbandbreite (engl. ‚Resolution Bandwidth‘) . . . . .	Hz
$RIN'$	Spektrale Leistungsdichte des relativen Intensitätsrauschens (Definition in (7.2)) (engl. ‚Relative Intensity Noise‘) . . . . .	$\text{Hz}^{-1}$
$\mathbf{r}$	Ortsvektor . . . . .	m
$R$	Reflexionsgrad (Definition in (5.34)) . . . . .	–
$r$	Radius oder radiale Koordinate . . . . .	m
$r, \theta, z$	Zylinderkoordinaten . . . . .	m
$R_x$	Autokorrelationsfunktion der Größe $x$	
$R_{xy}$	Kreuzkorrelationsfunktion der Größen $x$ und $y$	
$S$	(Strom-)Empfindlichkeit des Photodetektors . . . . .	A/W
SBR	Signal-Störhintergrund-Verhältnis (Definition in (5.43)) (engl. ‚Signal-to-Background Ratio‘) . . . . .	–
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis (engl. ‚Signal-to-Noise Ratio‘) . . . . .	–
SR	Teilungsverhältnis der optischen Leistung an einem Strahlteiler (engl. ‚Splitting Ratio‘) . . . . .	–
$s$	Komplexe Frequenz . . . . .	$\text{s}^{-1}$
$s$	Weg oder Weglänge . . . . .	m
$S_x$	Spektrale (Auto-)Leistungsdichte der Größe $x$ . . . . .	$[x]^2/\text{Hz}$
$S_{11}$	Eingangsreflexionsfaktors eines Zweitores . . . . .	–
$S_{21}$	Vorwärts-Transmissionsfaktors eines Zweitores . . . . .	–
$S_{xy}$	Spektrale Kreuzleistungsdichte der Größen $x$ und $y$ . . . . .	$[x][y]/\text{Hz}$
$T$	Absoluttemperatur . . . . .	K
$t$	Zeit . . . . .	s
$T_{\text{AML}}$	Transmissionsgrad der AML bei der Messwellenlänge $\lambda_m$ . . . . .	–
$T$	Konstante Dauer oder Periode . . . . .	s
$T_{\text{LDV}}$	Interferometer-Verzögerung . . . . .	s
$T_L$	Schleifenverzögerung . . . . .	s
$T_{\text{stat}}$	Photostationäre Zeitdauer . . . . .	s

Symbolverzeichnis

$u$	Elektrische Spannung . . . . .	V
$V$	Volumen . . . . .	m <sup>3</sup>
$v$	Geschwindigkeit . . . . .	m/s
$W$	Energie . . . . .	J
$w$	Radius eines Laserstrahls . . . . .	m
$w_{\text{PhC}}$	Masseanteil des Photochroms . . . . .	–
$x, y, z$	Kartesische Raumkoordinaten . . . . .	m
$x(t)$	Elektrisches Zeitsignal am Eingang	
$y(t)$	Elektrisches Zeitsignal am Ausgang	
$Z_i$	Zernike-Moment des OSA/ANSI-Index' $i$ . . . . .	–
$Z$	Elektrische Impedanz . . . . .	$\Omega$
$Z_{\text{ak}}$	Akustische Impedanz . . . . .	Ns/m

Griechische Symbole und Formelzeichen

$\alpha$	Relative Messabweichung . . . . .	–
$\alpha_{\text{eff}}$	Wirksamkeit des Leistungsverhältnisses über der AML-Dicke (Definition in (6.11)) . . . . .	–
$\beta$	Abbildungsmaßstab . . . . .	–
$\beta_{\text{AB}}$	Konzentrationsverhältnis der Photochrome im Zustand A zu B (Definition in (6.8)) . . . . .	–
$\Gamma$	Anpassungsfaktor für das theoretische Sättigungs-Leistungsverhältnis PR <sub>sat</sub> an die Simulationsergebnisse (Definition in (6.15)) . . . . .	–
$\gamma$	Optimierungsfaktor des Produkts aus Konzentration und atomaren Absorptionsquerschnitten eines Ziel-Photochroms für AMI bezogen auf BTE-I (Definition in (5.37)) . . . . .	–
$\Delta\nu$	Laser-Linienbreite . . . . .	Hz
$\Delta\varphi$	Differenzphase . . . . .	rad
$\Delta x$	Halbwertsbreite eines Punktbilds . . . . .	m
$\Delta z_{\text{R}}$	Schärfentiefe . . . . .	m
$\varepsilon_{\text{I}}^{\lambda}$	Atomarer Absorptionsquerschnitt bei der Wellenlänge $\lambda$ für den Zustand I . . . . .	m <sup>2</sup>
$\zeta$	Propagationswinkel zur Oberflächennormalen . . . . .	rad

$\eta_{\mathbb{I} \rightarrow \mathbb{J}}$	Übergangswahrscheinlichkeit vom Zustand $\mathbb{I}$ in den Zustand $\mathbb{J}$ . . . . .	–
$\theta$	Polarwinkel . . . . .	rad
$\vartheta$	Temperatur . . . . .	°C
$\kappa$	Faktor der Ortsauflösungssteigerung in Bezug zur Beugungsgrenze (Definition in (6.4)) . . . . .	–
$\Lambda$	Akustische Wellenlänge . . . . .	m
$\lambda$	Wellenlänge der optischen Strahlung . . . . .	m
$\nu$	Frequenz einer Quelle . . . . .	Hz
$\nu_P$	Poisson-Zahl . . . . .	–
$\xi$	Faktor des Zusatzrauschens einer Lawinen-Photodetektion . . . . .	–
$\varpi$	Phasenargument . . . . .	rad
$\rho$	(Massen-)Dichte . . . . .	kg/m <sup>3</sup>
$\varrho$	Reflexionsfaktor der Amplitude (Definition in (5.32)) . . . . .	–
$\sigma_{\mathbb{I} \rightarrow \mathbb{J}}^\lambda$	Interaktionsquerschnitt bei der Wellenlänge $\lambda$ für den Übergang zwischen den Zuständen $\mathbb{I}$ und $\mathbb{J}$ . . . . .	m <sup>2</sup>
$\sigma_x$	Standardabweichung der Größe $x$ . . . . .	
$\tau$	Verzögerung oder Verschiebung . . . . .	s
$\tau$	Zeitkonstante des Prozesses . . . . .	s
$\Phi$	Hilfsgröße (Differenz der akkumulierten Differenzphasen) . . . . .	rad
$\phi$	Photonenflussdichte . . . . .	m <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>
$\varphi$	Phase . . . . .	rad
$\chi$	Interferenzeffizienz . . . . .	–
$\omega$	Kreisfrequenz . . . . .	s <sup>-1</sup>

## Indices

A	Den Grundzustand des Photochroms betreffend
a	Den Aktivierungsstrahl betreffend
Airy	Des Airy-Scheibchens
ak	Akustisch
amb	Die Umgebung betreffend (engl. ‚Ambient‘)
AMI	Die Absorbanzmodulations-Bildgebung betreffend

## Symbolverzeichnis

---

AML	Die Absorbanzmodulations-Schicht betreffend
$\mathbb{B}$	Den Zustand des Photochroms nach der Photoreaktion betreffend
bal	Bei Verwendung abgeglicher Photodetektoren
BB	Im Basisband (engl. ‚Base Band‘)
c	Den Träger betreffend (engl. ‚Carrier‘)
D	Am Ort des Photodetektors
det	Die Detektionsvorgang betreffend
eff	Effektiv
einzel	Bei Verwendung eines Einzelphotodetektors
el	Elektrisch
est	Geschätzt (engl. ‚Estimated‘)
exc	Angeregt (engl. ‚Excited‘)
fr	Freilaufend (engl. ‚Free-running‘)
hold	Im Haltebereich der Phasenregelschleife
I	Erster Ordnung
in	Eintreffend
kin	(Photo-)kinetisch
L	Die Regelschleife betreffend
LDV	Das Laser-Doppler-Vibrometer betreffend
LO	Den Lokaloszillator betreffend
lock	Im geregelten/eingeschwungenen Zustand
m	Den Messstrahl betreffend
M	Den Master-Laser betreffend
max	Maximalwert
mes	Den Messprozess betreffend
min	Minimalwert
mix	Den Mischprozess betreffend
mod	Den Modulationseingang des Slave-Lasers betreffend
ne	Rauschäquivalent (engl. ‚Noise Equivalent‘)
P	Eine Polstelle der Übertragungsfunktion betreffend
XIV	



Ph	Bezogen auf Photonen
PhC	Das Photochrom betreffend
PN	Phasenrauschen (engl. ‚Phase Noise‘)
$\tau$	Den Referenzstrahl betreffend
ref	Referenz
relax	Die Relaxationsoszillation betreffend
RINlim	Intensitätsrausch-begrenzt (engl. ‚Intensity-Noise limited‘)
S	Den Slave-Laser betreffend
sa	Die Abtastung betreffend (engl. ‚Sampling‘)
sat	Gesättigt
SN	Schrotrauschen (engl. ‚Shot Noise‘)
SNlim	Schrotrausch-begrenzt (engl. ‚Shot-Noise limited‘)
stat	Im photostationären Gleichgewicht, statisch, stationär
str	Störung oder parasitär
sub	Das Substrat betreffend
T	Transversal
th	Thermisch
TIV	Transimpedanz-Verstärker
tot	Gesamt, total
tw	Laufende akustische Welle (engl. ‚Travelling Wave‘)
vib	Die Schwingung betreffend
Z	Eine Nullstelle der Übertragungsfunktion betreffend (engl. ‚Zero‘)

## Abkürzungen

A	Stabiler Grundzustand des Photochroms (geöffnete Ringstruktur eines BTE)
$\mathbb{B}$	Zustand des Photochroms nach der Photoreaktion (geschlossene Ringstruktur eines BTE)
$S_0$	Grundzustand eines Fluorophors
$S_1$	Angeregter Zustand eines Fluorophors
$L$	Akustische Longitudinalmode
$S$	Akustische Schermode

## Symbolverzeichnis

---

AB	Aperturblende
AC	Wechselanteil (engl. ‚Alternating Current‘)
ADU	Analog-digital Umsetzer oder Wandler (engl. ‚Analog-to-Digital Converter‘)
AMI	Absorbanzmodulations-Bildgebung (engl. ‚Absorbance-Modulation Imaging‘)
AML	Absorbanzmodulations-Schicht (engl. ‚Absorbance-Modulation Layer‘)
AMOL	Engl. ‚Absorbance-Modulation Optical Lithography‘
APP	Anamorphes Prismenpaar
AU	In Bezug zum Durchmesser des Airy-Scheibchens (‚Airy Unit‘)
BAW	Volumenwelle (engl. ‚Bulk Acoustic Wave‘)
BPF	Bandpassfilter
BTE	1,2-bis(thienyl)ethene
BTE-I	1,2-bis(5,5'-dimethyl-2,2'-bithiophen-yl) perfluorocyclopent-1-en
CCO	Strom-gesteuerter Oszillator (engl. ‚Current-Controlled Oscillator‘)
DBR	Engl. ‚Distributed Bragg Reflector‘
DC	Gleichanteil (engl. ‚Direct Current‘)
DSO	Digitales Speicheroszilloskop
EM	Elektromagnetisch
FI	Faraday-Isolator
FK	Faser-Kollimator
HF	Hochfrequenz
HWP	Halbwellenplatte
I/Q	In-Phase / Quadratur
IDT	Interdigital-Transducer
Ir	Iris
Kon	Kondensor
L	Linse
LB	Lochblende
LD	Laserdiode
LDV	Laser-Doppler-Vibrometer
LED	Leuchtdiode (engl. ‚Light-Emitting Diode‘)
XVI	

LO	Lokaloszillator
LP	Langpass
MEMS	Mikroelektromechanisches System, Mikrosystem (engl. ‚Microelectromechanical System‘)
NCO	Numerisch-gesteuerter Oszillator (engl. ‚Numerically-Controlled Oscillator‘)
NF	Niederfrequenz
OPLL	Optoelektronische Phasenregelschleife (engl. ‚Optical Phase-Lock Loop‘)
PD	Photodetektor
PE	Peltier-Element
PIN	Engl. ‚Positive Intrinsic Negative‘
PM-SMF	Polarisationserhaltende Singlemode-Faser
PMT	Photomultiplier (engl. ‚Photomultiplier Tube‘)
PP	Planparallele Platte
PSD	Spektrale Leistungsdichte (engl. ‚Power Spectral Density‘)
PSF	Punktbild, Punktverwaschungsfunktion (engl. ‚Point-Spread Function‘)
PST	Polarisierender Strahlteiler
QCM	Schwingquarz-Mikrowaage (engl. ‚Quartz-Crystal Micro-Balance‘)
RK	Richtkoppler
SAW	Oberflächenwelle (engl. ‚Surface Acoustic Wave‘)
SF	Strahlfalle
Sp	Spiegel
ST	Nicht-polarisierender Strahlteiler
STED	Engl. ‚Stimulated-Emission Depletion‘
TEM	Transversal-elektromagnetische Mode
TIV	Transimpedanz-Verstärker
TL	Tubulinse
TPF	Tiefpassfilter
UV	Spektralbereich der ultravioletten elektromagnetischen Strahlung
VNA	Vektor-Netzwerkanalysator
VWP	Viertelwellenplatte

## Mathematische Operationen und Funktionen

$\Delta(\cdot)$	Breite, Schwankung, Änderung, Diskretisierung
$\dot{(\cdot)}$	Partielle Ableitung nach der Zeit $\frac{d}{dt}$
$d$	Differenzial
$\langle(\cdot)\rangle_p$	Scharmittelwert
$\langle(\cdot)\rangle_t$	Zeitmittelwert
$\overline{(\cdot)}$	Mittelwert
$(\cdot)^*$	komplex Konjugierte
$(\cdot)^T$	Transposition des Vektors
$\hat{(\cdot)}$	Amplitude
$\Im(\cdot)$	Imaginärteil
$\Re(\cdot)$	Realteil
$\mathbf{x}$	Vektor
$H_m(\cdot)$	Struve-Funktion der Ordnung $m$
$J_m(\cdot)$	Bessel-Funktion erster Gattung und Ordnung $m$
$\delta(\cdot)$	Delta-Distribution
$\mathcal{F}\{\cdot\}(x)$	Fourier-Transformation nach der Variablen $x$
$(\cdot)'$	Spektrale Dichte der Größe bezogen auf 1 Hz Auflösungsbandbreite
$\binom{n}{k}$	Binomialkoeffizient
$\max\{\cdot\}$	Maximalwert der Größe

# Kurzfassung

Die heterodyne Interferometrie oder auch Laser-Doppler-Vibrometrie hat sich als kontaktlose, empfindliche und genaue Schwingungsmesstechnik für die Mikrosystemtechnik in Industrie und Forschung etabliert. Aufgrund aktueller Entwicklungen insbesondere in der Nachrichtentechnik besteht der Bedarf zur Messung mikroakustischer Schwingungen bis zu 6 GHz bei Subnanometer-Amplituden. Dabei stößt die konventionelle Gerätetechnik der Interferometrie in Hinblick auf das vorteilhafte Träger- oder Heterodynverfahren an ihre Grenzen. Für eine uneingeschränkte Messfähigkeit bis 6 GHz ist eine Gerätetechnik erforderlich, die Trägerfrequenzen von mindestens 6 GHz erzeugen kann. Die konventionelle Technik zur Trägererzeugung limitiert die Interferometer des Stands der Wissenschaft und eine Messfähigkeit wird nur auf Kosten der Immunität gegen Nichtlinearitäten und der Eindeutigkeit erreicht. Die uneingeschränkte Messfähigkeit eines Interferometers erfordert zudem eine ausreichende Ortsauflösung der Schwingformen auf dem Mikrosystem. Mit steigender Schwingungsfrequenz nimmt die akustische Wellenlänge ab, sodass der Messlaserstrahl mit einer Mikroskop-Optik fokussiert werden muss. Die Beugung limitiert dabei die minimale Größe des Laserfokus und damit die Ortsauflösung, was die Messfähigkeit eines Interferometers für Schwingungsfrequenzen im Gigahertz-Bereich ebenfalls einschränkt.

In dieser Arbeit wurden die Trägererzeugung mittels phasengekoppelter Laser in einer optoelektronischen Phasenregelschleife theoretisch und experimentell untersucht, um eine Messfähigkeit von heterodynen Interferometern bei mechanischen Schwingungen bis zu 6 GHz zu erzielen. Zudem wurde die Steigerung der Ortsauflösung jenseits der Beugungsgrenze durch Absorbanzmodulations-Nanoskopie in Reflexion theoretisch analysiert. Anhand der systemtheoretischen Beschreibung der optoelektronischen Phasenregelschleife wurden Anforderungen an die Eigenschaften geeigneter Laser und der weiteren Komponenten formuliert. So muss die Regelbandbreite größer als die summierte Linienbreite der Laser sein. Als wichtige Eigenschaft des Interferometers wurde die erreichbare Schwingungsamplitudenauflösung in Abhängigkeit vom Interferometeraufbau, den phasengekoppelten Lasern und der Phasenregelschleife modelliert und numerische Simulationen durchgeführt. Es wurde gezeigt, dass der Einfluss des Phasenrauschens der phasengekoppelten Laser mit steigender Schwingungsfrequenz schwindet und daher andere Rauschbeiträge, wie beispielsweise das Schrotrauschen, die Schwingungsamplitudenauflösung limitieren können. Des Weiteren wurde der Einbruch des nutzbaren Trägers analytisch beschrieben, der durch den Verlust der gegenseitigen Kohärenz bei großen Pfaddifferenzen im Interferometeraufbau entsteht. Die theoretische Modellierung vereinfacht so eine zielgerichtete Auslegung der Trägererzeugung mittels phasengekoppelter Laser für die Interferometrie.

Das theoretische, beugungsbegrenzte Ortsauflösungsvermögen eines Interferometers wurde anhand einer akustischen Oberflächenwellen hergeleitet. Es wurde gezeigt, dass die Größe des Lasermessflecks um mindestens den Faktor 8 geringer sein muss als die akustische Wellenlänge, damit die systematischen Messabweichungen vernachlässigbar bleiben. Für eine Ortsauflösung jenseits der Beugungsgrenze wurde die Absorbanzmodulations-Nanoskopie modelliert, die eine reversible, dynamische Nahfeldblende in einer Dünnschicht auf der Messoberfläche erzeugt. Das Simulationsmodell umfasst die Photokinetik, die mikroskopische Bildgebung und die Beugung an der dynamischen Nahfeldblende. Aus dem Modell wurden analytische Näherungen für eine einfache Auslegung eines Absorbanzmodulations-Nanoskops abgeleitet. Insbesondere wird eine Formel zur Steigerung der Ortsauflösung in Beziehung zu Systemparametern hergeleitet, die eine interessante Analogie zu der bekannten Auflösungsformel der STED-Mikroskopie aufweist. Eine Parameterstudie der numerischen Simulation zeigt das Potential einer Auflösungssteigerung auf  $1/5$  der Beugungsgrenze bei 100 nm Schichtdicke, wenn eine Konzentrationserhöhung oder eine Verbesserung der photophysikalischen Eigenschaften des Photochroms um einen Faktor 2 gegenüber dem Stand der Technik erzielt werden kann. Diese Studie bietet die Grundlage für die Dimensionierung und den experimentellen Nachweis des Potentials der Absorbanzmodulations-Nanoskopie in Reflexion. Es wurde der weitere Forschungsbedarf zur Anwendung in der Interferometrie diskutiert.

Auf Basis der Erkenntnisse wurde ein heterodynes Laser-Doppler-Vibrometer-Mikroskop mit phasengekoppelten, monolithischen Halbleiterlasern im sichtbaren Spektralbereich ausgelegt und realisiert. Die Bandbreite der Datenerfassung limitiert die Messung auf Schwingungsfrequenzen bis 3 GHz. Die Erzeugung einer Trägerfrequenz wird durch den Photodetektor auf maximal 10 GHz begrenzt. Die Messfähigkeit des Experimentalbaus für Hochfrequenz-Mikrosysteme wurde anhand einer Messungen auf einem Oberflächenwellen-Filter bei 315 MHz demonstriert. Die erreichte Amplitudenauflösung von  $\leq 100 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  für Schwingungsfrequenzen  $> 1 \text{ GHz}$  ist vom Intensitätsrauschen der Halbleiterlaser und vom thermischen Rauschen der Elektronik limitiert. Somit kann die Trägererzeugung mittels phasengekoppelter Halbleiterlaser die heterodyne Interferometrie zur Messung von Schwingung bis über 6 GHz befähigen, wenn das Potential der Absorbanzmodulation zur Steigerung der Ortsauflösung ausgeschöpft wird.

# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Seit Jahren schreitet der Trend in der Informationstechnik voran, physische Objekte (,Dinge‘) mittels Sensorik und Aktorik ,smart‘ zu gestalten und zu vernetzen [149]. Die vielfältigen Bestrebungen sind unter dem Begriff des ,Internets der Dinge‘ (,IoT‘) und im industriellen Umfeld als ,Industrielles Internet der Dinge‘ (,IIoT‘) zusammengefasst. Die anvisierte Omnipräsenz smarter Technologien fordert von den Ingenieurwissenschaften Innovationen bei Kommunikationsbandbreite, Rechenkapazität, Integrationsdichte, Energieeffizienz und Herstellungskosten [25, 71, 87]. Dieser Innovationsbedarf begründete bereits in den 1960er Jahren die Mikrosystemtechnik [146]. Die Reduktion der Strukturgrößen und der Herstellungskosten profitiert dabei seit jeher von der stetigen Weiterentwicklung in der Halbleitertechnik [64]. Im Stand der Technik ermöglichen diese Mikrosysteme<sup>1</sup> (,MEMS‘) in einer Größenordnung von 100 nm bis 1000 µm die Kombination von mechanischen, elektrischen, optischen, thermischen und mikrofluidischen Funktionen [159]. Solche hybriden Systeme werden auch als ,System-on-Chip‘ oder ,Lab-on-Chip‘ bezeichnet und zeichnen sich durch eine hohe funktionale Integrationsdichte und Energieeffizienz aus.

Beispielsweise nutzt die Nachrichtentechnik in hoher Stückzahl mikroakustische Hochfrequenz-(HF)-Filter in hochfunktionalen, integrierten Schaltungen für die selektive Filterung der Kommunikationsbänder mit dem Ziel einer effizienten Nutzung der verfügbaren Bandbreiten [11, 39]. In diesen mikroakustischen Filtern werden die elektrischen Signale in akustische Oberflächenwellen<sup>2</sup> oder Volumenwellen<sup>3</sup> in piezoelektrischen Substraten gewandelt, gefiltert und wieder zurückgewandelt [5]. Da die akustische Wellenlänge gegenüber der Wellenlänge einer elektromagnetischen Welle um etwa einen Faktor 10 000 kleiner ist, können so mikroakustische Filter kompakter, selektiver und damit effizienter im Vergleich zu elektrischen HF-Filtern<sup>4</sup> hergestellt werden. Im 4G-Mobilfunkstandard werden mit Hilfe dieser mikroakustischen Filter Kommunikationsbänder bis 3 GHz selektiert [5, 29]. Der zukünftige 5G-Mobilfunkstandard<sup>5</sup> erfordert Filter für Frequenzen bis 6 GHz (,Sub-6 GHz‘-Band) [158]. Geeignete mikroakustische Filter sind bereits verfügbar oder derzeit in der Entwicklung [5, 158]. In den hochintegrierten Schaltungen der Nachrichtentechnik werden zudem mikroelektromechanische

<sup>1</sup> Engl. ,Microelectromechanical Systems‘.

<sup>2</sup> In ,Surface Acoustic Wave‘(SAW)-Filtern.

<sup>3</sup> In ,Bulk Acoustic Wave‘(BAW)-Filtern.

<sup>4</sup> Mit vergleichbaren Filtereigenschaften

<sup>5</sup> Für Makrozellen. Für die geplante Kommunikation über Kurzstrecken (,mmWave‘) bei Frequenzen > 24 GHz wird auf Streifenleiter (,Microstrips‘) für Filteraufgaben zurückgegriffen [158].

HF-Schalter verwendet, da diese überlegene HF-Eigenschaften gegenüber konventionellen Halbleiterschaltern besitzen [88].

Über die Nachrichtentechnik hinaus bedienen HF-Mikrosysteme vielfältige Anwendungen in der Sensorik, Aktorik, Medizintechnik und im Automobil [88, 159]. Die weitere Miniaturisierung der Mikrosysteme in den Submikrometer-Bereich hin zu nanoelektromechanischen Systemen ermöglicht es, quantenmechanische Prozesse und Wechselwirkungen zu untersuchen [48].

Die Überprüfung der Eigenschaften dieser HF-Mikrosysteme (engl. „MEMS testing“) ist essenziell sowohl für Forschung und Entwicklung als auch für die Qualitätssicherung in den Produktionsprozessen. Die weitverbreitete elektrische Messung erlaubt bei Abweichungen vom gewünschten Verhalten oft keine differenzierte Aussage über die Ursachen [67, 206]. Die direkte Messung der mechanischen Schwingung des Mikrosystems (aufgelöst in Ort und Zeit) bietet hingegen differenzierte Einblicke, die der gezielten Optimierung des Designs oder dem Monitoring des Fertigungsprozesses dienen können.

Damit die Schwingungsmesstechnik mit den Innovationen der HF-Mikrosystemtechnik Schritt hält, müssen mechanische Schwingungen<sup>6</sup>

- #1) bei Schwingungsfrequenzen bis mindestens 6 GHz
- #2) mit ausreichender Ortsauflösung
- #3) und einer Amplitudenauflösung<sup>7</sup> im Subpicometer-Bereich

erfasst werden können [29, 215]. Ein geeignetes Messverfahren muss dabei möglichst rückwirkungsfrei sein und die mechanische Schwingung an den typischerweise reflektierenden Oberflächen der Mikrosysteme selektiv<sup>8</sup> und genau<sup>9</sup> erfassen. Die Erfüllung der Gesamtheit aller dieser Kriterien (#1 – #3) fasst den hier verwendeten Begriff der Messfähigkeit<sup>10</sup> zusammen.

Für die kontaktlose, orts aufgelöste Schwingungsmessung im Gigahertz-Bereich haben sich Verfahren der Laserrastermikroskopie („Laser-Scanning-Mikroskopie“) etabliert [144, 182, 184, 206], bei denen ein fokussierter Laser-Messfleck die Messoberfläche des HF-Mikrosystems abtastet und die reflektierte Laserstrahlung analysiert (Abb. 1.1).

Mit Techniken zur Auswertung der Intensitätsmodulation (z. B. „Knife-Edge“-Technik nach [3, 50]) wurden Messungen an HF-Mikrosystemen bis in den Gigahertz-Bereich demonstriert [51, 69, 93, 170]. Die inkohärente Auswertung und das Detektorrauschen führen dabei zu einer geringen Empfindlichkeit. Zudem resultiert die fehlende Selektivität für eine Schwingungsrichtung in einer vergleichsweise großen Unsicherheit der erfassten Schwingungsamplituden.

---

<sup>6</sup> Es wird von stationären oder reproduzierbaren Schwingungszuständen ausgegangen, die von einem rasternden Messverfahren sequenziell erfasst werden können.

<sup>7</sup> Messzeiten  $\leq 1$  s.

<sup>8</sup> Möglichst keine Querempfindlichkeiten der Ausgangsgröße.

<sup>9</sup> Bereits ohne erhöhten Kalibrationsaufwand, da keine Gigahertz-Vibrationsnormale existieren.

<sup>10</sup> Der Begriff der Messfähigkeit weicht in dieser Arbeit bewusst gegenüber dem standardisierten Begriff der Messmittelfähigkeit (für eine spezifische Messsituation) ab, um die notwendigen Kriterien und Aspekte zur Befähigung des Messgerätes separat und differenziert zu benennen.



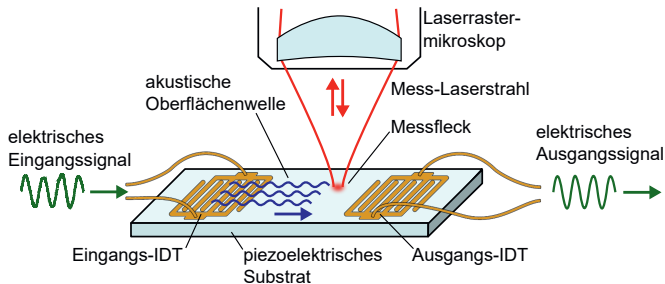


Abb. 1.1: Schema einer Schwingungsmessung auf einem Surface-Acoustic-Wave-(SAW)-Filter mit einem fokussierten Laserstrahl (rot) eines Laserrastermikroskops (in Reflexion). Das elektrische HF-Signal (grün) am Eingangs-IDT (Interdigital-Transducer) erzeugt eine akustische Oberflächenwelle (blau) auf dem piezoelektrischen Substrat, die sich ausbreitet und am Ausgangs-IDT in ein gefiltertes elektrisches HF-Signal zurückgewandelt wird.

Laserinterferometrische Techniken werten die Phasenmodulation der gestreuten Laserstrahlung kohärent aus, welche linear<sup>11</sup> durch eine Relativbewegung des Mikrosystems gegenüber dem Interferometer entsteht (Laser-Doppler-Effekt) [44]. Diese Messsysteme werden auch als Laser-Doppler-Vibrometer (LDV) bezeichnet und haben sich in der Schwingungsmesstechnik an Mikrosystemen etabliert [36, 167]. Der Stand der Wissenschaft weist jedoch einen Forschungsbedarf bei der Forderung nach Gigahertz-Messfähigkeit und ausreichender Ortsauflösung auf, worauf im Folgenden eingegangen wird.

### Messfähigkeit von Schwingungsfrequenzen bis 6 GHz (Kriterium #1)

Homodyne Interferometer werten die Phasenmodulation am Detektor direkt (im Basisband) aus und ermöglichen eine Schwingungsmessung bis zu 10 GHz [53, 70, 73, 105, 125]. Für eine konstante und definierte Empfindlichkeit ist eine aufwändige Stabilisierung und Kalibration des Arbeitspunkts erforderlich [206], was eine Ermittlung der Messunsicherheit der Schwingungsamplituden im Gigahertz-Bereich erschwert [214]. Die Empfindlichkeit für Nichtlinearitäten der Photodetektoren und die fehlende Selektivität zwischen Phasenmodulation und Intensitätsmodulation (bei der Schwingungsfrequenz) beeinträchtigen die Messfähigkeit und Genauigkeit des Homodynverfahrens [13].

Heterodyne Interferometer nutzen das Trägerverfahren, welches die Phasenmodulation aus dem Basisband in eine Zwischenfrequenz um einen ‚Träger‘ verschiebt. Dadurch besitzt das Heterodynverfahren gegenüber dem Homodynverfahren eine vorteilhafte Selektivität der Phasenmodulation gegenüber einer Intensitätsmodulation und Immunität gegen Nichtlinearitäten<sup>12</sup> der Photodetektoren, sodass eine definierte und geringere Unsicherheit der gemessenen Schwingung erzielt werden kann. Als Voraussetzung für ein eindeutiges Messsignal muss die höchste Schwingungsfrequenz kleiner als die

<sup>11</sup> Die Linearität ist für die meisten technisch-relevanten Fälle gegeben, siehe Erklärung um (3.1).

<sup>12</sup> Diskussion in Abschnitt 3.1.2.

Trägerfrequenz sein (Carson-Bedingung für kleine Schwingungsamplituden [28]). Somit limitiert die maximal erzeugbare Trägerfrequenz eines heterodynen Interferometers die maximal messbare Schwingungsfrequenz.

Im Stand der Technik wird die Trägerfrequenz weitverbreitet durch akustooptische Frequenzschieber aus Paratellurit erzeugt und ist für hohe Beugungseffizienzen auf Frequenzen  $< 409$  MHz beschränkt<sup>13</sup> [218]. Eine akustooptische Frequenzverschiebung im Gigahertz-Bereich bei alternativen Betriebsarten, mehrfachem Durchgang oder in anderen akustooptischen Materialien erfordert eine Kompensation der hohen Transmissions- und Beugungsverluste durch eine erhöhte Laserleistung. Bei höheren Leistungen besitzen Laser typischerweise ungünstige Eigenschaften für die Interferometrie, wie z. B. erhöhtes Intensitätsrauschen. Heterodyne LDVs unter Verwendung der Einseitenband-Auswertung erfordern Apriori-Wissen [164] für die Messfähigkeit bis mehrere Gigahertz [29, 157]. Dabei geht bei dieser Auswertetechnik die Selektivität für Phasenmodulation gegenüber Intensitätsmodulation verloren<sup>14</sup>.

Somit stößt die heterodyne Laser-Doppler-Vibrometrie aufgrund der konventionellen Techniken zur Trägererzeugung im Hinblick auf eine (eindeutige) Messfähigkeit im Gigahertz-Bereich (Kriterium #1) an ihre Grenzen [168].

## Ausreichende Ortsauflösung (Kriterium #2)

Ein Laser-Interferometer mittelt die Schwingungsinformation über die Ausdehnung des Laser-Messflecks auf der Messoberfläche. Für eine ausreichende Ortsauflösung einer Schwingform muss die Halbwertsbreite  $\Delta x_{LDV}$  des Laser-Messflecks um Faktor 8 kleiner sein als die akustische Wellenlänge ( $\Delta x_{LDV} < 0,12 \lambda$ ) [182], damit eine systematische Amplitudenabweichung  $< 5\%$  auftritt<sup>15</sup>. Mit steigender Schwingungsfrequenz in HF-Mikrosystemen verringert sich die akustische Wellenlänge<sup>16</sup>. Folglich ist die Fokussierung des Laser-Messflecks mit einem Mikroskop entscheidend für die Messfähigkeit eines LDV an HF-Mikrosystemen.

Die Eigenschaft zur Fokussierung durch die Mikroskop-Optik ist durch die Beugung an der Aperturblenne limitiert. Nach Abbe [1] beträgt die beugungsbegrenzte Halbwertsbreite  $\Delta x_{LDV}$  des Messflecks bei der Wellenlänge  $\lambda$  für eine Fokussierung<sup>17</sup> mit einem Mikroskop-Objektiv der numerischen Apertur NA (Abbe'sche Beugungsgrenze)

$$\Delta x_{LDV} \approx 0,5 \frac{\lambda}{NA}. \quad (1.1)$$

Die Minimierung der Halbwertsbreite des Messflecks ist somit grundsätzlich durch die Wahl einer kürzeren Wellenlänge oder höheren numerischen Apertur erreichbar. Die Wahl der numerischen Apertur für die Anwendung in einem LDV ist begrenzt auf  $NA < 1$ , da zur Messung eines Mikrosystems zumeist ein Arbeitsabstand zum Mikroskop-Objektiv erforderlich ist. Zudem kann für eine rückwirkungsfreie Messung kein Immersionsmedium angewendet werden. Einer Verkürzung der Messwellenlängen

<sup>13</sup>Für den 'Slow-Shear-Mode'-Betrieb; Detaillierte Darstellung in Abschnitt 2.1.1.

<sup>14</sup>Siehe Abschnitt 3.1.1.

<sup>15</sup>Detaillierte Herleitung in Abschnitt 5.1.2.

<sup>16</sup>Für dasselbe Material des Substrats.

<sup>17</sup>Ohne Konfokalisierung.

steht entgegen, dass aufgrund der höheren Photonenenergie die Amplitudenauflösung abnimmt<sup>18</sup> [43]. Folglich beträgt die kleinste Ortsauflösung eines LDV nach (1.1) des Stands der Technik<sup>19</sup> [168]  $\Delta x_{\text{LDV}} > 0,27 \mu\text{m}$ . Mit dieser Ortsauflösung können nach [182] beispielsweise akustische Oberflächenwellen auf Lithiumniobat<sup>20</sup> nur bis Schwingungsfrequenzen von  $< 1,8 \text{ GHz}$  erfasst werden<sup>21</sup>.

Somit wird aufgrund der Abbe'schen Beugungsgrenze nach (1.1) der optischen Mikroskopie das Ortsauflösungsvermögen eines LDV und damit die Messfähigkeit für HF-Schwingungen fundamental beschränkt. Für eine uneingeschränkte Schwingungsmessung bis  $6 \text{ GHz}$  sind daher Verfahren der Hochauflösung erforderlich (Kriterium #2).

### Auflösung von Schwingungsamplituden mit Subpicometern (Kriterium #3)

Aufgrund der kohärenten Verstärkung ist die Schwingungsamplitudenauflösung von typischen Interferometern (für die Normalkomponente<sup>22</sup>) selbst bei Laserleistungen im Milliwatt-Bereich nur noch von der Quantisierung des Lichts limitiert, welches das Schrotrauschen beim Detektionsprozess verursacht [167]. Typische LDVs erreichen dadurch eine Amplitudenauflösung<sup>23</sup> von wenigen 10 Femtometern bei einer Auflösungsbandbreite von  $1 \text{ Hz}$  [168], was die Kriterium #3 der HF-Schwingungsmessung nach Subpicometer-Amplitudenauflösung erfüllt.

### Zusammenfassung des Forschungsbedarfs

Die Gerätetechnik der heterodynen Laser-Doppler-Vibrometrie steht somit angesichts der Anforderungen der Schwingungsmessung an bestehenden und zukünftigen HF-Mikrosystemen vor zwei grundsätzlichen Herausforderungen:

1. Eine Technik zur Erzeugung von Trägerfrequenzen bis mindestens  $6 \text{ GHz}$  ist erforderlich, damit eine eindeutige Messfähigkeit für Schwingungen bis  $6 \text{ GHz}$  mit Selektivität gegenüber der Intensitätsmodulation ermöglicht wird (vgl. Krit. #1).
2. Ein Verfahren zur Steigerung des Ortsauflösungsvermögens für die LDV-Mikroskopie jenseits der Abbe'schen Beugungsgrenze ist erforderlich, damit die Schwingformen bis  $6 \text{ GHz}$  unverfälscht analysiert werden können (vgl. Krit. #2).

Die herausragende Fähigkeit der heterodynen Laser-Doppler-Vibrometrie zur Auflösung der Schwingungsamplituden im Subpicometer-Bereich (Kriterium #3) muss dabei durch eine potenzielle Lösung weiterhin erhalten bleiben.

<sup>18</sup> Für Schrotrausch-begrenzte Detektion bei gleichen (optischen) Leistungen am Photodetektor.

<sup>19</sup>  $\text{NA} < 1$  und  $532 \text{ nm}$ .

<sup>20</sup> Ausbreitungsgeschwindigkeit in Lithiumniobat im  $128^\circ\text{Y-X}$  Schnitt [218]:  $c_{\text{LiNbO}_3} \approx 3960 \text{ m/s}$ .

<sup>21</sup> Mit relativer systematischer Abweichung  $< 5\%$ , siehe Abschnitt 5.1.2.

<sup>22</sup> Für Mikrosysteme mit hochreflektierenden Oberflächen kann keine Messung der dreidimensionalen Schwingung erfolgen. Dafür ist die LDV-Messung in drei linearunabhängigen Raumrichtungen an einer ausreichend streuenden Oberfläche erforderlich [111]. Zudem ist die laserinterferometrische Messung an reflektierenden Oberflächen oft ausschließlich in Richtung der Oberflächennormalen möglich, da nur in dieser Richtung genügend Signalleistung vorliegt. Daher beschränkt sich diese Dissertation auf die Erfassung der Normalkomponente der Bewegung des Mikrosystems.

<sup>23</sup> Bei Rauschäquivalenz.

In den folgenden Abschnitten werden die verfolgten Ansätze zum Forschungsbedarf in der Gerätetechnik der Laser-Doppler-Vibrometrie vorgestellt. Diese Darstellung mündet in die Formulierung der wissenschaftlichen Hypothesen.

## 1.2 Ansatz zur Gigahertz-Trägererzeugung

Eine Technik zur flexiblen Trägererzeugung für die heterodyne Interferometrie basiert auf der Frequenzdifferenz-Regelung von zwei Laserquellen in einer optoelektronischen Phasenregelschleife. Phasenregelschleifen sind aus der Elektrotechnik und Nachrichtentechnik bekannt und finden dort vielfältig Anwendung [62]. Eine Phasenregelschleife ist ein Regelkreis, der die Phase und Frequenz eines durchstimmbaren Oszillators („Slave“) so anpasst, dass diese einem Referenz-Lokaloszillator („Master“) folgt. In einem solchen Regelkreis kann systematisch eine stabile Frequenzdifferenz eingeführt werden. Dafür vergleicht der Phasendetektor die Frequenzdifferenz der Oszillatoren mit einem weiteren Lokaloszillator.

Diese Technik kann auf Laserquellen übertragen werden (siehe Abb. 1.2). Eine longitudinal-monomodige Laserquelle dient dabei als Referenz-Lokaloszillator („Master-Laser“), welcher elektromagnetische Wellen mit einer Frequenz von mehreren hundert Terahertz emittiert. Einige Laser-Prinzipien erlauben ein stetiges Durchstimmen proportional zu elektrischen Größen. Ein solcher Lasertyp ist erforderlich für den „Slave-Laser“, als Analogie zum durchstimmbaren (elektrischen) Oszillator. Mit Hilfe eines Photodetektors wird die Frequenzdifferenz beider Laser in die elektrische Bandbreite konventioneller Bauteile der Elektrotechnik gemischt und mit der Phase eines elektrischen Lokaloszillators verglichen. Das Fehlersignal wird durch ein Schleifenfilter an den durchstimmbaren Slave-Laser rückgekoppelt. Aufgrund der Kombination von optischen und elektronischen Komponenten wird dieses System als optoelektronische Phasenregelschleife<sup>24</sup> (OPLL) bezeichnet [154].

Die Frequenzdifferenz-Regelung zweier Laserquellen durch eine OPLL findet seit den 1960er Jahren Anwendung in der Fernerkundung und Kommunikation [55, 91, 102, 192],

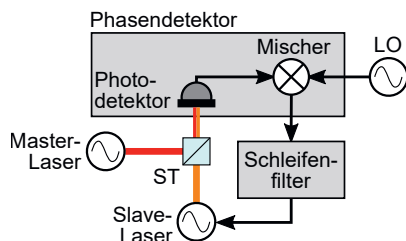


Abb. 1.2: Schema einer optoelektronischen Phasenregelschleife (OPLL) zur Frequenzdifferenz-Regelung eines durchstimmbaren Slave-Lasers und eines freilaufenden Master-Lasers auf die Frequenz eines Lokaloszillators (LO). ST = Strahlteiler.

<sup>24</sup> Engl. ‚Optoelectronic Phase-Locked Loop‘ auch ‚Optical Phase-Locked Loop‘.

bei LIDAR [137], in optisch-gechirptem Radar [177], in der Mikrowellenphotonik [40], in Gravitationswellendetektoren [116, 195], in Atomuhren [174], in der Frequenzmesstechnik [85, 217], in der Brillouin-Spektroskopie [190] und in der Laser-Doppler-Anemometrie [181].

In der Anwendung für die heterodynen Interferometrie konnten mit monomodigen Helium-Neon-Lasern variable Trägerfrequenzen bis zu 20 MHz erreicht werden [189]. Aufgrund des schmalbandigen Verstärkungsspektrums sind die erzeugbaren Differenzfrequenzen und verfügbaren Laserleistungen stark eingeschränkt. Halbleiterlaser lassen sich mit elektrischen Eingangsgrößen direkt und breitbandig durchstimmen. In den frühen 1980er Jahren wurde bereits eine Frequenzdifferenz-Regelung im Nahinfrarot-Bereich mit Fabry-Perot-Halbleiterlasern demonstriert [186]. Diese Halbleiterlaser eignen sich jedoch aufgrund der hohen Linienbreiten von 10 MHz bis mehreren hundert Megahertz und den Modensprüngen nur bedingt zur Frequenzdifferenz-Regelung [169]. In Halbleiterlasern mit externem Resonantoraufbau können schmale Emissionslinienbreiten bis zu wenigen Kilohertz erzeugt werden. Solche Lasersysteme werden in einigen Applikationen (trotz der Einschränkung einer mechanischen Bewegung) zum Durchstimmen in Frequenzdifferenz-Regelungen bis 20 GHz angewendet [169, 179, 203]. Aufgrund der Komplexität und der mechanischen Komponenten lassen sich solche Lasersysteme schwer miniaturisieren.

Monolithische Halbleiterlaser mit inhärenter Frequenzselektion, wie z. B. „Distributed-Bragg-Reflector“ (DBR)-Halbleiterlaser, bieten eine schmalbandige Emission mit einer Linienbreite im Megahertz-Bereich. Mittels breitbandiger Direktmodulation des Injektionsstroms wird ein weiter Durchstimmbereich erzielt. Insbesondere bei sichtbaren Wellenlängen führten neue Entwicklungen zu schmalbandigen DBR-Halbleiterlasern mit Durchstimmbereichen von mehreren hundert Gigahertz [19]. Mit Hilfe von optoelektronischen Phasenregelschleifen konnten so stabile Frequenzdifferenzen zwischen phasengekoppelten Halbleiterlasern vom Megahertz- bis Terahertz-Bereich demonstriert werden [60].

Die Frequenzdifferenz-Regelung von zwei Halbleiterlasern in einer optoelektronischen Phasenregelschleife bietet das Potenzial zur breitbandigen, flexiblen Trägererzeugung bis in den Gigahertz-Bereich (Krit. #1) auch für die heterodyne Laser-Doppler-Vibrometrie. Dabei wird eine möglichst kurze Wellenlänge (im sichtbaren Spektralbereich) für ein (beugungsbegrenztes) Ortsauflösungsvermögen (Krit. #2) angestrebt. Es besteht vor allem Forschungsbedarf, ob in einem solchen heterodynen Interferometer eine ausreichende Amplitudenaufösung im Subpicometer-Bereich (Krit. #3) für die Messung an HF-Mikrosystemen erreichbar ist.

## 1.3 Nanoskopie-Ansatz für technische Oberflächen

Methoden in der Mikroskopie zur Ortsauflösung jenseits der Beugungsgrenze nach Abbe [1] werden unter dem Begriff der „Nanoskopie“ (auch „Superresolution“-Mikroskopie) zusammengefasst. Die Eignung von nanoskopischen Konzepten für die LDV-Rastermessung erfordert die Anwendbarkeit auf kohärente Laserstrahlung und auf die Reflexions-Mikroskopie (aufgrund der technischen Messoberflächen).

Die Überwindung der Beugungsgrenze wird in der Regel durch den Einsatz einer Nahfeldoptik ermöglicht [17]. Dafür wird eine Sonde (z. B. Subwellenlängenblende oder scharfe Spitze) in unmittelbarer Nähe zur Mesoerfläche platziert, um hochlokalisierte Lichtfelder zu erzeugen und Nahfeldinformationen zu sammeln [120]. Zur Bildgebung wird die Nahfeldoptik über das Messobjekt gerastet. Da das Nahfeld in einem Abstand von Bruchteilen der Wellenlänge abklingt [20], ist eine hochpräzise Abstandskontrolle zwischen Mesoerfläche und Sonde erforderlich. Deren Implementierungen auch während des Abrasterns des Messobjekts ist meist anspruchsvoll [120].

Bekannte Verfahren der optischen Fernfeld-Nanoskopie basieren auf der reversiblen und sättigbaren Schaltbarkeit der Fluoreszenz in Markermolekülen [18, 77, 80, 104, 172], die an einer abzubildenden Struktur angelagert wurden. Der Übergang in den Markermolekülen zwischen dem aktivierten Zustand, der zur Bildgebung beiträgt, und einem deaktivierten Zustand kann durch Photonen induziert werden. Die Wahrscheinlichkeit, ob das Molekül zur Kontrastgebung beiträgt, hängt dabei nichtlinear von der lokalen Intensität bei dieser Wellenlänge ab. Durch eine gezielte dreidimensionale und dynamische Gestaltung der beugungsbegrenzten Intensitätsverteilung aus dem Fernfeld kann so die kontrastgebende Eigenschaft feiner lokalisiert werden als die Abbe'sche Beugungsgrenze.

Ein prominentes Verfahren mit der photophysikalischen Schaltbarkeit von Fluorophoren wird in der STED-Mikroskopie<sup>25</sup> genutzt. Hierbei werden Fluorophore mittels stimulierter Emission aus dem angeregten Zustand  $S_1$ , der unter Emission eines Fluoreszenzphotons zur Bildgebung beitragen kann, in den dunklen Grundzustand  $S_0$  überführt. Bei diesem Verfahren wird typischerweise der beugungsbegrenzte Fokus bei der Anregungswellenlänge (für den Übergang vom Grundzustand  $S_0$  zum angeregten Zustand  $S_1$ ) von einer Ringmode bei der Wellenlänge zur stimulierten Emission überlagert [79]. Die Ringmode besitzt eine zentrale Nullintensität, in der die bildgebende Fluoreszenz nicht unterdrückt wird. Abhängig von der Intensitätsverteilung kann so eine Lokalisierung der fluoreszierenden Bildbereiche weit unterhalb der Beugungsgrenze erzielt werden. Zur Erfassung von Bildern wird das Messvolumen abgerastert.

Im Hinblick auf technische Messobjekte ermöglicht die STED-Nanoskopie eine Hochauflösung lediglich an Strukturen, die mit geeigneten Fluorophoren markiert werden können. Unter Einsatz des optischen Flusses wurde in [136] eine quasi-statische Bewegung einzelner nanoskaliger Fluorophore auf einem Mikrosystem nachvollzogen. Dennoch ist die STED-Mikroskopie aufgrund der rasternden Bilderfassung und der Photophysik auf eine Bewegungserfassung bis zu einer Frequenz von 80 Hz beschränkt [196].

Verfahren der Fernfeld-Nanoskopie basieren im Stand der Wissenschaft vorwiegend auf dem Fluoreszenzkontrast [79], obwohl das zugrundeliegende Konzept der Verwendung optisch-geschalteter molekularer Übergänge nicht auf das Umschalten zwischen fluoreszierenden und nicht-fluoreszierenden Zuständen beschränkt ist [76, 78]. Ein Verfahren zur Hochauflösung an technischen Oberflächen in der Reflexions-Mikroskopie basiert auf photochromen Molekülen, die unter Bestrahlung reversibel ihre Absorptionseigenschaften ändern [21] (siehe Abb. 1.3a). Im Grundzustand A besitzt dieses Photochrom eine dominante UV-Absorption und ist transparent im sichtbaren Spektralbereich.

---

<sup>25</sup> Engl. 'Stimulated Emission Depletion', stimulierte Fluoreszenzlöschung.

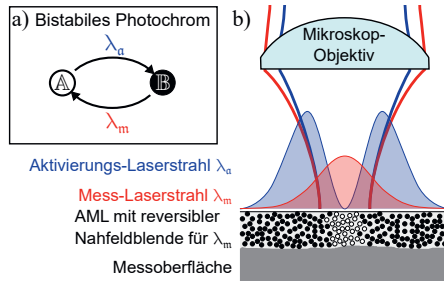


Abb. 1.3: Schema der Reflexions-Nanoskopie mittels Absorbanzmodulation. (a) Durch die Bestrahlung der Photochrome bei zwei Wellenlängen kann zwischen dem transparenten Zustand A (○) und dem opaken Zustand B (●) geschaltet werden. (b) Für eine Ringmode bei der Aktivierungswellenlänge entsteht im (beugungsbegrenzten) Fokus des Mikroskop-Objektivs eine reversible, dynamische Nahfeldblende in einer Absorbanzmodulations-Schicht (AML). Für die Bildgebung kann somit der lokale Reflexionsgrad der Messoberfläche bei der Messwellenlänge λ<sub>m</sub> mit einer Ortsauflösung jenseits der Beugungsgrenze abgerastert werden.

Durch Photonen bei einer Aktivierungswellenlänge λ<sub>a</sub> wird eine unimolekulare Reaktion in den Zustand B induziert. Dieser Zustand besitzt ein Absorbanzmaximum meist im sichtbaren Spektralbereich<sup>26</sup>. Die Rückreaktion in den Zustand A wird durch Photonen<sup>27</sup> bei der weiteren Wellenlänge λ<sub>m</sub> induziert.

Dieses Verfahren der Absorbanzmodulation findet in der Lithographie als ‚Absorbance-Modulation Optical Lithography‘ (AMOL) Anwendung [58, 129, 138, 151, 152, 208] und wurde erfolgreich zur Erzeugung von Strukturen jenseits der Beugungsgrenze angewendet [7, 27, 84, 127, 129, 130, 133, 211]. Aufgrund des Erfolgs konkurrierender photolithographischer Verfahren und technischer Herausforderungen<sup>28</sup> bei den Photochromen findet AMOL momentan keine nennenswerte Anwendung in der Halbleiterprozessierung [59]. In der optischen Speichertechnik konnte aufgrund der schnellen und gezielten Schaltbarkeit der Photochrome eine Erhöhung der Speicherdichte demonstriert werden [141, 201]. Die Anwendung der Absorbanzmodulation auf die Nanoskopie wurde als ‚Absorbanzmodulations-Bildgebung‘<sup>29</sup> (AMI) [139] eingeführt. Bisher wurde AMI ausschließlich in Transmission für die Nanoskopie von Strukturgrößen bis λ/10 demonstriert [198, 199].

In allen Anwendungen der Absorbanzmodulation wird in unmittelbarer Nähe zur abzubildenden Struktur eine dünne Schicht aufgebracht, in welche die Photochrome eingebettet sind (siehe Abb. 1.3b). Diese wird als ‚Absorbanzmodulations-Schicht‘<sup>30</sup> (AML) bezeichnet [140]. Für eine Bildgebung mit zweidimensionaler Hochauflösung

<sup>26</sup> Die Eigenschaft, dass das Absorbanzmaximum im Zustand B längerwellig als im Zustand A ist, bezeichnet man als ‚positive‘ Photochromie [21].

<sup>27</sup> Photochromie des ‚Typs p‘.

<sup>28</sup> Von den Autoren in [59] werden vor allem Ermüdungseffekte verfügbarer Photochrome und die Dauer des Prozessierens als technologische Hürde identifiziert.

<sup>29</sup> Engl. ‚Absorbance-Modulation Imaging‘.

<sup>30</sup> Engl. ‚Absorbance-Modulation Layer‘.

werden die bestrahlenden Fokuse in ihrem Fernfeld als Ringmode (bei der Aktivierungswellenlänge  $\lambda_a$ ) und einem beugungsbegrenzten Fokus (bei der Messwellenlänge  $\lambda_m$ ) ausgeführt. Abhängig von diesen Intensitätsverteilungen bildet sich eine dynamische Nahfeldblende aus. Nur die Laserstrahlung bei der Messwellenlänge  $\lambda_m$ , die durch die erzeugte Nahfeldblende transmittiert und an der Messoberfläche reflektiert wird, trägt zur Bildgebung bei. Aufgrund der Absorption der Randbereiche des beugungsbegrenzten Fokus wird der Reflexionsgrad der Messoberfläche mit einer Ortsauflösung jenseits der Abbe'schen Beugungsgrenze abgetastet. Nach der Erfassung des Bildpunkts wird die dynamische Nahfeldblende in der AML wieder gelöscht.

Das Verfahren der Absorbanzmodulation besitzt daher ein Potenzial zur Steigerung der Ortsauflösung in der Reflexions-Mikroskopie und damit für die Laser-Doppler-Vibrometrie an Mikrosystemen (Kriterium #2).

## 1.4 Wissenschaftliche Hypothesen

Die vorliegende Dissertation hat zum Ziel, die übergeordnete wissenschaftliche Hypothese zur Gerätetechnik in der heterodyn Laser-Doppler-Vibrometrie zu beantworten:

**Die Messfähigkeit eines heterodyn Laser-Doppler-Vibrometers für die Inspektion von HF-Mikrosystemen kann durch eine hochfrequente Trägererzeugung mit einer Frequenzdifferenz-Regelung von phasengekoppelten Halbleiterlasern sowie durch die Reflexions-Nanoskopie mittels Absorbanzmodulation in geeigneter Art und Weise hergestellt werden.**

Diese übergeordnete Hypothese wird folgend in zwei Unterhypothesen zur Trägererzeugung und zur Ortsauflösung zerlegt. Die Unterhypothese zur Erzeugung von Trägerfrequenzen im Gigahertz-Bereich lautet:

**Der Einsatz der Frequenzdifferenz-Regelung von zwei phasengekoppelten Halbleiterlasern im sichtbaren Spektralbereich ermöglicht die eindeutige Messfähigkeit der heterodyn Laser-Doppler-Vibrometrie für Schwingungen in HF-Mikrosystemen bis mindestens 6 GHz bei einer Amplitudenauflösung von kleiner als  $1 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ .**

Der weitere Aspekt zur Steigerung der Ortsauflösung ist in folgender wissenschaftlichen Unterhypothese formuliert:

**Die erforderliche Steigerung der Ortsauflösung jenseits der Abbe'schen Beugungsgrenze für Schwingformen auf HF-Mikrosystemen kann mittels Absorbanzmodulation für die Reflexions-Nanoskopie erreicht werden.**



## 1.5 Gliederung

In Kapitel 2 dieser Arbeit wird der Stand der Wissenschaft zu beiden Unterhypothesen tiefergehend dargestellt. Hierbei werden die alternativen Techniken zur Trägererzeugung in der Laser-Interferometrie diskutiert. Im weiteren Abschnitt werden Experimente und Simulationen zur Absorbanzmodulation aus der Literatur mit Schwerpunkt auf den Photochromen betrachtet.

Auf Basis einer Einführung in die heterodyne Laser-Interferometrie werden in Kapitel 3 die Anforderungen an eine geeignete Technik zur Trägererzeugung hergeleitet. Dabei werden die Auswirkungen nichtlinearer Kennlinien in der Signalverarbeitungskette diskutiert. Im Anschluss wird die Frequenzdifferenz-Regelung zweier Laserquellen in einer optoelektronischen Phasenregelschleife sowie deren Verwendung zur Trägererzeugung in einem heterodynem Interferometer eingeführt. Anhand einer Linearisierung im Arbeitspunkt wird das Übertragungsverhalten der Phasenregelschleife modelliert.

In Kapitel 4 wird ein analytisches Modell des Differenzphasen-Rauschens in Abhängigkeit der optoelektronischen Phasenregelschleife, der beiden Laser und des Interferometers hergeleitet. Dieses simulierte Differenzphasen-Rauschen wird mit anderen typischen Rauschquellen des Messsystems verglichen und die erreichbare Schwingungsamplitudenauflösung formuliert. Anhand von analytischen Abschätzungen und numerischen Simulationen werden Designrichtlinien für eine Frequenzdifferenz-Regelung zur Trägererzeugung in heterodynem Interferometern aufgestellt.

Die Anforderungen an das Ortsauflösungsvermögen eines LDV-Mikroskops im Hinblick auf hohe Schwingungsfrequenzen in Mikrosystemen werden in Kapitel 5 dargestellt und damit die Notwendigkeit zur Nanoskopie hier insbesondere mittels Absorbanzmodulation aufgezeigt. Anschließend werden die Grundlagen der Photokinetik der Photochrome und der Absorption vorgestellt. Für die Anwendung in der Reflexions-Nanoskopie werden Randeffekte besprochen und Bewertungskriterien aufgestellt.

In Kapitel 6 wird das Potenzial der Absorbanzmodulation für die Reflexions-Nanoskopie anhand einer Parameterstudie mit einem numerischen Simulationsmodell überprüft. Aus Erkenntnissen der strahlenoptischen Simulation werden Näherungen der komplexen Zusammenhänge aufgestellt. Insbesondere wird eine Auflösungsformel hergeleitet, welche die Steigerung der Ortsauflösung in Abhängigkeit vom Nanoskopenaufbau und der Photokinetik beschreibt. Eine Parameterstudie des Modells mit wellenoptischer Ausbreitung mündet in eine Diskussion zum Optimierungsbedarf der photo-physikalischen Parameter eines Ziel-Photochroms gegenüber dem Stand der Wissenschaft. Am Ende des Kapitels werden Aspekte bei der Anwendung der Absorbanzmodulation auf die Laser-Doppler-Vibrometrie diskutiert.

Der realisierte Experimentalaufbau eines LDV-Mikroskops mit Frequenzdifferenz-Regelung zweier DBR-Halbleiterlaser bei einer sichtbaren Wellenlänge von 632 nm wird in Kapitel 7 vorgestellt. Dabei wird auf die verwendeten Komponenten sowie auf die automatisierte Erfassung der Schwingformen und die Datenverarbeitung eingegangen. Basierend auf charakterisierenden Messungen der Komponenten und Rauschquellen wird die Schwingungsamplitudenauflösung des Experimentalaufbaus prognostiziert.

In Kapitel 8 wird der Experimentalaufbau anhand einer Vergleichsmessung überprüft. Die folgenden Schwingungsmessungen an einem Oberflächenwellen-Filter bei 315 MHz demonstrieren die Messfähigkeit des Messaufbaus für HF-Mikrosysteme. Die erreichten Eigenschaften des LDV-Mikroskops, insbesondere die Amplitudenauflösung, werden dabei mit dem theoretischen Modell verglichen. Das Kapitel schließt mit einer Messreihe zu Biegeschwingungen auf Schwingquarz-Mikrowaagen mit dem erstellten Experimentalaufbau.

In Kapitel 9 werden die Erkenntnisse zusammengefasst und ein Ausblick gegeben.

## 2 Stand der Wissenschaft

Die folgende Darstellung des Stands der Wissenschaft beleuchtet separat die publizierten Ansätze zur laserinterferometrischen Schwingungsmesstechnik an Hochfrequenz-Mikrosystemen. Insbesondere werden die Realisierungen zur Trägererzeugung im Gigahertz-Bereich betrachtet. Im zweiten Teil wird der Stand der Wissenschaft in der Absorbanzmodulation beleuchtet. Es werden geeignete Photochrome und deren photo-physikalische Parameter betrachtet sowie publizierte Experimente und Studien zur Absorbanzmodulation im Stand der Wissenschaft diskutiert.

### 2.1 Laser-Interferometrie zur Hochfrequenz-Schwingungsmessung

Eine Vielzahl laserinterferometrischer Techniken wurden für die Schwingungsmessung an HF-Mikrosystemen entwickelt [44, 144, 182, 206, 209], die direkt im Basisband (homodyn) und mit Hilfe des Trägerverfahrens (heterodyn) messen.

#### Homodynverfahren

Beim Homodynverfahren entspricht die Bandbreite des Photodetektors direkt der maximal-messbaren Schwingungsfrequenz. Somit ist am gleichen Photodetektor gegenüber heterodynen Interferometern die Erfassung von höheren Schwingungsfrequenzen möglich<sup>1</sup>. Für eine hohe und konstante Empfindlichkeit erfordern homodyne LDV-Techniken jedoch eine aufwändige Stabilisierung der Pfaddifferenz auf den Arbeitspunkt zwischen konstruktiver und destruktiver Interferenz<sup>2</sup> (am ‚Quadraturpunkt‘) [206]. Diese Stabilisierung erfordert eine aktive Regelung der Pfaddifferenz beispielsweise mit Hilfe eines piezoelektrischen Aktors im Referenzpfad. Somit beeinträchtigen Drift, endliche Regelbandbreite und Positionsrauschen der Aktorik die Messung.

Eine Erweiterung zu einem homodynen Quadratur-LDV wird durch Verwendung von geeigneten Polarisationsoptiken in den Interferometer-Pfaden erreicht [206]. Bei Auswertung der orthogonalen Polarisationszustände an mehreren Photodetektoren entsteht ein ‚Quadratursignal‘. Dadurch ist keine Stabilisierung des Arbeitspunkts mehr nötig. Die Abweichung der Polarisationszustände in der Praxis erfordert typischerweise eine

<sup>1</sup> Verschiedene Gruppen in Forschung und Industrie haben Messsysteme bis zu Schwingungsfrequenzen in den Gigahertz-Bereich publiziert [53, 70, 73, 105, 125].

<sup>2</sup> Die Stabilisierung auf den Quadraturpunkt erfolgt vorwiegend für geringe und variierende Messleistungen. Für große Leistungen in den Pfaden der interferometrischen Gravitationswellendetektoren wird eine Stabilisierung nahe der destruktiven Interferenz bevorzugt, um eine Sättigung der Photodetektoren zu vermeiden [180].

Korrektur der Signale, was in einer erhöhten Messunsicherheit resultiert [209]. Für die kohärente Detektion in der Nachrichtentechnik ist das Verfahren als ‚90 deg Optical Hybrid‘ bekannt [63] und ist in integrierten photonischen Schaltkreisen kommerziell verfügbar (vorwiegend für infrarote Wellenlängen). Auch mit solchen Messsystemen wurde die erfolgreiche Messung an Mikrosystemen bis mehrere Gigahertz demonstriert [12].

Die homodynen Interferometrie besitzen jedoch die grundsätzlichen Nachteile der Querempfindlichkeit gegenüber einer Intensitätsmodulation und der Signalverzerrung bei Nichtlinearitäten der Photodetektoren [13, 209], was die Genauigkeit und Eindeutigkeit der gemessenen Schwingungsamplitude beeinträchtigt.

## Heterodynverfahren

Für die Trägererzeugung in der heterodynen Interferometrie wird einer der Laserstrahlen für die kohärente Überlagerung am Detektor frequenzverschoben. Daher entsteht die Phasenmodulation durch den Laser-Doppler-Effekt um eine Trägerfrequenz im Spektrum des Photodetektor-Signals. Für eine verzerrungsfreie Rekonstruktion der Schwingung kann dabei höchstens die Hälfte der Detektorbandbreite genutzt werden. Zudem begrenzt die Trägerfrequenz die Messbandbreite (unter Beachtung der Carson’schen Regel [28]). Durch das Heterodynverfahren ist die Messung jedoch unempfindlich gegenüber Intensitätsmodulationen und Nichtlinearitäten der Photodetektoren (z. B. durch eine Begrenzung des Ausgangssignals) [13]. Da die Intensitäts- und Phasenmodulation in heterodynen Interferometern im Messsignal unterscheidbar vorliegen, kann sogar eine Erfassung der Schwingung in der Ebene der Mессoberfläche (‚in-plane‘) erfolgen<sup>3</sup> [162]. Der entscheidende Vorteil der heterodynen gegenüber der homodynen Interferometrie ist, dass unabhängig von der Mессoberfläche eine geringere und definierte Messunsicherheit für die erfasste Schwingungsamplitude spezifiziert werden kann [214]. Nachteilig ist das um einen Faktor 2 erhöhte Schrotrauschen gegenüber homodynen Interferometern (siehe Abschnitt 4.1), was die Schwingungsamplitudenaufösung um Faktor  $\sqrt{2}$  verringert [206].

Für die Trägererzeugung in der heterodynen Interferometrie werden im Folgenden die Techniken aus dem Stand der Wissenschaft vorgestellt und auf ihre Anwendbarkeit zur Frequenzverschiebung bis mindestens 6 GHz bewertet.

### 2.1.1 Akustooptische Trägererzeugung

In kommerziellen, heterodynen Interferometern werden aufgrund der geringen Komplexität und Zuverlässigkeit typischerweise akustooptische Frequenzschieber (Bragg-Zelle) eingesetzt [44, 167]. Im Volumen der Bragg-Zellen führt eine fortschreitende, akustische Welle zu einer periodischen Variation des Brechungsindex (gleichsam einem bewegten Beugsgitter), sodass ein einfallender Laserstrahl in mehrere (Beugungs-)Ordnungen gebeugt wird. Aufgrund der Impulserhaltung skaliert die Frequenzverschiebung der

---

<sup>3</sup> Dafür wird aus der Intensitätsmodulation benachbarter Punkte die Bewegung mittels optischem Fluss rekonstruiert und anhand der Messflecksgröße kalibriert.

optischen Strahlung mit dem  $n$ -fachen der Betriebsfrequenz, wobei die Ganzzahl  $n$  die Beugungsordnung ist. Typischerweise wird eine Beugung der gesamten einfallenden Laserleistung in die erste Beugungsordnung angestrebt, sodass eine hohe Beugungseffizienz erzielt wird. Dabei ist die Ausprägung der akustischen Welle in Intensität, Profil und Wellenlänge entscheidend. Für alle akustooptischen Materialien nimmt die akustische Dämpfung mit steigender Frequenz zu und es kann eine akustische (3 dB-)Grenzfrequenz<sup>4</sup> angegeben werden [218]. In Tab. 2.1 sind die akustooptischen Materialien aufgelistet, die bei einer Wellenlänge von 632 nm transparent sind. Es ist zudem die akustische Mode ( $S$  = Schermode,  $L$  = Longitudinalmode) mit deren Ausbreitungsrichtung in Bezug zu den Kristallachsen angegeben<sup>5</sup>. Weitverbreitete akustooptische Frequenzschieber für sichtbare Wellenlängen<sup>6</sup> sind aus Paratellurit ( $\text{TeO}_2$ ) hergestellt, das eine effiziente Frequenzverschiebung bis zu einer akustischen Grenzfrequenz von 409 MHz [218] im Schermoden-Betrieb erlaubt. Daher wird in Tab. 2.1 die Beugungseffizienz in Bezug zu  $\text{TeO}_2$  angegeben<sup>7</sup>.

Die Tab. 2.1 zeigt, dass die meisten akustooptischen Materialien für eine effiziente Frequenzverschiebung im Gigahertz-Bereich ungeeignet sind. Zudem liegt die

Tab. 2.1: Gängige akustooptische Materialien für sichtbare Wellenlängen mit einer Grenzfrequenz über 400 MHz und akustooptischer Effizienz gegenüber Paratellurit ( $\text{TeO}_2$ ) nach [218].

Material	3 dB-Grenzfrequenz in MHz	Effizienz in Bezug zu Paratellurit <sup>a</sup>	Akustische Mode <sup>b</sup>
$\text{TeO}_2$	<b>409</b>	<b>1,000</b>	$S$ (110)
	690	0,029	$L$ (001)
Quarzglas	645	0,001	$L$
$\text{PbMoO}_4$	739	0,030	$L$ (001)
$\text{Ti}_3\text{AsS}_4$	774	0,667	$L$ (001)
GaP	913	0,021	$S$ (110)
$\text{LiNbO}_3$	5480	0,006	$L$ (X)
		0,024	$S$ (126° Y)

<sup>a</sup> Für vergleichbare Verhältnisse bei Leistung, Betriebsfrequenz und Kristallgeometrie für eine Laserwellenlänge von 632,8 nm (Näherung:  $\sin x \approx x$ ) [218].

<sup>b</sup> Die Ausbreitungsrichtung in den anisotropen Materialien ist mit den Miller'schen Indices (in Bezug zu den Kristallachsen) angegeben. Für Lithiumniobat wird die übliche Bezeichnung des Kristallschnitts verwendet.

<sup>4</sup> Es wird von einer Strahlapertur von 1  $\mu\text{s}$  ausgegangen. Nach [218] muss für technische Realisierungen von akustooptischen Frequenzschiebern eine Apertur von 10  $\mu\text{s}$  vorgesehen werden, wodurch sich die erreichbare Grenzfrequenz auf  $1/\sqrt{10}$  des angegebenen Werts reduziert.

<sup>5</sup> Falls Material anisotrop.

<sup>6</sup> Keine Anwendung im blauen Spektralbereich aufgrund Degradation.

<sup>7</sup> Aufgrund des tatsächlich nichtlinearen Zusammenhangs gilt diese Näherung nur für Beugungseffizienzen  $< 50\%$  [218]. Somit bedeutet ein tabellierter Wert von 0,01, dass eine 100-fache akustische Treiberleistung gegenüber  $\text{TeO}_2$  benötigt wird, um eine vergleichbare gebeugte Laserleistung zu erzielen.

Beugungseffizienz der meisten akustooptischen Materialien deutlich niedriger als bei  $\text{TeO}_2$ , was höhere Anforderungen an die HF-Treiberelektronik stellt. Außerdem sind leistungsstärker Messlaser erforderlich, die typischerweise höheres Intensitätsrauschen aufweisen, sodass die Detektion nicht Schrotrausch-begrenzt erfolgen kann. Beispielsweise sind Lithiumniobat- $(\text{LiNbO}_3)$  Frequenzschieber<sup>89</sup> bis zu 3,5 GHz (Freistrah) bei einer Beugungseffizienz von  $\leq 5\%$  kommerziell erhältlich [23]. Für Wellenlängen der Telekommunikation (z. B. 1550 nm) sind viele optische Funktionen in Lithiumniobat-Wellenleiterstruktur realisierbar. Von Rubiyanto et al. wurde ein vollständig-integriertes, heterodynes LDV mit einem Träger bei 170 MHz demonstriert [171]. Für die Herstellung der Wellenleiter ist jedoch eine Dotierung des Lithiumniobat-Substrats durch Eindiffusion notwendig [15]. Typische Fremdatome (Fe, Ti, MgO) verringern die Absorption im sichtbaren Wellenlängen stark.

Auch die Verwendung höherer oder mehrerer Beugungsordnungen kann zur akustooptischen Trägererzeugung verwendet werden. In [168] wurde ein LDV mit einer Trägerfrequenz von 600 MHz demonstriert, indem die +1. und -1. Beugungsordnung eines  $\text{TeO}_2$ -Frequenzschiebers bei 300 MHz für Referenz- und Messstrahl genutzt werden. Auch in dieser Betriebsart<sup>10</sup> ist die Beugungseffizienz im Vergleich zu typischen  $\text{TeO}_2$ -Bragg-Zellen geringer. Die Verwendung mehrfacher Durchgänge durch dieselbe oder mehrere akustooptische Frequenzschieber wie in [26, 119, 132, 193, 205] erhöht die Komplexität und mit jedem Durchgang potenzieren sich die Beugungsverluste.

Zusammengefasst limitieren im Stand der Wissenschaft die akustooptischen Frequenzschieber in den heterodynen Interferometern eine effiziente Erzeugung einer Trägerfrequenz bis mehrere Gigahertz. Aus betriebswirtschaftlicher Sicht sind auch die Bauform und die hohen Kosten der Bragg-Zelle hinderlich für eine Miniaturisierung und Skalierung eines heterodynen Interferometers. Zudem ist keine flexible Wahl der Trägerfrequenz möglich, da der Beugungswinkel direkt mit der Betriebsfrequenz gekoppelt ist. Somit kann ein optischer Aufbau nur für eine Frequenzverschiebung justiert werden, wenn nicht ein komplexer Aufbau mit kompensierenden Optiken vorgesehen wird.

## 2.1.2 Erweiterung der Messbandbreite

Um eine Schwingung eindeutig und ohne Vorwissen<sup>11</sup> aus einem LDV-Rohsignal rekonstruieren zu können, definiert die Trägerfrequenz die höchste messbare Schwingungsfrequenz (für kleine Schwingungsamplituden, siehe auch Abschnitt 3.1.1). Bei bekannter Schwingungsfrequenz und mit der Einschränkung von schmalen Seitenbändern kann die Phasenmodulation aus dem oberen Seitenband rekonstruiert werden [164]. Dabei wird das (gespiegelte) untere Seitenband verworfen. Aufgrund dieser Einseitenband-Auswertung werden in kommerziellen LDV-Systemen maximal messbare Schwingungsfrequenzen von 1,2 GHz [168] und von 2,4 GHz [157] bei einer akustooptischen Trägererzeugung<sup>12</sup> von 613 MHz [164] erzielt. In weiteren Publikationen wurden mit Hilfe hö-

<sup>8</sup> Freistrah-Version im Wellenlängenbereich von 400 nm bis 630 nm.

<sup>9</sup> Lithiumniobat besitzt eine hohe Transmission bei Wellenlängen von 400 nm bis 4  $\mu\text{m}$  [118].

<sup>10</sup> Im Raman-Nath-Bereich anstatt im Bragg-Bereich.

<sup>11</sup> Lediglich die Laser-Wellenlänge muss bekannt sein.

<sup>12</sup> Unter Nutzung der -1. und +1. Beugungsordnung einer Bragg-Zelle.

herer Detektorbandbreiten maximale Schwingungsfrequenzen bis zu 6 GHz [29, 106] und bis zu 10 GHz [183] demonstriert (mit akustooptischer Trägererzeugung bei  $< 100$  MHz).

Einige Gruppen beanspruchen bei der Auswertung nur eines Seitenbands eine Immunität gegenüber Intensitätsmodulation. Diese Immunität wird dadurch begründet, dass (im Vergleich zum Homodynverfahren) zusätzlich zu einem Seitenband die Trägerleistung aufgezeichnet wird. Durch den Bezug der Amplitude des Seitenbands auf den Träger haben so vor allem niederfrequente Intensitätsänderungen keine Auswirkung mehr auf die rekonstruierte Schwingungsamplitude. Bei einer dreidimensionalen Bewegung kann jedoch die Schwingung in der Ebene zu einer Amplitudenmodulation führen, die bei derselben Frequenz wie die Phasenmodulation vorliegt. Beide Modulationen sind grundsätzlich aufgrund der relativen Phasenlagen der Komponenten in beiden Seitenbändern unterscheidbar. Durch die Einseitenband-Auswertung verlieren jedoch diese heterodynen LDV die Fähigkeit zur Unterscheidbarkeit der Modulationsarten und es besitzt keine generelle Immunität gegenüber Intensitätsmodulationen mehr.

### 2.1.3 Elektrooptische Trägererzeugung

Eine Trägererzeugung ist mit Hilfe von elektrooptischen Phasenschiebern unter Verwendung des Pockels-Effekts möglich. Der Betrieb als Frequenzschieber im sogenannten Serrodyn-Verfahren erfordert jedoch ein gut kontrolliertes Hochspannungs-Sägezahn-signal [96], dessen Signal-Bandbreite einige Harmonische der gewünschten Frequenzverschiebung beinhalten muss. Daher limitiert typischerweise eine realisierbare Treiber-elektronik die maximal erreichbaren Frequenzverschiebungen.

Die Verwendung von zwei Mach-Zehnder-Modulatoren mit einer relativen Phasenverschiebung von  $\pi/2$  erzeugt bei Überlagerung der beiden optischen Ausgangssignale eine Einseitenband-Modulation, die zur Trägererzeugung verwendet werden kann [117]. Lauermann et al. erreichten so in einem Silizium-Wellenleiter für eine Wellenlänge von 1550 nm eine Frequenzverschiebung von bis zu 10 GHz. Unter Verwendung kommerzieller Lithiumniobat-Phasenschieber wurde die Erzeugung von Trägerfrequenzen bis 40 GHz demonstriert [82, 153]. Deren Einsatz ist auf den infraroten Spektralbereich ( $> 780$  nm) beschränkt.

### 2.1.4 Trägererzeugung mittels Zwei-Wellenlängen-Laser

Ein weiterer Ansatz zur Trägererzeugung in Interferometern ist die Verwendung einer Laserquelle mit zwei longitudinalen Moden [10]. Die Frequenzdifferenz dieser zwei Lasermoden (mit orthogonaler Polarisation) entspricht direkt der erzielbaren Trägerfrequenz.

In Laserquellen unter Nutzung des Zeeman-Effekts werden zwei longitudinale Moden durch Aufspaltung der Atomniveaus des Lasermediums in einem Magnetfeld erzeugt. Mit Hilfe eines Zeeman-HeNe-Gaslasers<sup>13</sup> demonstrierten Dahlquist et al. [38] im Jahr 1966 ein heterodynes Interferometer mit einer Trägerfrequenz bis zu 200 MHz [10]. Die Forderung nach einer monofrequenten Emission des Zeeman-HeNe-Lasers hat

---

<sup>13</sup> Helium-Neon.

hierbei jedoch zum Nachteil, dass wegen der kurzen Resonatorlängen nur geringe Laserleistungen verfügbar sind.

Die Existenz zweier orthogonal-polarisierter, longitudinaler Moden in einem HeNe-Laser mit etwas längerer Resonatorlänge wurde von Kawakatsu [100] genutzt, um ein heterodynes Interferometer mit einem Träger bei 1090 MHz zu demonstrieren. Da das Verstärkungsprofil eines HeNe-Lasers die Frequenzdifferenz auf maximal 890 GHz für eine ausreichende Ausgangsleistung beschränkt, wurde von dieser Gruppe zusätzlich eine akustische Frequenzverschiebung von 200 MHz angewendet. Von Czarske [37] wurde die Erzeugung orthogonal-polarisierten Moden durch Doppelbrechung in eine Nd:YAG<sup>14</sup>-Microchip-Laser bei 1064 nm demonstriert. Auf diese Weise wird eine Trägererzeugung bis 155 MHz berichtet, die erfolgreich für die heterodyne Interferometrie verwendet wurden. In der Praxis führen Abweichung der Orthogonalität der Polarisation der Lasermode und nicht-ideale Polarisationsoptiken zu signifikanten Unsicherheit der erfassten Schwingungsamplitude [97].

### 2.1.5 Trägererzeugung mittels Frequenzdifferenz-Regelung

Die Kopplung zweier HeNe-Laser bei 632 nm durch eine Frequenzdifferenz-Regelung wurde von Sternkopf für die heterodyne Interferometrie demonstriert [189] und damit Trägerfrequenzen bis zu 20 MHz erzielt. Aufgrund der geringen Linienbreite von HeNe-Lasern von  $\ll 1$  kHz ist die geringe Bandbreite der Temperaturregelung der Resonatorlänge ausreichend für eine stabile Frequenzdifferenz-Regelung. Das Verstärkungsprofil beider HeNe-Lasers ist auf  $< 1,4$  GHz beschränkt [10], was sowohl die Trägererzeugung als auch die verfügbare Laserleistung limitiert.

Die Durchstimmbarkeit von diodengepumpten Nd:YAG-Lasern mittels Etalon in der Laserkavität wurde bis 60 GHz [75] demonstriert und erlauben eine Frequenzdifferenz-Regelung von über 50 GHz [185, 213]. Kommerziell verfügbare Nd:YAG-Laser bei 532 nm (Prometheus-Lasersystem von Coherent Inc.) besitzen einen thermischen Durchstimmbereich von 60 GHz (mit Modensprüngen) und einen Piezo-getriebenen Durchstimmbereich von  $\pm 130$  MHz [33]. Mit solchen Lasersystemen wurden erfolgreiche Anwendungen in der heterodynen Interferometrie publiziert [8, 9, 66]. Auch in Vorexperimenten zum Raumschiff-gestützten Gravitationswellendetektors ‚Laser-Interferometer Space Antenna‘ (LISA) wurde die Frequenzdifferenz-Regelung solcher durchstimmbarer Nd:YAG-Lasern bei einer Wellenlänge von 1064 nm zum ‚Arm-Locking‘ bei wenigen MHz berichtet [195]. Die verwendeten Nd:YAG-Laser zeigen eine geringen Linienbreite und eine gute Durchstimmbarkeit. Nachteile sind die hohen Kosten dieser Lasersysteme und das geringe Potenzial zur Miniaturisierung aufgrund der Durchstimm-Vorrichtung.

### 2.1.6 Modelle zum Differenzphasenrauschen im Interferometer

Aufgrund der breiten Anwendung finden sich Modellierungen der Frequenzdifferenz-Regelung von Lasern bei [123, 175] und [121, 122]. Diese Modelle beschreiben die Anwendung von OPLL auf Kohärenz-Klonen und kohärenter Kombination von Lasern

---

<sup>14</sup>Neodym-dotierter Yttrium-Aluminium-Granat-Laser.



auch mit signifikantem Phasenrauschen. Diese Modelle betrachten daher die abgeleiteten Kohärenzeigenschaften, aber nicht die (teil-)kohärente Überlagerung zwischen Master- und Slave-Lasern in einem heterodynen Interferometer. Daher sind die publizierten Modelle nicht direkt auf die Anwendung in der heterodynen Interferometrie übertragbar.

### 2.1.7 Fazit zum Stand der Wissenschaft der Trägererzeugung

Für die Erzeugung von Trägerfrequenzen bis 6 GHz in der heterodynen Interferometrie kann die akustooptische Technik des Stands der Wissenschaft nicht effizient angewendet werden. Unter den alternativen Techniken eignet sich vor allem die Frequenzdifferenz-Regelung von zwei Laser für die Trägererzeugung im Gigahertz-Bereich. Als potenzielle Laserquellen mit breitbandiger Durchstimmbarkeit sind hierfür neuartige, monolithische Halbleiter bei sichtbaren Wellenlängen verfügbar [19]. Der Stand der Wissenschaft beschreibt bisher keine Frequenzdifferenz-Regelung solcher monolithischer Halbleiterlaser bei sichtbaren Wellenlängen für die Trägererzeugung in einem heterodynen Interferometer bis mindestens 6 GHz. Es fehlen zudem geeignete Modelle für die Abschätzung von Eigenschaften eines solchen Laser-Doppler-Vibrometers, vor allem zur Auswirkung des Differenzphasen-Rauschens auf die resultierende Schwingungsschwingungsaufauflösung.

## 2.2 Nanoskopie mittels Absorbanzmodulation

Analog zu den Fluorophoren in der STED-Nanoskopie ist für die erfolgreiche Hochauflösung mittels Absorbanzmodulation ein Photochrom essenziell, das auf die Applikation abgestimmt ist. Die ersten Demonstrationen von Hochauflösung jenseits der Beugungsgrenze mittels Absorbanzmodulation in der Lithographie wurden an Polymeren mit Azobenzen-Seitenkette durchgeführt [140, 200]. In diesen Photochromen ist der geschaltete Zustand B thermisch instabil [45]. Die verwendete Wellenlänge für die photoinduzierte cis-trans-Isomerisation liegt hierfür bei 405 nm. Die Rückreaktion erfolgt jedoch in einem schmalen Spektralbereich um 532 nm und besitzt einen geringen Schaltkontrast der Absorbanz. Nachfolgende Experimente derselben Forschungsgruppe [7, 129, 130] wurden mit vielversprechenden Diarylethenen aus der Untergruppe der 1,2-bis-(thienyl)ethenen (BTE) durchgeführt [89]. Aus diesen BTE wurde in [7, 200] das Derivat 1,2-bis(5,5'-dimethyl-2,2'-bithiophen-yl) perfluorocyclopent-1-en (siehe Abb. 2.1a) ausgewählt, das im Folgenden als ‚BTE-I‘ bezeichnet wird. In BTE verändert ein photoinduzierter Ringschluss den atomaren Absorptionsquerschnitt  $\varepsilon$  vor allem bei Wellenlänge im sichtbaren Spektrum deutlich (siehe Abb. 2.1b). Anhand des Zustands des Photochroms kann somit die Absorbanz für eine Messwellenlänge  $\lambda_m$  von transparent zu opak geschaltet werden. Die Photoreaktion des Ringschlusses ist durch Bestrahlung bei der weiteren Wellenlänge reversibel.

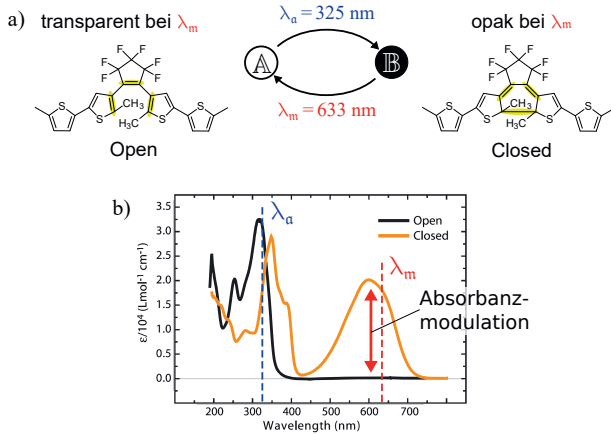


Abb. 2.1: (a) Strukturformeln der Transformation des Photochroms BTE-I unter Bestrahlung mit der Aktivierungswellenlänge  $\lambda_a$  und der Messwellenlänge  $\lambda_m$ . Der zentrale Ringschluss ( $6\pi$ -Elektrozycloisierung) mit den veränderten Doppelbindungen ist gelb markiert. (b) Veränderung des Absorptionsquerschnitts durch die photochemische Reaktion nach [7].

## 2.2.1 Realisierbare Photochrom-Konzentrationen und Schichtdicken

Für die Anwendung in der Absoranzmodulation sind die Konzentration des Photochroms in der AML sowie die realisierbaren Schichtdicken entscheidende Parameter. In Tab. 2.2 sind diese Parameter aus veröffentlichten Experimenten und Simulationen aufgeführt. Grundsätzlich wird die maximale Gesamtkonzentration  $c_{\text{tot}}$  eines Photochroms PhC von dessen (Massen-)Dichte  $\rho$  und der molaren Masse  $M_{\text{PhC}}$  beschränkt zu

$$c_{\text{tot}} = \frac{\rho w_{\text{PhC}}}{M_{\text{PhC}}} \quad (2.1)$$

mit dem Masseanteil  $w_{\text{PhC}}$  des Photochroms im Stoffgemisch der AML [151]. Für BTE-I wurde mittels Stöchiometrie [145] eine molare Masse von  $M_{\text{PhC}} \approx 530 \text{ g/mol}$  abgeschätzt.

In der Veröffentlichung von Andrew [7] wird ein Masseanteil des Photochroms von 92% (gemessen an der Polymermatrix<sup>15</sup>) mit einer Konzentration von  $2990 \text{ mol/m}^3$  angegeben. Somit liegt der Masseanteil des Photochroms in diesen Experimenten bei  $w_{\text{PhC}} \approx 0,48$ . Im Simulationsmodell von Tsai wird diese Photochrom-Konzentration verwendet [200]. Majumder gibt in seinen veröffentlichten Experimenten eine Konzentration von  $6000 \text{ mol/m}^3$ , wobei der Masseanteil mit 93,63% quantifiziert wird [127]. Diese Konzentration würde nach (2.1) eine Dichte der AML von  $\rho = 3,3 \text{ g/cm}^3$  erfordern, was

<sup>15</sup>Die missverständliche Formulierung in der Veröffentlichung [7] wurde von Viktor Udachin (IEPT, TU Clausthal) in einer E-Mail-Kommunikation mit Rajesh Menon aufgeklärt und kommuniziert.

Tab. 2.2: Literaturübersicht der Photochrom-Konzentration und AML-Dicke.

Konzentration in mol/m <sup>3</sup>	AML-Dicke in nm	Art	Referenz
2990	410	Exp.	[7, 200]
2990	200	Sim.	[200]
400 – 4000	200	Sim.	[57]
400	200	Exp.	[57]
<1000	>10000	Exp.	[16]
1000	100 – 1000	Sim.	[152]
6000	670	Exp.	[129]
3000 – 15000	<10 – 400	Sim.	[128]
	20 – 60	Exp.	[27]
6000	340	Exp.	[130]
6000	100	Sim.	[130]

unrealistisch hoch erscheint<sup>16</sup>. Für eine typische Dichte von Polymeren ( $\rho = 1,5 \text{ g/cm}^3$ ) scheint eine Gesamtkonzentration von  $c_{\text{tot}} < 3000 \text{ mol/m}^3$  realistischer. Majumder führte Simulationen mit Photochrom-Konzentrationen von  $6000 \text{ mol/m}^3$  bis zu  $15000 \text{ mol/m}^3$  durch [128]. Diese extremen Konzentrationen scheinen jedoch nicht realisierbar, weshalb vermutlich in nachfolgenden Publikationen [130] nur noch mit einer maximalen Konzentration des Photochroms von  $6000 \text{ mol/m}^3$  simuliert wurde<sup>17</sup>. Pariani [152] geht von einer realisierbaren Gesamtkonzentration von  $1000 \text{ mol/m}^3$  aus, da nach der Erfahrung dieser Gruppe nur bei einem maximalen Masseanteil von 6% bis 8% eine Aggregation vermieden wird.

### 2.2.2 Modelle und Studien zur Absorbanzmodulation

Zur Absorbanzmodulation in der Lithographie und auch anderen Applikationen wurden mehrere theoretische Modelle und Simulationsstudien veröffentlicht, die entweder ausschließlich den photochromen Prozess in der AML [151, 152, 200, 208] oder eine Kombination mit einer Strahlausbreitung innerhalb der AML [58, 128] umfassen. Alle diese publizierten Modelle sind auf eine lithographische Anwendung ausgerichtet und berücksichtigen daher nur den einfachen Durchgang durch die AML. Da die meisten Photolacke in der Lithographie mittels Strahlung im Ultraviolett (UV) (bei  $\lambda_a$ ) entwickelt werden, wird in den Modellen die Hocharauflösung für die UV-Intensitätsverteilung (als Nutzwellenlänge) betrachtet. Die Bestrahlung bei einer sichtbaren Wellenlänge dient dem Aktivieren der Zustände des Photochroms.

<sup>16</sup> Zum Vergleich: Diamant besitzt eine Dichte von  $\rho = 3,52 \text{ g/cm}^3$  [68].

<sup>17</sup> Es ist unklar, ob in [130] eine Messung der erzielten Konzentration in den Experimenten erfolgte.

Das Vertauschen der Funktionen und die Nutzung der Hochauflösung bei der sichtbaren Wellenlänge  $\lambda_m$  hat im Zusammenhang mit dem Photochrom BTE-I den Vorteil eines höheren Absorbanzkontrasts zwischen den Zuständen (siehe Abb. 2.1b) und wird experimentell für die Lithographie in [129] gezeigt. Dabei dient die UV-Wellenlänge dem Aktivieren des Schaltvorgangs.

Die Einschränkung eines unidirektionalen Photonenflusses in den photokinetischen Modellen von Pariani [152] und Tsai [200] ergibt sich aufgrund des Aufbaus des Simulationsmodells und verhindert eine Übertragung auf einen doppelten Durchgang. Die Beschreibung der Strahlausbreitung ohne Berücksichtigung der Beugung ist für Strukturen im Subwellenlängenbereich nicht ausreichend [22]. Daher koppeln die Modelle von Foulkes [58] und Majumder [128] die photokinetische Simulation mit einer Strahlpropagation in einer Simulationssoftware. In den Publikationen wird nicht ausgeführt, ob eine Rückwirkung der Strahlpropagation auf die Absorbanzverteilung innerhalb der AML berücksichtigt wird. Foulkes [58] weist auf die signifikante Rückwirkung von Reflexionen an der darunterliegenden Schicht auch für die Anwendung in der Lithographie hin, vernachlässigt diese jedoch.

### 2.2.3 Fazit zum Stand der Wissenschaft bei der Hochauflösung mittels Absorbanzmodulation

Der Stand der Wissenschaft zur Reflexions-Nanoskopie betrachtet weder theoretisch noch experimentell eine Anwendung der Absorbanzmodulation auf Bildgebung an technische Oberflächen oder auch auf die Laser-Doppler-Vibrometrie. Mit Photochromen aus der Klasse der Diarylethene wurden erfolgreiche Experimente zur Absorbanzmodulation in Transmission (einfacher Durchgang) gezeigt. Das Potenzial zur Steigerung des Ortsauflösungsvermögens wurde insbesondere anhand des Photochroms BTE-I aufgrund der günstigen photophysikalischen Eigenschaften demonstriert. Aufgrund der Literaturrecherche und der Abschätzung anhand (2.1) wird eine Gesamtkonzentration des Photochroms von maximal  $< 3000 \text{ mol/m}^3$  mit Schichtdicken bis unter  $100 \text{ nm}$  als (realisierbarer) Stand der Wissenschaft angenommen und als Parameter für die Modelle übernommen.

Im Stand der Wissenschaft fehlt eine Modellierung der Photokinetik der Absorbanzmodulation für einen doppelten Durchgang durch die AML.

# 3 Heterodyne Interferometrie mittels Frequenzdifferenz-Regelung

In diesem Kapitel werden die heterodyne Interferometrie und die Trägererzeugung für das Heterodynverfahren dargestellt. Im ersten Abschnitt werden die Grundlagen und die Modellierung der Laser-Doppler-Vibrometrie eingeführt. Für eine ausführliche Herleitung und Beschreibung wird auf die Fachliteratur [44, 167] verwiesen. Insbesondere werden die Anforderungen der HF-Schwingungsmessung an die Bandbreiten der Komponenten auch bei nichtlinearen Kennlinien betrachtet. Im weiteren Teil wird die Trägererzeugung für die heterodyne Interferometrie in einer optoelektronischen Phasenregelschleife sowie deren Komponenten erläutert. Es wird eine linearisierte Beschreibung der optoelektronischen Phasenregelschleife im Arbeitspunkt eingeführt und deren Eigenschaften diskutiert.

## 3.1 Laser-Interferometrie

Bei Laser-Doppler-Vibrometern (LDVs) handelt es sich um die spezialisierte Ausprägung eines Laser-Interferometers für die Messung von Schwingungen. Die Abgrenzung erfolgt hauptsächlich aufgrund des Anwendungsgebiets in der Messung von Schwingungen oder Bewegungen. Diese Abgrenzung zur Interferometrie für geometrische Größen ist jedoch unscharf. Typischerweise werden in Laser-Interferometern die Teilstrahlen einer Laserquelle mit schmaler Linienbreite mit weiteren Teilstrahlen meistens derselben Laserquelle überlagert und damit zur Interferenz gebracht. Ein Teil der Strahlen beinhaltet dabei die Phasenmodulation, die aus einer räumlichen und zeitlichen Änderung der optischen Pfadlänge in Bezug zur Wellenlänge  $\lambda_m$  der Laserstrahlung zustande kommt.

In der Laser-Doppler-Vibrometrie wird die Phasenmodulation aufgrund einer Relativbewegung des Messobjekts in Bezug zum Inertialsystem des LDV genutzt (Laser-Doppler-Effekt). Für eine Schwingung des Objekts  $s(t)$  in Richtung des auftreffenden Messstrahls bei der (Vakuum-)Messwellenlänge<sup>1</sup>  $\lambda_m$  ist die zeitliche Phasenmodulation<sup>2</sup>

$$\frac{\dot{\varphi}_{\text{vib}}(t)}{2\pi} = \frac{2 n_{\text{amb}} \dot{s}(t)}{\lambda_m} \frac{1}{1 - \dot{s}(t)/c_{\text{amb}}} \approx \frac{2 n_{\text{amb}} \dot{s}(t)}{\lambda_m} \quad (3.1)$$

<sup>1</sup> In dieser Arbeit werden die Wellenlänge  $\lambda$  und die Frequenz der EM-Welle  $\nu$  im jeweiligen Kontext so verwendet, dass es dem Verständnis dient. Beide Eigenschaften der EM-Welle hängen mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  des Mediums zusammen ( $c = \lambda \nu$ ).

<sup>2</sup> Es gilt allgemein, dass die Momentanfrequenz  $\nu$  der ersten Ableitung der Phase nach der Zeit  $t$  entspricht:  $\dot{\varphi}(t) = 2\pi \nu(t)$ . Das Formelzeichen  $\nu$  wird zur bewussten Abgrenzung gegenüber der (statischen) Frequenz-Koordinate  $f$  verwendet. Aufgrund dieser Beziehung wird in dieser Arbeit von einer Phasenmodulation gesprochen.

mit der Lichtgeschwindigkeit  $c_{\text{amb}} = c_0/n_{\text{amb}}$ , dem Brechungsindex  $n_{\text{amb}}$  des umgebenden Mediums und der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit  $c_0$  [163]. Die Approximation in (3.1) ist für technische Anwendungen ausreichend [163]. Im Folgenden wird zur besseren Übersichtlichkeit die Schwingung des Bauteils in Luft ( $n_{\text{amb}} \approx 1$ ) angenommen.

Im weitverbreiteten Interferometeraufbau nach Mach-Zehnder (Abb. 3.1) bleibt ein Teilstrahl („Referenzstrahl“) unmoduliert und nur die Streustrahlung eines weiteren Teilstrahls („Messstrahl“) enthält die Phasenmodulation  $\varphi_{\text{vib}}(t)$ . Diese Phasenmodulation ist auf die Frequenz  $\nu_m$  der elektromagnetischen (EM-)Welle der Laserstrahlung moduliert. Für diese Arbeit wird die komplexe Darstellung der EM-Welle gewählt, die für den phasenmodulierten Messstrahl die Form [173]

$$E_m(\mathbf{r}, t) = \hat{E}_m(\mathbf{r}) \exp \left\{ j \left[ 2\pi \nu_m t + \varphi(t) - \frac{2\pi}{\lambda_m} \mathbf{r} \right] \right\} \quad (3.2)$$

mit der Amplitude  $\hat{E}_m$  und dem Ortsvektor  $\mathbf{r}$  annimmt ( $j = \sqrt{-1}$ ).

Die Frequenz  $\nu_m$  der EM-Welle sowie die Phasenmodulation kann mit der Bandbreite konventioneller Messelektronik nicht direkt erfasst werden. Daher wird in Interferometern der phasenmodulierte Messstrahl mit einem unmodulierten Referenzstrahl bei der Frequenz  $\nu_r$  auf einem Photodetektor zur Interferenz gebracht (kohärenter Empfang). Am Ort eines Photodetektors  $\mathbf{r}_D$  mit der empfindlichen Fläche  $A_D$  ist das erzeugte Stromsignal proportional zum Betragsquadrat der Superposition der EM-Wellen [173]

$$\begin{aligned} i(t) &= \chi \mathcal{S} \frac{c \epsilon_0}{2} \iint_{A_D} |E_m(\mathbf{r}_D, t) + E_r(\mathbf{r}_D, t)|^2 dA \\ &= \chi \mathcal{S} \frac{c \epsilon_0}{2} \iint_{A_D} |E_m(\mathbf{r}_D, t)|^2 + |E_r(\mathbf{r}_D, t)|^2 + 2 \Re \{ E_m^*(\mathbf{r}_D, t) E_r(\mathbf{r}_D, t) \} dA \end{aligned} \quad (3.3)$$

mit der Empfindlichkeit  $\mathcal{S}$  des Photodetektors (in A/W), der elektrischen Feldkonstanten  $\epsilon_0$  und der Interferenzeffizienz  $\chi$ , in der alle Abweichungen von der idealen Interferenz

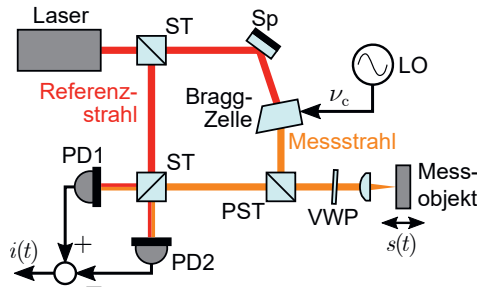


Abb. 3.1: Schematischer Aufbau eines konventionellen heterodynen Laser-Doppler-Vibrometers mit akustooptischer Erzeugung der Trägerfrequenz  $\nu_c$  und abgeglichene Detektion durch zwei Photodetektoren (PD). Die Erzeugung des Mess- und Referenzstrahls erfolgt aus derselben Laserquelle. ST = Strahlteiler, PST = polarisierender Strahlteiler, Sp = Spiegel, VWP = Viertelwellenplatte, LO = Lokaloszillator.

zusammengefasst werden ( $0 \leq \chi \leq 1$ ). Der hochgestellte Asterisk kennzeichnet hierbei die komplexe Konjugation und  $\Re\{\cdot\}$  den Realteil. Die ersten beiden Terme in (3.3) beschreiben die inkohärente Überlagerung der interferierenden Teilstrahlen, wobei sich die Intensitäten addieren ( $I = c \epsilon_0 |\hat{E}|^2/2$  nach [173]). Der letzte Term beschreibt die Interferenz. Bei gleichphasiger Überlagerung kommt es zur konstruktiven Interferenz, was in einem erhöhten Stromsignal resultiert. Eine gegenphasige Überlagerung erzeugt destruktive Interferenz, die im Sonderfall<sup>3</sup> zur Auslöschung des Stromsignals führt.

Die Detektion des Stromsignals in einem LDV erfolgt typischerweise in einem Photodetektor mit hoher Detektorbandbreite, der die Phasenmodulation über die Detektorfläche integriert. Für eine hohe Interferenzeffizienz  $\chi$  ist folglich eine räumliche Modenanpassung beider Laserstrahlen erforderlich („Perfect Mode Matching“). Das Wechselstromsignal am Photodetektor (bei ausreichender Detektorbandbreite<sup>4</sup>) beträgt somit

$$i(t) = 2\chi \mathcal{S} \sqrt{P_m P_r} \cos[2\pi(\nu_m - \nu_r)t + \Delta\varphi(t)] \quad (3.4)$$

mit der detektierten Leistung  $P_m$  und  $P_r$  der interferierenden Teilstrahlen ( $P = \iint_{A_D} I \, dA$  nach [173]). Die momentane Differenzphase  $\Delta\varphi$  beinhaltet hierbei die Phasenmodulation durch den Doppler-Effekt, aber auch jegliche zeitlichen Fluktuationen der Differenzphase, auf die in Kapitel 4 weiter eingegangen wird.

### 3.1.1 Heterodynverfahren und Bandbreiten-Anforderung

Die Beziehung (3.4) zeigt, dass das Detektorsignal als Phasenmodulation bei der Frequenzdifferenz  $|\nu_m - \nu_r|$  entsteht. In heterodynen LDVs wird eine Frequenzdifferenz ungleich Null eingeführt, welche die Phasenmodulation auf eine Zwischenfrequenz  $\nu_c = |\nu_m - \nu_r|$  verschiebt. In Analogie zur Nachrichtentechnik wird der Betrag der Differenzfrequenz als Trägerfrequenz bezeichnet [167]. Im Folgenden werden Anforderungen zur Wahl der Detektorbandbreite  $f_B$  und der Trägerfrequenz  $\nu_c$  aus der Charakteristik der Phasenmodulation für die Messfähigkeit eines LDV bis zu einer maximalen Schwingungsfrequenz  $\max\{f_{\text{vib}}\}$  hergeleitet. Die Detektorbandbreite  $f_B$  ist die 3 dB-Grenzfrequenz eines Tiefpass-Übertragungsverhaltens<sup>5</sup>.

Die Abschätzung erfolgt anhand einer stationären, monofrequenten Phasenmodulation, die aufgrund einer harmonischen Schwingung des Messobjekts entsteht. Alle weiteren Fluktuationen der Differenzphase  $\Delta\varphi$  werden hier vernachlässigt. Für eine monofrequente Schwingung der Form  $s(t) = s_0 - \hat{s} \sin(2\pi f_{\text{vib}} t + \varphi_{\text{vib}})$  wird das Stromsignal am Photodetektor

$$i \propto \Re \left\{ \exp \left[ j \frac{4\pi \hat{s}}{\lambda_m} \sin(2\pi f_{\text{vib}} t + \varphi_{\text{vib}}) + j(2\pi \nu_c t + \varphi_{\text{stat}}) \right] \right\} \quad (3.5)$$

mit der statischen Phase  $\varphi_{\text{stat}}$  des Wechselsignals, die die Differenzphase durch die optische Weglängendifferenz OPD beinhaltet.

<sup>3</sup> Gleiche Intensitätsverteilung der interferierenden Teilstrahlen.

<sup>4</sup> Detektorbandbreite  $f_B \gg |\nu_m - \nu_r|$ .

<sup>5</sup> In der Praxis wird eine Bandpass-Charakteristik mit einer unteren Grenzfrequenz („Cut-in“) ungleich 0 Hz bevorzugt.

Eine Vereinfachung von (3.5) erfolgt mit Hilfe der Jacobi-Anger-Identitäten [24] mit beliebigem Phasenargument  $\varpi$

$$\exp(j a \cos \varpi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} j^m J_m(a) \exp(j m \varpi) \quad (3.6)$$

beziehungsweise

$$\exp(j a \sin \varpi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(a) \exp(j m \varpi) \quad (3.7)$$

mit der Bessel-Funktion  $J_m$  der ersten Art und  $m$ -ter Ordnung ( $m \in \mathbb{N}$ ). Somit ist das Stromsignal am Photodetektor nach (3.5)

$$i \propto \Re \left\{ \exp[j (2\pi \nu_c t + \varphi_{\text{stat}})] \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m \left( \frac{4\pi \hat{s}}{\lambda_m} \right) \exp[j m (2\pi f_{\text{vib}} t + \varphi_{\text{vib}})] \right\}. \quad (3.8)$$

Folglich entsteht durch die Phasenmodulation im Spektrum des Detektorsignals ein ‚Bessel-Spektrum‘ (siehe Abb. 3.2), wie es aus der Nachrichtentechnik bekannt ist [134]. Dieses Bessel-Spektrum mit Seitenlinien oder Bessel-Linien bildet sich um die Trägerfrequenz  $\nu_c$  abhängig vom Modulationsindex

$$M_{\text{vib}} = \frac{4\pi \hat{s}}{\lambda_m} \quad (3.9)$$

aus. Diese Seitenlinien treten im Frequenzabstand der Schwingungsfrequenz  $f_{\text{vib}}$  zur Trägerfrequenz  $\nu_c$  auf. Theoretisch entsteht eine unendliche Anzahl von (diskreten) Seitenlinien um den Träger, was für eine ungestörte Übertragung und Detektion theoretisch eine unendlich große Bandbreite erfordert. In der Praxis kann für die maximale Schwingungsfrequenz  $\max\{f_{\text{vib}}\}$  die Bandbreite, die mehr als 99% der Signalleistung beinhaltet, nach Carson [28] abgeschätzt werden mit

$$f_B \geq 2(1 + M_{\text{vib}}) \max\{f_{\text{vib}}\}. \quad (3.10)$$

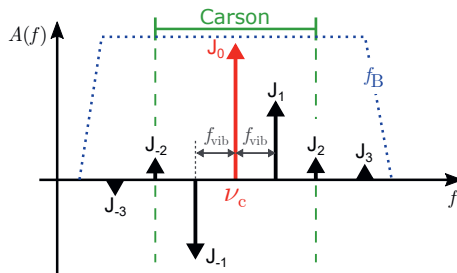


Abb. 3.2: Beispielhaftes Bessel-Spektrum im LDV-Detektorsignals durch eine monofrequente Schwingung  $s(t)$  (mit dem Modulationsindex  $M_{\text{vib}} = 1$ ). Zusätzlich ist die Forderung nach Carson (grün) und eine Detektorbandbreite  $f_B$  (blaugestrichelt) gekennzeichnet.



Aus dieser Beziehung folgt, dass die erforderliche Detektorbandbreite für die LDV-Messung abhängig von der Schwingungsamplitude  $\hat{s}$  ist. Für ein eindeutiges Spektrum ist zusätzlich zu fordern, dass die Trägerfrequenz größer sein muss als die halbe Carson-Bandbreite ( $\nu_c > (1 + M_{\text{vib}}) \max\{f_{\text{vib}}\}$ ).

Mechanische Schwingungen in HF-Mikrosystemen im Gigahertz-Bereich zeigen typischerweise kleine Schwingungsamplituden  $\hat{s}$  in Relation zur optischen Wellenlänge  $\lambda$ . Dies hängt fundamental mit der kinetischen Energie der Schwingung zusammen, die proportional vom Quadrat der Geschwindigkeitsamplitude abhängt [68]. Diese Geschwindigkeitsamplitude skaliert für eine harmonische Schwingung mit der Schwingungsfrequenz  $\hat{v}_{\text{vib}} = 2\pi f_{\text{vib}} \hat{s}_{\text{vib}}$ . Da die Energiedichte in den Mikrosystemen durch eine spezifische Zerstörschwelle begrenzt wird und Strukturgrößen der Mikrosysteme mit steigender Schwingungsfrequenz typischerweise abnehmen, nehmen die typischen Schwingungsamplituden mit steigender Frequenz stark ab.

Aus diesem Grund wird in der LDV-Schwingungsmessung im Gigahertz-Bereich typischerweise ein kleiner Modulationsindex erzielt ( $M_{\text{vib}} \ll 1$ ), sodass das Bessel-Spektrum in (3.8) mit dem Träger und den beiden ersten Seitenlinien angenähert werden kann [24] zu

$$J_0(M_{\text{vib}}) \approx 1 \quad (3.11)$$

$$J_1(M_{\text{vib}}) = -[J_{-1}(M_{\text{vib}})] \approx \frac{M_{\text{vib}}}{2}. \quad (3.12)$$

Damit ist das Stromsignal<sup>6</sup> am Photodetektor aus (3.8) näherungsweise

$$i(t) \propto \cos(2\pi \nu_c t) + \frac{M_{\text{vib}}}{2} \cos[2\pi(\nu_c - f_{\text{vib}})t - \varphi_{\text{vib}}] - \frac{M_{\text{vib}}}{2} \cos[2\pi(\nu_c + f_{\text{vib}})t + \varphi_{\text{vib}}]. \quad (3.13)$$

Dieser Fall entspricht einem Signal der Schmalband-Phasenmodulation, das beispielhaft in Abb. 3.3a dargestellt ist. Die Anforderungen an eine ungestörte Rekonstruktion für HF-Schwingungen sind folglich:

- Die Trägerfrequenz muss größer sein als die maximale Schwingungsfrequenz:  $\nu_c > \max\{f_{\text{vib}}\}$ .
- Die Detektorbandbreite muss größer sein als das Doppelte der maximalen Schwingungsfrequenz:  $f_B > 2 \max\{f_{\text{vib}}\}$ .

Falls diese Anforderungen verletzt werden und die zu messende Schwingungsfrequenz  $f_{\text{vib}}$  die Trägerfrequenz  $\nu_c$  übersteigt, entsteht eine phasengedrehte Spiegelung des unteren Seitenbands [32] ( $J_{-1}^*$  in Abb. 3.3b). Dieses gespiegelte Seitenband überlagert sich dem (ungespiegelten) unteren Seitenband und es kommt zur Verfälschung der ursprünglichen Phasenmodulation. In [164] ist ein Algorithmus für die Laser-Doppler-Vibrometrie zur mathematischen Rekonstruktion des unteren Seitenbands aus dem oberen Seitenband publiziert. Die Berechnung basiert dabei auf der festen Phasenbeziehung

<sup>6</sup> Zur besseren Übersichtlichkeit wurde  $\varphi_{\text{stat}} = 0$  gesetzt.

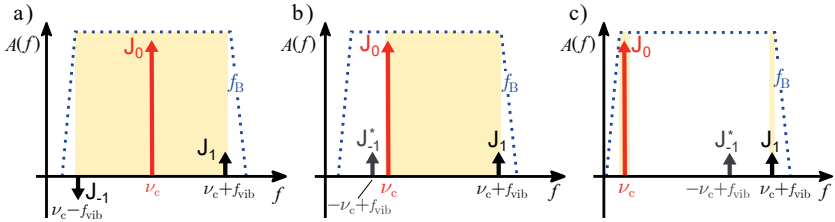


Abb. 3.3: Schematisches Amplitudenspektrum des Stromsignals  $i(t)$  bei einer Schmalband-Phasenmodulation ( $M_{\text{vib}} \ll 1$ ) bei der Schwingungsfrequenz  $f_{\text{vib}}$  mit der Trägerfrequenz  $\nu_c$ . Der Amplitudengang des Photodetektors (blau gestrichelt) mit der Detektorbandbreite  $f_B$  und der Spektralbereich der Auswertung sind (gelb) gekennzeichnet. (a) Bandbreiten-Erweiterung zur eindeutigen Rekonstruktion der Phasenmodulation. (b) Bandbreiten-Erweiterung mit mathematischer Rekonstruktion des unteren Seitenbands. Das gespiegelte untere Seitenband  $J_{-1}^*$  wird hierbei verworfen. (c) Bandbreiten-Erweiterung durch schmalbandige Filterung und Auswertung der oberen Seitenlinie.

von unterem und oberem Seitenband einer Phasenmodulation. In der Signalverarbeitung wird dafür das (unbrauchbare) Spektrum unterhalb der Trägerfrequenz vollständig verworfen. Die Unterscheidung von Phasen- zur Amplitudenmodulation ist folglich nicht mehr möglich, was zu Abweichungen bei der Rekonstruktion führen kann. Somit muss für dieses Verfahren gefordert werden, dass die gespiegelten Frequenzen nur unterhalb der Trägerfrequenz existieren ( $\nu_c \geq 0,5 \max\{f_{\text{vib}}\}$ ; Abb. 3.3b), wobei für die Detektorbandbreite gelten muss:  $f_B > 1,5 \max\{f_{\text{vib}}\}$ .

Für eine bekannte Schwingungsfrequenz  $f_{\text{vib}}$  kann das obere Seitenband mit Hilfe eines schmalbandigen Bandpassfilters (z. B. mit Lock-In-Verfahren) selektiert werden (Abb. 3.3c). Dabei muss für die Trägerfrequenz  $\nu_c$  lediglich so gewählt werden, dass sich oberes Seitenband ( $J_1$ ) und gespiegeltes unteres Seitenband ( $J_{-1}^*$ ) nicht überlagern. Hierfür reichen konventionelle akustooptische Frequenzschieber im Bereich  $< 100$  MHz aus [29]. Bei diesem Verfahren limitiert somit vor allem die Detektorbandbreite die maximale Schwingungsfrequenz auf  $f_B > \max\{f_{\text{vib}}\}$ .

### 3.1.2 Auswirkung von Nichtlinearität auf die Bandbreitenforderung

Die bisherige Betrachtung geht von einer vernachlässigbaren Nichtlinearität in der Signalverarbeitungskette aus. Eine Nichtlinearität<sup>7</sup> kann beispielsweise durch Begrenzen (engl. 'Clipping') des Ausgangssignals in einem Verstärker auftreten (Abb. 3.4). Eine beliebige Kennlinie um den Arbeitspunkt kann hierfür nach Taylor als Polynom beschrie-

<sup>7</sup> Diese Beschreibung beschränkt sich auf statische Kennlinien, die nicht frequenzabhängig sind.

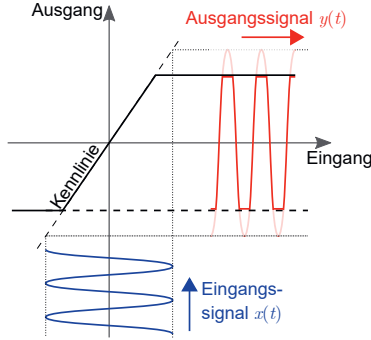


Abb. 3.4: Beispielhafte, nichtlineare Kennlinie durch symmetrische Begrenzung des Ausgangssignals.

ben werden, sodass aus einem Eingangssignal  $x(t)$  das verzerrte Ausgangssignal  $y(t)$  entsteht

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n(t) = a_0 + a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t) + \dots \quad (3.14)$$

mit den Koeffizienten  $a_n$  der  $n$ -ten Ordnung. Der Koeffizient  $a_1$  ist dabei die Empfindlichkeit des Systems,  $a_0$  beschreibt eine Verschiebung des Signals („Offset“). Das Eingangssignal sei mittelwertfrei<sup>8</sup> und habe eine monofrequente Phasenmodulation bei der Trägerfrequenz  $\nu_c$  der Form  $x(t) = \hat{x} \cos[2\pi\nu_c t + \varphi(t)] = \hat{x} \cos[\varpi(t)]$  mit dem Phasenargument  $\varpi$ .

Durch das Potenzieren mit der Ordnung  $n$  der nichtlinearen Kennlinie entstehen folglich mehrere Mischprodukte („Intermodulationen“) und für gerade  $n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) gilt nach [24]

$$a_n [\hat{x} \cos \varpi(t)]^n = \frac{a_n}{2^n} \binom{n}{\frac{n}{2}} \hat{x}^n + \frac{a_n}{2^{n-1}} \hat{x}^n \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} \binom{n}{k} \cos[(n-2k) \varpi(t)]. \quad (3.15)$$

Entsprechend gilt für ungerade  $n$

$$a_n [\hat{x} \cos \varpi(t)]^n = \frac{a_n}{2^{n-1}} \hat{x}^n \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos[(n-2k) \varpi(t)]. \quad (3.16)$$

Werden alle entstandenen Mischprodukte nach den  $m$ -ten Harmonischen bei  $m\nu_c$  ( $m = n - 2k$ ) zusammengefasst, ergibt sich das verzerrte Ausgangssignal  $y(t)$  zu

$$y(t) = y_0 + \hat{y}_1 \cos[2\pi\nu_c t + \varphi(t)] + \hat{y}_2 \cos[4\pi\nu_c t + 2\varphi(t)] + \hat{y}_3 \cos[6\pi\nu_c t + 3\varphi(t)] + \dots \quad (3.17)$$

<sup>8</sup> Die Mittelwertfreiheit des Eingangssignals ist keine Voraussetzung für die Gültigkeit der Schlussfolgerungen, sondern wird lediglich aufgrund der Übersichtlichkeit eingeführt.

Es zeigt sich, dass stets das gesamte Phasenargument  $\varpi$  mit der Ordnung  $m$  der Harmonischen skaliert. Daraus folgt:

- Nur ungeradzahlige Ordnungen  $n$  (der Nichtlinearität) können ein Mischprodukt bei  $1 \nu_c$  erzeugen<sup>9</sup>.
- Die Phasenmodulation  $\varphi(t)$  und damit der Modulationsindex bleiben bei der einfachen Trägerfrequenz  $1 \nu_c$  im verzerrten Ausgangssignal  $y(t)$  unverändert erhalten.
- Der Modulationsindex bei Harmonischen der Trägerfrequenz  $m \nu_c$  skaliert mit der Ordnung  $m$  der Harmonischen.

Diese Robustheit von phasenmodulierten Signalen gegenüber Nichtlinearitäten ist ein grundsätzlicher Vorteil gegenüber anderen Modulationsformen der Nachrichtentechnik [134]. Das Spektrum des verzerrten Ausgangssignal  $y(t)$  mit den Intermodulationen des phasenmodulierten Eingangssignals bei Harmonischen der Trägerfrequenz  $\nu_c$  ist beispielhaft in Abb. 3.5 dargestellt (für  $M_{\text{vib}} = 1$ ). Die Amplituden  $\hat{y}_m$  der  $m$ -ten Harmonischen setzen sich dabei aus den Beiträgen (unendlich) vieler Mischprodukte zusammen. Beispielsweise ergibt die Amplitude  $\hat{y}_1$  (mit  $m = n - 2k = 1$  in (3.16))

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{2^{n-1}} \binom{n}{\frac{n-1}{2}} \hat{x}^n = \frac{a_1}{2^0} \binom{1}{0} \hat{x} + \frac{a_3}{2^2} \binom{3}{1} \hat{x}^3 + \frac{a_5}{2^4} \binom{5}{2} \hat{x}^5 + \dots \\ &= a_1 \hat{x} + \frac{3}{4} a_3 \hat{x}^3 + \frac{10}{16} a_5 \hat{x}^5 + \dots \end{aligned} \quad (3.18)$$

Für die Amplitude  $\hat{y}_2$  der 2. Harmonischen gilt (mit  $m = n - 2k = 2$  in (3.15))

$$\hat{y}_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{2^{n-1}} \binom{n}{\frac{n}{2} - 1} \hat{x}^n = \frac{a_2}{2} \hat{x}^2 + \frac{4}{8} a_4 \hat{x}^4 + \frac{15}{32} a_6 \hat{x}^6 + \dots \quad (3.19)$$

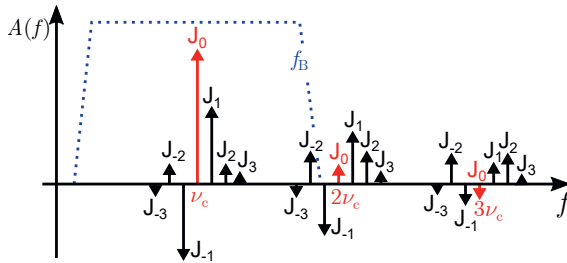


Abb. 3.5: Beispielhaftes Spektrum eines verzerrten Ausgangssignals  $y(t)$  aus einem monofrequenzphasenmodulierten Eingangssignal  $x(t)$  ( $M_{\text{vib}} = 1$ ) an einer nichtlinearen Kennlinie (einseitige Begrenzung, „Clipping“). Zusätzlich ist die Detektorbandbreite  $f_B$  (blaugestrichelt) gekennzeichnet.

<sup>9</sup> Wenn  $n$  gerade ist, bleibt  $(n - 2k)$  für beliebige  $k$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) gerade. Entsprechendes gilt für ungerade  $n$ .

Im Fall einer Nichtlinearität in der Signalverarbeitungskette überlagert das untere Seitenband der zweiten Harmonischen (um  $2\nu_c$ ) das obere Seitenband der ersten Harmonischen (um  $\nu_c$ ), wenn die bisherige Forderung nach  $\nu_c > \max\{f_{\text{vib}}\}$  (des linearen Falls) einhalten wird. Daher muss die Anforderung an eine geeignete Trägerfrequenz  $\nu_c$  bei Nichtlinearitäten im System verschärft<sup>10</sup> werden. Die erweiterte Forderung für die Trägerfrequenz  $\nu_c$  in einem LDV ist  $\nu_c > (2 + 3 M_{\text{vib}}) \max\{f_{\text{vib}}\}$ .

Für kleine Schwingungsamplituden ( $M_{\text{vib}} \ll 1$ ) ergibt diese Forderung, dass die Trägerfrequenz dem Doppelten der höchsten Schwingungsfrequenz entsprechen muss  $\nu_c > 2 \max\{f_{\text{vib}}\}$ , was einer Verdopplung der geforderten Trägerfrequenz gegenüber einer linearen Kennlinie entspricht. Dennoch ist hier anzumerken, dass das überlagerte untere Seitenband der zweiten Harmonischen nach einer geeigneten Phasendemodulation unterdrückt wird, wenn beide Seitenbänder (der ersten Harmonischen) ausgewertet werden. Unter dieser Voraussetzung kann weiterhin die Bandbreiten-Forderung des linearen Falls gelten ( $\nu_c > \max\{f_{\text{vib}}\}$ ).

Für den Fall, dass die nichtlineare Kennlinie in (3.14) als Polynom mit ausschließlich ungeraden Potenzen (ungerade  $n$ ) beschrieben werden kann, entstehen die Intermodulationen nur bei ungeradzahligen Harmonischen von  $\nu_c$  ( $3\nu_c, 5\nu_c, \dots$ ). Dieser Fall tritt beispielsweise bei symmetrischer Begrenzung („Clipping“) des Signals auf (siehe Abb. 3.4) und die Forderung nach  $\nu_c > (1 + 2 M_{\text{vib}}) \max\{f_{\text{vib}}\}$  ist ausreichend. Für geringe Schwingungsamplituden ( $M_{\text{vib}} \ll 1$ ) entspricht diese Forderung der linearen Betrachtung mit  $\nu_c > \max\{f_{\text{vib}}\}$ .

### 3.1.3 Phasenrauschen und Linienbreite der Laserquelle

Das Phasenrauschen der Laserquelle ist eine entscheidende Eigenschaft für den Einsatz in einem Interferometer. Der Rauschprozess der Laserfrequenz  $\nu$  kann durch deren spektrale Leistungsdichte (PSD)  $S_\nu(f)$  in der Einheit  $\text{Hz}^2/\text{Hz}$  charakterisiert werden<sup>11</sup>. Nach Wiener-Chintschin bilden die Autokorrelationsfunktion  $R_\nu(\tau)$  und die (Auto-)PSD  $S_\nu(f)$  ein Fourier-Paar [169]. Da die (Auto-)PSD stets reell ist, kann hierbei die Kosinus-Transformation verwendet werden.

$$S_\nu(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_\nu(\tau) \cos(j 2\pi f \tau) d\tau \quad (3.20)$$

mit der Definition der Autokorrelation

$$R_\nu(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \nu(t + \tau) \nu(t) dt \right] = \langle \nu(t + \tau) \nu(t) \rangle_t. \quad (3.21)$$

Im Folgenden wird stets der Zeitmittelwert mit  $\langle (\cdot) \rangle_t$  abgekürzt.

Aus den Lehrbüchern [173] ist eine Bedingung für eine kontrastreiche Interferenz die zeitliche Kohärenz, das heißt ein zeitlicher Phasenbezug zwischen den interferie-

<sup>10</sup> Ansatz:  $\nu_c + (1 + M_{\text{vib}}) \max\{f_{\text{vib}}\} < 2\nu_c - (1 + 2 M_{\text{vib}}) \max\{f_{\text{vib}}\}$ .

<sup>11</sup> Die alternative Darstellung als Allan-Varianz kann aus der PSD berechnet werden [187].

renden EM-Wellen. Die (komplexe) Kohärenzfunktion ist hierbei allgemein die Kreuzkorrelationsfunktion beider EM-Wellen bei der Interferenz [169]

$$R_{E,\text{mr}}(T_{\text{LDV}}) = \langle E_{\text{m}}(t + T_{\text{LDV}}) E_{\text{t}}^*(t) \rangle_t \quad (3.22)$$

mit der Interferometer-Verzögerung  $T_{\text{LDV}}$ . Bei der Interferenz einer EM-Welle mit deren Kopie geht die Kreuzkorrelation in die Autokorrelation der emittierten EM-Wellen der Laserquelle über.

In der Interferometrie stehen für die Messung von statischen geometrischen Größen oft geringe Detektorbandbreiten zur Verfügung, da typischerweise Kameras verwendet werden. Innerhalb der Messzeit akkumuliert sich das spektrale Phasenrauschen aus der Laserquelle und führt zu einer Verschlechterung des (statischen) Kontrasts des Interferenzbildes. Der Interferenzkontrast ist der Betrag der Autokorrelationsfunktion  $|R_{E,\text{mr}}(T_{\text{LDV}})|$  und geht in die Interferenzeffizienz  $\chi$  ein [173] (siehe (3.4)).

Für ein gutes Interferenzsignal ist ein hoher Interferenzkontrast vorteilhaft. Dieser Zustand ist für eine beliebige Strahlungsquelle bei einem idealen Weglängenabgleich erreichbar<sup>12</sup>, da die Autokorrelationsfunktion für eine Verzögerung  $T_{\text{LDV}} = 0$  ihr globales Maximum erreicht. Für signifikante Verzögerungen ( $|T_{\text{LDV}}| > 0$ ) bzw. Weglängendifferenz  $\text{OPD} = c_{\text{amb}} T_{\text{LDV}}$  ist ein langsamer Abfall der Kohärenzfunktion  $|R_{E,\text{mr}}(T_{\text{LDV}})|$  vorteilhaft, was aufgrund des Zusammenhangs (3.20) gleichbedeutend mit einer möglichst geringen Linienbreite ist. Nach [169] kann aufgrund der spontanen Emission für einen Laser von dominantem weißem Frequenzrauschen mit der konstanten (beidseitigen) Frequenz-Leistungsdichte

$$S_{\nu}^{\text{fr}}(f) = \Delta\nu/2\pi \quad (3.23)$$

mit der Laser-Linienbreite  $\Delta\nu$  ausgegangen werden<sup>13</sup>. Dieses weiße Frequenzrauschen resultiert für die Rauschleistungsdichte des emittierten EM-Felds in der typischen Form einer Lorentz-Linie mit der Halbwertsbreite  $\Delta\nu$  [175]. Die Kohärenzlänge  $\ell_{\text{coh}}$  dieser Laserquelle ist nach [173]

$$\ell_{\text{coh}} = \frac{c_{\text{amb}}}{\pi \Delta\nu}. \quad (3.24)$$

Zur praktischen Ermittlung der Kohärenzfunktion nach (3.22) erfolgt somit eine sehr lange Mittelung des (quasi-stationären) Interferenzsignals, was in einer sehr geringen Detektorbandbreite (gegen 0 Hz) resultiert. In LDV wird innerhalb der Detektorbandbreite neben der Phasenmodulation durch den Laser-Doppler-Effekt auch jegliche deterministische und stochastische Änderung der Differenzphase zeitlich aufgelöst. Für eine Aussage über die Detektionsschwelle eines LDV ist daher die spektrale Leistungsdichte des Detektorstroms  $S_i(f)$  für die realisierte Verzögerung  $T_{\text{LDV}}$  entscheidend, die von den spektralen Eigenschaften der Laserquelle und der Interferometer-Verzögerung abhängen. Eine detaillierte Beschreibung erfolgt in Abschnitt 4.2.

<sup>12</sup> Bei dieser Betrachtung wird die räumliche Kohärenz außer Acht gelassen.

<sup>13</sup> Im Experiment zeigt sich z. B. am Spektrumanalysator zudem farbiges Rauschen ( $f^n$ -Rauschen) [169]. Für Exponenten  $n \leq -1$  existieren jedoch keine Autokorrelationsfunktionen aufgrund der Divergenz bei der Fourier-Transformation. Für Exponenten  $n > 2$  kann eine Existenz erst durch Hinzufügen einer Bandbegrenzung erreicht werden. Eine ausführliche Diskussion dieser Rauschkomponenten findet sich in [62].

### 3.1.4 Signalverarbeitung

Zur Rekonstruktion der mechanischen Schwingung aus dem phasenmodulierten Interferenzsignal können analoge oder auch digitale Demodulationstechniken eingesetzt werden, die aus der Nachrichtentechnik bekannt sind. Typischerweise wird in der Laser-Doppler-Vibrometrie die In-Phase/-Quadratur-(I/Q)-Demodulation eingesetzt (siehe auch Abschnitt 7.4.2) [167]. Für die LDV-Messung einer harmonischen Schwingung kann der Modulationsindex  $M_{\text{vib}}$  direkt aus dem Spektrum des Interferenzsignals ermittelt werden. Dies hat den Vorteil, dass Abweichungen durch Demodulation und Filterung vermieden werden können [90]. Da die Schmalbandnäherung anwendbar ist ( $M_{\text{vib}} \ll 1$ ), liefert das Träger-Seitenband-Verhältnis<sup>14</sup>  $\text{CSR} = P_c/P_{J\pm 1}$  direkt den Modulationsindex

$$M_{\text{vib}} \approx 2 \frac{J_{\pm 1}(M_{\text{vib}})}{J_0(M_{\text{vib}})} = \frac{2}{\sqrt{\text{CSR}}} \quad (3.25)$$

mit der (elektrischen) Trägerleistung  $P_c$  und der Leistung eines ersten Seitenbands  $P_{J\pm 1}$ .

## 3.2 Frequenzdifferenz-Regelung zur Trägererzeugung

Für eine geeignete Trägererzeugung in der heterodynen Interferometrie müssen beide Laserquellen durch die optoelektronische Phasenregelschleife (OPLL) auf eine Frequenzdifferenz  $\nu_c$  stabilisiert werden (siehe Abb. 3.6). Dafür emittiert ein freilaufender Master-Laser Laserstrahlung bei der Frequenz  $\nu_M$ . Die Frequenz  $\nu_S$  eines durchstimmbaren Slave-Lasers wird der Frequenz  $\nu_M$  des Master-Lasers nachgeführt, wobei die Frequenzdifferenz  $\nu_M - \nu_S$  entweder auf  $+\nu_c$  oder  $-\nu_c$  festgelegt ist. In der folgenden Darstellung wird lediglich die Frequenzlage  $\nu_M + \nu_c = \nu_S$  betrachtet. Dafür detektiert ein Photodetektor (PD3) als quadratischer Mischer das Interferenzsignal zwischen Master- und Slave-Laser und wandelt dieses in ein elektrisches Ausgangssignal. Diese Differenzfrequenz  $|\nu_M - \nu_S|$  wird an einem elektrischen Mischer mit einer Sollfrequenz  $\nu_{\text{LO}} (= \nu_c)$  aus einem Lokaloszillator (LO) verglichen und die Abweichung bestimmt. Somit sind sowohl die Laserfrequenzen des Master-Lasers (optischer LO) als auch die Frequenz des elektrischen LO die Führungsgröße. Die Phasenabweichung (Regelabweichung) wird vom Schleifenfilter (Regler) in die Stellgröße überführt, welche die Frequenz des Slave-Lasers, als durchstimmbaren Oszillator, im gewünschten Arbeitspunkt hält. Für die Anwendung auf die heterodyne Interferometrie wird ein Teil der Strahlung des Master-Lasers für den Referenzstrahl und ein Teil der Strahlung des Slave-Lasers für den Messstrahl ausgekoppelt<sup>15</sup>. Somit entsteht das erwünschte Trägersignal an den LDV-Photodetektoren PD1 und PD2.

Die Modellierung der Phasenregelung wird im Folgenden nur in den für die Arbeit relevanten Aspekten dargestellt. Für einen tieferen Einblick in Phasenregelschleifen wird auf Gardner [62] und Yariv [219] verwiesen.

<sup>14</sup> Hierbei handelt es sich um ein Leistungsverhältnis.

<sup>15</sup> Es ist auch eine umgekehrte Zuordnung möglich.

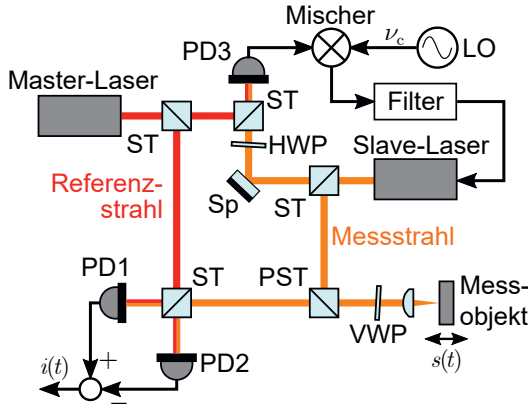


Abb. 3.6: Schematischer Aufbau eines heterodynen LDV mit Erzeugung der Trägerfrequenz  $\nu_c$  durch die Frequenzdifferenz-Regelung zweier Laser in einer optoelektronischen Phasenregelschleife. ST = Strahlteiler, PST = polarisierender Strahlteiler, VWP = Viertelwellenplatte, HWP = Halbwellenplatte, Sp = Spiegel, PD = Photodetektor, LO = Lokaloszillator.

### 3.2.1 Nichtlineare Modellierung

Das Blockdiagramm der optoelektronischen Phasenregelschleife ist in Abb. 3.7 dargestellt. Am Photodetektor der Phasenregelschleife entsteht durch Interferenz der Laserstrahlen beider Laserquellen das Schwebungssignal<sup>16</sup> bei der Frequenzdifferenz  $|\nu_M - \nu_S|$  der beiden Laserfrequenzen. Die anschließende Bandpassfilterung (BPF) entfernt den Gleichanteil. Somit ist die Ausgangsspannung nach einem Transimpedanzverstärker (TIV) mit der Transimpedanz  $Z_{TIV}$  (mit (3.4))

$$u_{PD}(t) = K_{PD} \cos[2\pi(\nu_M - \nu_S)t + \varphi_M(t) - \varphi_S(t)] \quad (3.26)$$

mit der Verstärkung  $K_{PD} = 2\chi \mathcal{S} Z_{TIV} \sqrt{P_M P_S}$ . Dabei sind  $P_M$  und  $P_S$  die Leistung von Master- bzw. Slave-Laser am Photodetektor PD3. Ein anschließender Phasendetektor mischt das Photodetektor-Signal mit dem Signal  $u_{LO}(t) = \hat{u}_{LO} \sin[2\pi\nu_{LO}t + \varphi_{LO}(t)]$  aus dem elektrischen LO mit der Frequenz  $\nu_{LO}$ . Somit ist die Regelabweichung

$$u_e(t) = K_{mix} u_{LO}(t) u_{PD}(t) \quad (3.27)$$

mit der Mischer-Verstärkung  $K_{mix}$  („Conversion Loss“). Diese Regelabweichung  $u_e$  wird dem Schleifenfilter zugeführt, der daraus das Stellsignal  $u_{mod}(t)$  erzeugt. Eine Phasenregelschleife erster Ordnung besitzt ein proportionales Übertragungsverhalten des Schleifenfilters ( $F(s) = F_0 = \text{const.}$ ). Diese Ordnung wird hier zur einfacheren Darstellung gewählt. In der Praxis werden typischerweise höhere Ordnungen verwendet.

Der Slave-Laser als Teil der Regelstrecke wird hier als stromgesteuerter Oszillator (CCO<sup>17</sup>) mit dem konstanten Durchstimmkoeffizienten  $d\nu_S/di$  modelliert. Die An-

<sup>16</sup> Engl. „Beat Note“ oder „Beat“.

<sup>17</sup> Engl. „Current-Controlled Oscillator“.



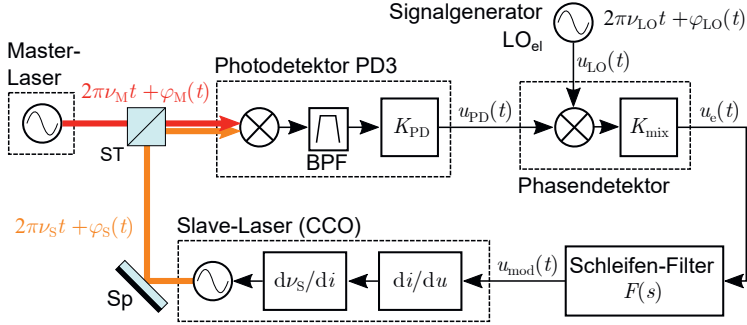


Abb. 3.7: Blockdiagramm der optoelektronischen Phasenregelschleife zur Regelung der Frequenz  $\nu_S$  des Slave-Lasers auf die Frequenz  $\nu_M$  eines freilaufenden Master-Lasers mit einer Frequenzdifferenz, die durch die Frequenz  $\nu_{LO}$  eines elektrischen Oszillators vorgegeben wird. CCO = Current-controlled Oscillator, BPF = Bandpassfilter, ST = Strahlteiler, Sp = Spiegel.

steuerung erfolgt über einen Modulationseingang mit der Transkonduktanz  $(di/du)_{mod}$  (in A/V). Somit ergibt die Phasenänderung  $\dot{\varphi}_S$  (Frequenzabweichung) des Slave-Lasers für eine OPLL erster Ordnung

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_S(t) &= 2\pi \left( \frac{d\nu_S}{di} \right) \left( \frac{di}{du} \right)_{mod} \cdot u_{mod}(t) \\ &= K_{tot} F_0 \sin[2\pi(\nu_M + \nu_{LO} - \nu_S)t + \varphi_M(t) + \varphi_{LO}(t) - \varphi_S(t)] \end{aligned} \quad (3.28)$$

mit der Gesamtverstärkung der Regelstrecke

$$K_{tot} = 2\pi \left( \frac{d\nu_S}{di} \right) \left( \frac{di}{du} \right)_{mod} \cdot K_{mix} \hat{u}_{LO} 2\chi \mathcal{S} Z_{TIV} \sqrt{P_M P_S}. \quad (3.29)$$

Durch die nichtlineare Differenzialgleichung in (3.28) ist keine weitere allgemeine Vereinfachung mehr möglich und führt im Vergleich zu linearen Regelkreisen zu ungewöhnlichen Phänomenen und Eigenschaften<sup>18</sup>, wenn der stationäre Zustand noch nicht erreicht ist. Für den stationären oder auch ‚eingerasteten‘ Zustand<sup>19</sup> der Phasenregelung ergibt sich für die Ausgangsfrequenz und Phase des Slave-Lasers

$$\nu_S^{lock} = \nu_M + \nu_{LO} \quad (3.30)$$

$$\langle \varphi_S^{lock} \rangle_t = \langle \varphi_M + \varphi_{LO} \rangle_t + \varphi_e. \quad (3.31)$$

Dabei symbolisiert  $\langle \varphi \rangle_t$  den Zeitmittelwert der Phase. Die stationäre Phasenabweichung  $\varphi_e$  ist die Folge eines stationären Stellsignals ( $\neq 0$ ), um den Slave-Laser auf eine (zum Arbeitspunkt verschiedene) stationäre Emissionsfrequenz zu regeln. Im Folgenden wird zur Vereinfachung von einer vernachlässigbaren, stationärer Phasenabweichung  $\varphi_e$  ausgegangen. Dies ist insbesondere der Fall, wenn der Arbeitspunkt des Slave-Laser zusätzlich zur Phasenregelung nachgeführt wird.

<sup>18</sup> Siehe Abschnitt 3.2.4.

<sup>19</sup> Engl. ‚Locked‘.

Die Verstärkung  $K_{\text{tot}}$  der Regelstrecke in (3.29) ist direkt abhängig von der detektierten Leistung  $P_M$  und  $P_S$  der interferierenden Teilstrahlen und der Interferenzeffizienz  $\chi$ . Es ist daher erforderlich, dass beide Laser eine stabile Leistung emittieren und mit einer temperaturstabilen Optomechanik ausgerichtet sind. Auch Wellenfrontverzerrung durch Fluktuationen des Brechungsindex, die sich nicht auf beide Strahlen gleichermaßen auswirken, können die Interferenzeffizienz und damit die Verstärkung beeinträchtigen. Aus diesem Grund ist es essenziell, einen separaten Photodetektor PD3 innerhalb des Vibrometers für die Frequenzdifferenz-Regelung zu verwenden, anstatt einer Verwendung des Interferenzsignals an den LDV-Photodetektoren PD1 und PD2 (siehe Abb. 3.6).

### 3.2.2 Kleinsignal-Modellierung im Arbeitspunkt

Die nichtlineare Differenzialgleichung der OPLL aus (3.28) kann im eingerastetem Zustand (3.30) linearisiert<sup>20</sup> werden [62]. Das resultierende Kleinsignal-Blockdiagramm ist in Abb. 3.8 dargestellt. Für eine Beschreibung des Übertragungsverhaltens werden die Laplace-Transformierten der einzelnen Phasenbeiträge sowie der Übertragungsfunktionen in Abhängigkeit der komplexen Frequenz  $s$  verwendet. Zusätzlich wird das Phasenrauschen des Slave-Lasers als überlagerte Störgröße  $\varphi_S^{\text{fr}}$  modelliert. Die gesamte Übertragungsfunktion nach [175] ist

$$\begin{aligned}\varphi_S(s) &\approx \frac{G(s)}{1+G(s)} [\varphi_M(s) + \varphi_{\text{LO}}(s)] + \frac{1}{1+G(s)} \varphi_S^{\text{fr}}(s) \\ &= H(s) [\varphi_M(s) + \varphi_{\text{LO}}(s)] + [1 - H(s)] \varphi_S^{\text{fr}}(s)\end{aligned}\quad (3.32)$$

mit der Führungsübertragungsfunktion  $H(s) = G(s)/[1 + G(s)]$  und der Übertragungsfunktion der offenen Regelschleife [62]

$$G(s) = \frac{K_d F(s) K_S}{s} = \frac{K_{\text{tot}} F(s)}{s} \quad (3.33)$$

mit der (kombinierten) Verstärkung des Phasendetektors  $K_d = K_{\text{mix}} \hat{u}_{\text{LO}} K_{\text{PD}}$  und dem Übertragungsfaktor des Slave-Lasers  $K_S = 2\pi (d\nu_S/di) \cdot (di/du)_{\text{mod}}$ , welche beide Teil der Gesamtverstärkung  $K_{\text{tot}}$  der Regelstrecke nach (3.29) sind. In einer realen OPLL muss zudem eine Phasenverschiebung  $\exp(-sT_L)$  durch Laufzeiten  $T_L$  innerhalb der

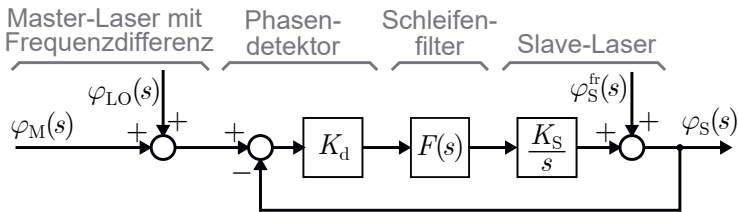


Abb. 3.8: Kleinsignal-Blockdiagramm der optoelektronischen Phasenregelschleife nach der Linearisierung im eingerasteten Zustand.

<sup>20</sup>Mit  $\sin(\varphi) \approx \varphi$ .

Regelschleife berücksichtigt werden. Diese Laufzeiten werden hier für die Übersicht der Übertragungsfunktion  $F(s)$  des Schleifenfilters zugeordnet.

Aus (3.32) wird ersichtlich, dass bei hoher Verstärkung der offenen Regelschleife das Phasenrauschen des Slave-Lasers unterdrückt wird und die Phase des Slave-Lasers der Phase des Master-Lasers mit Lokaloszillator folgt. Diese Übertragung der Eigenschaften (innerhalb der Regelbandbreite) des Master-Lasers auf den Slave-Laser durch die Phasenregelung wird auch als ‚Coherence Cloning‘ bezeichnet [176].

### 3.2.3 Stabilität

Als Bedingung für die Stabilität des Regelkreises nach dem speziellen Nyquist-Kriterium muss die Phasendrehung der offenen Regelschleife bei der Durchtrittsfrequenz<sup>21</sup>  $f_L$  kleiner als  $\pi$  betragen, damit keine Mitkopplung und damit Instabilität des Regelkreises auftritt [65]. Die Differenz der Phasendrehung bei der Durchtrittsfrequenz zu  $-\pi$  wird als Phasenreserve bezeichnet. In der Regelungstechnik wird typischerweise eine Phasenreserve  $\geq 30$  deg gewählt.

Aus der Übertragungsfunktion der offenen Regelschleife in (3.33) ist direkt die integrierende Wirkung einer Phasenregelschleife aufgrund des durchstimmbaren Slave-Lasers ersichtlich, die eine initiale Phasendrehung von  $\pi/2$  erzeugt. Dadurch kann auch eine OPLL erster Ordnung mit proportionalem Übertragungsverhalten des Schleifenfilters ( $F = F_0 = \text{const.}$ ) und vernachlässigbarer Schleifenverzögerung uneingeschränkt stabil sein. In Abb. 3.9 ist beispielhaft das Bode-Diagramm einer OPLL erster Ordnung

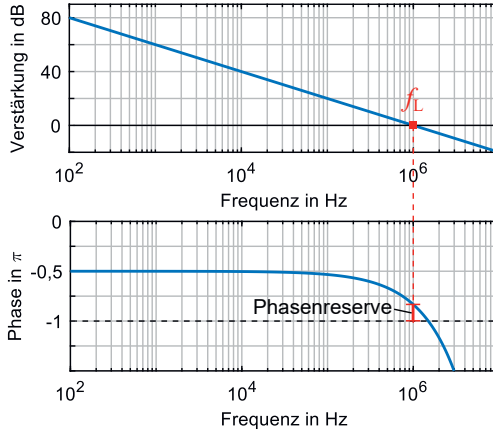


Abb. 3.9: Bode-Diagramm der stationären Übertragungsfunktion  $G_1$  der offenen Regelschleife einer OPLL erster Ordnung mit einer Bandbreite  $f_L = 1$  MHz und einer Phasenreserve von 30 deg.

<sup>21</sup>  $G(f_L) = 1$  .

mit signifikanter Verzögerung dargestellt mit der Übertragungsfunktion der offenen Regel Schleife nach (3.33)

$$G_1(s) = \frac{K_{\text{tot}} F_0 \exp(-s T_L)}{s}. \quad (3.34)$$

Die Phasenreserve ist  $\pi/2 - 2\pi f_L T_L$  mit der Regelbandbreite  $f_L = K_{\text{tot}} F_0/2\pi$ . Diese direkte Kopplung von Verstärkung und Bandbreite ist jedoch in vielen Anwendungen unerwünscht, sodass typischerweise Schleifenfilter höherer Ordnung ausgewählt werden [62].

Bei der Bewertung der Stabilität von OPLL höherer Ordnung muss das allgemeine Nyquist-Kriterium herangezogen werden [65]. Dabei können auch Frequenzen mit einer Phasendrehung von  $> \pi$  verstärkt werden, ohne dass die Stabilität beeinträchtigt wird. Es ist jedoch weiterhin notwendig, dass bei der Durchtrittsfrequenz eine Phasenreserve vorhanden ist.

### 3.2.4 Halte- und Fangbereich

Eine wichtige Eigenschaft der Phasenregelschleife ist der Haltebereich<sup>22</sup> bei eingerasteter Regelung. Der Haltebereich beschreibt die maximale statische Abweichung der Slave-Laserfrequenz, bei der die Regelung noch eingerastet bleibt. Dieser Haltebereich kann für eine OPLL erster Ordnung analytisch aus der nichtlinearen Differenzialgleichung (3.28) ermittelt werden, indem der stationäre Zustand aus (3.30) und (3.31) eingesetzt wird. Dadurch erhält man für die (statische) Abweichung  $\Delta(\nu_S)$  der Slave-Laserfrequenz

$$2\pi \cdot \Delta(\nu_S) = K_{\text{tot}} F_0 \sin(\varphi_e). \quad (3.35)$$

Aus dem Definitionsbereich des Sinus ( $\sin \varphi_e \leq 1$ ) kann die Definition des Haltebereichs  $\Delta(\nu_S)_{\text{hold}}$  nach [62] abgeleitet werden mit

$$|\Delta(\nu_S)| < |\Delta(\nu_S)_{\text{hold}}| = \frac{K_{\text{tot}} F_0}{2\pi}. \quad (3.36)$$

Für eine Regelung mit guter Immunität gegen Störungen ist daher eine hohe Schleifenverstärkung anzustreben.

Der Fangbereich<sup>23</sup> ist eine weitere wichtige Charakteristik einer OPLL, der die maximale Laserfrequenz-Abweichung  $\Delta(\nu_S)$  vom Arbeitspunkt im freilaufenden Zustand beschreibt, sodass die Regelung einrastet. Die Frequenzabweichung muss nach (3.36) stets kleiner als der Haltebereich  $\Delta(\nu_S)_{\text{hold}}$  sein. Daher bedarf es für ein Einrasten der Phasenregelung eines gezielten Vorgehens [62]. Eine Möglichkeit ist die systematische Variation (‘Sweep’) einer der beiden Laserfrequenzen, wobei der Arbeitspunkt überstreift wird. Dabei ist neben dem statischen Fangbereich auch die maximale Geschwindigkeit der Frequenzänderung, welcher die OPLL folgen kann, durch das Übertragungsverhalten beschränkt [62].

---

<sup>22</sup> Engl. ‘Hold-in Range’.

<sup>23</sup> Engl. ‘Lock-in Range’.

### 3.2.5 Flexible und dynamische Wahl der Trägerfrequenz

In typischen heterodynen Interferometern wird eine konstante Trägerfrequenz gewählt [167], da die konventionellen Techniken zur Trägererzeugung oft frequenzabhängig sind und eine Optimierung auf den Arbeitspunkt erfordern [218]. So ist beispielsweise die Ausrichtung der Bragg-Zelle für eine hohe Beugungseffizienz direkt von der Betriebsfrequenz und damit von der erzeugten Frequenzverschiebung abhängig. Die Frequenzdifferenz-Regelung bietet dagegen eine flexible Wahl der Trägerfrequenz, die durch eine statische Veränderung der Führungsgröße  $\nu_{LO}$  am Lokaloszillator erreicht werden kann.

Für das vorliegende Messproblem wird die (konstante) Trägerfrequenz anhand der Bandbreitenforderung optimiert (siehe Abschnitt 3.1.1). Als weitere Kriterien dienen neben der verfügbaren Detektorbandbreite die wählbaren Abtastraten der Datenerfassung unter Einhaltung des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems (siehe Kapitel 7). Erfolgt z. B. die Wahl einer minimal erforderlichen Trägerfrequenz, kann die Abtastrate und damit die Datenraten zweckmäßig reduziert werden und somit eine echtzeitfähige Datenverarbeitung ermöglicht werden. Dies ist momentan für eine Gigahertz-Trägerfrequenz nicht realisierbar. Für die Messung an HF-Mikrosystemen ist zudem eine flexible, statische Trägerfrequenzwahl zweckdienlich, um beispielsweise Störeinkopplungen (z. B. ISM-Bänder bei 900 MHz und 2,4 GHz) oder Rauschüberhöhungen im System zu meiden.

Ein weiterer Vorteil der Frequenzdifferenz-Regelung für die heterodyne Interferometrie, der über den Anwendungszweck hinausgeht, ist die Dynamik der Trägerfrequenzwahl in den Grenzen des Folgevermögens der OPLL (siehe Abschnitt 3.2.4). Eine dynamische Anpassung der Trägerfrequenz kann hierfür (im Lock) durch Variation der LO-Frequenz  $\nu_{LO}$  ermöglicht werden. Insbesondere aus der drahtlosen Kommunikationssystemen ist das Problem der Doppler-Verschiebung der Trägerfrequenz bei einer Relativbewegung von Sender und Empfänger bekannt und es wurden im Stand der Wissenschaft viele Techniken zur dynamischen, empfängerseitigen Nachführung des Trägers veröffentlicht [14].

Auch in der Laser-Interferometrie führt nach (3.1) eine quasi-konstante Relativgeschwindigkeit zu einer quasi-statischen Doppler-Frequenzverschiebung [44], was die verfügbare Messbandbreite insbesondere für höherfrequente Schwingungen reduziert. Ein Beispiel hierfür ist die LDV-Schwingungsmessung vom Bodenniveau auf die Rotoren von Windkraft-Anlagen. Typischerweise erfolgt eine Bildverarbeitungs-gestützte Nachverfolgung („Tracking“) der Rotorblätter, sodass die Blattschwingungen gemessen und sogar gerastert werden können. Durch die außeraxiale Betrachtung führt die Rotation der Blätter zu einer Relativbewegung gegenüber dem Messgerät und folglich zu einer niederfrequenten Doppler-Frequenzverschiebung, welche die Messbandbreite für die Schwingungen des Rotorblatts stark einschränkt. Auch im Einsatz von portablen, Fahrzeug- oder Fluggerät-gestützten LDVs wird die Messbandbreite durch die Trägerverschiebung eingeschränkt [74, 94], z. B. auch bei Einsatz von Frequenz-Multiplexing für LDV-Arrays zur Fahrzeug-gestützten Minensuche [124]. Die vorgestellte Frequenzdifferenz-Regelung zur Trägererzeugung würde für solche Anwendungen der heterodynen Laser-Doppler-Vibrometrie eine Kompensation der unerwünschten Doppler-Verschiebung erlauben, sodass die volle verfügbare Messbandbreite der Schwingungsmessung zur Verfügung steht. Eine Diskussion darüber wurde in [110] veröffentlicht.

# 4 Amplitudenauflösung eines Interferometers mit phasengekoppelten Lasern

In diesem Kapitel wird die Amplitudenauflösung eines heterodyn Interferometers mit Frequenzdifferenz-Regelung modelliert. Die Amplitudenauflösung bzw. die Detektionsschwelle ist neben der Messbandbreite das entscheidende Kriterium der Messfähigkeit. Im ersten Abschnitt erfolgt die Einführung der Amplitudenauflösung aus Kenngrößen des LDV. Der darauffolgende Abschnitt befassen sich mit der Modellierung des Differenzphasen-Rauschens zwischen den gekoppelten Lasern, welches entscheidend von den Laser-Linienbreiten, den Eigenschaften der OPLL und des Interferometer-Aufbaus abhängt. Das Kapitel schließt mit einer Diskussion und Abschätzung, in welchen Frequenzbereichen eine Amplitudenauflösung erreicht werden kann, die durch andere Rauschquellen wie Schrot- oder Intensitätsrauschen begrenzt wird.

## 4.1 Rauschäquivalente Amplitudenauflösung

Die wichtigste Eigenschaft eines Messsystems ist die kleinste auflösbare Messgröße bzw. die Detektionsschwelle. Diese Schwelle ist erreicht, wenn die Signalleistung gerade so groß ist, dass sie der Rauschleistung des Systems entspricht („Rauschäquivalenz“). Diese Schwelle des LDV wird im Folgenden als (Schwingungs-)Amplitudenauflösung bezeichnet. Für die Ermittlung dieses Amplitudenauflösungsvermögens ist es entscheidend die dominante Rauschquelle im System zu identifizieren und zu quantifizieren.

Im Folgenden sind die dominanten Rauschquellen für den LDV-Detektionsprozess nach [30, 167, 209] mit deren spektralen Strom-Rauschleistungsdichten (PSD) (in  $A^2/Hz$ ) aufgeführt:

- I) Das weiße thermische Rauschen der Verstärkerschaltung<sup>1</sup> mit der Strom-PSD

$$S_{i,th} = \frac{k_B T}{50 \Omega} \quad (4.1)$$

bei der Absoluttemperatur  $T$  und der Boltzmann-Konstante  $k_B$ . Bei Verstärkern wird das thermische Rauschen typischerweise als (einheitenlose) Standard-Rauschzahl<sup>2</sup> NF oder Rauschmaß (in dB) in Bezug zu 290 K angegeben [61].

---

<sup>1</sup> Bei Impedanzanpassung.

<sup>2</sup> „Noise Figure“.

Das thermische Rauschen bei Photodetektoren wird typischerweise anhand der Spektraldichte der rauschäquivalenten (optischen) Leistung  $\text{NEP}'$  (in  $\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) spezifiziert mit

$$S_{i,\text{th}} = \mathcal{S}^2 (\text{NEP}')^2. \quad (4.2)$$

- II) Das weiße Schrotrauschen (SN) mit der konstanten Strom-PSD

$$S_{i,\text{SN}} = 2e\mathcal{S}(P_{\text{m}} + P_{\text{r}}) \quad (4.3)$$

mit der Elementarladung  $e$ . In konventionellen LDVs ist es vorteilhaft die Laserleistung am Photodetektor so zu dimensionieren, dass das Schrotrauschen über alle anderen Rauschquellen dominiert [167]. Die Detektion wird dann als Schrotrausch begrenzt bezeichnet.

- III) Das relative Intensitätsrauschen beider Laser mit der Strom-PSD

$$S_{i,\text{RIN}}(f) = \mathcal{S}^2 \text{RIN}'(f) (P_{\text{m}}^2 + P_{\text{r}}^2) \quad (4.4)$$

mit der farbigen Spektraldichte  $\text{RIN}'(f)$  (in  $\text{Hz}^{-1}$ ).

- IV) Das weiße Quantisierungsrauschen<sup>3</sup> der Analog-Digital-Wandlung (ADU) für Vollaussteuerung<sup>4</sup> ( $i_{\text{max}} - i_{\text{min}} = 2\hat{i}$ ) mit der Strom-PSD [30]

$$S_{i,\text{ADU}} \approx \left[ \frac{i_{\text{max}} - i_{\text{min}}}{2\sqrt{3}(2^{k_{\text{eff}}} - 1)} \right]^2 \frac{2}{f_{\text{sa}}} = \frac{2\hat{i}^2}{3(2^{k_{\text{eff}}} - 1)^2 f_{\text{sa}}} = \frac{8\chi^2 \mathcal{S}^2 P_{\text{m}} P_{\text{r}}}{3(2^{k_{\text{eff}}} - 1)^2 f_{\text{sa}}} \quad (4.5)$$

mit der effektiven Anzahl ( $2^{k_{\text{eff}}} - 1$ ) von Quantisierungsstufen und der Abtastrate  $f_{\text{sa}}$  der Datenerfassung.

- V) Das Differenzphasen-Rauschen wirkt sich aufgrund der nicht-idealer Kohärenz bei der Interferenz von Mess- und Referenzstrahl am Photodetektor mit der farbigen Strom-PSD  $S_{i,\text{PN}}(f)$  am Photodetektor aus. Für einen geringen Einfluss des Phasenrauschens der Laserquelle werden in konventionellen LDVs daher Laserquellen mit sehr schmalen Linienbreiten verwendet oder ein Weglängenabgleich vorgenommen (siehe auch Abschnitt 3.1.1). Für die meisten Realisierungen von LDVs kann so das Phasenrauschen vernachlässigt werden. Die Verwendung von zwei Halbleiterlasern und die begrenzte Unterdrückung des Differenzphasen-Rauschens durch die OPLL im angestrebten LDV erfordern in besonderem Maß eine Berücksichtigung des Differenzphasen-Rauschens. Daher wird dieser Rauschbeitrag in Abschnitt 4.2 ausführlich betrachtet.

<sup>3</sup> Annahme: Die Rauschleistung verteilt sich konstant über die Nyquist-Bandbreite  $f_{\text{sa}}/2$ .

<sup>4</sup> Eine Diskussion der Anpassung an den Eingangsspannungsbereich des ADU für eine Vollaussteuerung findet sich in Abschnitt 7.4.1.

Unter Berücksichtigung aller unkorrelierter Rauschquellen ist die Spektraldichte des Signal-Rausch-Verhältnisses<sup>5</sup>  $\text{SNR}'$  des Interferenzsignals bezogen auf eine Auflösungsbandbreite  $\text{RBW} = 1 \text{ Hz}$

$$\text{SNR}'(f) \approx \frac{\frac{i^2}{2}}{S_{i,\text{PN}}(f) + S_{i,\text{RIN}}(f) + S_{i,\text{SN}} + S_{i,\text{ADU}} + S_{i,\text{th}}} \quad (4.6)$$

mit der Amplitude<sup>6</sup> des Interferenzsignals eines heterodynischen Interferometers aus (3.4)

$$\hat{i} = 2 \chi \mathcal{S} \sqrt{P_{\text{m}} P_{\text{t}}}. \quad (4.7)$$

Wenn eine spektrale Auswertung der Schwingungssignale vorgenommen wird, ist eine spektrale Formulierung der Schwingungsauflösung des LDV sinnvoll. Dafür wird eine monofrequente Schwingung mit der rauschäquivalenten Schwingungsamplitude  $\hat{s}'_{\text{ne}}$  (in  $\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) bei der Schwingungsfrequenz  $f_{\text{vib}}$  formuliert.

Für die Abschätzung muss die Eigenschaft der Phasenmodulation<sup>7</sup> berücksichtigt werden, dass zwei Seitenbänder im Abstand  $\nu_c \pm f_{\text{vib}}$  mit korrelierter Signalleistung erzeugt werden (siehe Abschnitt 3.1.1). Die Rauschleistung in diesen Bändern ist hingegen unkorreliert. Somit ist die Spektraldichte der Standardabweichung  $\sigma'_{\varphi}$  des Gesamt-Phasenrauschens<sup>8</sup> [220] bei der Schwingungsfrequenz  $f_{\text{vib}}$  bezogen auf eine Bandbreite von 1 Hz

$$\begin{aligned} \sigma'_{\varphi}(f_{\text{vib}}) &\approx \frac{\sqrt{2 S_{i,\text{PN}}(\nu_c \pm f_{\text{vib}}) + 2 S_{i,\text{RIN}}(\nu_c \pm f_{\text{vib}}) + 2 S_{i,\text{SN}} + 2 S_{i,\text{ADU}} + 2 S_{i,\text{th}}}}{\hat{i}} \\ &= \left[ \overline{\text{SNR}'}(\nu_c \pm f_{\text{vib}}) \right]^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

mit dem gemittelten Signal-Rausch-Verhältnis  $\overline{\text{SNR}'}(\nu_c \pm f)$  aus beiden Seitenbändern  $\nu_c \pm f_{\text{vib}}$  aufgrund der farbigen Rauschbeiträge. Die Rauschäquivalenz fordert, dass die Signalleistung der Rauschleistung entspricht<sup>9</sup>. Somit ergibt sich für die Schwingungsamplitudenauflösung

$$\hat{s}'_{\text{ne}}(f_{\text{vib}}) = \frac{\lambda_{\text{m}}}{4\pi} \sqrt{2} \sigma'_{\varphi}(f_{\text{vib}}) \approx \frac{\lambda_{\text{m}}}{4\pi} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\overline{\text{SNR}'}(\nu_c \pm f_{\text{vib}})}}. \quad (4.9)$$

Für heterodyne LDVs mit Auswertung nur eines Seitenbands verschlechtert sich diese Amplitudenauflösung um den Faktor  $\sqrt{2}$ . Für homodyne LDVs liegt diese Amplitudenauflösung um den Faktor  $\sqrt{2}$  niedriger [206].

<sup>5</sup> Im Rohsignal vor der Demodulation. Entspricht der Definition des Träger-Rausch-Verhältnisses  $\text{CNR}$  mit der Eigenschaft einer Winkelmodulation, dass der unmodulierte Träger die Gesamtleistung des Messsignals beinhaltet.

<sup>6</sup> Die Subtraktion der gegenphasigen Signalanteile im abgeglichenen Photodetektor unter Berücksichtigung der Leistungsteilung an einem idealen 50:50-Strahlteiler ergibt die gleiche Signalamplitude wie mit der Gesamtleistung der Teilstrahlen:

$$\sqrt{P_{\text{m},\text{PD1}} P_{\text{t},\text{PD1}}} + \sqrt{P_{\text{m},\text{PD2}} P_{\text{t},\text{PD2}}} = \sqrt{(P_{\text{m},\text{PD1}} + P_{\text{m},\text{PD2}})(P_{\text{t},\text{PD1}} + P_{\text{t},\text{PD2}})} = \sqrt{P_{\text{m}} P_{\text{t}}}.$$

<sup>7</sup> Für kleine Modulationsindizes  $M_{\text{vib}}$ .

<sup>8</sup> Mittelwert-freier Gauß-Prozess wird angenommen.

<sup>9</sup> Effektivwert oder Standardabweichung des Rauschens entspricht dem Effektivwert des Signals.



## 4.2 Modell des Differenzphasen-Rauschens

Aus der Definition des  $\text{SNR}'$  in (4.6) wird ersichtlich, dass das Differenzphasen-Rauschen direkten Einfluss auf die Amplitudenaufösung des LDV hat (siehe auch Abschnitt 3.1.3). Die folgende Modellierung nähert die resultierende Strom-PSD nach den LDV-Photodetektoren PD1 und PD2 (siehe Abb. 3.6) aus dem Differenzphasen-Rauschen zweier Laserquellen in einer Frequenzdifferenz-Regelung in Abhängigkeit vom Interferometeraufbau an. Die Veröffentlichung dieser Ergebnisse erfolgte in [109].

### 4.2.1 Zusammenhang des Rauschens von Differenzphase und Interferenzsignal

Für die Frequenzdifferenz-Regelung in der OPLL interferieren die Teilstrahlen der beiden Laser auf dem Photodetektor PD3 mit einer optischen Wegdifferenz  $\text{OPD}_{\text{PD3}}$  in Bezug zum Ort der Laserquellen. Innerhalb des Interferometers interferieren die Laserstrahlen mit  $\text{OPD}_{\text{PD12}}$  auf den LDV-Photodetektoren PD1 und PD2. Die Zeitdifferenz zwischen den Interferenzen wird im Folgenden als Interferometer-Verzögerung mit  $T_{\text{LDV}} = (\text{OPD}_{\text{PD12}} - \text{OPD}_{\text{PD3}})/c_{\text{amb}}$  definiert. Wenn die optischen Wegunterschiede abgeglichen sind ( $T_{\text{LDV}} = 0$ ), gleicht<sup>10</sup> das LDV-Interferenzsignal (ohne Laser-Doppler-Verschiebung) dem geregelten Schwebungssignal. Da sich die Strahlengänge in realen Aufbauten typischerweise unterscheiden, tritt ein Verlust an gegenseitiger Kohärenz mit zunehmender Interferometer-Verzögerung  $T_{\text{LDV}}$  auf.

Das folgende Modell leitet die entscheidenden Eigenschaften eines heterodynen LDV mit Trägererzeugung mittels Frequenzdifferenz-Regelung von zwei Lasern her. Zur Vereinfachung werden zunächst die (deterministischen) Phasenvariationen  $\varphi_{\text{vib}}$  aus dem Doppler-Effekt weggelassen, die sich den stochastischen Phasenfluktuationen überlagern. Das Interferenzsignal nach (3.4) nur unter Berücksichtigung von Differenzphasen-Rauschen ist mit Hilfe der Euler-Identität des Kosinus [24]

$$\begin{aligned} i(t, T_{\text{LDV}}) &= \hat{i} \cos[2\pi \nu_c (t + T_{\text{LDV}}) - \Delta\varphi_{\text{SM}}(t, T_{\text{LDV}})] \\ &= \frac{\hat{i}}{2} \exp[j 2\pi \nu_c (t + T_{\text{LDV}}) - j \Delta\varphi_{\text{SM}}(t, T_{\text{LDV}})] \\ &\quad + \frac{\hat{i}}{2} \exp[-j 2\pi \nu_c (t + T_{\text{LDV}}) + j \Delta\varphi_{\text{SM}}(t, T_{\text{LDV}})] \end{aligned} \quad (4.10)$$

mit der akkumulierten Differenzphase

$$\Delta\varphi_{\text{SM}}(t, T_{\text{LDV}}) = \varphi_{\text{S}}(t + T_{\text{LDV}}) - \varphi_{\text{M}}(t) \quad (4.11)$$

zwischen den EM-Wellen des Slave-Lasers und Master-Lasers innerhalb des Zeitintervalls  $[t; t + T_{\text{LDV}}]$ .

In der folgenden Rechnung wird stets von ergodischen Rauschprozessen ausgegangen. Somit entspricht der Scharmittelwert  $\langle i(t) \rangle_p$  dem Zeitmittelwert  $\langle i(t) \rangle_t$  des Strom-

<sup>10</sup>Für eine ideale Messoberfläche mit hohem Reflexionsgrad.

signals  $i(t)$ <sup>11</sup>. Nach der Definition (3.21) ist die Autokorrelationsfunktion des Stromes nach der Interferenz aus (4.10)

$$\begin{aligned} R_i(\tau, T_{\text{LDV}}) &= \langle i(t + \tau, T_{\text{LDV}}) i^*(t, T_{\text{LDV}}) \rangle \\ &= \frac{\hat{i}^2}{4} \langle \exp(j 2\pi\nu_c \tau) \exp[j \Delta\varphi_{\text{SM}}(t + \tau, T_{\text{LDV}}) - j \Delta\varphi_{\text{SM}}(t, T_{\text{LDV}})] \\ &\quad + \exp(-j 2\pi\nu_c \tau) \exp[-j \Delta\varphi_{\text{SM}}(t + \tau, T_{\text{LDV}}) + j \Delta\varphi_{\text{SM}}(t, T_{\text{LDV}})] \rangle \\ &= \frac{1}{2} [Q_i(\tau, T_{\text{LDV}}) + Q_i^*(\tau, T_{\text{LDV}})] \end{aligned} \quad (4.12)$$

mit der Teil-Autokorrelationsfunktion (Asterisk symbolisiert die komplexe Konjugation)

$$\begin{aligned} Q_i(\tau, T_{\text{LDV}}) &= \frac{\hat{i}^2}{2} \langle \exp(j 2\pi\nu_c \tau) \exp[j \Delta\varphi_{\text{SM}}(t + \tau, T_{\text{LDV}}) - j \Delta\varphi_{\text{SM}}(t, T_{\text{LDV}})] \rangle \\ &= \frac{\hat{i}^2}{2} \exp(j 2\pi\nu_c \tau) \langle \exp[j \Phi(t, T_{\text{LDV}}, \tau)] \rangle. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Als Hilfsgröße wird in (4.13) die Differenz  $\Phi$  der akkumulierten Differenzphasen nach (4.11) eingeführt mit

$$\begin{aligned} \Phi(t, T_{\text{LDV}}, \tau) &= \Delta\varphi_{\text{SM}}(t + \tau, T_{\text{LDV}}) - \Delta\varphi_{\text{SM}}(t, T_{\text{LDV}}) \\ &= \varphi_{\text{S}}(t + \tau + T_{\text{LDV}}) - \varphi_{\text{M}}(t + \tau) - \varphi_{\text{S}}(t + T_{\text{LDV}}) + \varphi_{\text{M}}(t). \end{aligned} \quad (4.14)$$

Die Emissionen beider Laser resultieren aus einer großen Anzahl unabhängige Ereignisse der spontanen Emission innerhalb des Zeitintervalls  $[t; t + T_{\text{LDV}}]$  [176]. Aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes wird angenommen, dass die Differenz  $\Phi$  der akkumulierten Differenzphasen mittelwertfrei ist und mit einer Gauß'schen Statistik mit der Varianz  $\sigma_{\Phi}^2$  beschrieben werden kann [72, 169]. Der letzte Term in (4.13) ergibt mit gewissem Rechenaufwand nach [169]

$$\langle \exp[j \Phi(t, T_{\text{LDV}}, \tau)] \rangle = \exp(-\sigma_{\Phi}^2/2). \quad (4.15)$$

Die (Auto-)PSD des Stroms am Photodetektor bildet wiederum mit der Autokorrelationsfunktion aus (4.12) nach Wiener-Chintschin ein Fourier-Paar [169]. Mit dem Zusammenhang (4.15) setzt sich die Strom-PSD aus den beiden Anteilen der Autokorrelationsfunktion nach (4.13) zusammen. Für eine einfachere Darstellung wird das Strom-PSD im Basisband definiert mit

$$S_i^{\text{BB}}(f, T_{\text{LDV}}) = \frac{\hat{i}^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{\sigma_{\Phi}^2(T_{\text{LDV}}, \tau)}{2}\right] \exp(-j 2\pi f \tau) d\tau. \quad (4.16)$$

Damit lässt sich die vollständige Strom-PSD ausdrücken mit

$$S_i(f, T_{\text{LDV}}) = \frac{1}{2} [S_i^{\text{BB}}(f - \nu_c, T_{\text{LDV}}) + S_i^{\text{BB}}(f + \nu_c, T_{\text{LDV}})]. \quad (4.17)$$

Wenn nur positive Frequenzen betrachtet werden, wird der Einfluss des Anteils bei  $-\nu_c$  vernachlässigbar. Durch die einseitige Betrachtung muss die doppelte Rauschleistungsichte bei positiven Frequenzen angenommen werden und es gilt in Näherung [220]

$$S_i(f, T_{\text{LDV}}) \approx S_i^{\text{BB}}(f - \nu_c, T_{\text{LDV}}). \quad (4.18)$$

<sup>11</sup> Auf dieser Basis wird die Kennzeichnung von Schar- und Zeitmittelwert in der Rechnung weggelassen.

Diese Umwandlung des Differenzphasen-Rauschens in die Strom-PSD am Photodetektor erlaubt den spektralen Vergleich des Phasenrauschbeitrags in (4.6) mit den anderen Rauschquellen (z. B. Schrotrauschen, thermisches Rauschen, Quantisierungsrauschen) auf komfortable Weise. Zudem ist die Strom-PSD im Experiment mit einem Spektrumanalysator direkt zugänglich.

### 4.2.2 Varianz des Differenzphasen-Rauschens

Für die Varianz  $\sigma_\Phi^2$  der (mittelwertfreien) Differenz  $\Phi$  der akkumulierten Differenzphasen in (4.14) gilt aufgrund der Ergodizität und nach der Definition der Varianz

$$\begin{aligned}\sigma_\Phi^2(T_{\text{LDV}}, \tau) &= \langle \Phi^2(t, T_{\text{LDV}}, \tau) \rangle \\ &= \langle \{ \varphi_S(t + \tau + T_{\text{LDV}}) - \varphi_M(t + \tau) - [\varphi_S(t + T_{\text{LDV}}) - \varphi_M(t)] \}^2 \rangle \\ &= 2 \langle \varphi_S^2(t) \rangle + 2 \langle \varphi_M^2(t) \rangle - 2 \langle \varphi_M(t + \tau) \varphi_M(t) \rangle - 2 \langle \varphi_S(t + \tau) \varphi_S(t) \rangle \\ &\quad - 4 \langle \varphi_S(t + T_{\text{LDV}}) \varphi_M(t) \rangle + 2 \langle \varphi_S(t + T_{\text{LDV}}) \varphi_M(t + \tau) \rangle + 2 \langle \varphi_S(t + \tau + T_{\text{LDV}}) \varphi_M(t) \rangle.\end{aligned}\quad (4.19)$$

Mit der Definition der Autokorrelationsfunktion<sup>12</sup> in (3.21) gilt somit für die verschiedenen Varianzen der Phasen

$$\begin{aligned}\sigma_\Phi^2(T_{\text{LDV}}, \tau) &= 2 [R_{\varphi, \text{MM}}(0) - R_{\varphi, \text{MM}}(\tau)] + 2 [R_{\varphi, \text{SS}}(0) - R_{\varphi, \text{SS}}(\tau)] \\ &\quad - 2 [2 R_{\varphi, \text{SM}}(T_{\text{LDV}}) - R_{\varphi, \text{SM}}(T_{\text{LDV}} - \tau) - R_{\varphi, \text{SM}}(T_{\text{LDV}} + \tau)].\end{aligned}\quad (4.20)$$

Hierbei sind  $R_{\varphi, \text{MM}}$  die Phasen-Autokorrelationsfunktion des Master-Lasers und entsprechend für den Slave-Laser die Phasen-Autokorrelationsfunktion  $R_{\varphi, \text{SS}}$ . Zudem ist die Varianz von der Phasen-Kreuzkorrelationsfunktion  $R_{\varphi, \text{SM}}$  zwischen der Phase des Master- und des Slave-Lasers abhängig.

Nach Wiener-Chintschin bildet die Kreuzkorrelationsfunktion  $R_{\varphi, \text{SM}}$  ein Fourier-Paar [169] mit der (komplexen) Phasen-Kreuz-PSD  $S_{\varphi, \text{SM}}$

$$R_{\varphi, \text{SM}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varphi, \text{SM}}(f) \exp(j 2\pi f \tau) df. \quad (4.21)$$

Mit den Fourier-Paaren aus (3.20) und (4.21) ergibt sich für (4.20) und der Anordnung mit freilaufendem Master-Laser und gekoppeltem Slave-Laser

$$\begin{aligned}\sigma_\Phi^2(T_{\text{LDV}}, \tau) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varphi, \text{MM}}^{\text{fr}}(f) [1 - \cos(2\pi f \tau)] df + 2 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varphi, \text{SS}}^{\text{lock}}(f) [1 - \cos(2\pi f \tau)] df \\ &\quad - 4 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varphi, \text{SM}}^{\text{lock}}(f) \exp(j 2\pi f T_{\text{LDV}}) \left[ 1 - \frac{\exp(-j 2\pi f \tau) + \exp(j 2\pi f \tau)}{2} \right] df\end{aligned}\quad (4.22)$$

unter Nutzung der Symmetrie der Leistungsdichte  $[S(-f) = S(f)]$  [169].

<sup>12</sup>Nach den Eigenschaften der Autokorrelation [204] gilt weiter  $\langle \varphi^2(t + T) \rangle_t = \langle \varphi^2(t) \rangle_t$ .

Mit Hilfe der trigonometrischen Formel  $1 - \cos(x) = 2 \sin^2(x/2)$  und der Anwendung der Euler'schen Formel [24] vereinfacht sich (4.22) zu

$$\begin{aligned} \sigma_{\Phi}^2(T_{\text{LDV}}, \tau) = & 4 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varphi, \text{MM}}^{\text{fr}}(f) \sin^2(\pi f \tau) \, df + 4 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varphi, \text{SS}}^{\text{lock}}(f) \sin^2(\pi f \tau) \, df \\ & - 8 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varphi, \text{SM}}^{\text{lock}}(f) \sin^2(\pi f \tau) \exp(j 2\pi f T_{\text{LDV}}) \, df. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Aufgrund des fundamentalen Zusammenhangs von Frequenz und Phase ( $\dot{\varphi} = 2\pi\nu$ ) gilt für den Beziehung<sup>13</sup> zwischen Phasen-PSD und Frequenz-PSD [169]

$$S_{\varphi}(f) = \frac{S_{\nu}(f)}{f^2}. \quad (4.24)$$

Für die Varianz aus (4.23) ergibt sich mit (4.24)

$$\begin{aligned} \sigma_{\Phi}^2(T_{\text{LDV}}, \tau) = & 4 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\nu, \text{MM}}^{\text{fr}}(f) \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{f^2} \, df + 4 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\nu, \text{SS}}^{\text{lock}}(f) \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{f^2} \, df \\ & - 8 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\nu, \text{SM}}^{\text{lock}}(f) \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{f^2} \exp(j 2\pi f T_{\text{LDV}}) \, df. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Unter Annahme von weißem Frequenz-PSD des Master-Lasers nach (3.23) folgt für die Varianz ( $\int_{-\infty}^{\infty} \sin^2(ax)/x^2 \, dx = |a| \pi$  nach [24] und Symmetrie)

$$\begin{aligned} \sigma_{\Phi}^2(T_{\text{LDV}}, \tau) = & 2\pi \Delta\nu_{\text{M}} |\tau| + 4 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\nu, \text{SS}}^{\text{lock}}(f) \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{f^2} \, df \\ & - 8 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\nu, \text{SM}}^{\text{lock}}(f) \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{f^2} \exp(j 2\pi f T_{\text{LDV}}) \, df. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Somit setzt (4.26) direkt die Frequenz-PSDs der Laser und die Varianz des Differenzphasen-Rauschens in Bezug. Die Frequenz-Kreuz-PSD  $S_{\nu, \text{SM}}^{\text{lock}}$  beschreibt die Kohärenz der interferierenden Laserstrahlen und ist vom Aufbau des Interferometers abhängig. Durch Einsetzen der bekannten Parameter eines LDV (oder in einer Parameterstudie) kann mit Hilfe dieses Modells die Strom-PSD  $S_{i, \text{PN}}$  des Differenzphasen-Rauschens an den LDV-Photodetektoren PD1 und PD2 simuliert werden. Dafür wird die Varianz  $\sigma_{\Phi}^2$  des Differenzphasen-Rauschens aus (4.26) in (4.16) eingesetzt. Schlussendlich kann die Spektraldichte der rauschäquivalenten Schwingungsamplitude  $s'_{\text{ne}}$  (bei 1 Hz RBW) des LDV mit den Beziehungen (4.9) und (4.6) aus den Strom-PSDs aller Rauschbeiträge berechnet werden. Der Frequenzabstand  $f - \nu_c$  zum Träger entspricht dabei direkt der Schwingungsfrequenz  $f_{\text{vib}}$ .

<sup>13</sup>Durch die Integration eines weißen Frequenzrauschens folgt die Phase einen „Random Walk“-Prozess, der wiederum instationär ist. Obwohl in der folgenden Rechnung durch die Ergodizität auch (schwache) Stationarität gefordert wird, treten laut [62] durch (4.24) keine Schwierigkeiten auf.

## 4.3 Modellvalidierung

Die theoretische Validierung des Modells betrachtet die Strom-PSD am Photodetektor für die Sonderfälle der Frequenz-Kreuz-PSD in (4.26). Im ersten Fall werden zwei freilaufende Laser betrachtet, zwischen denen keine besonderen Maßnahmen zum Phasenbezug (Kohärenz) getroffen wurden. Der zweite Fall betrachtet den Fall, dass nur eine Laserquelle verwendet wird, was äquivalent zum Fall einer idealen Phasenkopplung zweier Laser ist. Diese beiden Sonderfälle werden hier vor allem betrachtet, da diese die Grenzfälle des verallgemeinerten Falls von nicht-ideal gekoppelten Lasern sind.

### 4.3.1 Zwei freilaufende Laser im Interferometer

Für den Fall von zwei freilaufenden Lasern verschwindet die Frequenz-Kreuz-PSD in (4.26) für alle Frequenzen. Für einen freilaufenden Slave-Laser mit weißer Frequenz-PSD ( $S_{\nu,SS}^{\text{fr}}(f) = \Delta\nu_S/2\pi$ ) ist die Strom-PSD des Interferenzsignals im Basisband aus (4.16) unabhängig von der Verzögerung  $T_{\text{LDV}}$  mit dem Zusammenhang

$$\begin{aligned} S_i^{\text{BB,fr}}(f) &= \frac{i^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\pi(\Delta\nu_M + \Delta\nu_S)|\tau|] \exp(-j2\pi f\tau) d\tau \\ &= \frac{i^2}{2} \frac{2\pi(\Delta\nu_M + \Delta\nu_S)}{[\pi(\Delta\nu_M + \Delta\nu_S)]^2 + 4\pi^2 f^2} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Die resultierende Strom-PSD entspricht einer Lorentz-Funktion mit der Halbwertsbreite  $\Delta\nu_M + \Delta\nu_S$  bei der Differenzfrequenz  $\nu_c$ .

An dieser Stelle ist anzumerken, dass das Modell keine Drift ( $f^{-1}$ - oder  $f^{-2}$ -Rauschen) berücksichtigt, da dieser der Annahme von Ergodizität widerspricht. Für ein reales Experiment mit freilaufenden Lasern fluktuiert daher die Schwebungsfrequenz.

### 4.3.2 Zwei ideal-gekoppelte Laser im Interferometer

Für den Fall einer idealen Phasenkopplung des Slave-Lasers an den Master-Laser mit unendlicher Regelbandbreite wird dessen Frequenz-PSD durch die Regelung ideal geklon (*Coherence cloning*) ( $S_{\nu,SS}^{\text{lock}} = S_{\nu,MM}^{\text{fr}}$ ). Folglich konvergiert die Frequenz-Kreuz-PSD zur Frequenz-(Auto)-PSD ( $S_{\nu,SM}^{\text{lock}} = S_{\nu,MM}^{\text{fr}}$ ). Die Varianz nach (4.26) für diesen Fall ist<sup>14</sup>

$$\sigma_{\Phi}^2(T_{\text{LDV}}, \tau) = \begin{cases} 4\pi \Delta\nu_M |\tau| & \text{für } |\tau| \leq T_{\text{LDV}} \\ 4\pi \Delta\nu_M |T_{\text{LDV}}| & \text{für } |\tau| > T_{\text{LDV}} \end{cases} \quad (4.28)$$

Dieser Sonderfall entspricht dem ‚Delayed Self-Heterodyne Mixing‘-Experiment, mit Hilfe dessen das Phasenrauschen einer Laserquelle interferometrisch gemessen werden kann. Dafür wird ein Teilstrahl über eine lange Wegdifferenz so verzögert, sodass die zeitliche Kohärenz bei der Interferenz mit dem anderen Teilstrahl reduziert oder

<sup>14</sup>Unter Verwendung des Zusammenhangs  $\int_{-\infty}^{\infty} \tau \frac{\sin^2(\frac{\pi f \tau}{2})}{(\pi f \tau)^2} \exp(j2\pi f T_{\text{LDV}}) df = 1 - |T_{\text{LDV}}|/|\tau|$  nach [24]. Hierbei handelt es sich um die Fourier-Transformation der  $\text{sinc}^2$ -Funktion nach  $T_{\text{LDV}}$ , welche die Dreiecksfunktion der Breite  $(\pi\tau)^{-1}$  als Faltung zweier Rechteckfunktionen ergibt.

verloren ist. Zur genaueren Messung wird hierbei das Heterodynverfahren angewendet. Die resultierende Strom-PSD ist in der Literatur bekannt, welche sich als analytische Lösung aus (4.28) in (4.16) ergibt. Die Strom-PSD für einen Slave-Laser, der innerhalb der Regelbandbreite ideal an einen Master-Laser mit geringerer Linienbreite phasengekoppelt ( $|G| \rightarrow \infty$ ) ist, wird beispielsweise in [175] hergeleitet. Die Strom-PSD nach der Interferenz im Basisband für diesen Fall ist

$$\frac{S_i^{\text{BB,lock}}(f)}{\hat{i}^2/2} = \delta(f) \exp(-2\pi \Delta\nu_M T_{\text{LDV}}) + \frac{2\pi \Delta\nu_M}{(\pi \Delta\nu_M)^2 + 4\pi^2 f^2} \cdot \left\{ 1 - \exp(-2\pi \Delta\nu_M T_{\text{LDV}}) \left[ \cos(2\pi f T_{\text{LDV}}) + \pi \Delta\nu_M \frac{\sin(2\pi f T_{\text{LDV}})}{\pi f} \right] \right\} \quad (4.29)$$

mit der Delta-Distribution  $\delta(f)$ . Für vergleichbare Linienbreiten von Master- und Slave-Laser ( $2\Delta\nu_M \approx \Delta\nu_S + \nu_M$ ) geht (4.29) für eine unendliche Verzögerung zwischen den interferierenden Teilstrahlen ( $T_{\text{LDV}} \rightarrow \infty$ ) gegen den freilaufenden Fall aus (4.27).

## 4.4 Differenzphasen-Rauschen von phasengekoppelten Lasern

Nachdem das Modell seine Gültigkeit in den Spezialfällen gezeigt hat, wird im Folgenden der verallgemeinerte Fall der Interferenz zweier Laser bei nicht-idealer Phasenkopplung in der OPLL betrachtet. Für ein lineares, zeitinvariantes System ergibt sich die Phasen-Kreuz-PSD  $S_{\varphi, \text{SM}}^{\text{lock}}$  zwischen Master- und Slave-Laser aus der Multiplikation der Führungsübertragungsfunktion  $H(f)$  der Phasenregelschleife aus (3.32) im Arbeitspunkt<sup>15</sup> mit der Phasen-PSD  $S_{\varphi, \text{MM}}^{\text{fr}}$  des Master-Lasers [204]

$$S_{\varphi, \text{SM}}^{\text{lock}}(f) = S_{\varphi, \text{MM}}^{\text{fr}}(f) H(f). \quad (4.30)$$

Für die Auto-PSD der geregelten Phase des Slave-Lasers gilt mit der Übertragungsfunktion aus Abschnitt 3.32 nach [204]

$$S_{\varphi, \text{SS}}^{\text{lock}}(f) = S_{\varphi, \text{MM}}^{\text{fr}}(f) |H(f)|^2 + S_{\varphi, \text{SS}}^{\text{fr}}(f) |1 - H(f)|^2. \quad (4.31)$$

Aufgrund der Linearisierung der OPLL im Arbeitspunkt, bleiben die gefilterten Gauß'schen Phasenrausch-Prozesse Gauß-förmig [72]. Eine Berücksichtigung der Übertragung des Intensitätsrauschens der interferierenden Laser (am Photodetektor PD3) auf das Phasenrauschen findet man in [175], für eine bessere Übersicht wurde dieser Beitrag vernachlässigt. Somit wird die Varianz aus (4.26)

$$\begin{aligned} \sigma_{\Phi}^2(T_{\text{LDV}}, \tau) &= 2\pi \Delta\nu_M \tau^2 \int_{-\infty}^{\infty} [1 - 2H(f) \exp(j 2\pi f T_{\text{LDV}}) + |H(f)|^2] \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{\pi^2 f^2 \tau^2} df \\ &\quad + 2\pi \Delta\nu_S \tau^2 \int_{-\infty}^{\infty} |1 - H(f)|^2 \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{\pi^2 f^2 \tau^2} df. \end{aligned} \quad (4.32)$$

<sup>15</sup>Für den eingeschwungenen Zustand gilt  $s = j\omega$ .

Damit die Wirkung der Interferometer-Verzögerung  $T_{\text{LDV}}$  zum Zeitpunkt des Phasenvergleichs in (4.32) vernachlässigbar ist, muss für das Produkt von Regelbandbreite  $f_L$  und Verzögerung einer Tiefpass-begrenzten Übertragungsfunktion  $H$  der OPLL idealerweise gelten

$$2\pi f_L T_{\text{LDV}} < 1. \quad (4.33)$$

Für eine Regelbandbreite von  $f_L = 3 \text{ MHz}$  ergibt sich so eine Forderung für die Verzögerung von  $T_{\text{LDV}} < 53 \text{ ns}$ , was einer Forderung für eine optischen Pfaddifferenz<sup>16</sup> von  $\text{OPD} < 16 \text{ m}$  entspricht.

Wenn die Bedingung (4.33) eingehalten wird, kann (4.32) genähert werden zu

$$\sigma_{\Phi}^2(T_{\text{LDV}} \approx 0, \tau) \approx 2\pi (\Delta\nu_M + \Delta\nu_S) \tau^2 \int_{-\infty}^{\infty} |1 - H(f)|^2 \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{\pi^2 f^2 \tau^2} df. \quad (4.34)$$

In diesem Fall gleicht<sup>17</sup> die Strom-PSD an den Photodetektoren PD1 und PD2 der Strom-PSD am Photodetektor PD3.

Die Beziehung (4.34) kann analytisch für den Spezialfall einer Phasenregelschleife erster Ordnung ohne Schleifenverzögerung ( $T_L = 0$ ) mit der stationären Übertragungsfunktion  $G_1$  der offenen Regelschleife nach (3.34) gelöst werden. Die Varianz des Differenzphasen-Rauschens ergibt

$$\sigma_{\Phi}^2(T_{\text{LDV}} \approx 0, \tau = 0) \approx \pi (\Delta\nu_M + \Delta\nu_S) f_L^{-1}. \quad (4.35)$$

Dies steht im Einklang mit den Vorhersagen der Modelle des Differenzphasen-Rauschens zweier gekoppelter Laser in anderen Applikationen aus der Literatur [123, 176]. Anhand dieser Näherung (4.35) wird deutlich, dass das Verhältnis der summierten Linienbreite zur Regelbandbreite für das resultierende Differenzphasen-Rauschen im Interferenzsignal entscheidend ist.

## 4.5 Numerische Simulationen mit Diskussion

Für die theoretische Untersuchung zu den Abhängigkeiten und zu den Eigenschaften der Trägererzeugung mittels Frequenzdifferenz-Regelung zweier Laser wurden numerische Simulationen mit dem verallgemeinerten Modell aus (4.32) durchgeführt. Für eine klare Darstellung der grundsätzlichen Zusammenhänge werden für die Simulation einfache Übertragungsfunktionen der OPLL verwendet. Die Beziehung (4.32) geht zudem von einer weißen Frequenz-PSD beider Laser aus. Eine prinzipielle Beschränkung des Modells für die Ordnung der Phasenregelschleife und das Frequenzrauschen existiert jedoch nicht. Lediglich die Numerik bzw. Rechenzeit schränken die Simulationsparameter ein. Für eine effiziente Berechnung mit optimaler Diskretisierung werden auftretende numerische Artefakte, die physikalisch unmöglich sind, durch Medianfilter unterdrückt.

---

<sup>16</sup>In Luft.

<sup>17</sup>Für eine ideale Messoberfläche mit hohem Reflexionsgrad.

### 4.5.1 Ideale OPLL mit endlicher Regelbandbreite

Die Simulation der Strom-PSD  $S_{i,PN}$  in einem LDV erfolgte für eine Phasenregelschleife mit sehr hoher Verstärkung<sup>18</sup> der offenen Regelschleife ( $|G| \rightarrow \infty$ ) innerhalb der Regelbandbreite von  $f_L = 3$  MHz. Somit geht die Übertragungsfunktion aus (3.32) gegen

$$H(s) = \begin{cases} 1 & \text{für } f \leq f_L \\ 0 & \text{für } f > f_L \end{cases} \quad (4.36)$$

Die Linienbreiten wurden beispielhaft für Halbleiterlaser mit  $\Delta\nu_M = \Delta\nu_S = 500$  kHz gewählt. Die Simulationsergebnisse sind in Abb. 4.1a-c mit einer Variation der Interferometer-Verzögerung  $T_{LDV}$  dargestellt<sup>19,20</sup>. Als Grenzfall sind die Lorentz-Funktion für den freilaufenden Fall ohne jegliche Kopplung durch die OPLL (vgl. Abschnitt 4.3.1) angegeben (‘Kein Lock’). Weiter ist eine ideale Kopplung beider Laser mit unbegrenzter Regelbandbreite bzw. die Nutzung desselben Lasers für Referenz- und Messstrahl aufgetragen (‘Idealer Lock’) (vgl. Abschnitt 4.3.2).

Für den dargestellten Fall in Abb. 4.1a genügt die Interferometer-Verzögerung  $T_{LDV}$  der Forderung (4.33). Es ist deutlich der (unmodulierte) Träger mit nahezu der gesamten Signalleistung bei  $\nu_c$  zu sehen. Um den Träger bis zur Regelbandbreite von 3 MHz wird das Differenzphasen-Rauschen ideal durch die OPLL unterdrückt, da der Slave-Laser in diesem Frequenzbereich die Kohärenz-Eigenschaften des Master-Lasers ideal

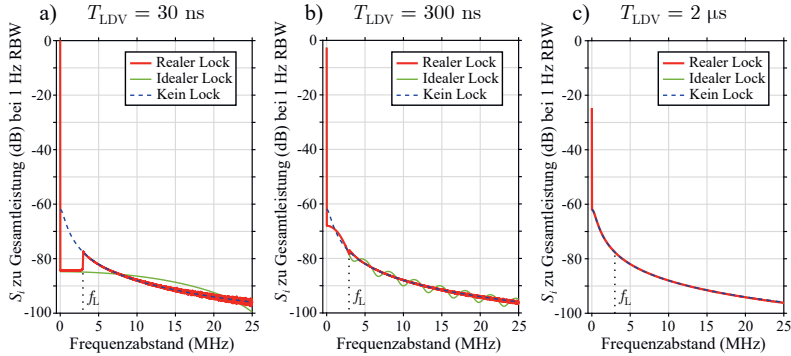


Abb. 4.1: Simulierte Strom-PSD  $S_{i,PN}$  (rot) bei verschiedenen Interferometer-Verzögerungen  $T_{LDV}$  aufgrund des Differenzphasen-Rauschens nach der Interferenz gekoppelter Laser mit einer Linienbreite von  $\Delta\nu_M = \Delta\nu_S = 500$  kHz durch einer idealen OPLL mit Regelbandbreite  $f_L = 3$  MHz und einer Phasenreserve von 90 deg (Schleifenverzögerung  $T_L = 0$ ). Die spektrale Leistungsdichte ist auf die Gesamtleistung des Interferenzsignals normiert.

<sup>18</sup> Bei verschwindender Schleifenverzögerung  $T_L = 0$ .

<sup>19</sup> Aufgrund der Symmetrie von (4.18) wird nur eine Seite der Strom-PSD dargestellt. Für eine bessere Vergleichbarkeit sind alle Leistungsdichten auf die Gesamtleistung eines idealen Interferenzsignals ( $i^2/2$ ) normiert.

<sup>20</sup> Die normierte Spektraldichte entspricht somit dem Träger-Rausch-Verhältnis CNR, vgl. (3.25).



annimmt. Lediglich die endliche Kohärenzlänge des Master-Lasers erzeugt den typischen Verlauf der Strom-PSD des ‚Delayed Self-Heterodyne Mixing‘-Experiments (grün) mit der charakteristischen Modulation mit der Integralsinus-Funktion. Daran schmiegt sich die berechnete Strom-PSD der gekoppelten Laser (rot) innerhalb der Regelbandbreite an. Außerhalb der Regelbandbreite (um den Träger) ist das Phasenrauschen von Master- und Slave-Laser (im Lock) wie im freilaufenden Fall vollständig unkorreliert. Somit nähert sich die simulierte Strom-PSD der Lorentz-Funktion an, die sich für die Interferenz der freilaufenden Laser ergeben würde.

Die Interferometer-Verzögerung  $T_{LDV}$  in Abb. 4.1b entspricht nicht mehr der Forderung (4.33), sodass die Trägerleistung bereits um 2,6 dB reduziert ist. Die charakteristische Modulation mit der Integralsinus-Funktion des ideal-gekoppelten Grenzfalls (grün) ist für diese Interferometer-Verzögerung deutlicher ausgeprägt. Diesem Verhalten folgt die Strom-PSD innerhalb der Regelbandbreite. Mit größerer Interferometer-Verzögerung  $T_{LDV}$  in Abb. 4.1c bricht die Trägerleistung stark ein, was als ‚Träger-Kollaps‘ bezeichnet wird<sup>21</sup>. Die Kohärenzzeit beider Laser entspricht nach (3.24) etwa 64 ns. Daher bricht bereits für den Fall einer idealen Kopplung (grün) das Interferenzsignal ein und das Phasenrauschen nähert sich der Schwebung bei der Interferenz zweier unkorrelierter Laser (Kurve ‚Kein Lock‘) an.

### 4.5.2 OPLL mit endlicher Verstärkung

Da eine vernachlässigbare Schleifenverzögerung in der Praxis meist nicht realisierbar ist, wurde in einer weiteren Simulation eine Phasenregelschleife erster Ordnung mit der Übertragungsfunktion  $G_I$  nach (3.34) ausgewählt. Die Regelbandbreite wird hier ebenfalls mit  $f_L = 3$  MHz gewählt. Die Schleifenverzögerung  $T_L$  wurde so gewählt, dass eine Phasenreserve von 30 deg verbleibt. Für eine gute Vergleichbarkeit sind die simulierten Strom-PSDs in Abb. 4.2a–c für die gleichen Interferometer-Verzögerungen  $T_{LDV}$  wie in Abb. 4.1a–c angegeben.

Aufgrund der Schleifenverzögerung und der endlichen Verstärkung der Regelschleife ist die Unterdrückung des Phasenrauschens innerhalb der Regelbandbreite um die Trägerfrequenz nicht ideal und weicht vom Verlauf der idealen Kopplung (grün) ab. Zusätzlich kommt es durch die geringe Phasenreserve zu einer deutlichen Überhöhung des Rauschens<sup>22</sup> in der Nähe der Regelbandbreite  $f_L$  und bei Harmonischen. Durch die erhöhte Rauschleistung ist der Verlust in der Trägerleistung stärker als in den Ergebnissen in Abb. 4.1. In diesem Fall weicht die Trägerleistung von der idealen Kopplung (grün) um etwa 2 dB ab.

Das grundsätzliche Verhalten in beiden Simulationen ist vergleichbar. Aus diesem Verhalten lassen sich Abschätzungen für die Trägerleistung und vor allem zum Grenzverhalten des Strom-PSD treffen. Somit befindet sich um die Trägerfrequenz stets ein einem Phasenrausch-Sockel, dessen Leistungsdichte von der Summe der Linienbreiten ( $\Delta\nu_S + \Delta\nu_M$ ) beider Laser abhängt. Dieser fällt außerhalb der Regelbandbreite mit der Lorentz-Funktion nach (4.27) ab. Innerhalb der Regelbandbreite kann das Verhalten

<sup>21</sup> Eine tiefergehende Diskussion erfolgt in Abschnitt 4.5.3.

<sup>22</sup> Engl. ‚Servo Bumps‘.

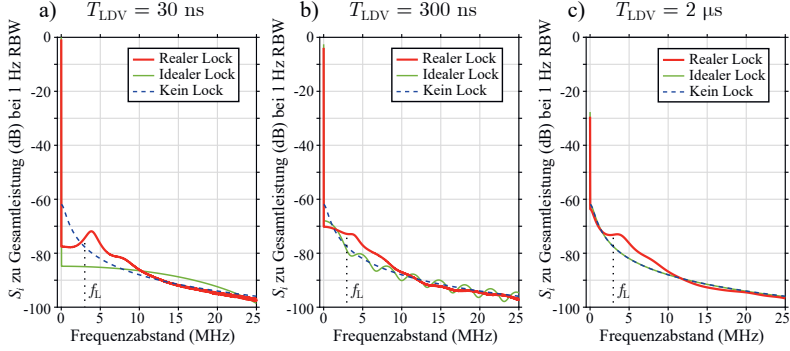


Abb. 4.2: Simulierte Strom-PSD  $S_{L,PN}$  (rot) bei verschiedenen Interferometer-Verzögerungen  $T_{LDV}$  aufgrund des Differenzphasen-Rauschens nach der Interferenz gekoppelter Laser mit einer Linienbreite von  $\Delta\nu_M = \Delta\nu_S = 500$  kHz durch eine OPLL erster Ordnung mit Regelbandbreite  $f_L = 3$  MHz und 30 deg Phasenreserve (Schleifenverzögerung  $T_L \neq 0$ ).

mit dem Grenzfall einer idealen Kopplung mit (4.29) angenähert werden. Dieser geht für eine vernachlässigbare Interferometer-Verzögerung gegen die  $\delta$ -Funktion bei der Trägerfrequenz  $\nu_c$ .

### 4.5.3 Träger-Kollaps

Mit der Erkenntnis, dass die Strom-PSD zweier phasengekoppelter Laser (innerhalb der Regelbandbreite) dem Verhalten eines „Delayed Self-Heterodyne Mixing“-Experiments folgt, kann die Dämpfung (Kollaps) der (unmodulierten) Trägerleistung  $P_c$  in Abhängigkeit der Interferometer-Verzögerung  $T_{LDV}$  mit (4.29) abgeschätzt werden zu

$$\frac{P_c(T_{LDV})}{P_c(T_{LDV} = 0)} \leq \exp(-2\pi \Delta\nu_M T_{LDV}) \quad (4.37)$$

Wenn somit die Interferometer-Verzögerung dem Inversen der Linienbreite des Master-Lasers entspricht ( $\Delta\nu_M^{-1} = T_{LDV}$ ), ist mit einem Kollaps des Trägers von mindestens  $-27$  dB zu rechnen, was dem simulierten Träger-Kollaps in Abb. 4.2c entspricht.

Die Abschätzung (4.37) verknüpft die Forderung für die maximal zulässige Interferometer-Verzögerung  $T_{LDV}$  aus (4.33) mit deren Wirkung auf die Trägerleistung  $P_c$ . Werden die Forderungen (4.33) sowie  $f_L > \Delta\nu_M$  erfüllt, ergibt sich ein maximaler Träger-Kollaps nach (4.37) von  $-3,7$  dB.

### 4.5.4 Übergang zu Schrotrausch-begrenzter Detektion

Nach den Simulationen entspricht die Strom-PSD außerhalb der Regelbandbreite für zwei gekoppelte Halbleiterlaser dem freilaufenden Fall bei stationärer Trägerfrequenz  $\nu_c$  (siehe Abschnitt 4.3.1). Mit steigendem Abstand zur Trägerfrequenz  $|f - \nu_c| = f_{vib}$

fällt die Strom-PSD mit der Lorentz-Funktion ab, sodass eine Frequenzabstand  $f_{\text{SNlim}}$  existiert<sup>23</sup>, bei der das Phasentrauschen vom weißen Schrotrauschen überdeckt und somit dominiert wird. Für Schwingungsfrequenzen oberhalb dieser Grenzfrequenz  $f_{\text{SNlim}}$  kann somit theoretisch eine Schrotrausch-begrenzte LDV-Messung erfolgen. Mit (4.27) und (4.3) gilt für die Strom-PSDs bei den Schwingungsfrequenzen  $|f_{\text{vib}}| > f_{\text{SNlim}}$ , dass der Beitrag des Differenzphasen-Rauschens kleiner als der des Schrotrauschens ist

$$S_i^{\text{BB}}(f_{\text{vib}}, T_{\text{LDV}}) < S_{i,\text{SN}} \\ 2\chi^2 \mathcal{S}^2 P_m P_t \frac{2\pi (\Delta\nu_M + \Delta\nu_S)}{[\pi (\Delta\nu_M + \Delta\nu_S)]^2 + 4\pi^2 f_{\text{vib}}^2} < 2e \mathcal{S} (P_m + P_t). \quad (4.38)$$

Aus dieser Ungleichung ist eine Schrotrausch-begrenzte Detektion für Schwingungsfrequenzen  $f_{\text{vib}}$  näherungsweise möglich (für  $f_{\text{SNlim}} \gg f_L > \Delta\nu_M + \Delta\nu_S$ ), für die gilt

$$f_{\text{vib}} > f_{\text{SNlim}} \approx \sqrt{\frac{\chi^2 \mathcal{S}}{2\pi e} \frac{P_m P_t}{P_m + P_t}} (\Delta\nu_M + \Delta\nu_S). \quad (4.39)$$

Erwartungsgemäß steigt die Grenzfrequenz für die Schrotrausch-begrenzte Detektion mit größeren Linienbreiten der Laser. Des Weiteren skaliert die Lorentz-Linie mit der Signalamplitude, wohingegen das Schrotrauschen mit dem Gleichanteil skaliert. Daher steigt die Grenzfrequenz  $f_{\text{SNlim}}$  bei einer Erhöhung der Laserleistung und der Interferenzeffizienz.

In Abb. 4.3a ist die Abhängigkeit der Grenzfrequenz  $f_{\text{SNlim}}$  von der summierten Linienbreite und in Abb. 4.3b von der Laserleistung (am Photodetektor) dargestellt.

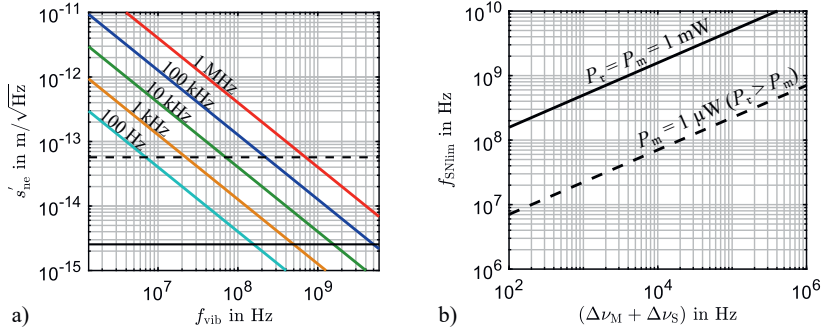


Abb. 4.3: (a) Rauschäquivalente Schwingungsamplitude  $s'_{\text{ne}}(f_{\text{vib}})$  limitiert durch das Differenzphasen-Rauschen gekoppelter Laser bei verschiedenen summierten Linienbreiten. Die Schrotrausch-Grenze ist gegeben für  $P_t = P_m = 1 \text{ mW}$  (schwarze Linie) und  $P_m = 1 \mu\text{W}$  ( $P_t > P_m$ ) (schwarz gestrichelt). (b) Übergangsfrequenz  $f_{\text{SNlim}}$  zu Schrotrausch-begrenzter Messung in Abhängigkeit von der summierten Linienbreite  $(\Delta\nu_M + \Delta\nu_S)$  für verschiedene (optische) Leistungen der interferierenden Strahlen (für  $\chi = 1$ ,  $\mathcal{S} = 0,5 \text{ A/W}$  und  $\lambda_m = 632 \text{ nm}$ ).

<sup>23</sup> Phänomen nur außerhalb der Regelbandbreite, somit  $f_{\text{SNlim}} > f_L$ .

Für eine Schrotrausch-begrenzte Detektion bei einer Schwingungsfrequenz von  $> 1$  GHz und jeweils 1 mW Leistung der interferierenden Strahlen (auf den Photodetektoren) muss die summierte Linienbreite beider gekoppelter Laser kleiner als 2 kHz sein. Mit steigender Leistung erfährt das Signal (und damit das Phasenrauschen) eine höhere (kohärente) Verstärkung als das Rauschen, sodass Laser mit geringerer Linienbreite für die Schrotrausch-begrenzte Detektion erforderlich sind.

#### 4.5.5 Übergang zu Intensitätsrausch-begrenzter Detektion

Wenn keine Detektion mit abgeglichenen Photodetektoren PD1 und PD2 erfolgt, können korrelierte Änderungen auf den Photodetektoren nicht unterdrückt werden (Gleichtakt-unterdrückung). Für diesen Fall kann bei der Detektion das Intensitätsrauschen der Laserquellen gegenüber dem Schrotrauschen dominieren. Daher kann eine Grenzfrequenz für eine Intensitätsrausch-begrenzte Detektion<sup>24</sup> mit (4.4) angegeben werden mit

$$S_i^{\text{BB}}(f_{\text{vib}}, T_{\text{LDV}}) < S_{i,\text{RIN}}(\nu_c - f_{\text{vib}})$$

$$2\chi^2 \mathcal{S}^2 P_m P_r \frac{2\pi(\Delta\nu_M + \Delta\nu_S)}{[\pi(\Delta\nu_M + \Delta\nu_S)]^2 + 4\pi^2 f_{\text{vib}}^2} < \mathcal{S}^2 0,5 \text{RIN}'(\nu_c - f_{\text{vib}}) (P_m^2 + P_r^2) \quad . \quad (4.40)$$

Somit ist die Übergangsfrequenz zu einer Intensitätsrausch-begrenzten Messung (für  $f_{\text{RINlim}} \gg f_L > \Delta\nu_M + \Delta\nu_S$ ) bei

$$f_{\text{vib}} > f_{\text{RINlim}} \approx \sqrt{\frac{2\chi^2}{\pi \text{RIN}'(\nu_c - f_{\text{vib}})} \frac{P_m P_r}{P_m^2 + P_r^2} (\Delta\nu_M + \Delta\nu_S)} \quad . \quad (4.41)$$

Für dominantes Intensitätsrauschen sind die Übergangsfrequenzen kleiner als bei Schrotrausch-begrenzte Detektion, was jedoch zu einem schlechteren Signal-Rausch-Verhältnis führt (Abb. 4.4). Für ein relatives Intensitätsrauschen von  $\text{RIN}' = -150$  dB/Hz muss die summierte Linienbreite unter 3 kHz liegen, damit eine Intensitätsrausch-limitierte Detektion bei Schwingungsfrequenzen  $> 1$  GHz erfolgen kann.

---

<sup>24</sup> Annahme, dass die Trägerfrequenz mit dem Phasenrauschsockel die Überhöhung der Spektraldichte des RIN überdeckt und für Frequenzen oberhalb der Relaxationsoszillation sehr klein wird. Folglich wird nur das untere Seitenband durch das Intensitätsrauschen beeinträchtigt.

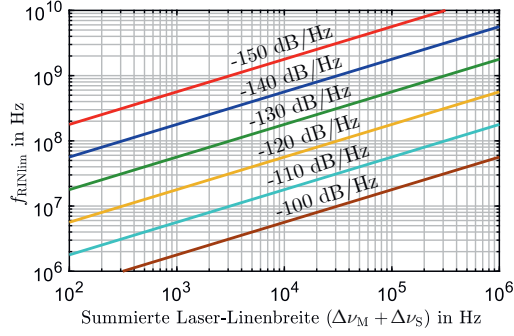


Abb. 4.4: Übergangsfrequenz für die Intensitätsrausch-begrenzte Detektion in Abhängigkeit der summierten Linienbreite der gekoppelten Laser für unterschiedliche Level des relativen Intensitätsrauschens  $\text{RIN}'$  (für  $\chi = 1$ ,  $S_{632\text{nm}} = 0,5 \text{ A/W}$  und  $P_{\text{m}} \approx P_{\text{r}}$ ).

# 5 Ortsauflösung der Mikroskopie und Absorbanzmodulation

In diesem Kapitel werden die Grundlagen zur Modellierung der Hochauflösung mittels Absorbanzmodulation dargestellt. Der erste Abschnitt betrachtet die Anforderungen der Ortsauflösung in der Laser-Doppler-Vibrometrie und die Notwendigkeit zur Hochauflösung. Im Anschluss wird das Verfahren der Absorbanzmodulation in Verbindung mit der Konfokalmikroskopie zur Hochauflösung an technischen Oberflächen vorgestellt. Anhand der Grundlagen werden Bewertungskriterien und Forderungen für ein geeignetes Photochrom und für den Aufbau eines Reflexionskontrast-Nanoskopie hergeleitet.

## 5.1 Beugungsbegrenzte Ortsauflösung

### 5.1.1 Ortsauflösung der optischen Mikroskopie

Die Fokussierung des Laserstrahls im konfokalen Laser-Doppler-Vibrometer-Mikroskop mit einem Objektiv unterliegt der Beugung, die an jeder physischen Begrenzung des Strahls („Apertur“) auftritt [20]. Dadurch ist die minimal erreichbare Ausdehnung einer Intensitätsverteilung durch optische Abbildung fundamental begrenzt (Beugungsgrenze). Die Intensitätsverteilung, die durch die Abbildung einer ideal-punktförmigen Quelle mit einem realen optischen System erzielbar ist, wird als Punktbild, Punktverwaschungsfunktion oder Punktspreizfunktion<sup>1</sup> bezeichnet [20]. Das Punktbild ist charakteristisch für ein optisches System und hängt hauptsächlich von den wirksamen Aperturen und den Abbildungsfehlern ab [210]. In Abb. 5.1a ist der Fall einer homogenen Ausleuchtung („Top Hat“) einer kreisrunden Eintrittspupille eines Objektivs mit der numerischen Apertur NA dargestellt. Im Fokus entsteht durch die Beugung<sup>2</sup> nach Fraunhofer das axialsymmetrische Punktbild [20]

$$I_{\text{Airy}}(r) \propto \left[ \frac{J_1\left(\frac{2\pi}{\lambda} NA r\right)}{\frac{2\pi}{\lambda} NA r} \right]^2 \quad (5.1)$$

mit der Bessel-Funktion  $J_1$  und der radialen Koordinate  $r$ .

Das Punktbild (siehe Abb. 5.1b) zeigt aufgrund der Nullstellen der Bessel-Funktion  $J_1$  charakteristische Beugungsringe. Der Bereich innerhalb des Radius der ersten Nullstelle bei  $r_{\text{Airy}} \approx 0,61 \lambda / NA$  wird als „Airy-Scheibchen“ bezeichnet [20]. Zur Definition des Auflösungsvermögens eines optischen Systems besagt das Kriterium nach Rayleigh, dass

<sup>1</sup> Engl. „Point-Spread Function“ oder PSF. In dieser Arbeit wird aufgrund der Prägnanz die Bezeichnung „Punktbild“ gewählt.

<sup>2</sup> Für die Näherung, dass der Divergenzwinkel der numerischen Apertur NA entspricht.

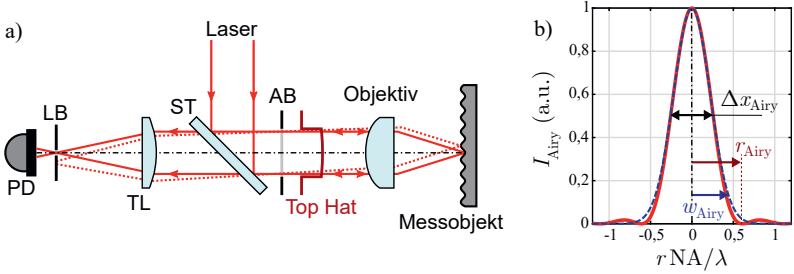


Abb. 5.1: (a) Schematischer Aufbau eines konfokalen Mikroskops mit homogener Ausleuchtung der Aperturblende (AB) („Top Hat“). Als Punktbild auf der Messoberfläche entsteht durch die homogene Ausleuchtung der Aperturblende eine Punktbild mit der axialsymmetrischen Intensitätsverteilung  $I_{\text{Airy}}(r)$  (Airy-Scheibchen). Zudem erfolgt eine Konfokalisierung mit einer Lochblende (LB) vor dem Photodetektor (PD). (b) Intensitätsverteilung des Airy-Scheibchens (rot) über dem Radius (normiert auf  $\lambda/\text{NA}$ ) mit der Halbwertsbreite  $\Delta x_{\text{Airy}}$  und dem Radius  $r_{\text{Airy}}$  der ersten Nullstelle. Die Näherung mit einer Gauß-Verteilung (blau) nach (5.3) mit der Strahltaile  $w_{\text{Airy}}$  ist gestrichelt dargestellt.

die Punktbilder zweier benachbarter Punkte noch unterscheidbar<sup>3</sup> sein müssen. Der minimal erforderliche Abstand bzw. die Ortsauflösung dafür entsprechen dem Radius des Airy-Scheibchens  $r_{\text{Airy}}$  (Radius des ersten dunklen Beugungsring).

In realen Systemen tritt vor allem aufgrund von Aberrationen oder inhomogener Beleuchtung der Apertur keine scharfe erste Nullstelle (dunkler Ring) auf. Daher wird zumeist die Halbwertsbreite zur Berechnung der Auflösungsgrenze herangezogen. Die Halbwertsbreite des Airy-Scheibchens mit (5.1) ist

$$\Delta x_{\text{Airy}} \approx 0,51 \frac{\lambda}{\text{NA}}. \quad (5.2)$$

Die alternative Herleitung des Ortsauflösungsvermögens nach Abbe [173], welche die Abbildung räumlich-periodischer Strukturen systemtheoretisch beschreibt, kommt zu einem vergleichbaren Ergebnis für das Ortsauflösungsvermögen. Unter Vernachlässigung der Beugungsringe kann die Intensitätsverteilung des Airy-Scheibchens durch eine Gauß-Verteilung (TEM<sub>00</sub>-Mode) angenähert werden (siehe Anhang A.1.2). Für den Zusammenhang zwischen der Halbwertsbreite  $\Delta x_{\text{Airy}}$  und dem Tailenradius  $w_{\text{Airy}}$  der approximierten Gauß-Funktion gilt nach [221] mit (5.2)

$$w_{\text{Airy}} = \frac{\Delta x_{\text{Airy}}}{\sqrt{2 \ln 2}} \approx 0,45 \frac{\lambda}{\text{NA}}. \quad (5.3)$$

In einem Konfokalmikroskop wird das Punktbild vor der Detektion durch eine weitere Lochblende in einer Zwischenbildebene des optischen Systems räumlich gefiltert (siehe Abb. 5.1a) [210]. Der Blendendurchmesser wird hierbei in Airy Units (AU) angegeben und bezieht so den Blendendurchmesser auf den Durchmesser des Airy-Scheibchens im

<sup>3</sup> Dieses Auflösungskriterium führt zu einem Intensitätsabfall um 26,3% zwischen den benachbarten Punktbildern [20].

Zwischenbild. Für eine signifikante Wirkung der Konfokalisierung werden typischerweise Blendendurchmesser  $< 1 \text{ AU}$  verwendet. Für einen theoretischen Blendendurchmesser von Null wird die Halbwertsbreite des Punktbilds um einen Faktor  $1/\sqrt{2}$  gegenüber der Beugungsgrenze verringert [210]. Damit eine ausreichende Lichtleistung für die Bildgebung zur Verfügung steht, muss der Blendendurchmesser den jeweiligen Anforderungen angepasst werden. Der Vorteil eines höheren Ortsauflösungsvermögens durch die Konfokalisierung steht dem Nachteil einer rasternden Bildaufnahme gegenüber<sup>4</sup>.

### 5.1.2 Ortsauflösungsvermögen eines LDV-Mikroskops

Aufgrund der kohärenten Phasendetektion ist es sinnvoll, das Ortsauflösungsvermögen eines Laser-Doppler-Vibrometers anhand einer maximalen relativen Messabweichung  $\alpha = \Delta\hat{s}/\hat{s}$  der Schwingungsamplitude  $\hat{s}$  zu definieren. Ein Kriterium nach [165] für raue Messoberflächen ist, dass die Schwingungsamplitude eines Streukörpers durch einen weiteren, benachbarten Streukörper um  $|\alpha| < 5\%$  abweicht. Durch Dreistrahlinterferenz am LDV-Photodetektor hängt die systematische Abweichung der detektierten Schwingungsamplitude von den Schwingfrequenzen, dem Leistungsverhältnis und der Differenzphase der interferierenden EM-Felder ab. Im ungünstigen Fall kann es somit sogar zur destruktiven Interferenz kommen. Daraus folgt für die Definition des Ortsauflösungsvermögens der Laser-Doppler-Vibrometrie, dass die empfangene Gesamtleistung eines benachbarten (statischen) Streukörpers um den Faktor 1000 geringer sein muss [165]. Der minimale Abstand der Streukörper für dieses Kriterium ist die LDV-Ortsauflösung

$$\Delta x_{\text{LDV},1} \approx 0,5 \frac{\lambda_m}{\text{NA}}. \quad (5.4)$$

Nach dieser Definition entspricht die Ortsauflösungsgrenze somit etwa der Halbwertsbreite des beugungsbegrenzten Punktbildes (5.2). In [167] wird für die Konfokalisierung des LDV eine Ortsauflösung von  $\Delta x_{\text{LDV},2} \approx 0,37 \lambda_m/\text{NA}$  angegeben. Eine weitere geringfügige Verringerung der Halbwertsbreite um etwa 8% kann durch Verwendung einer zirkularen Polarisation der Laserstrahlung erreicht werden [42].

Diese Betrachtung von unabhängigen Streukörpern ist geeignet, um die Ortsauflösung der LDV-Messung bei Mikrostrukturen zu beschreiben, die mechanisch nicht oder nur schwach gekoppelt sind. Dadurch können diese Mikrostrukturen unabhängige Bewegungen vollziehen, die in der LDV-Messung voneinander zu trennen sind. In Festkörpern sind benachbarte Messpunkte mechanisch gekoppelt und vollziehen (im elastischen Fall) eine korrelierte, kontinuierliche Bewegung. Bei stationärer Anregung schwingt das Objekt in einer Betriebsschwingung<sup>5</sup>, welche die Superposition der angeregten Schwingungsmoden ist [167]. Aus diesem Grund ist für die Ausbreitung von mikroakustischen Wellen eine andere Betrachtung zur Ermittlung der Ortsauflösung zielführend.

---

<sup>4</sup> Eine Parallelisierung ist mit Hilfe von Lochscheiben (sogenannte Nipkow-Scheibe) möglich [210].

<sup>5</sup> Engl. „Operating Deflection Shape“, ODS.



Für die Betrachtung der LDV-Messung einer Oberflächenwelle mit der akustischen Wellenlänge  $\Lambda$  kann als räumlichen Abtastung<sup>6</sup> betrachtet werden. Dabei muss der Halbwertsbreite  $\Delta x_{\text{LDV}}$  des Messflecks deutlich kleiner als die akustische Wellenlänge  $\Lambda$  sein [168] ( $\Delta x_{\text{LDV}} < 0,5 \Lambda$ ). Diese Ungleichung ist jedoch nur für die Dimensionierung in Messszenarien hilfreich, bei denen die Beugungsgrenze deutlich kleiner als die akustische Wellenlänge sein kann. Für eine differenzierte Formulierung der LDV-Ortsauflösungsgrenze eignet sich diese nicht. Für eine akustische Oberflächenwelle wird in [182] die relative, systematische Messabweichung  $\alpha$  der Schwingungsamplitude anhand einer Näherung mit

$$\alpha = \frac{\Delta \hat{s}}{\hat{s}} \approx -\frac{\pi^2 w_m^2}{2 \Lambda^2} \quad (5.5)$$

mit der Strahltaile  $w_m$  des Messflecks abgeschätzt. In (5.5) wurde abweichend zu [182] ein negatives Vorzeichen eingeführt, um die Richtung der systematischen Abweichung zu verdeutlichen.

Für den Grenzfall des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems ( $\Delta x_{\text{LDV}} = 0,5 \Lambda$ ) ergibt die systematische Messabweichung<sup>7</sup>  $\alpha$  einen hohen Wert ( $\alpha = -0,89$ ). Die Messabweichung kann nach der Näherung (5.5) auch unphysikalisch werden ( $\alpha < -1$ ), sodass diese Näherung nicht geeignet für die Untersuchung des Grenzverhaltens und für die Definition einer Grenze der Ortsauflösung scheint. Daher wird im Folgenden eine Abschätzung der systematischen Messabweichung  $\alpha$  durch das Ortsauflösungsvermögen eines LDV bei Oberflächenwellen auf optisch-glatten (spiegelnde) Messoberfläche hergeleitet. Die Skizze des betrachteten Interferometeraufbaus ist in Abb. 5.2 dargestellt.

Der Ansatz beinhaltet, dass die lokale (Schwingungs-)Phaseninformation gewichtet mit den lokalen elektrischen Feldstärken der interferierenden Strahlen über die Photodetektorfläche gemittelt wird. Am Photodetektor (mit der Fläche  $A_D$ ) ist das Strom-Wechselnsignal<sup>8</sup> nach (3.3) (bei der Trägerkreisfrequenz  $\omega_c$ )

$$i \propto \iint_{A_D} E_m(\mathbf{r}_D) E_r(\mathbf{r}_D) \exp \left\{ j \left[ \omega_c t - \frac{2\pi}{\lambda_m} \text{OPD}_{\text{tw}}(\mathbf{r}_D, t) \right] \right\} dx_D dy_D \quad (5.6)$$

mit Ortsvektor  $\mathbf{r}_D = (x_D y_D)^T$  im zweidimensionalen Koordinatensystem des Photodetektors<sup>9</sup> sowie die lokale optische Weglängendifferenz  $\text{OPD}_{\text{tw}}(\mathbf{r}_D, t)$  von Messstrahl und Referenzstrahl. Die Multiplikation mit der Feldstärkeverteilung  $E_r$  des Referenzstrahls vor der Integration erzeugt eine weitere laterale Wichtung auf dem Photodetektor, sodass bei geeigneter Anpassung zwischen Referenz- und Messstrahl eine weitere Unterdrückung der Randbereiche erfolgt. Eine Fehlanpassung der beiden interferierenden Strahlen fließt in die Interferenzeffizienz  $\chi$  ein [167]. Für die Betrachtung des Punktbildes eines LDV kann daher die Interferenz mit einem Referenzstrahl in der TEM<sub>00</sub>-Mode als quasi-Konfokalisierung betrachtet werden.

<sup>6</sup> In Analogie zum Nyquist-Shannon-Abtasttheorem [150].

<sup>7</sup> Mit (5.3):  $w_m^2 = \Lambda^2 / (8 \ln 2)$ .

<sup>8</sup> Die Selektion des Realteils  $\Re(\cdot)$  des Stromsignals  $i$  ist der Übersicht halber weggelassen.

<sup>9</sup> Dabei handelt es sich um einen flächenintegrierenden Punktdetektor.

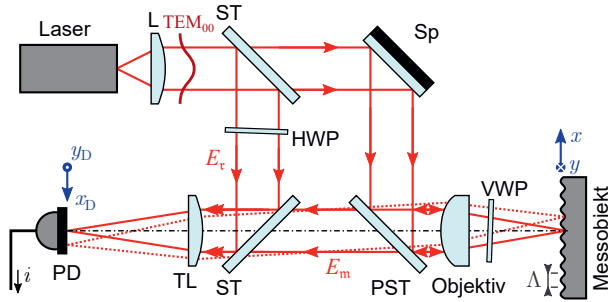


Abb. 5.2: Schematischer Aufbau eines LDV nach Mach-Zehnder zur Darstellung des Ortsauflösungsvermögens anhand einer akustischen Oberflächenwelle der Wellenlänge  $\Lambda$ . Nach dem Fermat-Prinzip wird die Wellenfront in der Fokusebene des Mikroskop-Objektivs auf den Photodetektor abgebildet. Die Erzeugung der Trägerfrequenz  $\nu_c$  ist zur Vereinfachung nicht dargestellt.

Für eine Abschätzung des Ortsauflösungsvermögens eines LDV wird im Folgenden eine ebene und monofrequente akustische Welle auf einer optisch-glatten Messoberfläche angenommen. Die Schwingungsamplitude  $\hat{s}$  der akustischen Welle sei klein gegenüber der Messwellenlänge  $\lambda_m$  und sei eine Rayleigh-Welle<sup>10</sup> [160] mit der Modulationskreisfrequenz  $\omega_{\text{vib}}$  und der akustischen Wellenlänge  $\Lambda$  bzw. Raumfrequenz  $\nu_{\text{tw}} = \Lambda^{-1}$ . Somit ist die Modulation der optischen Weglänge durch die akustische Oberflächenwelle (an Luft)

$$\text{OPD}_{\text{tw}}(\mathbf{r}_D, t) = -2 \hat{s} \sin \left( \omega_{\text{vib}} t - 2\pi \nu_{\text{tw}} \frac{x_D}{\beta} \right). \quad (5.7)$$

Es wird angenommen, dass die einfallende Wellenfront des Messstrahls auf das Messobjekt im Fokus des Mikroskop-Objektivs ideal eben ist und somit Aberrationen und Krümmung aufgrund einer starken Fokussierung vernachlässigbar sind<sup>11</sup>.

Zusätzlich wird eine Frequenzdifferenz der interferierenden Strahlen angenommen, die das Messsignal in eine Zwischenfrequenz um die Trägerkreisfrequenz  $\omega_c$  verschiebt. Der Photodetektor befinde sich direkt im Fokus der Tubuslinse. Nach dem Fermat-Prinzip [20] wird somit jeder Punkt (idealisiert aberrationsfrei) auf dem Messobjekt mit der Maßstab  $\beta$  auf den Photodetektor abgebildet. Dieser Maßstab hängt direkt vom Brennweitenverhältnis des Objektivs und der Tubuslinse ab [173]. Somit ergibt sich für das Stromsignal<sup>12</sup> am Photodetektor mit (3.3)

$$i \propto \iint_{A_D} E_m E_r \exp \left[ j \frac{4\pi \hat{s}}{\lambda_m} \sin \left( \omega_{\text{vib}} t - 2\pi \nu_{\text{tw}} \frac{x_D}{\beta} \right) + j (\omega_c t + \varphi_D) \right] dx_D dy_D. \quad (5.8)$$

<sup>10</sup>Die Betrachtung der Messung einer stehenden akustischen Welle als Superposition zweier gegenläufiger Wellen ist etwas aufwändiger, führt jedoch in Näherung zum gleichen Ergebnis.

<sup>11</sup>Beispielsweise durch den Gouy-Effekt eines Gauß-Strahls [166].

<sup>12</sup>Die Darstellung des Realteils und der Abhängigkeit der EM-Felder von den Photodetektorkoordinaten  $\mathbf{r}_D$  (vgl. (5.6)) wurde für eine bessere Übersichtlichkeit der Gleichungen weggelassen.

Unter Verwendung der Jacobi-Anger-Identität in (3.7) mit der Annahme einer kleinen Schwingungsamplitude  $\hat{s}$  (gegenüber der Messwellenlänge  $\lambda_m$ ) ergibt sich

$$\begin{aligned} i &\propto \iint_{A_D} E_m E_r \exp[j(\omega_c t + \varphi_D)] \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m \left( \frac{4\pi\hat{s}}{\lambda_m} \right) \exp \left[ j m \left( \omega_{\text{vib}} t - 2\pi\nu_{\text{tw}} \frac{x_D}{\beta} \right) \right] \right\} dx_D dy_D \\ &\approx \iint_{A_D} E_m E_r \exp[j(\omega_c t + \varphi_D)] \left\{ 1 \pm \frac{2\pi\hat{s}}{\lambda_m} \exp \left[ \pm j \left( \omega_{\text{vib}} t - 2\pi\nu_{\text{tw}} \frac{x_D}{\beta} \right) \right] \right\} dx_D dy_D \quad (5.9) \end{aligned}$$

Somit ist das resultierende Stromsignal die Superposition des Trägersignals mit der Stromamplitude  $\hat{i}_c$  und den ersten beiden Seitenbändern mit der Stromamplitude  $\hat{i}_{J1}$  mit

$$i \approx \hat{i}_c \exp[j(\omega_c t + \varphi_D)] \pm \hat{i}_{J1} \exp[j(\omega_c t \pm \omega_{\text{vib}} t + \varphi_D)]. \quad (5.10)$$

Es wird weiter angenommen, dass sowohl Referenzstrahl als auch Messstrahl als Gauß-Verteilung (TEM<sub>00</sub>) mit dem gleichen (abgebildeten) Tailenradius  $w_m$  interferieren („Perfect Mode Matching“).

Nach (3.25) kann der Modulationsgrad  $M_{\text{vib}}$  und damit die Schwingungsamplitude (für  $\hat{s} \ll \lambda_m$ ) aus dem Amplitudenverhältnis des Trägers und des ersten Seitenbands abgeschätzt werden ( $\hat{s}_{\text{est}} \approx \lambda_m / 2\pi \cdot \hat{i}_{J1} / \hat{i}_c$ ). Für das Verhältnis der so rekonstruierten Schwingungsamplitude  $\hat{s}_{\text{est}}$  zur tatsächlichen  $\hat{s}$  ergibt sich

$$\frac{\hat{s}_{\text{est}}}{\hat{s}} \approx \frac{\hat{E}_m \hat{E}_r \left| \iint_{A_D} \exp \left( -2 \frac{x_D^2 + y_D^2}{w_D^2} \right) \exp \left( -j 2\pi\nu_{\text{tw}} \frac{x_D}{\beta} \right) dx_D dy_D \right|}{\hat{E}_m \hat{E}_r \left| \iint_{A_D} \exp \left( -2 \frac{x_D^2 + y_D^2}{w_D^2} \right) dx_D dy_D \right|}. \quad (5.11)$$

Der Faktor 2 im Exponent der Gauß'schen Intensitätsverteilung („Apodisierung“) kommt aus der perfekten Überlagerung der TEM<sub>00</sub> von Mess- und Referenzstrahl.

Aufgrund der unidirektionalen Wellenausbreitung in  $x$ -Richtung reduziert sich das Problem auf eine eindimensionale Integration über die halben Breite  $X_D$  des Photodetektors mit

$$\frac{\hat{s}_{\text{est}}}{\hat{s}} \approx \frac{\left| \int_{-X_D}^{X_D} \exp \left( -2 \frac{x_D^2}{w_D^2} \right) \exp \left( -j 2\pi\nu_{\text{tw}} \frac{x_D}{\beta} \right) dx_D \right|}{\int_{-X_D}^{X_D} \exp \left( -2 \frac{x_D^2}{w_D^2} \right) dx_D}. \quad (5.12)$$

Für die weitere Rechnung wird angenommen, dass die Photodetektorfläche größer als der Tailenradius ist ( $X_D \gg w_D$ ), sodass die Integrationsgrenzen näherungsweise mit unendlich angenommen werden können. Dadurch entspricht der Ausdruck im Zähler der

Fourier-Transformation nach der (abgebildeten) Raumfrequenz  $\beta^{-1}\nu_{\text{tw}}$  der akustischen Welle. Somit ergibt sich<sup>13</sup>

$$\frac{\hat{s}_{\text{est}}}{\hat{s}} \underset{X_D \gg w_D}{\approx} \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-2 \frac{x_D^2}{w_D^2}\right) \exp\left(-j 2\pi \nu_{\text{tw}} \frac{x_D}{\beta}\right) dx_D \right|}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-2 \frac{x_D^2}{w_D^2}\right) dx_D} = \exp\left(-\frac{\pi^2}{2} \nu_{\text{tw}}^2 w_m^2\right). \quad (5.13)$$

Aus der Gleichung kann die systematische Messabweichung  $\alpha$  der Schwingungsamplitude in Abhängigkeit der Wellenlänge  $\Lambda$  der akustischen Welle und des Tailenradius  $w_m$  des Messflecks abgeschätzt werden mit

$$\alpha = \frac{\hat{s}_{\text{est}}}{\hat{s}} - 1 \approx \exp\left(-\frac{\pi^2}{2} \frac{w_m^2}{\Lambda^2}\right) - 1 \quad (5.14)$$

mit dem Tailenradius  $w_m = w_D/\beta$  auf der Messoberfläche. Mit einer Taylor-Reihenentwicklung für kleine  $\alpha$  ergibt sich in Näherung

$$\alpha \approx -\frac{\pi^2 w_m^2}{2 \Lambda^2}, \quad (5.15)$$

was der Näherung in (5.5) nach Scruby und Drain [182] entspricht. In Abb. 5.3 sind diese Näherung (5.5) (gestrichelt) und die hier hergeleitete Formel (5.14) gegenübergestellt. Es wird deutlich, dass die Näherung nach Scruby und Drain bei  $\Delta x_{\text{LDV}} \geq 0,53 \Lambda$  unphysikalische Messabweichungen ergibt. Die hergeleitete Formel (5.14) nähert sich asymptotisch  $\alpha = -1$  an. Dies entspricht der Erwartung, dass die mittlere Phasenmodulation und somit die geschätzte Schwingungsamplitude verschwindet, wenn der Messfleck deutlich größer ist als die akustische Wellenlänge.

Als Kriterium des Ortsauflösungsvermögens wird (in Anlehnung an [165]) eine maximale relative Messabweichung der Schwingungsamplitude von  $|\alpha| \leq 5\%$  zugrunde gelegt. Die erforderliche Halbwertsbreite  $\Delta x_{\text{LDV}}$  des Messflecks für die Ortsauflösung einer akustischen Oberflächenwelle mit der Wellenlänge  $\Lambda$  beträgt mit (5.14) und (5.3)

$$\Delta x_{\text{LDV}} \leq \frac{2\Lambda}{\pi} \sqrt{\ln 2 \ln \left( \frac{1}{1 - 0,05} \right)} \approx 0,120 \Lambda. \quad (5.16)$$

Für die Halbwertsbreite des Messflecks zur ausreichenden Ortsauflösung einer Oberflächenwelle ist nach (5.16) zu fordern, dass die Halbwertsbreite  $\Delta x_{\text{LDV}}$  des Messflecks mindestens um Faktor 8 kleiner ist als die akustische Wellenlänge  $\Lambda$ . Somit ist diese Forderung im Vergleich zum Nyquist-Shannon-Abtasttheorem [150] ( $\Delta x_{\text{LDV}} < 0,5 \Lambda$ ) um Faktor 4 verschärft. Wenn das Abtasttheorem grenzwertig eingehalten wird, beträgt die relative, systematische Messabweichung der Schwingungsamplitude nach (5.14) etwa  $\alpha \approx -59\%$ .

<sup>13</sup>Die Lösung der bestimmten Integrale erfolgt über das Tabellenbuch [24]:  $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-2x_D^2/w_D^2) dx_D = \sqrt{\pi/2} w_D$ .

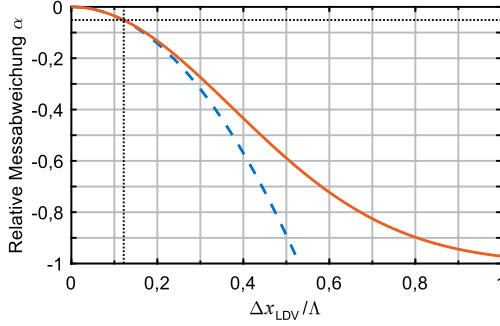


Abb. 5.3: Relative systematische Messabweichung  $\alpha$  der Schwingungsamplitude gegenüber der Halbwertsbreite  $\Delta x_{\text{LDV}}$  des Messflecks (normiert auf die akustische Wellenlänge  $\Lambda$ ). Die Näherung nach Scruby in (5.5) ist gestrichelt und das LDV-Ortsauflösungsvermögen mit dem Kriterium  $|\alpha| < 5\%$  ist gepunktet gezeigt.

Mit der Näherung des Airy-Scheibchens durch eine Gauß-Funktion in (5.2) ergibt sich für das die kleinste auflösbare, akustische Wellenlänge

$$\Lambda \geq \frac{0,51}{0,120} \frac{\lambda_m}{\text{NA}} \approx 4,25 \frac{\lambda_m}{\text{NA}}. \quad (5.17)$$

Diese Abschätzungen zeigt, dass für die LDV-Messung einer Oberflächenwelle ein um den Faktor<sup>14</sup> 8,5 bzw. sogar 11,5 geringerer Durchmesser des Messflecks notwendig ist als bei der Betrachtung der Vielstrahlinterferenz zweier entkoppelter benachbarter Streukörper nach (5.4) [165, 167]. Da für die Wellenlänge  $\Lambda$  einer akustischen Welle der Schwingungsfrequenz  $f_{\text{vib}}$

$$\Lambda = \frac{c_{\text{ak}}}{f_{\text{vib}}} \quad (5.18)$$

gilt, kann mit (5.17) die maximal messbare Schwingungsfrequenz des LDV in Abhängigkeit der NA und Messwellenlänge  $\lambda_m$  angegeben werden mit

$$\max\{f_{\text{vib}}\} \leq 0,235 \frac{c_{\text{ak}} \text{NA}}{\lambda_m}. \quad (5.19)$$

Das folgende Applikationsbeispiel soll die Größenordnung der Anforderungen an das LDV-Ortsauflösungsvermögen verdeutlichen. Für eine Oberflächenwelle<sup>15</sup> auf Lithiumniobat ( $\text{LiNbO}_3$ ) ergibt sich bei einer Schwingungsfrequenz von  $f_{\text{vib}} = 1 \text{ GHz}$  nach (5.16) und (5.18) eine erforderliche Ortsauflösung des LDV von

$$\Delta x_{\text{LDV}} \leq 0,120 \frac{c_{\text{ak}}}{f_{\text{vib}}} \approx 0,120 \frac{3960 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ GHz}} = 475 \text{ nm}$$

<sup>14</sup>In Relation zu  $\Delta x_{\text{LDV},1}$  und  $\Delta x_{\text{LDV},2}$ .

<sup>15</sup>Schallgeschwindigkeit im  $128^\circ\text{Y-X}$  Schnitt:  $c_{\text{ak}} \approx 3960 \text{ m/s}$ .

für eine systematische relative Messabweichung  $|\alpha| < 5\%$  der Schwingungsamplitude. Die akustische Wellenlänge der Oberflächenwelle beträgt hier  $\Lambda \approx 4,0 \mu\text{m}$ . Wendet man die Abschätzung aus (5.19) auf das UHF-120 der Polytec GmbH [157] mit einer Messwellenlänge  $\lambda_m = 532 \text{ nm}$  an, sind für eine numerische Apertur  $NA = 0,55$  eine maximale Schwingungsfrequenz von  $f_{\text{vib}} \leq 942 \text{ MHz}$  auf Lithiumniobat messbar. Für eine Messung bei einer Schwingungsfrequenz von  $f_{\text{vib}} = 2,4 \text{ GHz}$  ergibt sich mit (5.14) und (5.18) bereits eine systematische Abweichung der Schwingungsamplitude von  $\alpha \approx -29\%$ . Diese systematische Messabweichung könnte jedoch mit Hilfe von (5.14) kompensiert werden.

Durch dieses Beispiel aus der Praxis wird die Notwendigkeit verdeutlicht, dass mit der Schwingungsmessung an Mikro- und Nanostrukturen im Gigahertz-Bereich auch eine Steigerung des Ortsauflösungsvermögens jenseits der Beugungsgrenze durch Methoden der Nanoskopie einhergehen muss.

## 5.2 Modellierung eines Reflexions-Nanoskops mittels Absorbanzmodulation

In der Laser-Doppler-Vibrometrie wird die Phase der eingestrahlten Messstrahlung moduliert und wird dadurch die Schwingungsinformation des Messobjekts (aufgrund des Laser-Doppler-Effekts) aufgeprägt. Nur wenn Strahlung am Messobjekt wieder in Richtung des LDV gestreut werden, ist eine Schwingungsmessung möglich. Die Anforderungen an eine Steigerung des Ortsauflösungsvermögens eines LDV entsprechen somit der Reflexions-Nanoskopie. Daher diskutiert die folgende theoretische Studie die Anwendung der Absorbanzmodulation für die Steigerung der Ortsauflösung in der Reflexions-Nanoskopie jenseits der Beugungsgrenze.

Dafür wird analog zur Transmissions-Nanoskopie eine AML direkt auf das Messobjekt aufgebracht. Das Messobjekt ist hierbei eine reflektierende technische Oberfläche mit einem Reflexionskontrast. Für eine axialsymmetrische Verbesserung der Ortsauflösung wird ein Ringmode mit zentraler Nullintensität (auch Donut-Mode) zur Aktivierung der dynamischen Nahfeldblende bei der Aktivierungswellenlänge verwendet. Nach der Erfassung des Bildpunkts wird diese Blende wieder gelöscht und der Messvorgang an einem anderen Bildpunkt fortgesetzt. Somit handelt es sich hierbei um ein Raster-Mikroskopieverfahren wie bei der Konfokalmikroskopie<sup>16</sup>.

Grundsätzlich ist die Wahl des optimalen Punktbilds anwendungsabhängig. In der Lithographie beispielsweise ermöglicht der Einsatz von Interferenz-Streifen eine eindimensionale Nanostrukturierung mit periodischen Strukturen [7, 57, 130, 152]. Für die Bildgebung ist oft eine zweidimensionale Verbesserung der Ortsauflösung zweckmäßig. Mit dem tomoSTED-Verfahren [47] kann ebenfalls eine rotierende, eindimensionale Steigerung der Ortsauflösung angewendet werden.

---

<sup>16</sup> Wenn nur eine Blende zur Konfokalisierung verwendet wird.

### 5.2.1 Photophysikalische Parameter des Photochroms BTE-I

Dem Schaltverhalten der Absorbanz im betrachteten Photochrom BTE-I liegt ein Vier-Niveau-System zugrunde [45], welches als Reaktionstyp der photochemischen Variante  $\mathbb{A} \rightleftharpoons \mathbb{B}$  bezeichnet wird. Es wird weiter angenommen, dass es sich um eine diabatische Photoreaktion der ‚Klasse I‘ handelt [45], welche typisch für organische Photochrome ist. In Abb. 5.4 sind die Potenzialhyperflächen entlang der Reaktionskoordinate der Ringöffnung<sup>17</sup> gezeigt [103, 207]. Die Übergänge zwischen den zwei nutzbaren, stabilen molekularen Zuständen  $\mathbb{A}$  und  $\mathbb{B}$  erfolgt jeweils über den angeregten Zwischenzustand  $\mathbb{A}^{\text{exc}}$  bzw.  $\mathbb{B}^{\text{exc}}$  [45]. Die Lebensdauer dieser Zwischenzustände sei für diese Studie vernachlässigbar kurz.

Die Ermittlung der photophysikalischen Parameter von BTE-I ist in [7] ausführlich dargestellt und sind Grundlage dieser Arbeit (siehe Tab. 5.1). Parameter von BTE-I in ähnlicher Größenordnung<sup>18</sup> wurden in [152] veröffentlicht. Es wird berücksichtigt, dass die Strahlung bei der Aktivierungswellenlänge  $\lambda_a$  und der Messwellenlänge  $\lambda_m$  in beiden Zuständen absorbiert werden kann. Eine Zustandsänderung des Photochroms nach Absorption der Photonenenergie erfolgt jedoch nur mit einer Übergangswahrscheinlichkeit  $\eta_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}$  und  $\eta_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}$ . Nach der Kasha-Vavilov-Regel [99] ist die jeweilige Übergangswahrscheinlichkeit<sup>19</sup> konstant über der Wellenlänge. Der Zustand  $\mathbb{B}$  weist zudem eine spontane Zerfallsrate  $k_{\mathbb{B}}$  auf.

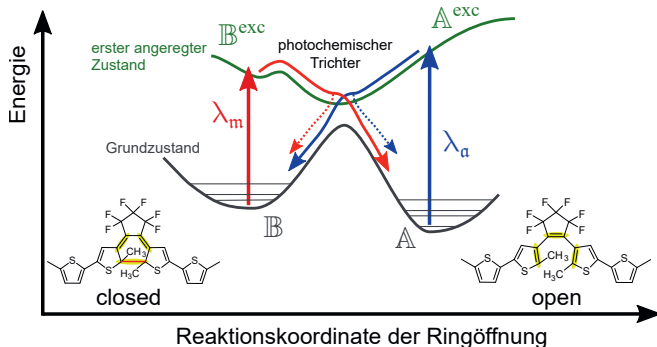


Abb. 5.4: Diagramm der Energieniveaus (und Strukturformeln) von BTE-I entlang der Reaktionskoordinate für die mit den Grund-Zuständen  $\mathbb{A}$  (open) und  $\mathbb{B}$  (closed). Die geraden Linien symbolisieren die Anregung durch Absorption der Photonenenergie und die geschwungenen Linien (rot und blau) die verschiedenen Trajektorien der diabatischen Photoreaktion entlang des sogenannten ‚photochemischen Trichters‘, wobei die unerwünschten Trajektorien gestrichelt gezeichnet sind. Eine Potenzialbarriere zwischen den Grundzuständen verhindert den thermisch-induzierten Übergang.

<sup>17</sup> Die Reaktionskoordinate in Abb. 5.4 entspricht dem Abstand der reagierenden Kohlenstoffatome.

<sup>18</sup> Die Übergangswahrscheinlichkeit  $\eta_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}$  wird von Pariani [152] mit 0,01 angegeben, was jedoch vermutlich eher aufgrund der Rundung mit zwei Nachkommastellen zustande kommt.

<sup>19</sup> Zwei-Photonen-Prozesse werden in dieser Arbeit vernachlässigt.

Tab. 5.1: Photophysikalische Parameter des Referenz-Photochroms BTE-I [7].

Parameter	Symbol	Wert
Absorptionsquerschnitt des Zustands $\mathbb{A}$ für $\lambda_a$	$\varepsilon_{\mathbb{A}}^{\lambda_a}$	$1,19 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2$
Absorptionsquerschnitt des Zustands $\mathbb{B}$ für $\lambda_a$	$\varepsilon_{\mathbb{B}}^{\lambda_a}$	$4,02 \cdot 10^{-21} \text{ m}^2$
Absorptionsquerschnitt des Zustands $\mathbb{A}$ für $\lambda_m$	$\varepsilon_{\mathbb{A}}^{\lambda_m}$	$6,04 \cdot 10^{-23} \text{ m}^2$
Absorptionsquerschnitt des Zustands $\mathbb{B}$ für $\lambda_m$	$\varepsilon_{\mathbb{B}}^{\lambda_m}$	$7,66 \cdot 10^{-21} \text{ m}^2$
Rate des thermischen Zerfalls des Zustands $\mathbb{B}$	$k_{\mathbb{B}}$	$3,0 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$
Übergangswahrscheinlichkeit von $\mathbb{A}$ nach $\mathbb{B}$	$\eta_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}$	0,24
Übergangswahrscheinlichkeit von $\mathbb{B}$ nach $\mathbb{A}$	$\eta_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}$	0,00088

## 5.2.2 Ratengleichung der Photokinetik

Wie in alternativen Modellen [58, 152, 200] des Stands der Wissenschaft wird die Photoreaktion in BTE-I als bistabiles Photochrom angenommen. Dadurch folgt für den photochemischen Prozess eine Ratengleichung pseudo-erster Ordnung für die lokale Konzentration  $c_{\mathbb{A}}$  (in  $\text{m}^{-3}$ ) der Photochrome im Zustand  $\mathbb{A}$  mit

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} c_{\mathbb{A}}(\mathbf{r}, t) = & -\phi_{\mathbf{a}}(\mathbf{r}, t) [\sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_a} c_{\mathbb{A}}(\mathbf{r}, t) - \sigma_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}^{\lambda_a} c_{\mathbb{B}}(\mathbf{r}, t)] \\ & + \phi_{\mathbf{m}}(\mathbf{r}, t) [\sigma_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}^{\lambda_m} c_{\mathbb{B}}(\mathbf{r}, t) - \sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_m} c_{\mathbb{A}}(\mathbf{r}, t)] + k_{\mathbb{B}} c_{\mathbb{B}}(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \quad (5.20)$$

und im Zustand  $\mathbb{B}$  mit

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} c_{\mathbb{B}}(\mathbf{r}, t) = & -\frac{d}{dt} c_{\mathbb{A}}(\mathbf{r}, t) + \phi_{\mathbf{a}}(\mathbf{r}, t) [\sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_a} c_{\mathbb{A}}(\mathbf{r}, t) - \sigma_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}^{\lambda_a} c_{\mathbb{B}}(\mathbf{r}, t)] \\ & - \phi_{\mathbf{m}}(\mathbf{r}, t) [\sigma_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}^{\lambda_m} c_{\mathbb{B}}(\mathbf{r}, t) - \sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_m} c_{\mathbb{A}}(\mathbf{r}, t)] - k_{\mathbb{B}} c_{\mathbb{B}}(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \quad (5.21)$$

mit den Photonenflussdichten  $\phi_{a/m}$  (in  $\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ) am Ort  $\mathbf{r}$  bei den Wellenlängen  $\lambda_a$  bzw.  $\lambda_m$ . Die atomaren Interaktionsquerschnitte  $\sigma^{\lambda}$  (in  $\text{m}^2$ ) bei der jeweiligen Wellenlänge  $\lambda$  berechnen sich aus den atomaren Absorptionsquerschnitten  $\varepsilon^{\lambda}$  (in  $\text{m}^2$ ) gewichtet mit der jeweiligen Übergangswahrscheinlichkeit  $\eta$  zu

$$\sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda} = \eta_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}} \varepsilon_{\mathbb{A}}^{\lambda} \quad (5.22)$$

$$\sigma_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}^{\lambda} = \eta_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}} \varepsilon_{\mathbb{B}}^{\lambda}. \quad (5.23)$$

Der Absorptionsquerschnitt kann als Trefferfläche des Einzelmoleküls veranschaulicht werden. Trifft ein Photon auf diese Fläche, so kommt es zur Absorption. Ein großer Absorptionsquerschnitt ist gleichbedeutend mit einer hohen Wahrscheinlichkeit zur Absorption. Mit der Annahme unbegrenzter Schaltzyklen und homogener Verteilung des Photochroms gilt zudem an jeder Stelle der AML  $c_{\text{tot}} = c_{\mathbb{A}}(\mathbf{r}, t) + c_{\mathbb{B}}(\mathbf{r}, t)$ .

In (5.20) gehen der Betrag aus der Superposition aller (vektoriellen) Photonenflussdichten bei der jeweiligen Wellenlänge ein, da aufgrund der Annahme von Isotropie keine Richtungsabhängigkeit der Photokinetik besteht.



### 5.2.3 Absorption und Absorbanz

Aufgrund der Absorption erfährt eine Photonenflussdichte  $\phi_\lambda$  während der Propagation durch ein opakes Dielektrikum eine exponentielle Abschwächung nach dem Lambert-Beer'sche Gesetz [20]. Die gedämpfte Photonenflussdichte nach der Propagation von einem Punkt  $P_1$  zum Punkt  $P_2$  entlang des Pfads  $l$  ist

$$\phi(\mathbf{r}_{P_2}) = \phi(\mathbf{r}_{P_1}) \exp \left[ - \int_{P_1}^{P_2} a_\lambda(\mathbf{r}) dl \right] \quad (5.24)$$

mit der Photonenflussdichte  $\phi(\mathbf{r}_{P_1})$  am Ort  $P_1$  und dem lokalen (spektralen) Absorptionskoeffizient (in  $\text{m}^{-1}$ )

$$a_\lambda(\mathbf{r}) = \varepsilon_{\mathbb{B}}^\lambda c_{\mathbb{B}}(\mathbf{r}) + \varepsilon_{\mathbb{A}}^\lambda c_{\mathbb{A}}(\mathbf{r}) \quad (5.25)$$

mit den atomaren Absorptionsquerschnitten  $\varepsilon_{\mathbb{A}}^\lambda$  und  $\varepsilon_{\mathbb{B}}^\lambda$  und den Konzentrationen  $c_{\mathbb{A},\mathbb{B}}$  des Photochroms im jeweiligen Zustand. Der Kehrwert des Absorptionskoeffizienten  $a_\lambda^{-1}$  (in m) wir auch als Eindringtiefe des absorbierenden Medium bezeichnet. Diese beschreibt die Propagationslänge, nach der die Photonenflussdichte auf  $\exp(-1) \approx 36\%$  abgefallen ist.

Die Umrechnung einer Intensität  $I = dP/dA$  einer EM-Welle (in  $\text{W}/\text{m}^2$ ) in den Photonenflussdichte (in  $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$ ) erfolgt über die Photon-Energie  $W_{\text{Ph}} = h c_{\text{amb}}/\lambda$  mit dem Zusammenhang

$$\phi = \frac{d^2 N_{\text{Ph}}}{dA dt} = \frac{dP}{dA} \frac{1}{W_{\text{Ph}}(\lambda)} = \frac{\lambda}{h c_{\text{amb}}} I \quad (5.26)$$

mit der Anzahl der Photonen  $N_{\text{Ph}}$ , der Leistung  $P$ , dem senkrecht-durchströmten Flächenelement  $dA$  und der Lichtgeschwindigkeit  $c_{\text{amb}}$  im Medium.

In der Chemie ist die Quantifizierung der Abschwächung<sup>20</sup> in einer Probe mit der Absorbanz typisch, die als negativer dekadischer Logarithmus der Transmission definiert ist. Die dekadische Absorbanz<sup>21</sup>  $\mathcal{A}_\lambda$  ist dabei einheitenlos und ist mit (5.24) für die Propagation über die Strecke  $[P_1 P_2]$

$$\mathcal{A}_\lambda(t) = \ln(10) \int_{P_1}^{P_2} a_\lambda(\mathbf{r}, t) dl. \quad (5.27)$$

Die Definition der dekadischen Absorbanz entspricht der optischen Dichte in der Optik. Neben der dekadischen Absorbanz existiert die Beschreibung der natürlichen Absorbanz, bei welcher der Korrekturfaktor  $\ln(10)$  in (5.27) entfällt.

<sup>20</sup>Die Absorbanz beinhaltet alle Effekte, die zur Abschwächung des Photonenflusses beitragen, wie auch Streuung.

<sup>21</sup>Die Multiplikation mit dem Faktor  $\ln(10) \approx 2,3$  entspringt der Umrechnung in die dekadische Basis.

Die Konversion des Absorptionsquerschnitts  $\varepsilon$  von einer ‚molaren‘ Angabe in der Einheit  $\ell \text{ mol}^{-1} \text{ cm}^{-1}$  in die SI-Einheit  $\text{m}^2$  erfolgt über die Avogadro-Konstante  $N_A$  (in  $\text{mol}^{-1}$ ) mit

$$[\varepsilon] = \frac{1}{N_A} \frac{\ell}{\text{mol} \cdot \text{cm}} \approx 1,66 \cdot 10^{-25} \text{ m}^2.$$

Auch für die Photochrom-Konzentration  $c_{\text{PhC}}$  werden in der Literatur unterschiedlichste Einheit verwendet. Für die vorliegende Arbeit wurde die Verwendung von SI-Basiseinheiten bevorzugt. Die Umrechnung der ‚molaren‘ Konzentration in alternative Einheiten (z. B. in der Einheit M) und SI-Basiseinheiten erfolgt durch

$$[c_{\text{PhC}}] = \text{M} = \frac{\text{mol}}{\ell} = 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3} = 10^3 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}.$$

## 5.2.4 Analytische Näherung zur Photokinetik

Aufgrund gegenseitige Abhängigkeit der photokinetischen Ratengleichung (5.20) und der exponentiellen Absorption über der AML (5.24) wird deutlich, dass die Photokinetik über der AML ohne Näherung lediglich numerisch beschrieben werden kann. Für ein grundsätzliches Verständnis des photokinetischen Prozesses werden im Folgenden analytische Näherungen angestrebt.

Für den Fall, dass die Eindringtiefen  $\alpha_{\lambda}^{-1}$  bei beiden Wellenlängen signifikant größer als die AML-Dicke  $D$  sind<sup>22</sup>, kann von näherungsweise konstanten Photonenflussdichten in der AML ausgegangen werden. Das Ergebnis der folgenden Herleitung wurde in verkürzter Form in [113] publiziert.

Für axialsymmetrische Verhältnisse kann an jedem Radius<sup>23</sup>  $r$  die Ratengleichung als inhomogene Differenzialgleichung 1. Ordnung aus (5.21) formuliert werden zu

$$\frac{d}{dt} c_{\mathbb{B}}(r, t) = \tau_{\text{kin}}^{-1}(r) [c_{\mathbb{B}, \text{stat}}(r) - c_{\mathbb{B}}(r, t)] \quad (5.28)$$

mit der photostationären Konzentration  $c_{\mathbb{B}, \text{stat}}$  als Schranke des (beschränkten) Wachstums. Die Lösung dieser lokalen Ratengleichung für die Anfangsbedingung, dass sich alle Photochrome im Grundzustand  $\mathbb{A}$  befinden ( $c_{\mathbb{B}}(r, t = 0) = 0$ ) ist ein beschränktes Wachstum der Form

$$c_{\mathbb{B}}(r, t) = c_{\mathbb{B}, \text{stat}}(r) \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{t}{\tau_{\text{kin}}(r)} \right] \right\} \quad (5.29)$$

mit der lokalen photokinetischen Zeitkonstante

$$\tau_{\text{kin}}^{-1}(r) = \phi_{\mathbb{A}}(r) (\sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_{\mathbb{A}}} + \sigma_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}^{\lambda_{\mathbb{A}}}) + \phi_{\mathbb{M}}(r) (\sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_{\mathbb{M}}} + \sigma_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}^{\lambda_{\mathbb{M}}}) + k_{\mathbb{B}}. \quad (5.30)$$

Es wird weiter angenommen, dass die parasitären photophysikalischen Parameter des Photochroms vernachlässigbar sind ( $k_{\mathbb{B}} \approx 0$  und  $\sigma_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}^{\lambda_{\mathbb{A}}} \ll \sigma_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}^{\lambda_{\mathbb{M}}}$  und  $\sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_{\mathbb{M}}} \ll \sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_{\mathbb{A}}}$ ).

<sup>22</sup>Dieser Fall ist für eine effektive Nutzung der Absorbanzmodulation nicht wünschenswert.

<sup>23</sup>Der Ortsvektor  $\mathbf{r}$  vereinfacht sich hier zum Radius  $r$  durch die Vernachlässigung der Abhängigkeit über der AML-Dicke ( $z$ ) und der Axialsymmetrie ( $\theta$ ).

Für eine strahlenoptische Betrachtung bei senkrechtem Einfall bei den Wellenlängen  $\lambda_a$  und  $\lambda_m$  mit einem Reflexionsgrad der Mesoerfläche  $R_{\text{mes}}(\lambda_a)$  bzw.  $R_{\text{mes}}(\lambda_m)$  ist die photokinetische Zeitkonstante (einer idealisierten AML)

$$\tau_{\text{kin}}^{-1}(r) \approx [1 + R_{\text{mes}}(\lambda_a)] \phi_{a,\text{in}}(r) \sigma_{\text{A} \rightarrow \text{B}}^{\lambda_a} + [1 + R_{\text{mes}}(\lambda_m)] \phi_{m,\text{in}}(r) \sigma_{\text{B} \rightarrow \text{A}}^{\lambda_m} \quad (5.31)$$

mit der jeweiligen Photonenflussdichte  $\phi_{a/m,\text{in}}(r)$  am Radius  $r$  in die AML. Die photokinetische Zeitkonstante  $\tau_{\text{kin}}$  ist somit stark abhängig von den Absolutwerten der Photonenflussdichten und damit von den einfallenden Intensitäten. So führt ein stärkerer Photonenfluss schneller zu einem Gleichgewichtszustand, der als photostationär bezeichnet wird.

Abhängig von der Applikation variieren die Intensitätsverteilungen und damit die Photonenflussdichten stark über den Ort. Beispielsweise die abfallende Intensität im Randbereich eines Gauß'schen Fokus ( $\text{TEM}_{00}$ ) führt dazu, dass die Zeit bis zum photostationären Gleichgewicht im Vergleich zum zentralen Intensitätsmaximum um Größenordnungen verlangsamt ist. Gleiches gilt für die ideale Nullintensität einer Ringmode, sodass an dieser Stelle die Zeitkonstante ein lokales Maximum besitzt.

### 5.2.5 Grenzflächenreflexion an der AML

Entscheidend für den photokinetischen Prozess ist der Photonenfluss, der in die AML eindringen. Dabei muss berücksichtigt werden, dass an der Grenzfläche zwischen dem Umgebungsmedium mit der charakteristischen Impedanz  $Z_{\text{amb}}$  und der AML<sup>24</sup> mit  $Z_{\text{AML}}$  eine Reflexion mit dem Reflexionsfaktor (für das elektrische Feld) [173]

$$\varrho_{\text{AML}} = \frac{Z_{\text{AML}} - Z_{\text{amb}}}{Z_{\text{AML}} + Z_{\text{amb}}} \quad (5.32)$$

bei senkrechtem Einfall auftritt. Die charakteristische Impedanz der AML ist

$$Z_{\text{AML}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left( n_{\text{AML}} - j \frac{\lambda}{4\pi} a_\lambda \right)^{-1} \quad (5.33)$$

mit der magnetischen Feldkonstante  $\mu_0$  und der elektrischen Feldkonstante  $\epsilon_0$  und dem Realteil  $n_{\text{AML}}$  des Brechungsindex [173]. Mit (5.32) gilt somit für den Reflexionsgrad (der Intensität) für eine vernachlässigbare Absorbanz des Umgebungsmediums

$$R_{\text{AML}}(\lambda) = |\varrho_{\text{AML}}|^2 = \left| \frac{n_{\text{amb}} - n_{\text{AML}} + j \frac{\lambda}{4\pi} a_\lambda}{n_{\text{amb}} + n_{\text{AML}} - j \frac{\lambda}{4\pi} a_\lambda} \right|^2. \quad (5.34)$$

Diese Gleichung nähert sich für geringe Absorbanz in der AML an die Fresnel-Formel [173] an. Wenn die Eindringtiefe  $a_\lambda^{-1}$  in der Größenordnung der Wellenlänge  $\lambda$  ist, muss der Einfluss des imaginären Anteils auf den Reflexionsgrad berücksichtigt werden. Der Einfluss des Schaltvorgangs auf den Realteil des Brechungsindex für typische BTE ist vernachlässigbar [86].

<sup>24</sup>Für die AML und das Umgebungsmedium werden nicht-magnetische Medien angenommen, die aufgrund des lokalen Absorptionskoeffizienten  $a_\lambda$  nahe der Grenzfläche verlustbehaftet sind.

Für den ideal absorbierenden Zustand<sup>25</sup> in einer AML mit BTE-I ist die Eindringtiefe<sup>26</sup>  $a_{\text{Am}}^{-1} = 73 \text{ nm}$ . Gemessen am Realteil des Brechungsindex von  $n_{\text{AML}} \approx 1,5$  resultiert aus der Absorption ein signifikanter Imaginärteil von 0,7. Somit wird durch die Absorbanzmodulation auch die Reflexion an der Grenzschicht von Luft zu AML von  $R_{\text{AML}} \approx 4\%$  im transparenten Zustand zu  $R_{\text{AML}} \approx 10,8\%$  im opaken Zustand verändert. Der Einfluss dieser Änderung der Reflexion kann vermutlich für die Anwendung der Absorbanzmodulation in Transmission vernachlässigt werden. Hierbei wird lediglich der eindringende Photonenfluss in die AML verringert. Für die Nutzung der Absorbanzmodulation in der Reflexions-Nanoskopie ist diese Reflexion dagegen kritisch, da sich das reflektierte Signal dem Messsignal überlagert.

Der Einsatz eines Immersionsmediums zwischen Mikroskop-Objektiv und AML verhilft zu einer Reduktion der Reflexionen der Grenzfläche durch die Anpassung des Realteils des Brechungsindex. Dadurch kann durchaus die Grenzflächen-Reflexion in den transparenten Bereichen eliminiert werden. Durch den unvermeidlichen Sprung des Imaginärteils des Brechungsindex in den opaken Randbereich sind weiterhin störende Rückreflexion von dieser Grenzfläche unvermeidlich.

Auch an der Grenzfläche der AML zur metallischen Messoberfläche muss die Absorbanzmodulation berücksichtigt werden, da der Reflexionsgrad an metallischen Oberflächen zumeist auf einen Sprung der Permeabilität<sup>27</sup> bzw. einer geringen Eindringtiefe über der Wellenlänge basiert. In opaken Bereichen der Nahfeldblende wird der Sprung der Eindringtiefen von AML zur metallischen Messoberfläche geringer, sodass der Reflexionsgrad der Messoberfläche abnimmt. Dieser Effekt wirkt sich wiederum positiv auf die Messung aus, da in opaken Bereich eine Resttransmission zu einem Hintergrundsignal führt, welches dem Messsignal überlagert ist<sup>28</sup>. Für Messoberflächen, deren Reflexionsgrad<sup>29</sup> hauptsächlich auf einen Sprung des Realteils des Brechungsindex beruht (z. B. Silizium) ist die Abnahme des Reflexionsgrads im opaken Zustand gering. Für eine vernachlässigbare Absorbanz im Transmissionskanal der Nahfeldblende ist die Veränderung des Reflexionsgrads  $R_{\text{mes}}$  durch die Beschichtung mit der AML vernachlässigbar.

---

<sup>25</sup> Alle Photochrome befinden sich im Zustand  $\mathbb{B}$ .

<sup>26</sup> Für eine Photochrom-Konzentration von  $c_{\text{tot}} = 2990 \text{ mol/m}^3$ .

<sup>27</sup> Imaginärteil des Brechungsindex.

<sup>28</sup> Siehe auch Abschnitt 5.3.4.

<sup>29</sup> Im sichtbaren Bereich.

## 5.3 Bewertungskriterien der AMI-Nanoskopie

### 5.3.1 Transmissionskontrast

Ein wichtiges Bewertungsgröße der Absorbanzmodulation ist der sogenannte Transmissionskontrast  $CT_m$  als maximales Verhältnis der Transmission der gesättigten Zustände  $\mathbb{A}$  zu  $\mathbb{B}$  bei der Messwellenlänge  $\lambda_m$ . Diese Größe beinhaltet somit sowohl Schichtdicke, Konzentration und photophysikalische Eigenschaften des Photochroms und wird für die Anwendung in Transmission in [152] aus (5.24) für eine homogene Absorbanz über die Schicht<sup>30</sup> hergeleitet mit

$$CT_m \approx \exp[2D(\varepsilon_B^{\lambda_m} - \varepsilon_A^{\lambda_m})c_{\text{tot}}]. \quad (5.35)$$

Aufgrund des doppelten Durchgangs<sup>31</sup> für die Anwendung in Reflexion wird eine doppelte Schichtdicke  $2D$  berücksichtigt.

Für den Stand der Technik ( $D = 410 \text{ nm}$ ;  $c_{\text{tot}} = 2990 \text{ mol/m}^3$ ; BTE-I) ergibt sich ein Transmissionskontrast  $CT_m \approx 75\,000$  (siehe photophysikalische Parameter in Tab. 5.1). Diese Beziehung in (5.35) zeigt, dass eine hohe Differenz zwischen den Absorptionsquerschnitten bei der Messwellenlänge vorteilhaft ist, was bei BTE-I der Fall ist.

Für die Laser-Doppler-Vibrometrie ist für eine Unterdrückung der Leistung eines benachbarten Messpunkts um etwa Faktor 1000 erforderlich [165], damit eine vernachlässigbare Abweichung der rekonstruierten Schwingungsamplitude auftritt. Um also Hochauflösung zu erzielen, wird als Kriterium zur Auswahl von Photochrom und weiteren Parametern ein erforderlicher Transmissionskontrast von  $CT_m = 1000$  festgelegt.

### 5.3.2 Dicke der Absorbanzmodulationsschicht

Als Kriterium für eine Dimensionierung der Schichtdicke kann die Schärfentiefe  $\Delta z_R$  der Fokuse bei den beiden Wellenlängen dienen, da in diesem axialen Bereich die Aufweitung der Strahlen bei Mess- und Aktivierungswellenlänge (durch die Divergenz) gering und damit vernachlässigbar ist. Die Schärfentiefe  $\Delta z_R$  berechnet sich aus der numerischen Apertur  $NA$  und der Wellenlänge mit [20] zu

$$D < \Delta z_R \approx 0,5 \frac{\lambda}{NA^2}. \quad (5.36)$$

Folglich ist die Schärfentiefe bei der Aktivierungswellenlänge  $\lambda_a$  kritischer. Für das Beispiel einer UV-Aktivierungswellenlänge  $\lambda_a = 325 \text{ nm}$  und einer numerischen Apertur  $NA = 0,9$  muss die AML dünner als  $200 \text{ nm}$  gewählt werden, damit die AML im Schärfentiefenbereich<sup>32</sup> durchdrungen wird.

Der erforderliche Transmissionskontrast von  $CT_m = 1000$  kann nach (5.35) mit einer BTE-I-Konzentration aus dem Stand der Wissenschaft ( $c_{\text{tot}} = 2990 \text{ mol/m}^3$ ) lediglich bis

<sup>30</sup> Für senkrechten Einfall der Photonenflüsse.

<sup>31</sup> Bei idealer Reflexion an der Messoberfläche.

<sup>32</sup> Durch den Brechungsindex der AML wird der Schärfentiefenbereich etwas vergrößert. Die Abschätzung mit der nominellen  $NA$  liefert somit eine zweckdienliche Unterschätzung der erforderlichen Schichtdicke.

zu Schichtdicken von etwa 250 nm erreicht werden, was die Darstellung im Diagramm in Abb. 5.5 zeigt. Unter der Annahme, dass die Konzentration gegenüber dem Stand der Technik noch auf  $c_{\text{tot}} \leq 6000 \text{ mol/m}^3$  erhöht werden kann, wird der erforderliche Transmissionskontrast mit einer minimalen Schichtdicke von  $D \geq 140 \text{ nm}$  erreicht. Die beispielhaften Abschätzungen für die Reflexions-Nanoskopie zeigen bereits, dass vermutlich ein Photochrom mit günstigeren photophysikalischen Parametern als BTE-I erforderlich ist, wenn Schichtdicken unter 200 nm gewählt werden müssen<sup>33</sup>.

Da aus der Literatur bisher kein besseres Photochrom als BTE-I identifiziert werden konnte, wird im Folgenden der (skalare) Optimierungsfaktor  $\gamma$  eines Ziel-Photochroms (PhC) als Produkt aus Absorptionsquerschnitten und der Konzentration in Bezug zu BTE-I definiert mit

$$c_{\text{tot}} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_{\text{A}}^{\lambda_{\text{a}}} \\ \varepsilon_{\text{B}}^{\lambda_{\text{a}}} \\ \varepsilon_{\text{A}}^{\lambda_{\text{m}}} \\ \varepsilon_{\text{B}}^{\lambda_{\text{m}}} \end{pmatrix}_{\text{PhC}} = \gamma \cdot 1000 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_{\text{A}}^{\lambda_{\text{a}}} \\ \varepsilon_{\text{B}}^{\lambda_{\text{a}}} \\ \varepsilon_{\text{A}}^{\lambda_{\text{m}}} \\ \varepsilon_{\text{B}}^{\lambda_{\text{m}}} \end{pmatrix}_{\text{BTE-I}} \quad (5.37)$$

Dabei wird eine Referenz-Konzentration von  $1000 \text{ mol/m}^3$  angenommen. Nach dieser Definition verändert der Optimierungsfaktor  $\gamma$  nicht die Übergangswahrscheinlichkeiten  $\eta_{\text{A} \rightarrow \text{B}}$  und  $\eta_{\text{B} \rightarrow \text{A}}$  des Ziel-Photochroms im Vergleich zu BTE-I. Mit dem Photochrom BTE-I bei einer Konzentration von  $c_{\text{tot}} = 2990 \text{ mol/m}^3$  wird nach (5.37)

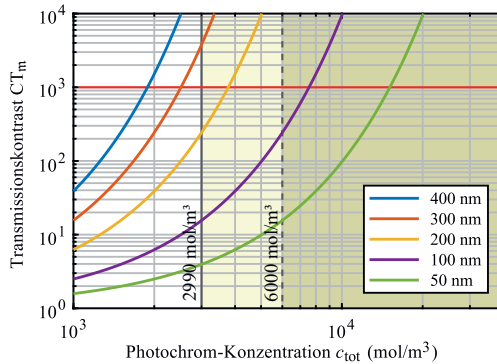


Abb. 5.5: Transmissionskontrast  $CT_m$  von BTE-I in Abhängigkeit von der Photochrom-Konzentration  $c_{\text{tot}}$  für verschiedene AML-Dicken für einen Transmissionskontrast von  $CT_m = 1000$  (rot), sowie der realisierbaren Konzentration von  $2990 \text{ mol/m}^3$  aus dem Stand der Wissenschaft (siehe Abschnitt 2.2.1). Nach Abschnitt 2.2.1 sind Konzentrationen mit BTE-I bis maximal  $6000 \text{ mol/m}^3$  zwar publiziert, scheinen aber schwer realisierbar. Diese Bereiche sind hinterlegt.

<sup>33</sup> Aufgrund der Schärfentiefe nach (5.36).

ein Optimierungsfaktor von  $\gamma = 2,99$  erreicht. Um einen Optimierungsfaktor  $\gamma = 9$  mit einem Ziel-Photochrom zu erreichen, bei dem nach (2.1) eine maximale Konzentration von  $c_{\text{tot}} = 3000 \text{ mol/m}^3$  realisierbar ist, wäre somit eine Erhöhung der Absorptionsquerschnitte des Ziel-Photochroms um einen Faktor 3 notwendig.

Mit der Definition (5.35) des Transmissionskontrasts  $\text{CT}_m$  und (5.37) gilt für das Produkt aus AML-Dicke  $D$  und Optimierungsfaktor  $\gamma$  eines Ziel-Photochroms

$$\gamma \cdot D \approx \frac{\ln(\text{CT}_m)}{2 \cdot 1000 \text{ mol/m}^3 \cdot N_A \cdot (\varepsilon_{\text{B,BTE-I}}^{\lambda_m} - \varepsilon_{\text{A,BTE-I}}^{\lambda_m})} \quad (5.38)$$

mit der Avogadro-Konstante  $N_A$ . Nach der Schätzung aus (5.38) muss für einen Transmissionskontrast von mindestens  $\text{CT}_m \approx 1000$  somit das Produkt aus Schichtdicke und Optimierungsfaktor  $\gamma \cdot D \geq 0,76 \mu\text{m}$  betragen. Für eine Dicke der AML von  $D \leq 200 \text{ nm}$ , die kleiner als die Schärfentiefen der fokussierten Strahlen ist, muss also ein Optimierungsfaktor  $\gamma \geq 3,8$  durch das Ziel-Photochrom erreicht werden, um den erforderlichen Transmissionskontrast zu erzielen.

### 5.3.3 Reflexionskontrast durch AMI

Neben der Ortsauflösung ist für die Messtechnik die Auflösung der Messgröße entscheidend. Für den Fall der Reflexions-Nanoskopie ist die Messgröße der lokale Reflexionsgrad  $R_{\text{mes}}(\mathbf{r})$  des Messobjekts (bei der Messwellenlänge). In der Mikroskopie und Bildverarbeitung wird die Auflösung oft mit dem Bildkontrast quantifiziert<sup>34</sup>, die sich jedoch zumeist auf ein quantisiertes Bild bezieht und somit hier keine sinnvolle Anwendung findet. Im Folgenden wird eine messtechnische Betrachtung des auflösbaren Reflexionsgrades der Messoberfläche angestrebt.

Bei einem konfokalen Reflexionsmikroskop entsteht für jeden (Raster-)Messpunkt proportional zur empfangenen optischen Leistung  $P_m$  ein Photostrom  $i$  am Photodetektor. Der (lineare) Dynamikbereich des Photodetektors bestimmt maßgeblich, in welcher Größenordnung optische Leistungen und damit Reflexionsgrade gemessen werden können. Dem gegenüber steht das Rauschen des Messprozesses, dessen Ursache im Detektionsprozess oder der Nachverarbeitung (Verstärken und Quantisieren) liegen kann. Für einen ideal linearen Messbereich eines Photodetektors ist somit das Signal-Rausch-Verhältnis

$$\text{SNR}_{\text{AMI}} = \left[ \frac{\langle i(R_{\text{mes}}) - i(R_{\text{mes}} = 0) \rangle_t}{\sigma_i} \right]^2 \quad (5.39)$$

mit der Standardabweichung  $\sigma_i$  des gemittelten Photostroms  $\bar{i}$ . Der Photostrom-Offset  $i(R_{\text{mes}} = 0)$  bei verschwindendem Reflexionsgrad der Messoberfläche wird durch die reflektierte Leistung  $P_{m,\text{str}} = R_{\text{AML}} \cdot P_{m,\text{in}}$  an der Grenzfläche (Umgebungsmedium zur AML) erzeugt. Diese ist für eine ebene oder auch glatte AML-Oberfläche näherungsweise konstant. Dies gilt insbesondere, wenn die AML eine hohe Absorbanz aufweist und somit die Absorbanzverteilung in der AML hauptsächlich durch die einfallende

<sup>34</sup>Die Bildverarbeitung definiert alleinig die örtliche Diskretisierung eines Kamerachips oder Bildes mit dem Begriff der Bildauflösung.

Strahlung dominiert wird. Wird eine Rasteraufnahme mit gleicher Auflösungssteigerung vorgenommen, ist dieser Offset  $i(R_{\text{mes}} = 0)$  näherungsweise<sup>35</sup> konstant und kann kompensiert werden.

Für die Dimensionierung der Absorbanzmodulation ist es essenziell, dass die Signalleistung die Detektor-Rauschleistung übersteigen. Dieser Fall von Rauschäquivalenz wird als Detektionsgrenze des AMI-Nanoskops definiert ( $\text{SNR}_{\text{AMI}} = 1$ ) und im Folgenden die minimale Transmission der AML hergeleitet. Die detektierte (optische) Signalleistung  $P_{\text{m}}$  trägt die Information des hochaufgelösten, lokalen Reflexionsgrads der Messoberfläche und ist um die systematische Grenzflächenreflexion mit der Leistung  $P_{\text{m, str}}$  kompensiert. Durch die starke Grenzflächenreflexion sei das Rauschen des Messprozesses durch das Schrotrauschen des Punktdetektors, hier beispielhaft eines Photomultipliers (PMT), dominiert. Das Messsignal wird innerhalb einer Messzeit  $t_{\text{mes}}$  gemittelt<sup>36</sup>, um das Rauschen zu reduzieren. Somit ist das Signal-Rausch-Verhältnis des AMI-Nanoskops (mit Schrotrauschen nach (4.3))

$$\text{SNR}_{\text{AMI}} = \frac{K_{\text{PMT}}^2 \mathcal{S}^2 P_{\text{m}}^2}{2e\xi K_{\text{PMT}}^2 \mathcal{S} (P_{\text{m}} + P_{\text{m, str}}) t_{\text{mes}}^{-1}}. \quad (5.40)$$

Die Empfindlichkeit des Messprozesses setzt sich dabei aus der Verstärkung  $K_{\text{PMT}}$  und der Sensitivität  $\mathcal{S}$  des Photodetektors zusammen. Durch den Verstärkungsprozess entsteht ein Zusatzrausch-Faktor<sup>37</sup>  $\xi$ . Mit der AML-Transmissionsgrad  $T_{\text{AML}}$  und der Grenzflächen-Reflexionsgrad  $R_{\text{AML}}$  ergibt sich somit

$$\text{SNR}_{\text{AMI}} = \frac{\mathcal{S} t_{\text{mes}}}{2e\xi} \frac{T_{\text{AML}}^2 R_{\text{mes}}^2}{T_{\text{AML}} R_{\text{mes}} + R_{\text{AML}}}. \quad (5.41)$$

Als Detektionsgrenze wird die Rauschäquivalenz ( $\text{SNR}_{\text{AMI}} = 1$ ) bei idealer Reflexionsgrad der Messoberfläche ( $R_{\text{mes}} = 1$ ) angenommen, sodass mit  $T_{\text{AML}} \ll R_{\text{AML}}$  für die rauschäquivalente Transmission gilt

$$T_{\text{AML, ne}} \approx \sqrt{R_{\text{AML}}} \frac{2e\xi}{\mathcal{S} t_{\text{mes}}}. \quad (5.42)$$

Für das Beispiel eines Photomultipliers mit einer minimalen Quanteneffizienz von 20% bei der Messwellenlänge 633 nm ergibt sich eine Empfindlichkeit von  $\mathcal{S} \approx 0,1 \text{ A/W}$ . Der Faktor des Zusatzrauschens sei  $\xi = 1,2$ . Wird eine störender Grenzflächen-Reflexionsgrad von  $R_{\text{AML}} \approx 10\%$  bei einer Messzeit von 1 ms erreicht, so ergibt sich mit (5.42) für die Detektionsgrenze  $T_{\text{AML, ne}} \approx 2 \cdot 10^{-8}$ . Wird eine Dynamik bis  $\text{SNR}_{\text{AMI}} > 90 \text{ dB}$  für die Messung mit dem AMI-Nanoskop gefordert, muss der AML-Transmissionsgrad mindestens  $T_{\text{AML}}(R_{\text{mes}} = 1) > 10^{4,5} \cdot T_{\text{AML, ne}} \approx 6 \cdot 10^{-4}$  bei idealem Reflexionsgrad der Messoberfläche betragen.

---

<sup>35</sup>Falls eine leichte Welligkeit der Oberfläche existiert, ist die Grenzflächenreflexion zwischen benachbarten korreliert und es kann durch eine geeignete Funktion beschrieben und kompensiert werden.

<sup>36</sup>Es wird von einem additiven, ergodischen Gauß'schen Rauschen des Messprozesses ausgegangen.

<sup>37</sup>Engl. „Excess Noise“.



### 5.3.4 Verhältnis von Signal zu Störung

Ein weiteres wichtiges Gütekriterium der Bildgebung mittels Absorbanzmodulation ist die Unterdrückung der Leistung (am Photodetektor) aus zu unterdrückenden Bildbereichen aufgrund der Resttransmission der erzeugten Nahfeldblende in der AML. Diese Restleistung ist stark abhängig vom Reflexionsgrad der benachbarten Bildpunkte und kann somit nur mit erhöhtem Aufwand als systematischer Effekt kompensiert werden.

Daher wird die Resttransmission für AMI als Störhintergrund betrachtet. Das Signal-Störhintergrund-Verhältnis<sup>38</sup> SBR wird hier definiert als das Verhältnis der (optischen) Leistung innerhalb des Radius  $r_{13,5\%}$  zur (optischen) Störleistung außerhalb dieses Radius  $r_{13,5\%}$ , an dem die Intensität auf  $\exp -2$  des Maximalwerts abgefallen ist, mit

$$\text{SBR} = \frac{\int_0^{r_{13,5\%}} 2\pi r I_{\text{m,det}}(r) dr}{\int_{r_{13,5\%}}^{\infty} 2\pi r I_{\text{m,det}}(r) dr}. \quad (5.43)$$

$I_{\text{m,det}}$  ist dabei die Intensitätsverteilung<sup>39</sup> (Punktbild) nach der Transmission durch die AML. Für diese Gleichung wird eine axialsymmetrische Auflösungssteigerung bzw. Nahfeldblende angenommen. Für eine ideale TEM<sub>00</sub>-Verteilung ergibt das Signal-Störhintergrund-Verhältnis  $\text{SBR} = \exp(2) - 1 \approx 6,4$ . Die Bewertungsgröße SBR bewertet gleichsam die Wölbung (Kurtosis) des transmittierten Punktbilds, was als Verhältnis der zentralen zu den Randbereichen gewertet werden kann. Es ist aus STED bekannt [148], dass die resultierende PSF gut durch eine Lorentz-Funktion beschrieben werden kann. Eine Lorentz-Funktion weist dominanter Randbereiche auf, sodass es zu erwarten ist, dass das SBR mit kleinerer Ortsauflösung tendenziell degradiert.

Als Grenzwert für eine kontrastreiche Abbildung wurde für die vorliegende Arbeit ein  $\text{SBR} > 2$  festgelegt<sup>40</sup>. Dies bedeutet, dass die Leistung innerhalb des Radius  $r_{13,5\%}$  doppelt so groß sein muss wie die Leistung außerhalb. Als Gedankenbeispiel dient eine Defektstelle mit geringem lokalen Reflexionsgrad mit dem Radius  $r_{13,5\%}$  auf einer sonst ideal reflektierenden Oberfläche. Für die Forderung  $\text{SBR} > 2$  bricht die gemessene Leistung<sup>41</sup> bei AMI direkt über der Defektstelle um den Faktor 3 ein, was den erreichbaren Kontrast der Bildgebung deutlich einschränkt. Der gewählte Grenzwert  $\text{SBR} > 2$  basiert jedoch auf einer Worst-Case-Betrachtung. Ein Gegenbeispiel, dass ein geringeres SBR auch zur Bildgebung ausreicht, ist eine ideal reflektierende Stelle mit dem Radius  $r_{13,5\%}$  auf einem nicht-reflektierendem Trägermaterial. Hierbei wird die Leistung des Hintergrunds von der Absorbanz der Schicht bestimmt und wird durch den Transmissionskontrast  $\text{CT}_m$  quantifiziert (siehe Abschnitt 5.3.1).

<sup>38</sup> Engl. ‚Signal-to-Background Ratio‘.

<sup>39</sup> Bei einer Konfokalisierung beinhaltet die Intensitätsverteilung  $I_{\text{m,det}}$  zudem die Multiplikation mit dem Empfangs-Punktbild des Nanoskops.

<sup>40</sup> Eine geringe systematische Abweichung für ein LDV nach [165] angesichts von Mehrstrahlinterferenz erfordert vermutlich ein höheres SBR (siehe auch Abschnitt 6.6.1).

<sup>41</sup> Ohne Berücksichtigung der Störreflexion an der AML-Oberfläche.

# 6 Simulation eines Reflexions-Nanoskops mittels Absorbanzmodulation

Auf Basis der Grundlagen und Bewertungskriterien aus Kapitel 5 wird ein Simulationsmodell eines Reflexions-Nanoskops mittels Absorbanzmodulation für eine zweidimensionale Steigerung der Ortsauflösung zusammengestellt. Dieses beinhaltet die Photokinetik des Modell-Photochroms BTE-I, die Absorption nach Lambert-Beer mit strahlenoptischer Ausbreitung und die Grenzflächen-Reflexion nach Fresnel. Die Eigenschaften der mikroskopischen Bildgebung werden anhand der beugungsbegrenzten Intensitätsverteilungen berücksichtigt, deren zweckdienliche Näherungen als Laguerre-Gauß-Moden im Anhang A.1 gezeigt werden.

Die Zwischenergebnisse aus der strahlenoptischen Simulation dienen der vereinfachten Darstellung der Zusammenhänge anhand der Bewertungskriterien aus Abschnitt 5.3. Insbesondere die Steigerung der Ortsauflösung wird in Bezug zu wichtigen Systemgrößen gebracht. Die gewonnenen Erkenntnisse wurden in [107] veröffentlicht.

Mit der wellenoptischen Erweiterung können die Beugungseffekte beschrieben, die eine umfassendere Bewertung über das Potenzial der gewählten Parametersätze liefern. Dabei wird das Potenzial anhand des Photochroms BTE-I mit einer Konzentration und Schichtdicke nach dem Stand der Wissenschaft bewertet und notwendige Optimierungen identifiziert. Diese Studie erfolgte in enger Zusammenarbeit mit dem Institut für Nanophotonik Göttingen. Die Ergebnisse dieser gemeinsamen Studie wurden in [113] publiziert.

Das Kapitel schließt mit einer Diskussion der besonderen Anforderungen der Laser-Doppler-Vibrometrie vor allem im Hinblick auf die Rückwirkung.

## 6.1 Implementierung des Simulationsmodells

Das Simulationsmodell für wurde in MATLAB implementiert und alle relevanten Parameter der Modellierung sind in Abb. 6.1 dargestellt. Durch die Nutzung der Axialsymmetrie des Nanoskop-Optik und damit der Punktbilder bei beiden Wellenlängen wird für die Simulation ein Zylinderkoordinatensystem gewählt. Dabei sind die Absorbanzverteilungen und Photonenflussdichten innerhalb der AML lediglich von der radialen Koordinate  $r$  und der Tiefe  $z$  abhängig. Aufgrund der Symmetrie kann der Rechenaufwand und auch die Speicherauslastung deutlich reduziert werden. Das Volumen der AML wird für die numerische Berechnung in finite Elemente in Form von Zylindersegmenten mit

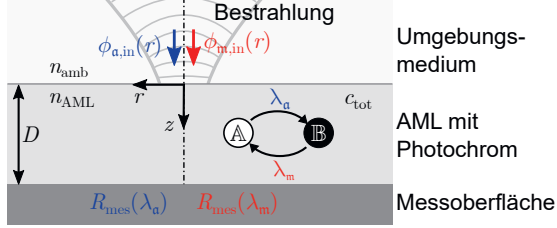


Abb. 6.1: Schema des AMI-Simulationsmodells mit den Parametern. Die verwendeten Werte der photophysikalischen Parameter sind in Tab. 5.1 zu finden.

dem Volumenelement  $\Delta V = (r \Delta r \Delta \theta \Delta z)$  diskretisiert. Innerhalb des finiten Elements wird von konstanten Absorptionskoeffizienten und Photonenflüssen ausgegangen.

Durch den senkrechten Einfall auf die AML-Oberfläche und einem strahlenoptischen Ansatz erfolgt die Ausbreitung der Strahlung innerhalb der AML streng in  $z$ -Richtung<sup>1</sup>. Dadurch ist die Berechnung für jeden Stapel von finiten Elementen entlang der  $z$ -Achse unabhängig von den benachbarten Stapeln. Zudem wird angenommen, dass sich das Licht unendlich schnell ausbreitet<sup>2</sup>. Dadurch bleibt die Absorbanzverteilung für einen finiten Zeitschritt  $\Delta t$  näherungsweise konstant, wenn dieser kleiner als die lokale photokinetischen Zeitkonstante  $\tau_{\text{kin}}$  gewählt wird. Daher wird im Simulationsmodell die Zeitaufösung  $\Delta t$  als Bruchteil der geschätzten photokinetischen Zeitkonstante  $\tau_{\text{kin}}$  nach (5.31) gewählt.

Das Struktogramm des Simulationsmodells ist in Abb. 6.2 dargestellt. Darin erfolgt die Iteration von drei Schleifen. Die äußerste Schleife iteriert über den Radius  $r_k$ , die untergeordnete Schleife iteriert zuerst die Zeitschritte  $t_i$  über der Schleife der Tiefendiskretisierung  $z_j$ . Am Beginn der Simulation werden dabei der Bereich und die Diskretisierung von radialer Koordinate  $\Delta r$  und Tiefenkoordinate  $\Delta z$  vorgegeben. Die wichtige Modifikation am Code der vorliegenden Arbeit im Vergleich zu den veröffentlichten Modellen von Pariani [152] und Tsai [200] ist, dass die Verschachtelung der Schleifen über Zeit und Tiefe vertauscht sind. Diese Modifikation ist jedoch entscheidend, wenn eine Reflexion und damit ein doppelter Durchgang des Photonenflusses durch die AML berücksichtigt werden soll.

Die Verteilung des Photonenflusses bei beiden Wellenlängen vor dem Eintritt in die AML wird anhand der beugungsbegrenzten Punktbilder im Fokus eines Konfokalmikroskops modelliert. Die beugungsbegrenzte Intensitätsverteilung des Messpunktbilds wird durch einen TEM<sub>00</sub>-Mode mit Tailenradius  $w_m$  angenähert (siehe Anhang A.1). Die Näherung des beugungsbegrenzten, ringförmigen Aktivierungs-Punktbilds erfolgt durch eine TEM<sub>01\*</sub>-Mode mit dem Strahlradius  $w_a$ . Die Umrechnung in die Photonenflussdichten erfolgt mit der jeweiligen Wellenlänge anhand (5.26). Für eine Vereinfachung der Simulation wird beim Eintritt in die AML nur die Fresnel-Reflexion mit den Realteil des Brechungsindex berücksichtigt (siehe Abschnitt 5.2.5). Es erfolgt keine dynamische

<sup>1</sup> An dieser Stelle unter Vernachlässigung von Beugung und Streuung (auch an der Messoberfläche).

<sup>2</sup> Gemessen an den Zeitkonstanten der Photokinetik.

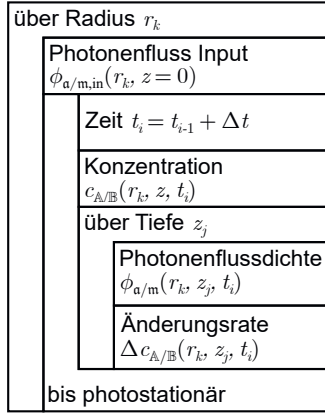


Abb. 6.2: Vereinfachtes Struktogramm des Simulationsmodells (Indices  $i, j, k \in \mathbb{N}$ ).

Anpassung des Reflexionsgrads aufgrund der Dynamik der Absorption (Imaginärteil des Brechungsindex) nahe der Oberfläche.

Unter Annahme einer strahlenoptischen Ausbreitung in  $z$ -Richtung und der Isotropie der Photokinetik setzt sich der Betrag der Photonенflussdichte  $|\phi|$  bei der jeweiligen Wellenlänge aus der Photonенflussdichte  $\vec{\phi}$  in positiver  $z$ -Richtung und der Photonенflussdichte  $\overleftarrow{\phi}$  in negativer  $z$ -Richtung) zusammen. Somit kann das Lambert-Beer'sche Gesetz aus (5.24) folgendermaßen vereinfacht werden

$$\begin{aligned}
 \phi_m(r, z, t) &= \left| \vec{\phi}_m(r, z, t) \right| + \left| \overleftarrow{\phi}_m(r, z, t) \right| \\
 &= \phi_{m,in}(r) \exp \left[ - \int_0^z a_{\lambda m}(r, \zeta, t) d\zeta \right] \\
 &\quad + \phi_{m,in}(r) R_{mes}(r) \exp \left[ - \int_0^D a_{\lambda m}(r, \zeta, t) d\zeta - \int_z^D a_{\lambda m}(r, \zeta, t) d\zeta \right] \quad (6.1)
 \end{aligned}$$

mit dem (lokalen) Reflexionsgrad  $R_{mes}(r)$  der Messoberfläche für die Messwellenlänge  $\lambda_m$ . Eine entsprechende Gleichung gilt für die Aktivierungswellenlänge  $\lambda_a$ .

### 6.1.1 Photostationarität und Abbruchkriterium

Das Simulationsmodell beschränkt sich auf eine zeitkonstante Bestrahlung bei beiden Wellenlängen. Durch die Ordnung der Ratengleichung resultiert ein monotoner Zeitverlauf der Konzentrationen (siehe (5.29)), welcher sich asymptotisch dem photostationären Gleichgewicht annähert. In diesem dynamischen Gleichgewichtszustand gehen zwar die Konzentrationsänderungen gegen Null, das Photochrom vollzieht jedoch weiterhin

Schaltzyklen, was in Anhang A.2 erörtert wird. Alle Photochrome seien dabei in einer AML homogen verteilt.

Das Erreichen des photostationären Gleichgewichts wird anhand der momentanen Änderungsrate der Photochrom-Konzentrationen geschätzt. Die Grundlage dafür ist, dass für eine beliebige Randbedingung der Ratengleichung (5.28) mit der Lösung (5.29) für die Änderungsrate

$$\frac{|dc_{\mathbb{B}}(t)|}{dt} = \frac{1}{\tau_{\text{kin}}} |c_{\mathbb{B},\text{stat}} - c_{\mathbb{B}}(t=0)| \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{kin}}}\right) \quad (6.2)$$

gilt. Somit folgt näherungsweise<sup>3</sup> aus (6.2) für die momentane relative Konzentrationsänderung des Zustands  $\mathbb{B}$

$$\frac{|\Delta c_{\mathbb{B}}(t)|}{c_{\mathbb{B}}(t)} \approx \frac{\Delta t}{\tau_{\text{kin}}} \left[ \exp\left(\frac{t}{\tau_{\text{kin}}}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (6.3)$$

Diese Beziehung der momentanen relativen Konzentrationsänderung ist ein robuster Indikator für das Erreichen eines photostationären Gleichgewichts und daher als (lokales) Abbruchkriterium der Berechnung verwendet. In dieses Abbruchkriterium geht direkt die gewählten Zeitdiskretisierung  $\Delta t/\tau_{\text{kin}}$  ein, sodass eine Variation der Zeitdiskretisierung über den Radius nicht die Genauigkeit der Simulation beeinträchtigt.

Als weiterer Parameter geht das Verhältnis  $t/\tau_{\text{kin}}$  aus Zeit  $t$  (seit Start der Bestrahlung) und photokinetischer Zeitkonstante  $\tau_{\text{kin}}$  ein. Für ein (angenähertes) beschränktes Wachstum ist der Restfehler zum asymptotischen Endwert für Vielfache der Zeitkonstante in Tab. 6.1 tabelliert. Auf Basis der tabellierten Eigenschaft des beschränkten Wachstums wird eine photostationäre Zeitdauer  $T_{\text{stat}}$  (bis zum jeweiligen Abbruchkriterium) als Vielfaches der photokinetischen Zeitkonstante abgeschätzt. Beispielsweise wird die Simulation bei unterschreiten einer relativen Konzentrationsänderung von  $< 28$  ppm (nach (6.3)) abgebrochen, wenn eine Zeitauflösung von  $\Delta t/\tau_{\text{kin}} = 1/12$  sowie eine photostationäre Zeitdauer von  $\geq 8 \tau_{\text{kin}}$  festgelegt wird. Dadurch werden mindestens  $T_{\text{stat}}/\Delta t \geq 8 \cdot 12 = 96$  Zeitschritte berechnet.

In der Simulation wird dieses Abbruchkriterium für das finite Element (jedes Stapels) direkt auf der Messoberfläche überprüft, da hier die Intensitäten am geringsten sind und dadurch die Photokinetik mit maximaler photokinetischer Zeitkonstante abläuft. Durch die Näherung der Zeitkonstanten  $\tau_{\text{kin}}$  anhand (5.31) wird die Zeitkonstante vor

Tab. 6.1: Restabweichung von asymptotischen Endwert für ein beschränktes Wachstum in Abhängigkeit von Vielfachen der Zeitkonstante  $\tau_{\text{kin}}$ .

$t$	$2 \tau_{\text{kin}}$	$4 \tau_{\text{kin}}$	$8 \tau_{\text{kin}}$	$10 \tau_{\text{kin}}$	$12 \tau_{\text{kin}}$
$\frac{ c_{\mathbb{B}}(t) - c_{\mathbb{B},\text{stat}} }{c_{\mathbb{B}}(t=0) - c_{\mathbb{B},\text{stat}}}$	0,135	$1,83 \cdot 10^{-2}$	$3,35 \cdot 10^{-4}$	$4,54 \cdot 10^{-5}$	$6,14 \cdot 10^{-6}$

<sup>3</sup> Für finite Differenzen.

allem der unteren Schichten systematisch unterschätzt. Da die Zeitdiskretisierung  $\Delta t$  als Bruchteil der geschätzten photokinetischen Zeitkonstante  $\tau_{\text{kin}}$  gewählt wird, erfolgt die Berechnung in diesen Schichten mit langsamerer Konvergenz, aber weiterhin mit ausreichender Zeitauflösung.

Bei den Simulationsmodellen von Tsai [200] und Pariani [152] wird die Zeitdiskretisierung  $\Delta t$  nicht ressourceneffizient an die lokale photokinetische Zeitkonstante  $\tau_{\text{kin}}(r)$  angepasst. Durch die andere Codestruktur würde diese Anpassung zudem nicht zu einer vergleichbaren Effizienzsteigerung führen.

### 6.1.2 Nachverarbeitung der Simulationsdaten

Für die Berechnung der resultierenden Transmission der AML im photostationären Gleichgewicht wird die Reflexion aufgrund des Absorptionskoeffizienten der obersten Schicht berücksichtigt (mit (5.34)). Eine Konfokalisierung wurde bei der Simulation durch die Multiplikation des transmittierten Punktbilds bei der Messwellenlänge mit dem Empfangs-Messpunktbild (auf der AML-Oberfläche) vorgenommen [210]. Das Empfangs-Messpunktbild kann von eingestrahltten Messpunktbild verschieden sein. Für die Ermittlung der transmittierten Gesamtleistung wird die transmittierte Intensitätsverteilung mit Hilfe der Trapezregel integriert. Für die Auswertung der Halbwertsbreiten der einfallenden Intensitätsverteilung und der simulierten transmittierten Intensitätsverteilung werden die Simulationsdaten linear interpoliert.

## 6.2 Erkenntnisse aus strahlenoptischer Simulation

Mit dem aufgestellten Simulationsmodell wurde eine Parameterstudie durchgeführt, um die vereinfachten Zusammenhänge der Photokinetik und Absorption bei strahlenoptischer Ausbreitung zu analysieren. Da die Schichtdicke des Stands der Wissenschaft nach [7] mit  $D = 410 \text{ nm}$  angesichts der Schärfentiepen-Forderung in (5.36) kritisch ist, wurde untersucht, wie sich die Auflösungssteigerung bei geringeren Schichtdicken  $D < 400 \text{ nm}$  verhält. Damit eine vergleichbare und ausreichende Absorbanz erzielt wird, wurde ein minimaler Transmissionskontrast  $CT_m \approx 1000$  angesetzt (siehe Abschnitt 5.3.1). Nach der Abschätzung (5.38) ist das erforderliche Produkt  $\gamma D \approx 0,76 \mu\text{m}$  aus Optimierungsfaktor  $\gamma$  (Definition nach (5.37)) und Schichtdicke  $D$ , was in Abb. 6.3 skizziert ist. Somit wurde die Simulation für die AML-Parameter-Paare in Tab. 6.2 vorgenommen. Für eine maximale Photochrom-Konzentration von  $c_{\text{tot}} = 3000 \text{ mol/m}^3$  bedeutet ein Optimierungsfaktor von  $\gamma = 7,3$ , dass für die Simulation ein Ziel-Photochrom angenommen wird, dessen Absorptionsquerschnitte (nach 5.37) um den Faktor 2,4

Tab. 6.2: Gewählte Parameter-Paare der AML-Dicke und des Optimierungsfaktors  $\gamma$ .

AML-Dicke $D$ (nm)	100	200	300
Optimierungsfaktor $\gamma$	7,3	3,8	2,5

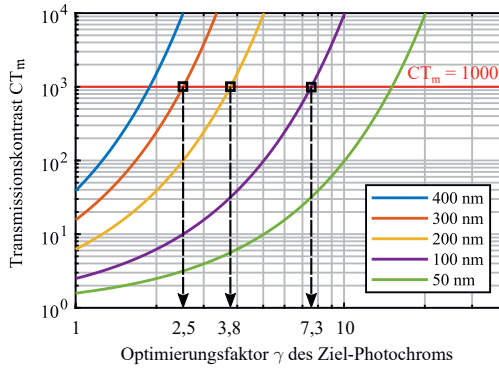


Abb. 6.3: Auswahl der Parameter-Paare (Quadrate) aus Schichtdicke  $D$  und Optimierungsfaktor  $\gamma$  eines Ziel-Photochroms gegenüber BTE-I (in Tab. 6.2) aufgrund der Forderung eines Transmissionskontrasts von mindestens  $CT_m = 1000$ .

größer sind als bei BTE-I. Als entscheidende Größe wurde das Leistungsverhältnis  $PR = P_{a,in}/P_{m,in}$  von Aktivierungsleistung  $P_{a,in}$  zu Messlaserleistung  $P_{m,in}$  variiert.

Für die Intensitätsverteilungen auf der AML wurden die genäherten Punktbilder für den Mess- und Aktivierungsstrahl (nach Anhang A.1.2) verwendet. Dabei wurden die Strahltaillen beider Punktbilder gleich dimensioniert, sodass bei einer gewählten numerischen Apertur  $NA = 0,6$  ein Strahldurchmesser von  $0,93 \mu m$  resultierte.

### 6.2.1 Absorbanzverteilung und resultierendes AMI-Punktbild

In Abb. 6.4 ist die photostationäre Verteilung des Absorptionskoeffizienten  $a_{\lambda m}$  (Definition nach (5.25)) für einen beispielhaften Fall gezeigt. Ähnlich wie bei der AMI-Nanoskopie in Transmission ergibt sich über die AML die Nahfeldblende mit einem Transmissionskanal für eine Wellenlänge [58, 152, 200], der die Randbereiche des einfallenden Punktbilds absorbiert, sodass das transmittierte Punktbild eingeschnürt wird.

Die Aufweitung des Transmissionskanals über der Tiefe  $z$  (hier ohne Berücksichtigung der Beugung) begründet sich in den photophysikalischen Parametern des BTE-I. Der Photonenfluss bei der Aktivierungswellenlänge  $\lambda_a$  wird durch die signifikante, parasitäre Absorption<sup>4</sup> im photochromen Zustand A stärker über die Tiefe abgeschwächt als bei der Messwellenlänge  $\lambda_m$ . Somit nimmt das wirksame Verhältnis der Photonenflussdichten über der Tiefe ab, was die Aufweitung des Kanals bewirkt. Ein hoher Reflexionsgrad der Messoberfläche trägt zu einer weiteren Aufweitung bei.

Die photostationäre Verteilung des Absorptionskoeffizienten resultiert in der lokalen Absorbanz, welche die Steigerung der Ortsauflösung durch die Absorption der

<sup>4</sup>  $\varepsilon_{\text{B}}^{\lambda a}$  in Tab. 5.1.

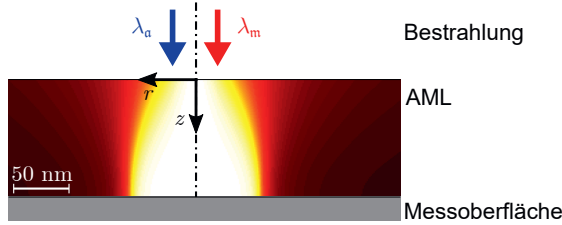


Abb. 6.4: Simulation der photostationären Verteilung des Absorptionskoeffizienten  $a_{\lambda_m}(r, z, t \rightarrow \infty)$  für die Messwellenlänge  $\lambda_m$  innerhalb der AML auf einer ideal reflektierenden Messoberfläche. Weiße Bereiche sind transparent für die Messwellenlänge. Die minimale Eindringtiefe (schwarz) beträgt  $a_{\lambda_m}^{-1} \approx 60$  nm (Leistungsverhältnis  $PR = 0,1$ ; AML-Dicke  $D = 200$  nm;  $\gamma = 3,8$ ;  $NA = 0,6$ ;  $w_a = w_m$ ).

Randbereich des eingestrahlten Punktbilds bestimmt. Die eingestrahlten und resultierenden Punktbilder bei variierenden Leistungsverhältnissen  $PR = P_{a,in}/P_{m,in}$  sind in Abb. 6.5a–d für eine Schichtdicke  $D = 200$  nm und eines Optimierungsfaktors  $\gamma = 3,8$  dargestellt. Für ein kleines PR (Abb. 6.5a) wird nur eine geringfügige Steigerung der Ortsauflösung erreicht. Die Änderung des AMI-Punktbilds (rot) basiert hauptsächlich auf den Transmissionsverlusten<sup>5</sup> in der AML. Mit steigender Aktivierungsleistung bzw. höheren Leistungsverhältnissen steigt auch die Ortsauflösung (Abb. 6.5b–d).

## 6.2.2 Steigerung der Ortsauflösung

Der Faktor  $\kappa$  der Ortsauflösungssteigerung wird definiert als das Verhältnis der Halbwertsbreite  $\Delta x_{AMI}$  des resultierenden Punktbilds durch AMI in Bezug zur Halbwertsbreite  $\Delta x$  des beugungsbegrenzten Punktbilds mit

$$\kappa = \frac{\Delta x_{AMI}}{\Delta x}. \quad (6.4)$$

Nach dieser Definition nimmt der Faktor  $\kappa = 1$  bei der Abbe'schen Beugungsgrenze<sup>6</sup> an. Eine Steigerung der Ortsauflösung ist gleichbedeutend mit einer Verringerung der Halbwertsbreite  $\Delta x_{AMI}$  und folglich mit  $\kappa < 1$ .

Die bekannte Formel zur Auflösungssteigerung der STED-Mikroskopie ist

$$\kappa = \frac{\Delta x_{STED}}{\Delta x} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{I_{max}}{I_{sat}}}} \quad (6.5)$$

in Abhängigkeit von der maximalen Intensität  $I_{max}$  beschrieben wird [79]. Dabei ist  $I_{sat}$  eine Sättigungs-Intensität, die von Systemparametern eines STED-Mikroskops abhängt.

<sup>5</sup> Vorwiegend durch den parasitären Absorptionsquerschnitt  $\varepsilon_A^{\lambda_m}$ .

<sup>6</sup> Die Wirkung der Konfokalisierung wurde in die Bezugsgröße  $\Delta x$  übernommen, sodass nur der Effekt der Absorbanzmodulation analysiert wird.



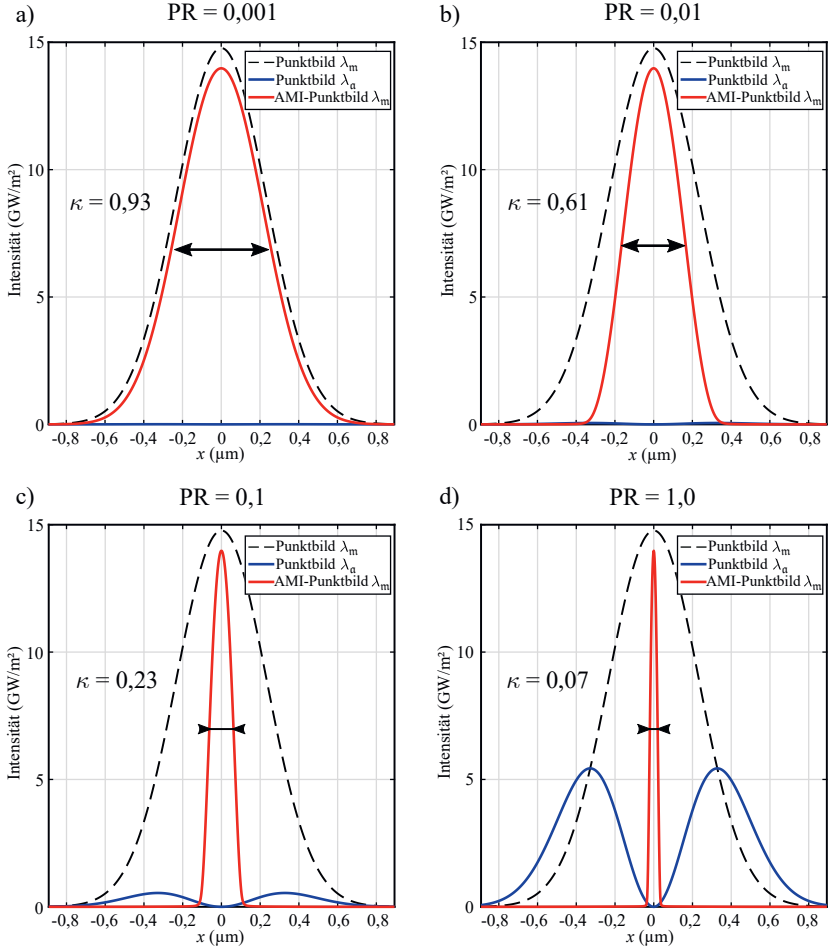


Abb. 6.5: Punktbilder für verschiedene Leistungsverhältnisse PR bei der Messwellenlänge  $\lambda_m$  und der Aktivierungswellenlänge  $\lambda_a$  für das strahlenoptische Modell (ohne Beugung) (AML-Dicke  $D = 200 \text{ nm}$ ; Optimierungsfaktor  $\gamma = 3,8$ ). Die (beugungsbegrenzten) Punktbilder bei den Wellenlängen  $\lambda_a$  (blau) und  $\lambda_m$  (schwarz gestrichelt) erzeugen im photostationären Gleichgewicht durch die Absorbanzmodulation in der AML das AMI-Punktbild bei  $\lambda_m$  (rot). Messleistung  $P_{m,\text{in}} = 5 \text{ mW}$ ,  $\text{NA} = 0,6$  und gleiche Strahltaillen ( $w_a = w_m$ ).

In den Ergebnissen der strahlenoptischen Simulation in Abb. 6.6a ist  $\kappa$  über dem Leistungsverhältnis  $PR = P_{a,in}/P_{m,in}$  für alle AML-Parameter-Paare aufgetragen. Die Auflösungssteigerung hängt mit dem Leistungsverhältnis nichtlinear zusammen und ist aus dem Prinzip der Absorbanzmodulation nicht beschränkt. Somit kann in der strahlenoptischen Simulation<sup>7</sup> der Faktor  $\kappa$  der Auflösungssteigerung unbegrenzt klein werden. Es wird deutlich, dass für die angeglichenen, applikationsbedingt-hohen Absorbanzen der AML-Parameter-Paare (aus Tab. 6.2) der Unterschied im Potenzial der Hochauflösung erst in der Vergrößerung ersichtlich ist (siehe Abb. 6.6b).

Die folgende Rechnung hat zum Ziel eine analytische Näherungslösung zur Steigerung des Ortsauflösungsvermögens (Auflösungsformel) für die AMI-Nanoskopie herzuleiten und mit Eigenschaften des Photochroms und des Mikroskopaufbaus zu verknüpfen. Diese Herleitung wurde bereits in komprimierter Fassung in [113] publiziert und wird im Folgenden ausführlich dargelegt.

Die Absorbanzverteilung im photostationären Gleichgewicht erzeugt einen axialsymmetrischen, transparenten Transmissionskanal innerhalb der AML (Abb. 6.4). Zwischen dem zentralen Transmissionskanal (Dominanz von Photochromen im Zustand  $\mathbb{A}$ ) und dem opaken Randbereich (Dominanz von Photochromen im Zustand  $\mathbb{B}$ ) fällt die Transmission stetig ab. Der Blendendurchmesser  $2r_{AML}$  der dynamischen AML-Nahfeldblende wird bei einer lokalen Transmission von 50% definiert<sup>8</sup>. Für eine signifikante Auflösungssteigerung muss dieser Blendendurchmesser kleiner als die Halbwertsbreite des

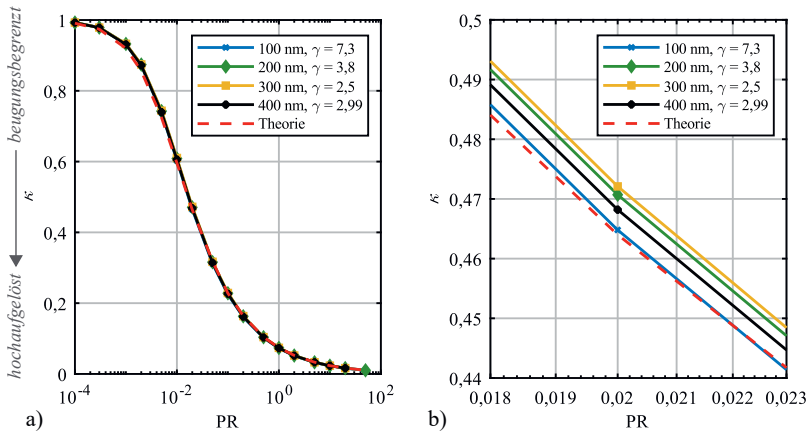


Abb. 6.6: (a) Ergebnisse der strahlenoptischen Simulation (ohne Beugung) des Faktors  $\kappa$  der Auflösungssteigerung über dem Leistungsverhältnis  $PR = P_{a,in}/P_{m,in}$  mit theoretischem Verhalten (gestrichelt) der Auflösungsformel (6.14) mit  $PR_{sat} \approx 5,44 \cdot 10^{-3}$ . (b) Vergrößerung der Kurve nahe dem Wendepunkt für  $PR = 0,02$ .

<sup>7</sup> Ungeachtet der Beugung und der endlichen Größe der photochromen Moleküle.

<sup>8</sup> In Folge ist diese Näherung nur für Transmissionskontraste von  $CT_m > 10$  gültig.

beugungsbegrenzten Punktbilds sein ( $2r_{\text{AML}} < \Delta x$ ), sodass im Zentrum eine näherungsweise konstante einfallende Intensität bei der Messwellenlänge vorliegt. Dadurch wird die Halbwertsbreite  $\Delta x_{\text{AMI}}$  des hochauflösten Punktbilds vom Blendendurchmesser der dynamischen Nahfeldblende erzeugt und der Einfluss des beugungsbegrenzten Punktbilds und der konfokalen Detektion können für die Beschreibung der Hochauflösung vernachlässigt werden. Somit gilt näherungsweise

$$\Delta x_{\text{AMI}} \approx 2r_{\text{AML}}. \quad (6.6)$$

Für eine maximale Abweichung von 20% der Gauß'schen Intensitätsverteilung von einer konstanten Intensität gilt diese Näherung für Verhältnisse mit (5.3) und (6.4)

$$\kappa = \frac{\Delta x_{\text{AMI}}}{\Delta x} \approx \frac{2r_{\text{AML}}}{\sqrt{2 \ln 2} w_{\text{m}}} \leq 2\sqrt{\frac{-\ln(1-0,2)}{4 \ln 2}} \approx 0,57 \quad (6.7)$$

mit dem Tailenradius  $w_{\text{m}}$  des Punktbilds bei der Messwellenlänge  $\lambda_{\text{m}}$ .

Der Blendenradius  $r_{\text{AML}}$  in der AML ist für eine photostationäre Gesamttransmission von 50% definiert. An diesem Blendenradius beträgt das (wirksame) Konzentrationsverhältnis der Photochrome in beiden Zuständen

$$\beta_{\text{AB}} = \frac{c_{\text{A,stat}}}{c_{\text{B,stat}}}. \quad (6.8)$$

Dieses Konzentrationsverhältnis  $\beta_{\text{AB}}$  ist über die Schichtdicke gemittelt und hängt stark von den Absorptions- und Interaktionsquerschnitten des Photochroms in den jeweiligen Zuständen ab. Eine weitergehende Quantifizierung des Anteils wird im Rahmen der Näherung nicht vorgenommen.

Die Ratengleichung (5.20) eines thermisch-stabilen Photochroms ( $k_{\text{B}} = 0$ ) im Gleichgewichtszustand ( $dc_{\text{A}}(t)/dt = dc_{\text{B}}(t)/dt = 0$ ) ist somit

$$\begin{aligned} \phi_{\text{a,stat}}(r_{\text{AML}}) (\sigma_{\text{A} \rightarrow \text{B}}^{\lambda_{\text{a}}} c_{\text{A,stat}} - \sigma_{\text{B} \rightarrow \text{A}}^{\lambda_{\text{a}}} c_{\text{B,stat}}) \\ = \phi_{\text{m,stat}}(r_{\text{AML}}) (\sigma_{\text{B} \rightarrow \text{A}}^{\lambda_{\text{m}}} c_{\text{B,stat}} - \sigma_{\text{A} \rightarrow \text{B}}^{\lambda_{\text{m}}} c_{\text{A,stat}}) \end{aligned} \quad (6.9)$$

mit dem Betrag der Photonenflussdichte  $\phi_{\text{stat}}$  bei beiden Wellenlängen. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die parasitären Interaktionsquerschnitte  $\sigma_{\text{B} \rightarrow \text{A}}^{\lambda_{\text{a}}}$  und  $\sigma_{\text{A} \rightarrow \text{B}}^{\lambda_{\text{m}}}$  vernachlässigbar sind gegenüber den Interaktionsquerschnitten  $\sigma_{\text{A} \rightarrow \text{B}}^{\lambda_{\text{a}}}$  und  $\sigma_{\text{B} \rightarrow \text{A}}^{\lambda_{\text{m}}}$ . Durch diese Annahme vereinfacht sich (6.9) mit (6.8) zu

$$\frac{\phi_{\text{m,stat}}(r_{\text{AML}})}{\phi_{\text{a,stat}}(r_{\text{AML}})} \approx \frac{c_{\text{A,stat}}}{c_{\text{B,stat}}} \frac{\sigma_{\text{A} \rightarrow \text{B}}^{\lambda_{\text{a}}}}{\sigma_{\text{B} \rightarrow \text{A}}^{\lambda_{\text{m}}}} = \beta_{\text{AB}} \frac{\sigma_{\text{A} \rightarrow \text{B}}^{\lambda_{\text{a}}}}{\sigma_{\text{B} \rightarrow \text{A}}^{\lambda_{\text{m}}}}. \quad (6.10)$$

Im Weiteren wird angenommen, dass das wirksame Verhältnis der Photonenströme über die gesamte AML mit einem Proportionalitätsfaktor  $\alpha_{\text{eff}}$  vom Verhältnis der einfallenden Photonenflussdichten (in die AML) abhängt mit

$$\frac{\phi_{\text{m,stat}}(r_{\text{AML}})}{\phi_{\text{a,stat}}(r_{\text{AML}})} \approx \alpha_{\text{eff}} \frac{\phi_{\text{m,in}}(r_{\text{AML}})}{\phi_{\text{a,in}}(r_{\text{AML}})}. \quad (6.11)$$

Das Verhältnis der lokalen Photonenflussdichten bei den Wellenlängen variiert aufgrund der unterschiedlichen Absorbanz über der AML-Dicke (siehe Aufwertung des Trans-

missionskanals in Abb. 6.4). Dieser Proportionalitätsfaktor  $\alpha_{\text{eff}}$  wird im Folgenden als Wirksamkeit bezeichnet.

Da für die Auflösungssteigerung nur das Zentrum der einfallenden Intensitätsverteilung relevant ist, kann eine parabolische Approximation des Gauß'schen Fokus ( $\text{TEM}_{00}$ ) im Maximum bei der Messwellenlänge  $\lambda_m$  erfolgen. Die Herleitung beider Gleichungen befindet sich im Anhang A.1.2. Mit diesen Näherungen (6.10), (6.11), (A.5) und (A.6) gilt für das Verhältnis der Photonenflussdichten am Blendenradius  $r_{\text{AML}}$  der Nahfeldblende

$$\frac{\phi_{m,\text{in}}(r_{\text{AML}})}{\phi_{a,\text{in}}(r_{\text{AML}})} \approx \frac{\lambda_m}{\lambda_a} \frac{\frac{2}{\pi} \frac{P_{m,\text{in}}}{w_m^2} \left[ 1 - 2 \left( \frac{r_{\text{AML}}}{w_m} \right)^2 \right]}{\frac{4}{\pi} \frac{P_{a,\text{in}}}{w_a^2} \left( \frac{r_{\text{AML}}}{w_a} \right)^2} \approx \frac{\beta_{\text{A}\text{B}}}{\alpha_{\text{eff}}} \frac{\sigma_{\text{A} \rightarrow \text{B}}^{\lambda_a}}{\sigma_{\text{B} \rightarrow \text{A}}^{\lambda_m}}. \quad (6.12)$$

Nach Umformen dieser Gleichung ergibt sich für den Blendendurchmesser  $2r_{\text{AML}}$  der Nahfeldblende

$$2r_{\text{AML}} = \frac{\sqrt{2} w_m}{\sqrt{1 + \frac{\beta_{\text{A}\text{B}}}{\alpha_{\text{eff}}} \frac{\sigma_{\text{A} \rightarrow \text{B}}^{\lambda_a}}{\sigma_{\text{B} \rightarrow \text{A}}^{\lambda_m}} \frac{\lambda_a}{\lambda_m} \frac{w_m^4}{w_a^4} \text{PR}}} \quad (6.13)$$

mit dem Leistungsverhältnis  $\text{PR} = P_{a,\text{in}}/P_{m,\text{in}}$ . Dieses Leistungsverhältnis PR wird auch in anderen Publikationen als entscheidende Größe für die Auflösungssteigerung herausgestellt.

Durch die parabolische Näherung<sup>9</sup> der  $\text{TEM}_{00}$ -Mode bei der Messwellenlänge gilt für die Halbwertsbreite des beugungsbegrenzten Punktbilds näherungsweise<sup>10</sup>  $\Delta x \approx \sqrt{2} w_m$ . Somit gilt für den Faktor  $\kappa$  der Auflösungssteigerung aus (6.4) mit (6.13) und (6.6) näherungsweise

$$\kappa = \frac{\Delta x_{\text{AMI}}}{\Delta x} \approx \frac{2r_{\text{AML}}}{\sqrt{2} w_m} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\text{PR}}{\text{PR}_{\text{sat}}}}} \quad (6.14)$$

mit dem Sättigungs-Leistungsverhältnis

$$\text{PR}_{\text{sat}} = \Gamma \frac{\sigma_{\text{B} \rightarrow \text{A}}^{\lambda_m}}{\sigma_{\text{A} \rightarrow \text{B}}^{\lambda_a}} \frac{\lambda_m}{\lambda_a} \left( \frac{w_a}{w_m} \right)^4 \quad (6.15)$$

mit dem Anpassungsfaktor  $\Gamma = \alpha_{\text{eff}}/\beta_{\text{A}\text{B}}$ . Nach dieser Definition vereinigt der Anpassungsfaktor  $\Gamma$  das Konzentrationsverhältnis der Photochrome in den beiden Zuständen A und B mit dem wirksamen Verhältnis der Photonenflussdichten. Da beide Effekte gekoppelt sind, ist zu erwarten, dass  $\Gamma \rightarrow 1$  geht und für erste Abschätzungen  $\Gamma \approx 1$  gewählt werden kann.

Die Auflösungsformel (6.14) zeigt, dass für die AMI-Nanoskopie die Auflösungssteigerung in ähnlicher Weise wie in der STED-Mikroskopie (vgl. (6.5)) beschrieben werden kann. Analog zur Sättigungsintensität der STED-Mikroskopie ist für die AMI-Nano-

<sup>9</sup> Die parabolische Näherung der Punktbilder überschätzt die jeweiligen Halbwertbreiten systematisch.

<sup>10</sup> Vergleiche Proportionalitätsfaktor  $\sqrt{2 \ln 2} \approx 1,18$  aus (5.2).

skopie das Sättigungs-Leistungsverhältnis  $\text{PR}_{\text{sat}}$  eine charakteristische Systemgröße<sup>11</sup>. Durch die Näherungsrechnung sind aus der Beziehung (6.15) die entscheidenden Abhängigkeiten des Sättigungs-Leistungsverhältnisses  $\text{PR}_{\text{sat}}$  identifizierbar:

- Das Verhältnis der Übergangsquerschnitte des Photochroms:  $\sigma_{\text{B} \rightarrow \text{A}}^{\lambda_{\text{m}}} / \sigma_{\text{A} \rightarrow \text{B}}^{\lambda_{\text{a}}}$
- Das Verhältnis der Strahltaillen der Punktbilder von Mess- und Aktivierungsstrahl:  $w_{\text{a}} / w_{\text{m}}$
- Das Verhältnis der Wellenlängen:  $\lambda_{\text{m}} / \lambda_{\text{a}}$

Der Verlauf der Auflösungssteigerung aus der Simulation (Abb. 6.6a) wird mit einem Sättigungs-Leistungsverhältnis  $\text{PR}_{\text{sat}} \approx 5,44 \cdot 10^{-3}$  mit einem Korrelationsgrad  $> 99,98\%$  beschrieben. Die geringfügigen Abweichungen sind vor allem der spezifischen Ausprägung des Kanals zuzuschreiben (z. B. Aufweitung des Transmissionskanals in Abb. 6.4). Nach der Definition in (6.15) ergibt sich mit den photophysikalischen Parametern für BTE-I aus Tab. 5.1 und der gewählten Bestrahlung ein Sättigungs-Leistungsverhältnis  $\text{PR}_{\text{sat}} = \Gamma \cdot 4,60 \cdot 10^{-3}$ . Somit beträgt der Anpassungsfaktor hier  $\Gamma \approx 1,185$ .

Der beschränkte Gültigkeitsbereich der Näherung nach (6.7) begründet die geringfügige Abweichung in Abb. 6.6a der theoretischen Kurve (gestrichelt) zu den Simulationsergebnissen für  $\kappa \gtrsim 0,57$ .

### 6.2.3 Gesamttransmission und Störung durch Hintergrund

Da das Verfahren auf Absorption basiert, sind Transmissionsverluste in der AML inhärent. Als einfaches Referenzmodell für die ideale AML-Transmission  $T_{\text{AML}}$  wird eine ideal-opake und scharfe Nahfeldblende mit dem Durchmesser  $2r_{\text{AML}}$  angenommen. Die Transmission des Gauß-förmigen Punktbilds bei der Messwellenlänge ist nach [173]

$$T_{\text{AML}} \approx \frac{\int_0^{r_{\text{AML}}} 2\pi r I_{\text{m,det}}(r) dr}{P_{\text{m,in}}} = 1 - \exp\left[-2\left(\frac{r_{\text{AML}}}{w_{\text{m}}}\right)^2\right]. \quad (6.16)$$

Diese Beziehung kann mit Hilfe der Auflösungsformel (6.14) in Bezug zu  $\kappa$  gesetzt werden. Somit ergibt sich als nützliche Abschätzung für die AML-Transmission

$$T_{\text{AML}} = 1 - \exp(-\kappa^2). \quad (6.17)$$

Nach der Abschätzung (5.42) muss die AML-Transmission  $T_{\text{AML}} > 6 \cdot 10^{-4}$  betragen, damit eine Dynamik von 90 dB erzielt wird. Somit ist eine theoretische Auflösungssteigerung bis zu einem Faktor  $\kappa > 0,025$  für AMI möglich.

In Abb. 6.7a ist die AML-Transmission über der Auflösungssteigerung aufgetragen. Dabei ist zusätzlich die Grenzflächen-Reflexion trotz Immersion berücksichtigt. Die Verläufe der Transmissionskurven aus der Simulation werden durch die Näherung (6.17)

<sup>11</sup>Die Angabe einer (Maximal-)Intensität bei der Aktivierungswellenlänge für AMI erschien nicht sinnvoll, da beide Intensitäten stark über die Punktbilder variieren.

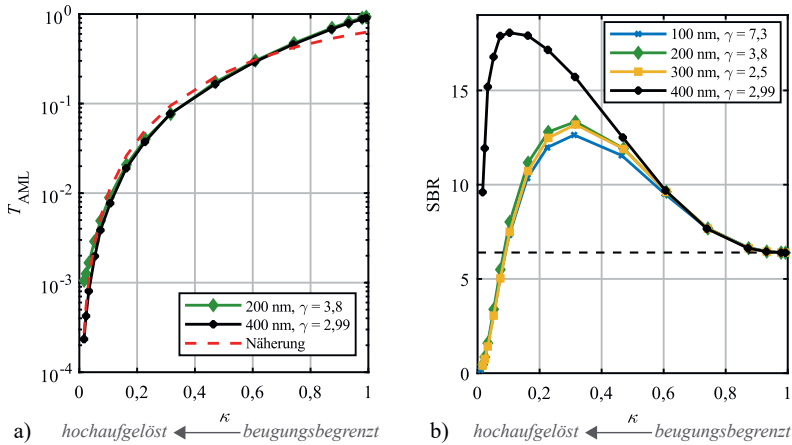


Abb. 6.7: (a) Simulierte Gesamttransmission  $T_{\text{AML}}$  der AML ( $D = 200 \text{ nm}$  und  $\gamma = 3,8$ ) in Abhängigkeit vom Faktor  $\kappa$  der Auflösungssteigerung (ohne Berücksichtigung der Beugung). Zusätzlich ist die genäherte AML-Transmission nach (6.17) (gestrichelt) dargestellt. (b) Simuliertes Signal-Hintergrund-Verhältnis SBR nach (5.43) über  $\kappa$  mit  $\text{SBR} = 6,4$  für eine  $\text{TEM}_{00}$ -Mode.

gut beschrieben. Dabei ist der Unterschied zwischen den AML-Parameter-Paaren gering. Die verbleibende Abweichung begründen sich durch die Annahmen einer idealen Absorbanz und einer scharfen Begrenzung der Blende in den Näherungsgleichungen.

Die Unterdrückung des Störhintergrunds erfolgt für die gewählten AML-Parameter-Paare mit einem Transmissionskontrast  $\text{CT}_m \approx 1000$  nach (5.35) bzw. mit  $\text{CT}_m \approx 75\,000$  (Stand der Technik). Dadurch wird mit geringerem Faktor  $\kappa$  der Auflösungssteigerung das SBR nach (5.43) sogar größer (siehe Abb. 6.7b). Durch die steigenden Transmissionsverluste fällt das SBR wiederum ab und es entsteht eine Auflösungssteigerung mit maximalem SBR. Das maximale SBR verdoppelt sich gegenüber einer  $\text{TEM}_{00}$ -Verteilung für eine Auflösungssteigerung von  $\kappa \approx 0,3$ . Für die (Worst-Case) Forderung von  $\text{SBR} \geq 2$  für die Bildgebung ist folglich eine theoretische Auflösungssteigerung bis zu einem Faktor  $\kappa > 0,04$  für AMI möglich. Anhand des gleichförmigen Kurvenverlaufs wird deutlich, dass die Wahl der AML-Parameter-Paare anhand des Transmissionskontrasts zu nahezu gleichem Verhalten führt.

## 6.2.4 Photokinetik in der AML

Aus den Simulationsdaten kann die Photokinetik über der AML zeitaufgelöst analysiert werden<sup>12</sup>. In Abb. 6.8 ist eine beispielhafte Zeitfolge der zweidimensionalen Verteilung des Absorptionskoeffizienten über der AML dargestellt. Es wird deutlich, dass die Photokinetik an der AML-Oberfläche und in Bereichen mit hoher Intensität

<sup>12</sup>Nach einer Synchronisation der Zeitschritte.

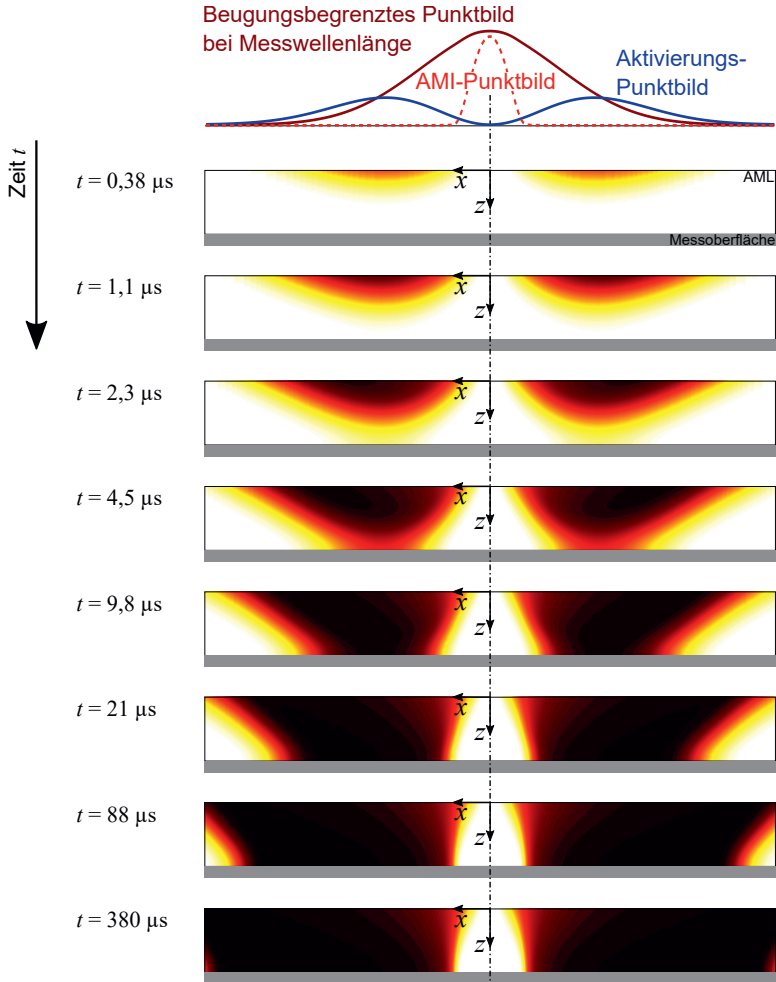


Abb. 6.8: Simulierte Zeitfolge der zweidimensionalen Verteilung des Absorptionskoeffizienten  $a_{\lambda m}$  über der AML ( $D = 200 \text{ nm}$  und  $\gamma = 3,8$ ) bei paralleler Bestrahlung mit einem Leistungsverhältnis  $PR = 0,1$  und einer Messleistung von  $P_{m, \text{in}} = 5 \text{ mW}$  ( $NA = 0,6$ ). Oberhalb der Zeitfolge sind die Punktbilder bei der Aktivierungswellenlänge (blau) und Messwellenlänge (dunkelrot) sowie das resultierende AMI-Punktbild im photostationären Zustand (rot gestrichelt) angedeutet. Als Startzustand wurde alle Photochrome im Zustand A angenommen. Opake Bereiche (schwarz) haben im Maximum eine Eindringtiefe  $a_{\lambda m}^{-1} \approx 60 \text{ nm}$ . Transparente Bereich (weiß) besitzen eine Eindringtiefe  $a_{\lambda m}^{-1} \approx 7,2 \mu\text{m}$  durch die parasitäre Absorption.

bei der Aktivierungswellenlänge schneller das photostationäre Gleichgewicht erreicht. Der Grund für die verzögerte Aktivierung über der Schichtdicke liegt in einer nicht-idealen Übergangswahrscheinlichkeit  $\eta_{A \rightarrow B}$  für die Intensität bei der Aktivierungswellenlänge  $\lambda_a$ . Dies führt zu einer parasitären Absorbanz, sodass vor allem die Aktivierungsinintensität über die Tiefe abnimmt. Zur Verlangsamung der Photokinetik über der Schichtdicke trägt zudem der parasitäre Absorptionsquerschnitt  $\varepsilon_B^{\lambda_a}$  bei. Damit zeigt sich, dass der Transmissionskontrast  $CT_a$  zwar für den Messprozess vernachlässigt werden kann, anders als der entsprechende Transmissionskontrast  $CT_m$  bei der Messwellenlänge (siehe Abschnitt 5.3.1). Dennoch kann  $CT_a$  zur Auswahl eines optimalen Photochroms für schnelle Schaltzeiten herangezogen werden.

Für die Darstellung wurden logarithmische Schritte der Zeitfolge der Photokinetik gewählt, da die photostationären Zeitdauern  $T_{stat}$  (aufgrund der Intensitätsverteilungen) über den Radius stark variieren. Diese Antiproportionalität mit den Intensitäten erschließt sich aus der Schätzung der photokinetische Zeitkonstante  $\tau_{kin}$  nach (5.31). In Abb. 6.9 ist die (lokale) ermittelte photostationäre Zeitdauer  $T_{stat}$  (aus der numerischen Simulation) und deren Schätzung mit  $12\tau_{kin}$  über dem Radius dargestellt.

Es zeigt sich hier, dass die Schätzung der photostationären Zeitdauer um maximal den Faktor 27 und typischerweise einen Faktor 10 übertroffen wird. Diese systematische Unterschätzung ist bereits aus der theoretischen Betrachtung vermutet (Abschnitt 6.1.1). Entscheidend ist hierbei, dass abgesehen vom lokalen Maximum die photostationäre Zeitdauer mit einem konstanten Faktor unterschätzt wird, was das (lokale) Abbruchkriterium der Berechnung nach (6.3) validiert. Diese Forderung für die Reständerungen der Konzentrationen (photostationäres Gleichgewicht) ist hier

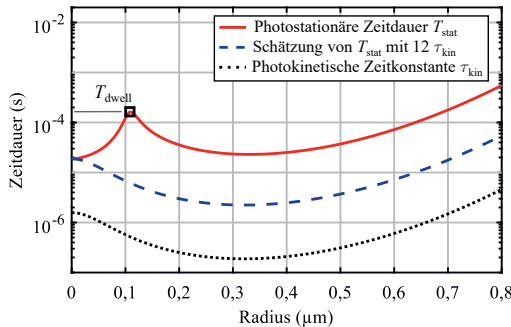


Abb. 6.9: Simulierte Entwicklungszeit  $T_{stat}$  bis zum photostationären Gleichgewicht über dem Radius. Als Referenz ist die Schätzung mit  $12\tau_{kin}$  nach (5.31) (gestrichelt) angegeben, welche die Zeitauflösung der Simulation am jeweiligen Radius definiert (Abbruchkriterium bei  $12\tau_{kin}$  siehe Tab. 6.1). Die Pixel-Entwicklungszeit  $T_{dwell}$  wird anhand des lokalen Maximums der photostationären Zeitdauer über dem Radius ermittelt. Parametersatz:  $D = 200 \text{ nm}$ ;  $\gamma = 3,8$ ;  $PR = 0,1$ ;  $P_{m,in} = 5 \text{ mW}$ ;  $NA = 0,6$ ;  $w_a = w_m$ .



mit  $12\tau_{\text{kin}}$  vergleichsweise hoch gewählt. Eine Messung mit Hochauflösung scheint in der Praxis bereits nach kürzeren Bestrahlungsdauer möglich.

Die größte Abweichung<sup>13</sup> der Schätzung ergibt sich im lokalen Maximum, das am Rand des Transmissionskanals auftritt (in Abb. 6.9 bei  $r \approx 0,11\text{ }\mu\text{m}$ ). Hierbei kommt es durch die vergleichsweise hohen Intensitäten bei beiden Wellenlängen zu einer starken Konkurrenz der photochemischen Hin- und Rückreaktion. Da dieser Radienbereich relevant für die Hochauflösung ist, scheint dieses lokale Maximum gut geeignet für die Angabe der spezifischen Pixel-Entwicklungszeit<sup>14</sup>  $T_{\text{dwell}}$  bis zum photostationären Gleichgewicht über alle Radien.

Bisher wurden in der Studie nur konstante Bestrahlungen bei beiden Wellenlängen berücksichtigt. Eine Sequenzierung und/oder Variation der Leistung während der Ausbildung der dynamischen Nahfeldblende in der AML kann die Pixel-Entwicklungszeit verkürzen.

## 6.3 Wellenoptische Erweiterung des Modells

Das bisherige Modell fußt auf der strahlenoptischen Annahme, sodass senkrecht einfallende Strahlen<sup>15</sup> sich kollinear ausbreiten. An einer Subwellenlängen-Blende treten jedoch starke Beugungseffekte auf, die nur zu einem Bruchteil zur Transmission der Strahlung führen [22]. Daher muss die Beugung in die Betrachtung der Hochauflösung berücksichtigt werden. Am Institut für Nanophotonik Göttingen wurde dafür eine Erweiterung programmiert. Die Diskussion zur Erweiterung des Modells verlief in enger Zusammenarbeit, was im Folgenden wiedergegeben wird.

Die wellenoptische Erweiterung des Modells basiert auf dem Huygens-Prinzip [20] und ist in Abb. 6.10 schematisch dargestellt. An jeder Stelle der AML-Oberfläche wird ausgehend von einfallenden elektrischen Feld  $E_{\text{m, in}}$  unendliche viele Elementarwellen ausgelöst (in Abb. 6.10 beispielhaft am Punkt P dargestellt). Es wird davon ausgegangen, dass die der Eingangs-Wellenfront eben ist und daher alle Elementarwellen bei der Erzeugung in Phase sind. Diese Elementarwellen propagieren in die AML ( $z \geq 0$ ) mit der Absorptionsverteilung  $a_{\lambda\text{m, stat}}$  und werden nach dem Lambert-Beer'schen Gesetz aus (5.24) gedämpft. Nach Huygens bildet die Superposition aller Elementarwellen dabei die propagierte Wellenfront.

Die Messoberfläche wird als ideal reflektierend angenommen, was (nach der Reflexion) als Propagation durch die gespiegelte AML modelliert wird (AML\* in Abb. 6.10). Dabei wird angenommen, dass eine Rückwirkung der gebeugten Strahlung auf die photostationäre Konzentrationsverteilung und damit die Verteilung des Absorptionskoeffizienten  $a_{\lambda\text{m}}$  vernachlässigt werden kann. Daher muss die wellenoptische Simulation lediglich für die Messwellenlänge  $\lambda_{\text{m}}$  durchgeführt werden.

<sup>13</sup> Die Näherung (5.31) verliert die Aussagekraft zu diesem Effekt aufgrund der Vernachlässigung der Absorption der Intensitäten über der Schichtdicke.

<sup>14</sup> Engl. ‚Pixel-Dwell Time‘.

<sup>15</sup> Als Ausbreitungsrichtung der Wellenfront.

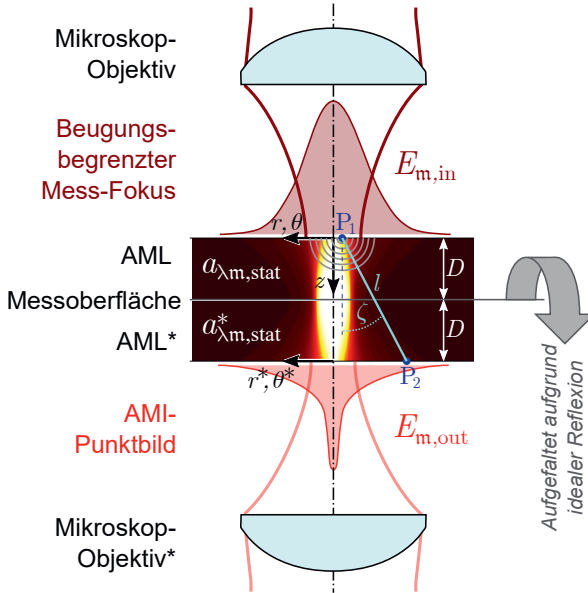


Abb. 6.10: Schema des erweiterten Simulationsmodells, das Beugungseffekte an der dynamischen Nahfeldblende in der AML berücksichtigt. Nach dem Huygens-Prinzip löst die ebene Wellenfront an der AML-Oberfläche Elementarwellen aus. Beispielhaft wird am Eintrittspunkt  $P_1$  eine Elementarwelle (in grau) gezeigt. Die photostationäre Verteilung des Absorptionskoeffizienten  $a_{\lambda m, stat}$  der Nahfeldblende ist das Simulationsergebnis der strahlenoptischen Simulation. Aufgrund der (idealen) Reflexion an der Messoberfläche wird das System aufgefaltet betrachtet. Eine Konfokalisierung des Mikroskops wird anhand des Empfangs-Punktbild berücksichtigt, welches vom gesendeten Punktbild bzw. Mess-Fokus unterscheidet.

Am Austritt aus der AML ( $z = 2D$ ) entsteht durch Superposition aller propagierten Elementarwellen die Wellenfront  $E_{m, out}$  nach Rayleigh-Sommerfeld [20]

$$E_{m, out}(r^*, \theta^*, z = 2D) = \int_0^\infty E_{m, in}(r, z = 0) \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{\exp(jk|l|)}{j\lambda_m |l|} \exp \left[ -\frac{1}{2} \int_{P_1}^{P_2} a_{\lambda m, stat}(\mathbf{r}) dl \right] \cos(\zeta) d\theta \right\} r dr \quad (6.18)$$

mit der Wellenzahl  $k = 2\pi n_{AML}/\lambda_m$  mit dem Brechungsindex  $n_{AML}$ .  $r$  und  $\theta$  sind die Polarkoordinaten am Eintritt und entsprechend  $r^*$  und  $\theta^*$  am Austritt. Die gerade Strecke  $l$  verbindet dabei das Zentrum der Elementarwelle  $P_1 = (r, \theta, z = 0)$  mit dem Austrittspunkt  $P_2 = (r^*, \theta^*, z = 2D)$ . Diese Strecke hat die Länge  $|l|$  und den Winkel  $\zeta$

zur  $z$ -Achse<sup>16</sup>. Die Beugung berücksichtigt einen Neigungsfaktor  $\cos(\zeta)$ . Die Skalierung der Absorbanz mit dem Faktor  $1/2$  berücksichtigt, dass das Quadrat des elektrischen Felds proportional zur Intensität ist ( $|E|^2 \propto I$ ).

Für eine Konfokalisierung wird ein Empfangs-Punktbild  $\text{PSF}_{\text{det}}$  des Konfokalmikroskops eingeführt, welches verschieden ist zum gesendeten Messpunktbild.

Da keine Rückwirkung der Beugung auf die Verteilung angenommen wird, wird für die räumliche Verteilung der Absorption  $a_{\text{lm,stat}}(\mathbf{r})$  eine Simulation mit dem strahlenoptischen Modell aus Abschnitt 6.1 durchgeführt. Für eine kontinuierliche Beschreibung wird diese diskrete Verteilung an eine stetige Funktion angepasst und in wellenoptische Simulation importiert.

## 6.4 Simulationsergebnisse der Parameterstudie

Für das Modell mit wellenoptischer Erweiterung wurden Parameter-Paare von AML-Dicke  $D$  und des Optimierungsfaktors<sup>17</sup>  $\gamma$  des Ziel-Photochroms untersucht. Die Ergebnisse und Diskussion dieser Parameterstudie sind in [110] veröffentlicht. Ausgangspunkt der Parameterstudie sind die AML-Parameter des Stands der Technik mit einer Schichtdicke von  $D = 400 \text{ nm}$  und einem Optimierungsfaktor  $\gamma = 2,99$ . Nach (5.36) resultiert aus der angestrebten hohen numerischen Apertur eine geringe Schärfentiefe, weshalb eine Reduktion der AML-Dicke  $D$  bis zu  $50 \text{ nm}$  untersucht wird. Für einen vergleichbaren Transmissionskontrast  $\text{CT}_m$  muss eine reduzierte Schichtdicke nach (5.38) mit einem höheren Optimierungsfaktor  $\gamma$  kompensiert werden, was entweder eine Erhöhung der Konzentration oder der Absorptionsquerschnitte des Ziel-Photochroms (gegenüber BTE-I) erfordert. Für die Parameterstudie werden daher die Optimierungsfaktoren  $\gamma = 5,2$  und  $\gamma = 7,3$  für eine konstante AML-Dicke<sup>18</sup> von  $D = 100 \text{ nm}$  untersucht. In Abb. 6.11 sind die AML-Parameter-Paare in der Parameterebene von Schichtdicke  $D$  und Optimierungsfaktor  $\gamma$  veranschaulicht.

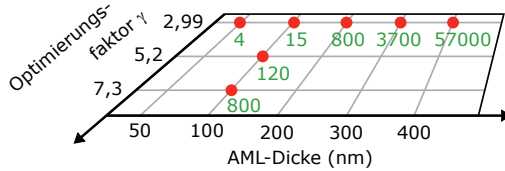


Abb. 6.11: AML-Parameter-Paare (rot) aus der AML-Dicke  $D$  und des Optimierungsfaktors  $\gamma$  des Ziel-Photochroms (gegenüber BTE-I) für die Simulation mit dem Modell mit wellenoptischer Erweiterung. Als erste Bewertungsgröße ist der Transmissionskontrast  $\text{CT}_m$  nach (5.38) (grün) angegeben.

<sup>16</sup> Kollinear zur Oberflächennormalen.

<sup>17</sup> Optimierungsfaktor der Absorptionsquerschnitte des Ziel-Photochroms nach (5.37).

<sup>18</sup> Die Schichtdicke  $D = 100 \text{ nm}$  wurde als vielversprechender Zielwert angesichts einer geringen Schärfentiefe  $\Delta z_R$  eines hoch-NA Mikroskop-Objektivs ausgewählt.

In Abb. 6.13 sind die Punktbilder (grün) aus der wellenoptischen Simulation für einen beispielhaften Parametersatz ( $D = 200$  nm;  $\gamma = 2,99$ ) dargestellt. Zum direkten Vergleich sind die Punktbilder auf das Intensitätsmaximum normiert. Im Vergleich zur strahlenoptischen Simulation (rote Punktbilder) ist deutlich das Verschmieren der Verteilung in der AML vor allem für große Leistungsverhältnisse  $PR = P_{a,in}/P_{m,in}$  sichtbar (Abb. 6.5d). Der Grund für die Abweichung bei der Berücksichtigung der Beugung ist, dass der Transmissionskanal in der AML gegenüber der Messwellenlänge enger wird, sodass die Strahlung in diesem Wellenleiter stärker gebeugt wird. Dabei wird die gebeugte Strahlung in den opaken Bereichen der Nahfeldblende absorbiert. Da die Absorbanz dieser Bereiche nicht ideal ist, führt diese gebeugte Strahlung zu einem Verschmieren des AMI-Punktbilds. Somit nähert sich die Form des Punktbilds einer Lorentz-Funktion an, wie sie auch aus der STED-Mikroskopie bekannt ist [148].

Entgegen der Ergebnisse aus der strahlenoptischen Simulation ist eine Steigerung der Ortsauflösung aufgrund Beugung nicht unbegrenzt möglich. Das Verhalten des Faktors  $\kappa$  der Auflösungssteigerung über dem Leistungsverhältnis  $PR$  ist in Abb. 6.12a und 6.12b für alle simulierten Parametersätze dargestellt. Der Kurvenverlauf folgt für mittlere Werte von  $PR$  der Auflösungsformel (6.14). Die Abweichung zur Theorie bei kleinen Leistungsverhältnissen ( $PR < 10^{-2}$ ) vor allem bei großen AML-Dicken resultiert aus der Strahldivergenz. Somit wird auch eine Verschlechterung zur beugungsbegrenzten Auflösung ( $\kappa > 1$ ) berücksichtigt. Für AML-Dicken  $D \leq 200$  nm stimmt der Kurvenverlauf auch für kleine Leistungsverhältnisse mit der hergeleiteten Auflösungsformel (6.14) gut überein. Die konkurrierenden Effekte führen zu einem Minimum des Faktors  $\kappa$  der Orts-

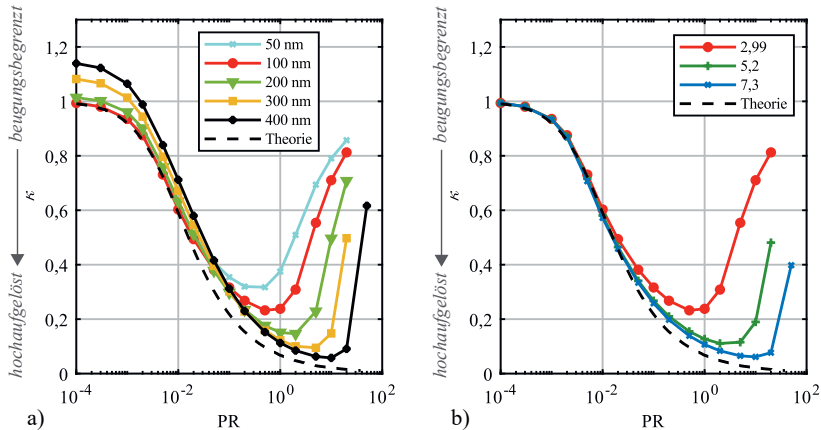


Abb. 6.12: Simulation des Faktors  $\kappa$  der Auflösungssteigerung in Abhängigkeit vom Leistungsverhältnis  $PR = P_{a,in}/P_{m,in}$ . Die Auflösungssteigerung ist (a) für eine Reduktion der AML-Dicke bei konstantem Optimierungsfaktor  $\gamma = 2,99$  dargestellt und (b) für eine Variation des Optimierungsfaktors bei konstanter AML-Dicke  $D = 100$  nm. Als Referenz ist die theoretische Auflösungsformel (6.14) mit  $PR_{sat} = 5,5 \cdot 10^{-3}$  aufgetragen.

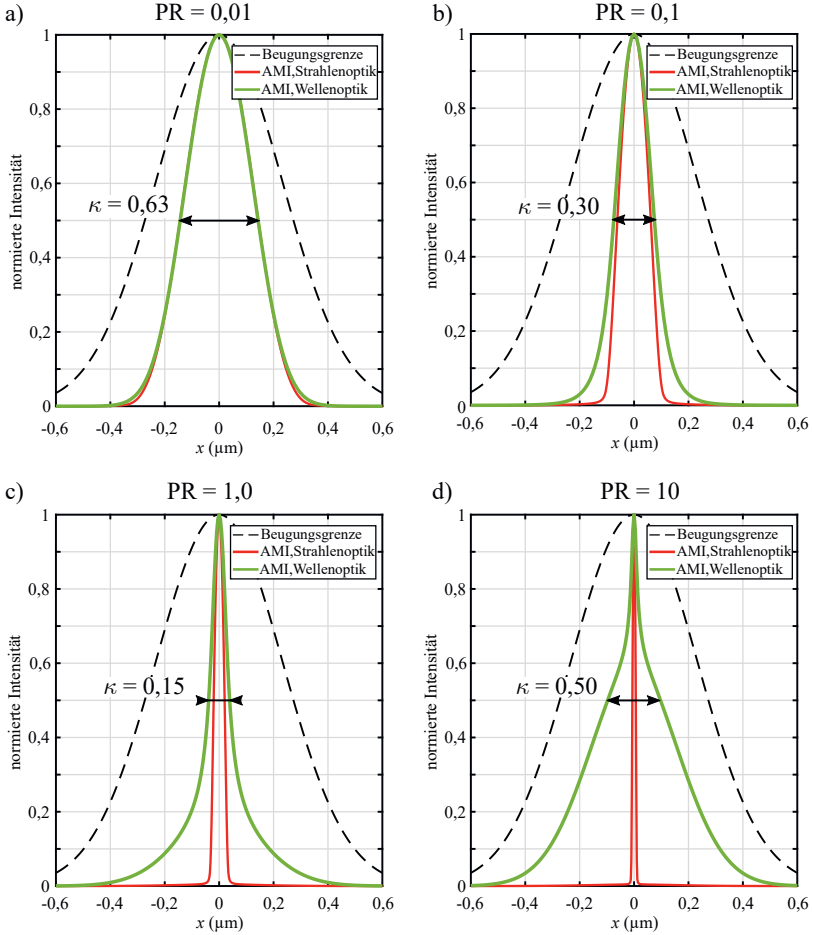


Abb. 6.13: Vergleich der (normierten) Punktbilder bei der Messwellenlänge  $\lambda_m$  für die wellenoptische Erweiterung des AMI-Modells bei einer AML-Dicke  $D = 200\text{ nm}$  und Optimierungsfaktor  $\gamma = 2,99$  im Vergleich zur Beugungsgrenze und zum strahlenoptischen AMI-Modell. Mit engerem Transmissionskanal in der AML (steigendes PR) dominiert der Effekt der gebeugten Messtrahlung und führt zu einer Verbreiterung des AMI-Punktbilds. Numerische Apertur  $NA = 0,6$  und gleiche Strahltaillen ( $w_a = w_m$ ).

aufhebungssteigerung, welches spezifisch für einen AML-Parametersatz ist. Je höher die Absorbanz der AML<sup>19</sup> und folglich der Transmissionskontrast  $CT_m$  sind, desto höher ist die Übereinstimmung mit der Auflösungsformel (6.14) und desto kleiner ist der minimal erzielbare Faktor  $\kappa$ . Eine Auflösungssteigerung mit  $\kappa \leq 1/5$  kann daher erreicht werden, wenn für eine AML-Dicke  $D \geq 150$  nm ein Optimierungsfaktor von  $\gamma = 2,99$  erzielt werden kann. Dies entspricht einer Konzentration von  $c_{\text{tot}} = 2990$  mol/m<sup>3</sup> mit BTE-I. Mit dem Ziel für Ortsauflösungssteigerungen  $\kappa \leq 1/5$  bei einer Schichtdicke  $D = 100$  nm muss der Optimierungsfaktor  $\gamma \geq 4$  für das Ziel-Photochrom betragen. Für eine realisierbare Konzentration von  $c_{\text{tot}} \leq 3000$  mol/m<sup>3</sup> müssen somit dessen Absorptionsquerschnitte um einen Faktor  $> 4/3$  größer sein als bei BTE-I.

Die Abhängigkeit zwischen dem Signal-Hintergrund-Verhältnis SBR (nach Definition (5.43)) und dem Faktor  $\kappa$  der Auflösungssteigerung (nach Definition (6.4)) ist in Abb. 6.14a und 6.14b für einen homogenen, idealen Reflexionsgrad der Meso Oberfläche dargestellt. Für hohe Absorbanzen der AML führt (wie bei den Ergebnissen der strahlenoptischen Simulation) die Einschnürung des Punktbilds zu einem höheren SBR im Vergleich zur beugungsbegrenzten Gauß'schen Intensitätsverteilung. Durch die nicht-ideale Unterdrückung der opaken Blende in der AML nimmt mit geringerem  $\kappa$  der Anteil des Hintergrunds weiter zu, sodass das SBR abnimmt. Um bei der Forderung<sup>20</sup> von  $\text{SBR} \geq 2$  geringe Werte von  $\kappa$  zu erreichen, ist entweder eine große AML-Dicke oder ein hoher Optimierungsfaktor  $\gamma$  des Ziel-Photochroms notwendig (siehe (5.38)).

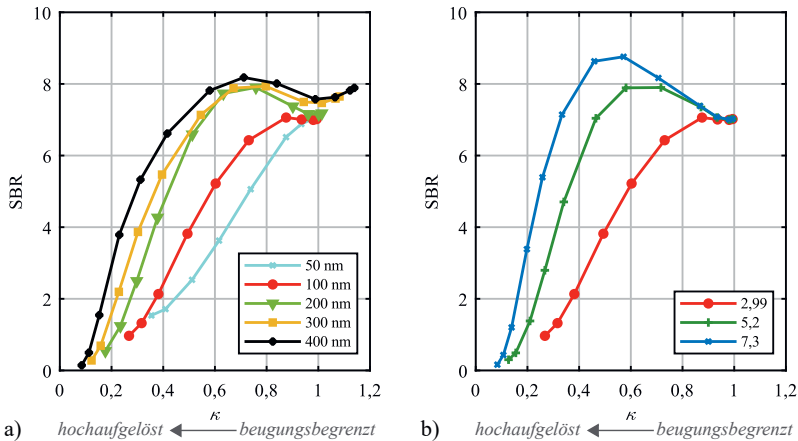


Abb. 6.14: Simulierte Signal-Hintergrund-Verhältnisse SBR in Abhängigkeit vom Faktor  $\kappa$  der Auflösungssteigerung. Das SBR ist (a) für eine Reduktion der AML-Dicke bei konstantem Optimierungsfaktor  $\gamma = 2,99$  dargestellt und (b) für eine Variation des Optimierungsfaktors bei konstanter AML-Dicke  $D = 100$  nm.

<sup>19</sup> Entweder einen höheren Optimierungsfaktor  $\gamma$  oder eine Erhöhung der AML-Dicke  $D$  (siehe (5.38)).

<sup>20</sup> Siehe Abschnitt 5.3.4.

Für das Ziel einer Auflösungssteigerung von  $\kappa \leq 1/5$ , muss der Optimierungsfaktor  $\gamma \approx 6$  bei einer AML-Dicke  $D = 100$  nm betragen. Somit müssen die Absorptionsquerschnitte des Ziel-Photochroms um einen Faktor  $> 2$  gegenüber BTE-I erhöht werden, wenn eine maximale Konzentration von  $c_{\text{tot}} = 3000$  mol/m<sup>3</sup> erreichbar ist. Für das Photochrom BTE-I bei  $\gamma = 2,99$  (Konzentration  $c_{\text{tot}} = 2990$  mol/m<sup>3</sup>) muss eine AML-Dicke von  $D \geq 350$  nm gewählt werden, um  $\text{SBR} \geq 2$  zu erzielen. Diese Schichtdicke wäre bereits ungünstig groß gemessen an der Schärfentiefe  $\Delta z_R$  der Fokusse (siehe (5.36)).

Der simulierte AML-Transmissionsgrad  $T_{\text{AML}}$  (Definition nach (6.16)) bei der Messwellenlänge ist in Abb. 6.15a und 6.15b für einen idealen Reflexionsgrad der Messoberfläche dargestellt. Die inhärente Absorption bewirkt einen Abfall des AML-Transmissionsgrades mit geringeren  $\kappa$ . Dies wird auch der Näherung (6.17) prognostiziert. Die Verläufe der Transmissionskurven über- und unterschreiten diese theoretischen Näherung. Die Überschreitung resultiert vor allem aus der endlichen Absorbanz der Blende in der AML. Die Divergenz- und Beugungseffekte bei geringerem  $\kappa$  führen zu höheren Transmissionsverlusten und damit zu einer Unterschreitung der theoretischen Näherung. Aufgrund der geringen Divergenz- und Beugungseffekte sind dünne AML (Abb. 6.15b) mit hohem Optimierungsfaktor  $\gamma$  für AMI besser geeignet.

Die Forderung nach einer Dynamik des Reflexionskontrasts  $> 90$  dB verbunden mit der Anforderung eines minimalen AML-Transmissionsgrads von  $T_{\text{AML}} > 6 \cdot 10^{-4}$  wird von hohen AML-Dicken (bei  $\gamma = 2,99$ ) aufgrund der Divergenz- und Beugungsverluste nicht erfüllt. Für höhere Optimierungsfaktoren  $\gamma$  bei einer AML-Dicke von  $D = 100$  nm

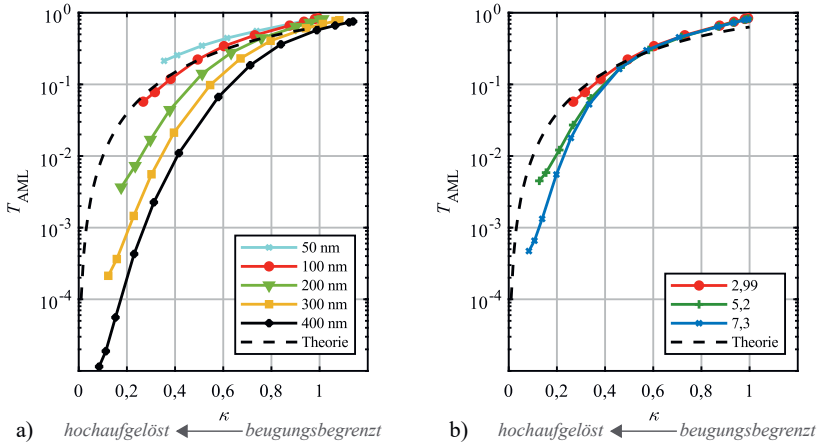


Abb. 6.15: Simulierte Transmission  $T_{\text{AML}}$  durch die AML in Abhängigkeit vom Faktor  $\kappa$  der Auflösungssteigerung. Die AML-Transmission ist (a) für eine Reduktion der AML-Dicke bei konstantem Optimierungsfaktor  $\gamma = 2,99$  dargestellt und (b) für eine Variation des Optimierungsfaktors bei konstanter AML-Dicke  $D = 100$  nm. Zusätzlich ist die genäherte AML-Transmission nach (6.17) gestrichelt dargestellt.

(Abb. 6.15b) ist die Grenzflächen-Reflexion stärker ausgeprägt, was die Transmission für kleine  $\kappa$  reduziert. Eine weitere günstige Ursache für die erhöhten Transmissionsverluste ist die stärkere Unterdrückung des Hintergrunds. Dieses Beispiel zeigt, dass eine differenzierte Analyse und Bewertung sowohl des SBR als auch der Transmission notwendig ist, um eine geeignete Parameterwahl zu treffen.

## 6.5 Fazit

Die Simulationen zeigen, dass die hergeleiteten, analytischen Formeln zur AMI-Reflexions-Nanoskopie auch unter Berücksichtigung der Beugungseffekte eine hilfreiche Designgrundlage für die Auswahl eines geeigneten Photochroms und die Auslegung der Bestrahlung sind. Diese Näherungsformeln liefern zielführende Startwerte für eine Parameterstudie in der numerischen Simulation. Die deutlichen Unterschiede der Simulationsergebnisse zwischen dem Modell mit der strahlenoptischen und der wellenoptischen Propagation zeigen, dass die Berücksichtigung der Beugung unerlässlich ist, um aus den Simulationen realistische Abschätzungen zu den Eigenschaften eines AMI-Reflexions-Nanoskops zu erhalten. Im Hinblick auf gute Transmission aufgrund

geringer Beugungsverluste und angesichts der Schärfentiefe ist es zielführend, dass eine Schichtdicke  $D \leq 200$  nm für AMI gewählt wird. Für das Ziel einer Auflösungssteigerung von  $1/5$  der Beugungsgrenze ist ein Optimierungsfaktor von  $\gamma \approx 6$  erforderlich, was für das Photochroms BTE-I eine schwer erzielbare<sup>21</sup> Konzentration von  $6000 \text{ mol/m}^3$  für eine kontrastreiche Bildgebung erfordert. Kann eine Verbesserung der Absorptionsquerschnitte eines Ziel-Photochroms um Faktor 2 (gegenüber BTE-I) verbessert werden, ist eine Konzentration von  $3000 \text{ mol/m}^3$  ausreichend. Für dieses Parameter-Paar sind zwar hohe Transmissionsverluste zu verzeichnen, die Transmission reicht jedoch für eine Dynamik des Reflexionskontrasts von  $> 90$  dB aus. Es zeigt sich, dass eine Suche oder Entwicklung eines verbesserten Photochroms (gegenüber BTE-I) erforderlich ist, um das Potenzial der Absorbanzmodulation für die angestrebte Applikation auszuschöpfen.

Ein solches Ziel-Photochrom sollte einen höheren Transmissionskontrast  $\text{CT}_m$  bei der Messwellenlänge aufweisen. Nach (5.35) ist dafür eine Maximierung der Differenz der Absorptionsquerschnitte  $\varepsilon_B^{\lambda m} - \varepsilon_A^{\lambda m}$  erforderlich. Das Photochrom BTE-I bietet bereits einen sehr geringen Absorptionsquerschnitt  $\varepsilon_A^{\lambda m}$  im transparenten Zustand  $\mathbb{A}$ , was eine optimale Eigenschaft ist. Somit ist die Erhöhung des Absorptionsquerschnitts  $\varepsilon_B^{\lambda m}$  des Ziel-Photochroms im opaken Zustand  $\mathbb{B}$  für eine weitere Verbesserung erforderlich.

Für die Optimierung der AMI ist eine Verringerung des Sättigungs-Leistungsverhältnisses  $\text{PR}_{\text{sat}}$  vorteilhaft. In die Näherungsformel (6.15) geht das Verhältnis der Interaktionsquerschnitte  $\sigma_{B \rightarrow A}^{\lambda m} / \sigma_{A \rightarrow B}^{\lambda a}$  ein. Somit ist eine Verringerung von  $\text{PR}_{\text{sat}}$  gleichbedeutend mit einer Minimierung der Übergangswahrscheinlichkeit  $\eta_{B \rightarrow A}$  und einer Maximierung der Übergangswahrscheinlichkeit  $\eta_{A \rightarrow B}$  des Ziel-Photochroms (siehe (5.22) und (5.23)). Für das photoinduzierte Löschen der dynamischen Nahfeldblende ist eine Übergangswahrscheinlichkeit  $\eta_{B \rightarrow A} > 0$  erforderlich. Hierbei wird auch deutlich, dass ein großer

<sup>21</sup> Siehe Abschnitt 2.2.1.



Absorptionsquerschnitt  $\varepsilon_{\mathbb{A}}^{\lambda_{\mathbb{A}}}$  des Ziel-Photochroms bei der Aktivierungswellenlänge erforderlich ist, sodass ein effizientes Schalten  $\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}$  erfolgen kann. Die Übergangswahrscheinlichkeit  $\eta_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}$  darf für eine Begrenzung der (absolute) Aktivierungsleistung  $n$  (für ein gewünschtes  $\kappa$ ) nicht unbegrenzt klein werden, um eine geringe Entwicklungsdauer der dynamischen Nahfeldblende („Pixel-Dwell Time“) zu erzielen. Nach (5.31) kann dies jedoch durch eine (implizit geforderte) Erhöhung des Interaktionsquerschnitts  $\sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_{\mathbb{A}}} = \eta_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}} \varepsilon_{\mathbb{A}}^{\lambda_{\mathbb{A}}}$  kompensiert werden.

Zudem sollte die parasitäre Absorbanz des Ziel-Photochroms bei der Aktivierungswellenlänge im Zustand  $\mathbb{B}$  durch eine Minimierung des Absorptionsquerschnitts  $\varepsilon_{\mathbb{B}}^{\lambda_{\mathbb{A}}}$  angestrebt werden. In Relation zum Absorptionsquerschnitt  $\varepsilon_{\mathbb{A}}^{\lambda_{\mathbb{A}}}$  ist diese Forderung gleichbedeutend mit einem geringen<sup>22</sup> Transmissionskontrast  $\text{CT}_{\mathbb{A}}$  bei der Aktivierungswellenlänge ( $\varepsilon_{\mathbb{B}}^{\lambda_{\mathbb{A}}} \ll \varepsilon_{\mathbb{A}}^{\lambda_{\mathbb{A}}}$ ).

Die Rate  $k_{\mathbb{B}}$  des thermischen Zerfalls ist für die Photoreaktion störend. Für die angestrebten Intensitäten ist bereits die Rate für BTE-I in einer ausreichend geringen Größenordnung, sodass für das Ziel-Photochrom keine Optimierung dieses Parameters erforderlich ist.

Da eine gezielte oder stetige Manipulation eines photophysikalischen Parameters eines Ziel-Photochroms aus chemischer Sicht nur schwierig möglich ist, scheint es nicht zielführend Zahlenwerte anzugeben. Ein geradliniger Weg scheint dagegen die Bewertung der photophysikalischen Parameter eines potenziellen Photochroms. Die Richtung, in die der jeweilige photophysikalische Parameter für AMI (in Bezug zu BTE-I) optimiert werden soll, ist in Tab. 6.3 zusammengefasst. Für die finale Bewertung gegenüber BTE-I sollte hierbei noch eine Gewichtung erfolgen. So ist eine Maximierung des Absorptionsquerschnitts  $\varepsilon_{\mathbb{B}}^{\lambda_{\mathbb{m}}}$  wichtiger für AMI als eine Verringerung der parasitären Absorbanz bei der Aktivierungswellenlänge durch die Minimierung von  $\varepsilon_{\mathbb{B}}^{\lambda_{\mathbb{A}}}$ .

Tab. 6.3: Optimierungsrichtung der photophysikalischen Parameter eines Ziel-Photochroms für AMI in Bezug zu BTE-I (siehe Tab. 5.1). Bedeutung der Symbole für den Wert des Parameters:

↑ = Erhöhung; ↓ = Verringerung; ⊙ = kein Optimierungsbedarf.

Parameter	Symbol	Optimierungsrichtung
Absorptionsquerschnitt des Zustands $\mathbb{A}$ für $\lambda_{\mathbb{A}}$	$\varepsilon_{\mathbb{A}}^{\lambda_{\mathbb{A}}}$	↑
Absorptionsquerschnitt des Zustands $\mathbb{B}$ für $\lambda_{\mathbb{A}}$	$\varepsilon_{\mathbb{B}}^{\lambda_{\mathbb{A}}}$	↓
Absorptionsquerschnitt des Zustands $\mathbb{A}$ für $\lambda_{\mathbb{m}}$	$\varepsilon_{\mathbb{A}}^{\lambda_{\mathbb{m}}}$	⊙ / ↓
Absorptionsquerschnitt des Zustands $\mathbb{B}$ für $\lambda_{\mathbb{m}}$	$\varepsilon_{\mathbb{B}}^{\lambda_{\mathbb{m}}}$	↑
Rate des thermischen Zerfalls des Zustands $\mathbb{B}$	$k_{\mathbb{B}}$	⊙ / ↓
Übergangswahrscheinlichkeit von $\mathbb{A}$ nach $\mathbb{B}$	$\eta_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}$	↑
Übergangswahrscheinlichkeit von $\mathbb{B}$ nach $\mathbb{A}$	$\eta_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}$	⊙ / ↓

<sup>22</sup>Nach der Definition (5.35) nimmt der Transmissionskontrast  $\text{CT}_{\mathbb{A}}$  für die Aktivierungswellenlänge  $\lambda_{\mathbb{A}}$  Werte  $< 1$  an, da der Exponent negativ wird.

## 6.6 Anwendung der Absorbanzmodulation in der Laser-Doppler-Vibrometrie

### 6.6.1 Besondere Anforderungen an die AML

Die bisherige Diskussion zur Reflexions-Nanoskopie mittels AMI beschränkt sich weitgehend auf inkohärente Beschreibung der Hochauflösung. Die Annahme aus der Bildgebung, dass die Grenzflächen-Reflexion der AML (zum Umgebungsmedium) kompensiert werden kann, ist für die Laser-Doppler-Vibrometrie nicht möglich. Bei einer dominanten Grenzflächen-Reflexion kommt es zur Mehrstrahlinterferenz, welche die Interpretation des Signals erschwert und zu großer Unsicherheit führt. Daher ist ein Konzept zur Unterdrückung der Grenzflächen-Reflexion von der AML-Oberfläche essenziell. Dies könnte nur in ungenügendem Maß mit Hilfe einer Antireflex-Beschichtung<sup>23</sup> erfolgen. Ein Grund ist, dass typische Antireflex-Beschichtungen auf einer Anpassung des Realteils des Brechungsindex beruhen [173]. Für die Grenzflächen-Reflexion der AML (zum Umgebungsmedium) trägt jedoch auch die signifikante Absorbanz (Imaginärteil des Brechungsindex) bei (siehe Abschnitt 5.2.5). Ein alternativer Ansatz basiert auf der Trennung zwischen Grenzflächen-Reflexion auf der AML und Reflexion vom Messobjekt. Dies könnte für ein Interferometer auf Basis der Polarisierung erfolgen. Hierfür ist eine Polarisationsdrehung innerhalb der AML erforderlich, sodass die Polarisierung der zu trennenden Reflexionen orthogonal ist. In [21] werden darüber hinaus organische Moleküle vorgestellt, die anstatt der Absorbanz die Chiralität reversibel und photoinduziert ändern (‘Chirochromismus’), was ein alternatives Konzept zur Ortsauflösungssteigerung in der LDV-Mikroskopie bieten könnte.

Für den Einsatz in LDVs des Stands der Technik muss sich zudem die Wirkung der AML idealerweise auf die Hochauflösung beschränken. Jede unkontrollierte Rückwirkung auf Polarisierung, Wellenfront oder Mehrstrahlinterferenz beeinflusst die Amplitudenauflösung und Genauigkeit des LDV, sodass eine notwendige Subpicometer-Auflösung nicht mehr erreichbar wird. Im Verfahren der Absorbanzmodulation ist eine solche Rückwirkung nicht inhärent, sodass die hier gewonnenen Erkenntnisse auf die Laser-Doppler-Vibrometrie weitgehend übertragbar sind. Bei der technischen Umsetzung und Auswahl eines Photochroms müssen jedoch diese zusätzlichen Anforderungen der Laser-Doppler-Vibrometrie berücksichtigt werden.

### 6.6.2 Massebedeckung des schwingenden Bauteils durch AML

Die realitätsnahe Berechnung des Einflusses der AML auf die Schwingungseigenschaften eines piezoelektrischen Mikrosystems (z. B. eines SAW-Filters) erfordert die numerische Simulation für die spezifische Geometrie [56]. Dadurch sind detaillierte Aussagen über Anregung, Ausbreitung, Streuung und Detektion der akustischen Welle unter Einfluss der Beschichtung möglich. Dafür müssen jedoch alle, teils unsichere Materialparameter bekannt sein und es ist ein hoher Rechenaufwand erforderlich.

---

<sup>23</sup> Als  $\lambda/4$ -Schicht oder mit Gradient des Brechungsindex.

Mit Hilfe eines störungstheoretischen Ansatzes lassen sich die Änderung der Eigenschaften eines Resonators unter Annahme kleiner (Stör-)Einflüsse analytisch abschätzen. Eine Herleitung der relativen Abweichung der Resonanzfrequenz  $\Delta f/f_0$  mit Berücksichtigung der Elastizität und Viskosität einer Beschichtung bis zur dritten Ordnung erfolgt in [95]. Danach beträgt die Abweichung der Frequenz  $\Delta f$  und der Bandbreite  $\Delta B$  der Grundfrequenz<sup>24</sup>  $f_0$  näherungsweise

$$\frac{\Delta f + j \Delta B}{f_0} \approx -\frac{2f_0}{Z_{\text{ak,sub}}} \rho_{\text{AML}} D \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( J_{\text{AML}} \frac{Z_{\text{ak,sub}}^2}{\rho_{\text{AML}}} - 1 \right) \left( \frac{\rho_{\text{AML}} D}{Z_{\text{ak,sub}}} 2\pi f_0 \right)^2 \right]. \quad (6.19)$$

Dabei ist  $Z_{\text{ak,sub}}$  die (reelle) akustische Impedanz des Substrats des Resonators. Als Materialeigenschaften der AML gehen die Dichte  $\rho_{\text{AML}}$ , Schichtdicke  $D$  und die komplexe Nachgiebigkeit („Compliance“)  $J_{\text{AML}}$  ein. Die elastische Nachgiebigkeit  $\Re(J_{\text{AML}})$  hat hierbei Einfluss auf die Frequenz  $\Delta f$ . Die Bandbreite  $B$  wird von der viskosen Nachgiebigkeit  $\Im(J_{\text{AML}})$  beeinflusst.

Wenn die kubische Abhängigkeit von der Frequenz vernachlässigt wird<sup>25</sup>, erhält man die Sauerbrey-Gleichung [56, 95], die aus der Quarzwägetechnik seit den 1950er Jahren bekannt ist [178].

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx -\frac{2}{Z_{\text{ak,sub}}} \rho_{\text{AML}} D f_0. \quad (6.20)$$

In dieser Gleichung bildet die AML mit der Dichte  $\rho_{\text{AML}}$  und der Schichtdicke  $D$  die homogene Massebedeckung  $dm/dA$ . Für diese Näherung hat die AML keine Auswirkung auf die Bandbreite  $B$  der Resonanz. Die akustische Impedanz ist hierbei vom Bauteil und der Ausbreitungsform der akustischen Welle abhängig. Für Rayleigh-Wellen ist die akustische Impedanz

$$Z_{\text{ak,sub}} \approx \frac{0,832 + 1,14 \nu_{\text{P,sub}}}{1 + \nu_{\text{P,sub}}} \rho_{\text{sub}} c_{\text{T,sub}} \quad (6.21)$$

mit den Materialkonstanten des Substrats: Poisson-Zahl  $\nu_{\text{P,sub}}$ , Dichte  $\rho_{\text{sub}}$  und Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_{\text{T,sub}}$  für akustische Transversalwellen [2]. Die Gleichung (6.20) zeigt den quadratischen Zusammenhang einer (absoluten) Frequenzabweichung  $\Delta f$  von der Resonanzfrequenz  $f_0$ . Daher weisen HF-Resonatoren eine erhöhte Empfindlichkeit der Resonanzfrequenz gegenüber einer Massebedeckung auf.

Für eine Berechnung der Größenordnung der Sensitivität wird ein SAW-Filter aus Lithiumniobat<sup>26</sup> angenommen, der von einer dünnen Schicht aus Polymethylmethacrylat<sup>27</sup> (PMMA) beschichtet wird. Die spezifische Empfindlichkeit gegenüber der AML-Dicke ist mit (6.20) und (6.21)

$$\frac{d}{dD} \left( \frac{\Delta f}{f_0^2} \right) \approx -\frac{2(1 + \nu_{\text{P,sub}})}{0,832 + 1,14 \nu_{\text{P,sub}}} \frac{\rho_{\text{AML}}}{\rho_{\text{sub}} c_{\text{T,sub}}} = -0,143 \frac{\text{ppm}}{\text{nm MHz}}. \quad (6.22)$$

<sup>24</sup> In [95] wird die Näherung für alle Harmonische angegeben. Zur Vereinfachung wird die Gleichung hier auf die Grundfrequenz beschränkt.

<sup>25</sup> Bei vernachlässigbarer Elastizität geht die Nachgiebigkeit gegen Null.

<sup>26</sup> Materialkonstanten [202]:  $\rho_{\text{sub}} = 4,64 \text{ g/cm}^3$ ,  $c_{\text{T,sub}} = 3960 \text{ m/s}$ ,  $\nu_{\text{P,sub}} = 0,25$ .

<sup>27</sup> Dichte:  $\rho_{\text{AML}} = 1,19 \text{ g/cm}^3$  [98].

Für eine Schicht von  $D = 100$  nm bei  $f_0 = 1$  GHz beträgt die relative Änderung der Resonanzfrequenz etwa  $-1,43\%$ . Diese starke Empfindlichkeit des HF-Resonators auf eine Massebedeckung ist für die Anwendung in der Sensorik gewünscht [56]. Dabei werden gezielt höhere Frequenzen eingesetzt, um die Empfindlichkeit zu steigern. Im Kontext der Vibrometrie ist jedoch eine geringe Rückwirkung auf das Messobjekt gewünscht. Daher ist eine geringe Schichtdicke der AML entscheidend für die Anwendung zur Steigerung der Ortsauflösung in der Vibrometrie an HF-Mikrosystemen.

### 6.6.3 Energieeintrag in die AML

Auch eine Temperaturerhöhung hat eine Rückwirkung auf das Schwingungsverhalten eines Mikrosystems. Der Energieeintrag bei einer konventionellen LDV-Messung (ohne AML) hängt direkt von dem Reflexionsgrad ab und der Temperaturanstieg kann nach [161] abgeschätzt werden. Durch die inhärent-hohe Absorption von AML ist der Energieeintrag deutlich gegenüber dem konventionellen Messszenario erhöht, da die absorbierte Leistung von Mess- und Aktivierungslasern in der AML das Messobjekt zusätzlich erwärmen.

Zur Abschätzung des Energieeintrags in die AML erfolgt die Annahme einer ideal-opaken, scharfen Nahfeldblende mit der Durchmesser  $2r_{\text{AML}}$ , deren Transmission  $T_{\text{AML}}$  (bei der Messwellenlänge) mit (6.17) beschrieben wird. Es wird angenommen, dass die Leistung  $P_{\text{a,in}}$  des Aktivierungsstrahls vollständig von der AML absorbiert wird<sup>28</sup>. Somit gilt für den kontinuierlichen Energieeintrag in die AML

$$\begin{aligned}\dot{W} &\approx P_{\text{a,in}} + P_{\text{m,in}} (1 - T_{\text{AML}}) = P_{\text{a,in}} + P_{\text{m,in}} \exp(-\kappa^2) \\ &= P_{\text{m,in}} [\text{PR} + \exp(-\kappa^2)]\end{aligned}\quad (6.23)$$

mit dem Leistungsverhältnis  $\text{PR} = P_{\text{a,in}}/P_{\text{m,in}}$ . Das Einsetzen der hergeleiteten Auflösungsformel (6.14) zur Beziehung zwischen dem Faktor  $\kappa$  der Ortsauflösungssteigerung und dem Leistungsverhältnis PR führt zu

$$\dot{W} \approx P_{\text{m,in}} [\text{PR}_{\text{sat}} (\kappa^{-2} - 1) + \exp(-\kappa^2)]. \quad (6.24)$$

Aus den bisherigen Untersuchungen ist bekannt, dass eine Verringerung des Faktors  $\kappa$  mit einer Erhöhung des Leistungsverhältnisses  $\text{PR} = P_{\text{a,in}}/P_{\text{m,in}}$  erzielt werden kann (siehe z. B. Abb. 6.12a), mit dem direkt der Energieeintrag ansteigt. Eine geringes Sättigungs-Leistungsverhältnis  $\text{PR}_{\text{sat}}$  des AMI-Nanoskops ist für eine Minimierung des Energieeintrags günstig, da bereits bei geringer (absorbierter) Aktivierungsleistung  $P_{\text{a,in}}$  eine Ortsauflösungssteigerung erzielbar ist. Für die LDV-Messung ist eine Maximierung des Signal-Rausch-Verhältnisses und deshalb vor allem die transmittierte Messleistung relevant. Die transmittierte Messleistung ist abhängig vom Faktor  $\kappa$  der Auflösungssteigerung und kann mit der Näherung der AML-Transmission nach (6.17) abgeschätzt werden. In Abb. 6.16 ist der Energieeintrag in das Bauteil mit AML in Bezug zur transmittierten Messleistung<sup>29</sup>  $P_{\text{m}}$  gesetzt. Somit ist beispielsweise ablesbar, dass der

---

<sup>28</sup> Zur Vereinfachung erfolgt hierbei keine Anpassung der Wirkung der Wellenlänge mit dem Faktor  $\lambda_{\text{a}}/\lambda_{\text{m}} \approx 0,5$ , da der Einfluss nicht im Bereich von Größenordnung liegt.

<sup>29</sup>  $P_{\text{m}} = P_{\text{m,in}} T_{\text{AML}}$ .

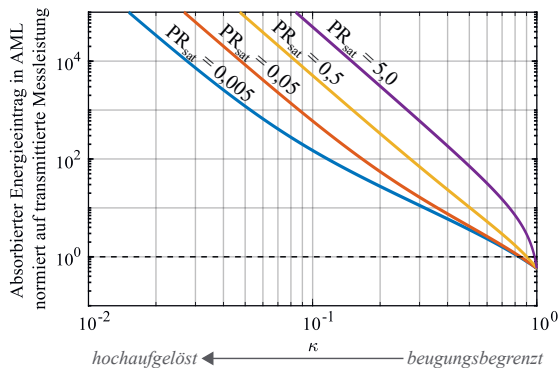


Abb. 6.16: Absorbierte Leistung oder Energieeintrag  $\dot{W}$  in die AML normiert auf die transmittierte Messleistung  $P_m$  (gestrichelt) in Abhängigkeit vom Faktor der Auflösungsteigerung  $\kappa$  für verschiedene Sättigungs-Leistungsverhältnisse  $PR_{\text{sat}}$  ( $NA = 0,6$ ).

Energieeintrag<sup>30</sup>  $\dot{W}$  für eine Steigung der Ortsauflösung mit dem Faktor  $\kappa = 0,1$  um einen Faktor  $> 100$  größer ist als die empfangene Leistung (am Photodetektor). Dieser Faktor steigt stark mit geringeren  $\kappa$  an.

Aus Abb. 6.16 geht der Vorteil kleiner Sättigungs-Leistungsverhältnisse  $PR_{\text{sat}}$  hervor. Dadurch resultiert bei gleicher Steigerung der Ortsauflösung ein geringerer Energieeintrag in die AML. In [130] wird der Vorteil von Photochromen mit angeglichenen Übergangswahrscheinlichkeiten<sup>31</sup> für geringere Leistungsverhältnisse  $PR$  anhand von numerischen Simulationen dargestellt. Es wird quasi ein Sättigungs-Leistungsverhältnis  $PR_{\text{sat}} \approx 1$  angestrebt. Dies scheint aber aus dem Aspekt eines geringen Energieeintrags nicht erstrebenswert. Ist beispielsweise für eine (Schrotrausch-begrenzte) Messung<sup>32</sup> eine Amplitudenauflösung von  $< 100 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  erforderlich, so wird eine optische Messleistung  $P_m > 0,6 \text{ } \mu\text{W}$  am Photodetektor benötigt (nach (4.3)). Somit darf der Energieeintrag in der Größenordnung von  $100 \text{ } \mu\text{W}$  nicht zu irreversiblen Schäden in der AML führen.

Die geringe Temperaturleitfähigkeit und Wärmeleitfähigkeit des Kunststoffs in der AML-Matrix könnte hierbei problematisch für die Dissipation des Energieeintrags werden. Zur Vermeidung von irreversiblen Schäden während der Messung an der AML muss die Zerstörschwelle<sup>33</sup> der AML experimentell ermittelt werden. Für eine Begrenzung des Temperaturanstiegs ist eine Einschränkung der Bestrahlung („Gating“) auf die Messzeit essenziell, wie in [161] auch für Messungen mit konventionellen LDV an HF-Mikrosystemen beschrieben.

<sup>30</sup> Für die simulierten Sättigungs-Leistungsverhältnisse  $PR_{\text{sat}}$ .

<sup>31</sup> „Quantum-Yield-Matched Photochrome“ in [130].

<sup>32</sup> Für  $P_m < P_\tau$ .

<sup>33</sup> Engl. „Laser-Induced Damage Threshold“, LIDT.

# 7 Experimentalaufbau des Laser-Doppler-Vibrometer-Mikroskops

In diesem Kapitel ist die Realisierung des Experimentalaufbaus eines Laser-Doppler-Vibrometer-Mikroskops mit gekoppelten Halbleiterlasern darstellt. Dafür werden nacheinander die technischen Eigenschaften der Subsysteme und Komponenten von Laser-Doppler-Vibrometer, Mikroskop und optoelektronischer Phasenregelschleife erläutert. Für Details zum Aufbau und für die ausführlichen Bauteillisten wird auf den Anhang B verwiesen. Im Anschluss erfolgt die Vorstellung der Software zur Automatisierung des Messvorgangs mit Datenerfassung und Rasterung des Messobjekts. Die Demodulation der erfassten Daten durch I/Q-Demodulation wird darauf folgend erklärt.

Das Kapitel wird mit den Konfigurationen des optischen Aufbaus und mit der jeweiligen theoretischen Schwingungsamplitudenauflösung (außerhalb des Phasenrausch-Sockels) abgeschlossen. Zudem werden Hinweise für eine günstige Parametrierung der Datenerfassung gegeben.

## 7.1 Optischer Aufbau des LDV-Mikroskops

Für die Experimente wurde ein umfassender Laboraufbau erstellt, der zum Teil in Abb. 7.1 gezeigt ist. Dieser Experimentalaufbau beinhaltet neben dem optischen Aufbau des Laser-Doppler-Vibrometer-Mikroskops auch periphere Laborgeräte.

In Abb. 7.2 und Abb. 7.3 ist der optische Aufbau des LDV mit der Frequenzdifferenz-Regelung sowie die Schnittstellen zur peripheren Elektronik dargestellt. Der Übersicht halber sind die Hersteller-Bezeichnungen der wichtigen Komponenten in Bauteillisten im Anhang B.3 zusammengefasst.

### 7.1.1 Aufbau des Laser-Doppler-Vibrometers

Die Laserstrahlen für das Laser-Doppler-Vibrometer werden mit Hilfe von polarisierenden Strahlteilern (PST) aus den Laserstrahlen der beiden Halbleiterlaser erzeugt. Dabei wird der Laserstrahl aus dem Slave-Laser als Messstrahl und der Laserstrahl aus dem Master-Laser als Referenzstrahl verwendet. Halbwellenplatten (HWP) direkt vor den PST ermöglichen die stufenlose Einstellung der Leistungsteilung. Diese Zuordnung der Laser zu den Teilstrahlen des Interferometers wird aufgrund der Quasi-Konfokalisierung des Interferometers (siehe auch Abschnitt 5.1.2) bei der Interferenz von Mess- und Referenzstrahl gewählt. Da die Wellenfront des Messstrahls durch die Reflexion am Messobjekt zumeist deformiert ist, wird beim Messstrahl eine Raumfilterung der elliptischen Laser-Strahlprofils durch eine optische Glasfaser verzichtet. Es wird lediglich

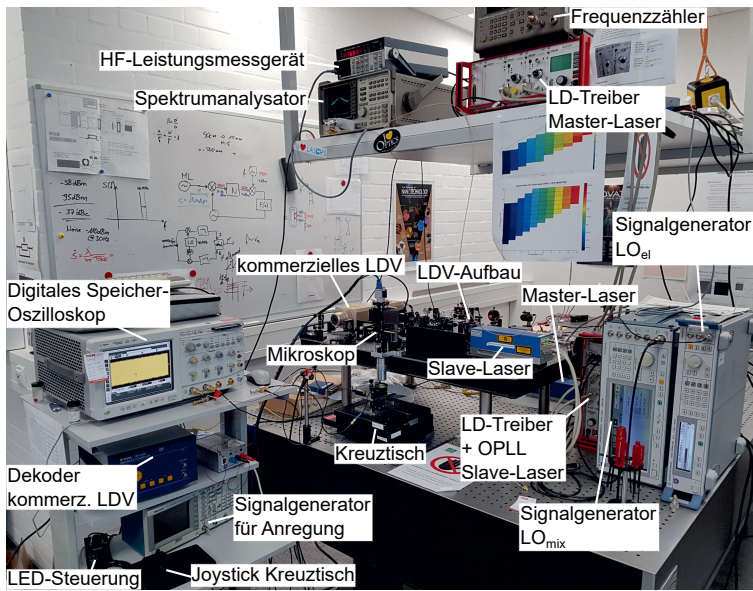


Abb. 7.1: Experimentalaufbaus des LDV mit Frequenzdifferenz-Regelung auf einem schwingungsgedämpften Labortisch.

eine Strahlformung durch ein anamorphes Prismenpaar (APP) vorgenommen. Durch die höhere verfügbare Laserleistung können Reflexionsverluste am Messobjekt kompensiert werden. Das Entfernen der Glasfaser am Slave-Laser hat zudem den Vorteil, dass durch einen kurzen Freistrahlgang die Schleifenverzögerung minimiert werden kann. Zudem werden störende Rückreflexe vom Faserende in den Slave-Laser vermieden, was das Laserrauschen reduziert und die Stabilität der Regelschleife erhöht. Weitere Störreflexe in den Slave-Laser werden durch eine Polarisationsstrennung<sup>1</sup> und einen Faraday-Isolator gedämpft. Für den Referenzstrahl aus dem Master-Laser erfolgt eine Raumfilterung in einer polarisationserhaltenden Singlemode-Faser (PM-SMF), wobei Koppelverluste hingenommen werden. Auch der Master-Laser ist empfindlich gegenüber Störreflexen aus dem Aufbau. Daher muss darauf geachtet werden, dass die Reflexion an den Photodetektoren (vor allem der Messstrahlung) nicht in den Master-Laser gelangt. Dies kann durch eine Polarisationsstrennung mittels Viertelwellenplatten (VWP) vor den Photodetektoren gelingen.

<sup>1</sup> Verwendung zirkularer Polarisation am reflektierenden Messobjekt; engl. ‚Polarization Routing‘. Durch hochwertige Polarisationsoptiken wird zudem eine Verzerrung des Interferenzsignals durch Mehrstrahlinterferenz am Photodetektor verhindert („Phase Mixing“) [209].

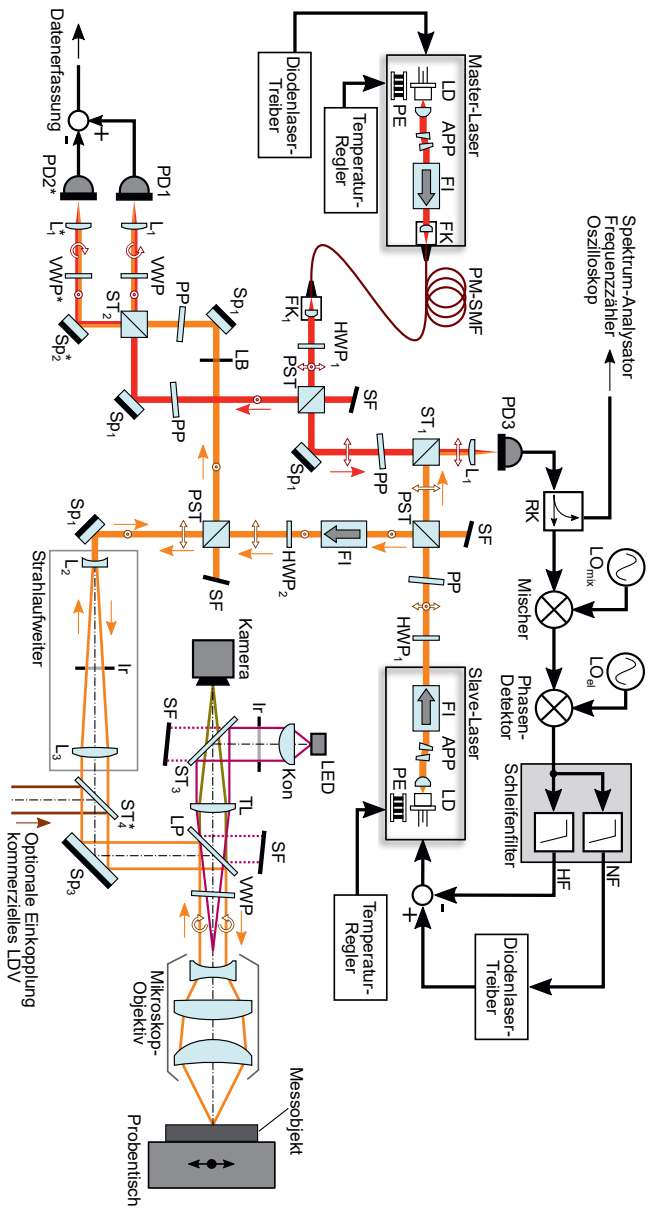


Abb. 7.2: Schema des optischen Aufbaus des LDV mit Frequenzdifferenz-Regelung. Optionale Komponenten sind mit \* gekennzeichnet.

Die Polarisierung der Laserstrahlen ist gekennzeichnet mit den Pfeilen  $\odot$  und  $\ominus$  für die orthogonalen Polarisationen und  $\longleftrightarrow$  für die orthogonalen linearen Polarisationen. Die Ausbreitungsrichtung wird durch nebenstehende Pfeile angedeutet.

APP = Anamorphes Prismenpaar, FI = Faraday-Isolator, FK = Faser-Kollimator, HF = Hochfrequenz, HWP = Halbwellempatte, Ir = Iris, Kon = Kondensor, L = Linse, LB = Lochblende, LD = Laserdiode, LED = Leuchtdiode, LO = Lokalszillator, LP = Langpass, NF = Niederfrequenz, PD = Photodetektor, PE = Peltier-Element, PM-SMF = Polarisationserhaltende Singlemode-Faser, PP = Planplatte, PST = Polarisierender Strahlteiler, RK = Richtkoppler, SF = Strahlteiler, Sp = Spiegel, ST = (Nicht-polarisierender) Strahlteiler, TL = Tubulinse, WVP = Viertelwellenplatte.



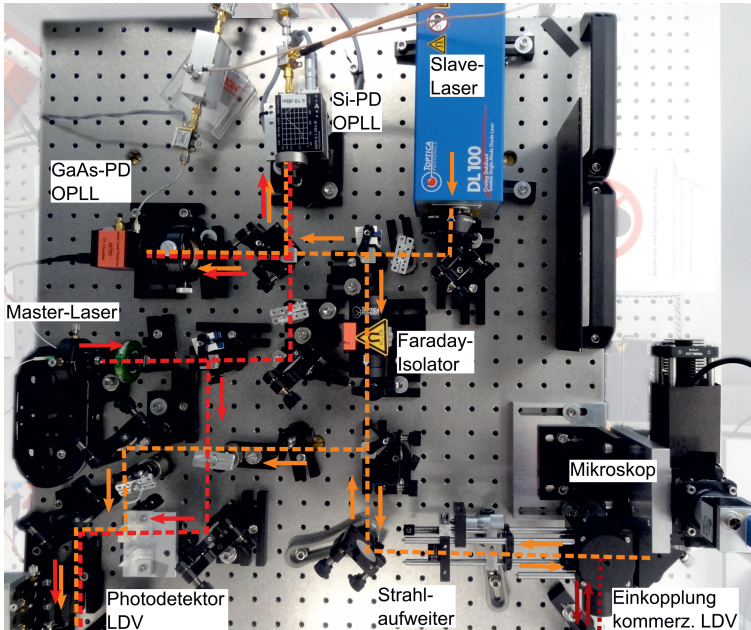


Abb. 7.3: Optischer Aufbau des LDV mit Frequenzdifferenz-Regelung mittels OPLL mit zwei Varianten des Photodetektors PD3. Der LDV-Photodetektor PD1 sowie das kommerzielle LDV sind nicht abgebildet.

### 7.1.2 Photodetektoren

Die Auswahl des Photodetektors erfolgte mit Hauptaugenmerk darauf, die Bandbreitenforderungen nach Abschnitt 3.1.1 zu erfüllen. Das theoretische Potenzial zur Gleichtaktunterdrückung bei abgeglichenen Photodetektoren und die weitergehenden Erkenntnisse zu verfügbaren Photodetektoren sind im Anhang B.2 zusammengefasst. Da keine abgeglichenen Photodetektoren<sup>2</sup> mit einer Bandbreite von  $> 1$  GHz kommerziell verfügbar sind, werden im folgenden nur Einzel-Photodetektoren betrachtet. Folglich muss das Intensitätsrauschen der Halbleiterlaser in vollem Maß berücksichtigt werden.

Als kommerzieller Einzel-Photodetektoren auf Basis von Silizium (Si) wurde der Photodetektor HSPR-X-I-1G4-Si der FEMTO Messtechnik GmbH (FEMTO) [54] mit einer nominellen Bandbreite<sup>3</sup> von 1,4 GHz verwendet. Die Bandbreiten konventioneller Photodioden werden durch die minimale Transitzeit (durch den intrinsischen Bereich einer PIN-Photodiode) beschränkt, die hierbei maßgeblich von der geringen Beweglich-

<sup>2</sup> Für den sichtbaren Wellenlängenbereich.

<sup>3</sup> Das vorliegende Exemplar weist eine Bandbreite von 1,2 GHz auf (siehe Abb. 7.4).

keit der Minoritätsladungsträger abhängt [173]. In Verbindung mit der signifikanten Kapazität der Raumladungszone wird die erreichbare Bandbreite weiter reduziert. Für eine höhere Bandbreite werden daher in der optischen Nachrichtentechnik<sup>4</sup> Galliumarsenid-(GaAs-)Photodioden eingesetzt. In GaAs ist die Driftgeschwindigkeit durch die direkte Halbleiterstruktur um etwa den Faktor 3 höher, sodass höhere Bandbreiten bei GaAs-Photodioden möglich sind. Als verstärkter Photodetektor ist kommerziell der ET-4000A der Electro-Optics Technology GmbH (EOT) mit einer Bandbreite von 10 GHz verfügbar [49].

In Tab. 7.1 sind die beiden zur Verfügung stehenden (verstärkten) Photodetektoren gegenübergestellt. Die Sensitivität beider Photodetektoren unterscheidet sich aufgrund des Halbleiter-Materials deutlich, so erreicht der Si-Photodetektor eine Quanteneffizienz<sup>5</sup> von 80% gegenüber der GaAs-PIN-Photodiode von 30%. Der geringe Durchmesser der aktiven Fläche der GaAs-PIN-Photodiode erfordert eine gesonderte Vorrichtung zur Ausrichtung, was im Anhang B.2.3 beschrieben wird.

Da die Gesamtempfindlichkeit  $Z_{\text{TIV}} \cdot \mathcal{S}$  quadratisch in die Leistung des Interferenzsignals eingeht (siehe (4.7)), beträgt der Unterschied  $-15$  dB bei jeweils idealer Fokussierung. Für eine optimale Anpassung des Pegels an die Datenerfassung ist daher eine Nachverstärkung durch einen Breitbandverstärker notwendig, für den der HF-Verstärker ZX60-V62+ von Mini-Circuits Inc. mit einer Verstärkung von 15,4 dB ausgewählt wurde. Das thermische Strom-Rauschleistungsdichte  $S_{i,\text{th}}^{\text{Amp}}$  des HF-Verstärkers nach (4.1) im

Tab. 7.1: Gegenüberstellung der Einzel-Photodetektoren in den entscheidenden Parametern.

Parameter	HSPR-X-I-1G4-SI von FEMTO [54]	ET-4000A von EOT [49]
Halbleitermaterial	Si	GaAs
Bandbreite $f_B$ (GHz)	1,4 ( $\pm 15\%$ )	10
Spektralbereich (nm)	320 – 1000	600 – 900
Durchmesser aktive Fläche ( $\mu\text{m}$ )	400	60
Empfindlichkeit <sup>a</sup> $\mathcal{S}$ (A/W)	0,41	0,15
(Spannungs-)Empfindlichkeit <sup>a</sup> $Z_{\text{TIV}} \cdot \mathcal{S}$ (V/W)	$-2050$	365
Sättigung ( $V_{\text{pp}}$ )	2,0	0,45
{Maximaler Pegel (dBm)}	{13}	{0}
NEP' ( $\text{pW}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) <sup>a</sup>	24	128

<sup>a</sup> Bei einer Wellenlänge von 632 nm.

<sup>4</sup> Vor allem bei der typischen Wellenlänge von 850 nm.

<sup>5</sup> Ideale Sensitivität beträgt bei einer Wellenlänge von 632 nm etwa  $\mathcal{S} = 0,51$  A/W [173].

Vergleich zum GaAs-Photodetektor  $S_{i,\text{th}}^{\text{PD}}$  nach (4.2) kann mit Hilfe des Rauschmaßes<sup>6</sup> von 5,1 dB abgeschätzt werden [61] zu

$$S_{i,\text{th}}^{\text{Amp}} / S_{i,\text{th}}^{\text{PD}} = 10^{(5,1 \text{ dB}/10 \text{ dB})} \frac{k_B \cdot 290 \text{ K}}{50 \Omega \cdot S^2 (\text{NEP}')^2} \approx 0,7.$$

Für die weiteren theoretischen Abschätzungen des Einflusses des thermischen Rauschbeitrags muss daher das thermische Rauschen des HF-Verstärkers berücksichtigt werden.

Durch das thermische Rauschen des GaAs-Photodetektors ist die Spektraldichte der rauschäquivalenten (optischen) Leistung  $\text{NEP}'$  um Faktor 5 höher im Vergleich zum Si-Photodetektor. Somit ist eine optische Gesamtleistung ( $P_m + P_r$ ) von mindestens 7,7 mW erforderlich, damit eine Äquivalenz<sup>7</sup> mit dem Schrotrauschen besteht. Durch die Leistungsteilung und der geringen aktiven Fläche der GaAs-Photodiode ist aufgrund der verfügbaren Laserleistung keine Schrotrausch-begrenzte Messung möglich. Für den Si-Photodetektor muss die optische Gesamtleistung 0,74 mW überschreiten, damit das Schrotrauschen gegenüber dem Detektorrauschen dominiert. Eine tiefergehende Diskussion des dominanten Rauschens erfolgt in Abschnitt 7.5.2.

In Abb. 7.4 sind die Amplitudengänge der Photodetektoren gezeigt. Diese Messung wurden anhand eines Frequenzsweeps des Schwebungssignals zwischen Master- und Slave-Laser am Spektrumanalysator nach [101] durchgeführt. Dabei wird lediglich der Amplitudengang analysiert, da kein Phasenbezug ermittelt werden kann. Ein flacher Amplitudengang weist dabei auf einen linearen Phasengang hin. Der lineare Phasengang ist entscheidend für den Vorteil des heterodynen LDV zwischen Amplituden- und Phasenmodulation zu unterscheiden, was in [214] ausführlich dargestellt wird.

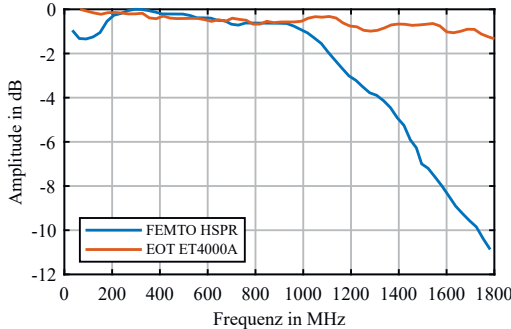


Abb. 7.4: Gemessene Amplitudengänge der Photodetektoren FEMTO HSPR-X-I-1G4-SI und EOT ET-4000A (nach den jeweiligen Richtkopplern ohne externem Verstärker) mittels Frequenzsweep des (ungeregelter) Schwebungssignals der Halbleiterlaser. Das vorliegende Exemplar des Si-Photodetektor HSPR-X-I-1G4-SI besitzt eine Bandbreite von  $f_B \approx 1,2 \text{ GHz}$ , was innerhalb der Toleranz der Hersteller-Spezifikation liegt.

<sup>6</sup> Für Frequenzen  $\leq 4,5 \text{ GHz}$  [142].

<sup>7</sup> Ansatz:  $S_{i,\text{th}} = S_{i,\text{SN}}$  (4.2) und (4.3).

Beide Modulationsformen erzeugen Seitenbänder bei der Modulationsfrequenz. Diese unterscheiden sich jedoch durch deren gegenseitigen Phasenbeziehung. So sind die Seitenbänder einer reinen Amplitudenmodulation in Phase, wobei diese für die Phasenmodulation  $180^\circ$  außer Phase sind. Jede Veränderung der Phasenlage der Seitenbänder durch die Übertragung führt zu einer Überkopplung zwischen den Modulationsformen, was die Rekonstruktion der Schwingung verfälscht. In [214] ist ein Verfahren zur Ermittlung und Kompensation des Frequenzgangs (mit Phase) mit Hilfe eines Femtosekunden-Lasers vorgestellt. Das Spektrum der Pulsfolge entspricht einem Frequenzkamm mit definierter Phasenbeziehung. Dieser Frequenzkamm tastet den Amplitudengang des Photodetektors und der nachfolgenden Signalübertragung ab. Die inverse Pulsbreite kann dabei als Bandbreite des Messverfahrens herangezogen werden. Für die Detektorbandbreite von 10 GHz wäre somit eine Pulsbreite als  $< 100$  ps erforderlich. Für die Kalibration der verwendeten breitbandigen Photodetektoren lag kein Pulslaser mit geeigneter Pulsbreite vor.

### 7.1.3 Aufbau des Mikroskops

Um die notwendige Ortsauflösung des Experimentalaufbaus für die HF-Schwingungsmessung zu erreichen (siehe Abschnitt 5.1.2), erfolgt die Fokussierung des Messlaserstrahls auf die Probe mit einem Mikroskop (siehe Abb. 7.5). Dafür wird der Messstrahl des LDV in einem Galilei-Teleskop auf die Eingangsapertur des Mikroskop-Objektivs aufgeweitet. Es stehen mehrere Mikroskop-Objektive des Herstellers Mitutoyo Deutschland GmbH mit großem Arbeitsabstand zur Verfügung. Dimensionierungs-

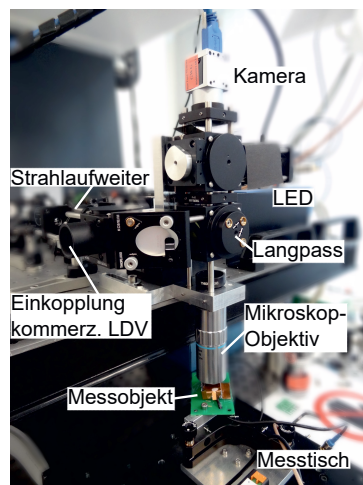


Abb. 7.5: Mikroskopaufbau des Experimentalaufbaus.

und Justagehinweise für den Probenhalter zur Positionierung des Messobjekts im Messvolumen von  $110 \times 110 \times 6 \text{ mm}^3$  werden im Anhang B.1 gegeben.

Zur visuellen Ausrichtung eines virtuellen Messpunkte-Rasters zum Messobjekt wurde ein Auflicht-Weitfeld-Mikroskop in den Strahlengang implementiert. Ein Langpass (LP) dient der Trennung des Messstrahls zum LDV und dem Weitfeld-Mikroskop durch eine Transmissionskante bei einer Wellenlänge von 660 nm. Die Resttransmission des LDV-Messlaserstrahls bei der Messwellenlänge von 632 nm erlaubt eine vergrößerte Abbildung des Messflecks und des Messobjekts auf die Kamera.

Durch die Verwendung einer Tubuslinse (TL) mit einer Brennweite von 100 mm für das Weitfeld-Mikroskop statt der nominellen Brennweite<sup>8</sup> von 200 mm wurde das Bildfeld um Faktor 2 vergrößert. Die Abbildung erfolgt auf einen Kamera-Sensor<sup>9</sup> mit einer Pixelgröße von  $5,86 \text{ }\mu\text{m}$ . Die resultierenden Bildfelder der verfügbaren Mikroskop-Objektive sind zusammen mit anderen Eigenschaften in Tab. 7.2 aufgeführt. Eine konstante parfokale Länge erlaubt den Austausch der Mikroskop-Objektive ohne erhöhten Justageaufwand.

Die theoretische Halbwertsbreite  $\Delta x_{\text{Airy}}$  des Airy-Scheibchens nach (5.2) ist ebenfalls in Tab. 7.2 aufgelistet. Der Messlaserstrahl aus dem Slave-Laser besitzt einen signifikanten Astigmatismus, der charakteristisch für einen kantenemittierenden Halbleiterlaser ist [173]. Zudem wird keine homogene Ausleuchtung der Eingangsapertur des Mikroskop-Objektivs („Flat Top“, siehe Abb. 5.1) gewählt, da sonst starke Leistungsverlust aufgrund der Gauß’schen Intensitätsverteilung auftreten. Beide Eigenschaften des Aufbaus vergrößern die tatsächliche Halbwertsbreite  $\Delta x_{\text{LDV}}$  im Fokus des Mikroskop-Objektivs. Beispielhaft ist in Abb. 7.6 die Weitfeld-Aufnahme des Fokus des Referenz-Laserstrahls nach dem  $50\times$ -Mikroskop-Objektiv gezeigt. Der Messfleck besitzt dabei eine Halbwertsbreite<sup>10</sup> von etwa  $1,10 \text{ }\mu\text{m}$ . Somit ist die Ortsauflösung des LDV etwa um einen Faktor  $\leq 2$  gegenüber der theoretischen Ortsauflösung in Tab. 7.2 bereits degradiert. Eine Verbesserung des Strahlprofils könnte durch eine Raumfilterung in einem optischen Wellenleiter oder einer Glasfaser erzielt werden.

Der Beleuchtung-Strahlengang des Weitfeld-Mikroskops ist nach Köhler aufgebaut, der die Lichtquelle in die Eintrittspupille des Mikroskop-Objektivs abbildet. Dafür wurde eine Leuchtdiode (LED) mit einer emittierten Lichtleistung von maximal 515 mW bei

Tab. 7.2: Eigenschaften des Weitfeld-Mikroskops für die vorhandenen Mikroskop-Objektive [143].

Mitutoyo M Plan Apo	Brennweite (mm)	NA	$\Delta x_{\text{Airy}}$ ( $\mu\text{m}$ )	Bildfeld ( $\text{mm}^2$ )	Skalierung (Pixel/mm)
10 $\times$	20	0,28	1,2	$2,25 \times 1,41$	853
20 $\times$	10	0,42	0,77	$1,13 \times 0,70$	1706
50 $\times$	4	0,55	0,59	$0,45 \times 0,28$	4266

<sup>8</sup> Referenz-Brennweite der Tubuslinse der Objektive von Mitutoyo Deutschland GmbH [143].

<sup>9</sup> 1/1,2"-Chip mit WUXGA-Auflösung ( $1920 \times 1200$  Pixel).

<sup>10</sup> Auswertung nach [83].

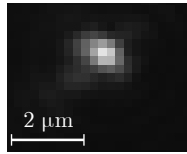


Abb. 7.6: Weitfeld-Aufnahme mit dem 50 $\times$ -Mikroskop-Objektiv zur Abschätzung der erzielten Halbwertsbreite des fokussierten Messflecks von etwa 1,10  $\mu\text{m}$ .

einer nahinfraroten Wellenlänge von  $(730 \pm 20) \text{ nm}$  ausgewählt. Die Abbildung des Beleuchtungsstrahlengangs erfolgt hierbei mit Hilfe derselben Tubuslinse wie für den Abbildungsstrahlengang, um den Aufbau des Weitfeld-Mikroskops zu vereinfachen (siehe Abb. 7.2). Für diesen Kompromiss muss die freie Apertur der Tubuslinse so ausgelegt werden, dass der Bildwinkel von Beleuchtung mindestens dem Bildwinkel des Mikroskop-Objektiv entspricht<sup>11</sup>. Auf diese Weise kann eine gute homogene Ausleuchtung des Messobjekts gewährleistet werden. Da der Abbildungsstrahlengang als 4 $f$ -System aufgebaut ist, muss die freie Apertur der Tubuslinse größer als die Diagonale des Kamera-Chips (13,3 mm) sein. Daher wurde im Aufbau eine freie Apertur der Tubuslinse von 28 mm realisiert. Strahlfallen (SF) im Strahlengang unterdrücken den unerwünschten Einfluss der Transmission am Strahlteiler und der Reflexion am Langpass.

### 7.1.4 Einkopplung eines kommerziellen LDV

Zur Überprüfung der Messfähigkeit wurde zudem direkt am Mikroskop ein Strahlteiler (ST<sub>4</sub>) zur optionalen Einkopplung eines kommerziellen LDV OFV-353S der Polytec GmbH vorgesehen. Durch diese Strahlüberlagerung wird gewährleistet, dass beide Strahlen koaxial sind und damit die Schwingung am gleichen Ort auf dem Messobjekt messen. Für die Einkopplung wurde ein Strahlteiler mit einem Transmissionsgrad von 90% gewählt. Dabei ist das SNR für das kommerzielle LDV weiterhin für die Vergleichsmessung geeignet.

In Experimenten mit Schwingungsfrequenzen  $> 3 \text{ MHz}$  mit dem kommerziellen LDV im Experimentalaufbau wurde zudem direkt die Rohsignale abgegriffen (Treibersignal der Bragg-Zelle und LDV-Rohsignal). Diese wurden derselben Datenerfassung und Demodulation zugeführt wie für das LDV mit OPLL, die in Abschnitt 7.3 beschrieben wird. Dadurch konnte die Limitierung durch den kommerziellen Dekoder OFV-2500 der Polytec GmbH umgangen werden. Die Trägerfrequenz des kommerziellen heterodyn Laser-Doppler-Vibrometers beträgt 40 MHz (aufgrund akustooptischer Trägererzeugung), wodurch die erstellte Signalverarbeitung eine Erweiterung der Messfähigkeit von Schwingungsfrequenzen bis 25 MHz ermöglicht.

---

<sup>11</sup> Hierbei muss die Abstrahlcharakteristik der LED diesen Winkelbereich möglichst konstant sein. Die Ausstrahlung der ausgewählten LED ist mit einer Halbwertsbreite von 80 deg spezifiziert.

## 7.2 Optoelektronische Phasenregelschleife

Im folgenden Abschnitt wird die Realisierung der Frequenzdifferenz-Regelung in einer OPLL erläutert, welche schematisch in Abb. 7.7 dargestellt ist. Dafür werden die einzelnen Komponenten des Systems diskutiert. Für die Phasenregelung wurde weitgehend auf das System der TOPTICA Photonics AG (Toptica) zurückgegriffen, die in Abb. 7.7 gelb hinterlegt ist. Eine detaillierte Zusammenstellung aller Komponenten des Toptica-Systems ist im Anhang in Tab. B.3 zu finden.

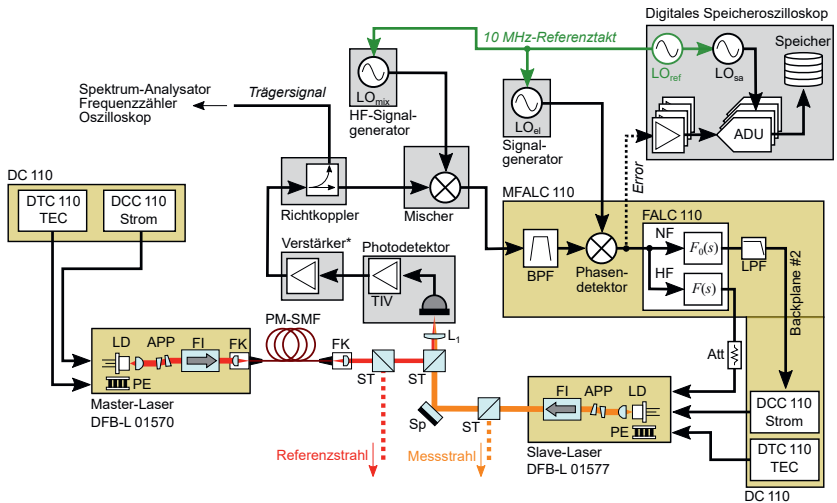


Abb. 7.7: Blockdiagramm der Frequenzdifferenz-Regelung mit der Synchronisation (grün) der Lokoszillatoren im Gesamtaufbau auf den 10 MHz-Referenzoszillator  $LO_{ref}$  des digitalen Speicheroszilloskops. Am Photodetektor wird ein Schwebungssignal des freilaufenden Master-Lasers und durchstimmbaren Slave-Lasers durch Interferenz von Teilstrahlen erzeugt. Ein Mischer verschiebt das Differenzsignal in die Bandbreite des kommerziellen Phasendetektors mit Schleifenfilter. Das Schleifenfilter erzeugt das Stellsignal für den durchstimmbaren Slave-Laser. Die verwendeten Komponenten des Toptica-Systems sind gelb gekennzeichnet.

### 7.2.1 Durchstimmbarer Slave-Laser

Für den Einsatz als Slave-Laser in einer OPLL ist eine durchstimmbare<sup>12</sup> Laserquelle notwendig [154]. Um ein Schwebungssignal im gewünschten Gigahertz-Bereich zu erzeugen, müssen sich die Emissionswellenlängen beider Laser in der OPLL überlappen. Da keine Paarung unterschiedlicher Laserquelle<sup>13</sup> nach dieser Anforderung verfügbar war,

<sup>12</sup>Engl. ‚Tunable‘.

<sup>13</sup>Eine Überlappung der Emissionswellenlänge mit einem HeNe-Laser bei 632,9 nm wurde angestrebt, konnte jedoch zum Zeitpunkt der Beschaffung vom Hersteller nicht realisiert werden.

wurde für den Master-Laser ein baugleicher Laser verwendet. Dabei ist es zweckdienlich, dass der Master-Laser im Arbeitspunkt stabilisiert wird (siehe auch Abschnitt 7.2.2). Da in dieser Arbeit keine direkte Stabilisierung der Emissionswellenlängen des Master-Lasers erfolgt, wird dieser Zustand im Folgenden als ‚freilaufend‘ bezeichnet.

Aus der Theorie ist bekannt (siehe Abschnitt 4.2), dass die Regelbandbreite  $f_L$  deutlich höher als die summierte Linienbreite der gekoppelten, monomodigen Laser sein muss. Zudem muss die Bandbreite der Durchstimmtechnik deutlich größer als die Regelbandbreite sein. Die Verwendung des GaAs-Photodetektors aufgrund der hohen erzielbaren Bandbreite im Gigahertz-Bereich schränkt den Wellenlängen der Laserquelle auf 600 nm bis 900 nm ein (siehe Tab. 7.1). Für eine hohe Ortsauflösung des LDV sollte die Emissionswellenlänge zudem möglichst klein gewählt werden (siehe Kapitel 5).

Halbleiterlaser bieten aufgrund der großen Auswahl von Halbleitermaterialien und Bauformen eine flexible Wahl für die Anwendung in einer OPLL.

### Wahl des Halbleiterlasers und der Durchstimmtechnik

In der Literatur sind viele Techniken zur Frequenzselektion und zum Durchstimmen der emittierten Laserfrequenz von Halbleiterlasern bekannt [169]. Diese unterscheiden sich stark im Hinblick auf Linienbreite, Empfindlichkeit und Durchstimm-Bereich. Für die vorliegende Arbeit wurden zwei DBR-Halbleiterlaser<sup>14</sup> EYP-DBR-0633 von Eagleyard Photonics GmbH auf Basis von GaAs bei einer Emissionswellenlänge um 632,0 nm verwendet. Der frequenzselektive Aufbau der Bragg-Reflektoren am Rand des Resonators erzeugen eine longitudinal-monomodige Emission mit einer starken Unterdrückung von Seitenmoden [46]. Durch die Bragg-Reflektoren werden Modenkonzurrenz und -sprünge vermieden, die für Fabry-Pérot-Halbleiterlaser typisch sind. Ein Durchstimmen kann bei diesen Halbleiterlasern durch eine Änderung der Temperatur und des Injektionsstroms erfolgen. Nach Datenblatt besitzen diese Halbleiterlaser eine typische Linienbreite von 1 MHz [46], wodurch nur das Durchstimmen mittels Injektionsstrom aufgrund der erreichbaren Modulations-Grenzfrequenz in Frage kommt. Grundsätzlich muss hierbei berücksichtigt werden, dass diese Durchstimmtechnik inhärent tieffpassbegrenzt ist [154]. Das Übertragungsverhalten des Strom-Durchstimmkoeffizienten geht in die Übertragungsfunktion der OPLL ein (siehe 3.28) und kann folgendermaßen modelliert ( $< 1$  GHz) werden

$$\frac{d\nu}{dz}(f) \approx K_{\text{stat}} + \frac{K_{\text{th}}}{1 + j(f/f_{\text{th}})} \quad (7.1)$$

mit dem statischen (‚Chirp‘-)Koeffizienten  $K_{\text{stat}}$  durch Ladungsträgereffekte und den (‚Chirp‘-)Koeffizienten  $K_{\text{th}}$  durch Temperatureffekte mit der Grenzfrequenz  $f_{\text{th}}$ . Nach Petermann [154] liegt diese Grenzfrequenz typischerweise bei 10 MHz bis 100 MHz. Für die vorliegenden Laser stand kein geeignetes Messsystem zur Verfügung, um diese Grenzfrequenz zu bestimmen. Es wurde jedoch davon ausgegangen, dass diese  $> 20$  MHz ist und die Strommodulation von der Grenzfrequenz der Schutzschaltung am Halbleiterlaser limitiert wird.

---

<sup>14</sup>Engl. ‚Distributed Bragg reflector‘.



### Charakterisierung und Wahl des Arbeitspunkts

Für die Übersicht der erzielbaren Wellenlängen der beiden vorliegenden DBR-Halbleiterlaser in Abhängigkeit von der Temperatur und dem Injektionsstrom wurde eine Rastermessung vorgenommen. Hierbei wurden Arbeitspunkte ausgespart, die außerhalb der Maximalwerte aus dem spezifischen Datenblatt waren. Für die Messung stand ein Wavemeter (WS6-600 der HighFinesse GmbH) zur Verfügung, welches die Emissionswellenlängen mit einer Messabweichung von  $< 600$  MHz ermittelt [81]. Mit der Anforderung<sup>15</sup> einer emittierten Leistung von  $> 3$  mW (nach der Faser) konnte ein breiter Überlappungsbereich mit Wellenlängen von 631,84 nm bis 632,06 nm identifiziert werden (schraffierter Bereich in Abb. 7.8). Der Wellenlängenabstand für eine Frequenzdifferenz von 1 GHz beträgt etwa 1,3 pm bei 632 nm, sodass dieser Aspekt bei der Identifikation des Überlappungsbereichs vernachlässigt werden kann. Berücksichtigt man den gesamten betrachteten Durchstimmbereich der Wellenlänge kann mit den vorliegenden Laserdioden eine Frequenzdifferenz von mehr als 285 GHz erzielt werden.

Für die Wahl der Arbeitspunkte beider Halbleiterlaser wurde als weiteres Auswahlkriterium festgelegt, dass die Temperatur am Laserdioden-Gehäuse möglichst hoch gewählt werden soll, um Kondensation und damit Störungen und Alterung zu vermeiden. Für die Arbeitspunkte wurde somit eine Wellenlänge von 632,01 nm ausgewählt. In diesem Arbeitspunkt betragen die statischen Durchstimm-Koeffizienten für den Strom  $K_{\text{stat}} = d\nu/di \approx -710$  MHz/mA und für die Temperatur  $d\nu/d\vartheta \approx -30$  GHz/K.

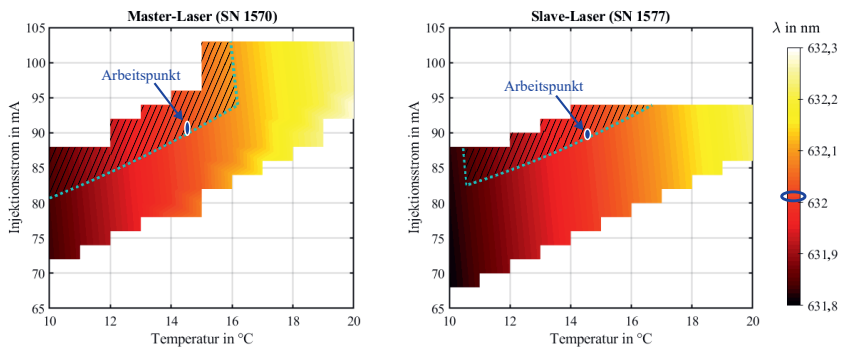


Abb. 7.8: Gemessene Verteilung der Emissionswellenlänge für Master- und Slave-Laser in Abhängigkeit von Injektionsstrom und Temperatur (am Gehäuse). Im Überlappungsbereich (schraffiert) wird  $\geq 80\%$  der spezifizierten Ausgangsleistung erreicht. Die gewählten Arbeitspunkte (blau) der Laser wurden auf eine gemeinsame Emissionswellenlänge von 632,01 nm justiert.

<sup>15</sup> Zudem wurden Ausgangsleistungen bei etwa 7 mW (vor der Faser) ausgewählt, um einer schnelle Degradation der Eigenschaften der Laserdioden zu vermeiden.

## Messung des Intensitätsrauschens

Durch die spontane Emission im Halbleiterlaser kommt es zur Fluktuation der emittierten Intensität [154]. Diese Rauschkomponente der emittierten Laserstrahlung wird durch die Spektraldichte<sup>16</sup> des Laserleistungsrauschens  $S_{\Delta P}$  bezogen auf die mittlere Laserleistung  $\langle P \rangle_t$  (engl. ‚Relative Intensity Noise‘) (nach [41]) charakterisiert

$$\text{RIN}'(f) = S_{\Delta P}(f) \cdot \langle P \rangle_t^{-2}. \quad (7.2)$$

Repräsentativ für beide Halbleiterlaser ist in Abb. 7.9 die Messung des relativen Intensitätsrauschens des Slave-Lasers für verschiedene Injektionsströme gezeigt<sup>17</sup>. Durch die Relaxationsoszillation entsteht ein überhöhtes Intensitätsrauschen, was für Halbleiterlaser typisch ist [154]. Das typische Intensitätsrauschen erreicht bei der Relaxationsoszillation bei monomodigen GaAlAs-Laserdioden eine Größenordnung von etwa  $-110$  dB (bei 1 Hz RBW) und nimmt mit steigendem Injektionsstrom ab [154]. Dieses Verhalten liegt auch bei dem verwendeten Halbleiterlasern vor (Abb. 7.10a). Für eine Optimierung des Intensitätsrauschens sollte daher die Ausgangsleistung des Halbleiterlasers maximiert werden. Für eine Schrotrausch-begrenzte Detektion<sup>18</sup> muss das Intensitätsrauschen der Laserquelle die Spektraldichte des Schrotrauschens von

$$\text{RIN}'_{\text{SNlim}}(f) \leq 10 \log_{10} \left( 2 \frac{hc}{\lambda \langle P \rangle_t} \right) \approx -160 \text{ dB}$$

unterschreiten (bei 1 Hz Bandbreite), was in [41] als ‚Standard-Quantengrenze‘ bezeichnet wird. Folglich liegt das Intensitätsrauschen der vorliegenden Halbleiterlaser

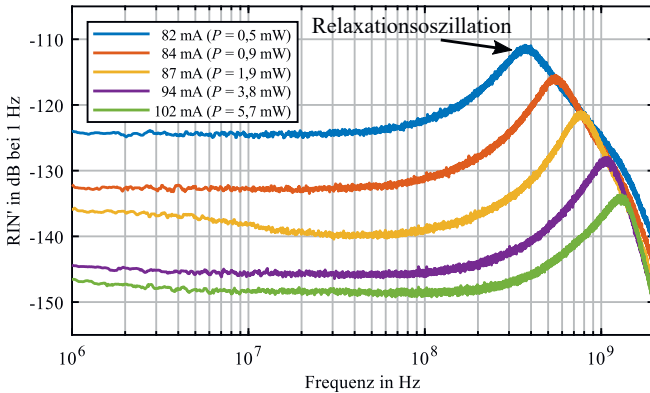


Abb. 7.9: Gemessenes Spektraldichte des relativen Intensitätsrauschens  $\text{RIN}'$  des Slave-Lasers bei Variation des Injektionsstroms bzw. der emittierten Leistung. Es tritt eine dominante Rauschüberhöhung aufgrund der Relaxationsoszillation auf.

<sup>16</sup> Aufgrund des Detektionsprozesses ist die Laserleistung proportional zur elektrischen Leistung.

<sup>17</sup> Bei der Analyse wurde von einem ergodischen Rauschprozess ausgegangen.

<sup>18</sup> Bei einer emittierten (mittleren) Laserleistung von  $\langle P \rangle_t = 5,7 \text{ mW}$  bei  $\lambda = 632 \text{ nm}$ .

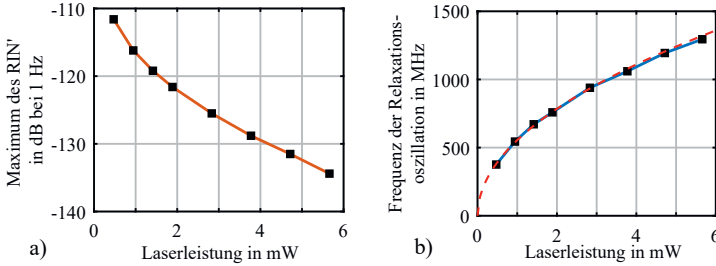


Abb. 7.10: (a) Maximum des relativen Intensitätsrauschens  $RIN'$  für den Slave-Laser in Abhängigkeit von der Laserleistung. (b) Frequenz der Relaxationsoszillation über der Laserleistung mit theoretischem Zusammenhang (rot-gestrichelt).

im gewählten Arbeitspunkt für Frequenzen kleiner als 300 MHz etwa 13 dB über der Standard-Quantengrenze. Um die Relaxationsoszillation übersteigt das Intensitätsrauschen die Standard-Quantengrenze um bis zu 26 dB. Daher wird die Emission dieser Halbleiterlaser als nicht-Schrotrausch-begrenzt bezeichnet.

Mit steigender Laserleistung steigt die Frequenz  $f_{\text{relax}}$  der Relaxationsoszillation systematisch an (Abb. 7.10b) und folgt der theoretischen Proportionalität zu  $\sqrt{\langle P \rangle_t}$  [154]. Die systematische Abweichung in Abb. 7.10b für hohe Relaxationsfrequenzen von der Theorie begründet sich durch die Bandbreite des verwendeten Si-Photodetektors von 1,2 GHz (siehe Tab. 7.1).

### 7.2.2 Master-Laser

Die Emissionswellenlänge des Master-Lasers dient der optoelektronischen Phasenregelschleife als Führungsgröße. Somit folgt der Slave-Laser den niederfrequenten Fluktuationen der Emissionswellenlänge bzw. -frequenz im gewählten Frequenzabstand. Für die Interferometrie dient die Emissionswellenlänge als Bezugsgröße für die Weglängenänderung (vgl. 3.1). Somit entspricht die relative Unsicherheit der Emissionswellenlänge  $\lambda$  direkt der relativen Unsicherheit der rekonstruierten Schwingungsamplitude  $\hat{s}$

$$|\alpha| = \frac{|\Delta \hat{s}|}{\hat{s}} = \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda}. \quad (7.3)$$

Für die interferometrische Messung der Weglänge über mehrere Größenordnungen ist es daher vorteilhaft hochstabile Laserquellen zu verwenden (z. B. HeNe-Laser mit Stabilisierung auf Iod-Absorption), damit eine relative Unsicherheit der ermittelten Längen bis zu  $|\Delta \lambda|/\lambda \approx 10^{-10}$  erreicht wird [212]. In der Vibrometrie liegt die typische Unsicherheit der Schwingungsamplitude im Bereich von wenigen Prozent. Somit muss die Unsicherheit der Wellenlänge lediglich  $\ll 10^{-3}$  sein, damit andere Effekte die Unsicherheit der ermittelten Schwingungsamplitude dominieren. Diese Anforderung für den Einsatz in der Vibrometrie wird bereits von unstabilisierten HeNe-Lasern erreicht, die eine relative Unsicherheit der Emissionswellenlänge von  $3 \cdot 10^{-6}$  erreichen [212].

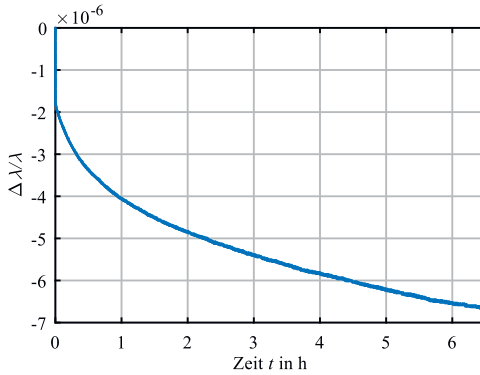


Abb. 7.11: Gemessene relative Abweichung der Wellenlänge des Master-Lasers über einen Zeitraum von über 6 Stunden direkt nach Einschalten. Die Messung erfolgte im gewählten Arbeitspunkt mit einem Wavemeter WS6-600 der HighFinesse GmbH unter Laborbedingungen.

Die vorliegenden Halbleiterlaser werden durch die Strom- und Temperaturregelung im Arbeitspunkt gehalten und erreichen daher eine Langzeitstabilität<sup>19</sup> von  $< 4 \cdot 10^{-6}$  über eine Zeit von 6 Stunden (siehe Abb. 7.11). Somit reicht die vorliegende Stabilisierung des Master-Lasers über Injektionsstrom und Temperatur für die Anforderungen der Vibrometrie aus.

### 7.2.3 Phasendetektion

Die verwendete Systemkomponente mFALC 110 von Toptica enthält bereits einen Phasendetektor bzw. Mischer (siehe Schema in Abb. 7.7 und Foto in Abb. 7.12), dessen Bandbreite auf eine Differenzfrequenz und damit die Trägerfrequenz von  $\nu_c \leq 200$  MHz begrenzt ist [197]. Um höhere Differenzfrequenzen zu ermöglichen, wird ein zusätzlicher externer Mischer eingesetzt, der das Schwebungssignal in den Arbeitsbereich des Mixers im mFALC 110 abwärtswandelt<sup>20</sup>. Somit ist die erzeugte Trägerfrequenz [110]

$$\nu_c = \nu_{\text{LO,mix}} + \nu_{\text{LO,el}} \quad (7.4)$$

mit der Frequenz  $\nu_{\text{LO,mix}}$  des Lokaloszillators  $\text{LO}_{\text{mix}}$  und der Frequenz  $\nu_{\text{LO,el}}$  des Lokaloszillators  $\text{LO}_{\text{el}}$  (siehe Abb. 7.7).

Die erwünschte Trägerfrequenz  $\nu_c$  muss dafür innerhalb der Bandbreite des externen Mixers liegen. Zudem muss durch Abwärtswandlung eine Zwischenfrequenz am Mischerausgang erzielbar sein, die kleiner als die Eingangsbandbreite des mFALC 110 von 200 MHz ist. Für eine möglichst ideales Verhalten über eine große Bandbreite wird auf sogenannte ‚Doubly-Double-Balanced‘-Mischer oder auch ‚Triple-Balanced‘-Mischer zurückgegriffen. Mischer dieser Klasse besitzen die zweifache Konfiguration eines

<sup>19</sup> Vernachlässigung der Änderung während des Aufwärmvorgangs von 30 Minuten.

<sup>20</sup> Engl. ‚Down conversion‘.

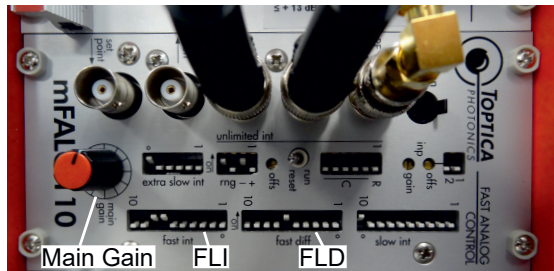


Abb. 7.12: Frontansicht des Toptica mFALC 110 mit Mischer und Schleifenfilter. Die Konfiguration beispielsweise des ‚Fast Limited Differentiator‘ (FLD) und des ‚Fast Limited Integrator‘ (FLI) erfolgt mit DIP-Schaltern.

‚Double-Balanced‘-Mischers [131]. Dadurch kann ein größerer Frequenzbereich an den Eingängen dieser Mischer erreicht werden. Zudem ist die Unterdrückung der störenden Frequenzen (Harmonische oder Intermodulationen) höher als bei ‚Double-Balanced‘-Mischern, was einem Einrasten der Phasenregelung auf einer solchen Störfrequenz entgegenwirkt. Die Evaluierung der Komponenten zur Frequenzumsetzung wurde im Rahmen der Masterarbeit<sup>21</sup> von Rigele Te durchgeführt [191]. Da die Konversionsverluste des Mischers im mFALC 110 frequenzabhängig sind und in die Gesamtverstärkung  $K_{\text{tot}}$  der offenen Regelstrecke eingehen (vgl. (3.29)), wurde für diesen eine konstante Betriebsfrequenz von  $\nu_{\text{LO}} = 50 \text{ MHz}$  am Lokaloszillator  $\text{LO}_{\text{el}}$  festgelegt. Eine Wahl oder auch eine dynamische Veränderung des Trägers erfolgt nur noch über die Frequenzeinstellung des Lokaloszillators  $\text{LO}_{\text{mix}}$  am externen Mischer. Der jeweilige Pegel am LO-Eingang der Mischer wurde anhand der Spezifikationen auf geringe Konversionsverluste und hohe Unterdrückung der Intermodulationen optimiert. Als geeignete Signalgeneratoren wurde auf ein möglichst störungsfreies Signal für die erforderlichen Leistungspegel und Frequenzen geachtet. Zudem muss für die Synchronisation ein Eingang für einen 10 MHz-Referenztakt vorhanden sein (siehe Abschnitt 7.4.2).

In der linearisierten Betrachtung wird auch der Photodetektor (PD3) als quadratischer Mischer der interferierenden Laserstrahlen der Phasendetektion zugeordnet (vgl. Abb. 3.8). Dessen Bandbreite muss mindestens die erwünschte Trägerfrequenz  $\nu_c$  einschließen und es erfolgt eine Hochpassfilterung zur Entfernung des Gleichanteils. Da die Anforderungen vergleichbar sind, wie für die Photodetektoren des LDV, wurden Photodetektoren desselben Typs verwendet. In dieser Dissertation bleibt der Einfluss des Intensitätsrauschens der Halbleiterlaser auf die Phasenregelung unberücksichtigt. Dieses wird bei Satyan [177] diskutiert und kann im Prinzip auch durch abgeglichenen Photodetektoren unterdrückt werden. Das Interferenzsignal (an PD3) wird in einem Transimpedanzverstärker (TIV) und einem optionalen Nachverstärker für die Frequenzumsetzung in den Mischern verstärkt. Ein Anteil von etwa  $-16 \text{ dB}$  wird in einem Richtkoppler für die Überwachung ausgekoppelt.

<sup>21</sup> Betreuung durch den Autor.

Für eine definierte Verbindung der empfindlichen HF-Elektronik mit dem Massepotenzial wurde für die Photodetektoren darauf geachtet, dass keine leitende Verbindung zu der optischen Bank vorliegt. Die gemeinsame Masse wurde dabei durch die Versorgungsmasse definiert, die leitend mit den Gehäusen der HF-Bauteile verbunden ist. Für die mechanische Befestigung der Photodetektoren auf der Optomechanik wurden Kunststoff-Schrauben sowie eine beständige Polyester-Folie zur elektrischen Isolation verwendet. Bei den sonstigen HF-Signalfaden wurde auf eine gute Schirmung mit ,Semi-Rigid'-Koaxialeitern oder direkten SMA-Kupplungen geachtet.

## 7.2.4 Schleifenfilter

Als Schleifenfilter wird die Systemkomponente mFALC 110 von Toptica verwendet, welche die Regelabweichung in einen niederfrequenten und hochfrequenten Pfad teilt [197]. Diese parallele Reglerstruktur entspricht der Empfehlung aus der Literatur [62]. Der schematische Aufbau<sup>22</sup> ist in Abb. 7.7 dargestellt.

Das niederfrequente Schleifenfilter mit einem unlimitierten Integrator führt den Injektionsstrom im Arbeitspunkt so nach, dass die stationäre Phasenabweichung  $\varphi_e$  minimiert wird [197]. Dadurch wird die Regelung robuster gegen Störungen und Drifts (siehe Abschnitt 3.2.4). Hierfür muss die Frequenzlage<sup>23</sup> zwischen Master- und Slave-Laser ausgewählt und die Polarität des Stellsignals am Ausgang des niederfrequenten Schleifenfilters entsprechend konfiguriert werden.

Das hochfrequente Schleifenfilter moduliert die Laserdioden am Modulationseingang DL-MOD über eine Schutz-Schaltung [197]. Die phasenanhebenden Glieder (,Lead') und phasenabsenkenden Glieder (,Lag') der Übertragungsfunktion des hochfrequenten Schleifenfilters sind über DIP-Schalter konfigurierbar (siehe Abb. 7.12). Somit kann die Übertragungsfunktion durch die gebrochen-rationale Form<sup>24</sup>

$$F(s) = K_0 \cdot \prod_m \left( K_m \frac{1 + \frac{s}{\omega_{Z,m}}}{1 + \frac{s}{\omega_{P,m}}} \right) \quad (7.5)$$

mit der Polstelle  $\omega_{P,m}$ , der Nullstelle  $\omega_{Z,m}$  und der Verstärkung  $K_m$  des  $m$ -ten Glieds beschrieben werden. Für phasenanhebende Glieder ist die (Kreis-)Frequenz der Nullstelle kleiner als der Polstelle ( $\omega_Z < \omega_P$ ). Daher kann durch den Einsatz solcher Glieder der Amplitudengang angehoben werden, sodass eine höhere Durchtrittsfrequenz erzielbar ist. Zusätzlich wird die Phase um 90 deg angehoben. Phasenabsenkende Glieder haben das umgekehrte Verhalten ( $\omega_Z > \omega_P$ ).

Aufgrund der hohen Empfindlichkeit der Phasendetektion muss die HF-Verstärkung des HF-Pfads durch einen Abschwächer (um 30 dB) reduziert werden, um den Einstellungsbereich der Schleifenverstärkung (Main Gain) sinnvoll nutzen zu können [197].

<sup>22</sup>Für des Details des internen Aufbaus des mFALC 110 siehe [197].

<sup>23</sup>Entweder  $\nu_M = \nu_S + \nu_c$  oder  $\nu_M = \nu_S - \nu_c$ .

<sup>24</sup>Zur Realisierbarkeit des Schleifenfilters muss die Ordnung des Nenners höher sein als der Zähler.

Die fehlende Polstelle ist vermutlich so hoch, dass diese keinen Einfluss auf die Regelung besitzt und daher im Handbuch des Herstellers nicht erwähnt wird.

## Optimierung der Regelparameter

Der folgende Optimierungsprozess ist nicht im Handbuch dokumentiert und basiert auf Empfehlungen von Toptica speziell für DBR-Laser [115]. Die Optimierung der OPLL auf möglichst gute Bandbreite bei ausreichender Stabilität erfolgt heuristisch mit dem (analogen) mFALC 110 mittels DIP-Schalter (siehe Abb. 7.12).

Als Startkonfiguration wird bereits eine Einstellung<sup>25</sup> des Schleifenfilters mit hoher Regelbandbreite  $f_L$  gewählt, da aus der Theorie die Regelbandbreite größer sein muss als die summierte Linienbreiten ( $\nu_M + \nu_S$ ) der Laser (siehe Abschnitt 4.2). Für eine maximale Unterdrückung des Differenzphasen-Rauschens innerhalb der Regelbandbreite wird die (DC-)Verstärkung der offenen Regelschleife soweit maximiert, dass die Regelung noch stabil bleibt (siehe Abschnitt 3.2.3).

Ausgehend von der Startkonfiguration werden daher die Schleifenverstärkung (Drehknopf: Main Gain, von kleinen Verstärkungen ausgehend) und die Pol- und Nullstelle des phasenanhebenden Glieds (Toptica-Bezeichnung: FLD<sup>26</sup>) wechselseitig optimiert. Als erstes Gütekriterium der Optimierung dient die maximal erreichbare Schleifenverstärkung (Main Gain) bis deutliche Rauschüberhöhungen („Servo Bumps“) auftreten. Da der Frequenzabstand der „Servo Bumps“ zum Schwebungsfrequenz<sup>27</sup> mit der Regelbandbreite<sup>28</sup>  $f_L$  skaliert (siehe Kapitel 4), kann die erreichte Regelbandbreite an einem Spektrumanalysator abgeschätzt werden und dient als Gütekriterium.

In Abb. 7.13 ist ein simulierter Optimierungsprozess anhand des Bode-Diagramms (der offenen Regelschleife) bei gradueller Variation des phasenanhebenden Glieds (FLD) dargestellt. Alle Übertragungsfunktionen (in Abb. 7.13) wurden so gewählt, dass sie eine Phasenreserve von 30 deg aufweisen. Im Phasengang des Bode-Diagramms beträgt die initiale Phase durch die integrierende Wirkung des Slave-Lasers  $-90$  deg. Die Absenkung der Phase bei etwa 20 kHz ist auf den Einfluss des phasenabsenkenden Glieds (Toptica-Bezeichnung: FLI<sup>29</sup>) zurückzuführen. Das phasenanhebende Glied zeigt eine Wirkung bei 200 kHz.

Um den Optimierungsvorgang zu verdeutlichen, ist (im Zentrum von Abb. 7.13) ein Diagramm überlagert, das die Regelbandbreite  $f_L$  über den diskreten<sup>30</sup> Stufen des phasenanhebenden Glieds zeigt. Dessen graduelle Einstellung variiert gleichsam die Nullstelle<sup>31</sup>. Bei optimaler Frequenzwahl für die Nullstelle wirkt sich die Phasenhebung so auf die Übertragungsfunktion aus, dass eine höhere Verstärkung bei höherer Regelbandbreite stabil eingestellt werden kann. Für dieses Beispiel wird das Maximum der Regelbandbreite bei etwa  $\text{FLD} = 4$  erreicht.

Anhand der DC-Verstärkung<sup>32</sup> zeigt sich, dass es für den Optimierungsprozess zuführend ist von bei großen Werten (niederfrequente Einstellung) des phasenanhebenden

<sup>25</sup> Konfiguration am Toptica mFALC 100: FLI = 8; SLI und XSLI deaktiviert.

<sup>26</sup> „Fast Limited Differentiator“.

<sup>27</sup> „Beat“ bei  $\nu_c$ .

<sup>28</sup> Oder Vielfachen der Regelbandbreite.

<sup>29</sup> „Fast Limited Integrator“.

<sup>30</sup> Neben den diskreten Stufen des FLD (durch DIP-Schalter) können auch Zwischenstufen erzeugt werden, indem benachbarte Schalter gewählt werden [197].

<sup>31</sup> Je größer der Werte des FLD, desto niederfrequenter die Nullstelle.

<sup>32</sup> Ersichtlich am Schnittpunkt mit der y-Achse.

Glieds zu startet. Somit ist eine bessere Konvergenz dieser heuristischen Optimierung erreichbar. Für den Experimentalaufbau wurden gute Stabilitätseigenschaften und eine hohe Bandbreite für eine Konfiguration des Schleifenfilters mit  $\text{FLI} = 7 + 8$  und  $\text{FLD} = 3 + 4$  erreicht.

### 7.2.5 Prozedur zum Einrasten der Phasenregelung

Der limitierte Fangbereich<sup>33</sup> sowie die Intermodulationsprodukte der Mischprozesse erfordern, dass die Laserfrequenzen von Master- und Slave-Laser vor Aktivierung der Regelung sich nahe dem Arbeitspunkt befinden. Hierfür werden beide Laserfrequenzen

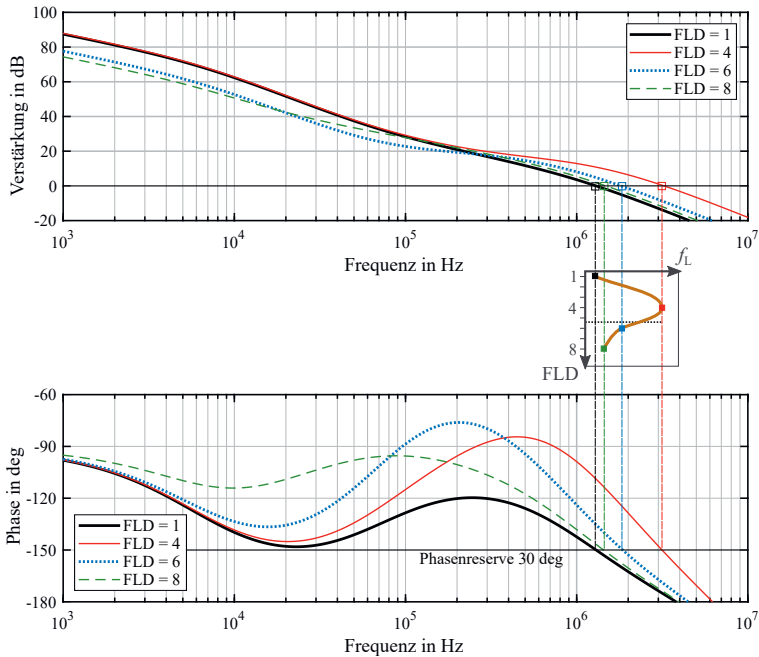


Abb. 7.13: Simuliertes Bode-Diagramm der Übertragungsfunktion  $G(s)$  der offenen Regelschleife bei einer Optimierung die Regelbandbreite  $f_L$  durch die diskreten Konfigurationen des phasenhebenden Glieds (FLD) des Toptica mFALC 100. Die Verstärkung („Main Gain“) für alle Übertragungsfunktionen ist so gewählt, sodass eine Phasenreserve von 30 deg entsteht ( $\text{FLI} = 8$ ; Verzögerung von 10 ns und zusätzlicher Pol bei  $f_p = 1 \text{ MHz}$  innerhalb der Regelschleife).

<sup>33</sup>Siehe auch Abschnitt 3.2.4.



mit dem Wavemeter vermessen<sup>34</sup>, sodass sich die Differenzfrequenz  $|\nu_M - \nu_S|$  am Photodetektor PD3 innerhalb der Bandbreite eines Spektrumanalysators oder Frequenzzählers befindet. Mit diesen erfolgt die manuelle Einstellung nahe der gewünschten Frequenzdifferenz und Frequenzlage (bei deaktivierter Regelung).

Im Anschluss wird sukzessive die Schleifenverstärkung (Main Gain) erhöht, während der Injektionsstrom des Master-Lasers manuell<sup>35</sup> über die gewünschte Differenzfrequenz gefahren wird. Sobald die Regelung eingerastet ist, wird das niederfrequente Schleifenfilter manuell aktiviert [197].

## 7.3 Software zur automatisierten LDV-Messung

Für einen effizienten Messprozess wurde ein Messprogramm in National Instruments LabVIEW erstellt, das eine automatische LDV-Rastermessung auf einem ebenen Messobjekt steuert. Die Positionierung des einzelnen Messpunkts wird mit einem Kreuztisch mit Linearmotoren durchgeführt, der eine bidirektionale Wiederholbarkeit von  $\pm 0,4 \mu\text{m}$  über ein Messfeld von  $110 \text{ mm} \times 110 \text{ mm}$  erreicht [188]. Eine detaillierte Darstellung der Einbindung des Kreuztisches in das Messprogramm findet sich in der Bachelorarbeit<sup>36</sup> von Jürgen Janzen [92]. In seiner Arbeit werden die implementierten Transformationen zwischen den Koordinatensystemen der Kamera, des Messobjekts und des Kreuztisches dargestellt. Die Regelparameter der Linearmotoren des Kreuztisches wurden dabei auf eine hohe Positionsstabilität optimiert [92].

Die Fähigkeit dieses Stands der Teilautomatisierung in Zusammenhang mit dem Mikroskopaufbau wurden für die Messung der Schwingformen von ‚Energy Harvestern‘ für die Stimmanregung angewendet, die an der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Hyuck Choo des California Institute of Technology (‚Caltech‘) erforscht wurden [31]. Die Messung der Schwingungen im Frequenzbereich  $< 3 \text{ kHz}$  erfolgte hierbei mit dem kommerziellen LDV (OFV-353S mit Dekoder OFV-2500 der Polytec GmbH) und der zugehörigen Auswertesoftware. Diese Zusammenarbeit wurde in [112] publiziert.

Die Einführung des Arbeitsflusses für eine LDV-Messung ist in der Masterarbeit von Xiaochen Wu<sup>36</sup> dokumentiert [216]. Teil dieser Arbeit war die Implementierung einer automatisierten Datenerfassung mit einem digitalen Speicheroszilloskop, wobei einige implementierte Funktionen auf der Masterarbeit<sup>36</sup> von Hazem Faraj Alzarie basieren [6].

Für eine Automatisierung der elektrischen Anregung des Messobjekts wurde der Vektor-Netzwerkanalysator (VNA) S5065 von Copper Mountain Technology Inc. in das Messprogramm eingebunden<sup>37</sup>. Dadurch ist eine Anregung bis  $+5 \text{ dBm}$  im Frequenzbereich von  $9 \text{ kHz}$  bis  $6,5 \text{ GHz}$  möglich [34, 35]. Parallel zur LDV-Messung kann eine

<sup>34</sup> Aufgrund der guten Reproduzierbarkeit der Arbeitspunkte an den Treibern ist zumeist keine ständige Kontrolle der Emissionswellenlängen mittels Wavemeter notwendig.

<sup>35</sup> Eine analoge Schnittstelle war jeweils zur externen Steuerung von Master- und Slave-Laser gedacht. Es wurde jedoch festgestellt, dass es bei Verbindung mit einer USB-AD/DA-Wandler-Box zu starken Störungen des Massepotenzials der Treiber kommt. Diese Störungen führten zu unerwünschten Instabilitäten der Laseremission. Daher wurde auf eine externe Steuerung verzichtet.

<sup>36</sup> Betreut durch den Autor.

<sup>37</sup> Unterstützt durch den Forschungspraktikanten Mohammad Atef Mansour.

Bestimmung der elektrischen Streuparameter (,S-Parameter‘) der Eingangsreflexion  $S_{11}$  und des Vorwärts-Transmission  $S_{21}$  erfolgen<sup>38</sup> [222]. Diese Funktion kann zur Überwachung der Anregung bei schmalen Resonanzen, z. B. bei ,High-Q‘-Bauteilen, verwendet werden, die durch Umgebungseinflüsse während der Messung driften können. Des Weiteren wird diese Funktionalität für eine synchrone Messung des elektrischen und mechanischen Verhaltens während eines Frequenzsweeps verwendet.

Eine Übersichtsskizze der Peripherie ist in Abb. 7.14 dargestellt. Für die Dokumentation des Messprogramms und die Einbindung der peripheren Geräte des LDV-Aufbaus erläutert wird in weiten Teilen auf die Dokumentation in den studentischen Abschlussarbeiten [6, 92, 216] verwiesen.

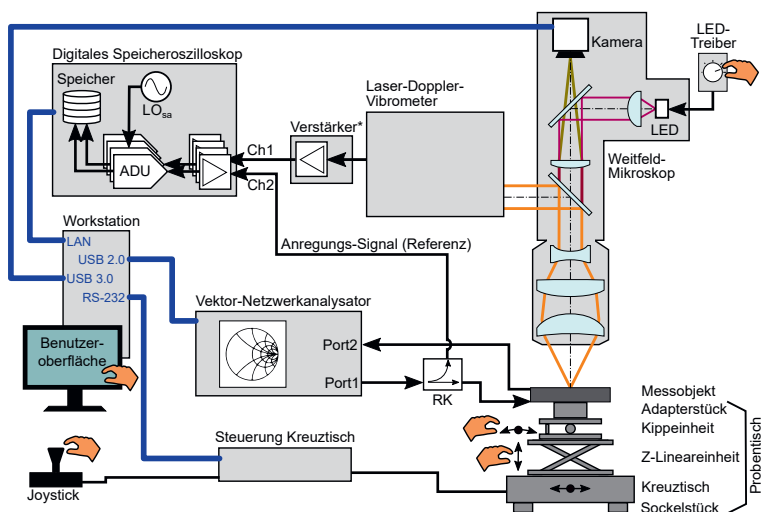


Abb. 7.14: Blockdiagramm des LDV-Mikroskops mit peripheren Laborgeräten. Eine Vektor-Netzwerkanalysator regt an und misst gleichzeitig die elektrischen Eigenschaften eines Messobjekts. Sowohl Anregungs- als auch das LDV-Rohsignal werden durch ein digitales Speicheroszilloskop erfasst. Alle peripheren Instrumente des LDV-Mikroskops sind mit der Workstation verbunden und werden vom Messprogramm konfiguriert und gesteuert. Manuellen Eingriffe sind mit Hand-Symbol und optionale Komponenten mit \* gekennzeichnet.

<sup>38</sup>Es ist nur eine unidirektionale Messung möglich, da eine stationäre elektrische Anregung für die LDV-Messung aus dem Port 1 des VNA gewährleistet werden muss.

## 7.4 Signalerfassung und -verarbeitung

### 7.4.1 Vollaussteuerung am Analog-Digital-Wandler

Aufgrund der digitalen Signalverarbeitung erfolgt die Digitalisierung der Messsignale an DSO (als Analog-Digital-Wandler (ADU)). Daher muss die Signalamplitude des Interferenzsignals an den Eingangsspannungsbereich des DSO angepasst werden. Bemerkenswert ist, dass der Eingangsspannungsbereich des verwendeten DSO Infiniium A54855 der Agilent Technology Inc. größer ist als auf dem Display des Instruments angezeigt wird. Die Daten für Tab. 7.3 sind aus der Masterarbeit<sup>39</sup> von Xiaochen Wu [216] entnommen und zeigen, dass die gemessenen Eingangsspannungsbereiche um 10% bis 14% größer sind als die nominellen Angaben. Die Tabelle beschränkt sich auf die empfindlichen (vertikalen) ‚Major Scales‘<sup>40</sup>. Im Messprogramm (Betriebsmodus ‚Messbetrieb‘) wird der Eingangsspannungsbereich automatisch an die Signalamplitude angepasst, um möglichst eine Vollaussteuerung<sup>41</sup> und damit ein minimales Quantisierungsrauschen zu erreichen. Der Ablauf dieser Anpassung ist in [216] dokumentiert.

Bei Signalleistungen aus dem LDV, die kleiner als  $-17,1$  dBm sind, muss folglich eine zusätzliche externe Verstärkung durch einen (rauscharmen) Breitband-Verstärker vorgesehen werden (siehe Bauteilliste in Tab. B.5).

Tab. 7.3: Gegenüberstellung der gemessenen und nominellen Eingangsspannungsbereiche des digitalen Speicheroszilloskops (DSO) Agilent Infiniium A54855 für die empfindlichen (vertikalen) ‚Major Scales‘ (bei 8 vertikalen Teilstrichen (engl. ‚Division‘ abgekürzt ‚DIV‘)).

Vertikale DSO-Skalierung ‚Major Scales‘ (mV/DIV)	Eingangsspannungsbereich ‚Full Scale‘		Signalleistung bei Vollaussteuerung (dBm)
	nominell [4] (mV)	gemessen [216] (mV)	
10	80	88,3	$-17,1$
20	160	181,2	$-10,9$
50	400	449,0	$-3,0$
100	800	910,2	$+3,2$

### 7.4.2 Demodulation und Rekonstruktion der Schwingform

Die Rekonstruktion der mechanischen Schwingung aus dem digitalisierten phasenmodulierten Interferenzsignal kann mit Hilfe mehrerer Demodulations-Techniken erfolgen. Die gängigen Techniken für die Laser-Doppler-Vibrometrie sind in [167] erläutert oder finden

<sup>39</sup> Betreut durch den Autor.

<sup>40</sup> Die auswählbaren empfindlicheren Skalierungen ( $< 10$  mV/DIV) besitzen alle einen ADU-Eingangsspannungsbereich von 80 mV und sind für die Anzeige am Display des Instruments lediglich digital gezoomt.

<sup>41</sup> Im Messprogramm wird eine Aussteuerung von  $>50\%$  angestrebt.

sich in Grundlagenliteratur der Nachrichtentechnik [134]. In der vorliegenden Arbeit wurde die digitale Demodulation (in der Nachverarbeitung) mit einem I/Q-Demodulator ausgewählt, die in Abb. 7.15 dargestellt ist. Aus dem (gefilterten) In-Phase-Signal ( $I$ ) und Quadratur-Signal ( $Q$ ) erfolgt die Berechnung des Phasensignals  $\varphi$  mit Hilfe einer Vierquadranten Arkustangens-Funktion ( $\arctan2$ ). Um Phasensprünge zu vermeiden, wird die so berechnete Phase entfaltet („Unwrapping“). Da in dieser Anwendung vorwiegend kleine Schwingungsamplituden zu erwarten sind (Modulationsindex  $M_{\text{vib}} \ll 1$ ), sind nur wenige Phasensprünge im Signal vorhanden. Eine Berechnung in Echtzeit scheint aufgrund der erforderlichen hohen Datenrate mit momentaner Technologie nicht realisierbar.

Im erstellten Experimentalaufbau werden die Lokaloszillatoren der Trägererzeugung zum 10 MHz-Referenztakt des Speicheroszilloskops synchronisiert (siehe Abb. 7.7), sodass vor allem Drifts der Oszillatoren durch Alterung und Temperaturänderungen kompensiert werden. Folglich sind Abtastrate und Trägerfrequenz synchron und für die digitale Demodulation ist keine Erfassung eines Trägersignals bzw. keine Trägerrekonstruktion aus dem Messsignal erforderlich. Dennoch erfolgt in der Signalverarbeitung eine Trägerrückgewinnung („Carrier Recovery“), da so Störungen des Trägers identifiziert und eliminiert werden können. Falls optional ein Trägersignal erfasst wird (z. B. mit dem kommerziellen LDV), kann dieses Signal der Träger-Rückgewinnung zugeführt werden<sup>42</sup>. Für die I/Q-Demodulation erfolgt die Mischung mit dem rekonstruierten synthetischen Trägersignal aus einem numerisch-kontrollierten Oszillator (NCO).

Durch die zumeist monofrequente Anregung erfolgt die Ermittlung des lokalen Schwingungssignal  $s(x_P, y_P, t)$  am Messpunkt  $(x_P, y_P)$  (in Betrag und Phase bei der Anregungsfrequenz) mittels diskreter Fourier-Transformation. Bei einer stationären

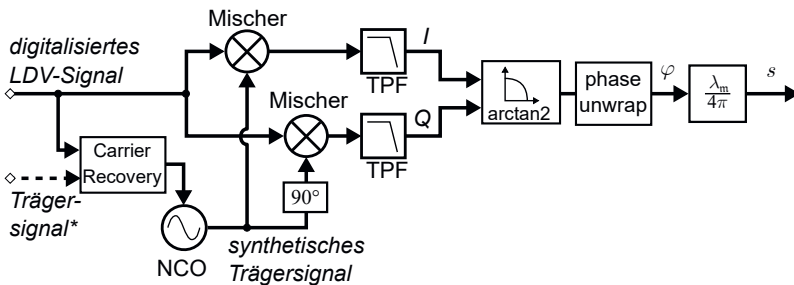


Abb. 7.15: Blockdiagramm der digitalen Demodulation des Interferenzsignals aus dem Laser-Doppler-Vibrometer mit einem I/Q-Demodulator zur Rekonstruktion der Momentanphase  $\varphi$  und somit des Schwingungssignals  $s$ . Die Träger-Rückgewinnung erfolgt aus dem LDV-Signal oder optional aus einem erfassten Träger-Signal. Bei Synchronisation der Lokaloszillatoren der Frequenzdifferenz-Regelung mit der Datenerfassung kann das (bekannte) Trägersignal am NCO (numerisch-kontrollierten Oszillator) direkt synthetisch erzeugt werden.

<sup>42</sup>Beim LDV OFV-353 der Polytec GmbH wird über den Signalausgang die doppelte Trägerfrequenz erfasst und muss für die Demodulation numerisch geteilt werden.

Messsituation kann eine sequenzielle Aufnahme von  $N$  Datensätzen erfolgen. Durch die synchrone Erfassung eines Referenzsignals kann dabei eine komplexe Mittelung aller Datensätze erfolgen und somit die erreichbare Amplitudenauflösung  $\hat{s}_{ne}$  mit einem Faktor  $N^{-0,5}$  reduziert werden.

Durch den jeweiligen Phasenbezug auf das stationäre Anregungssignal können die Schwingungen eines Messrasters phasensynchronisiert in einer Betriebsschwingung<sup>43</sup> visualisiert werden. Diese Visualisierung in Graphen und Videos wird in erstellten MATLAB-Skripten durchgeführt.

Die Validierung der Algorithmen zur Datenverarbeitung und Demodulation erfolgte anhand des kommerziellen LDV. Hierbei wurde am selben Bauteil die Schwingungsamplitude mit dem Dekoder OFV-2500 der Polytec GmbH gemessen und mit den Ergebnissen aus der erstellten Demodulation erfolgreich verglichen.

## 7.5 Amplitudenauflösung der Konfigurationen des Experimentalaufbaus

Für die Messungen wurden mit zwei verschiedenen Konfigurationen des Experimentalaufbaus gewählt, die sich in den verwendeten Photodetektoren unterscheiden und deren Eigenschaften in Tab. 7.4 dargestellt sind. Die Veränderung der weiteren Hochfrequenz-Bauteile der verschiedenen Konfigurationen sind im Anhang B.3 zu finden.

Tab. 7.4: Konfigurationen des Experimentalaufbaus mit charakteristischen Eigenschaften (mit jeweiliger Bauteilliste im Anhang B.3).

Gewählte Photodetektoren PD1 und PD3 (kein PD2)	Trägerfrequenz $\nu_c$	Schwingungsfrequenz $\max\{f_{vib}\}$
FEMTO (Si) Bauteilliste Tab. B.4	600 MHz	< 600 MHz
EOT (GaAs) Bauteilliste Tab. B.5	3,0 GHz	< 3,0 GHz

Das Messsystem basierend auf den Si-Photodetektoren von FEMTO dient hierbei vorwiegend als Referenzsystem, da diese Photodetektoren für einen flachen Amplitudengang und linearen Phasengang spezifiziert sind [54] (siehe auch Amplitudengang in Abb. 7.4). Die Bandbreite für die Schwingungsmessung wird in dieser Konfiguration von den Si-Photodetektoren begrenzt. Das Messsystem mit den GaAs-Photodetektoren wird durch die Bandbreite des digitalen Speicheroszilloskops mit einer Analogbandbreite von 6 GHz begrenzt [4].

---

<sup>43</sup> Engl. ‚Operating Deflection Shape‘.

### 7.5.1 LDV-Amplitudenauflösung durch Quantisierungsrauschen

Die Digitalisierung der Messsignale im digitalen Speicheroszilloskop beeinflusst die Amplitudenauflösung bzw. Detektionsgrenze der LDV-Messung. Bei idealer Nutzung des Eingangsspannungsbereichs des ADU ist das Signal-Rausch-Verhältnis  $\text{SNR}'$  aus (4.6) durch das Quantisierungsrauschen mit der Rauschleistungsdichte nach (4.5)

$$\text{SNR}' = \frac{3(2^{k_{\text{eff}}} - 1)^2 f_{\text{sa}}}{4} \quad (7.6)$$

mit der effektiven Anzahl  $k_{\text{eff}}$  der Quantisierungsstufen und der Abtastrate  $f_{\text{sa}}$ . Die minimal erzielbaren Auflösungsbreite RBW entspricht näherungsweise dem Inversen der Aufnahmezeit, die von der Anzahl der erfassten Messwerte und der Abtastrate  $f_{\text{sa}}$  abhängt. Aufgrund der sehr hohen Datenrate ist keine Verarbeitung in Echtzeit möglich. Daher ist die Anzahl der Messwerte durch die Speichertiefe  $N_{\text{sa}}$  des DSO begrenzt. Die Auflösungsbreite ist daher  $\text{RBW} \geq f_{\text{sa}}/N_{\text{sa}}$ . Somit hat die Abtastrate  $f_{\text{sa}}$  keine Einfluss<sup>44</sup> auf erzielbare SNR.

Die erzielbare rauschäquivalente Schwingungsamplitude  $\hat{s}_{\text{ne}}$  nach (4.9) ist somit nur noch von der Speichertiefe  $N_{\text{sa}}$  und der Anzahl der Quantisierungsstufen  $k_{\text{eff}}$  abhängig

$$\hat{s}_{\text{ne}} \left( \text{RBW} = \frac{f_{\text{sa}}}{N_{\text{sa}}} \right) = \frac{\lambda_{\text{m}}}{2\sqrt{2}\pi} \sqrt{\frac{4}{3(2^{k_{\text{eff}}} - 1)^2 N_{\text{sa}}}}. \quad (7.7)$$

Das digitale Speicheroszilloskop Agilent Infiniium A54855 bietet eine effektive Auflösung von nahezu  $k_{\text{eff}} \approx 8$  bit mit einer maximalen Speichertiefe<sup>45</sup> von  $N_{\text{sa}} = 16,4 \text{ MSa}$  für eine Abtastrate von  $f_{\text{sa}} \leq 2 \text{ GSa/s}$  und von  $N_{\text{sa}} = 1,025 \text{ MSa}$  für  $f_{\text{sa}} > 2 \text{ GSa/s}$  [4]. Somit ergibt die erreichbare Amplitudenauflösung (bei Vollaussteuerung des ADU)

$$\hat{s}_{\text{ne}} \approx \begin{cases} 0,25 \text{ pm} & \text{für } f_{\text{sa}} \leq 2 \text{ GSa/s} \\ 1,00 \text{ pm} & \text{für } f_{\text{sa}} > 2 \text{ GSa/s} \end{cases}.$$

Für eine Optimierung der Auflösungsbreite RBW sollte daher die Abtastrate  $f_{\text{sa}}$  in den Grenzen des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems [150] minimiert und folglich die minimal notwendige Trägerfrequenz gewählt werden (nach den Anforderungen aus Abschnitt 3.1.1).

### 7.5.2 Optimierung der Referenzleistung

In Kapitel 4 wird theoretisch gezeigt, dass ein Phasenrausch-Sockel um den Träger die Amplitudenauflösung beschränkt. Ab einer Übergangsfrequenz können andere Rauschbeiträge dominieren (siehe Abschnitte 4.5.4 und 4.5.5). In konventionellen Vibrometern dient typischerweise die Referenzleistung  $P_{\text{r}}$  der Optimierung des Signal-Rausch-Verhältnisses SNR des LDV. So ist das SNR bei Schrotrausch-begrenzter Detektion für geringe Messleistungen ( $P_{\text{m}} \ll P_{\text{r}}$ ) näherungsweise unabhängig von der Referenzleistung [167]. Aufgrund des Phasenrauschens aber auch der hohen Beiträge des thermischen

<sup>44</sup> Hierbei wird von weißem Quantisierungsrauschen ausgegangen.

<sup>45</sup> Erweitert mit Option 001.

Rauschens des Photodetektors und des Intensitätsrauschens der Halbleiterlaser ist für den experimentellen Aufbau die Schrotrauschgrenze schwer erreichbar. Durch die unterschiedlichen Abhängigkeiten der Rauschbeiträge (Gleichungen (4.2)–(4.5)) von den optischen Leistungen am Photodetektor ist dennoch eine Optimierung anhand der Referenzleistung  $P_r$  für die erwarteten Messleistungen  $P_m$  zielführend.

Daher sind in den Diagrammen Abb. 7.16 und 7.17 für die verfügbaren Photodetektoren die erreichbare rauschäquivalente Schwingungsamplitude (nach 4.9) aller Rauschbeiträge (außer Phasenrauschen) für erzielbare (optische) Leistungen von Referenz- und Messstrahl gezeichnet. Dabei wird eine Interferenzeffizienz von  $\chi = 0,2$  angenommen.

Die Diagramme zeigen, dass der Einfluss des Quantisierungsrauschens bei Anpassung des Eingangsspannungsbereichs gegenüber den anderen Rauschkomponenten vernachlässigbar ist. Für den Einsatz des Si-Photodetektors (siehe Abb. 7.16) dominiert ab einer Referenzleistung von  $P_r \geq 1 \text{ mW}$  das Schrotrauschen über das thermische Rauschen. Da jedoch auch das Intensitätsrauschen mit den optischen Leistungen (siehe 4.4) skaliert, ist die Detektion ab einer Referenzleistung von  $P_r \geq 0,2 \text{ mW}$  vom Intensitätsrauschen der Halbleiterlaser limitiert. Dabei wurde berücksichtigt, dass das Intensitätsrauschen beidseitig vom Träger mit einem (maximalen) Spektraldichte von  $\text{RIN}' = 135 \text{ dB}$  (bei  $1 \text{ Hz}$  RBW) vorliegt. Die minimale Detektionsgrenze wird daher bei einer Äquivalenz von Mess- und Referenzleistung ( $P_m \approx P_r$ ) mit  $\hat{s}'_{ne} < 50 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  erreicht. Angesichts der Unsicherheit und Variation der reflektierten Messleistung ist jedoch die Dimensionierung der Größenordnung entscheidend. Für die Photodetektion bei Messleistungen  $P_m < 1 \text{ mW}$  (am Photodetektor) ist eine Referenzleistung in der Größenordnung von  $P_r \approx 0,5 \text{ mW}$  optimal.

Beim Einsatz des GaAs-Photodetektors (siehe Abb. 7.17) limitiert das thermische Rauschen des Photodetektors die Detektion für alle erzielbaren Referenzleistungen. Als minimale Detektionsgrenze wird eine rauschäquivalente Schwingungsamplitude von  $\hat{s}'_{ne} < 85 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  erreicht (für  $P_m \leq 1 \text{ mW}$ ). Die Referenzleistung muss daher maximiert werden und wird daher von der Ausgangsleistung des Halbleiterlasers begrenzt. Andererseits limitiert der maximale Signalpegel bis zur Sättigung des GaAs-Photodetektors von  $0 \text{ dBm}$  (siehe Tab. 7.1) die Maximierung der Referenzleistung.

### 7.5.3 Datenvolumen und Messzeit

Aufgrund der kleinen Schwingungsamplituden auf HF-Mikrosystemen ist eine Auflösung von  $\hat{s}_{ne} \leq 1 \text{ pm}$  erforderlich. Nach den Abschätzungen (in Abschnitt 7.5.2) wird eine rauschäquivalente Schwingungsamplitude in der Größenordnung von  $\hat{s}'_{ne} \approx 100 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  erwartet. Folglich ist eine Auflösungsbandbreite von  $\text{RBW} < 100 \text{ Hz}$  erforderlich. Diese Auflösungsbandbreite entspricht einer Messzeit<sup>46</sup> von  $\geq 10 \text{ ms}$ . In Tab. 7.5 sind die resultierenden Einstellungen und Datenvolumen für die Aufnahme beider DSO-Kanäle (Ch1 und Ch2) dargestellt.

Das hohe Datenvolumen auf der Workstation für eine Einzelmessung resultiert daraus, dass die vom Hersteller gelieferten LabVIEW-Funktionen<sup>47</sup> die Datenpunkte skaliert in

<sup>46</sup> Ermittelt aus der Inversen der Auflösungsbandbreite.

<sup>47</sup> „Virtuellen Instrumente“.

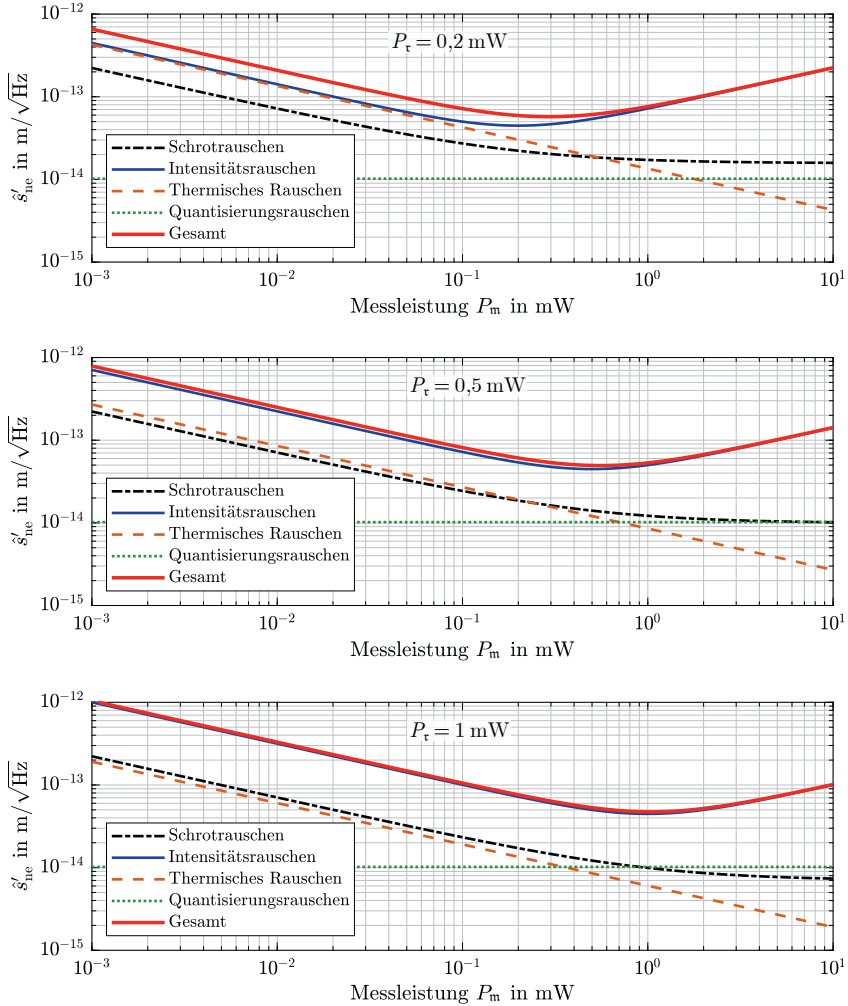


Abb. 7.16: Rauschäquivalente Schwingungsamplitude  $\hat{s}'_{ne}$  in Abhängigkeit von Messleistung  $P_m$  und Referenzleistung  $P_\tau$  für den Si-Photodetektor HSPR-X-I-1G4-SI von FEMTO (Trägerfrequenz  $\nu_c \leq 600$  MHz).

Kenngrößen des LDV mit Si-Photodetektor (siehe Tab. 7.1):  $\text{RIN}' = 135$  dB (1 Hz RBW);  $\text{NEP}' = 24$  pW/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ;  $\lambda = 632$  nm;  $\mathcal{S} = 0,41$  A/W;  $\chi = 0,2$ ;  $k_{\text{eff}} = 7,5$  bit und  $f_{\text{sa}} = 2$  GSa/s.



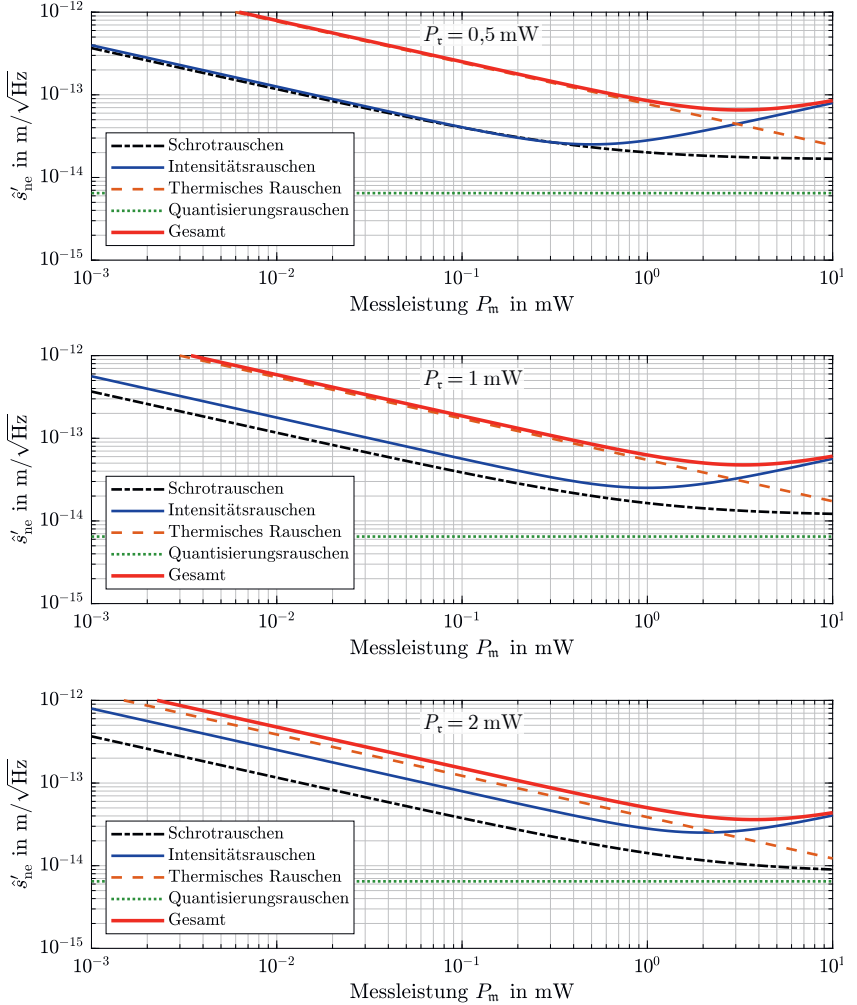


Abb. 7.17: Rauschäquivalente Schwingungsamplitude  $\hat{s}'_{ne}$  in Abhängigkeit von Messleistung  $P_m$  und Referenzleistung  $P_r$  für den GaAs-Photodetektor ET-4000A von EOT (Trägerfrequenz  $\nu_c \leq 3 \text{ GHz}$ ).

Kenngrößen des LDV mit GaAs-Photodetektor (siehe Tab. 7.1):  
 $\text{RIN}' = 140 \text{ dB}$  (1 Hz RBW);  $(1 + 0,7) \cdot \text{NEP}' = 218 \text{ pW}/\sqrt{\text{Hz}}$ ;  $\lambda = 632 \text{ nm}$ ;  $\mathcal{S} = 0,15 \text{ A/W}$ ;  
 $\chi = 0,2$ ;  $k_{\text{eff}} = 7 \text{ bit}$  und  $f_{\text{sa}} = 10 \text{ GSa/s}$ .

Tab. 7.5: Anforderung an die Datenerfassung eines einzelnen Messpunkts für eine erwünschte Amplitudenauflösung von  $\hat{s}_{ne} \leq 1 \text{ pm}$  der LDV-Messung für beide Konfigurationen aus Tab. 7.4.

Parameter	FEMTO- Photodetektoren (Si)	EOT-Photodetektoren (GaAs)
Abtastrate $f_{sa}$	2 GSa/s	10 GSa/s
Anzahl Datenpunkte <sup>a</sup> (je DSO-Kanal)	> 20 MSa	> 100 MSa
Anzahl Mittelungen <sup>b</sup>	$\geq 2$	$\geq 98$
Speichervolumen (DSO)	$\geq 525 \text{ MBit}$	$\geq 1,61 \text{ GBit}$
Speichervolumen (PC)	$\geq 262 \text{ MByte}$	$\geq 804 \text{ MByte}$
Typische Messzeit	> 20 s	> 150 s

<sup>a</sup> Für eine Messzeit von 10 ms, sodass eine Auflösungsbandbreite  $\text{RBW} = 100 \text{ Hz}$  erreicht wird.

<sup>b</sup> Aufgrund der begrenzten Speichertiefe  $N_{sa}$  des DSO.

der Einheit Volt ausgeben. Diese Datenpunkte werden originär als Gleitkommazahl mit doppelter Präzision (DOUBLE, 64 Bit) formatiert. In [216] wird die Reduktion auf einfache Präzision (SINGLE, 32 Bit) ohne Datenverlust mit minimalem Eingriff in die vorhandenen LabVIEW-Funktionen dargestellt. Damit ist das Speichervolumen um einen Faktor 4 größer als bei 8-Bit-Auflösung (BYTE) des DSO (ohne Datenverlust) notwendig wäre. Lediglich die Zusatzinformation der Skalierung wäre im Header der binären Messdatei erforderlich.

Die sequenzielle, rasternde Erfassung der Messdaten geht von einem stationären Zustand der Messsituation aus. Durch unvermeidlichen Driftvorgängen<sup>48</sup> im Messaufbau ist eine Minimierung der Messzeit anzustreben. Es zeigt sich, dass die Abfrage, Verarbeitung<sup>49</sup> und Speicherung in LabVIEW deutlich länger dauert als die Datenübertragung per LAN (mit 100 MBit/s). Somit begrenzen im erstellten Experimentalaufbau die Messzeiten eines einzelnen Messpunkts die Größe eines praktikablen Messrasters. Für die Messung von großen Messrastern mit >100 Messpunkten ist eine deutliche Verkürzung der Messzeit erforderlich. Dies kann mit dem vorhandenen DSO durch Optimierung der LabVIEW-Funktionen nur in eingeschränkter Weise erfolgen.

<sup>48</sup> Beispiele: Fokussierung und Positionierung.

<sup>49</sup> Hierbei erfolgt keine Demodulation!

# 8 Experimente

In diesem Kapitel werden Messungen mit dem erstellten Experimentalaufbau vorgestellt. Eine Vergleichsmessung mit einem kommerziellen LDV dient der Überprüfung der Messfähigkeit des erstellten LDV-Mikroskops mit Frequenzdifferenz-Regelung. In einem weiteren Abschnitt wird die Messung an einem SAW-Filter demonstriert. Anhand der Messergebnisse erfolgt eine Diskussion des gemessenen Rauschens und der Vergleich mit der Modellierung in Kapitel 4. Die Fähigkeiten des Experimentalaufbaus (hierbei mit eingekoppeltem kommerziellen LDV) werden anhand einer Messkampagne an Schwingquarz-Mikrowaagen demonstriert, die am Institut für Physikalische Chemie der TU Clausthal erforscht werden.

## 8.1 Demonstration einer Schwingungsmessung

Die Überprüfung der Messfähigkeit des erstellten LDV mit Frequenzdifferenz-Regelung erfolgt anhand einer Vergleichsmessung mit dem LDV OFV-353S der Polytec GmbH. Hierfür wurde das kommerzielle LDV über einen Strahlteiler in den Strahlengang des Mikroskops eingekoppelt (siehe Abb. 7.2). Die Ergebnisse sind in [108] veröffentlicht.

Die Vergleichsmessung wurde an der gleichen Position auf der Silberelektrode eines piezokeramischen Dickenschwingers durchgeführt. Als Messobjekt wurde der Dickenschwinger PRYY+1119 von PI Ceramic GmbH ausgewählt (Abb. 8.1b). Dieser besteht aus der ferroelektrischen Piezokeramik (modifiziertes Blei-Zirkonat-Titanat) mit einer Dicke von  $0,2\text{ }\mu\text{m}$ . Laut Hersteller liegt dessen Dickenresonanz bei  $10\text{ MHz}$  ( $\pm 10\%$ ) [155]. Diese Dickenresonanz wurde für das verwendete Exemplar bei  $11,4\text{ MHz}$  durch eine Messung mit einem Vektor-Netzwerkanalysator identifiziert. Der Betrieb erfolgt mit einem Spannungssignal mit einer (nominellen) Amplitude von  $5\text{ V}$  aus einem Signalgenerator ( $50\text{ }\Omega$ ) ohne Anpassnetzwerk. Durch die Fehlanpassung der Impedanzen<sup>1</sup> beträgt die rechnerische (elektrische) Spannungsamplitude an dem Dickenschwinger etwa  $3,2\text{ V}$ . Aufgrund der piezoelektrischen Ladungskonstante<sup>2</sup> der Piezokeramik von  $400\text{ pC/N}$  [156] beträgt die theoretische Schwingungsamplitude<sup>3</sup>  $\hat{s}_{\text{vib,est}} \approx 400\text{ pm/V} \cdot 3,2\text{ V} = 1,27\text{ nm}$  (in der Dickenresonanz).

<sup>1</sup> Der Piezo-Dickenschwinger kann als Kondensator mit einer Kapazität von etwa  $5,24\text{ nF}$  modelliert werden [155].

<sup>2</sup> Durch Einheitenumrechnung erhält man:  $\text{C/N} = \text{m/V}$ .

<sup>3</sup> Es gibt keine Herstellerangabe zu der Unsicherheit der Konstanten, sodass keine kombinierte Unsicherheit angegeben werden kann.

Gemäß der Norm ISO 16063-41 wird das Spektrum des jeweiligen LDV-Rohsignals des Photodetektors direkt mit einem Spektrumanalysator ausgewertet [90], sodass ein Einfluss der Demodulation ausgeschlossen werden kann. Für die Messung wird von einem idealen Phasengang der jeweiligen Photodetektoren über die analysierte Bandbreite ausgegangen. Die Messung auf der homogen-reflektierenden Silber-Elektrode vermeidet eine Amplitudenmodulation bei der Resonanzfrequenz. Die Spektren der Interferenzsignale sind zwischen dem LDV mit OPLL und dem kommerziellen LDV direkt vergleichbar, da die Wellenlängen beider Vibrometer ähnlich<sup>4</sup> sind und die Strahlengänge am Mikroskop koaxial justiert sind. Für die Messung wurde am LDV (mit Si-Einzelphtodetektor) mit Frequenzdifferenz-Regelung eine Trägerfrequenz<sup>5</sup> von  $\nu_c = 500$  MHz eingestellt.

Bei der Dickenresonanz bei  $f_{\text{vib}} = 11,4$  MHz beträgt das (mittlere) Träger-Seitenband-Verhältnis mit dem kommerziellen LDV  $\text{CSR}_{\text{OFV}} = (38 \pm 1)$  dBc. Mit dem LDV mit OPLL wurde  $\text{CSR}_{\text{OPLL-LDV}} = (40 \pm 2)$  dBc ermittelt (Abb. 8.1a). Die gute Übereinstimmung<sup>6</sup> aus dieser Vergleichsmessung validiert die Messeigenschaften des heterodynen LDV mit Frequenzdifferenz-Regelung.

Nach der Abschätzung aus (3.25) für kleine Schwingungsamplituden ( $\hat{s} \ll \lambda_m$ ) entspricht das ermittelte Träger-Seitenband-Verhältnis einer Schwingungsamplitude von  $\hat{s}_{\text{vib}} = (1,2 \pm 0,2)$  nm, was gut mit dem theoretischen Wert  $\hat{s}_{\text{vib,est}} \approx 1,27$  nm übereinstimmt. Zudem zeigt sich der theoretisch vorhergesagte Phasenrausch-Sockel der die Schwingungsamplitudenauflösung für die betrachteten Schwingungsfrequenzen im Megahertz-Bereich beeinträchtigt.

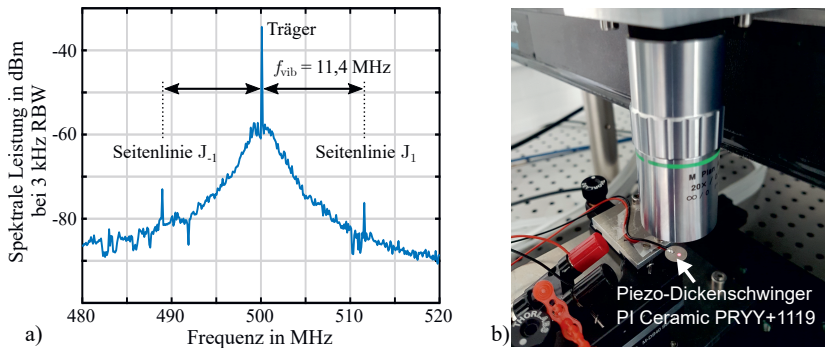


Abb. 8.1: (a) Spektrale Leistung am Spektrumanalysator des Messsignals aus dem LDV mit Frequenzdifferenz-Regelung (Trägerfrequenz bei  $\nu_c = 500$  MHz). Als Messobjekt dient der piezokeramische Dickenschwinger PRYY+1119 bei einer Dickenresonanz von  $f_{\text{vib}} = 11,4$  MHz und einer theoretischen Schwingungsamplitude von 1,27 nm. (b) Der piezokeramische Dickenschwinger auf dem Probentisch des LDV-Mikroskops.

<sup>4</sup> OFV-353S mit HeNe-Laser bei 632,9 nm.

<sup>5</sup>  $\nu_{\text{LO,el}} = 50$  MHz und  $\nu_{\text{LO,mix}} = 450$  MHz.

<sup>6</sup> Im erhöhte Rauschniveau durch den Phasenrausch-Sockel um die Trägerfrequenz unterscheidet sich das LDV mit OPLL vom konventionellen LDV.

## 8.2 Schwingungsmessung an einem SAW-Filter

Für die Demonstration einer Schwingungsmessung an HF-Mikrosystemen wird eine Messung an dem SAW-Filter B3531 von EPCOS AG durchgeführt. Dieses Bauelement dient der Bandpassfilterung bei einer nominellen Mittenfrequenz von 315,0 MHz für den Einsatz in Fernbedienungen [52]. Die Struktur des SAW-Filters entspricht einem Zweitor-SAW-Resonator (siehe Abb. 8.2) mit zwei Anschlüssen und jeweils End-Reflektoren in Ausbreitungsrichtung der Oberflächenwelle. Zur mechanischen Anpassung an den Probenhalter wird das SAW-Filter (im TO39-Gehäuse) auf eine Leiterplatte gelötet, die spezifisch entworfen und hergestellt wurde. Die elektrische Anpassung an  $50\ \Omega$  erfolgt durch das empfohlene Anpassnetzwerk [52].

Für den laseroptischen Zugang wurde das TO39-Gehäuse geöffnet, was das elektrische Bandpass-Verhalten gegenüber den Spezifikationen veränderte (Abb. 8.3a). Im geöffneten Zustand besitzt das SAW-Filter eine maximale elektrische Vorwärts-Transmission  $S_{21}$  bei 314,568 MHz (siehe Abb. 8.3b). Für die Überprüfung des Experimental-aufbaus wurde die Oberflächenwelle im Messbereich (rot in Abb. 8.2) auf der Schirmung zwischen Eingangs-Interdigital-Transducer (IDT) und Ausgangs-IDT ausgewählt.

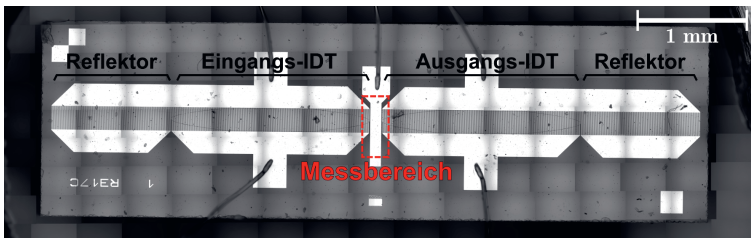


Abb. 8.2: Mikroskopbild des SAW-Filters B3531, das aus 153 Einzelbildern zusammengesetzt ist. Für die Messung wurde der Bereich (rot) zwischen den Interdigital-Transducern (IDTs) gewählt.

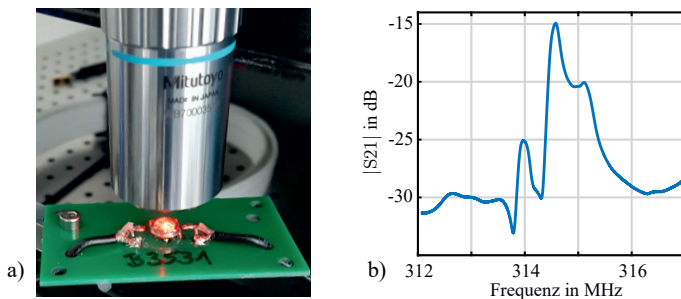


Abb. 8.3: (a) Foto des geöffneten SAW-Filters B3531 auf der Leiterplatte im Fokus des Mikroskop-Objektivs. (b) Gemessener Betrag des Vorwärts-Transmissionsfaktors  $|S_{21}|$  (an Luft mit Anpassnetzwerk) mit einer maximalen Transmission bei 314,568 MHz.

### 8.2.1 Messung bei 600 MHz-Träger mit Si-Photodetektoren

Die Schwingungsmessung wurde mit den Si-Photodetektoren bei einer Trägerfrequenz<sup>7</sup> von  $\nu_c = 600$  MHz durchgeführt. Aufgrund der Abtastrate<sup>8</sup> von 2 GSa/s sind für diese Messung nur Schwingungsfrequenzen bis 400 MHz darstellbar, was für die Messung des SAW-Filters B3531 bei  $f_{\text{vib}} = 314,568$  MHz ausreicht.

Im Schwingungsspektrum nach der I/Q-Demodulation in Abb. 8.4 ist aufgrund des  $1/f$ -Abfalls das (nahezu) weiße Frequenzrauschen der Halbleiterlaser sehen. Dieses Phasenrauschen limitiert die Schwingungsmessung und bis zu 400 MHz ist kein Übergang zu einem anderen Rauschbeitrag (z. B. Intensitätsrauschen) sichtbar.

Für die Ermittlung der theoretischen Übergangsfrequenz  $f_{\text{RINlim}}$  für eine Intensitätsrausch-begrenzte Messung nach (4.41) ist vor allem eine Abschätzung der Interferenz-effizienz  $\chi$  essenziell. Diese kann aus der (elektrischen) Trägerleistung  $P_c$  sowie der (optischen) Leistungen  $P_m$  und  $P_t$  der interferierenden Laserstrahlen (am Photodetektor) aus der Amplitude des Interferenzsignals nach (4.7) abgeschätzt werden mit

$$\chi = \frac{1}{S} \sqrt{\frac{P_c}{2 P_m P_t} \frac{50}{\Omega}}. \quad (8.1)$$

Die Interferenzeffizienz<sup>9</sup> beträgt am Photodetektor PD3 für die Regelung etwa  $\chi \approx 0,27$ . Die Verluste sind hauptsächlich auf eine nicht-ideale Anpassung der Transversalmoden der interferierenden Teilstrahlen zurückzuführen, da eine vergleichbare Inter-

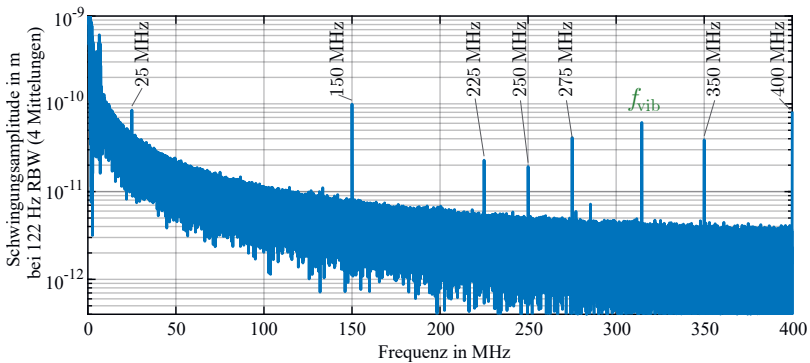


Abb. 8.4: Spektrale Verteilung der Amplitude über der Schwingungsfrequenz nach der Demodulation einer harmonischen Schwingung der Messoberfläche bei  $f_{\text{vib}} = 314,568$  MHz (akustische Oberflächenwelle auf dem SAW-Filter B3531). Die Trägerfrequenz beträgt  $\nu_c = 600$  MHz (rotes Quadrat) bei einer Abtastrate von  $f_{\text{sa}} = 2$  GSa/s. Die effektive Auflösungsbreite der Messung beträgt 30 Hz (4 komplexe Mittelungen von Einzelmessungen mit 122 Hz RBW).

<sup>7</sup>  $\nu_{\text{L.O,el}} = 50$  MHz und  $\nu_{\text{L.O,mix}} = 550$  MHz.

<sup>8</sup> Diese Abtastrate wurde aufgrund der verfügbaren Speichertiefe ausgewählt (siehe Abschnitt 7.5.1).

<sup>9</sup> Berechnet aus Messwerten:  $P_c = -2,3$  dBm;  $P_m = 0,47$  mW;  $P_t = 0,33$  mW.

ferenzeffizienz auch mit dem GaAs-Photodetektor erreicht wird. Eine Angleichung der Transversalmoden mit Teleskopen ist bisher nicht im Optikaufbau (siehe Abb. 7.2) vorgesehen und könnten die Interferenzeffizienz verbessern. Aufgrund der zusätzlichen Deformation der Wellenfront durch Aberrationen im Mikroskop und bei der Reflexion am SAW-Filter wird am LDV-Photodetektor PD1 eine Interferenzeffizienz<sup>10</sup> von  $\chi \approx 0,1$  erreicht. Mit dieser Interferenzeffizienz ergibt sich eine theoretische Übergangsfrequenz<sup>11</sup> von  $f_{\text{RINlim}} \approx 420$  MHz nach (4.41). Somit ist auch nach der Theorie für den hier betrachteten Schwingungsfrequenz-Bereich noch keine Intensitätsrausch-begrenzte Messung zu erwarten.

Diskrete Störlinien („Spurious“) des DSO treten im demodulierten Spektrum auf und sind auf den Abtastvorgang zurückzuführen (meist Vielfache von 25 MHz). Diese sind in Abb. 8.4 markiert und stören die Schwingungsmessung. Die Rauschüberhöhung bei etwa 6,5 MHz entstehen aufgrund Regelbandbreite der OPLL und wird von der Modellierung in Kapitel 4 prognostiziert. Trotz der (monofrequenten) Störlinien ist die angeregte Schwingung der akustischen Oberflächenwelle bei  $f_{\text{vib}} = 314,568$  MHz mit einer Amplitude von  $\hat{s}_{\text{vib}} \approx 62$  pm deutlich über dem Amplitudenrauschen von etwa  $\hat{s}_{\text{ne}} \approx 3$  pm (bei 31 Hz RBW) erkennbar. Somit beträgt die rauschäquivalente Schwingungsamplitude bei 314,568 MHz etwa  $\hat{s}'_{\text{ne}} \approx 540 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  für die Messung auf der Elektrode des SAW-Filters.

### 8.2.2 Messung bei 2,4 GHz-Träger mit GaAs-Photodetektoren

Für die Validierung der theoretischen Modellierungen in Kapitel 4 wird im Folgenden das Spektrum des Rohsignals aus dem LDV-Photodetektor (PD1) bei einer Trägerfrequenz<sup>12</sup> von  $\nu_c = 2,399$  GHz analysiert [109]. Durch die aberrationsarme Fokussierung der interferierenden Laserstrahlen am Photodetektor PD1 wird mit dem GaAs-Photodetektor die gleiche Interferenzeffizienz von  $\chi = 0,1$  erreicht wie mit dem Si-Photodetektor.

Die höchste messbare Schwingungsfrequenz von  $\max\{f_{\text{vib}}\} \leq 2,399$  GHz (nach Abschnitt 3.1.1) erzeugt eine maximale Bessel-Linie bei  $\nu_c + \max\{f_{\text{vib}}\} \leq 4,798$  GHz, weshalb nach Nyquist-Shannon eine Abtastrate von  $f_{\text{sa}} = 10$  GSa/s gewählt wurde. Aus dieser Messdauer resultiert eine Auflösungsbandbreite<sup>13</sup> von 9765 Hz.

In Abb. 8.5 ist das Spektrum des Photodetektorsignals um die Trägerfrequenz<sup>14</sup> von  $\nu_c = 2,399$  GHz dargestellt. Die gemessene spektrale Leistungsverteilung fällt für einen Frequenzabstand von  $|f - \nu_c| (= f_{\text{vib}}) > 9$  MHz mit der Lorentz-Funktion der summierten Laserlinienbreiten ab. Dieser Abfall tritt erst nach Rauschüberhöhungen bei dem Frequenzabstand der Regelbandbreite von  $f_L \approx 2$  MHz von der Trägerfrequenz auf. Zusätzlich ist eine Rauschüberhöhung bei einem Vielfachen der Regelbandbreite erkennbar. Somit validiert dieses Experiment die Modellierung aus Kapitel 4 (vgl. Abb. 4.2a).

<sup>10</sup> Berechnet aus Messwerten:  $P_c = -18,3$  dBm;  $P_m = 0,2$  mW;  $P_t = 1,1$  mW.

<sup>11</sup> Für  $\text{RIN}' = -145$  dB/Hz und  $(\nu_M + \nu_S) = 500$  kHz.

<sup>12</sup>  $\nu_{\text{L.O.,el}} = 50$  MHz und  $\nu_{\text{L.O.,mix}} = 2349$  MHz.

<sup>13</sup> Aufgrund der maximalen Speichertiefe von 1,025 Msa (siehe Abschnitt 7.5.1).

<sup>14</sup>  $\nu_{\text{L.O.,el}} = 50$  MHz und  $\nu_{\text{L.O.,mix}} = 2349$  MHz.

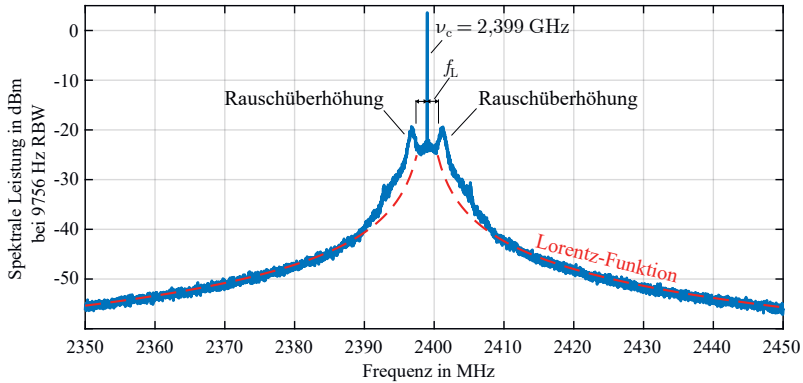


Abb. 8.5: Leistungsspektrum des LDV-Rohsignals um den Träger bei  $\nu_c = 2,399$  GHz (bei 200 Mittelungen). Es entsteht ein Phasenrausch-Sockel mit Abfall des Rauschniveaus mit der Lorentz-Funktion (gestrichelt) außerhalb der Regelbandbreite  $f_L$ . Zudem sind Rauschüberhöhungen erkennbar.

Der Pfadunterschied im Experiment beträgt  $|\text{OPD}_{\text{PD12}} - \text{OPD}_{\text{PD3}}| \approx 1,5$  m, was einer Interferometerverzögerung von  $T_{\text{LDV}} \approx 5$  ns entspricht. Die Anforderungen (4.33) für einen vernachlässigbaren Träger-Kollaps wird aufgrund der erreichten Regelbandbreite von  $f_L \approx 2$  MHz erfüllt. Das Differenzphasen-Rauschen innerhalb der Regelbandbreite wird auf  $\sim 70$  dBc (bei 1 Hz RBW) gedämpft. Somit ist die Dämpfung um 6 dB geringer als in der numerischen Simulation (76 dBc), was auf vernachlässigte Rauschprozesse im Modell zurückzuführen ist.

Die breitbandige Rauschanalyse erfolgte anhand des Spektrums des LDV-Rohsignals in Abb. 8.6a. Aufgrund des Abtastvorgangs im ADU sind viele Störlinien („Spurious“) erkennbar. Für die bessere Unterscheidung ist die Messung mit Anregung (rot) und ohne Anregung (schwarz) des SAW-Filters B3531 überlagert. Nach der Aktivierung der Anregung treten nur marginale Änderungen der Störlinien auf. Als Unterschied der Spektren sind die Seitenbänder symmetrisch um den Träger bei  $\nu_c \pm f_{\text{vib}}$  markiert. Aufgrund der endlichen Dämpfung des Antialiasing-Filters des DSO wird die dritte Harmonische des Messsignals nicht ausreichend unterdrückt, sodass diese aufgrund der Abtastrate von  $f_{\text{sa}} = 10$  GSa/s als störende Spiegelfrequenz („Aliasing“) rechtsseitig des Trägers auftritt.

Für die detaillierte Analyse ist in Abb. 8.6b ein Ausschnitt des Spektrums bis zu einem Frequenzabstand (zum Träger) von 350 MHz dargestellt. Zur Verdeutlichung sind die Störlinien des ADU mit ihrem Frequenzabstand zum Träger gekennzeichnet. Lediglich die Störlinien bei 125 MHz und 250 MHz sind symmetrisch um den Träger verteilt. Alle weiteren Störlinien entsprechen (Einseitenband-)Amplitudenmodulationen und entfallen somit nach der Phasendemodulation.



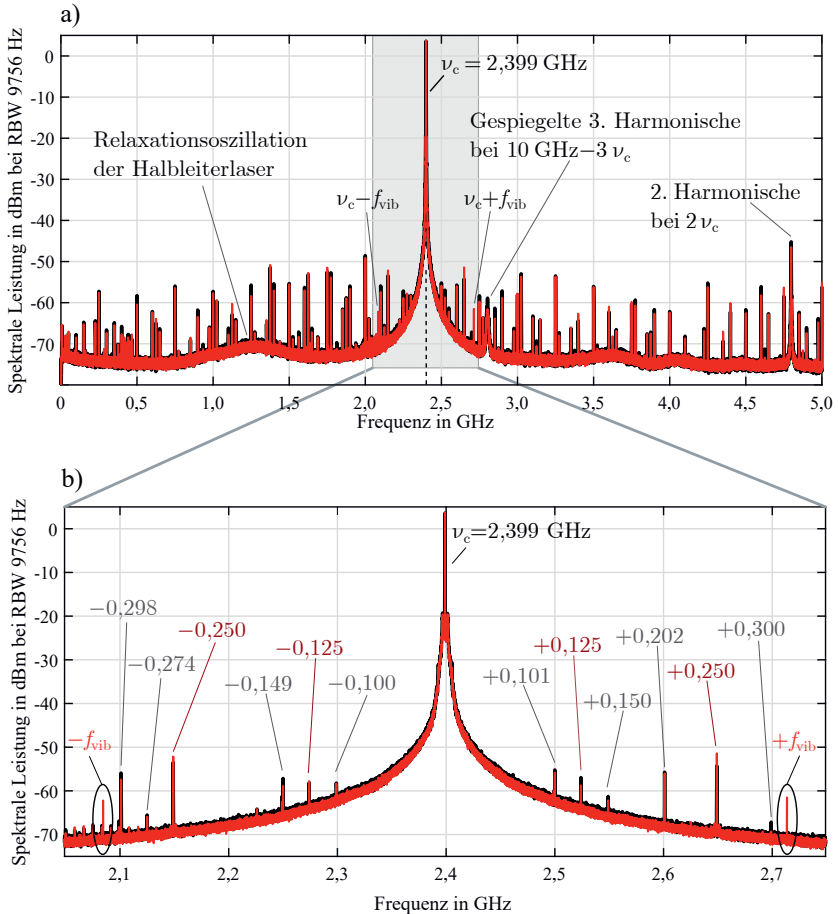


Abb. 8.6: (a) Leistungsspektrum des LDV-Rohsignals mit einer Trägerfrequenz von  $\nu_c = 2,399 \text{ GHz}$  bei einer Anregung des SAW-Filters B3531 (rot) bei  $f_{\text{vib}} = 314,568 \text{ MHz}$  im Vergleich zum Spektrum ohne Anregung (schwarz). Die Datenerfassung erfolgt bei  $10 \text{ GSa/s}$ . (b) Ausschnitt um Träger mit dominanten Spektrallinien (gekennzeichnet mit ihrem Frequenzabstand in GHz zum Träger). Symmetrische Störlinien sind dunkelrot dargestellt.

In Abb. 8.7 ist das Spektrum der Schwingungsamplitude dargestellt, die durch Phasendemodulation der Rohsignale errechnet wurde. Für eine bessere Unterdrückung des Rauschens wurden am selben Messpunkt auf dem SAW-Filter 200 (komplexe) Mittelungen durchgeführt. Somit wird eine effektive Auflösungsbandbreite dieser Messung von etwa  $\text{RBW} \approx 49 \text{ Hz}$  erreicht. Für eine klare Darstellung ist in Abb. 8.7a das Spektrum der Schwingungsamplitude unbearbeitet dargestellt. In Abb. 8.7b ist die Schwingungsamplitude bei der Anregungsfrequenz (grün) sowie die auftretenden Störlinien aufgrund der ‚Spurious‘ des DSO (rot) mit entsprechender Frequenz markiert.

Die Schwingungsamplitude bei der Anregungsfrequenz von  $314,568 \text{ MHz}$  beträgt in dieser Messung  $\hat{s}_{\text{vib}} \approx 48 \text{ pm}$  bei einer rauschäquivalenten Schwingungsamplitude von  $\hat{s}'_{\text{ne}} \approx 290 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Die Amplitudenauflösung wird bis zu einem Frequenzabstand von  $500 \text{ MHz}$  vom Träger vom Differenzphasen-Rauschen der beiden Halbleiterlaser dominiert, welche durch eine Lorentz-Funktion beschrieben werden kann. Außerhalb dieses Bereichs wird die Detektion vom thermischen Rauschen des Photodetektors dominiert und beträgt bei  $1 \text{ GHz}$  etwa  $\hat{s}'_{\text{ne}} \approx 100 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  und bei  $2 \text{ GHz}$  etwa  $\hat{s}'_{\text{ne}} \approx 70 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Bei der Messleistung von etwa  $P_{\text{m}} = 0,2 \text{ mW}$  entspricht dies der theoretischen Erwartung (siehe Abb. 7.17).

Im Schwingungsspektrum nach der Demodulation ist die Unterdrückung der meisten Störlinien ersichtlich. Die verbleibenden Störlinien sind mit der entsprechenden pseudo-Schwingungsfrequenz angegeben und verhindern bei diesen diskreten Frequenzen eine empfindliche Messung. Die Spiegelfrequenz der dritten Harmonischen (der Trägerfrequenz) erzeugt eine Überhöhung des Rauschens bei  $f_{\text{vib}} \approx 400 \text{ MHz}$ . Das erhöhte Rauschlevel bei  $f_{\text{vib}} \approx 1,2 \text{ GHz}$  resultiert aus Relaxationssoszillation im Intensitätsrauschen bei etwa  $f_{\text{relax}} \approx 1,25 \text{ GHz}$  (siehe Rohsignal-Spektrum in Abb. 8.6 und Intensitätsrausch-Spektrum in Abb. 7.10).

Nach dem theoretischen Modell ergibt sich außerhalb der Regelbandbreite eine Periodizität des Rauschspektrums nach dem ‚Delayed Self-Heterodyne Mixing‘-Experiments (siehe Abb. 4.29). Für die Messung in Abb. 8.7 wurde eine Periodizität mit  $210 \text{ MHz}$  ermittelt, was einer optischen Pfaddifferenz von  $|\text{OPD}_{\text{PD12}} - \text{OPD}_{\text{PD3}}| \approx 1,43 \text{ m}$  entspricht und die geometrische Abschätzung mit  $\sim 1,5 \text{ m}$  bestätigt.

### 8.2.3 Rastermessung der Oberflächenwelle

Der Abstand der IDT-Elektroden von  $\sim 5,0 \mu\text{m}$  erzeugt eine akustische Wellenlänge von  $\Lambda \approx 10 \mu\text{m}$  der akustischen Oberflächenwelle (Rayleigh-Welle) (vgl. Abb. 8.8), was nach (5.18) einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von  $c_{\text{ak}} \approx 3150 \text{ m/s}$  auf dem Substrat entspricht. Für eine ausreichende Ortsauflösung ist somit nach dem Kriterium (5.16) eine Strahl-Halbwertsbreite  $\Delta x_{\text{LDV}} \leq 1,2 \mu\text{m}$  notwendig, was die Verwendung des  $50\times$ -Mikroskop-Objektivs erfordert (siehe Abschnitt 7.1.3), damit die systematische Abweichung der Schwingungsamplitude  $\alpha < 5\%$  beträgt. Die räumliche Abtastung (Abstand der Punkte im Messraster) muss wiederum nach dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem kleiner als die halbe akustische Wellenlänge  $\Lambda$  der abzutastenden Oberflächenwelle sein. Das gewählt Messraster mit  $93$  Messpunkten im  $2 \mu\text{m}$  Abstand zwischen den IDTs ist in

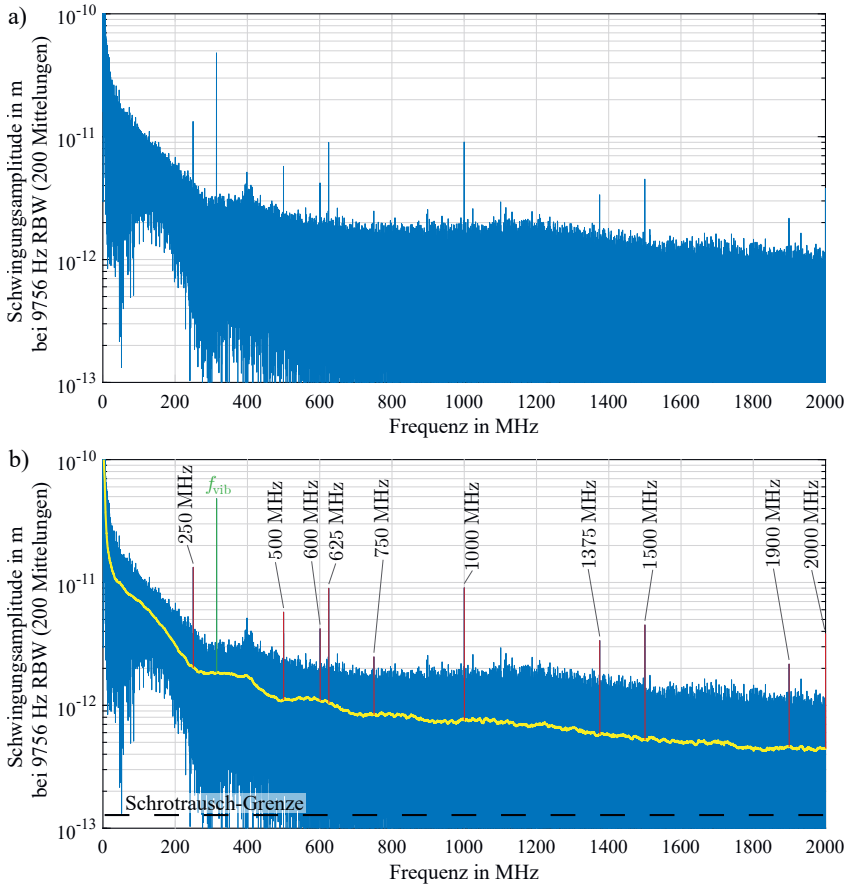


Abb. 8.7: (a) Spektrale Verteilung der Schwingungsspannweite über der Schwingungsfrequenz (nach der Demodulation) einer harmonischen Anregung der Mессoberfläche bei  $f_{vib} = 314,568$  MHz (fortschreitende akustische Welle auf dem SAW B3531). Die effektive Auflösungsbreite der Messung beträgt 40 Hz (200 komplexe Mittelungen von Einzelmessungen mit 9756 Hz RBW). (b) Spektrale Verteilung mit mittlerem Rauschniveau (gelb) durch Median-Filterung. Die Spektrallinie der gemessenen Schwingung ist grün markiert, die Störlinien („Spurious“) der Datenerfassung sind rot markiert und mit den Störfrequenzen gekennzeichnet.

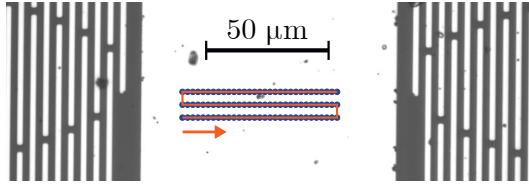


Abb. 8.8: Weitfeld-Mikroskopaufnahme des zentralen Bereichs des SAW-Filters B3531. Der Aufnahme ist zudem das Messraster (blau) mit 93 Messpunkten für die Abtastung der Oberflächenwelle bei 314,568 MHz überlagert (mäandrierende Abfolge der Messpunkte orange).

Abb. 8.8 dargestellt. Für die Messung wurde eine Trägerfrequenz<sup>15</sup> von  $\nu_c = 600$  MHz gewählt, sodass die Speichertiefe am DSO mit einer Abtastrate von  $f_{sa} = 2$  GSa/s auf 16,4 MSa maximiert werden konnte (siehe Abschnitt 7.5.1).

Die rekonstruierte Schwingform in Abb. 8.9 ist eine fortschreitende Oberflächenwelle<sup>16</sup>. Die Parameter wurden mit Hilfe der Matlab Kurvenanpassungs-App an die Funktion

$$s_{tw}(x, y, t) = \hat{s} \sin \left[ \frac{2\pi}{\Lambda} (x \cos \theta - y \sin \theta) - 2\pi f_{vib} t \right] \quad (8.2)$$

ermittelt (vgl. (5.7)). Nach der Anpassung anhand der Methode der kleinsten Fehlerquadrate („Trust-Region“) beträgt die Wellenlänge der akustischen Oberflächenwelle  $\Lambda = (10,0 \pm 0,1) \mu\text{m}$  bei einer Amplitude von  $\hat{s} = (51 \pm 3) \text{ pm}$  mit einem empirischen Korrelationsgrad von 92,9%. Die Konfidenzintervalle der Parameterschätzungen sind jeweils für ein Konfidenzniveau von 95% angegeben. Der Rotationswinkel der Ausbreitungsrichtung zum Messraster beträgt  $\theta = (2,8 \pm 2,2) \text{ deg}$ , der aus der Abweichung der

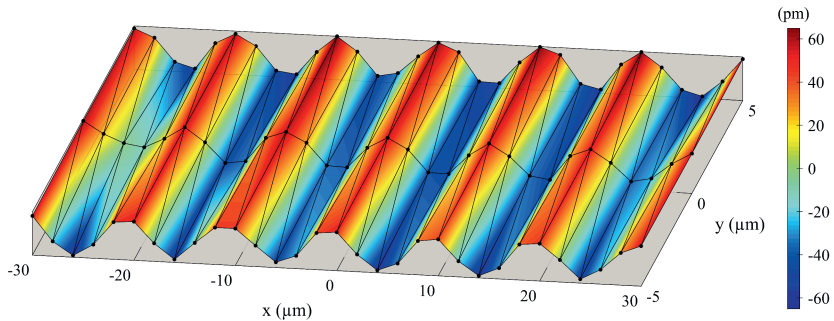


Abb. 8.9: Rekonstruierte Oberflächenwelle (Rayleigh-Welle) im zentralen Bereich des SAW-Filters B3531 bei 314,568 MHz für das Messraster, das in Abb. 8.8 dargestellt ist. Die Oberflächenwelle propagiert in positive  $x$ -Richtung.

<sup>15</sup>  $\nu_{LO,el} = 50$  MHz und  $\nu_{LO,mix} = 550$  MHz.

<sup>16</sup> Justiert auf Parallelität zur Ausbreitungsrichtung der Oberflächenwelle.

Ausrichtung des Messobjekts zum Messaufbau<sup>17</sup> resultiert. Aufgrund der notwendigen Mittelungen für eine ausreichende Amplitudenaufösung ( $\sim 3$  pm bei 30 Hz RBW) benötigt die Messung eine Zeitdauer von 74 Minuten. Während dieser Zeit kommt es vermutlich zur Drift der Referenz der Linearachsen, sodass eine geringfügige Drift der Ausbreitungsrichtung zu verzeichnen ist. Zudem werden die Punkte (aufgrund des Mäanders) nicht von derselben Richtung angefahren, was aufgrund der Hysterese des Kreuztisches eine weitere systematische Abweichung zum gewünschten Messort verursacht. Diese Ursachen erklärt die relativ große Unsicherheit der Schätzung des Ausrichtungswinkels  $\theta$ .

Zur phänomenologischen Überprüfung der Phasenlinearität des GaAs-Photodetektors anhand der ermittelten Schwingungsamplitude wurde eine weitere Messung der Oberflächenwelle bei einer Trägerfrequenz<sup>18</sup> von  $\nu_c = 1,2$  GHz durchgeführt. Dabei ergab der Parameter der Schwingungsamplitude  $\hat{s} = (59,8 \pm 4,2)$  pm nach der Anpassung von (8.2). Somit beträgt die Abweichung der Schwingungsamplitude bei der Messung mit Si- und GaAs-Photodetektor  $\Delta\hat{s} = (9,1 \pm 5,1)$  pm, was vermutlich aus der Abweichung von der Phasenlinearität der GaAs-Photodetektoren resultiert<sup>19</sup>.

### 8.2.4 Messung elektromechanischer Eigenschaften

Aufgrund der Anregung des SAW-Filters mit dem Frequenzsweep des Vektor-Netzwerkanalysators kann an dem selben Messpunkt eine gleichzeitige Erfassung der elektromechanischen Eigenschaften erfolgen. Die Erfassung beider Bauteileigenschaften verhindert in der Analyse eine Fehlinterpretation, die aufgrund von Drift der Eigenschaften während einer sequenziellen Erfassung entstehen könnte. Vor der Analyse erfolgt eine Kalibration des Vektor-Netzwerkanalysators mit einem Kalibrations-Kit<sup>20</sup> TA345 von PICO Technology Ltd. auf die Enden der koaxialen Messkabel am Vektor-Netzwerkanalysator. Eine weitere Kompensation der koaxialen Zuführungen zum SAW-Filter wurde nicht vorgenommen.

In Abb. 8.10 ist die synchron erfassten elektromechanischen Verhalten des SAW-Filters um das Transmissionsmaximum in Betrag (oben) und Phase (unten) gezeigt. Die Messdaten zeigen eine Verschiebung des Betragsmaximums von mechanischer Auslenkung  $\hat{s}_{\text{vib}}$  gegenüber der elektrischen Vorwärts-Transmission  $|S_{21}|$  von etwa 40 kHz. Da das Anregungssignal (als Referenzsignal) erfasst wurde, kann die systematischen Frequenzabweichung der internen Oszillatoren ermittelt werden. In der Signal-Nachverarbeitung erfolgte hierbei die Kompensation der Frequenzabweichung von etwa 490 Hz (1,5 ppm). Zur Vermeidung von elektrischem Übersprechen wurde auf eine Synchronisation des Vektor-Netzwerkanalysators auf den 10 MHz-Referenztakt des DSO verzichtet.

<sup>17</sup> Beeinflusst durch Ausrichtung der Kamera zu Achsrichtung, Orthogonalität der Achsrichtungen und Messobjekt zu Achsrichtung.

<sup>18</sup>  $\nu_{\text{LO},\text{el}} = 50$  MHz und  $\nu_{\text{LO},\text{mix}} = 1150$  MHz.

<sup>19</sup> Unter der Annahme, dass weitere Einflüsse vernachlässigbar sind, beispielsweise Messstelle, Imperfektionen der Oberfläche und Fokussierung.

<sup>20</sup> Short, Open, Load und Through für SMA female.

Die verschiedene Lage der Maxima könnte an einer subtilen Fehlanpassung des Resonatoraufbaus im SAW-Filter liegen. Es ist jedoch aufgrund der Standardqualität<sup>21</sup> des Kalibrations-Kits nicht auszuschließen, dass der Effekt durch eine ungenügende Kalibration des Vektor-Netzwerkanalysator erzeugt wurde. Für eine geringere Unsicherheit muss zudem die Kalibrationsstelle möglichst nahe am SAW-Filter liegen. Dies könnte mit einem Wellenleiter-Kalibrations-Kit durchgeführt werden. Trotz der technischen Einschränkung zeigt der Messaufbau die Fähigkeit zur elektromechanischen Charakterisierung eines SAW-Filters.

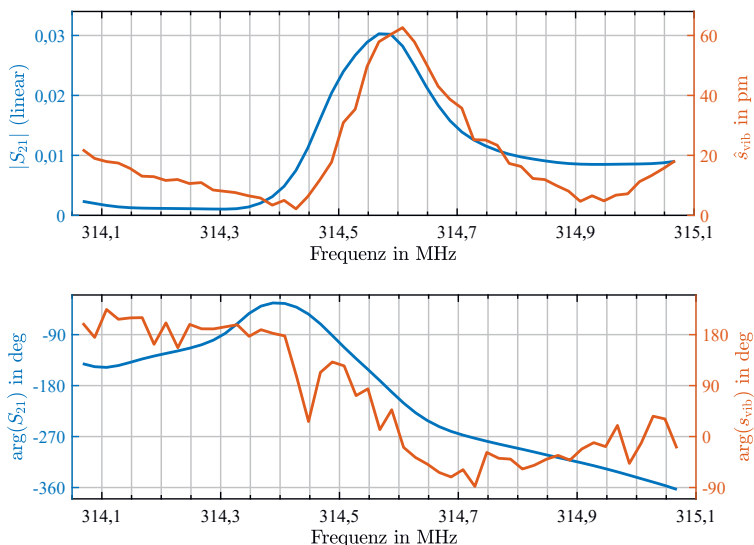


Abb. 8.10: Vergleich der spektralen Verteilungen der Vorwärts-Transmission  $S_{21}$  (blau) des SAW-Filters B3531 (an Luft mit Anpassnetzwerk) und der gemessenen Schwingungsamplitude (orange) an einem beispielhaften Messpunkt (siehe Abb. 8.8).

<sup>21</sup>Kalibrations-Daten mit 30 MHz Stützstellenabstand über Spektralbereich von 9 kHz bis 6 GHz.

## 8.3 Biegeschwingungen an Schwingquarz-Mikrowaagen

Aufgrund der implementierten Fähigkeiten des Experimentalaufbaus konnten Messungen auf Schwingquarz-Mikrowaagen (QCM)<sup>22</sup> für die Forschung in der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Diethelm Johannsmann vom Institut für Physikalische Chemie (IPC) der TU Clausthal durchgeführt werden. In der Arbeitsgruppe werden mit Hilfe der QCMs vielfältige Fragestellungen, z. B. zur Ermittlung viskoelastischer Eigenschaften oder zur HF-Kontaktmechanik, erforscht [95].

Bei den untersuchten QCMs handelt es sich (aufgrund des Kristallschnitts) um Scherwellen-Resonatoren, die durch ein elektrisches Wechselsignal an den Goldelektroden auf Vorder- und Rückseite zur (Scher-)Schwingung angeregt werden (Abb. 8.11). Stimmt die Frequenz des Anregungssignals mit den Resonanzfrequenzen der QCM überein, wird eine hohe Scheramplitude angeregt [95]. Ausgehend von der Grundresonanz bei 5 MHz können an diesen Scherwellen-Resonatoren lediglich ungeradzahlig Harmonische angeregt werden<sup>23</sup>. Ein praktisches Problem bei der Nutzung von QCMs in Fluiden ist, dass Kompressionswellen in die Flüssigkeiten abgestrahlt werden [95]. Diese können nur durch eine parasitäre Biegeschwingung der Quarzoberfläche in Richtung der Oberflächennormalen erklärt werden. Die Erfahrung und die phänomenologische Untersuchung in vorangegangenen Experimenten (siehe [114]) lässt den Schluss zu, dass die Amplitude dieser Biegeschwingung mit steigender Ordnung der Harmonischen der QCM abnimmt.

Hierfür wurde das kommerzielle LDV (OFV-353S der Polytec GmbH) in den Mikroskopaufbau eingekoppelt. Die Anregung, die automatisierte Datenerfassung und die Demodulation erfolgte im vorgestellten Experimentalaufbau. Ziel der Messungen mit dem LDV war die Quantifizierung und Ermittlung der Schwingform der Biegeschwingung (in Richtung der Oberflächennormalen). Es wurden Messreihen mit 5 MHz-QCMs mit einem Durchmesser von 14 mm und 25,4 mm durchgeführt. Um des Weiteren den Einfluss bei Eintauchen in Flüssigkeiten zu untersuchen, wurde die QCM in einem

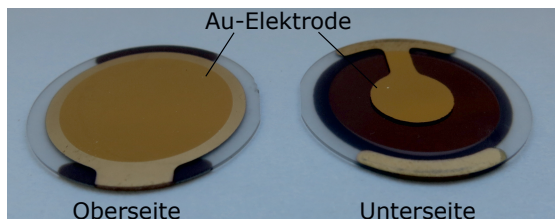


Abb. 8.11: Unter- und Oberseite der 5 MHz-Schwingquarz-Mikrowaage (QCM) mit 14 mm Durchmesser und ‚Schlüsselloch-Elektrode‘. Für die Messreihen ist die QCM auf eine Trägerplatine aufgebracht.

<sup>22</sup> Engl. ‚Quartz-Crystal Micro-Balance‘.

<sup>23</sup> Die Scheramplitude an Unter- und Oberseite der QCM müssen außer Phase sein.

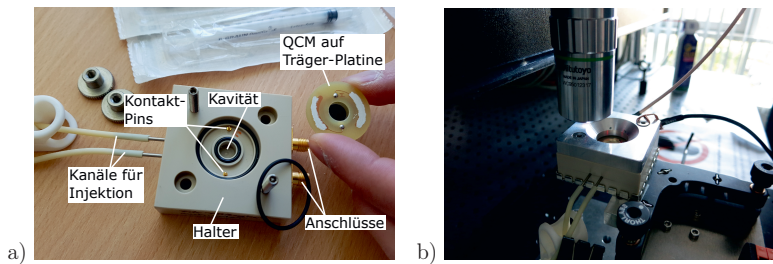


Abb. 8.12: (a) Halter zur Kontaktierung der Unterseite der QCM mit reinem Wasser. Die 5 MHz-QCM mit 14 mm ist auf eine Träger-Platine aufgebracht, die eine zentrale Bohrung besitzt. Durch die Injektionskanäle kann das Wasser ohne erneute Einrichtung in die abgedichtete Kavität an der Unterseite der QCM eingebracht werden. (b) QCM im Halter im Experimental Aufbau. Ein Deckel auf der Unterseite des Halters dient der Abschirmung aufgrund der hohen elektrischen Treiberleistung (15 dB) und der starken Fehlanpassung.

speziellen Halter auf der Unterseite mit reinem Wasser („Super-Wasser“) in Kontakt gebracht (Abb. 8.12a–b). Dadurch wurde eine LDV-Messung durch die Wassersäule vermieden. Die Untersuchung wurde in [114] veröffentlicht. In dieser Arbeit werden die messtechnischen Aspekte und Messergebnisse dargestellt, für die Interpretation und theoretischen Modelle wird auf die Veröffentlichung verwiesen.

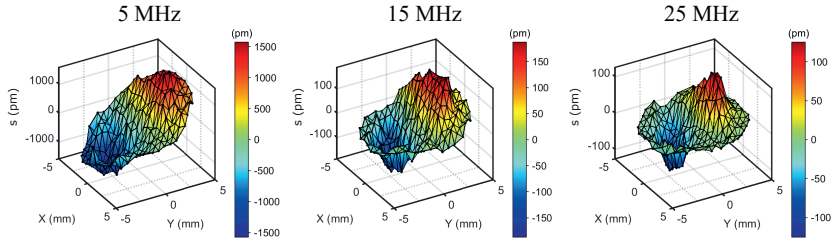
### 8.3.1 Rastermessung der Schwingformen bei den Harmonischen

Aus der Theorie [95] ergibt sich für alle Harmonischen eine einfache Schwingform der Biegeschwingung mit einer Knotenlinie in Richtung der (kristallographischen)  $X$ -Achse. Für eine gute Ortsauflösung der Schwingform wurde ein Raster mit 221 Messpunkten (14 mm-QCM) bzw. 241 Messpunkten (25,4 mm-QCM) auf der QCM-Elektrode gewählt. Die Messung auf der reflektierenden, oberen Goldelektrode (Abb. 8.11) ermöglichte eine Amplitudenauflösung von  $\hat{s}_{ne} \leq 500$  fm bei einer Auflösungsbandbreite von  $RBW = 4$  Hz.

In Abb. 8.13 sind die Biegeschwingformen der QCM mit 14 mm Durchmesser bei den ersten drei Harmonischen dargestellt. Es ist für alle Harmonischen (in Richtung der Oberflächennormalen) nur eine Knotenlinie zu sehen. Für diesen QCM-Typ wird bei der Herstellung die Elektroden-Struktur zu den Kristallachsen ausgerichtet. Da die (visuelle) Ausrichtung der QCM zum Kamerabild anhand der Elektroden-Struktur erfolgte, entspricht die  $Y$ -Achse der Rastermessung nahezu der kristallographischen  $X$ -Achse. Ähnliche Biegeschwingformen wurden für die QCM mit einem Durchmesser von 25,4 mm ermittelt (Abb. 8.14). Die Ausrichtung der QCM im Messaufbau erfolgte hierbei auch anhand der Elektroden-Struktur. Für diese QCM ist die Knotenlinie um  $(51 \pm 2)$  deg gegenüber dem Messaufbau verdreht. Der Grund dafür ist, dass die Elektroden-Struktur dieses QCM-Typs keinen Bezug zu den Kristallachsen haben. Eine konoskopische Analyse verifiziert für die vermessene QCM den Winkel zwischen Kristallachse und Elektrode mit  $(55 \pm 3)$  deg.



### QCM (14 mm) an Luft



### QCM (14 mm) in Kontakt mit Wasser

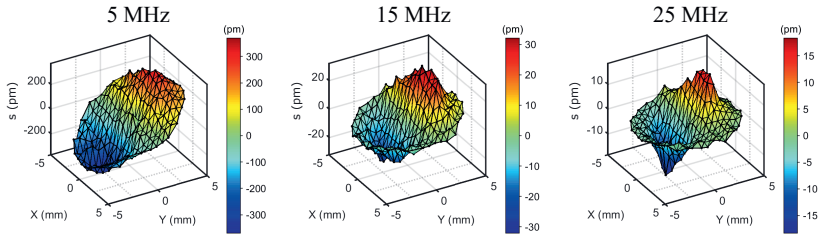


Abb. 8.13: Rekonstruierte Biegeschwingformen der 5 MHz-QCM mit 14 mm Durchmesser bei den Harmonischen und in Kontakt mit reinem Wasser. Es wurde eine Schwellwert-basierte Medianfilterung durchgeführt.

### QCM (25,4 mm) an Luft

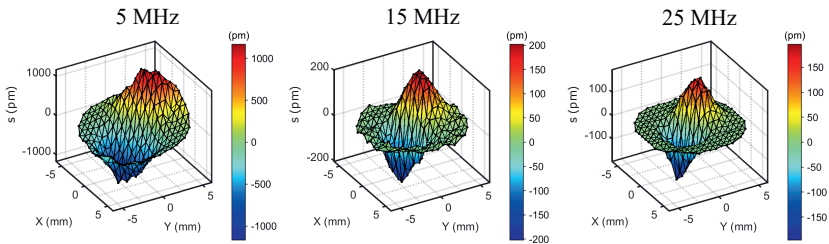


Abb. 8.14: Rekonstruierte Biegeschwingformen der 5 MHz-QCM mit 25,4 mm Durchmesser bei den Harmonischen. Eine Messung in Kontakt mit Wasser konnte aufgrund der Inkompatibilität des Halters nicht durchgeführt werden. Es wurde eine Schwellwert-basierte Medianfilterung durchgeführt.

Für die Analyse der Amplituden der Biegeschwingungen wurden die Schwingformen gefiltert, da die große Scheramplitude dazu führt, dass Partikel oder Defekte zu einer Pseudo-Schwingung in Richtung der Oberflächennormalen führen. Zur selektiven Filterung der unphysikalischen Messausreißer wurde eine Schwellwert-basierte Medianfilterung durchgeführt. Hierbei wird eine Medianfilterung mit den acht<sup>24</sup> benachbarten Messpunkten erst durchgeführt, wenn die Differenz zwischen der zentralen Auslenkung und Median einen Schwellwert der Hälfte des Medians überschreitet<sup>25</sup>.

Zur Mittelung der Schwingform wurde aufgrund des runden Messfelds und der charakteristischen Schwingform eine Zerlegung in Zernike-Polynomen mit den Zernike-Momenten  $Z_i$  mit dem Index<sup>26</sup>  $i$  vorgenommen. In Abb. 8.15a ist die Zerlegung in Zernike-Polynome beispielhaft dargestellt. Die dominanten Zernike-Momente ( $Z_2, Z_3, Z_7, Z_8, Z_{17}, Z_{18}$ ) besitzen eine zentrale Knotenlinie und repräsentieren daher die Schwingform physikalisch sinnvoll. Da zusätzlich zum Zernike-Moment  $Z_7$  auch  $Z_8$  zur Schwingform beiträgt, zeigt eine signifikante Verdrehung der Knotenlinie (und damit kristallographischen  $X$ -Achse) zum Koordinatensystem des Messrasters. Zur Ermittlung der (maximalen) Amplitude der Biegeschwingform wurde diese aus den Zernike-Momenten bis zum Index 78 zusammengesetzt, wobei nur die dominanten<sup>27</sup> Zernike-Momente verwendet wurden. Als Beispiel ist in Abb. 8.15b eine solche Zernike-gefilterte Biegeschwingform der 5 MHz-QCM bei 25 MHz gezeigt (nach Zernike-Zerlegung aus Abb. 8.15a). Die ermittelten Werte für alle Schwingformen in Tab. 8.1 und 8.2 aufgelistet. Anhand der Standardabweichung des Residuums<sup>28</sup> kann eine Unsicherheit der ermittelten Amplitude

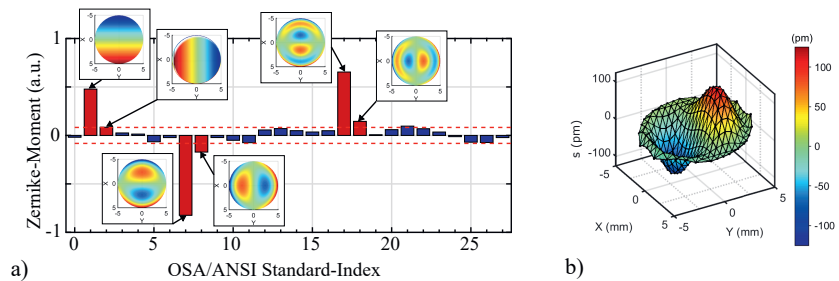


Abb. 8.15: (a) Beispielhafte Zerlegung der Biegeschwingform der 5 MHz-QCM bei 25 MHz (an Luft) in die Zernike-Momente  $Z_i$  mit Index  $i \leq 27$ . Zusätzlich sind die korrespondierenden Zernike-Polynome (mit normierter Amplitude) dargestellt. (b) Zernike-gefilterte Biegeschwingform der 5 MHz-QCM bei 25 MHz (an Luft).

<sup>24</sup>Bei Randpunkten wird die verfügbare Anzahl der benachbarten Punkte verwendet.

<sup>25</sup>Es wurde hierbei in Kauf genommen, dass Messpunkte mit kleinen Auslenkungen mit größerer Wahrscheinlichkeit gefiltert werden, da für die angestrebte Analyse die (globalen) Maxima der Biegeschwingform relevant waren.

<sup>26</sup>Die Indizierung der Zernike-Momente erfolgt nach OSA/ANSI-Standard [194].

<sup>27</sup>Dominante Zernike-Momente besitzen einen Betrag  $\geq 10\%$  des maximalen Zernike-Moments.

<sup>28</sup>Differenz der Zernike-gefilterten Schwingform zur gemessenen Schwingform (nach der Schwellwert-basierten Medianfilterung).

Tab. 8.1: Analysierte Parameter der gemessenen Biegeschwingformen (nach Zernike-Filterung) für die 5 MHz-QCM mit 14 mm Durchmesser.

Messobjekt	QCM 14 mm (an Luft)			QCM 14 mm (in Wasser)		
Ordnung Harmonische	1	3	5	1	3	5
Frequenz (MHz)	4,9983	14,9825	24,9683	4,9955	14,9805	24,6536
Amplitude Schwingform (pm)	1378	201	124	293	26,9	16,4
Unsicherheit ( $1\sigma$ )	145	22	13	33	3,0	1,5
Abstand Extrema (mm)	5,29	4,50	4,07	5,76	4,39	4,1

Tab. 8.2: Analysierte Parameter der gemessenen Biegeschwingformen (nach Zernike-Filterung) für die 5 MHz-QCM mit 25,4 mm Durchmesser.

Messobjekt	QCM 25,4 mm (an Luft)		
Ordnung Harmonische	1	3	5
Frequenz (MHz)	4,9937	14,9728	24,9507
Amplitude Schwingform (pm)	1101	219	202
Unsicherheit ( $1\sigma$ )	80	16	10
Abstand Extrema (mm)	5,71	3,97	3,36

der Schwingform angegeben werden. Des Weiteren verringert sich der Abstand der Extrema mit steigender Ordnung der Harmonischen. Dieser Effekt ist in der Literatur bekannt und ist einer Folge des ‚Energy-Trapping‘ [95].

### 8.3.2 Rastermessung der anharmonischen Seitenbanden

Neben den dominanten Scherresonanzen mit nur einer Knotenlinie (auf der Oberfläche) existieren Schwingungsmoden mit weiteren Knotenlinien [95], die als ‚anharmonische‘ Seitenbanden bezeichnet werden. Die Schwingformen (in Richtung der Oberflächennormalen) der ersten beiden anharmonischen Seitenbanden der fundamentalen Scherresonanz (an Luft) sind in Abb. 8.16 gezeigt. Die erste Seitenbande (Abb. 8.16a) bei 5,02 MHz besitzt zwei orthogonale Knotenlinien<sup>29</sup> mit einer Amplitude von etwa 850 pm und somit nur um einen Faktor 2 geringer als bei der Scherresonanz. Die nächste anharmonische Seitenbande bei 5,07 MHz (Abb. 8.16b) besitzt drei parallele Knotenlinien<sup>29</sup> bei einer Amplitude von 2,2 nm. Diese Normalamplituden der anharmonischen Seitenbanden korrelieren nicht mit den Überhöhungen der elektrischen Streuparameter, die eine Dominanz der fundamentalen Scherresonanz zeigen. Die anharmonischen Seitenbanden besitzen eine vergleichsweise geringe elektrische Wirkung.

<sup>29</sup>Orientiert in Richtung zu den Kristallachsen der QCM.

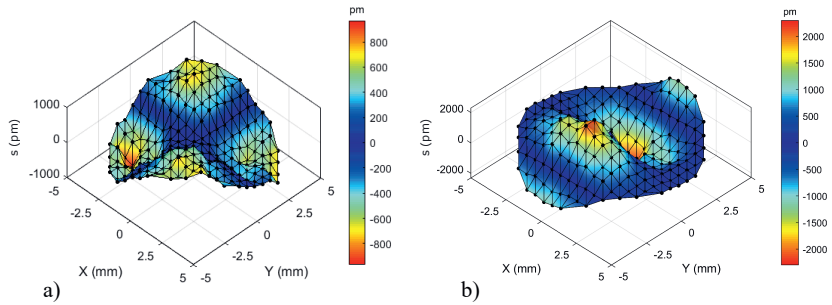


Abb. 8.16: (a) Rekonstruierte Schwingform der 5 MHz-QCM mit 14 mm Durchmesser bei der anharmonischen Seitenband von 5,02 MHz. (b) Schwingform bei der anharmonischen Seitenband von 5,07 MHz. Für beide Schwingformen erfolgte eine Schwellwert-basierte Medianfilterung.

# 9 Zusammenfassung und Ausblick

## 9.1 Zusammenfassung

Die heterodyne Interferometrie, auch bekannt als Laser-Doppler-Vibrometrie, hat sich als kontaktlose, empfindliche und genaue Schwingungsmesstechnik für die Mikrosystemtechnik in Industrie und Forschung etabliert. Durch aktuelle Entwicklungen insbesondere in der Nachrichtentechnik mit dem 5G-Mobilfunkstandard existieren Mikrosysteme mit mikroakustischen Schwingungen bis zu 6 GHz. Angesichts einer erforderlichen Messfähigkeit im Gigahertz-Bereich stößt die Gerätetechnik des Stands der Technik in der heterodyn Laser-Doppler-Vibrometrie an technologische Grenzen. Dabei gibt es Forschungsbedarf vor allem bei einer Technik zur Trägererzeugung im Gigahertz-Bereich und einer ausreichenden Ortsauflösung der Schwingformen.

Für die vorliegende Dissertation wurden als Lösungsansatz zur Gigahertz-Trägererzeugung die Eignung einer Frequenzdifferenz-Regelung zweier Halbleiterlaser im sichtbaren Spektralbereich in einer optoelektronischen Phasenregelschleife theoretisch und experimentell untersucht. Für das Überwinden der Abbe'schen Beugungsgrenze der Reflexions-Mikroskopie an technischen Oberflächen wurde eine theoretische Studie zum Nanoskopie mittels Absorbanzmodulation durchgeführt.

Das beugungsbegrenzte Ortsauflösungsvermögen eines Laser-Doppler-Vibrometer-Mikroskops wurde anhand einer Schwingungsmessung an einer Oberflächenwelle modelliert. Es wurde gezeigt, dass die systematische Messabweichung vom Verhältnis der Größe des Laser-Messflecks zur Wellenlänge der akustischen Schwingung abhängt. Damit eine Messabweichung der Schwingungsamplitude von  $< 5\%$  resultiert, muss die Halbwertsbreite des Messflecks kleiner als  $1/8$  der akustischen Wellenlänge betragen. Durch die Beugungsgrenze optischer Mikroskopie kann diese Forderung für die akustischen Wellenlängen im Gigahertz-Bereich nicht mehr erfüllt werden, was selbst Laser-Doppler-Vibrometer des Stands der Technik in ihrer Messfähigkeit beeinträchtigt. Somit wurde theoretisch die Notwendigkeit der Nanoskopie für die laserinterferometrische Schwingungsmessung bei Frequenzen im Gigahertz-Bereich gezeigt.

Verfahren zur Reflexions-Nanoskopie an technischen Oberflächen, insbesondere für die Laser-Doppler-Vibrometrie, waren in der Literatur bisher nicht bekannt. In der vorliegenden Arbeit wurde in einer theoretischen Studie die Anwendung der Absorbanzmodulation modelliert und anhand von Bewertungskriterien diskutiert. Für die Bildgebung wird in einem Laserrasterverfahren am beugungsbegrenzten Messfleck eine dynamische Nahfeldblende in einer Absorbanzmodulations-Schicht direkt auf der Messoberfläche mit eingebetteten Photochromen erzeugt. Diese Nahfeldblende wird mittels einer Ringmode bei der Aktivierungswellenlänge erzeugt und kann wieder gelöscht werden.

Es wurde ein Modell für die numerische Simulation der nichtlinearen Beziehung von Photokinetik und Bestrahlung in einem konfokalen Absorbanzmodulations-Nanoskop für technische Oberflächen erstellt. Darin werden die photophysikalischen Eigenschaften des Photochroms, die konfokalmikroskopische Bildgebung, die Strahlausbreitung und Grenzflächeneffekte berücksichtigt. Als Referenz-Photochrom wurde das Diarylethen-Derivat 1,2-bis(5,5'-dimethyl-2,2'-bithiophen-yl) perfluorocyclopent-1-en aus dem Stand der Wissenschaft ausgewählt, das in der Absorbanzmodulation in Lithographie und Transmissions-Nanoskopie bereits erfolgreich angewendet wurde.

Die numerische, strahlenoptische Simulation zeigten bei Bestrahlung eine dynamische Erzeugung eines engen Transmissionskanals innerhalb der Absorbanzmodulations-Schicht, wodurch das transmittierte Punktbild bei der Messwellenlänge unter die Beugungsgrenze verkleinert werden kann. Aus den Simulationserkenntnissen wurde eine analytische Auflösungsformel hergeleitet, welche die Steigerung der Ortsauflösung mit einer Formel ähnlich der STED-Mikroskopie beschreibt. Dabei beeinflusst das Leistungsverhältnis von Aktivierungs- zu Messlaser entscheidend die Steigerung der Ortsauflösung. Des Weiteren wurde als charakteristische Systemgröße das Sättigungs-Leistungsverhältnis definiert und mit Eigenschaften des Photochroms und der Bestrahlung verknüpft. In weiteren Designgleichungen wurden die Photokinetik sowie die transmittierte Leistung durch die dynamische Nahfeldblende abgeschätzt. Es wurde gezeigt, dass die photokinetische Zeitkonstante entscheidend vom Kehrwert der eingestrahnten Laserleistung abhängt.

Aufgrund der starken Beugungseffekte bei der Ausbreitung innerhalb der dynamischen Blende in der Absorbanzmodulations-Schicht wurde das Modell um eine wellenoptische Propagation ergänzt. Für die Optimierung der bildgebenden Eigenschaften wurden in einer Parameterstudie die Dicke der Absorbanzmodulations-Schicht sowie photophysikalische Eigenschaften eines Ziel-Photochroms variiert. Die Simulationsergebnisse folgen weitgehend dem prognostizierten Verhalten der hergeleiteten Auflösungsformel und validieren diese somit theoretisch. Es zeigte sich jedoch auch, dass durch die Beugungseffekte in der numerischen Simulation für verschiedene Parameter-Kombinationen signifikante Abweichungen entstehen. Daher dienen die analytischen Näherungen der Vereinfachung der Komplexität und helfen zur Identifikation potenzieller Start-Parameter-Sätze eines Reflexions-Nanoskops mittels Absorbanzmodulation. Eine numerische Simulation ist jedoch für eine realitätsnahe Bewertung und Optimierung der Parameter-Sätze weiterhin unerlässlich.

In der durchgeführten Parameterstudie zeigte sich, dass das betrachtete Referenz-Photochrom die aufgestellten Bewertungskriterien für die Bildgebung nur grenzwertig erreicht und ein Forschungsbedarf zur Optimierung des Photochroms für die Absorbanzmodulations-Nanoskopie besteht. Es wurde gezeigt, dass eine Steigerung der Absorptionsquerschnitte eines Ziel-Photochroms um mindestens einen Faktor 2 gegenüber dem Referenz-Photochrom erreicht werden muss, damit bei einer Schichtdicke von 100 nm eine Ortsauflösungssteigerung auf mindestens  $1/5$  der Beugungsgrenze erreicht wird. Da eine gezielte Manipulation einzelner photophysikalischer Parameter eines Photochroms schwierig realisierbar ist, wurden differenzierte Anhaltspunkte zur Bewertung

eines potenziellen Photochroms für die Absorbanzmodulations-Bildgebung anhand der photophysikalischen Parameter gegeben.

Die Studie zur Absorbanzmodulation schloss mit der Diskussion der Anwendung auf die Laser-Doppler-Vibrometrie. Die Rückwirkung der Absorbanzmodulations-Schicht auf die Schwingung des Bauteils beträgt bei Gigahertz-Schwingungen wenige Prozent und ist damit signifikant. Angesichts der Einschränkungen anderer Messmethoden gegenüber der Laser-Doppler-Vibrometrie bzw. einer sonst fehlenden Messfähigkeit erscheint diese Abweichung jedoch akzeptabel. Auch der notwendige Energieeintrag zur Erzeugung der dynamischen und folglich ein lokaler Temperaturanstieg wurden diskutiert und erfordern weitere Untersuchungen. Es verbleiben Unsicherheiten bei der Bewertung der Anwendbarkeit, die im Experiment identifiziert und analysiert werden müssen. Ein ungelöstes Problem ist die Trennung der Grenzflächenreflexion der Absorbanzmodulations-Schicht vom Messsignal, was beispielsweise durch Antireflex-Beschichtung oder Polarisationsstrennung erfolgen könnte. Hierfür ist weitergehende Forschung an geeigneten Verfahren erforderlich.

Zur Bearbeitung der wissenschaftlichen Unterhypothese der Trägererzeugung für die Laser-Doppler-Vibrometrie im Gigahertz-Bereich wurden die Anforderungen an die Technik zur Trägererzeugung sowie die Photodetektion herausgearbeitet. In einer theoretischen Betrachtung einer nichtlinearen Übertragung des Interferenzsignals wurde hergeleitet, dass die Laser-Doppler-Vibrometrie bei einer Zweiseitenband-Auswertung eine Immunität gegenüber der Nichtlinearität aufweist. Für die Trägererzeugung mittels Frequenzdifferenz-Regelung in einer optoelektronischen Phasenregelschleife wird das Übertragungsverhalten mit Hilfe einer Linearisierung im Arbeitspunkt hergeleitet und Eigenschaften diskutiert. Die Phasenregelschleife regelt dabei nicht nur die Differenzfrequenz, sondern führt den geregelten Laser dem Referenz-Laser innerhalb der Regelbandbreite nach und reduziert das Differenzphasen-Rauschen. Im Idealfall werden so die Kohärenzeigenschaften des Referenz-Lasers auf den geregelten Laser übertragen werden, was insbesondere aufgrund der anvisierte Verwendung von Halbleiterlasern mit Linienbreite um 1 MHz relevant war. In einem heterodynen Interferometer ist auch das Messsignal aus dem Laser-Doppler-Effekt eine Modulation der Differenzphase, sodass das Differenzphasen-Rauschen das Vermögen der Laser-Doppler-Vibrometrie zur Schwingungsamplitudenauflösung im Subpicometer-Bereich stört. Da diese Amplitudenauflösung ein herausragendes Merkmal im Vergleich zu konkurrierenden Messverfahren insbesondere bei der Inspektion von Hochfrequenz-Mikrosystemen ist, erfolgte eine umfassende theoretische Modellierung der resultierenden Amplitudenauflösung durch das verbleibende Differenzphasen-Rauschen der Trägererzeugung mittels Frequenzdifferenz-Regelung. In dieses Modell flossen eine statistische Beschreibung des jeweiligen Laser-Phasenrauschens, der Aufbau des Interferometers und das Übertragungsverhalten der optoelektronischen Phasenregelschleife ein.

Anhand von Vereinfachungen der Zusammenhänge wurden Richtlinien zur Parameterwahl der Trägererzeugung abgeleitet. So wurde gezeigt, dass die Regelbandbreite größer als die summierte Linienbreite der eingesetzten Laser betragen muss. Zudem muss die Weglängendifferenz im Interferometer kleiner als die inverse Regelbandbreite sein, damit kein unerwünschter Einbruch der Trägerleistung im Interferenzsignal zu verzeichnen

ist. Für vereinfachte Modellsysteme wurde in numerischen Simulationen gezeigt, dass sich ein Phasenrausch-Sockel um den Träger ausbildet. Dieser Phasenrausch-Sockel kann Rauschüberhöhungen bei Harmonischen der Regelbandbreite aufweisen. Die Form des Phasenrausch-Sockels außerhalb der Regelbandbreite kann mit Hilfe der Lorentz-Funktion beschrieben werden, die sich aus der Interferenz zweier freilaufender Laser ergibt. Für hohe Schleifenverstärkungen kann dieser Phasenrausch-Sockel innerhalb der Regelbandbreite durch das bekannte ‚Delayed Self-Heterodyne Mixing‘-Experiment beschrieben werden. Auf dieser Grundlage wurde eine Abschätzung des Einbruchs der Trägerleistung durchgeführt, wenn Weglängen im Interferometer ungünstig gewählt sind. Eine Parameterstudie in der numerischen Simulation verifizierte die analytische Näherung. Anhand der analytischen Beschreibung des Phasenrausch-Sockels mittels der Lorentz-Funktion wurde ein Vergleich des Differenzphasen-Rauschens mit dem weißen Schrotrauschen und dem Intensitätsrauschen angestellt. Aufgrund des monotonen Abfalls des Phasenrausch-Sockels wird die Schwingungsmessung bei hohen Frequenzen wiederum vom Schrotrauschen bzw. Intensitätsrauschen begrenzt.

Es wurde ein Experimentalaufbau eines Laser-Doppler-Vibrometer-Mikroskops mit Gigahertz-Trägererzeugung in einer optoelektronischen Regelschleife erstellt. Dafür wurden wichtige Systemkomponenten der optoelektronischen Phasenregelschleife und des Laser-Doppler-Vibrometers ausgewählt und anhand der theoretischen Modelle und durch Experimente evaluiert. Für die Realisierung der Frequenzdifferenz-Regelung wurden Distributed-Bragg-Reflector-Halbleiterlaser bei 632 nm ausgewählt und charakterisiert. Insbesondere wurde das Intensitätsrauschen der Halbleiterlaser gemessen, da im Gigahertz-Bereich keine abgeglichenen Photodetektoren zur Verfügung standen und daher auf diese Weise das Intensitätsrauschen im Interferenzsignal nicht unterdrückt werden konnte. Für die Auslegung der Regelbandbreite wurde eine summierte Linienbreite der Laser mit  $< 500$  kHz festgestellt. Die verwendete kommerzielle optoelektronische Phasenregelschleife begrenzte die Trägererzeugung auf 200 MHz und wurde mittels externer Hochfrequenz-Bauteile auf eine Trägererzeugung bis über 6 GHz erweitert. Anhand der theoretischen Darstellung wurde ein Vorgehen zur Optimierung des Schleifenfilters für eine gute Stabilität erläutert. Dadurch wurde eine langzeitstabile Frequenzdifferenz-Regelung mit einer Regelbandbreite von etwa 2 MHz erzielt.

Die Erfassung von Schwingformen auf Hochfrequenz-Mikrosystemen erfordert die Fähigkeit zur automatisierten Rastermessung vieler Messpunkte, wozu eine leistungsfähige Peripherie des Laser-Doppler-Vibrometers zur Anregung, Datenerfassung, Signalverarbeitung und Rasterung erstellt wurde. Die Frequenzdifferenz-Regelung zur Trägererzeugung wurde in zwei Ausbaustufen realisiert. Die Verwendung der Silizium-Photodetektoren bietet eine Detektorbandbreite von 1,2 GHz bei vergleichsweise geringem Eigenrauschen. Nach den theoretischen Anforderungen sind Trägerfrequenz und somit maximale Schwingungsfrequenz auf  $< 600$  MHz begrenzt. Die Verwendung von Galliumarsenid-Photodetektoren bietet eine Detektorbandbreite von über 10 GHz, sodass die Bandbreite der Datenerfassung von 6 GHz die maximale Trägerfrequenz auf 3 GHz limitierte. Diese Photodetektoren weisen im Vergleich zum Silizium-Photodetektor eine geringere Verstärkung sowie ein höheres Eigenrauschen auf.



Anhand der charakterisierten Eigenschaften der Systemkomponenten erfolgte eine theoretische Gegenüberstellung der Rauschquellen und damit erreichbaren Amplitudenauflösung des erstellten Laser-Doppler-Vibrometers. Ein Hauptaugenmerk lag dabei auf den Photodetektoren, die als vorderstes Element in der Signalverarbeitungskette entscheidenden Einfluss auf das Signal-Rausch-Verhältnis haben. Als wichtige Einflussgröße wurde die Leistung des Referenzlasers am Photodetektor optimiert. Die Detektion mit dem Silizium-Photodetektor wird bei verfügbaren Laserleistungen vorwiegend vom Intensitätsrauschen der Halbleiterlaser begrenzt. Für die Galliumarsenid-Photodetektoren wird die Amplitudenauflösung vom thermischen Verstärkerrauschen limitiert.

Der Experimentalaufbau wurde anhand einer Schwingung eines piezokeramischen Dickenschwingers in einer Vergleichsmessung mit einem kommerziellen Laser-Doppler-Vibrometer erfolgreich geprüft. Unter Verwendung von Silizium-Photodetektoren wurde hierfür die stabile Trägererzeugung bei 600 MHz realisiert. Eine Messung an der Oberflächenwelle auf einem mikroakustischen Filter bei 315 MHz demonstrierte die Messfähigkeit des Laser-Doppler-Vibrometer-Mikroskops mit Frequenzdifferenz-Regelung. Eine Rauschanalyse zeigte, dass die Detektion innerhalb der analysierten Bandbreite von 400 MHz vom Differenzphasen-Rauschen der Laser begrenzt ist. Für den Einsatz des Silizium-Detektors wurde dabei eine Amplitudenauflösung von  $540 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  bei 315 MHz auf der reflektierenden Elektrode des Oberflächenwellen-Filters erreicht.

In der weiteren Ausbaustufe wurde eine stabile Trägerfrequenz von 2,4 GHz mit Hilfe der Galliumarsenid-Photodetektoren erzeugt und eine Messung am selben Oberflächenwellen-Filter bei 315 MHz und einer Amplitudenauflösung von  $290 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  demonstriert. Die Analyse des Rauschens validiert die theoretische Modellierung mit der prognostizierten Lorentz-Linienform des Phasenrausch-Sockels sowie den Rauschüberhöhungen. Dabei ermöglichte die Messung auf der reflektierenden Masse-Elektrode des Oberflächenwellen-Filters eine Amplitudenauflösung von  $100 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  bei 1 GHz und  $70 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  bei 2 GHz. Mittels einer Software-gesteuerten Rastermessung konnte die Oberflächenwelle auf dem mikroakustischen Filter rekonstruiert werden. Eine Messreihe der Schwingformen von Schwingquarz-Mikrowaagen bei Harmonischen demonstriert die vielseitigen Fähigkeiten des gesamten Experimentalaufbaus.

Die demonstrierte Messfähigkeit des Experimentalaufbaus bei 315 MHz ist im Hinblick auf das Heterodynverfahren auf Schwingungsfrequenzen bis 3 GHz übertragbar. Eine Überprüfung bei höheren Schwingungsfrequenzen erfolgte bisher nicht, da keine geeigneten, unverkapselten Hochfrequenz-Mikrosysteme vorlagen. Durch die Wahl eines Digitalisierungssystems mit höherer Bandbreite kann der bestehende Experimentalaufbau auf Schwingungsfrequenzen bis 5 GHz erweitert werden, was dann durch die Galliumarsenid-Photodetektoren limitiert wäre. Angesichts der beugungsbegrenzten Ortsauflösung ist die Messfähigkeit an Hochfrequenz-Schwingformen bereits bei Frequenzen  $< 5 \text{ GHz}$  beeinträchtigt. Um eine uneingeschränkte Messfähigkeit der heterodynen Laser-Interferometrie auf HF-Mikrosystemen zu erzielen, sind daher sowohl die Fähigkeit zur Gigahertz-Schwingungsmessung als auch eine Ortsauflösung jenseits der Beugungsgrenze erforderlich.

In dieser Arbeit wurde somit theoretisch und experimentell gezeigt, dass die Frequenzdifferenz-Regelung zweier Halbleiterlaser ein geeignetes Verfahren zur Trägererzeugung

für die heterodyne Interferometrie ist. Insbesondere bei der Schwingungsmessung im Gigahertz-Bereich ist durch den schwindenden Einfluss des Differenzphasen-Rauschens mit der Frequenz eine Detektion möglich, die durch andere Rauschquellen limitiert wird. Die erreichte Amplitudenauflösung des heterodynens Interferometers im Bereich von 100 Femtometern (bei 1 Hz Auflösungsbandbreite) im Gigahertz-Bereich qualifiziert diese Technik der Trägererzeugung für die Schwingungsmessung an HF-Mikrosystemen.

## 9.2 Ausblick

Für die Anwendung der Absorbanzmodulation zur Nanoskopie an technischen Oberflächen konnte das theoretische Potenzial gezeigt werden. Die Simulationsergebnisse der Parameterstudien ermutigen dabei zu einer experimentellen Realisierung eines Reflexions-Nanoskops mittels Absorbanzmodulation. Durch die vielfältigen und komplexen Zusammenhänge der Photokinetik und der Absorbanz kann es hilfreich sein, weitere Parameterstudien durchzuführen, vor allem zur Überprüfung der Eignung von weiteren potenziellen Photochromen für die Absorbanzmodulations-Bildgebung. Für die verbesserte Analyse der Parameter eines Ziel-Photochroms ist vermutlich die gekoppelte Skalierung aller Absorptionsquerschnitte durch den Optimierungsfaktor  $\gamma$  hinderlich. Dieser Optimierungsfaktor dient vor allem der vereinfachten Darstellbarkeit der Ergebnisse. Da dieser kein integraler Teil des erstellten Simulationsmodells ist, wird dessen Anwendbarkeit auf andere bistabile Photochrome in keiner Weise beeinträchtigt.

Für eine bessere Prognose der Simulation können Vereinfachungen im Modell durch die komplizierteren Zusammenhänge ersetzt werden. Ein wichtiger Aspekt ist die Rückkopplung der wellenoptischen Strahlausbreitung in die photokinetische Simulation. Aufgrund der Komplexität könnte dafür die Verwendung spezialisierter Simulationssoftware sinnvoll sein.

Ein weiterer Aspekt im Hinblick auf die praktische Anwendung ist eine Sequenzierung bei der Bestrahlung mit beiden Wellenlängen. Bisher wurde nur eine parallele Bestrahlung simuliert. Durch geeignete Wahl eines Bestrahlungsprotokolls kann die Zeit zur Entwicklung der dynamischen Nahfeldblende verkürzt und somit die Rückwirkung auf das Bauteil minimiert werden.

Das Verfahren der Absorbanzmodulation könnte die Hochauflösung in vielen Reflexionskontrast-Verfahren der beugungsbegrenzten Mikroskopie ermöglichen. Über das beschriebene monochromatische Schalten hinaus bieten typische Photochrome die Absorbanzmodulation für ein breitbandiges optisches Spektrum, sodass eine Steigerung der Ortsauflösung bei mehreren Wellenlängen oder sogar für einen Spektralbereich möglich erscheint. Beispielsweise in der Metallurgie könnten so Korngrößen von Hochleistungsstählen optisch und polychromatisch aufgelöst werden, die bisher nur mit Verfahren der Rasterelektronenmikroskopie oder Rasterkraftmikroskopie abgebildet werden können. Aufgrund der anderen Interaktion der optischen Strahlung mit den Materialien könnten somit durch hyperspektrale Nanoskopie neue Erkenntnisse gewonnen werden.

Im realisierten heterodynens Laser-Doppler-Vibrometer ist die Detektion durch die hohe Linienbreite der gekoppelten Halbleiterlaser sowie deren Intensitätsrauschen be-

schränkt. Durch eine Maximierung der Laserleistungen könnte eine Reduktion des relativen Intensitätsrauschens erzielt werden, wodurch jedoch die Laserdioden schneller degradieren. Eine geringfügige Steigerung der Amplitudenauflösung könnte durch eine Optimierung des Interferenzkontrasts erreicht werden. Hierfür wäre eine bessere Anpassung der Lasermoden bei der Interferenz notwendig. Eine Reduktion der Aberrationen des Messlaserstrahls und damit eine beugungsbegrenzte Ortsauflösung könnte durch eine zusätzliche Raumfilterung erreicht werden.

Wenn auch in Zukunft keine abgeglichenen Photodetektoren mit ausreichender Bandbreite zur Verfügung stehen, müssen Laserquellen mit geringerem Intensitätsrauschen verwendet werden, damit eine Schrotrausch-begrenzte Detektion bei Schwingungsfrequenzen im Gigahertz-Bereich erfolgen kann. Zudem muss das Verstärkerrauschen reduziert werden, da die erforderlichen Laserleistungen zur Schrotrausch-Begrenzung sonst typische Photodetektoren in die Sättigung treiben. Da eine Regelbandbreite der Phasenregelung bis in den Gigahertz-Bereich technisch sehr anspruchsvoll ist, limitiert weiterhin das Differenzphasen-Rauschen bei diesen Schwingungsfrequenzen die Detektion.

Das Ziel könnte mit durchstimmbaren, frequenzverdoppelten Neodym:YAG-Lasern erreicht werden. Aufgrund der geringen Linienbreite reicht für diese Lasersysteme eine geringe Regelbandbreite für eine stabile Phasenregelung aus, sodass das Durchstimmen mit mechanischen Elementen erfolgen kann. Trotz der Kosten und der Baugröße kann diese Laserwahl in einem Laboraufbau eine Schrotrausch-begrenzte Detektion ermöglichen. Dabei können die Erkenntnisse aus dieser Arbeit als Grundlage zur Identifikation geeigneter Systemkomponenten und der Dimensionierung eines leistungsfähigen heterodynen Interferometers dienen. Mittels Trägererzeugung von phasengekoppelten Lasern könnte die Hochfrequenz-Mikrosystemtechnik somit auch in Zukunft von den wertvollen Einblicken der Schwingungsmesstechnik mittels heterodyner Laser-Interferometrie profitieren.

Die Verwendung von Halbleiterlasern ist für kompakte und mobile Laser-Interferometer in kommerziellen Sensoren mit großer Stückzahlen aufgrund der Energieeffizienz, Baugröße und Kosten vorteilhaft. Durch Optimierung der Phasenregelschleife kann das Differenzphasen-Rauschen der Halbleiter in niederfrequenten Bereichen um die Trägerfrequenz so unterdrückt werden, dass eine ausreichende Amplitudenauflösung erzielt werden kann. Eine wichtige Voraussetzung dafür ist die Maximierung der Schleifenverstärkung, was eine Minimierung der Schleifenverzögerung für eine stabile Regelung erfordert. Mit Hilfe von Mikroelektronik in Kombination mit Wellenleiterstrukturen scheinen diese Anforderungen erfüllbar.

Somit könnte diese Technik zur Trägererzeugung die weitverbreitete, akustooptischen Trägererzeugung in kommerziellen, laserinterferometrischen Sensoren in vielfältigen Anwendungen ersetzen, wodurch ein großes Potenzial zur Reduktion von Baugröße und Herstellungskosten entsteht. Letztendlich könnten somit auch kostensensitive Applikationen von der Empfindlichkeit, Genauigkeit und Zuverlässigkeit heterodyner Laser-Interferometer profitieren.

# Anhang A

## Details zur Absorbanzmodulations-Mikroskopie

### A.1 Modellierung der beugungsbegrenzten Fokusse

#### A.1.1 Näherung mittels Laguerre-Gauß-Moden

Die Erzeugung einer Ringmode kann durch unterschiedliche Methoden erfolgen. Weitverbreitet wird die Ringmode mit Hilfe einer statischen Vortex-Phasenplatte erzeugt, die als transmittierendes optisches Element zentral in einem  $\text{TEM}_{00}$ -Strahl gebracht wird [148]. Der Strahl nach der Vortex-Phasenplatte weist eine zentrale Nullintensität auf, wenn die erzeugte Phase axialsymmetrisch und linear um  $k \cdot 2\pi$  ansteigt. Dieser Faktor  $k$  wird als topologische Ladung bezeichnet. Für die Anwendung in STED wird eine möglichst scharf-begrenzte Nullintensität benötigt, weshalb typischerweise eine topologische Ladung von  $k = 1$  gewählt wird.

Nach [148] kann die Intensitätsverteilung  $I_a$  einer beugungsbegrenzten Ringmode bei der Aktivierungswellenlänge  $\lambda_a$  im Fokus einer Mikroskop-Optik mit der numerischen Apertur NA skalar genähert werden mit

$$I_a(x_a) \propto \frac{1}{x_a^2} [J_1(x_a) H_0(x_a) - J_0(x_a) H_1(x_a)]^2 \quad (\text{A.1})$$

mit den Struve-Funktion  $H_m$  und den Bessel-Funktion  $J_m$  von  $m$ -ter Ordnung.  $x_a$  ist die normierte radiale Koordinate mit  $x_a = 2\pi \text{NA } r/\lambda_a$  mit der radialen Koordinate  $r$ . Das Maximum dieser skalaren Näherung der Ringmode befindet sich bei  $x_a = 2,45$  bzw. beim Radius  $r_{a,\text{max}} = 0,39 \lambda_a/\text{NA}$ .

Für eine einfachere Handhabung kann die Ringmode durch Laguerre-Gauß-Moden beschrieben werden [126]. Dadurch kann wiederum der ABCD-Formalismus bei der Propagation ähnlich wie bei Gauß-Strahlen angewendet werden [135]. Diese Laguerre-Gauß-Mode wird auch als  $\text{TEM}_{01*}$ -Mode bezeichnet und besitzt die Intensitätsverteilung

$$I_a(r) = \frac{4}{\pi} \frac{P_a}{w_a^2} \left( \frac{r}{w_a} \right)^2 \exp \left[ -2 \left( \frac{r}{w_a} \right)^2 \right] \quad (\text{A.2})$$

mit der Gesamtleistung  $P_a$  und dem Strahlradius  $w_a$ . Eine Umrechnung in eine Photonenflussdichte kann mit Hilfe von (5.26) erfolgen. Das Maximum  $2 P_a / [\pi \exp(1) w_a^2]$  dieser Intensitätsverteilung befindet sich am Radius  $r_{a,\text{max}} = w_a/\sqrt{2}$ .

Mit Hilfe der Lage des Maximums kann analog zur Anpassung der  $\text{TEM}_{00}$ -Mode an das Airy-Scheibchen [221] eine Anpassung der  $\text{TEM}_{01*}$ -Mode an eine beugungsbegrenzte Ringmode vollzogen werden. Die Strahltaile  $w_a$  der angepassten  $\text{TEM}_{01*}$ -Mode beträgt mit [148]

$$w_a \approx \sqrt{2} \cdot 0,39 \frac{\lambda_a}{\text{NA}} \approx 0,55 \frac{\lambda_a}{\text{NA}}. \quad (\text{A.3})$$

Die Näherung der beugungsbegrenzten Ringmode in eine Laguerre-Mode erster Ordnung mit einer Anpassung des Maximums ist mit einer Konversionseffizienz von 93% möglich [126]. Für den Abfall auf  $1/e^2$  können aufgrund der zentralen Nullintensität zwei charakteristische Radien der Ringmode numerisch ermittelt werden. Der relevante innere Radius liegt bei

$$r_{13,5\%,\text{inner}} \approx 0,359 w_a \approx 0,20 \frac{\lambda_a}{\text{NA}}. \quad (\text{A.4})$$

Anhand der folgenden Diagrammen (Abb. A.1 und A.2) kann die Güte der Anpassung qualitativ bewertet werden. Diese ist jeweils für die Anpassung des Mess-Fokus (oben) und des ringförmigen Fokus (unten) für eine numerische Apertur von  $\text{NA} = 0,6$  durchgeführt. Für den Mess-Fokus bei der Wellenlänge  $\lambda_m = 633 \text{ nm}$  wird die Anpassung der  $\text{TEM}_{00}$ -Mode an das Airy-Scheibchen<sup>1</sup> nach [221] gezeigt. Zum Vergleich ist eine vektorielle Lösung des Fokusprofils gezeigt. Diese simulierte Intensitätsverteilung wurde vom Kooperationspartner Institut für Nanophotonik Göttingen zur Verfügung gestellt. Für den ringförmigen Fokus erfolgte die Anpassung  $\text{TEM}_{01*}$ -Mode an das skalare Modell nach [148] mit (A.3).

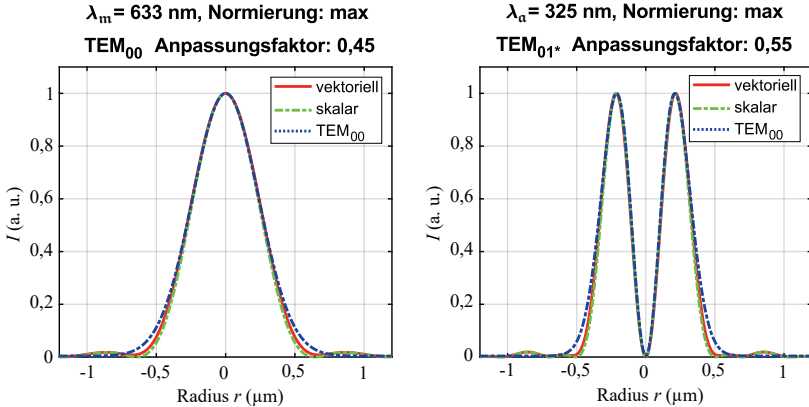


Abb. A.1: Vergleich der Anpassung der Laguerre-Gauß-Näherungen an die skalare und vektorielle Berechnung der Intensitätsverteilungen bei Normierung der Intensitätsmaxima ( $\text{NA} = 0,6$ ).

<sup>1</sup> Skalare Lösung.

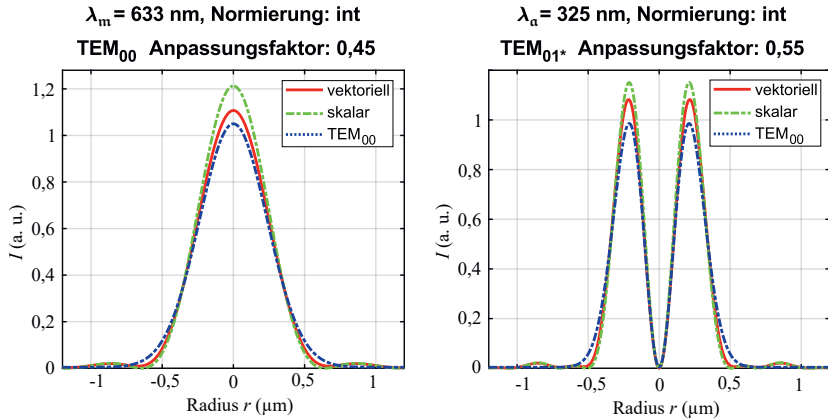


Abb. A.2: Vergleich der Anpassung der Laguerre-Gauß-Näherungen an die skalare und vektorielle Berechnung der Intensitätsverteilungen bei Normierung der Gesamtleistungen ( $\text{NA} = 0,6$ ).

Es erfolgte je eine Normierung auf die Intensitätsmaxima (Abb. A.1) und auf die Gesamtleistung (Abb. A.2) durchgeführt. In allen Fällen wird deutlich, dass die Laguerre-Gauß-Beschreibung der Intensitätsverteilungen gerade im Randbereich (Beugungsringe) fehlschlägt. Diese Bereiche sind jedoch irrelevant für die Hochofflösung. Eine Anpassung an gleiche Gesamtleistung zeigt eine deutliche Überschätzung des Maximums durch die skalare Lösung, wohingegen die  $\text{TEM}_{01}^*$ -Anpassung das Maximum systematisch

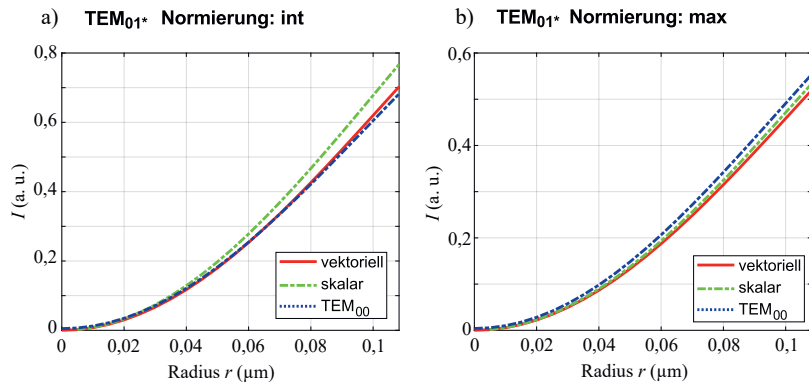


Abb. A.3: Vergleich der parabolischen Anpassung im Zentrum der Ringmode für eine Normierung auf die Gesamtleistung (a) und die Intensitätsmaxima (b) ( $\lambda_a = 325 \text{ nm}$  und  $\text{NA} = 0,6$ ).

unterschätzt. Bei genauerer Betrachtung im Zentrum<sup>2</sup> der Ringmode (Abb. A.3) wird deutlich, dass der parabolische Anstieg der vektoriellen Berechnung besser durch die Normierung auf die gleiche Gesamtleistung (Abb. A.3 rechts) angenähert wird.

Für das Simulationsmodell wird daher für die Ringmode die Anpassung mit der TEM<sub>01\*</sub>-Mode mit Normierung auf die Gesamtleistung nach (A.2) mit der Strahlentaille nach (A.3) verwendet. Für das Airy-Scheibchen wird eine Anpassung mit einem Gauß'schen Intensitätsverteilung (TEM<sub>00</sub>) mit Normierung auf gleiche maximal Intensität vorgenommen.

### A.1.2 Parabolische Näherungen im Zentrum

Für die Abschätzung des angenäherten, parabolischen Verlaufs im Zentrum beider Intensitätsverteilungen (vgl. Abb. A.3) wird eine Taylor-Entwicklung für das Symmetriezentrum bis zum zweiten Grad durchgeführt. Danach gilt für die Photonenflussdichten der Ringmode im Zentrum

$$\phi_{m,in}(r) = \frac{\lambda_m}{h c} \frac{2 P_{m,in}}{\pi w_m^2} \exp \left[ -2 \left( \frac{r}{w_m} \right)^2 \right] \approx \frac{\lambda_m}{h c} \frac{2 P_{m,in}}{\pi w_m^2} \left[ 1 - 2 \left( \frac{r}{w_m} \right)^2 \right] \quad (A.5)$$

mit dem Tailenradius  $w_m$  und der Leistung  $P_{m,in}$  auf der AML.

Das Zentrum der ringförmigen Intensitätsverteilung (TEM<sub>01\*</sub>) bei der Aktivierungswellenlänge  $\lambda_a$  wird ebenfalls parabolisch angenähert mit

$$\phi_{a,in}(r) = \frac{\lambda_a}{h c} \frac{4 P_{a,in}}{\pi w_a^2} \left( \frac{r}{w_a} \right)^2 \exp \left[ -2 \left( \frac{r}{w_a} \right)^2 \right] \approx \frac{\lambda_a}{h c} \frac{4 P_{a,in}}{\pi w_a^2} \left( \frac{r}{w_a} \right)^2 \quad (A.6)$$

mit der charakteristischen Radius  $w_a$  und der Leistung  $P_{a,in}$  auf der AML.

## A.2 Abschätzung der Schaltzyklen

Für die Abschätzung der Anzahl der Schaltzyklen während des Messvorgangs wird die Anzahl der Konzentrationsänderungen im photostationären Zustand herangezogen. Nach der analytischen Näherungslösung der Ratengleichung (5.28) und (5.29) gilt für die Rate der Photochrome, welche die Photorückreaktion  $\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}$  vollziehen, näherungsweise

$$\begin{aligned} \dot{N}_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}} &= \frac{dc_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}, \infty}}{c_{\text{tot}} dt} \approx (\phi_{a,in} \sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_a} + \phi_{m,in} \sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_m}) \frac{c_{\mathbb{B}, \text{stat}}}{c_{\text{tot}}} \\ &< \phi_{a,in} \sigma_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}}^{\lambda_a}. \end{aligned} \quad (A.7)$$

Die Größe  $\dot{N}_{\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}}$  kann als Schätzung<sup>3</sup> für die mittlere Anzahl der Schaltzyklen eines Photochroms herangezogen werden. Für den Fall einer Bestrahlung einer AML mit BTE-I mit einer Leistung  $P_{a,in} = 1 \text{ mW}$  bei einem Strahlradius von  $w_a = 0,5 \mu\text{m}$  ergibt sich im Intensitätsmaximum der Intensitätsverteilung nach (A.2) eine mittlere Anzahl von Schaltzyklen von  $\dot{N}_{\mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}} < 18 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ . Daher sollte die Messzeit im photostationären

<sup>2</sup> Betrachtung innerhalb des inneren Radius  $r_{13,5\%, \text{inner}} \approx 0,11 \mu\text{m}$ .

<sup>3</sup> Diese überschätzt systematisch die tatsächliche Anzahl von Schaltzyklen.

Zustand nur wenige Millisekunden betragen, um eine vorschnelle Degradation zu verzögern. Nach (5.31) entspricht die mittlere Anzahl der Schaltzyklen des Photochroms etwa dem Inversen der photokinetischen Zeitkonstante  $\tau_{\text{kin}}$ .

Somit wird deutlich, dass die Messzeit an die Schaltgeschwindigkeit angepasst werden muss. Andererseits können Veränderungen der Leistung bei gleichem Leistungsverhältnis zu einer schnellen Konvergenz zum photostationären Zustand mit einer anschließend moderaten Belastung des Photochroms führen. Dies ist nur ein Beispiel dafür, dass das Konzept einer parallelen Bestrahlung nachteilig ist und Bestrahlungssequenzen vorteilhaft sind. Als weiteres Konzept könnte ein quasi-stationärer Zustand verwendet werden. Wenn der Entfärbe-Vorgang durch den Messlaser eine geringe Quanteneffizienz bzw. geringen Absorptionsquerschnitt aufweist, könnte selbst bei einer sequenziellen Bestrahlung von einem quasi-stationären Zustand der Nahfeld-Blende ausgegangen werden. Ein beschleunigtes Deaktivieren der Nahfeldblende könnte durch eine Erhöhung der lokalen Bestrahlung mit dem Messlaser erzeugt werden. Hierbei müsste die Position von Messpunkt, Aktivierungs- und Deaktivierungsbereich nicht identisch sein und damit die Vorgänge parallelisiert werden.

Ein weiteres Konzept würde ein Photochrom erfordern, welches bei der Messwellenlänge mit geringer Wahrscheinlichkeit einen Übergang erfährt, dabei dennoch mit stark absorbiert wird. Somit erfolgt bei diesem Konzept kein Deaktivieren der Nahfeldblende durch die Messwellenlänge. Das Deaktivieren der Nahfeldblende müsste durch Bestrahlung bei einer dritten Wellenlänge erfolgen oder alternativ über eine photochemische Reaktion. Bei einem solchen Konzept könnte die eingetragene Energie, die in Form von Wärme dissipiert werden muss, reduziert werden. Die Realisierung dieses Konzepts hängt maßgeblich von einem geeigneten Photochrom ab, welches bisher nicht identifiziert werden konnte.



# Anhang B

## Details zum Experimentalaufbau

### B.1 Messvolumen

Die Dimensionierung, der Aufbau und die Ansteuerung des Probentisches mit motorisiertem Kreuztisch ist in der Bachelorarbeit<sup>1</sup> von Jürgen Janzen ausführlich dokumentiert [92]. Der Verstellbereich des Kreuztisches KT230–110–EDLM2–L50/2–EK2 von Steinmeyer Mechatronik GmbH beträgt  $100 \times 100 \text{ mm}^2$ . Die manuelle Z-Linear-einheit M–DS40–Z von Newport Corporation Inc. erlaubt eine Höhenverstellung von 6 mm, die für die Fokussierung verwendet wird. Eine axiale Justage des Mikroskop-Objektivs ist nicht vorgesehen.

Um das Messobjekt im Messvolumen von  $100 \times 100 \times 6 \text{ mm}^3$  gegenüber dem festen Mikroskop-Objektiv zu platzieren sind Adapter vorgesehen, die sowohl unterhalb des Kreuztisches (Sockelstück) als auch direkt am Probenhalter (Adapterstück) eingesetzt werden können. Das Messobjekt muss in der Fokusebene des Mikroskop-Objektivs platziert werden, die 101 mm unterhalb der Aufbauebene des Breadboards liegt<sup>2</sup>.

Die gewünschte Messebene muss 11 mm (für 10 mm-Sockelstücke) oder 16 mm (für 5 mm-Sockelstücke) über dem Probentisch justiert werden, damit der Z-Justagebereich von  $\pm 3 \text{ mm}$  symmetrisch genutzt werden kann. Die zulässige Höhe der Probenhalterung über der Messebene muss kleiner als der Arbeitsabstand des Mikroskop-Objektivs sein, damit eine Kollision mit dem Mikroskop-Objektiv vermieden wird. Dafür sind die nominellen Arbeitsabstände der verwendeten Mikroskop-Objektive von Mitutoyo Deutschland GmbH in Tab. B.1 angegeben.

Zum Ausgleich einer Neigung des Messobjekts zur Messebene ist zusätzlich eine Kippereinheit direkt unterhalb des Messobjekts im Probentisch integriert. Somit kann ein ebenes Messobjekt so ausgerichtet werden, dass die Oberfläche bei Verfahren stets in der Schärfentiefe  $\Delta z_R$  des Mikroskop-Objektivs bleibt. Dafür sollte die Schärfe am Weitfeld-Mikroskop in den Extrempunkten überprüft werden und iterativ (mit Nachstellen der z-Justage) solange justiert werden, bis das gesamte Messfeld scharf abgebildet ist. Für eine Überprüfung kann eine automatisierte Raster-Bilderfassung erfolgen.

---

<sup>1</sup> Betreuung durch den Autor.

<sup>2</sup> Diese Höhe setzt sich aus dem parfokalen Abstand von 95 mm der Mitutoyo-Objektive [143] sowie einem Adapterstück zusammen.

Tab. B.1: Distanzen der Fokusebene von der Vorderkante (Arbeitsabstand) der Mikroskop-Objektive von Mitutoyo Deutschland GmbH [143] sowie Schärfentiefe  $\Delta z_R$  nach (5.36).

Mitutoyo-Objektiv	Arbeitsabstand (mm)	Schärfentiefe $\Delta z_R$ ( $\mu\text{m}$ ) bei 632 nm
10 $\times$	33,5	$\pm 8,1$
20 $\times$	20,0	$\pm 3,6$
50 $\times$	13,0	$\pm 2,1$

## B.2 Gleichtakt-Unterdrückung im Interferometer

Am LDV entsteht an den jeweiligen Photodetektoren ein gegenphasiges Interferenzsignal<sup>3</sup>. Durch eine ideale Subtraktion der Interferenzsignale beider Photodetektoren in der anschließenden Elektronik kompensieren sich die Gleichtakt-Signalanteile der Interferenzsignale und das (doppelte) Interferenzsignal bleibt erhalten („Common-Mode Rejection“). Zu den Gleichtakt-Signalanteilen gehören hierbei neben dem DC-Anteil auch das Intensitätsrauschen, das in beiden Signalpfaden korreliert ist. Voraussetzungen für die Gleichtakt-Unterdrückung sind die ideale Strahlteilung am 50:50-Strahlteiler sowie die Justage der Strahlen auf die beiden Photodetektoren, sodass ein identisches Interferenzsignal entsteht. Dieser Vorgang wird auch als Abgleich oder „Balancing“ bezeichnet. Für einen idealen Abgleich sind zudem zwei identische Signalpfade bis zur Differenzbildung innerhalb des Photodetektors (mit zwei Photodioden) erforderlich.

### B.2.1 Abgeglicher Photodetektor

Die Forderung nach identischen Signalpfaden und Photodioden über eine hohe Bandbreite ist in der Praxis schwer zu erfüllen. Daher sind abgeglichene Photodetektoren für sichtbare Wellenlängen kommerziell nur bis 600 MHz verfügbar. Auf dem Markt existieren Lösungen mit zwei separaten Photodetektoren (mit jeweiliger Bandbreite von  $> 1$  GHz), deren Signale über Koaxial-Kabel an einen Differenzverstärker geführt werden. Damit ist Kompensation des DC-Anteils gut erreichbar. Eine breitbandige Gleichtaktunterdrückung wird jedoch in einem solchen Aufbau nicht erreicht und wird von den Herstellern oft nicht spezifiziert.

In Kooperation mit der Wieserlabs UG wurde daher ein abgeglichener Photodetektor auf Basis des bestehenden Produkts WL-BPD1GA entwickelt (Abb. B.1). Dieser Serien-Photodetektor ist mit zwei InGaAs-Photodioden auf die Detektion von nahinfraroter Strahlung mit einer Spannungs-Empfindlichkeit von 3500 V/W für eine Bandbreite von 300 kHz bis 1 GHz ausgelegt. Für den Umbau des Serien-Photodetektors für sichtbare Wellenlängen wurden Si-PIN-Photodioden S9055-01 der Hamamatsu Photonics K.K.

---

<sup>3</sup> Aus der Energieerhaltung muss bei einer konstruktiven Interferenz an einem Photodetektor eine destruktive Interferenz an dem anderen Photodetektor entstehen. Dies kann anhand von Phasensprüngen an den Grenzflächen des Strahlteilers hergeleitet werden [173].

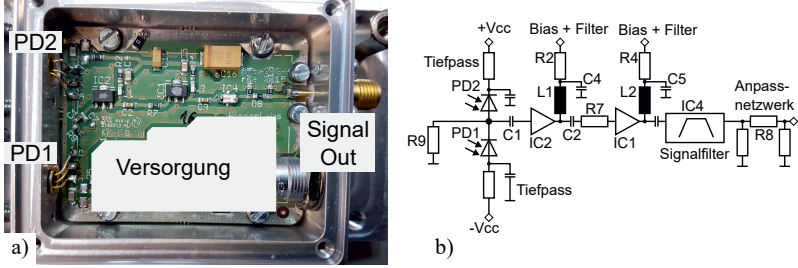


Abb. B.1: Foto (a) und Schaltplan (b) des modifizierten Photodetektors WL-BPD1GA der Wieserlabs UG mit Silizium-PIN-Photodioden S9055-01 von Hamamatsu Photonics K.K..

verwendet. Diese Photodiode weist laut Hersteller einen flachen Amplitudengang auf. Die erreichbare Empfindlichkeit bei sichtbaren Wellenlängen ist im Vergleich zum Serienstand geringer. Die weiteren Spezifikationen des Serien-Photodetektors bleiben nahezu erhalten. Durch die höhere Sperrschichtkapazität der Silizium-Photodioden und die geringere Beweglichkeit der Minoritätsladungsträger wurde nach der Modifikation eine Bandbreite von 700 MHz erzielt. Die Messung des Amplitudengangs erfolgt mit Hilfe eines Frequenzsweeps der Schwebung aus den beiden ungekoppelten Halbleiterlasern. Eine Messung der Phase ist aufgrund der fehlenden Referenzphase mit diesem Verfahren nicht möglich.

### B.2.2 Güte der Leistungsteilung am Strahlteiler

Entscheidend für eine ideale Gleichtakt-Unterdrückung ist eine 50:50-Leistungsaufteilung beider Teilstrahlen auf die Photodioden des abgeglichenen Photodetektors. Dabei ist das Potenzial zur Verbesserung des SNR (durch die Unterdrückung von Intensitätsrauschen) durch die Abweichung von der idealen Leistungsteilung  $\Delta SR = SR - 1$  am Strahlteiler beschränkt. Es kann gezeigt werden, dass die maximale Verbesserung des  $SNR'$  bei Verwendung einer abgeglichenen Photodetektion gegenüber einem Einzel-Photodetektor durch die Unterdrückung von korreliertem Intensitätsrauschen

$$\frac{SNR'_{\text{bal}}}{SNR'_{\text{einzel}}} < 4 \frac{\left(\frac{P_r}{P_m}\right)^2 (\Delta SR + 1)^2 + 1}{\left[\left(\frac{P_r}{P_m}\right)^2 + 1\right] \Delta SR^2} \quad \begin{matrix} P_r \geq P_m \\ \leq \end{matrix} 2 \frac{(\Delta SR + 1)^2 + 1}{\Delta SR^2} \quad (B.1)$$

$$\Delta SR \ll 1 \quad \approx \quad \frac{4}{\Delta SR^2}$$

beträgt. Der Faktor 4 in dieser Beziehung entspringt der doppelten Signalamplitude eines abgeglichenen Detektors gegenüber einem Einzeldetektor. Für den idealen Fall eines 50:50-Strahlteilers ( $\Delta SR = 0$ ) wird der Abgleich nicht mehr durch den Strahlteiler beschränkt. Damit eine Unterdrückung des Intensitätsrauschens um  $\Delta SNR \geq 30$  dB erreicht werden kann, ist ein Strahlteiler mit einer maximalen Abweichung des Teilungsverhältnisses

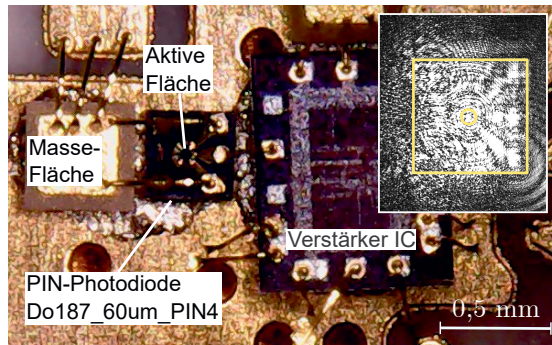


Abb. B.2: Mikroskopaufnahme der Photodiode im Photodetektor EOT ET-4000A. Das beispielhafte Speckle-Bild im Fernfeld mit hervorgehobenen Konturen der Photodiode dient der Ausrichtung der Laserstrahlen auf die aktive Fläche.

nisses von  $|\Delta SR| \approx 2/\sqrt{\Delta SNR} < 0,06$  erforderlich. Dies stellt hohe Anforderung an die Fertigung nicht-polarisierender Strahlteiler, was bei der Auswahl der Optikkomponenten berücksichtigt werden muss.

### B.2.3 Ausrichtung der Galliumarsenid-Photodetektoren

Der Durchmesser der aktiven Fläche der GaAs-PIN-Photodiode von  $60\mu\text{m}$  erfordert eine gute Fokussierung der interferierenden Laserstrahlen und eine feinere Justage zur Ausrichtung der Strahlen. Da die Photodiode im GaAs-Photodetektor von EOT etwa 8mm hinter dem Schutzfenster eingebaut ist, ist eine visuelle Grobausrichtung nicht möglich. Für eine grobe Bildgebung wurde während des gesamten Justagevorgangs daher ein nicht-polarisierender Strahlteiler vor der fokussierenden Linse positioniert. Aufgrund der lokalen Variation des Reflexionsgrads auf dem Photodetektor ändert sich das reflektierte Speckle-Bild, das durch den Strahlteiler im Fernfeld (auch ohne Tubuslinse) auf einer Mattscheibe betrachtet werden kann.

## B.3 Detaillierte Bauteillisten

Tab. B.2: Liste der Bauteile in allen Ausbaustufen des optischen Aufbaus in Abb. 7.2.

Bauteil	Abkürzung	Hersteller	Hersteller-Bezeichnung
Faraday Isolator	FI	Toptica Photonics	DSR660
Faser-Kollimator	FK <sub>1</sub>	Thorlabs	F220APC-633
Frequenzzähler		Takeda Riken	TR5212
Halbwellenplatte	HWP <sub>1</sub>	Thorlabs	WPMH10M-633
Halbwellenplatte	HWP <sub>2</sub>	Thorlabs	WPMH05M-633
Kamera		Basler	acA1920-40um
Kondensor	Kon	Thorlabs	ACL25416-A
Kreuztisch		Steinmeyer Mechatronik	KT230-110-EDLM2 -L50/2-EK2
Linse	L <sub>2</sub>	Thorlabs	LC1060-A-ML
Linse	L <sub>3</sub>	Thorlabs	LBF254-150-A
Langpass	LP	Edmund Optics	ACL25416-A
LED (mit Treiber)	LED	Thorlabs	M730L4 mit LEDD1B
Lokalszillator	LO <sub>mix</sub>	Rohde&Schwarz	SML 03
Lokalszillator Option 1	LO <sub>el</sub>	Rohde&Schwarz	SMIQ 03E
Lokalszillator Option 2	LO <sub>el</sub>	Telemeter Electronic	TGR 2050
Planplatte	PP	Thorlabs	XYT/M-A
Pol. Strahlteiler	PST	Thorlabs	PBS121
Spiegel	Sp <sub>1</sub>	Thorlabs	KM100-E02
Spiegel	Sp <sub>3</sub>	Thorlabs	BBE1-E02
Strahlteiler	ST <sub>1</sub>	Thorlabs	BS004
Strahlteiler	ST <sub>2</sub>	Newport	05BC16NP.4
Strahlteiler	ST <sub>3</sub>	Thorlabs	BSW26R
Strahlteiler	ST <sub>4</sub>	Thorlabs	BSN10R
Strahlfalle	SF	Acktar	Metal Velvet
Tubuslinse	TL	Thorlabs	AC300-100-A
Viertelwellenplatte	VWP	Thorlabs	WPQ10M-633
Wavemeter		HighFinesse	WS6-600
Z-Lineareinheit		Newport Corp.	M-DS40-Z

Tab. B.3: Zusammenstellung des Lasersystems der TOPTICA Photonics AG im Experimentalaufbaus in Abb. 7.2. Der Einsatz im Master- und Slave-Lasersystem ist in der letzten Spalte kenntlich gemacht.

Komponente	Abkürzung	Hersteller-Bezeichnung	Einsatz
12 Zoll-Gesamtsystem		SYST DL L DFB TO3 12	M + S
Diodenstrom-Regelung		DCC 110	M + S
Temperatur-Regelung		DTC 110	M + S
Schleifenfilter mit Phasendetektor		MFALC 110	S
Laserdiode	LD	LD-0633-0010-DBR-2	M + S
Modulationseingang		DL-MOD/DFB	M + S
Anamorphes Prismenpaar	APP	APP C/DFB	M + S
Faraday-Isolator	FI	DSR660	M + S
Faserkoppler	FK	FIBERDOCK	M
Singlemode-Faser	PM-SMF	OK-000678	M

Tab. B.4: Ergänzende Bauteilliste für Messfähigkeit von Schwingungsfrequenzen bis 600 MHz.

Bauteil	Abkürzung	Hersteller	Hersteller-Bezeichnung
Linse (Achromat)	L <sub>1</sub>	Thorlabs	AC080-016-A
Richtkoppler	RK	Mini-Circuits	ZX30-17-5-S+
Mischer		Mini-Circuits	ZEM-M2TMH+
Photodetektor	PD1 und PD3	FEMTO	HSPR-X-I-1G4-SI

Tab. B.5: Ergänzende Bauteilliste für Messfähigkeit von Schwingungsfrequenzen bis 3,0 GHz.

Bauteil	Abkürzung	Hersteller	Hersteller-Bezeichnung
Linse (Asphäre)	L <sub>1</sub>	Thorlabs	C280TMD-A
Richtkoppler	RK	Mini-Circuits	ZHDC-16-63-S+
Mischer		Mini-Circuits	ZX05-42MH-S+
Photodetektor	PD1 und PD3	EOT	ET-4000A
Verstärker (ADU und PD3)		Mini-Circuits	ZX60-V62+

# Literatur

- [1] Abbe, E.: Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung. In: Archiv für Mikroskopische Anatomie 9, Nr. 1 (1873), S. 413–418.
- [2] Achenbach, J. D.: Wave Propagation in Elastic Solids. Amsterdam: Elsevier, 1973.
- [3] Adler, R.; Korpel, A.; Desmares, P.: An Instrument for Making Surface Waves Visible. In: IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics 15, Nr. 3 (1968), S. 157–160.
- [4] Agilent Technologies Inc.: Agilent Model 54850 Series Infiniium Oscilloscopes: Service Guide. 54855-97015. 2004.
- [5] Aigner, R.; Fattinger, G.: 3G - 4G - 5G: How BAW Filter Technology Enables a Connected World. In: 20th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems & Eurosensors XXXIII. Berlin: IEEE, 2019, S. 523–526.
- [6] Alzarie, H. F.: Determination of Beat Frequency and Lock Indicator for Phase-Locked Diode Lasers with LabVIEW. Masterthesis. Clausthal: TU Clausthal, 2017.
- [7] Andrew, T. L.; Tsai, H.-Y.; Menon, R.: Confining Light to Deep Subwavelength Dimensions to Enable Optical Nanopatterning. In: Science 324, Nr. 5929 (2009), S. 917–921.
- [8] Antonietti, N.; Giugni, A.; Pisani, M.: Absolute Distance Measurement with Sub-Fringe Resolution. In: International Conference on Space Optics (ICSO). Bd. 10565. SPIE Proceedings. 2010, S. 525.
- [9] Azouigui, S. u. a.: Transportable Distance Measurement System based on Superheterodyne Interferometry using Two Phase-Locked Frequency-Doubled Nd:YAG Lasers. In: Review of Scientific Instruments 81, Nr. 5 (2010), S. 053112.
- [10] Badami, V.; Groot, P. de: Displacement Measuring Interferometry. In: Handbook of Optical Dimensional Metrology. Hrsg. von Harding, K. Bd. 20135538. Taylor & Francis, 2013, S. 157–238.
- [11] Balysheva, O. L.: SAW Filters for Mobile Communications: Achievements and Prospects. In: Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF). Sankt Petersburg: IEEE, 2019, S. 1–4.
- [12] Bas, D. u. a.: All-Optical Probing of GHz Acoustic Waves in Multiferroic MEMS. In: MOEMS and Miniaturized Systems XVII. Bd. 10545. SPIE Proceedings. 2018, S. 5.
- [13] Bauer, M.; Ritter, F.; Siegmund, G.: High-Precision Laser Vibrometers based on Digital Doppler Signal Processing. In: 5th Int. Conference on Vibration Measurements by Laser Techniques -AIVELA. Bd. 4827. SPIE Proceedings. Ancona, 2002, S. 50–61.
- [14] Bazin, A.; Jahan, B.; Helard, M.: Doppler Effect Reduction in an OFDM System Thanks to Massive MIMO. In: IEEE Access 6 (2018), S. 38498–38511.
- [15] Bazzan, M.; Sada, C.: Optical Waveguides in Lithium Niobate: Recent Developments and Applications. In: Applied Physics Reviews 2, Nr. 4 (2015), S. 040603.

- [16] Bertarelli, C. u.a.: Photochromism into Optics: Opportunities to Develop Light-Triggered Optical Elements. In: *Journal of Photochemistry and Photobiology C: Photochemistry Reviews* 12, Nr. 2 (2011), S. 106–125.
- [17] Betzig, E.; Trautman, J. K.: Near-Field Optics: Microscopy, Spectroscopy, and Surface Modification Beyond the Diffraction Limit. In: *Science* 257, Nr. 5067 (1992), S. 189–195.
- [18] Betzig, E. u.a.: Imaging Intracellular Fluorescent Proteins at Nanometer Resolution. In: *Science* 313, Nr. 5793 (2006), S. 1642–1645.
- [19] Blume, G. u.a.: Narrow Linewidth of 633-nm DBR Ridge-Waveguide Lasers. In: *IEEE Photonics Technology Letters* 25, Nr. 6 (2013), S. 550–552.
- [20] Born, M.; Wolf, E.; Bhatia, A. B.: *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. 7. Aufl. Cambridge University Press, 2016.
- [21] Bouas-Laurent, H.; Dürr, H.: Organic Photochromism. In: *Pure and Applied Chemistry* 73, Nr. 4 (2001), S. 639–665.
- [22] Bouwkamp, C. J.: On Bethe's Theory of Diffraction by Small Holes. In: *Bd. 5. Philips Research Reports*. Eindhoven, 1950, S. 321–332.
- [23] Brimrose Corporation of America: *Free Space Acousto-Optic Frequency Shifters: Product Specification*. 2019.
- [24] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik*. 5. Aufl. Thun: Deutsch, 2001.
- [25] Bryzek, J.: Emergence of a \$Trillion MEMS Sensor Market. In: *International Symposium on Quality Electronic Design (ISQED)*. Santa Clara, CA, 2012.
- [26] Buchkremer, F. B. J. u.a.: Low-Cost Setup for Generation of 3 GHz Frequency Difference Phase-Locked Laser Light. In: *Review of Scientific Instruments* 71, Nr. 9 (2000), S. 3306.
- [27] Cantu, P. u.a.: Subwavelength Nanopatterning of Photochromic Diarylethene Films. In: *Applied Physics Letters* 100, Nr. 18 (2012), S. 183103.
- [28] Carson, J. R.: Notes on the Theory of Modulation. In: *Proceedings of the I.R.E* 10, Nr. 1 (1922), S. 57–64.
- [29] Chambon, H. u.a.: High Frequency Optical Probe for BAW/SAW Devices. In: *IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*. Kobe, 2018, S. 1–4.
- [30] Chiariotti, P. u.a.: Laser Doppler Vibrometry Measurements in Structural Dynamics. In: *Handbook of Experimental Structural Dynamics*. Hrsg. von Allemang, R. J.; Avitabile, P. 7. Aufl. New York: Springer, 2021.
- [31] Cho, H. u.a.: Efficient Power Generation from Vocal Folds Vibrations for Medical Electronic Implants. In: *29th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*. Shanghai: IEEE, 2016, S. 363–366.
- [32] Chowning, J. M.: The Synthesis of Complex Audio Spectra by means of Frequency Modulation. In: *Computer Music Journal* 1, Nr. 2 (1977), S. 46–54.
- [33] Coherent Inc.: *Datasheet: Prometheus: Ultra-Narrow Linewidth CW DPSS Green Laser*. 2019.
- [34] Copper Mountain Technologies Inc.: *Using a VNA as a Signal Source: Application Note*. Indianapolis, IN, 2018.



- 
- [35] Copper Mountain Technologies Inc.: Compact VNA - S5065: Extended Specifications. Indianapolis, IN, 2019.
  - [36] Coudron, L. u. a.: Dynamic Optical Characterization of NEMS Resonators. In: IEEE Topical Meeting on Silicon Monolithic Integrated Circuits in RF Systems. Orlando, FL, 2008, S. 106–109.
  - [37] Czarske, J. W.; Mueller, H.: Birefringent Nd:YAG Microchip Laser used in Heterodyne Vibrometry. In: Optics Communications 114, Nr. 3-4 (1995), S. 223–229.
  - [38] Dahlquist, J. A.; Peterson, D. G.; Culshaw, W.: Zeeman Laser Interferometer. In: Applied Physics Letters 9, Nr. 5 (1966), S. 181–183.
  - [39] Delsing, P. u. a.: The 2019 Surface Acoustic Waves Roadmap. In: Journal of Physics D: Applied Physics 52, Nr. 35 (2019), S. 353001.
  - [40] Deninger, A. J. u. a.: Precisely Tunable Continuous-Wave Terahertz Source with Interferometric Frequency Control. In: Review of Scientific Instruments 79, Nr. 4 (2008), S. 044702.
  - [41] DIN EN ISO 11554:2017: Optik und Photonik - Laser und Laseranlagen: Prüfverfahren für Leistung, Energie und Kenngrößen des Zeitverhaltens von Laserstrahlen. 2017.
  - [42] Dorn, R.; Quabis, S.; Leuchs, G.: Sharper Focus for a Radially Polarized Light Beam. In: Physical Review Letters 91, Nr. 23 (2003), S. 233901.
  - [43] Dräbenstedt, A.; Sauer, J.; Rembe, C.: Remote-Sensing Vibrometry at 1550 nm Wavelength. In: 10th Int. Conference on Vibration Measurements by Laser and Non-contact Techniques - AIVELA. Bd. 1457. AIP Conference Proceedings. Ancona, 2012, S. 113–121.
  - [44] Drain, L. E.: The Laser Doppler Technique. Chichester: Wiley, 1980.
  - [45] Dürr, H.; Bouas-Laurent, H., Hrsg.: Photochromism: Molecules and Systems. 1. Aufl. Elsevier, 2003.
  - [46] Eagleyard Photonics GmbH: Data Sheet: EYP-DBR-0633-00010-2000-BFW01-000x: Version 0.72. Berlin, 2015.
  - [47] Egner, A.; Geisler, C.; Schubert, J.-R.: Verfahren und Rasterfluoreszenzlichtmikroskop zum mehrdimensional hochauflösenden Abbilden einer Struktur oder eines Wegs eines Partikels in einer Probe. Pat. DE 102015105018. Laser-Laboratorium, Göttingen. 2016.
  - [48] Ekinci, K. L.; Roukes, M. L.: Nanoelectromechanical Systems. In: Review of Scientific Instruments 76, Nr. 6 (2005), S. 061101.
  - [49] Electro-Optics Technology GmbH: Amplified Photodetectors: Datasheet. 2019.
  - [50] Engan, H.: Phase Sensitive Laser Probe for High-Frequency Surface Acoustic Wave Measurements. In: IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics 25, Nr. 6 (1978), S. 372–377.
  - [51] Engan, H. E.; Ronnekleiv, A.: Enhancement of SAW Laser Probe Measurements by Signal Processing. In: IEEE Ultrasonics Symposium. Caesars Tahoe, NV, 1999, S. 217–220.
  - [52] EPCOS AG: SAW Components B3531: Data Sheet: Low-Loss Filter. 1999.
  - [53] Fattinger, G. G.; Tikka, P. T.: Modified Mach-Zender Laser Interferometer for Probing Bulk Acoustic Waves. In: Applied Physics Letters 79, Nr. 3 (2001), S. 290.
  - [54] FEMTO Messtechnik GmbH: HSPR-X-I-1G4-SI Ultra High-Speed Photoreceiver with Si-PIN Photodiode: Datasheet. DE-HSPR-X-I-1G4-SI\_R2/TH. 2018.

- [55] Ferrero, V.; Camatel, S.: Optical Phase Locking Techniques: An Overview and a Novel Method based on Single Side Sub-Carrier Modulation. In: Optics Express 16, Nr. 2 (2008), S. 818.
- [56] Fischerauer, G.: Modeling and Signal Processing Approaches for SAW Chemical Sensors. In: Proceedings SENSOR. Bd. A2.1. Nürnberg, 2011, S. 47–52.
- [57] Foulkes, J.: Absorbance Modulation Optical Lithography: Simulating the Performance of an Adaptable Absorbance Mask in the Near-Field. Dissertation (Ph.D.) Christchurch: University of Canterbury, 2010.
- [58] Foulkes, J. E.; Blaikie, R. J.: Performance Enhancements to Absorbance-Modulation Optical Lithography. II. Plasmonic Superlenses. In: Journal of the Optical Society of America A 28, Nr. 11 (2011), S. 2218–2225.
- [59] Fourkas, J. T.; Petersen, J. S.: 2-Colour Photolithography. In: Physical Chemistry Chemical Physics 16, Nr. 19 (2014), S. 8731–8750.
- [60] Friederich, F. u. a.: Phase-Locking of the Beat Signal of Two Distributed-feedback Diode Lasers to Oscillators Working in the MHz to THz Range. In: Optics Express 18, Nr. 8 (2010), S. 8621–8629.
- [61] Friis, H. T.: Noise Figures of Radio Receivers. In: Proceedings of the I.R.E 32, Nr. 7 (1944), S. 419–422.
- [62] Gardner, F. M.: Phaselock Techniques. 3. Aufl. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2005.
- [63] Garreis, R. B.: 90 Degree Optical Hybrid for Coherent Receivers. In: Optical Space Communication II. SPIE Proceedings 1522. München, 1991, S. 210.
- [64] Gatzen, H. H.; Saile, V.; Leuthold, J., Hrsg.: Micro and Nano Fabrication. Berlin, Heidelberg: Springer, 2015.
- [65] Geering, H. P.: Regelungstechnik: Mathematische Grundlagen, Entwurfsmethoden, Beispiele. 6. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer, 2004.
- [66] Gelmini, E.; Minoni, U.; Docchio, F.: A Tunable, Double-Wavelength Heterodyne Detection Interferometer with Frequency-Locked Diode-Pumped Nd:YAG Sources for Absolute Measurements. In: Review of Scientific Instruments 66, Nr. 8 (1995), S. 4073–4080.
- [67] Gennat, M. u. a.: Determination of Parameters With Uncertainties for Quality Control in MEMS Fabrication. In: Journal of Microelectromechanical Systems 22, Nr. 3 (2013), S. 613–624.
- [68] Gerthsen, C.; Meschede, D.; Vogel, H., Hrsg.: Gerthsen Physik. 21. Aufl. Berlin: Springer, 2002.
- [69] Ginter, A.; Sölkner, G.: Phase Accurate Optical Probing of Surface Acoustic Wave Devices. In: Applied Physics Letters 56, Nr. 23 (1990), S. 2295–2297.
- [70] Gollwitzer, A.; Fischerauer, G.: Absolute Amplitude and Phase Measurement for Microacoustic Vibrations based on Calibration-Free Homodyne Interferometry. In: Proceedings Eurosensors XXII. Düsseldorf, 2008, S. 648–651.
- [71] Gomez, U.-M.: BOSCH MEMS Sensors: Enabler for the IoT. Hrsg. von BOSCH SENSORTEC GmbH. 2017.
- [72] Goodman, J. W.: Statistical Optics. New York und Chichester: Wiley, 2000.

- [73] Graebner, J. E.: Optical Scanning Interferometer for Dynamic Imaging of High-Frequency Surface Motion. In: IEEE Ultrasonics Symposium. Proceedings. San Juan, Puerto Rico, 2000, S. 733–736.
- [74] Halkon, B. J.; Rothberg, S. J.: Taking Laser Doppler Vibrometry off the Tripod: Correction of Measurements Affected by Instrument Vibration. In: Optics and Lasers in Engineering 91 (2017), S. 16–23.
- [75] Harrison, J. u. a.: Broad-Band Rapid Tuning of a Single-Frequency Diode-Pumped Neodymium Laser. In: IEEE Journal of Quantum Electronics 28, Nr. 4 (1992), S. 1123–1130.
- [76] Hell, S. W.; Jakobs, S.; Kastrup, L.: Imaging and Writing at the Nanoscale with Focused Visible Light through Saturable Optical Transitions. In: Applied Physics A-Materials Science & Processing 77, Nr. 7 (2003), S. 859–860.
- [77] Hell, S. W.; Wichmann, J.: Breaking the Diffraction Resolution Limit by Stimulated Emission: Stimulated-Emission-Depletion Fluorescence Microscopy. In: Optics Letters 19, Nr. 11 (1994), S. 780–782.
- [78] Hell, S. W.: Strategy for Far-Field Optical Imaging and Writing without Diffraction Limit. In: Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics. 326, Nr. 1-2 (2004), S. 140–145.
- [79] Hell, S. W.: Far-field Optical Nanoscopy. In: Science 316, Nr. 5828 (2007), S. 1153–1158.
- [80] Hess, S. T.; Girirajan, T. P. K.; Mason, M. D.: Ultra-High Resolution Imaging by Fluorescence Photoactivation Localization Microscopy. In: Biophysical Journal 91, Nr. 11 (2006), S. 4258–4272.
- [81] HighFinesse GmbH: Datasheet - WS6 High-Precision Wavelength Meter. WLM-WS6-04-2013-1.0. 2013.
- [82] Hisatake, S.; Hattori, K.; Nagatsuma, T.: Continuous Operation of a Bragg Diffraction Type Electrooptic Frequency Shifter at 16 GHz with 65% Efficiency. In: Advances in Optical Technologies 2012, Nr. 3 (2012), S. 1–6.
- [83] Hodgson, N.; Weber, H.: Laser Resonators and Beam Propagation: Fundamentals, Advanced Concepts and Applications. 2. Aufl. Bd. 108. Springer Series in Optical Sciences. New York: Springer, 2005.
- [84] Holzwarth, C. W.; Foulkes, J. E.; Blaikie, R. J.: Increased Process Latitude in Absorbance-Modulated Lithography via a Plasmonic Reflector. In: Optics Express 19, Nr. 18 (2011), S. 17790–17798.
- [85] Holzwarth, R. u. a.: Optical Frequency Synthesizer for Precision Spectroscopy. In: Physical Review Letters 85, Nr. 11 (2000), S. 2264–2267.
- [86] Hoshino, M. u. a.: Refractive Index Change in Photochromic Diarylethene Derivatives and its Application to Optical Switching Devices. In: Journal of Photochemistry and Photobiology A: Chemistry 105, Nr. 1 (1997), S. 75–81.
- [87] Huff, M. A.: MEMS. In: Internet of Things and Data Analytics Handbook. Hrsg. von Geng, H. Hoboken, NJ: Wiley, 2017, S. 147–166.
- [88] Iannacci, J.: RF-MEMS Technology as an Enabler of 5G: Low-Loss Ohmic Switch Tested up to 110 GHz. In: Sensors and Actuators A: Physical 279 (2018), S. 624–629.
- [89] Irie, M.: Photochromism of Diarylethene Molecules and Crystals. In: Proceedings of the Japan Academy Series B: Physical and Biological Sciences 86, Nr. 5 (2010), S. 472–483.

- [90] ISO 16063-41:2011(E): Methods for the Calibration of Vibration and Shock Transducers - Part 41: Calibration of Laser Vibrometers. 2011.
- [91] Jacobs, S.: Technical Note on Heterodyne Detection in Optical Communication: TRG-168-TDR-1. Hrsg. von LaTourette, J. Syosset, NY, 1962.
- [92] Janzen, J.: Automatisierung eines scannenden Vibrometer-Mikroskops zur Schwingungsanalyse von Mikrosystemen. Bachelorthesis. Clausthal: TU Clausthal, 08.12.2017.
- [93] Jen, S.; Domalewski, M. A.: Techniques for SAW Device Investigation using a High-Performance Phase-Sensitive Laser Probe. In: IEEE Ultrasonics Symposium. Tucson, AZ, 1992, S. 433–436.
- [94] Jiang, L. A. u. a.: Laser Vibrometry from a Moving Ground Vehicle. In: Applied Optics 50, Nr. 15 (2011), S. 2263–2273.
- [95] Johannsmann, D.: The Quartz Crystal Microbalance in Soft Matter Research: Fundamentals and Modeling. Soft and Biological Matter. Cham: Springer, 2015.
- [96] Johnson, L. M.; Cox, C. H.: Serrrodyne Optical Frequency Translation with High Sideband Suppression. In: Journal of Lightwave Technology 6, Nr. 1 (1988), S. 109–112.
- [97] Ju, A.; Zhong, C.; Hou, W.: The Effect of Laser Source and PBS on the Nonlinearity in Heterodyne Interferometer. In: Optik - International Journal for Light and Electron Optics 126, Nr. 1 (2015), S. 112–115.
- [98] Kaiser, W.: Kunststoffchemie für Ingenieure. München: Carl Hanser, 2011.
- [99] Kasha, M.: Characterization of Electronic Transitions in Complex Molecules. In: Discussions of the Faraday Society 9 (1950), S. 14.
- [100] Kawakatsu, H. u. a.: Towards Atomic Force Microscopy up to 100 MHz. In: Review of Scientific Instruments 73, Nr. 6 (2002), S. 2317–2320.
- [101] Kawanishi, S.; Takada, A.; Saruwatari, M.: Wideband Frequency-Response Measurement of Optical Receivers using Optical Heterodyne Detection. In: Journal of Lightwave Technology 7, Nr. 1 (1989), S. 92–98.
- [102] Kikuchi, K.: Fundamentals of Coherent Optical Fiber Communications. In: Journal of Lightwave Technology 34, Nr. 1 (2016), S. 157–179.
- [103] Kim, M.; Yun, J.-H.; Cho, M.: Light Penetration-Coupled Photoisomerization Modeling for Photodeformation of Diarylethene Single Crystal: Upscaling Isomerization to Macroscopic Deformation. In: Scientific Reports 7, Nr. 1 (2017), S. 967.
- [104] Klar, T. A. u. a.: Fluorescence Microscopy with Diffraction Resolution Barrier Broken by Stimulated Emission. In: Proceedings of the National Academy of Sciences 97, Nr. 15 (2000), S. 8206–8210.
- [105] Knuuttila, J. V.; Tikka, P. T.; Salomaa, M. M.: Scanning Michelson Interferometer for Imaging Surface Acoustic Wave Fields. In: Optics Letters 25, Nr. 9 (2000), S. 613–615.
- [106] Kokkonen, K.; Kaivola, M.: Scanning Heterodyne Laser Interferometer for Phase-Sensitive Absolute-Amplitude Measurements of Surface Vibrations. In: Applied Physics Letters 92, Nr. 6 (2008), S. 063502.
- [107] Kowarsch, R.; Rembe, C.: Modellierung der Auflösungssteigerung mittels photochromer Schichten für die nanoskopische Laser-Doppler-Vibrometrie. In: XXX. Messtechnisches Symposium. Oldenbourg: De Gruyter, 2016, S. 85–95.

- [108] Kowarsch, R.; Rembe, C.: Laser-Doppler Vibrometry with Variable GHz Heterodyne Carrier via Frequency-Offset Lock. In: *Interferometry XIX*. Bd. 10749. SPIE Proceedings. San Diego, CA, 2018, 107490A.
- [109] Kowarsch, R.; Rembe, C.: Heterodyne Interferometry at Ultra-High Frequencies with Frequency-Offset-Locked Semiconductor Lasers. In: *Measurement Science and Technology* 31, Nr. 7 (2020), S. 075201.
- [110] Kowarsch, R.; Te, R.; Rembe, C.: Laser-Doppler Vibrometer Microscope with Variable Heterodyne Carrier. In: *Journal of Physics: Conference Series* 1149 (2018), S. 012016.
- [111] Kowarsch, R. u. a.: Real-time 3D Vibration Measurements in Microstructures. In: *SPIE Photonics Europe*. Bd. 8430. SPIE Proceedings. Brüssel, 2012, S. 84300C–84300C–12.
- [112] Kowarsch, R. u. a.: Scanning Confocal Vibrometer Microscope for Vibration Analysis of Energy-Harvesting MEMS in Wearables. In: *tm - Technisches Messen* 84, Nr. s1 (2017), S. 131–137.
- [113] Kowarsch, R. u. a.: Superresolution Reflection Microscopy via Absorbance Modulation: A Theoretical Study. In: *Optics Express* 26, Nr. 5 (2018), S. 5327–5341.
- [114] Kowarsch, R. u. a.: Compressional-Wave Effects in the Operation of a Quartz Crystal Microbalance in Liquids: Dependence on Overtone Order. In: *Sensors* 20, Nr. 9 (2020), S. 2535.
- [115] Kunze, K.: Support bei BeatLock von zwei DL 100 DFB mit mFALC: E-Mail Kommunikation mit Service der Toptica Photonics AG. Hrsg. von Kowarsch, R. 2016.
- [116] Kwee, P. u. a.: Stabilized High-Power Laser System for the Gravitational Wave Detector Advanced LIGO. In: *Optics Express* 20, Nr. 10 (2012), S. 10617–10634.
- [117] Laueremann, M. u. a.: Integrated Silicon-Organic Hybrid (SOH) Frequency Shifter. In: *Optical Fiber Communications Conference (OFC)*. OSA Technical Digest. OSA, 2014, Tu2A.1.
- [118] Lawrence, M.: Lithium Niobate Integrated Optics. In: *Reports on Progress in Physics* 56, Nr. 3 (1993), S. 363–429.
- [119] Leirset, E.; Engan, H. E.; Aksnes, A.: Heterodyne Interferometer for Absolute Amplitude Vibration Measurements with Femtometer Sensitivity. In: *Optics Express* 21, Nr. 17 (2013), S. 19900–19921.
- [120] Lereu, A. L.; Passian, A.; Dumas, P.: Near Field Optical Microscopy: A Brief Review. In: *International Journal of Nanotechnology* 9, Nr. 3 – 7 (2012), S. 488.
- [121] Liang, J. B.; Zhang, R. Z.; Sun, N. C.: Statistical Characteristics and the Suppression Technique of Laser Phase Noise. In: *Optik - International Journal for Light and Electron Optics* 179 (2019), S. 373–378.
- [122] Liang, J.; Zhang, R.; Sun, N.: Affection of Optical Phase-Locked Loop on the Coherence Properties Improving of Laser. In: *Optics & Laser Technology* 109 (2019), S. 94–98.
- [123] Liang, W.: Study of Optical Phase Lock Loops and the Applications in Coherent Beam Combining and Coherence Cloning. Dissertation (Ph.D.) Pasadena, CA: California Institute of Technology, 2008.
- [124] Libbey, B.; Perea, J.: Doppler-Vibrometer Landmine-Detection System Operated from a Moving Vehicle. In: *Detection and Sensing of Mines, Explosive Objects, and Obscured Targets XXIV*. Bd. 11012. SPIE Proceedings. Baltimore, MD, 2019, S. 31.

- [125] Lipiainen, L. u. a.: Method for Phase Sensitive Measurements of Surface Vibrations using Homodyne Interferometry without Stabilization. In: IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS). Rom, 2009, S. 1–4.
- [126] Longman, A.; Fedosejevs, R.: Mode Conversion Efficiency to Laguerre-Gaussian OAM Modes using Spiral Phase Optics. In: Optics Express 25, Nr. 15 (2017), S. 17382–17392.
- [127] Majumder, A. u. a.: Barrier-Free Absorbance Modulation for Super-Resolution Optical Lithography. In: Optics Express 23, Nr. 9 (2015), S. 12244–12250.
- [128] Majumder, A. u. a.: A Comprehensive Simulation Model of the Performance of Photochromic Films in Absorbance-Modulation-Optical-Lithography. In: AIP Advances 6, Nr. 3 (2016), S. 035210.
- [129] Majumder, A. u. a.: Reverse-Absorbance-Modulation-Optical Lithography for Optical Nanopatterning at Low Light Levels. In: AIP Advances 6, Nr. 6 (2016), S. 065312.
- [130] Majumder, A. u. a.: Superresolution Optical Nanopatterning at Low Light Intensities using a Quantum Yield-Matched Photochrome. In: OSA Continuum 2, Nr. 5 (2019), S. 1754.
- [131] Marki, F.; Marki, C.: Mixer Basics Primer: A Tutorial for RF & Microwave Mixers. Hrsg. von Marki Microwave Inc. Morgan Hill, CA, 2010.
- [132] Martinussen, H.; Aksnes, A.; Engan, H. E.: Heterodyne Interferometry for High Sensitivity Absolute Amplitude Vibrational Measurements. In: Interferometry XIII. Bd. 6292. SPIE Proceedings. San Diego, CA, 2006, 62920Z.
- [133] Masid, F.; Andrew, T. L.; Menon, R.: Optical Patterning of Features with Spacing below the Far-Field Diffraction Limit using Absorbance Modulation. In: Optics Express 21, Nr. 4 (2013), S. 5209–5214.
- [134] Mäusl, R.: Analoge Modulationsverfahren. 2. Aufl. Bd. 1. Heidelberg: Hüthig, 1992.
- [135] Mawardi, A. u. a.: ABCD-treatment of a Propagating Doughnut Beam Generated by a Spiral Phase Plate. In: Optics Express 19, Nr. 22 (2011), S. 21205–21210.
- [136] McGray, C. D. u. a.: MEMS Kinematics by Super-Resolution Fluorescence Microscopy. In: Journal of Microelectromechanical Systems 22, Nr. 1 (2013), S. 115–123.
- [137] McManamon, P. F.: Review of Ladar: A Historic, Yet Emerging, Sensor Technology with Rich Phenomenology. In: Optical Engineering 51, Nr. 6 (2012), S. 060901.
- [138] Menon, R.; Smith, H. I.: Absorbance-Modulation Optical Lithography. In: Journal of the Optical Society of America A 23, Nr. 9 (2006), S. 2290.
- [139] Menon, R.; Smith, H. I.: Nanoscale Imaging via Absorption Modulation. Pat. US 8143601 B2. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA. 2009.
- [140] Menon, R.; Tsai, H.-Y.; Thomas, S. W.: Far-Field Generation of Localized Light Fields using Absorbance Modulation. In: Physical Review Letters 98, Nr. 4 (2007), S. 043905.
- [141] Ming, S. u. a.: Super-Resolution Recording by an Organic Photochromic Mask Layer. In: Chinese Physics Letters 24, Nr. 4 (2007), S. 994–997.
- [142] Mini-Circuits Inc.: Datenblatt: Ultra Flat Gain Wideband Amplifier ZX60-V62+. REV. B ECO-000670 ED-14633/1. 2020.
- [143] Mitutoyo Deutschland GmbH: Produktkatalog: Microscope Units and Objectives. E4191-378. 2015.
- [144] Monchalín, J.-P.: Optical Detection of Ultrasound. In: IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control 33, Nr. 5 (1986), S. 485–499.

- [145] Mortimer, C. E.; Müller, U.: Chemie. 6. Aufl. Stuttgart: Thieme, 1996.
- [146] Muller, R. S.: Introduction—MEMS, a Historical Perspective. In: Micro and Nano Fabrication. Hrsg. von Gatzten, H. H.; Saile, V.; Leuthold, J. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015, S. 1–5.
- [147] National Institute of Standards and Technology: The NIST Reference on Constants, Units, and Uncertainty. Mai 2019.
- [148] Neupane, B. u. a.: Tuning Donut Profile for Spatial Resolution in Stimulated Emission Depletion Microscopy. In: Review of Scientific Instruments 84, Nr. 4 (2013), S. 43701.
- [149] Nord, J. H.; Koohang, A.; Paliszkievicz, J.: The Internet of Things: Review and Theoretical Framework. In: Expert Systems with Applications 133 (2019), S. 97–108.
- [150] Nyquist, H.: Certain Topics in Telegraph Transmission Theory. In: Transactions of the American Institute of Electrical Engineers 47, Nr. 2 (1928), S. 617–644.
- [151] Pariani, G. u. a.: Kinetics of Photochromic Conversion at the Solid State: Quantum Yield of Dithienylethene-Based Films. In: Journal of Physical Chemistry A 115, Nr. 44 (2011), S. 12184–12193.
- [152] Pariani, G. u. a.: Modeling Absorbance-Modulation Optical Lithography in Photochromic Films. In: Optics Letters 38, Nr. 16 (2013), S. 3024–3027.
- [153] Peng, W. u. a.: Locking Laser Frequency of up to 40 GHz Offset to a Reference with a 10 GHz Electro-Optic Modulator. In: Optics Letters 39, Nr. 10 (2014), S. 2998–3001.
- [154] Petermann, K.: Laser Diode Modulation and Noise. Bd. 3. Advances in Optoelectronics. Dordrecht: Kluwer, 1991.
- [155] Physik Instrumente GmbH: Piezoelectric Discs: Datasheet. 2018.
- [156] PI Ceramic GmbH: Material Data: Specific Parameters of the Standard Materials. 2020.
- [157] Polytec GmbH: UHF-120 Ultra High Frequency Vibrometer: Datasheet. OM\_DS\_UHF-120\_E\_42268. Waldbronn, 2018.
- [158] Qualcomm Inc.: Future of 5G: Making 5G NR a Commercial Reality. San Diego, CA, 2020.
- [159] Ramadoss, R.; Dean, R.; Xiong, X.: MEMS Testing. In: System on Chip Test Architectures. Amsterdam: Elsevier, 2008, S. 591–651.
- [160] Rayleigh, J. W. S.: On Waves Propagated along the Plane Surface of an Elastic Solid. In: Proceedings of the London Mathematical Society s1-17, Nr. 1 (1885), S. 4–11.
- [161] Rembe, C.: Measuring Device and Method to Optically Measure an Object. Pat. US 7663764 B2. Polytec GmbH, Waldbronn. 2010.
- [162] Rembe, C. u. a.: Measuring Ultra-Sonic In-Plane Vibrations with the Scanning Confocal Heterodyne Interferometer. In: SPIE Photonics Europe. Bd. 7718. SPIE Proceedings. Brüssel, 2010, S. 771810–771810–12.
- [163] Rembe, C.: Retardation Effects in Laser-Doppler Measurements. In: 8th Int. Conference on Vibration Measurements by Laser and Noncontact Techniques - AIVELA. Bd. 7098. SPIE Proceedings. Ancona, 2008, S. 709813.
- [164] Rembe, C.: Employing Applied Mathematics to Expand the Bandwidth of Heterodyne Carrier Signals with a Small Phase Modulation Index. In: Applied Mathematics and Computation 217, Nr. 3 (2010), S. 1202–1212.
- [165] Rembe, C.; Dräbenstedt, A.: Laser-Scanning Confocal Vibrometer Microscope: Theory and Experiments. In: Review of Scientific Instruments 77, Nr. 8 (2006), S. 83702.

- [166] Rembe, C.; Dräbenstedt, A.: Laser-Scanning Confocal Vibrometer Microscope: Theory and Experiments. In: Review of Scientific Instruments 77, Nr. 8 (2006), S. 83702.
- [167] Rembe, C. u. a.: Measuring MEMS in Motion by Laser Doppler Vibrometry. In: Optical Inspection of Microsystems. Hrsg. von Osten, W. Boca Raton, FL: CRC/Taylor & Francis, 2007, S. 245–292.
- [168] Rembe, C. u. a.: Heterodyne Laser-Doppler Vibrometer with a Slow-Shear-Mode Bragg Cell for Vibration Measurements up to 1.2 GHz. In: 8th Int. Conference on Vibration Measurements by Laser and Noncontact Techniques - AIVELA. Bd. 7098. SPIE Proceedings. Ancona, 2008, 70980A.
- [169] Riehle, F.: Frequency Standards: Basics and Applications. Weinheim: Wiley-VCH, 2004.
- [170] Rooth, S. u. a.: Laserprobe Measurements of SAWs at 3 GHz on a Free Surface of Rotated Y-Cut Quartz. In: IEEE Ultrasonics Symposium. Atlanta, GA, 2001, S. 201–205.
- [171] Rubiyanto, A. u. a.: Integrated Optical Heterodyne Interferometer in Lithium Niobate. In: Journal of Nonlinear Optical Physics & Materials 10, Nr. 02 (2001), S. 163–168.
- [172] Rust, M. J.; Bates, M.; Zhuang, X.: Sub-Diffraction-Limit Imaging by Stochastic Optical Reconstruction Microscopy (STORM). In: Nature Methods 3, Nr. 10 (2006), S. 793–795.
- [173] Saleh, B. E. A.; Teich, M. C.: Fundamentals of Photonics. 2. Aufl. Chichester: Wiley, 2007.
- [174] Santarelli, G. u. a.: Heterodyne Optical Phase-Locking of Extended-Cavity Semiconductor Lasers at 9 GHz. In: Optics Communications 104, Nr. 4-6 (1994), S. 339–344.
- [175] Satyan, N.: Optoelectronic Control of the Phase and Frequency of Semiconductor Lasers. Dissertation (Ph.D.) Pasadena, CA: California Institute of Technology, 2011.
- [176] Satyan, N.; Liang, W.; Yariv, A.: Coherence Cloning using Semiconductor Laser Optical Phase-Lock Loops. In: IEEE Journal of Quantum Electronics 45, Nr. 7 (2009), S. 755–761.
- [177] Satyan, N. u. a.: Precise Control of Broadband Frequency Chirps using Optoelectronic Feedback. In: Optics Express 17, Nr. 18 (2009), S. 15991–15999.
- [178] Sauerbrey, G.: Verwendung von Schwingquarzen zur Wägung dünner Schichten und zur Mikrowägung. In: Zeitschrift für Physik 155, Nr. 2 (1959), S. 206–222.
- [179] Schilt, S. u. a.: Laser Offset-Frequency Locking up to 20 GHz using a Low-Frequency Electrical Filter Technique. In: Applied Optics 47, Nr. 24 (2008), S. 4336.
- [180] Schnabel, R.: Squeezed States of Light and Their Applications in Laser Interferometers. In: Physics Reports 684 (2017), S. 1–51.
- [181] Schwiesow, R. L.; Cupp, R. E.: Offset Local Oscillator for CW Laser Doppler Anemometry. In: Applied Optics 20, Nr. 4 (1981), S. 579–582.
- [182] Scruby, C. B.; Drain, L. E.: Laser Ultrasonics: Techniques and Applications. 1. Aufl. Bristol: Adam Hilger, 1990.
- [183] Shen, Z. u. a.: Phase Sensitive Imaging of 10 GHz Vibrations in an AlN Microdisk Resonator. In: Review of Scientific Instruments 88, Nr. 12 (2017), S. 123709.
- [184] Shoaib, M. u. a.: A Review on Key Issues and Challenges in Devices Level MEMS Testing. In: Journal of Sensors 2016 (2016), S. 1–14.
- [185] Simonis, G. J.; Purchase, K. G.: Optical Generation, Distribution, and Control of Microwaves using Laser Heterodyne. In: IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques 38, Nr. 5 (1990), S. 667–669.



- [186] Steele, R. C.: Optical Phase-Locked Loop using Semiconductor Laser Diodes. In: Electronics Letters 19, Nr. 2 (1983), S. 69.
- [187] Stein, S. R.: Frequency and Time: Their Measurement and Characterization. In: Precision Frequency Control. Hrsg. von Gerber, E. A.; Ballato, A. Orlando, FL: Academic Press, 1985, S. 191–416.
- [188] Steinmeyer Mechatronik GmbH: Kreuztische: Datenblatt: KT230, KT305, KT405. 2020.
- [189] Sternkopf, C. u. a.: Heterodyne Interferometer Laser Source with a Pair of Two Phase Locked Loop Coupled He-Ne Lasers by 632.8 nm. In: Measurement Science and Technology 23, Nr. 7 (2012), S. 074006.
- [190] Tanaka, H.; Sonehara, T.: Superheterodyne Light Beating Spectroscopy for Rayleigh-Brillouin Scattering using Frequency-Tunable Lasers. In: Review of Scientific Instruments 73, Nr. 5 (2002), S. 1998–2010.
- [191] Te, R.: Frequenzumsetzung zur Erhöhung des Frequenzarbeitsbereichs von optischen Phasenregelschleifen. Masterthesis. Clausthal: TU Clausthal, 26.09.2018.
- [192] Teich, M. C.: Infrared Heterodyne Detection. In: Proceedings of the IEEE 56, Nr. 1 (1968), S. 37–46.
- [193] Teyssieux, D. u. a.: Absolute Phase and Amplitude Mapping of Surface Acoustic Wave Fields. In: Joint European Frequency and Time Forum & International Frequency Control Symposium (EFTF/IFC). Prag: IEEE, 2013, S. 73–76.
- [194] Thibos, L. N. u. a.: Standards for Reporting the Optical Aberrations of Eyes. In: Vision Science and its Applications. Washington, DC: OSA, 2000, SuC1.
- [195] Thorpe, J. I.; Maghami, P.; Livas, J.: Time Domain Simulations of Arm Locking in LISA. In: Physical Review D 83, Nr. 12 (2011).
- [196] Tinnefeld, P., Hrsg.: Far-Field Optical Nanoscopy. Bd. 14. Springer Series on Fluorescence. Berlin: Springer, 2015.
- [197] TOPTICA Photonics AG: FALC 110 / MFALC 110: Fast Analog Linewidth Control: Manual. M-044 Version 04. 2015.
- [198] Tsai, H.-Y.; Moon, E. E.; Menon, R.: Far-Field Optical Imaging at the Nanoscale via Absorbance Modulation. In: Advances in Imaging. OSA Technical Digest. 2009, NMA2.
- [199] Tsai, H.-Y.; Thomas, S. W.; Menon, R.: Parallel Scanning-Optical Nanoscopy with Optically Confined Probes. In: Optics Express 18, Nr. 15 (2010), S. 16014–16024.
- [200] Tsai, H.-Y. S.: Overcoming the Far-Field Diffraction Limit via Absorbance Modulation. Dissertation (Ph.D.) Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, 2011.
- [201] Tsujioka, T.; Irie, M.: Spot Shape on Super-Resolution Optical Disks with a Photon-Mode Mask Layer. In: Optical Review 5, Nr. 3 (1998), S. 158–162.
- [202] Uchida, N.; Niizeki, N.: Acoustooptic Deflection Materials and Techniques. In: Proceedings of the IEEE 61, Nr. 8 (1973), S. 1073–1092.
- [203] Uehara, T. u. a.: Optical Beat-Note Frequency Stabilization between Two Lasers using a Radio Frequency Interferometer in the Gigahertz Frequency Band. In: Optical Engineering 53, Nr. 12 (2014), S. 124109.
- [204] Unbehauen, H.: Regelungstechnik III: Identifikation, Adaption, Optimierung. 3. Aufl. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, 1988.
- [205] Vairac, P.; Cretin, B.: New Structures for Heterodyne Interferometric Probes using Double-Pass. In: Optics Communications 132, Nr. 1-2 (1996), S. 19–23.

- [206] Wagner, J. W.: Optical Detection of Ultrasound: Chapter 5. In: *Ultrasonic Measurement Methods*. Hrsg. von Pierce, A. D.; Thurston, R. N. Bd. 19. Physical Acoustics. Boston, London: Academic Press, 1990, S. 201–266.
- [207] Ward, C. L.: Controlling the Cycloreversion Reaction of a Diarylethene Derivative using Sequential Two-Photon Excitation. Dissertation (Ph.D.) Lawrence, KS: University of Kansas, 2014.
- [208] Warner, M.; Blaikie, R. J.: Two-Color Nonlinear Absorption of Light in Dye Layers. In: *Physical Review A* 80, Nr. 3 (2009).
- [209] Watchi, J. u. a.: Contributed Review: A Review of Compact Interferometers. In: *Review of Scientific Instruments* 89, Nr. 12 (2018), S. 121501.
- [210] Webb, R. H.: Confocal Optical Microscopy. In: *Reports on Progress in Physics* 59, Nr. 3 (1996), S. 427–471.
- [211] Wei, Z. u. a.: Focused Laser Lithographic System with Sub-Wavelength Resolution based on Vortex Laser Induced Opacity of Photochromic Material. In: *Optics Letters* 39, Nr. 23 (2014), S. 6707–6710.
- [212] Williams, D. C.: *Optical Methods in Engineering Metrology*. 1. Aufl. Dordrecht: Springer, 1993.
- [213] Williams, K. J. u. a.: 6-34 GHz Offset Phase-Locking of Nd:YAG 1319 nm Nonplanar Ring Lasers. In: *Electronics Letters* 25, Nr. 18 (1989), S. 1242.
- [214] Winter, M. u. a.: The Problem of Calibrating Laser-Doppler Vibrometers at High Frequencies. In: *10th Int. Conference on Vibration Measurements by Laser and Non-contact Techniques - AIVELA*. Bd. 1457. AIP Conference Proceedings. Ancona, 2012, S. 165–175.
- [215] Wolf, I. de u. a.: Methods to Measure Mechanical Properties of NEMS and MEMS: Challenges and Pitfalls. In: *MRS Proceedings* 1185 (2009), S. 329.
- [216] Wu, X.: Realisierung eines Arbeitsflusses für die Schwingungsanalyse mit einem scan- nenden Vibrometer-Mikroskop. Masterthesis. Clausthal: TU Clausthal, 12.10.2018.
- [217] Wynands, R. u. a.: How Accurate is Optical Second-Harmonic Generation? In: *Optics Letters* 20, Nr. 10 (1995), S. 1095.
- [218] Xu, J.; Stroud, R.: *Acousto-Optic Devices: Principles, Design, and Applications*. New York: Wiley, 1992.
- [219] Yariv, A.: *Optical Electronics in Modern Communications*. New York: Oxford Univ. Press, 1997.
- [220] Yariv, A.: Dynamic Analysis of the Semiconductor Laser as a Current-Controlled Oscillator in the Optical Phased-Lock Loop: Applications. In: *Optics Letters* 30, Nr. 17 (2005), S. 2191.
- [221] Zhang, B.; Zerubia, J.; Olivo-Marin, J.-C.: Gaussian Approximations of Fluorescence Microscope Point-Spread Function Models. In: *Applied Optics* 46, Nr. 10 (2007), S. 1819.
- [222] Zinke, O.; Brunswig, H.: Eigenschaften und Dimensionierung von Koaxialkabeln, Streifenleitungen, Finleitungen, Richtkopplern und Hochfrequenzfiltern. In: *Hochfrequenz- filter, Leitungen, Antennen*. Hrsg. von Vleck, A.; Hartnagel, H. L.; Mayer, K. Berlin: Springer, 2000, S. 146–258.

Ingenieure wollen immer alles ganz genau wissen. Wie wär's mit einem E-Paper- oder Zeitungs-Abo?



### Mehr Meinung. Mehr Orientierung. Mehr Wissen.

Wesentliche Informationen zu neuen Technologien und Märkten.

Das bietet VDI nachrichten, Deutschlands meinungsbildende Wochenzeitung zu Technik, Wirtschaft und Gesellschaft, den Ingenieuren. Sofort abonnieren und lesen.

Donnerstagabends als E-Paper oder freitags als Zeitung.

**Jetzt abonnieren: Leser-Service VDI nachrichten, 65341 Eltville**

**Telefon: +49 6123 9238-201, Telefax: +49 6123 9238-244, [vdi-nachrichten@vuservice.de](mailto:vdi-nachrichten@vuservice.de)**

100  
JAHRE

VDI nachrichten

TECHNIK IN  
SZENE GESETZT.

[www.vdi-nachrichten.com/abo](http://www.vdi-nachrichten.com/abo)

## Die Reihen der Fortschritt-Berichte VDI:

- 1 Konstruktionstechnik/Maschinenelemente
  - 2 Fertigungstechnik
  - 3 Verfahrenstechnik
  - 4 Bauingenieurwesen
- 5 Grund- und Werkstoffe/Kunststoffe
  - 6 Energietechnik
  - 7 Strömungstechnik
- 8 Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik
  - 9 Elektronik/Mikro- und Nanotechnik
  - 10 Informatik/Kommunikation
  - 11 Schwingungstechnik
- 12 Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik
  - 13 Fördertechnik/Logistik
- 14 Landtechnik/Lebensmitteltechnik
  - 15 Umwelttechnik
  - 16 Technik und Wirtschaft
  - 17 Biotechnik/Medizintechnik
  - 18 Mechanik/Bruchmechanik
  - 19 Wärmetechnik/Kältetechnik
- 20 Rechnerunterstützte Verfahren (CAD, CAM, CAE CAQ, CIM ...)
  - 21 Elektrotechnik
  - 22 Mensch-Maschine-Systeme
  - 23 Technische Gebäudeausrüstung

ISBN 978-3-18-527008-6