

4. VDI-Fachtagung

# Schwingungsanalyse & Identifikation 2016



## VDI-Berichte 2259



# VDI-BERICHTE

Herausgeber: VDI Wissensforum GmbH





4. VDI-Fachtagung

# Schwingungsanalyse & Identifikation 2016

Fulda, 15. und 16. März 2016



# VDI-Berichte 2259

**Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

**Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek**

(German National Library)

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie

(German National Bibliography); detailed bibliographic data is available via Internet at <http://dnb.ddb.de>.

© VDI Verlag GmbH · Düsseldorf 2016

Alle Rechte vorbehalten, auch das des Nachdruckes, der Wiedergabe (Photokopie, Mikrokopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, auszugsweise oder vollständig.

Der VDI-Bericht, der die Vorträge der Tagung enthält, erscheint als nichtredigierter Manuskriptdruck. Die einzelnen Beiträge geben die auf persönlichen Erkenntnissen beruhenden Ansichten und Erfahrungen der jeweiligen Vortragenden bzw. Autoren wieder.

Printed in Germany.

ISSN 0083-5560

ISBN 978-3-18-092259-1

## Modellbildung, Verifikation und Validierung

<i>K. Siegel, M. Ayeb, L. Brabetz</i>	Mehrkriterielle Optimierung der strukturdynamischen Eigenschaften von elektrischen Fahrzeugantrieben auf Basis von FEM-Simulationen	1
<i>B. Fath, T. Akyol, M. Kettner</i>	Systemparameteridentifikation und Model Updating in der Akustikprognose	13
<i>M. Hertkorn, P. Assogba, M. Bürgmann</i>	Modalanalyse an einem glasfaserverstärkten Kunststoff-Gehäuseteile	25
<i>J. Guggenberger, A. Greim, M. Buchschmid, G. Müller</i>	Parameteridentifikation für leichte Strukturen im Bauwesen	37

## Dauerüberwachung, Zustandsbewertung, Schadensidentifikation

<i>D. Ginsberg, C.-P. Fritzen</i>	Sensorreduziertes Impulslastüberwachungsverfahren basierend auf dem Basis-Pursuit-Denoising-Algorithmus	49
<i>N. Helwig, A. Schütze</i>	Statistische Analyse von Schwingungs- und Prozesssensordaten zur Zustandsbewertung – Perspektive modularer Sensorlösungen in der Industrie 4.0	61
<i>P. Bangert, D. Brenner, D. Tilch, M. Morschheuser</i>	Schadenserkennung anhand Spektralanalyse bei Windenergieanlagen	75

## Messtechnik, Mess- und Auswerteverfahren I

<i>P. Blaschke, T. T. Mallareddy, D. J. Alarcón</i>	Anwendung eines skalierbaren, automatischen Modal- hammers und eines 3D Scanning-Laser-Doppler- Vibrometers an Turbinenschaufeln	85
<i>G. Mikota, R. Haas, E. Lukachev, W. Berger</i>	Experimentelle Modalanalyse eines gekoppelten hydraulisch-mechanischen Systems	97
<i>M. Kraft, I. Groß, S. Peez</i>	Modalanalyse und Systemidentifikation einer Antriebs- welle am PKW	109
<i>J. Schwochow, M. Böswald, G. Jelacic</i>	Überwachung von Flugschwingungsversuchen mit operationeller Modalanalyse	123

## Modellbildung, Verifikation und Validierung von Dämpfungseigenschaften

<i>U. Schreiber, A. Abel</i>	Berechnung eines Drehschwingungsdämpfers mit temperaturabhängigen Eigenschaften durch nichtlineare Systemsimulation im Zeit- und Frequenzbereich	139
<i>K. Baumann, A. Hennig, C. Schedlinski, M. Hiller, E. Rieder</i>	Bottom-Up-Strategie zur Validierung des FE-Modells einer Abgasanlage unter besonderer Berücksichtigung der Systemdämpfung	149
<i>M. Böswald, M. Höser, Y. Govers</i>	Aufbau globaler Dämpfungsmatrizen aus modalen Dämpfungsmaßen von Substrukturtests	163

## Messtechnik, Mess- und Auswerteverfahren II

<i>A. Lenzen, M. Vollmering</i>	Vergleich verschiedener Ansätze zur Identifikation instationärer Eigenfrequenzen	179
<i>S. Ritzmann, M. Meyeringh</i>	Ermüdungstests an Triebwerksbaugruppen unter speziellen modalen Bedingungen	197
<i>G. Jelacic, J. Schwochow, Y. Govers, M. Böswald</i>	Automatische Schwingungsüberwachung von aeroelastischen Systemen	211
<i>C. Pelshenke, P. Dültgen, R. Keßler</i>	Dynamisches Schwingverhalten von schnelldrehenden, scheibenförmigen Werkzeugen	223

## Maßnahmen zur Beeinflussung des Schwingungsverhaltens

<i>C. Brecher, S. Schmidt, B. Brockmann</i>	Ein Beitrag zur Auslegung robuster Mehrmassendämpfer für Werkzeugmaschinen	237
<i>D. Hrdina, F. Felbinger, G. Ochse, M. Bargende, A. Rienäcker</i>	Laufzeugdynamik – Schwingungsanalyse des Kurbeltriebs bei Motoren mit hohen Druckgradienten	251
<i>V. Unruh, V. Helmelt, I. Groß</i>	Nichtlineares Resonanzverhalten der Axialschwingung eines Elektromotors	265
<i>C. Marzok, D. Schaffer</i>	Untersuchungen zu flussinduzierten Vibrationen in modellhaften Leitungsgeometrien	277



# Mehrkriterielle Optimierung der strukturdynamischen Eigenschaften von elektrischen Fahrzeugantrieben auf Basis von FEM-Simulationen

Dipl.-Ing. M.Sc. **Konstantin Siegel**, Dr.-Ing. **Mohamed Ayeb**,  
Prof. Dr. rer. nat. **Ludwig Brabetz**, Universität Kassel, Fachgebiet  
Fahrzeugsysteme und Grundlagen der Elektrotechnik, Kassel

## Kurzfassung

Bei der Entwicklung von elektrischen Maschinen spielt das Thema akustisches Verhalten eine immer wichtigere Rolle. Neben der Erhöhung von Leistungsdichten und Performance gilt es, die strukturdynamischen Anregungskräfte zu reduzieren. Mit Hilfe der Finiten-Elementen-Methode (FEM) und des Einsatzes computergestützter numerischer Simulationen können unterschiedliche Maschinenmodelle und potentielle Verbesserungen frühzeitig und zeitnah berechnet sowie bewertet werden.

Das hier vorgestellte Verfahren zielt darauf ab, die strukturdynamischen Eigenschaften einer permanenterregten Synchronmaschine (PSM) durch Reduzierung der magnetischen Anregungskräfte zu verbessern, ohne dabei die Maschinenleistung und Performance zu beeinträchtigen. Geeignete Optimierungsparameter werden zu Beginn mittels einer modellbasier-ten Sensitivitätsanalyse identifiziert und dem iterativen Optimierungsprozess übergeben. Die Modellierung der zu untersuchenden PSM erfolgt aufgrund von Rechenzeiterparnis und Flexibilität in zwei Teilmodellen, einem elektromagnetischen und einem strukturdynamischen Modell. Die mehrkriterielle Maschinenoptimierung findet anhand des elektromagnetischen Teilmodells statt und beruht auf einem genetischen Algorithmus, der mit einem lösungs-raumbeschreibenden Metamodell gekoppelt ist. Die abschließende Bewertung der Verbesserungen erfolgt am strukturdynamischen Teilmodell für zielführende Parametersätze aus der Pareto-Front.

## 1. Einleitung und Vorgehensweise

Mit dem zunehmenden Einsatz von Elektromobilität rückt der Fokus mehr auf diversifizierte elektrische Antriebe, die für verschiedene Anforderungen des Kraftfahrzeug-Marktes konzipiert werden. Den Vorteilen von elektrischen Maschinen, wie gute Skalierbarkeit, ein hoher Wirkungsgrad bei der Energiewandlung und ein niedriger Verschleiß, stehen Nachteile wie hohe Kosten, Gewicht und die akustische Belastung entgegen. Im Gegensatz zu Verbren-

nungsmotoren erzeugen elektrische Maschinen kein breitbandiges Frequenzrauschen, sondern Geräusche mit diskreten Frequenzen, die intensiver wahrgenommen werden. Diese können vom Kunden als unangenehm und störend empfunden werden und dadurch den subjektiven Qualitätseindruck des Fahrzeuges nachhaltig beeinträchtigen. Die hervorgerufenen Schwingungen der elektrischen Maschine führen darüber hinaus zu einer erhöhten strukturdynamischen Belastung und damit zu einer Verkürzung der Produktlebensdauer sowie einer Einschränkung des Fahrkomforts. Akustikoptimierungen nach Abschluss einer Maschinenauslegung sind nur begrenzt möglich. Deshalb ist es eminent wichtig, diese als weiteren primären Designparameter frühzeitig bei der Maschinenauslegung zu berücksichtigen. Der Fokus, der hier vorgestellten Methode, liegt auf der Reduzierung der strukturdynamischen Anregung von permanenterregten Synchronmaschinen in Fahrzeugantrieben. Die Modellierung und numerische Simulation der E-Maschine erfolgt in zwei Teilmodellen, nach der Finiten-Elementen-Methode mit dem Multiphysics Tool von Comsol. Für eine vollautomatisierte Optimierung wird das Entwicklungstool Matlab verwendet, das über eine Comsol-Schnittstelle die Maschinen-Modelle ansteuern, modifizieren und auswerten kann.

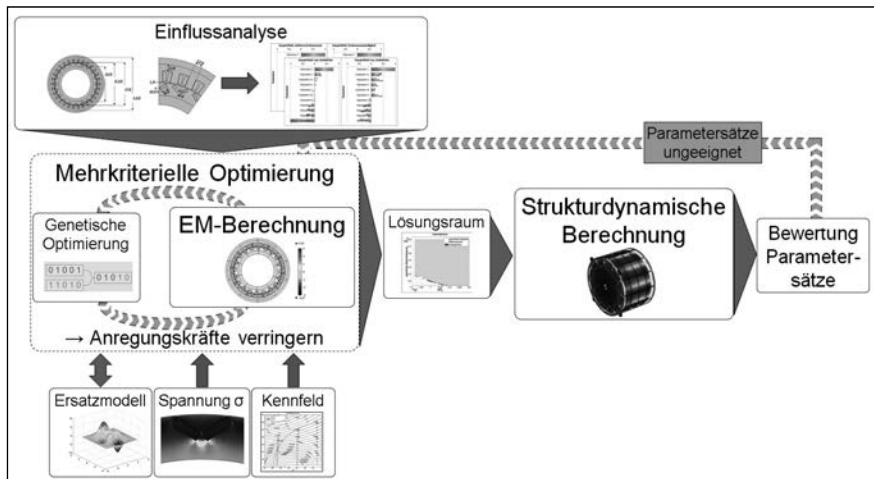


Bild 1: Schematischer Ablauf des Optimierungsprozesses

Der Optimierungsprozess ist, wie aus Abbildung 1 ersichtlich, in mehrere Module gegliedert, die eigenständig, bzw. in Kombination miteinander agieren. Zu Beginn einer jeden Maschinenoptimierung wird eine Einflussanalyse durchgeführt, um die Parameter zu identifizieren, die den größten Einfluss aufzeigen. In der mehrkriteriellen Optimierung wird die elektrische



Maschine, modellbasiert, hinsichtlich dieser Parameter konstruktiv optimiert mit dem Ziel, die radialen und tangentialen Anregungskräfte zu verringern. Als Optimierungsalgorithmus wird ein hybrides Verfahren eingesetzt, das sowohl einen genetischen Algorithmus, als auch in identifizierten lokalen Bereichen den Nelder-Mead-Simplex-Algorithmus, zwecks einer höheren Genauigkeit, verwendet. Zur Reduzierung der Rechenzeit wird zusätzlich ein lösungsraumbeschreibendes Metamodell auf Basis der Kriging-Methode eingesetzt. Die ermittelten Ergebnisse aus der mehrkriteriellen Optimierung werden in einem Lösungsraum, mit Pareto-Front, dargestellt. Gleichzeitig werden weitere Randbedingungen bei Geometrieänderungen der E-Maschine überwacht, sodass ein unzulässiges Überschreiten von Grenzwerten, z.B. anhand von Rotorfestigkeitsberechnung, identifiziert werden kann. Nach Erreichen einer festgelegten Iterationszahl wird die elektromagnetische Optimierung unterbrochen und für eine Auswahl an potentiellen Parametersätzen Maschinenkennfelder berechnet. Erfüllen die Kennfelder die Anforderungen im gesamten Arbeitsbereich der Maschine, so werden diese dem letzten Prozessschritt zur strukturdynamischen Berechnung übergeben, andernfalls aus dem Speicher für potentielle Maschinenmodelle entfernt. Im strukturdynamischen Modell werden die elektromagnetischen Anregungskräfte eingepreßt und die strukturdynamische Anregung an verschiedenen Referenzpunkten ermittelt. Sofern in der abschließenden Bewertung kein oder nur wenige optimierte Parametersätze die nötigen Anforderungen erfüllen, wird die Optimierung für die nächsten  $n$  Iterationen fortgesetzt, ansonsten beendet.

## 2. Modellbildung

Die numerische Simulation und Auswertung der akustischen Eigenschaften erfolgt in zwei Schritten, bzw. in zwei separaten Teilmodellen. Das erste Modell enthält das elektromagnetische und das Zweite das strukturdynamische Modell der Maschine (Abbildung 2). Der entscheidende Vorteil der modularen Modellierung liegt zum einen in der größeren Flexibilität und zum anderen in der geringeren Rechenzeit, da nicht jeder Parametersatz in beiden Modellen simuliert werden muss. Elektromagnetische Berechnungen können, statt in einem zeitintensiven 3D-Modell, in einem vereinfachten 2D-Modell durchgeführt werden indem, unter Ausnutzung von Symmetrien und Periodizitäten, die Ausführungszeit des Modells weiter verkürzt werden kann. Die ermittelten radialen und tangentialen magnetischen Kraftdichten im Luftspalt können anschließend an das entsprechende strukturdynamische Modell, zur weiteren Berechnung übergeben und zusätzlich noch beliebig mit anderen Kraftdichten (z.B. Fehlerfälle) kombiniert werden. Das strukturdynamische Modell liegt üblicherweise als 3D-Modell vor und benötigt, auf Grund seiner Komplexität, eine wesentlich längere Berech-

nungszeit. Deswegen findet eine abschließende Bewertung von Verbesserungen am strukturdynamischen Modell nur für vielversprechende Parametersätze aus der Pareto-Front statt. Bei der folgend untersuchten elektrischen Maschine handelt es sich um ein praxisnahes Mustermodell, welches zum Ziel hat, den Nachweis der eingesetzten Optimierungsmethoden zu zeigen. Ähnliche Maschinenmodelle wurden im Vorfeld bereits erfolgreich erstellt und mit Hilfe der experimentalen Modalanalyse (Eigenformen und Eigenfrequenzen) sowie anhand von Messungen an realen Maschinen auf dem Prüfstand validiert [8, 9].



Bild 2: Links: Elektromagnetisches Teilmodell; rechts: Strukturdynamisches Teilmodell (Stator, Kühlmantel ohne, bzw. mit Maschinengehäuse)

### 3. Definition und Auswertung der Zielgrößen

Die Optimierung der elektrischen Maschine hat zum Ziel, die strukturdynamische Belastung zu verringern, ohne dabei die Performance und das Maschinenverhalten zu verschlechtern. Deswegen gilt es, entsprechende Zielgrößen zu definieren und in der Optimierung zu bewerten. Die Anregung der Gehäusestruktur rührt aus der Übertragung der periodischen Wechselverformungen der Blechpakete. Diese werden überwiegend durch die radialen und zum geringeren Teil auch die tangentialen Magnetkraftdichten im Luftspalt erzeugt. Deren Bestimmung erfolgt mit Hilfe des Maxwell'schen Spannungstensors über die radiale und tangential magnetische Flussdichte  $B$  und wird für die radiale und tangential Komponente mit folgenden Gleichungen definiert [2, 3]:

$$\sigma_r = \frac{B_{\text{rad}}^2 - B_{\text{tan}}^2}{2 \cdot \mu_0}$$

$$\sigma_t = \frac{B_{\text{rad}} \cdot B_{\text{tan}}}{\mu_0}$$

Auf Basis dieser Gleichungen können die magnetischen Kraftdichten im Luftspalt, räumlich und zeitlich, ausgewertet werden. Durch Anwendung einer gewichteten Ordnungsanalyse im

zwei-dimensionalen Raum werden die Luftspaltkräfte in ihre räumlichen und zeitlichen Eigenformen und spektralen Anteile zerlegt (Abbildung 3). Der Gewichtungsfaktor  $y$  gibt die Auslenkungsfähigkeit der Kraftordnungen  $r$  an und gilt für die Ordnungszahlen  $r = 0$  und  $r \geq 2$  [2, 3].

$$y \sim \frac{1}{(r^2 - 1)^2}$$

Es gilt, je niedriger die Kraftordnung ist, desto größer ist deren Einfluss auf die Akustik. Für die radiale und tangential Zielgröße der Optimierung wird die Kraftdichte mit der 0. Kraftordnung und 60. Motorordnung verwendet. Diese hat, wie in Abbildung 3 dargestellt, eine dominante Wirkung und regt das Statorblechpaket am stärksten an.

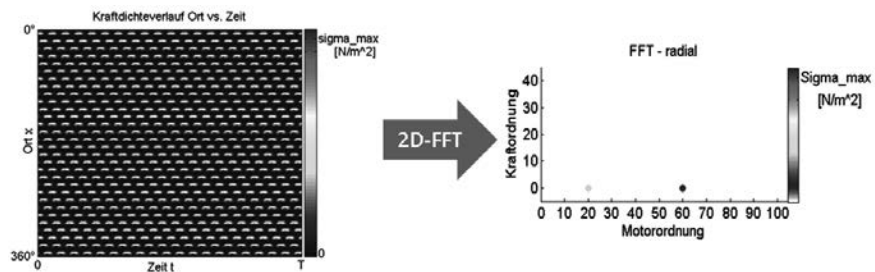


Bild 3: Gewichtete Ordnungsanalyse der räumlichen und zeitlichen Luftspaltkraftdichte

Zwei weitere Zielgrößen der Optimierung betreffen das Drehmoment. Zum einen soll das mittlere Drehmoment in der Optimierung möglichst erhalten, bzw. erhöht und zum anderen die Drehmomentwelligkeit reduziert werden. Durch Anwendung der Fast-Fourier-Transformation auf das Drehmoment können beide Größen bestimmt werden. Die Drehmomentwelligkeit wird hier durch die dominante 60. Drehmomentordnung beschrieben.

Zusammenfassend gilt für die zu minimierenden Zielgrößen  $Z$ :

$$Z = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_r \\ \sigma_t \\ -M_0 \\ M_{60} \end{pmatrix}$$

#### 4. Sensitivitätsanalyse

Die Sensitivitätsanalyse (Einflussanalyse) wird zu Beginn einer jeden Maschinenoptimierung durchgeführt mit dem Ziel, die Anzahl der möglichen Optimierungsparameter zu reduzieren. Parameter mit nur einem geringen Einfluss können unberücksichtigt bleiben, was die Kom-



Die anschließende Bewertung der Parameterfaktoren erfolgt in normierter Form für jeden Effekt einzeln und durch Betrachtung des aus linear- und quadratischen Anteilen resultierenden Gesamteffekts in den jeweiligen Grenzen der Parameter. In Abbildung 5 ist exemplarisch die Auswertung des Haupteffektes für die 4 Zielgrößen, jeweils absteigend sortiert, dargestellt. Der erste Balken eines Parameters stellt eine Drehzahl im Grundstellbereich und der zweite und dritte Balken je eine Drehzahl im Feldschwächbereich dar. Bei alleiniger Betrachtung des Haupteffektes können bereits geeignete Optimierungsparameter identifiziert werden, die zum Beispiel auf die Kraftdichten eine negative und auf das mittlere Drehmoment eine positive Wirkung aufweisen. Parameter mit geringem Effekt können hingegen aus dem Optimierungsprozess entfernt werden. Ein solcher Parameter ist zum Beispiel der Parameter 2. Dieser hat nur einen geringen Einfluss auf alle 4 Zielgrößen. Die restlichen Parameter werden dem Optimierungsprozess übergeben. Je nachdem, wie hoch die Einflusssschwelle gewählt wird, können noch weitere Parameter ausgeschlossen werden.

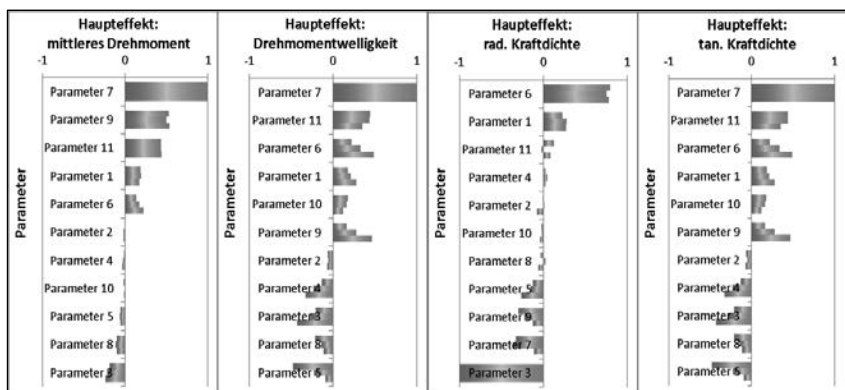


Bild 5: Normierte Darstellung des Haupteffekts (absteigend sortiert) für die vier Zielgrößen und die drei untersuchten Drehzahlen (Grundstell- und Feldschwächbereich)

## 5. Maschinenoptimierung

Die mehrkriterielle Maschinenoptimierung erfolgt für die zehn aus der Sensitivitätsanalyse identifizierten Parameter. Diese werden in den festgelegten Grenzen und unter Berücksichtigung von linearen Parameterrestriktionen optimiert und über die vier Zielgrößen bewertet. Durch eine gewichtete Zusammenfassung können die vier Zielgrößen in einen darstellbaren 2-dimensionalen Lösungsraum, mit Pareto-Front transformiert werden. Einzig die radiale Kraftdichte bleibt, auf Grund ihrer Wichtigkeit als eigenständige Zielgröße erhalten. Durch

den zusätzlichen Einsatz einer bereichsabhängigen Gewichtung werden die Zielgrößen bei Überschreitung eines Schwellenwertes stärker im Lösungsraum bestraft.

Die elektromagnetische Optimierung basiert auf einem genetischen Algorithmus und verwendet die grundlegenden evolutionären Mechanismen *Selektion*, *Mutation* und *Rekombination* (single-point-, two-point-, uniform-crossover). Mit Beginn der genetischen Optimierung werden Startindividuen (sog. Eltern) generiert und simuliert. Deren Parametersätze, die als Gray-Code vorliegen, werden über das Latin-Hypercube-Verfahren oder einer Zufallsgenerierung erzeugt. Auf Grundlage dieser Startindividuen wird die genetische Optimierung fortgeführt, in dem aus einem Archiv, welches jeweils die aktuellen Parametersätze der Pareto-Front enthält, Elternindividuen zur Rekombination oder Mutation gewählt werden. Zur Erhöhung der Diversität werden gezielt die Individuen mit dem größten Abstand zueinander ausgewählt. Nach Berechnung der Zielgrößen für die neugenerierten Individuen (sog. Nachkommen), wird das Archiv mit den potentiell besseren Parametersätzen aktualisiert und der Optimierungsprozess fortgesetzt.

Zur Reduzierung der Gesamtoptimierungszeit wird zusätzlich ein lösungsraum-beschreibendes Metamodell verwendet. Dieses basiert auf der Kriging-Methode mit einem Gauß-Schätz-Verfahren und hat die Aufgabe, in den betrachteten Bereichen der Pareto-Front bessere Parametersätze zu finden [5]. Das Metamodell liefert eine Vielzahl an neuen möglichen Parametersätzen (Individuen), von denen das mit dem größten Zuwachs im Lösungsraum ausgewählt wird. Auf Grund der eingeschränkten Lösungsraumgenauigkeit des genetischen Algorithmus wird zusätzlich in identifizierten lokalen Bereichen ein Nelder-Mead-Simplexalgorithmus eingesetzt, bzw. die Erhöhung der Genauigkeit durch zusätzliche Interpolationsstellen im Metamodell erreicht.

Parallel zur elektromagnetischen Optimierung erfolgt für jedes Maschinenmodell, auch eine Rotorfestigkeitsberechnung für die Maximaldrehzahl. Wie in Abbildung 6 dargestellt, werden Überschreitungen der Materialstreckgrenzen und die Höhe der radialen Auslenkung im Luftspalt überprüft. Unzulässige, bzw. nicht umsetzbare Maschinenmodelle werden aus dem Lösungsraum entfernt.

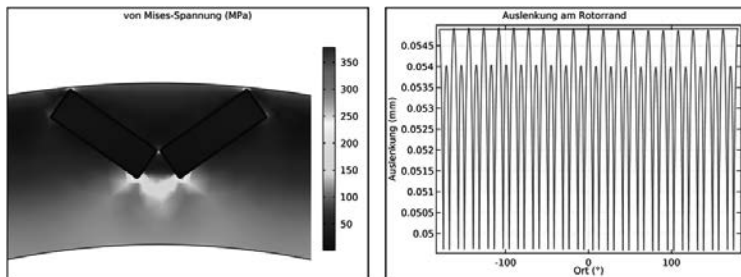


Bild 6: Auswertung der *von Mises* Spannung (*links*) und der radialen Rotorrandverschiebung im Luftspalt (*rechts*) aus der Rotorfestigkeitsberechnung

Der resultierende Lösungsraum einer durchgeführten Maschinenoptimierung ist in Abbildung 7 als Ausschnitt abgebildet. Auf der Abszisse ist die Zielfunktion für die radiale Kraftdichte vermerkt und auf der Ordinate, die gewichtete Zielfunktion der drei Zielgrößen - mittleres Drehmoment, Drehmomentwelligkeit und tangentielle Kraftdichte. Beide Zielfunktionen werden normiert bezüglich einer Referenz-Anordnung oder einer Mindestanforderung. Wie die Abbildung 7 deutlich zeigt, wurden durch die Optimierung Maschinenmodelle gefunden, die die Mindestanforderungen übertreffen.

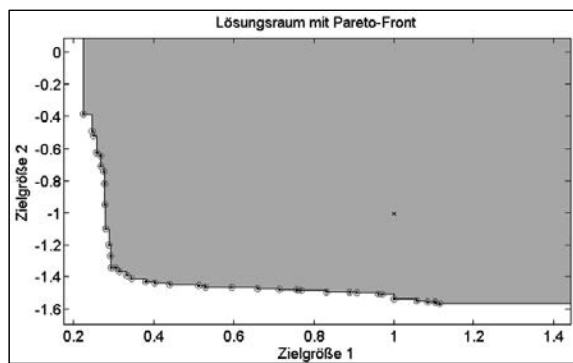


Bild 7: Ausschnitt aus dem Lösungsraum der Maschinenoptimierung mit Pareto-Front

Nach Abschluss von  $n$  Iterationen wird die mehrkriterielle Optimierung unterbrochen und aus der Pareto-Front potentielle Maschinenmodelle zur weiteren Bewertung ausgewählt. Mit Hilfe eines eigen entwickelten Tools werden für diese Parametersätze die zugehörigen Maschinenkennfelder (Abbildung 8 *links*) generiert, indem der Arbeitsbereich der Maschine rasterbasiert für verschiedene  $i_d$  und  $i_q$  Stromkombinationen simuliert wird. Durch Auswertung der

resultierenden Flußverkettung  $\Psi_d$  und  $\Psi_q$  können alle weiteren notwendigen Größen, wie Drehmoment, maximale Flussverkettung, Spannung und Induktivität ermittelt werden.

$$M = \frac{m}{2} \cdot p \cdot (\Psi_d \cdot i_q - \Psi_q \cdot i_d)$$

Die zusätzliche Auswertung der MTPC-Punkte (**M**aximum **T**orque **p**er **C**urrent) liefert zu jedem Arbeitspunkt die zugehörigen Werte, wie Strompaare, Drehmoment, Drehzahl, Induktivität und Leistung. Damit können M-n-Peak-Kennlinien erstellt und für den Vergleich der unterschiedlichen verbesserten Maschinenmodelle verwendet werden (Abbildung 8 *rechts*). Anders als bei der mehrkriteriellen Optimierung wird durch die Kennfeldberechnung die Verbesserung des Maschinenverhaltens, im gesamten Betriebsbereich bewertet und nicht nur in einem lokalen Arbeitspunkt.

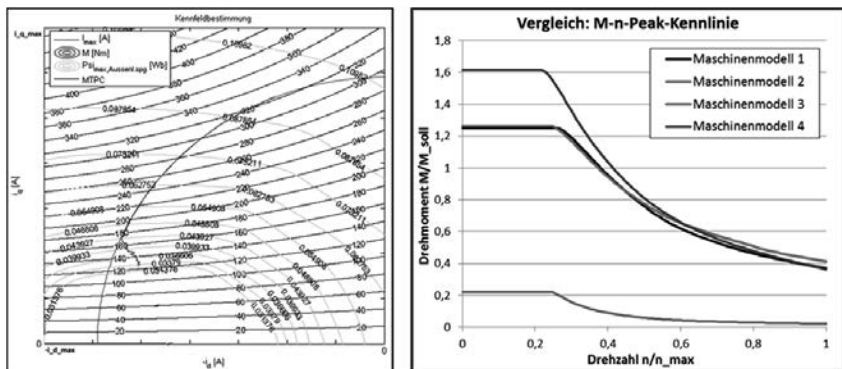


Bild 8: *Links:* Maschinenkennfeld;

*Rechts:* Vergleich von M-n-Peak-Kennlinie für verschiedene Maschinenmodelle

Maschinenmodelle, die das geforderte Betriebsverhalten erfüllen, werden nach der Kennfeldberechnung dem letzten Prozessschritt *strukturelle Berechnung* übergeben. Abweichende Modelle werden entsprechend aus dem Speicher für potentielle Maschinenmodelle entfernt.

Die strukturelle Berechnung dient zur abschließenden Bewertung eines optimierten Maschinenmodells und soll die Verbesserungen des strukturellen Verhaltens aufzeigen. Mögliche Parameteränderungen, die auf Grund der Optimierung auch das strukturelle Modell betreffen werden durch entsprechende Anpassungen in der Modellgeometrie berücksichtigt. Anschließend werden die aus der elektromagnetischen Berechnung ermittelten radialen und tangentialen Magnetkraftdichten in die Statorzähne der jeweiligen Segmente eingepreßt und mehrere elektrische Perioden simuliert. Zur Beurteilung der verbesser-



ten Maschinenmodelle werden an definierten Gehäusepunkten die Beschleunigung und Auslenkung bestimmt (Abbildung 9). Durch Betrachtung der zugehörigen Frequenzspektren können die unterschiedlichen Modelle hinsichtlich der dominanten Anregungsordnungen objektiv miteinander verglichen und bewertet werden.

Sollte bei der abschließenden Bewertung kein Maschinenmodell die nötigen Anforderungen erfüllen, so wird die mehrkriteriellen Optimierung für weitere  $n$  Iterationen fortgeführt, ansonsten die Optimierung abgeschlossen.

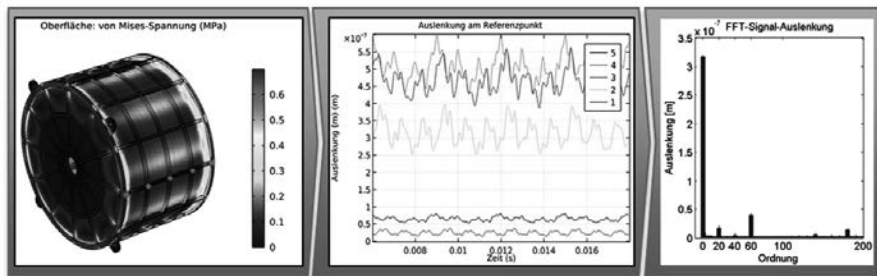


Bild 9: *Links*: Strukturdynamische Berechnung; *Mitte*: Auswertung der radialen Verschiebung an den Referenzpunkten; *rechts*: Frequenzspektrum für Referenzpunkt 2

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde eine Methode zur Optimierung von elektrischen Maschinen vorgestellt mit dem Ziel, die strukturdynamische Anregung zu reduzieren. Auf Basis der FE-Methode wurde für eine PSM ein elektromagnetisches und strukturdynamisches Modell erstellt, dessen Ansteuerung, Parametrierung und Auswertung über eine Matlab-Schnittstelle erfolgt.

Nach Durchführung einer modellbasierten Parameteridentifikation wurde die mehrkriterielle Maschinenoptimierung, auf Basis eines genetischen Algorithmus im elektromagnetischen Teilmodell durchgeführt. Hierbei galt es, die radialen und tangentialen Anregungskräfte sowie die Drehmomentwelligkeit zu reduzieren und das mittlere Drehmoment möglichst zu erhalten oder zu erhöhen. Um die Gesamtoptimierungszeit weiter zu reduzieren, wurde der Optimierer zusätzlich mit einem lösungsraumbeschreibenden Kriging-Metamodell kombiniert. Die Bewertung der jeweiligen Maschinenmodelle wurde durch einen Lösungsraum umgesetzt, der die definierten vier Zielgrößen in zusammengefassten Gewichtungsfunktionen beschrieb. Für die zielführenden Parameterkombinationen der Pareto-Front wurde eine weiterführende Bewertung durchgeführt. Diese umfasste eine Beurteilung des Maschinenkennfeldes im gesamten Betriebsraum und eine abschließende Bewertung der strukturdynamischen Verbesserung.

Die entwickelte Methode zur Optimierung der strukturdynamischen Anregung hat sich für die untersuchte Maschine als sehr effektiv erwiesen. Weitere Verbesserungen können sich im Hinblick auf die zusätzliche Generierung eines Wirkungsgradkennfeldes ergeben. Dadurch kann der mittlere Wirkungsgrad, bzw. der Energieverbrauch für festgelegte Fahrzyklen ermittelt und verglichen werden. Eine zusätzliche Verbesserung wäre auch die Integration einer weiteren Zielfunktion im Lösungsraum. Diese müsste die Auswirkungen aus Rotorfestigkeits- und strukturdynamischer Berechnung enthalten und würde die Darstellung des Potentials der unterschiedlichen Maschinenmodelle noch übersichtlicher gestalten.

### Literaturverzeichnis

- [1] H. Pohlheim, Evolutionäre Algorithmen, Springer, 1999.
- [2] J. F. Gieras, C. Wang, J. Cho Lai, NOISE OF POLYPHASE ELECTRIC MOTORS, Taylor & Francis Group, 2006.
- [3] H. O. Seinsch, Oberfelderscheinungen in Drehfeldmaschinen, B.G. Teubner, 1992.
- [4] M. Meyer, Wirkungsgradoptimierte Regelung hoch ausgenutzter Permanentmagnet-Synchronmaschinen im Antriebsstrang von Automobilen, Dissertation, Universität Paderborn, 2010.
- [5] J.-S. Ryu, M.-S. Kim, K.-J. Cha, T. H. Lee, D.-H. Choi, Kriging Interpolation Methods in Geostatistics and Dace Model, KSME International Journal, Vol 16, No. 5, 2002.
- [6] F. Bittner, Modellgestützte multikriterielle Optimierung von permanenterregten Synchronmaschinen für Hybrid- und Elektrofahrzeuge, Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg, Cuvillier Verlag, 2015.
- [7] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, T. Meyarivan, A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II, IEEE TRANSACTIONS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, Vol 6, No. 2, 2002.
- [8] F. Dräger, Schwingungsanalyse zur Früherkennung von Maschinenfehlern in elektrischen Fahrzeugantrieben, Dissertation, Universität Kassel, 2014.
- [9] F. Dräger, L. Brabetz, M. Ayeb, K. Siegel, Ein neuer rechenzeitorientierter Ansatz zur Entwicklung von Diagnose-Algorithmen für elektrische Fahrtriebe, 8. VDI-Fachtagung: Schwingungen in Antrieben, 2013.

# Systemparameteridentifikation und Model Updating in der Akustikprognose

**Björn Fath** M. Sc., Prof. Dr.-Ing. **Tarik Akyol**,  
Prof. Dr.-Ing. **Maurice Kettner**, Fakultät für Maschinenbau und  
Mechatronik – MMT, Hochschule Karlsruhe – Technik und Wirtschaft,  
Karlsruhe

## Kurzfassung

Die in dieser Ausarbeitung vorgestellte Vorgehensweise stellt eine Möglichkeit zum komponentenweisen Modellabgleich von Materialparametern, welche die modalen Eigenschaften beschreiben, dar. Diese Herangehensweise kann z. B. bei der Ausarbeitung von Prognoseverfahren zur Beurteilung des Körperschallverhaltens mittels FE-Analysen eingesetzt werden. Die Vorgehensweisen bei den numerischen und experimentellen Untersuchungen sowie dem automatisierten Modellabgleich werden erläutert.

## Abstract

A method for model updating of modal parameter influencing material properties at component level is explained. The procedure can be used at e. g. the development phase of forecasting methods assessing the structure-borne sound behavior via finite element analysis. The approaches regarding numerical and experimental analysis as well as the automated model updating process are explained.

## 1. Einleitung

Bei der Entwicklung akustischer Prognoseverfahren ist angestrebt, alle Aspekte der maschinenakustischen Grundgleichung (Krafterregung, Körperschall- und Abstrahlverhalten sowie Schalldruck; siehe [1]) oder Teilaspekte davon (z. B. alleinige Vorhersage des Körperschallverhaltens) zu berücksichtigen (siehe [2 - 11]). Es soll anhand der Vorhersageverfahren ermöglicht werden, die akustischen und schwingungstechnischen Eigenschaften von Objekten (z. B. von Getrieben und Fahrzeugen) bereits in der Entwurfsphase vorhersagen zu können. Da in dieser Phase einzelne Komponenten oder ganze Baugruppen noch nicht konstruiert bzw. experimentell vermessen wurden, ist der Modellabgleich des Gesamtprognoseverfahrens aufgrund des Fehlens von Messdaten zunächst nicht möglich. Besteht das Gesamtprognoseverfahren aus Untermodellen (z. B. Modelle für die Krafterregung, Körperschallverhalten,...) so wird die Möglichkeit gesehen einen Modellabgleich der Sub-Modelle bereits vor

Fertigstellung des Gesamtprognoseverfahrens durchzuführen. Und zwar dann, wenn bei der Entwicklung der Untermodelle diese anhand experimenteller Versuchsreihen validiert werden und somit Messdaten vorliegen.

Auf der Ebene des Körperschalls kann das schwingungstechnische Verhalten von Strukturen anhand des s. g. Körperschallmaßes beschrieben werden [1]. Dieses kann mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM) berechnet werden. Entscheidenden Einfluss hierbei haben die Lagen der Eigenfrequenzen der jeweiligen Struktur. In dieser Ausarbeitung wird beschrieben, wie die Materialparameter eines FE-Modells der Lüfterhaube eines Elektromotors anhand der Lage experimentell ermittelter Eigenfrequenzen abgeglichen wurden. Die methodische Vorgehensweise wurde im Wesentlichen anhand von [12 - 14] ausgearbeitet und zuvor an einer einfachen Struktur (Biegebalken) getestet. Der automatisierte Modellabgleich erfolgte mittels freien Programmen. Als abzugleichender Frequenzbereich wurde aufgrund von Voruntersuchungen [15 - 17] zunächst der Bereich unterhalb 1 kHz festgelegt.

## **2. Vorgehensweise bei numerischen und experimentellen Untersuchungen**

### **2.1. FE-Modell und experimentelle Identifikation der Systemparameter**

Im Rahmen von [15] wurde anhand einer Netzstudie ein FE-Modell der Lüfterhaube erstellt (siehe Bild 1 (links)). Anhand einer Blechprobe (Größe DIN-A4), aus dem originalen Lüfterhaubenwerkstoff, wurde die Dichte des Werkstoffes aus Gewicht und Volumen ermittelt und im FE-Modell berücksichtigt. Die Massen der Beschleunigungsaufnehmer, welche bei der experimentellen Modalanalyse eingesetzt wurden, wurden ebenfalls modelliert (Stichwort „Mass-Loading“; siehe [12, 18]). In der Simulation wurden neben den Eigenfrequenzen auch die Eigenvektoren der Auswertfreiheitsgrade, welche den Positionen der Beschleunigungsaufnehmer aus dem Experiment entsprachen, aufgrund einer stationären Frequenzganganregung mit einer Kraft von  $F = 1 \text{ N}$  berechnet. Die Erregerkraft wurde an dem Knoten angesetzt, an dem beim Experiment die Kraftanregung per Hammeranschlag erfolgte.

Der Aufbau für die experimentelle Modalanalyse (siehe Bild 1 (rechts)) wurde so konzipiert, dass die Lüfterhaube möglichst ohne Rückwirkungen des Versuchsstandes untersucht werden konnte. Die Aufhängung (Randbedingung) erfolgte weitestgehend frei. Um Rückkopplungen zu vermeiden, welche aufgrund der festen Verbindung zwischen Stinger und Prüfling bei der Verwendung eines Shakers auftreten können, wurde mittels Impulshammers angeregt. Somit konnten lokale Steifigkeitserhöhungen und daraus folgende Verschiebungen der Eigenfrequenzlagen verhindert werden (s. a. [12, 19]).

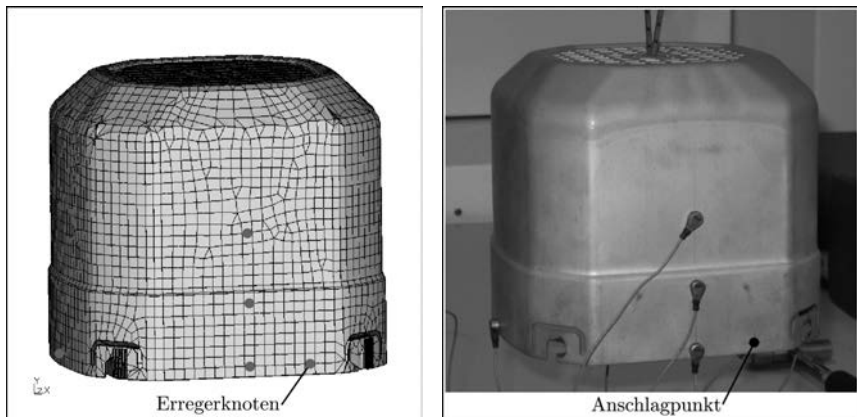


Bild 1: FE-Modell (links); Versuchsaufbau experimentelle Modalanalyse (rechts)

Die mit der Modalanalyse-Software ermittelten viskosen Dämpfungen wurden im FE-Model modelliert. Die experimentell ermittelten Eigenfrequenzen und Schwingformen wurden zur Korrelation der Moden und zum anschließenden Modellabgleich eingesetzt.

## 2.2. Kontrolle der gewählten Freiheitsgrade bezüglich Eignung

Die Eignung der zuvor gewählten Auswertungsfreiheitsgrade bezüglich ausreichender Anzahl und Lage zur Korrelation der Moden kann mittels dem s. g. AutoMAC-Kriterium geprüft werden. Hierbei werden die Schwingformen (z. B. der FE-Analyse) mit sich selbst korreliert. Es entsteht eine symmetrische Matrix, bei der die Diagonalen-Werte mit jeweils dem Wert 1 die Übereinstimmung der Moden verdeutlichen. Mit sinkender Anzahl an Auswertungsfreiheitsgraden steigt die Anzahl sich ähnlicher, nicht auf der Matrix-Diagonalen liegender Schwingformen [14]. Die AutoMACs der Eigenvektoren aus Simulation und Experiment sind in Bild 2 dargestellt. Es ist ersichtlich, dass im abzugleichenden Frequenzbereich nicht alle 10 Moden der Simulation experimentell detektiert wurden (Erläuterung siehe unten).

In Bild 2 (links) ist zu sehen, dass sich bei der Simulation die Moden 1 bis 8 deutlich voneinander unterscheiden. Moden 1 und 6 zeigen zwar eine große Ähnlichkeit auf, liegen aber mit einer Differenz von über 500 Hz so weit auseinander, dass eine Verwechslungsgefahr nicht besteht. Bezüglich der Schwingformen 9 und 10 ist jedoch eine Ähnlichkeit ersichtlich. Da Mode 10 experimentell nicht ermittelt wurde (s. u.) war dies vernachlässigbar.

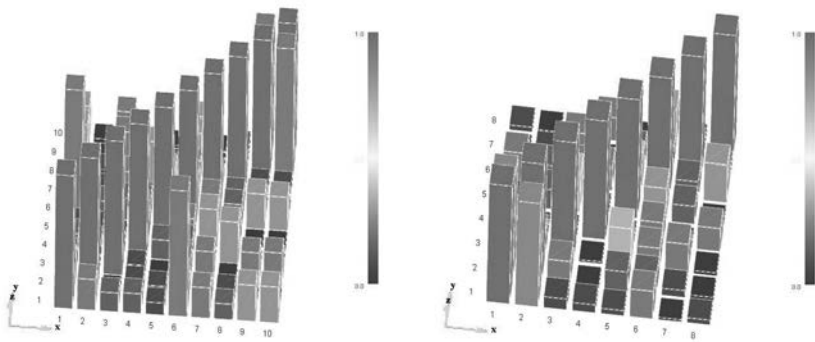


Bild 2: AutoMAC Simulation (links) und Experiment (rechts)

Die hohen Werte der ersten und zweiten experimentell ermittelten Eigenformen (Bild 2 (rechts)) weisen gegenüber den AutoMAC-Werten dieser Schwingformen aus der Simulation auf eine starke Ähnlichkeit dieser Moden hin. Dies wird damit begründet, dass im Experiment die Beschleunigungssensoren die Eigenvektoren in Normalenrichtung der Flächen erfassten, während diese bei den FE-Berechnungen mittels eines eigens programmierten Auswertalgorithmus anhand der komplexen Auslenkungen in Richtung der Hauptachsen des globalen Koordinatensystems des FE-Modells gebildet wurden.

Durch eine Erhöhung der Anzahl und entsprechenden Positionierung weiterer Auswertungsfreiheitsgrade hätte die AutoMAC-Matrix insofern verbessert werden können, dass die neben der Matrix-Diagonalen liegenden MAC-Werte und somit die Ähnlichkeiten der Schwingformen gesunken wären. Für die vorliegende Ausarbeitung wurde jedoch die Anzahl und Positionierung der Sensoren als akzeptabel erachtet.

### 2.3. Korrelation der Modenpaare für den Modellabgleich

Um für den Modellabgleich die zueinander gehörenden Modenpaare zu bilden wurde das MAC-Kriterium (siehe [12, 14]) anhand der Moden der Simulation und der experimentell ermittelten Schwingformen angewandt (siehe Bild 3). Die FE-Berechnung erfolgte in diesem Schritt noch unter Berücksichtigung der Literaturwerte für den Werkstoff Stahl ( $E = 210 \text{ kN/mm}^2$  und  $\delta = 7,85 \text{ g/cm}^3$  laut [20]) sowie einer angenommenen viskosen Dämpfung von  $\alpha = 0,003$ .

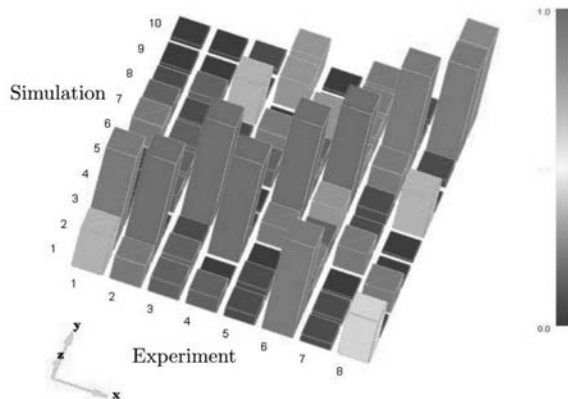


Bild 3: MAC-Kriterium Simulation vs. Experiment

Es hat zunächst den Anschein, dass Mode 1 des Experiments (ME1) eher Mode 2 der Simulation (MS2) entspricht, statt MS1. Der Grund für die starke Abweichung der ersten Eigenformen und die große Ähnlichkeit zwischen MS2 und ME1 ist insbesondere auf die unterschiedliche Ermittlung der Eigenvektoren (in Normalenrichtung beim Experiment; in Richtung des Hauptkoordinatensystems bei der Simulation) zurückzuführen.

ME3 und ME4 treten bezüglich MS3 und MS4 vertauscht auf. Es wird davon ausgegangen, dass anisotrope Materialeigenschaften, z. B. unterschiedliche E-Module aufgrund des Herstellungsprozesses (gewalztes Blech tiefgezogen), sowie unterschiedlich ausgeprägte Wandstärken diesen Effekt hervorrufen.

MS7 konnte experimentell nicht ermittelt werden, da beim Experiment keine Beschleunigungsaufnehmer an der entsprechenden Stelle positioniert waren, um diese Mode zu identifizieren. Ein Abgleich dieser Mode war jedoch auch nicht vorgesehen, da davon ausgegangen wird, dass die Schallabstrahlung des Gitters auf der Oberseite der Lüfterhaube im Vergleich zu der Schallabstrahlung der Gesamtoberfläche vernachlässigt werden kann.

Die MAC-Werte von ME8 und MS9 bzw. MS10 haben dieselbe Tendenz wie die AutoMAC-Werte der Simulation (siehe Bild 2 (links)). Daraus wurde der Schluss gezogen, dass es sich bei ME8 um MS9 handelt und somit MS10 im Experiment nicht bestimmt werden konnte.

Ursache könnte sein, dass diese Mode nicht angeregt wurde oder dass sie mit ME8 bei deutlich schwächerer Ausprägung überlagert war.

Aufgrund dieser Schlussfolgerungen wurden die Modenpaare entsprechend Tabelle 1 zugeordnet. Die MAC-Werte mit über 0,9 deuten im Wesentlichen auf richtig korrelierte Moden hin (s. a. [14]). Die Ursache für den niedrigen MAC-Wert der ersten Mode wurde oben erläutert. Die durchschnittliche Differenz der Eigenfrequenzen betrug vor dem Abgleich  $\Delta = -3,12\%$ . Darauf bezogen besaßen die Modenpaare MS1/ME1 und MS9/ME8 die größten prozentuellen Abweichungen.

Tabelle 1: Modepairtable Simulation / Experiment (Literaturwerte)

Simulation		Experiment		MAC	Differenz Frequenz	
Mode	Freq. [Hz]	Mode	Freq. [Hz]	[-]	$\Delta$ [Hz]	$\Delta$ [%]
MS1	108,60	ME1	107,39	0,37	1,21	1,13
MS2	155,30	ME2	161,64	0,98	-6,34	-3,92
MS3	330,83	ME4*	350,83	0,97	-20,00	-5,70
MS4	340,31	ME3*	344,35	0,97	-4,04	-1,17
MS5	529,47	ME5	540,33	0,97	-10,86	-2,01
MS6	621,69	ME6	654,67	0,97	-32,98	-5,04
MS7	662,91	**				
MS8	755,03	ME7	763,02	0,96	-7,99	-1,05
MS9	923,79	ME8	995,21	0,91	-71,41	-7,18
MS10	926,49	**				

\* Reihenfolge bezüglich MS3 bzw. MS4 aus Simulation vertauscht

\*\* Experimentell nicht ermittelt

### 3. Modellabgleich

Der Modellabgleich bezüglich der Dichte und der viskosen Dämpfungen der Eigenfrequenzen wurde bereits in Kapitel 2.1. erläutert. Zum Abgleich des E-Moduls wurden die Lagen der korrelierten Eigenfrequenzen aus Simulation  $\omega_i^{sim}$  und Experiment  $\omega_i^{exp}$  in der beim Modellabgleich zu minimierenden Zielfunktion implementiert (in Anlehnung an [12]):

$$f = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N \frac{\omega_i^{exp} - \omega_i^{sim}}{\omega_i^{exp}} \right). \quad (1)$$



Die Zielfunktion diente im Wesentlichen als Testfunktion zur Überprüfung des im Folgenden beschriebenen automatisierten Abgleichprozesses.

### 3.1. Automatisierung des Abgleichprozesses

Für den automatisierten Abgleichprozess (Schema siehe Bild 4) des E-Moduls kamen ausschließlich freie, neben Linux auch unter Windows laufende Programme zum Einsatz.

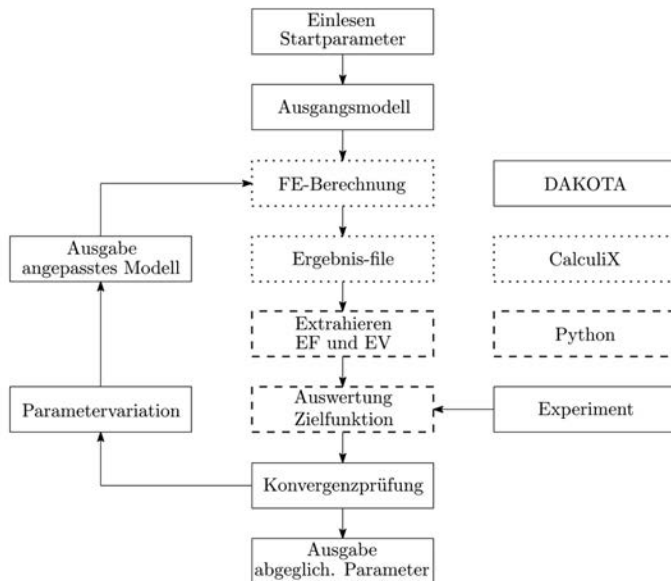


Bild 4: Schema automatisierter Abgleichprozess (in Anlehnung an [12])

Als Optimierer diente DAKOTA (Design Analysis Kit for Optimization and Terascale Applications) [21], die FE-Berechnungen erfolgten mittels dem Solver CalculiX [22, 23]. Das Extrahieren der für das Post-Processing benötigten Zahlenwerte aus dem Ergebnis-file und die Auswertung der Zielfunktion wurden durch eigens erstellte, in der Programmiersprache Python verfasste Skripte durchgeführt. Die Automatisierung des Abgleichprozesses wurde durch ein eigens erstelltes Interface ermöglicht. Der Abgleichprozess ist folgend beschrieben.

Zu Beginn des Modellabgleichs wird der Startwert des E-Moduls von DAKOTA ausgegeben, in das FE-Ausgangsmodell, welches im Input-Format verfasst ist, an die entsprechende Stelle kopiert und die FE-Berechnungen vom Interface gestartet. Nach Beendigung der Simulation werden aus dem vom Solver erstellten Ergebnis-file die abzugleichenden Eigenfrequenzen (EF) und Eigenvektoren (EV) der zuvor bestimmten Auswertungsfreiheitsgrade extrahiert. Die entsprechenden Eigenfrequenzen der Simulation werden mit den zuvor experimentell ermittelten Eigenfrequenzen der realen Lüfterhaube in der Zielfunktion (1) ausgewertet. Diese wird mittels eines non-linear least-squares Algorithmus (NL2SOL; siehe [21]) minimiert. Nach Konvergenzprüfung folgt entweder eine entsprechende, von DAKOTA gesteuerte Anpassung des E-Moduls, dessen Abgleich im FE-Modell und die Auswertungen, oder die Ausgabe des Zahlenwertes des abgeglichenen E-Moduls, welcher zum Minimum der Zielfunktion führt.

### 3.2. Gegenüberstellung der Eigenfrequenzen

In Bild 5 sind die prozentuellen Abweichungen der Lage der Eigenfrequenzen des FE-Modells dargestellt. Gezeigt sind die Unterschiede vor (Literaturwerte) und nach dem Modellabgleich (Optimierung Dichte + E-Modul) sowie die durchschnittliche Abweichung (Mittelwert) bezüglich der experimentell ermittelten Eigenfrequenzen.

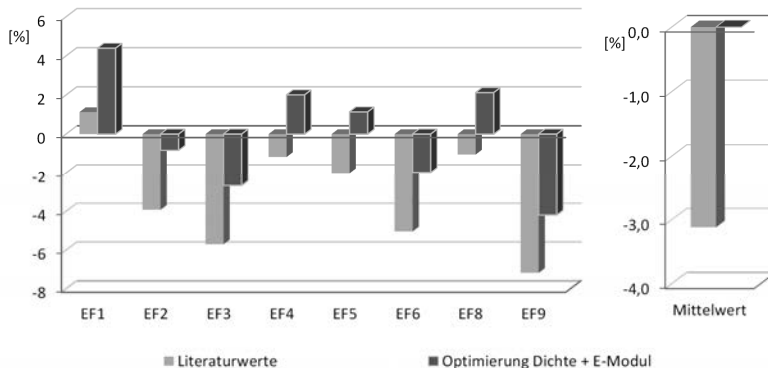


Bild 5: Abweichungen Eigenfrequenzen (EF) zwischen Simulation und Experiment

Während die durchschnittliche Ausgangsabweichung vor dem Modellabgleich  $\Delta = -3,12\%$  betrug, so konnte anhand des oben erläuterten Modellabgleichs der globale E-Modul so an-

gepasst werden, dass die mittlere Abweichung auf  $\Delta = 0,00\%$  gesenkt wurde. Der E-Modul betrug nach dem Abgleich  $E = 221,7 \text{ kN/mm}^2$ , was einer prozentuellen Erhöhung von ca. 5,6 % gegenüber dem Literaturwert entsprach.

Von den in [12] aufgeführten Ursachen für Abweichungen wird davon ausgegangen, dass Einflüsse des „FE-Modell[s ...] (Elementgröße, Elementansatz) [... und des] Versuchs[...] (Lagerung, Anregung [...])“ im betrachteten Fall vernachlässigbar sind. Die wesentlichen Ursachen für Unterschiede werden (inhomogenen) „Werkstoffeigenschaften (Dichte und E-Modul) [... sowie] Geometrieunterschiede[n] in Versuch und Simulation (CAD)“ zugesprochen. Insbesondere anisotropes Materialverhalten aufgrund des Herstellungsprozesses der Lüfterhaube (tiefgezogenes, zuvor gewalztes Blech) sowie herstellungsbedingte, unterschiedlich ausgeprägte Wandstärken werden als Hauptursachen für Abweichungen der Eigenfrequenzen und das Vertauschen einzelner Schwingformen (s. o.) identifiziert.

#### 4. Zusammenfassung und Ausblick

Das FE-Modell einer Lüfterhaube eines Elektromotors wurde anhand von Messdaten abgeglichen. Es wurden die wesentlichen Materialparameter angepasst, welche das schwingungstechnische Verhalten der Struktur beschreiben. Zunächst wurde die Dichte mittels einer Waage ermittelt. Anhand von Messdaten einer experimentellen Modalanalyse wurden die Eigenfrequenzen, Eigenvektoren und viskosen Dämpfungen bestimmt. Nach einem ersten Abgleich der Dichte und der viskosen Dämpfungen des FE-Modells wurde anhand der Lage der experimentell ermittelten Eigenfrequenzen, welche mit den Eigenfrequenzen der Simulation in einer Zielfunktion implementiert wurden, der E-Modul automatisiert abgeglichen. Die Zielfunktion diente gleichzeitig als Testfunktion um das Zusammenwirken der eingesetzten nicht kommerziellen Programme und den z. T. eigens verfassten Auswerteskripten zu kontrollieren. Der arithmetische Mittelwert der prozentuellen Abweichungen der Eigenfrequenzlagen von ursprünglich  $\Delta = -3,12\%$  beim FE-Ausgangsmodell konnte durch den Modellabgleich auf  $\Delta = 0,00\%$  herabgesetzt werden.

Bei der hier vorgestellten Vorgehensweise wurden zunächst die geometrischen Parameter des FE-Modells konstant gehalten. Gerade der Tausch zweier Eigenfrequenzen deutet jedoch darauf hin, dass herstellungsbedingte unterschiedlich ausgeprägte Wandstärken, welche einen erheblichen Einfluss auf die Biegesteifigkeit und somit die Lage der Eigenfrequenzen haben (siehe [24]), eingehender untersucht werden müssen. Hierzu wurde ein FE-Modell erstellt, bei dem im nächsten Schritt statt einer Anpassung globaler Materialparame-

ter nun lokale Wandstärken mittels einer Mehrparameter-Optimierung abgeglichen werden sollen. Es ist angestrebt in der Zielfunktion zusätzlich das MAC-Kriterium zu implementieren (z. B. gemäß [12]), sodass die Korrelation der Eigenmoden automatisiert erfolgt.

## 5. Danksagung

Unser Dank gilt allen, die in direkter und indirekter Weise zu dieser Ausarbeitung beigetragen haben. Dies sind insbesondere T. Goldschmidt und Dr.-Ing. R. Kimmich (Fa. SEW-EURODRIVE), Prof. Dr.-Ing. R. Schwab und Prof. Dr.-Ing. O.E. Bernhardt (HsKA) sowie das gesamte Team der Forschungsgruppe NVH/Driveability des Instituts für Produktentwicklung (IPEK) am Karlsruher Institut für Technologie (KIT).

## 6. Literaturliste

- [1] Kollmann, F.G., Schösser, T.F., Angert, R.: Praktische Maschinenakustik. Berlin: Springer 2006
- [2] Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V.: Schlussbericht zum Forschungsvorhaben Nr. 587 I: Schwingungsprognose Getriebefundament – Prognosemethodik für die Schwingungsanregung von Getrieben an der Schnittstelle Getriebefundament. Frankfurt 2014
- [3] Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit: Effiziente Prognose vibroakustischer Eigenschaften in der Schiffsentwurfsphase : EPES ; Abschlussbericht zum Teilvorhaben: System Level Simulation zur Prognose des vibroakustischen Verhaltens in der Schiffsentwurfsphase. Darmstadt, Hannover 2014
- [4] Novicos GmbH: Schlussbericht des Vorhabens: Effiziente Prognose vibroakustischer Eigenschaften in der Schiffsentwurfsphase : EPES ; Abschlussbericht zum Teilvorhaben: EFEM-Simulationswerkzeug zur Prognose von Strukturschwingungen und gekoppelter Schallausbreitung auf Schiffen. Hamburg, Hannover 2014
- [5] ThyssenKrupp Marine Systems GmbH: Effiziente Prognose vibroakustischer Eigenschaften in der Schiffsentwurfsphase : EPES ; Abschlussbericht zum Teilvorhaben: Entwicklung und Validierung eines Prognosewerkzeuges für Luftschallpegel in Schiffsräumen. Hamburg, Hannover 2014

- [6] Flensburger Schiffsbau-Gesellschaft mbH & Co. KG: Effiziente Prognose vibroakustischer Eigenschaften in der Schiffsentwurfsphase : EPES ; Abschlussbericht zum Teilvorhaben: Integration einer Untersuchungsmethodik zur Bestimmung auslegungsrelevanter Akustikparameter im Schiffsentwurf. Flensburg, Hannover 2014
- [7] Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik, TU Berlin: Effiziente Prognose vibroakustischer Eigenschaften in der Schiffsentwurfsphase : EPES ; Abschlussbericht zum Teilvorhaben: Simulations- und Analysewerkzeug zur schnellen Berechnung und Beurteilung dimensionierungs- und entwurfsrelevanter akustischer Eigenschaften schiffbaulicher Strukturen während der Schiffsentwurfsphase. Berlin, Hannover 2014
- [8] ThyssenKrupp Marine Systems GmbH: Effiziente Prognose vibroakustischer Eigenschaften in der Schiffsentwurfsphase : EPES ; Abschlussbericht zum Teilvorhaben: Entwicklung und Integration einer Untersuchungsmethodik zur Prognose der Körperschallwirkung auf die das Schiff umgebenden Medien. Kiel, Hannover 2014
- [9] Lürssen Werft GmbH & Co.KG: Effiziente Prognose vibroakustischer Eigenschaften in der Schiffsentwurfsphase : EPES ; Abschlussbericht zum Teilvorhaben: Verifizierung und Validierung neuer Verfahren zur Prognose der akustischen Eigenschaften von Schiffen. Bremen, Hannover 2014
- [10] Institut für Modellierung und Berechnung, TU Hamburg-Harburg: Effiziente Prognose vibroakustischer Eigenschaften in der Schiffsentwurfsphase : EPES ; Abschlussbericht zum Teilvorhaben: Entwicklung eines Simulationswerkzeuges zur akustischen Prognose auf Basis der Energie-Finite-Elemente-Methode mit Berücksichtigung unsicherer Parameter. Hamburg, Hannover 2014
- [11] Fachgebiet Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik SzM, TU Darmstadt: Effiziente Prognose vibroakustischer Eigenschaften in der Schiffsentwurfsphase : EPES ; Abschlussbericht zum Teilvorhaben: Akustische Optimierung und experimentelle Validierung von Schiffskomponenten. Darmstadt, Hannover 2014
- [12] Maier, T.: Ein Beitrag zur Erstellung komplexer strukturdynamischer Simulationsmodelle und deren Validierung mittels der 3D-Laservibrometrie. Forschungsberichte / IPEK; 53, IPEK Institut für Produktentwicklung: Karlsruhe 2012

- [13] Ewins, D.J.: Adjustment or updating of models. *Sadhana*, 2000, Volume 25, Ausgabe 3, 235-245
- [14] Ewins, D.J.: Model validation: Correlation for updating. *Sadhana*, 2000, Volume 25, Ausgabe 3, 221-234
- [15] Fath, B.: Akustische Untersuchung der Motorhaube eines Elektro-Motors. Hochschule Karlsruhe - Technik und Wirtschaft, Masterthesis 2014
- [16] Wirt, R.: Akustische Untersuchung einer Motorhaube unter Betriebslast. Hochschule Karlsruhe - Technik und Wirtschaft, Bachelorthesis 2015
- [17] Varga López, V.: Experimental Investigations Regarding the Acoustic Behaviour of E-Motor Fan-Covers. Hochschule Karlsruhe - Technik und Wirtschaft, Masterthesis 2015
- [18] Ewins, D.J.: Towards the Integration of Analysis and Test in Structural Dynamics, NAFEMS Seminar Simulation versus Test, 2006
- [19] Lee, J.C., Chou, Y.F.: The effects of stingers on receptance function measurements. *Journal of Vibration and Acoustics* 118, 1996, 220-226
- [20] Dresig, H., Holzweissig, F.: *Maschinendynamik*. 10. Aufl., Berlin, Heidelberg: Springer 2011
- [21] Adams, B.M., Bauman, L.E., Bohnhoff, W.J., Dalbey, K.R., Ebeida, M.S., Eddy, J.P., El-dred, M.S., Hough, P.D., Hu, K.T., Jakeman, J.D., Swiler, L.P., Vigil, D.M. and Wildey, T.M.: DAKOTA, A Multilevel Parallel Object-Oriented Framework for Design Optimization, Parameter Estimation, Uncertainty Quantification, and Sensitivity Analysis: Version 6.2 User's Manual. Sandia Technical Report SAND2014-4633, July 2014. Updated May 2015
- [22] Dhondt, G., Wittig, K.: CALCULIX - A Free Software Three-Dimensional Structural Finite Element Program. <http://www.calculix.de/>
- [23] Dhondt, G.: *The Finite Element Method for Three-Dimensional Thermomechanical Applications*. Hoboken, NJ: Wiley 2004
- [24] Möser, M.: *Technische Akustik*. 9., aktualisierte Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer 2012

## Modalanalyse an einem glasfaserverstärkten Kunststoff-Gehäuseteile

### Modal analysis of a casted plastic housing with short glass fiber reinforcement

Dipl.-Phys. **M. Hertkorn**, Dipl.-Ing. **P. Assogba**,  
Dipl.-Ing. **M. Bürgmann**, ZF Friedrichshafen AG, Friedrichshafen

#### Kurzfassung

Faserverstärkte Kunststoffe haben im Vergleich zu klassischen Werkstoffen wie Stahl oder Aluminium viele Vorteile hinsichtlich Leichtbau, Dämpfung und Kosten, weswegen der Werkstoff in der Automobilindustrie vermehrt eingesetzt wird. Für die Abbildung der Steifigkeit des Bauteils in der Berechnung ist die Faserorientierung entscheidend. Gerade für lokale Schwingungseffekte, die für die Akustik von Bedeutung sind, ist die korrekte Abbildung dieser Orientierungsvektoren in der dynamischen Berechnung notwendig.

Es wird gezeigt, wie man mit einer experimentellen Modalanalyse die Moden eines Bauteils bestimmen und diese mit einem Simulationsmodell mit und ohne Berücksichtigung der Faserorientierung abgleichen kann. Die Faserorientierung kann dabei auf Basis einer Spritzgussimulation bestimmt werden.

Anhand dieser Ergebnisse lässt sich ableiten, bis zu welchen Frequenzen sinnvolle Prognosen auf Basis von FE-Ergebnissen möglich sind und ab welchen Frequenzen Effekte wie Fertigungsstreuung relevant werden können.

#### Abstract

Short glass fiber reinforced plastics have a lot of advantages in comparison to classic materials like steel or aluminum regarding lightweight design, damping and costs, which is why the material is being used more often in automotive engineering. To model the stiffness of a plastic part with glass fiber in simulations, the fiber orientation is crucial. Especially when it comes to local vibrations which have a high influence on acoustics, the modeling of the orientation vectors in dynamic simulations is necessary.

It is shown how one can identify the modes of a plastic part using experimental modal analysis and how these modes match with the simulated modes with and without consideration of

fiber orientation. The orientation of the fibers is simulated using a plastic injection molding analysis.

Based on these results, one can estimate up to which frequency the finite element simulation can predict the dynamic behavior of a plastic part and from which frequencies onward effects like variances in the production process become relevant.

## 1. Ziel der Untersuchung

Die Motivation dieser Untersuchung ist der Bedarf einer Vorhersage für die Akustik von einem Seilzug samt Schalthebel und dessen Gehäuse mit Innenteilen (siehe Bild 1). Die Anregung erfolgt dabei durch Schwingungen des Getriebegehäuses, welche über den Seilzug übertragen werden. Das relevante Ergebnis ist der Luftschall, der vom Schaltungsgehäuse in den Fahrerrinnenraum abgestrahlt wird. Die Schaltungsgehäuse sind aus glasfaserverstärktem Kunststoff gegossen. Für die Schallabstrahlung sind lokale Schwingungseffekte von besonderer Bedeutung, weswegen die Gehäuseteile sehr präzise modelliert werden müssen. Für komplexe Systeme bietet es sich an, erst Einzelteile zu untersuchen und die Berechnung über Versuche zu validieren. Die validierten Einzelteile werden dann zu einem Gesamtmodell zusammengebaut.

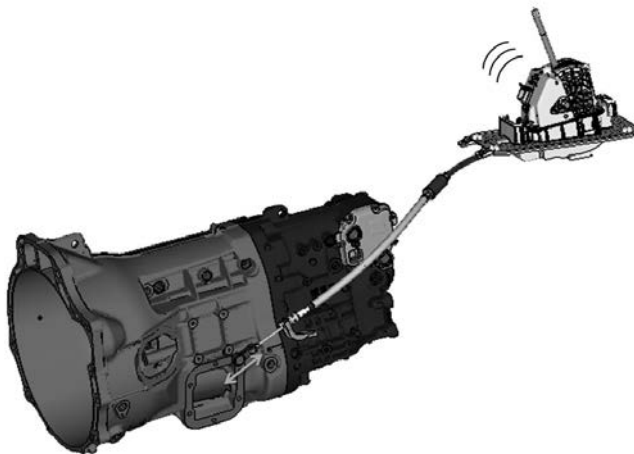


Bild 1: Der Seilzug wird getriebeseitig angeregt, relevant ist die Schallabstrahlung am Schaltungsgehäuse. Der Seilzug schmiegt sich in der Mitte an das Getriebegehäuse an.



Glasfaserverstärkte Kunststoffe haben eine lokale, richtungsabhängige Steifigkeit. Lokale Steifigkeitsschwankungen haben prinzipiell nicht nur einen Einfluss auf das lokale, sondern auch auf das globale Schwingverhalten des Bauteils. Es stellt sich die Frage, mit welchem Detaillierungsgrad die Glasfasern im FE-Modell abgebildet werden müssen, um eine aussagekräftige, rechnerische Prognose der dynamischen Eigenschaften von Spritzgussbauteilen mit Glasfaserverstärkung zu ermöglichen. Genügt es, einen mittleren Steifigkeitswert für das anisotrope Material anzunehmen und es als isotropes Material in der Berechnung abzubilden?

Die Berechnung kann bei gegebenen Randbedingungen die Schallabstrahlung korrekt prognostizieren. Die Randbedingungen sind vor allem durch unsichere Fertigungsparameter gegeben, welche von einem Bauteil zum nächsten bereits stark streuen können.

Es soll versucht werden, mit einer experimentellen Modalanalyse das Berechnungsmodell zu verifizieren bzw. die Parameter in der Berechnung anzupassen, um eine möglichst gute Übereinstimmung mit dem Versuch zu erhalten.

## 2. Pretest-Analyse

Eine Pretest-Analyse verrät bereits vor einer Messung, ob und wie diese gelingen kann. Ebenso kann hiermit die Effizienz der experimentellen Modalanalyse erhöht werden, da Anschlagpositionen in Schwingungsknoten vermieden werden können. Daher wird vor der Messung bereits ein FE-Modell aufgebaut und ein isotropes Materialverhalten angenommen. Als Pretest-Methode kommt „Normalized Modal Displacements“ (NMD) und „Sensor Eliminating with MAC-Matrix“ (SEAMAC) zum Einsatz. Beide Funktionen sind in der Software FEM-Tools [1] implementiert.

Die rechengestützte Pretest-Analyse beruht auf Annahmen, in diesem Fall zum Beispiel auf der Annahme eines isotropen Werkstoffs. Daher werden anschließend mit „Ingenieurverstand“ weitere Anschlagpositionen gesetzt, um ein umfassenderes Bild des Bauteils zu erhalten. Bei einer Hammermessung sind zusätzliche Anschlagpositionen nicht teuer, daher können hier auch Positionen gewählt werden, die später für ein besseres Verständnis der Schwingform bei der animierten Darstellung beitragen.

Als Kontrolle der gewählten Anschlagpositionen wird rechnerisch die AutoMAC-Matrix erzeugt, die geringe Nebendiagonalterme aufweisen muss (Bild 2).

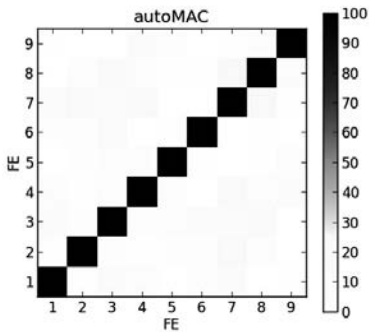


Bild 2: Die AutoMAC-Matrix einer der Gehäusehälften bezüglich der gewählten Anschlagpositionen.

### 3. Hammermessung

Für die experimentelle Modalanalyse wird eine klassische Hammermessung mit Impulshammer und Beschleunigungsaufnehmern durchgeführt. Auf das Bauteil werden drei einachsiale Beschleunigungsaufnehmer (10 mV, Klebstoff X60) geklebt. Anschließend werden alle gewählten Anschlagpositionen mit dem Impulshammer angeschlagen, darunter auch die drei Positionen mit geklebten Beschleunigungsaufnehmern.

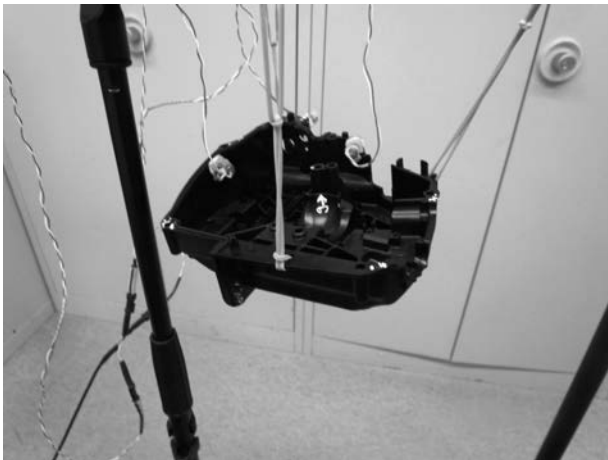


Bild 3: Eine Gehäusehälfte wird an Gummiseilen aufgehängt und drei Aufnehmer messen die Beschleunigungen.

Als Messinstrument kommt ein MKII von Müller BBM [2] zum Einsatz, als Messsoftware wird PAK [3] eingesetzt. In Bild 4 sind exemplarisch zwei gemessene Frequenzgänge gezeigt und der dazugehörige Übertragungspfad sowie die Kohärenz. Es wird ein Frequenzbereich bis 2500Hz betrachtet.

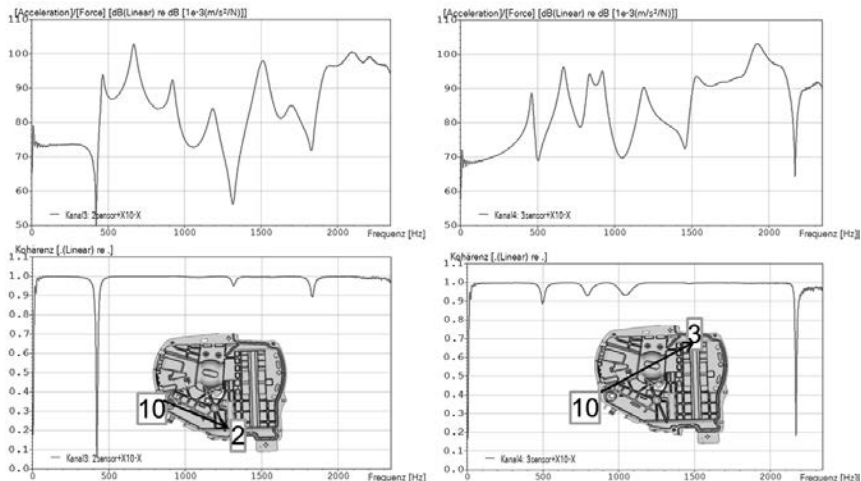


Bild 4: Oben sind die Übertragungsfunktionen vom Einschlagpunkt 10 zu den Sensorpositionen 2 und 3 gezeigt. Unten die dazugehörige Kohärenz, welche bis 2500Hz keine Probleme zeigt. Gezeigt sind auch die Übertragungspfade.

Aus diesen Daten lassen sich die ersten Moden extrahieren. Hierzu wurde die Software MEScope [4] eingesetzt.

Select Mode	Frequency Hz	Damping (%)	Residue Mag	Residue Phs (deg)	Modal Participation
1	463	1,76	2,9E+04	-179	-4X: 1,00
2	668	2,27	1,55E+04	177	-4X: 1,00
3	832	1,83	2,68E+04	-177	-4X: 1,00
4	922	1,5	731	-32,7	-4X: 1,00
5	1,19E+03	1,94	2,22E+03	160	-4X: 1,00
6	1,48E+03	0,933	1,16E+03	58,7	-4X: 1,00
7	1,53E+03	0,293	507	153	-4X: 1,00
8	1,7E+03	0,366	1,76E+03	-179	-4X: 1,00
9	1,92E+03	1,8	5,25E+03	-94,7	-4X: 1,00
10	2,19E+03	1,39	5,18E+03	167	-4X: 1,00

Bild 5: Screenshot aus dem Programm MEScope mit den extrahierten Moden.

Wie bereits eingangs erwähnt, können beim Spritzgussprozess Streuungen auftreten. Um dieses Phänomen zu untersuchen, werden aus einer Charge von Gehäuseteilen fünf gleiche Gehäuseteile separat untersucht. Für diese Untersuchung wird lediglich ein einzelner Sensor geklebt, um den Einfluss der Messtechnik auf das Ergebnis und die damit verbundene Streuung zwischen mehreren Messungen gering zu halten. Es wird auch nur eine Position angeschlagen, womit sich eine Übertragungsfunktion ergibt. Diese Übertragungsfunktion mitsamt der dazugehörigen Kohärenz ist in Bild 6 dargestellt.

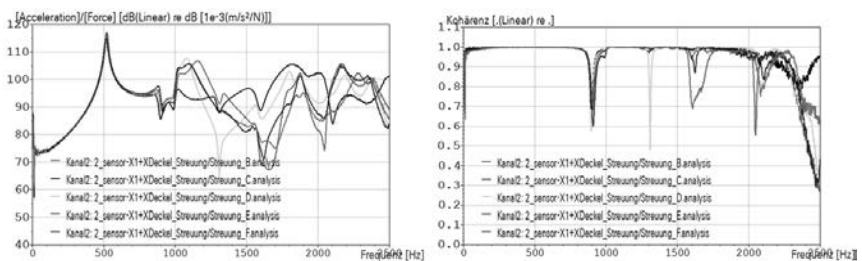


Bild 6: Gleiche Übertragungsfunktionen für mehrere Bauteile aus derselben Charge. Ab 1000Hz gibt es deutliche Abweichungen.

Wie zu sehen ist, weichen die Übertragungsfunktionen ab 1000Hz deutlich voneinander ab. Für die Ursache dieser Abweichung gibt es mehrere Erklärungen:

- 1) Beim Anschlagen der Bauteile mit dem Hammer wurde die Anschlagposition nicht exakt gleich getroffen. Dies ist jedoch unwahrscheinlich, da jedes Bauteil mehrfach an derselben Stelle angeschlagen wurde und die Unterschiede zwischen den einzelnen Schlägen deutlich geringer sind.

- 2) Die Befestigungsart (Menge Klebstoff, Befestigungsfläche) der Sensoren variiert von Bauteil zu Bauteil oder die Position des Sensors ist leicht unterschiedlich. Da 5 Prüflinge untersucht wurden und sich jedes Mal ein anderes Bild zeigt, ist auch dies unwahrscheinlich.
- 3) Die Faserorientierung der Bauteile weicht ab, also die Teile härten unterschiedlich schnell aus beim Gießen, was zu anderen Faserrichtungen führen kann, oder die Fließfront breitet sich unterschiedlich aus.

Es lässt sich also folgern, dass der 3. Punkt, nämlich die Faserorientierung, die Ursache für die gefundenen Streuungen darstellt.

#### 4. Abgleich mit Simulation

Für den Abgleich mit der Simulation ist es äußerst wichtig, die Sensormassen im Simulationsmodell mit zu berücksichtigen. Wie in Bild 7 zu sehen ist, ermöglicht erst die Abbildung der Sensormassen einen sinnvollen Abgleich mit der Messung. Die verwendeten Sensoren haben eine Masse von 2g pro Sensor, das Gehäusebauteil wiegt 216g.

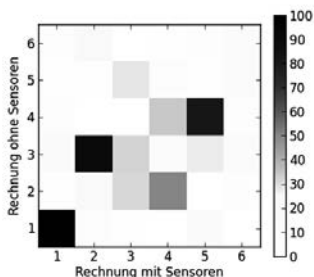


Bild 7: MAC-Matrix zwischen Rechnungen mit und ohne Sensormassen. Die Sensormassen haben einen extrem hohen Einfluss auf die Eigenformen, sodass keine vernünftige Zuordnung der Moden möglich ist, wenn man die Sensormassen in der Berechnung ignoriert.

Für den Abgleich wird ein sehr fein vernetztes FE-Modell verwendet, um Einflüsse von einer groben Vernetzung auszuschließen.

Zunächst wird ein isotropes Materialverhalten angenommen. Der verwendete E-Modul spielt dann keine Rolle bezüglich der Modenformen, lediglich für die Eigenfrequenzen. In Bild 8 ist die MAC-Matrix zwischen Messung und Berechnung für die ersten 5 Moden für isotropes Material gezeigt. In Tabelle 1 sind die Eigenfrequenzen sowie die MAC-Werte aufgelistet.

Neben dem niedrigen MAC-Wert der 2. Mode von 61% zeigt sich auch, dass die Eigenfrequenzen unterschiedlich viel voneinander abweichen. Würden die Frequenzen alle um einen einheitlichen prozentualen Frequenzbetrag voneinander abweichen, könnte man die Frequenzen durch Anpassung der E-Moduln leicht aufeinander bringen.

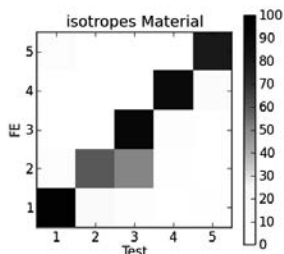


Bild 8: MAC-Matrix zwischen Rechnung (FE) und Messung (Test). Bereits die 2. Mode zeigt deutliche Abweichungen.

Tabelle 1: Vergleich der ersten Moden von Berechnung und Messung für isotropes Material

Eigenfrequenz [Hz] FEA	Eigenfrequenz [Hz] EMA	Diff. (%)	MAC (%)
403	463	-13	98
611	667	-8	61
659	832	-21	93
755	922	-18	83
912	1186	-23	81
1140	1476	-23	75
1302	1696	-23	72
1454	1920	-24	79

Eine Spritzgussimulation mit Moldex3D [5] liefert für die Strukturdynamiksimulation die nötigen anisotropen Materialdaten [6].

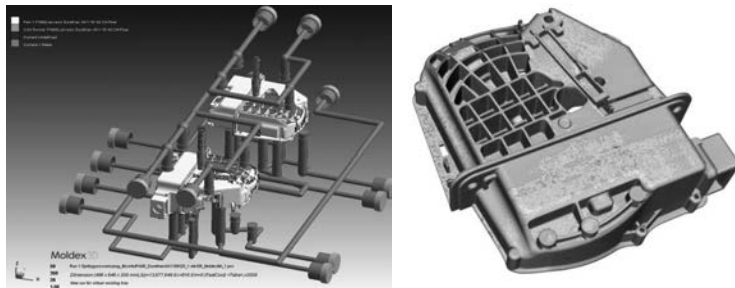


Bild 9: Links: Screenshot des Modellaufbaus der Spritzgussimulation in Moldex3D.  
Rechts: Ergebnis der Spritzgussimulation, dargestellt ist der Orientierungsgrad der Elemente.

Wird nun das Modell mit anisotropem Material der Messung gegenübergestellt, ergibt sich ein besserer Abgleich, wie in Bild 11 dargestellt. Die neuen Eigenfrequenzen und MAC-Werte sind in Tabelle 2 dargestellt.

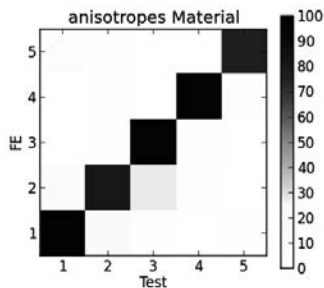


Bild 10: MAC-Matrix zwischen Rechnung und Messung für anisotropes Material mit einer deutlich besser ausgeprägten Diagonalform.

Tabelle 2: Vergleich der ersten Moden von Berechnung und Messung  
für anisotropes Material

Eigenfrequenz [Hz] FEA	Eigenfrequenz [Hz] EMA	Diff. (%)	MAC (%)
384	463	-17	98
572	667	-14	81
630	832	-24	96
714	922	-23	96
864	1186	-27	77
1017	1476	-31	32
1222	1696	-28	71
1339	1920	-30	84

Es ist zu erkennen, dass die 2. Eigenform nun einen MAC-Wert von 81% aufweist, welcher deutlich besser ist als bei der Annahme eines isotropen Werkstoffs. Auch verringern sich die Abstände der Frequenzunterschiede untereinander.

## 5. Fazit/Ausblick

Der Einfluss der Messtechnik darf bei einem Abgleich mit der Berechnung nicht außer Acht gelassen werden, insbesondere die Masse der Sensoren.

Streuungseffekte des Spritzgussvorgangs sind bei glasfaserverstärkten Kunststoffen deutlich vorhanden. Um diese Effekte in der Simulation abbilden und mit den Messergebnissen abgleichen zu können, muss die Prozesskette von der Spritzgussimulation bis zur Dynamikberechnung automatisiert werden. Prinzipiell sind dann nämlich die aus dem Versuch bekannten statistischen Methoden wie DoE auch in der Simulation anwendbar, um eine Schar an streuungsbehafteten Parametern zu untersuchen.

Die Spritzgussimulation basiert auf einem Basismaterial mit E-Modul für die Matrix (PA66) und die Fasern (Glas). Bisher wurde nicht untersucht, ob eine Änderung des E-Moduls der Fasern bei Beibehaltung des E-Moduls der Matrix zu einer noch besseren Übereinstimmung mit der Messung führt. Über diese Herangehensweise können die Werkstoffdaten, auf denen die Spritzgussimulation basiert, angepasst werden. Da in Zukunft Simulationsprognosen für Bauteile aus glasfaserverstärkten Kunststoffen benötigt werden, ist es erforderlich, einen validierten Werkstoff (E-Modul, Querkontraktionszahl, Dichte) für die Glasfasern und die Matrix abzuleiten, der sich für Strukturdynamikuntersuchungen eignet. Die Unsicherheiten bei dieser Berechnung beschränken sich jedoch nicht nur auf die Definition der Materialparame-



ter. Weitere Parameter mit eventuell großem Einfluss auf die Faserorientierung (beispielsweise Einspritzgeschwindigkeit beim Gießen), müssen ermittelt und untersucht werden, um die Prognosefähigkeit der Berechnung zu optimieren.

## 6. Literaturangaben

- [1] [www.femtools.com](http://www.femtools.com)
- [2] [www.muellerbbm.de](http://www.muellerbbm.de)
- [3] [www.muellerbbm-vas.de](http://www.muellerbbm-vas.de)
- [4] [www.vibetech.com](http://www.vibetech.com)
- [5] [www.moldex3d.com](http://www.moldex3d.com)
- [6] Die Basis-Materialdaten für Matrix und Glasfaser wurden aus den Materialdatenbanken von Moldex3D und Digimat ([www.mscsoftware.com/de/product/digimat](http://www.mscsoftware.com/de/product/digimat)) entnommen.



# Parameteridentifikation für leichte Strukturen im Bauwesen

Dr.-Ing. **Johannes Guggenberger**, Müller-BBM GmbH, Planegg;  
**Axel Greim** M.Sc., Dr.-Ing. **Martin Buchschmid**,  
Univ.-Prof. Dr.-Ing. **G. Müller**, Lehrstuhl für Baumechanik, TU München

## Kurzfassung

Zunehmend werden mehrstöckige Objekt- und Zweckbauten in Leichtbauweise ausgeführt. Die Bemessung stellt eine Herausforderung hinsichtlich Baudynamik und Schwingungsanfälligkeit dar. Eine Holzbalkendecke ist ein inhomogenes Gefüge mit orthotropen Materialeigenschaften, das mit einer Vielzahl von unsicheren Parametern wie der Steifigkeit und Dämpfung des Holzwerkstoffes und der Verbindungsmittel behaftet ist. Um Erfahrungswerte für die Parameter zu gewinnen, bietet sich daher die indirekte Parameteridentifikation mit Hilfe der computerunterstützten Modellanpassung an. Anhand zweier Beispiele wird die Vorgehensweise vor dem Hintergrund der Besonderheiten im dynamischen Verhalten von orthotropen Leichtbaudecken aufgezeigt.

## Abstract

A trend towards light-weighted structures in civil engineering can be observed. In most cases the structural components consist of inhomogenous orthotropic material with considerable uncertainties of stiffness, damping and boundary conditions. The serviceability linked with vibrations is a key issue for such light-weighted structures especially for timber slabs. In particular in a frequency range beneath 100 Hz these structures are prone to pedestrian induced vibrations, footfall noise as well as re-radiated sound. Model updating is applied on Finite Element Models (FEM) correlated to experimental modal analysis data (EMA) to gain experience on modelling parameters. Two examples are discussed with the focusing on the dynamic behaviour of orthotropic light-weighted structures.

## 1. Anregung von Holzbaudecken

Um der Schwingungsanfälligkeit von leichten Holzbaudecken Rechnung zu tragen, werden in der Normung diesbezüglich spezielle Nachweise für die Bemessung gefordert, um die Erschütterungsbelastung einzugrenzen [1].

Neben den Erschütterungen wird auch Trittschall angeregt, der bei Holzbalkendecken zu Dröhneffekten im Frequenzbereich unterhalb von 100 Hz führt.

## 2. Durchgeführte Untersuchungen

Um die Prognostizierbarkeit der Dynamik von Holzbaudecken im Frequenzbereich unter 100 Hz eingehender zu untersuchen, bietet sich eine detaillierte Simulationsbetrachtung an, die anhand von Messungen validiert wird. Eingehende messtechnische Untersuchungen wurden im Rahmen des von der AiF unterstützten Forschungsprojektes "VibWood" hierfür im Prüfstand der Hochschule Rosenheim durchgeführt und in Zusammenarbeit mit der TU-München, Lehrstuhl für Baumechanik ausgewertet [2]. Die Prüfstandsversuche haben den Vorteil, dass damit weitgehend bekannte Auflagerbedingungen geschaffen werden können und sich somit die Modellunsicherheiten auf die Deckenkonstruktion selbst beschränken. Zusätzlich wurde ein speziell betroffenes Deckensystem in einem Bürogebäude untersucht, um die Eignung von FE-Simulationen auch in einem baupraktischen Anwendungsfall zu bewerten.

Die Problemstellung eignet sich ebenfalls, um verschiedene Strategien mit Optimierungs- bzw. Anpassungsverfahren in der praktischen Anwendung zu veranschaulichen.

## 3. Modeldecke im Prüfstand

### 3.1 Systembeschreibung

Im Prüfstand wurde eine Brettschichtholzdecke in 5 Lagen mit einer Gesamtdicke von 105 mm aus insgesamt 4 Paneelen mit den Abmessungen  $l \times b = 550 \text{ cm} \times 137 \text{ cm}$  eingebaut. Die Bretterlagen sind kreuzweise eingebaut und verleimt. Die Stoßfugen innerhalb einer Bretterschicht sind nicht verleimt. Die Paneele wurden nach den Messungen an jedem Einzelpanel mit Furnierschichtholzbrettern verschraubt (Bild 1). Die Paneele sind einseitig gespannt und wurden auf Elastomerstreifen gelagert. Um ein Abheben in den Ecken zu verhindern, wurde der Auflagerrand der Paneele zwischen Elastomerlagern eingespannt.

In der Praxis wird für Schnittholz ein orthotropes bzw. transversal-isotropes Werkstoffgesetz angenommen, wobei die Eigenschaften in beiden Richtungen quer zur Faserrichtung gleich gesetzt werden. Die Elastizitätsmodule werden in der Literatur für das verwendete Holz angegeben mit:

$$E_{\parallel} = 9700 \dots 11200 \text{ N/mm}^2; E_{\perp} = 400 \dots 800 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{\parallel\perp} = 400 \dots 600 \text{ N/mm}^2; G_{\perp\perp} = 40 \dots 80 \text{ N/mm}^2; \nu_{\parallel\perp} = 0,01 \dots 0,07$$

$\parallel$  parallel zur Faserrichtung,  $\perp$  senkrecht zur Faserrichtung

Der dynamische E-Modul des Elastomers wird vom Hersteller belastungs-, frequenz- und formfaktorabhängig mit ca.  $4,0 \dots 6,0 \text{ MN/m}^2$  angegeben.

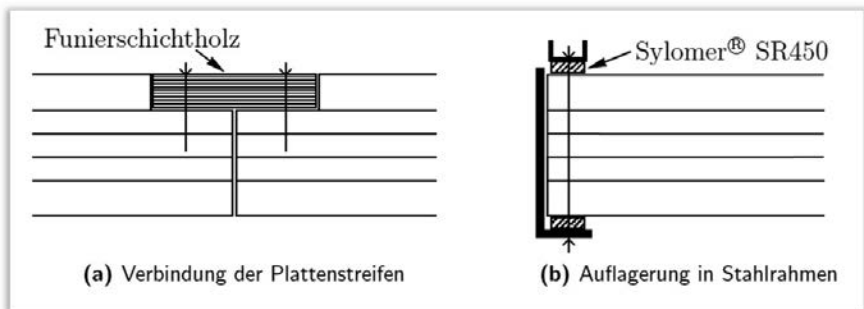


Bild 1: Detail der Verbindung der Paneele, Elastomerlagerung mit Verspannung am Auflager

### 3.2 Messungen

Zur Durchführung der Messungen für eine experimentelle Modalanalyse wurde ein elektrodynamischer Schwingerreger verwendet. Die Moden wurden u.a. für alle vier Einzelpaneele und für vier gekoppelte Paneele an je 36 bzw. 144 Messpunkten ausgewertet. Die Schwingungsantwort wurde in vertikaler Richtung gemessen. Die Streuung der elf Eigenfrequenzen bis 140 Hz der vier einzelnen Paneele lagen im Bereich 1 % .. 3 %, bei einer höheren Mode bis zu 6 %.

### 3.3 FE-Modell

Die einzelnen Schichten der Bretterlagen und das Elastomer wurden mit 8-knotigen Volumenelementen mit einer Elementlänge von 100 mm modelliert [3]. Die Randverspannung zwischen den Elastomeren ist über Zwangsbedingungen nachgebildet. Die Kopplung der Paneele erfolgt über diskrete Federelemente mit angenommenen Initialwerten von 1E5 N/m bei einer Teilung von 10 cm. Berechnet wurden die Moden bis 200 Hz.

### 3.4 Modellanpassung

Als Residuen wurden die Abweichungen in den Eigenfrequenzen der korrelierten Moden verwendet. Mit den genannten Ausgangsparametern wurde eine mittlere Abweichung der Absolutdifferenzen von acht korrelierten Moden von ca. 8,6 % berechnet.

Als Updating-Parameter wurden die E-Moduli und Schubmoduli des Holzes für die beiden Lagen ( $=2 \times 6$ ), sowie der E-Modul Elastomers vorgegeben. Insgesamt liegen somit 13 globale Parameter vor. Die unabhängigen Steifigkeitsparameter eines orthotropen Materialmodells werden für das Holz durch Zusammenfassen mittels Zwangsbedingungen der anatomischen

Richtungen „radial“ und „tangential“ zu einer Richtung „senkrecht zur Faserrichtung,  $\perp$ “ reduziert (transversal-isotropes Material). Auf die Anpassung der Querdehnzahlen wurde verzichtet, da vorab keine maßgebende Sensitivität festgestellt wurde. Das Gleiche gilt für den Schubmodul und die Querdehnzahl des Elastomers. Netto ergeben sich mit den Zwangsbedingungen fünf unabhängige Parameter:

E-Modul Elastomer,

$E_{\parallel}$  und  $E_{\perp\perp}$  sowie  $G_{\parallel\perp}$  und  $G_{\perp\perp}$  der Bretterlagen mit acht Zwangsbedingungen (bzw. Gleichheits-Nebenbedingungen  $H(x)$  für den Optimierer).

Bei der Eingabe der Querdehnzahlen in das FE-System ist zu beachten, dass es bei einem orthotropen Materialmodell drei unabhängige Querdehnzahlen gibt. Je nach FE-Programm muss die Eingabe von  $\nu_{ij} = \nu_{ji} E_i / E_j$  ggf. explizit berücksichtigt werden. Die Werte müssen dann ebenfalls mittels der E-Module mit Nebenbedingungen gekoppelt werden.

### Gradientenbasierte Methoden (Methoden 1. Ordnung)

Als effizienteste Methoden bieten sich gradientenbasierte Verfahren an. Meist wird als Zielfunktion eine quadratische Fehlernorm z.B. der Frequenzabweichungen verwendet. In der einfachsten Form werden die Gradienten der einzelnen Zielfunktionen zu den Parametern berechnet. In der allgemeinen Form geschieht dies über eine Parameterperturbation. Für jeden Parameter ist damit ein Lösungsdurchlauf für das gesamte Gleichungssystem erforderlich.

Wesentlich ergonomischer ist die Verwendung geschlossener Formulierungen. Z.B. kann die Sensitivität von Eigenfrequenzen aus einer impliziten Ableitung des Eigenwertproblems für viele Parameter hergeleitet und dargestellt werden. Ist es nicht möglich, einzelne Matrizeneinträge geschlossen nach Parametern abzuleiten, besteht alternativ die Möglichkeit, über Perturbation genäherte Ableitungen der Matrizeneinträge zu berechnen, aus denen wiederum die Sensitivitäten geschlossen bestimmt werden können. Diese Vorgehensweise wird z.B. für die orthotropen Eigenschaften gewählt. Damit wird der Prozess etwas verlangsamt, der Effizienzverlust ist jedoch hinnehmbar in Gegenüberstellung zur wesentlich aufwändigeren expliziten Berechnung der Zielgrößengradienten über Perturbation.

Die Software FEMtools [4] beinhaltet feste Algorithmen zur Bestimmung von Sensitivitäten für Eigenfrequenzen, MAC-Werte, modale Verschiebungen an einzelnen Freiheitsgraden, lokalen Dehnungen etc. Bild 4 zeigt exemplarisch eine Sensitivitätsmatrix der Sensitivitäten von acht Eigenfrequenzen und acht MAC-Werte der korrelierten Moden (16 Responses) gegenüber 15 Parametern (incl. 2 x Querdehnzahl).

## Parameterschätzung

Zur Bestimmung der Parameteränderung muss die Sensitivitätsmatrix invertiert werden. Da die Matrix in der Regel nicht quadratisch vorliegt, kommt die Methode der kleinsten Quadrate zum Einsatz, die in Matrizenform durch die Pseudo-Inverse dargestellt wird.

Bei dieser durchgängigen Vorgehensweise können jedoch Probleme auftreten. Zum einen kann die Sensitivitätsmatrix bei Verwendung von Zielgrößen und Parametern unterschiedlicher Dimensionen Einträge in unterschiedlichen Größenordnungen haben, was zu einer schlechten Konditionierung führen kann. Zum zweiten werden durch die Invertierung und der anschließenden Neuberechnung der Parameteränderungen Parameter mit geringer Sensitivität entsprechend größeren Änderungen unterworfen. Dem ersten Problem wird durch die Normierung der Sensitivitätsmatrix durch Multiplikation mit den Parametern bzw. Division der Zielgrößen erreicht. Weiterhin kann die Konditionierung der Parameteranpassung durch Wichtungsmatrizen gesteuert werden, in denen Annahmen zur Streuung von Parametern und Zielgrößen relativ zueinander Eingang finden. Minimiert wird dann die Fehlernorm:

$$f = \Delta \mathbf{R}^T \mathbf{C}_R \Delta \mathbf{R} + \Delta \mathbf{P}^T \mathbf{C}_P \Delta \mathbf{P} \quad (1)$$

$\Delta \mathbf{R}$  ... Vektor der relativen Abweichung der Zielgröße,  $\Delta \mathbf{P}$  ... Vektor der relativen Parameteränderung,  $\mathbf{C}_R$ ,  $\mathbf{C}_P$  ... Wichtungsmatrizen.

Für die Parameteränderung ergibt sich dann über die sog. „Gain“-Matrix  $\mathbf{G}$  zu

$$d\mathbf{P} = \mathbf{G} \cdot d\mathbf{R} \quad (2)$$

mit  $\mathbf{G}$  aus der gewichteten Pseudo-Inversen der Sensitivitätsmatrix  $\mathbf{S}$ :

$$\mathbf{G} = \mathbf{C}_P^{-1} \mathbf{S}^T (\mathbf{C}_R^{-1} + \mathbf{S} \mathbf{C}_P^{-1} \mathbf{S}^T)^{-1} \quad (3)$$

Alternativ kann bei Verwendung eines nichtlinearen Optimierers in FEMtools auch die Zielfunktion gemäß einer Bayes'schen Parameterschätzung vorgegeben werden:

$$f = (\mathbf{S} d\mathbf{P} - d\mathbf{R}) \mathbf{C}_R (\mathbf{S} d\mathbf{P} - d\mathbf{R}) + d\mathbf{P} \mathbf{C}_P d\mathbf{P} \quad (4)$$

## Anwendung auf die Einzelpaneele

Wendet man eines der beiden letzteren Verfahren an, kommt man mit einer sehr guten Konvergenz in wenigen Iterationsschritten (< 10) auf eine mittlere Abweichung der ersten acht Eigenfrequenzen von ca. 1 %. Die MAC-Werte liegen bei größer 90 %, für die unteren Moden nahe 100 % (Bild 2).

Bei genauerer Überprüfung der Eigenschwingformen am Auflager fällt auf, dass die gemessenen Amplituden trotz guter MAC-Werte deutlich geringer ausfallen, als gemessen. Zur

Verbesserung wurden im zweiten Schritt die lokalen Amplitudenabweichungen an den Auflagern in der Zielfunktion als Residuen berücksichtigt. Damit lässt sich ein gutes Ergebnis mit einem wesentlich geringeren E-Modul des Elastomers erzielen (Bild 3). Dabei können die Wichtungsmatrizen gezielt eingesetzt werden, um die Korrelation in eine bestimmte Richtung zu trimmen.

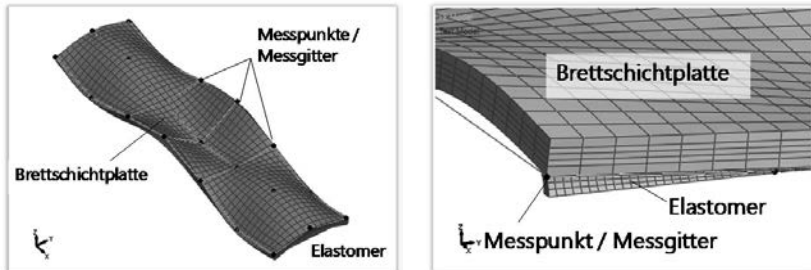


Bild 2: (links) FE-Mode 7, Einzelpaneel korreliert mit experimentell bestimmter Mode.

Bild 3: (rechts) Korrelation an einzelnen Messpunkten als Zielfunktion zur Bestimmung der Elastomersteifigkeit.

### Methoden 0ter Ordnung:

Es bleibt die Unsicherheit bestehen, inwieweit durch das Gradientenverfahren ein lokales Minimum der Antwort-Fläche (Response-Surface) gefunden wurde. Aus diesem Grund wurde das Ergebnis durch ein Verfahren 0ter Ordnung abgesichert. Prinzipiell kann dabei auf eine Monte-Carlo-Simulation oder auf ein Design of Experiment - Sampling (DOE) zurückgegriffen werden. FEMtools [4] stellt diverse Sampling-Verfahren wie Factorial Design, Central Composite Design, Latin Hypercube und D-Optimal zur Verfügung. Im letzteren Verfahren werden die Parameterstichproben zunächst in hoher Zahl zufällig erzeugt und im zweiten Schritt die Auswahl auf Kombinationen so reduziert, dass eine möglichst breite Verteilung der Parameterkombinationen ohne Cluster-Bildung erreicht wird. Damit wurde die mittlere Amplitudenabweichung an den Auflagern unter Anpassung der gewählten Parameter in ca. 50 Sample-Auswertungen minimiert.

Im Ergebnis wurden jeweils acht Moden mit MAC-Werten im Mittel 97 % und einem Mittelwert der absoluten Frequenzabweichungen von 0,7 % bei einem Ausgangswert von 8,5 % für die Ausgangsparameter korreliert. Die ermittelten Materialparameter sind in Tabelle 1 aufgelistet. Der dynamische E-Modul des Elastomers ergab sich zu 4,1 N/mm<sup>2</sup>:



Tabelle 1: Materialparameter nach Modellanpassung

	$\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	$E_{  }$ , N/mm <sup>2</sup>	$E_{\perp}$ , N/mm <sup>2</sup>	$G_{  \perp}$ , N/mm <sup>2</sup>	$G_{\perp\perp}$ , N/mm <sup>2</sup>
Ausgangswert		10500	600	500	60
Paneel 1	468	14099	330	498	101
Paneel 2	432	12679	192	505	75
Paneel 3	463	13653	226	587	79
Paneel 4	427	12500	354	475	66
Mittelwert	448	13233	275	516	80
Std.abw.	4%	5%	25%	8%	16%

### Anpassung Gesamtmodell

Im Anschluss wurden die für die Einzelpaneele ermittelten Parameter in das Gesamtmodell der vier gekoppelten Paneele übernommen. Parallel wurden die Mittelwerte im Gesamtmodell für alle Paneele gleich angesetzt. Für beide Modelle wurden im Anschluss die Koppelsteifigkeiten zwischen den Paneelen angepasst.

Mit gemittelten Materialparametern und angepassten Koppelsteifigkeiten wurden 30 Moden mit mittleren MAC-Werten von 80 % (> 50 %) und einem Mittelwert der absoluten Frequenzabweichungen von 2 % bis ca. 150 Hz korreliert (Bild 6).

Um zu zeigen, inwieweit auch höhere Moden generell mit dem Modell korrelierbar sind, wurden die Koppelsteifigkeiten als Parameter lokal freigegeben. Die Sensitivitätsmatrix ist in Bild 5 für ca. 1000 Parameter dargestellt. Sie bezieht sich auf die Sensitivitäten von 35 Eigenfrequenzen und 35 MAC-Werten (70 Responses). Dank der geschlossenen analytischen Auswertung liegt der Aufwand zur Berechnung der Matrix in FEMtools im Sekundenbereich. Im Bereich bis 180 Hz konnten damit weitere fünf Moden korreliert werden (Bild 7).

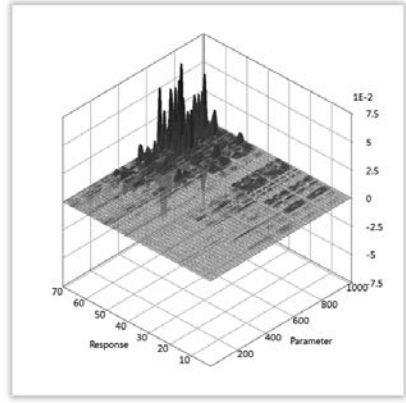
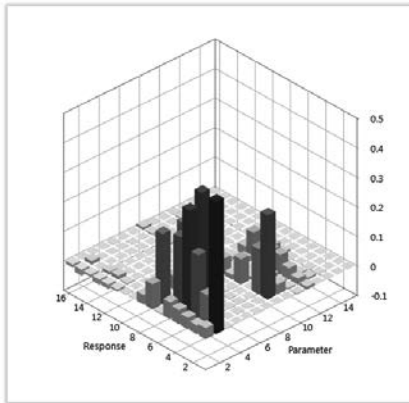


Bild 4: (links) Sensitivitätsmatrix 1 Paneel, Response Eigenfrequenzen (1-8) und MAC-Werte (9-16) für acht korrelierte Modenpaare, Parameter: orthotrope Materialeigenschaften, E-Modul Elastomer

Bild 5: (rechts) Sensitivitätsmatrix 4 Paneele, Response Eigenfrequenzen (1-35) und MAC-Werte (36-70) für 35 korrelierte Modenpaare, Parameter: Koppelsteifigkeiten aller diskreten Koppelfedern zwischen den Paneelen (1000 Steifigkeitswerte der einzelnen Federelemente).

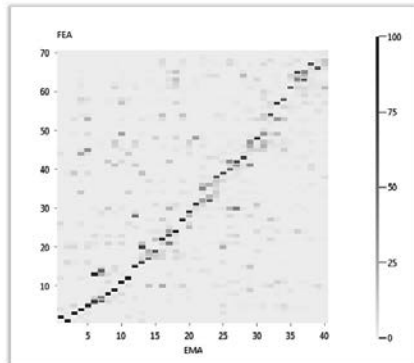
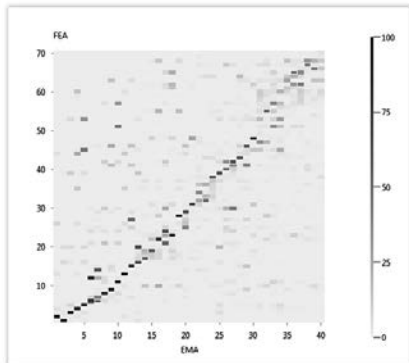


Bild 6: (links) MAC-Matrizen der vier gekoppelten Paneele, Modell mit gleichen Materialparameter für vier Paneele

Bild 7: (rechts) MAC-Matrizen der vier gekoppelten Paneele, Modell mit getrennten Materialparameter für vier Paneele, lokal angepasste Koppelsteifigkeiten

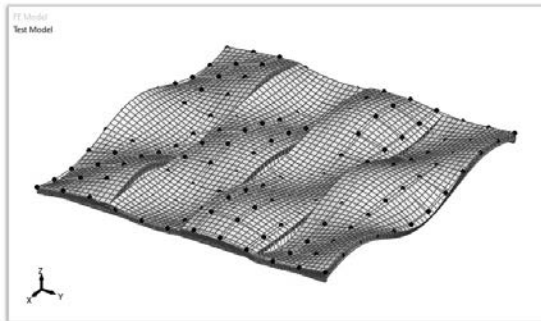


Bild 8: Korrelierte Schwingform, FE-Netz mit Messgitter überlagert,  $f = 84 \text{ Hz}$ , MAC 91 %

#### 4. Holzbalkendecke in einem Bürogebäude

Im zweiten Beispiel wurde eine Holzbalkendecke eines mehrstöckigen Bürogebäudes in Holzständerbauweise untersucht. Da das Gebäude bereits bezogen war, war der erfassbare Messdatenumfang eingeschränkt. Die Schwingungen waren speziell an einer über 6 m spannenden Decke mit einem Stahlprofilunterzug zu betrachten, für welche zwar die Bemessungsregeln eingehalten waren, die Schwingungen vom Nutzer jedoch als störend empfunden wurden. Um die Wirksamkeit von Verbesserungsmaßnahmen zu quantifizieren, wurde das Simulationsmodell anhand von Messdaten abgeglichen. Das System ist mit den Balkenlagen aus Brettschichtholz, einer Holzwerkstoffplatte und einem auf Mineralwolle-Trittschalldämmplatten schwimmenden Betonestrich im Detail auf Bild 8 dargestellt.

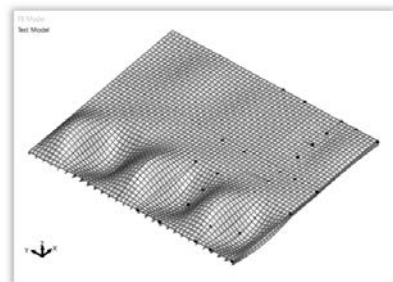
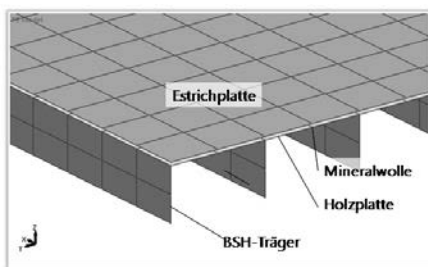


Bild 9: (links) Detail des Aufbaus des FE-Modells

Bild 10: (rechts) FE-Modell des gesamten Deckensystems, Schwingform bei 14 Hz, Korrelation: 92 %

Die Modellparameter nach Anpassung sind im Einzelnen ( $d$  = Dicke,  $E$  = E-Modul,  $\rho$  = Dichte,  $\eta$  = Verlustfaktor):

- Holzwerkstoffplatte:  $d = 22 \text{ mm}$ ,  $E = 2420 \text{ MN/m}^2$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\eta = 0,04$
- BSH-Holzbalken:  $b/h = 100 \text{ mm} / 320 \text{ mm}$  bzw.  $2 \times 60 \text{ mm} / 320 \text{ mm}$ ,  $E = 11700 \text{ MN/m}^2$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\eta = 0,04$
- Estrichplatte :  $d = 45 \text{ mm}$ ,  $E = 10300 \text{ MN/m}^2$ ,  $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$ ,  $\eta = 0,02$
- Dynamisch wirksame Verkehrslast:  $30 \text{ kg/m}^2$
- Mineralwolle (diskrete Federelemente):  $s' = 10 \text{ MN/m}^3$ ,  $\eta = 0,4$ , Schubsteife:  $s' = 9,1 \text{ MN/m}^3$
- Die Auflager auf den Wänden wurden über translatorische Federelemente nachgebildet

Mit dem so angepassten Modell konnte eine gute Korrelation bis ca. 16 Hz erzielt werden. Bild 11 zeigt die MAC-Matrix. Es ist erkennbar, dass bereits für die ersten zehn Moden keine eindeutige Zuordnung mehr möglich ist und sich Modenkreuzungen ergeben können, was z.T. natürlich der zu geringen Aufnehmerdichte geschuldet ist („spatial aliasing“). Andererseits zieht die Kopplung mit den Elementen in den Nachbarräumen in Querrichtung bereits im unteren Frequenzbereich eine hohe Modendichte nach sich. Exemplarisch sind in Bild 11 und 12 gekoppelte Schwingformen der einzelnen Felder überlagert dargestellt. Durch die leichte Kopplung mit den Wänden ist nur eine prinzipielle Beschreibung der Kombinationen der ersten Längsbiegeform in der Ausprägung in Querrichtung über das gesamte Deckensystem hin möglich. Exemplarisch sind in Bild 12 und 13 gekoppelte Schwingformen der einzelnen Felder im auf das Messnetz projizierten FE-Netz überlagert dargestellt. Eine genaue Bestimmung der zur jeweiligen Eigenform zugeordneten Eigenfrequenz ist nur teilweise möglich, bezüglich der Fragestellung aber auch nicht im Detail erforderlich.

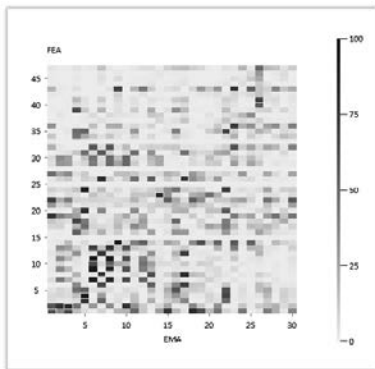


Bild 11: Korrelation der FE-Moden mit 30 EMA-Moden

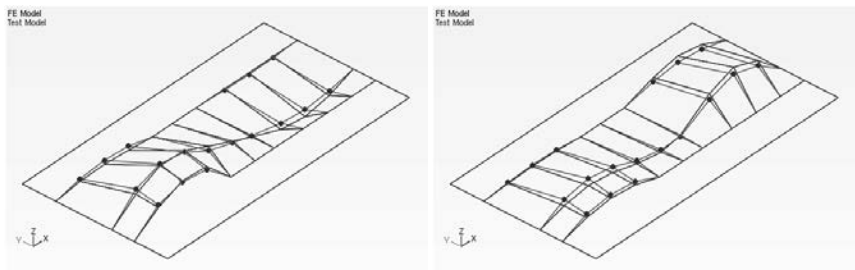


Bild 12: Modenpaar 1, 9,4 Hz, Korrelation: 95,5 %

Bild 13: und Modenpaar 2, 10,4 Hz, Korrelation: 88 % (Messraster mit Darstellung der Messpunkte, FE-Netz durchgezogen ohne Marker).

## 5. Zusammenfassung

Eine Untersuchung von Leichtbaustrukturen ist mit definierten Randbedingungen bis ca. 100 Hz im Prüfstand deterministisch möglich. Sowohl Erschütterungen als auch Dröhneffekte können damit gut beschrieben werden. In der Praxis gelingt eine zuverlässige deterministische Simulation je nach Spannweiten für Gebäude in Leichtbauweise bis ca. 20 Hz. Damit können Erschütterungsprobleme mit konsequenter Modellvalidierung sehr gut nachgebildet werden. Im darüber liegenden Frequenzbereich zeigen die Messergebnisse, dass eine statistische Betrachtung erforderlich ist.

Im Vergleich der Studien hat sich auch gezeigt, dass aufgrund der z. T. großen Datenmengen, der umfangreichen Möglichkeiten und Kombinationen eine speziell dafür konzipierte

Oberfläche entscheidende Vorteile gegenüber den konventionellen FE-Oberfläche bietet. Dies gilt speziell hinsichtlich der Vielzahl von Algorithmen der Optimierungsverfahren, die für die Aufgabenstellung „Modellanpassung“ verwendet werden können. Die gezeigten Ergebnisse wurden mit der Software FEMtools [4] erarbeitet, welche die erforderlichen Routinen beinhaltet und neben den Standardroutinen, welche über Menüs und Tabellen direkt zugänglich sind, auch eine leicht zugängliche Programmierung der Algorithmen mit direktem Zugriff auf die FE- und Messdatenbasis zur Verfügung stellt. Damit lassen sich die einzelnen Module beliebig verknüpfen und konfigurieren. Durch die Transparenz wird ein ingenieurmäßiger Zugang zu den Analysemöglichkeiten erlaubt, um damit Ergebnisse im physikalisch sinnvollen und interpretierbaren Rahmen erzielen zu können.

## Literatur

- [1] DIN EN 1995 Eurocode 5 „Bemessung und Konstruktion von Holzbauwerken“, Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1995-1-1:2004/prA1:2007
- [2] Kohrmann, M.; Buchschmid, M.; Greim, A.; Müller, G.; Schanda, U., Vibroacoustic characteristics of light-weighted slabs – Part 1: Aspects of Numerical Modeling, Model Updating and Parametric Studies using the Buckingham Pi-Theorem, Conference-Paper, DAGA, 2013
- [3] Greim, A., Identifikation der Materialparameter einer Brettsper Holzdecke durch Kalibrierung eines numerischen Modells mit gemessenen Eigenfrequenzen, Masterarbeit Nr. 183, Lehrstuhl für Baumechanik, TU München, 2012
- [4] Dynamic Design Solutions NV, FEMtools Manual "Version 3.8., 2015 ([www.FEMtools.com](http://www.FEMtools.com))

# **Sensorreduziertes Impulslastüberwachungsverfahren basierend auf dem Basis-Pursuit-Denoising-Algorithmus**

## **Sensor reduced impact load monitoring method based on Basis-Pursuit-Denoising Algorithm**

**M.Sc. Daniel Ginsberg**, Prof. Dr.-Ing. **Claus-Peter Fritzen**,  
Universität Siegen, Siegen

### **Kurzfassung**

Die Kenntnis externer Betriebslasten ist von großem Interesse in vielen Bereichen der Strukturanalyse. Sie wird zum Beispiel in Structural Health Monitoring (SHM) Systeme genutzt oder für die Beurteilung von potentiellen Schäden nach extremen Ereignissen verwendet. Impulslasten sind hierbei von besonderer Bedeutung da moderne Hochleistungsfaserverbundwerkstoffe sehr empfindlich auf solche stoßartigen Belastungen reagieren.

Meistens ist es jedoch nicht möglich Impulslasten direkt zu messen. Da z.B. im Allgemeinen der Impulsort unbekannt ist, ist es nicht möglich einen Kraftsensor optimal zu positionieren. Allerdings können die durch den Impuls hervorgerufenen Strukturantworten genutzt werden um diesen zu rekonstruieren. Somit ist Impulsidentifikation ein inverses Problem, da die Systemausgänge bzw. die Messwerte und die Systemdynamiken bekannt sind und die externen Kräfte bzw. die Eingangsgrößen ermittelt werden müssen. Um geeignetere Rekonstruktionsstrategien zu entwickeln, ist es sinnvoll Vorkenntnisse der zu rekonstruierenden Kraft in den Identifikationsalgorithmus mit einfließen zu lassen. Impulslasten sind charakterisiert durch einer räumliche Konzentration und einen speziellen stoßartigen Kraftverlauf.

In diesem Beitrag werden diese Informationen dazu verwendet, speziell zugeschnittene Rekonstruktionsalgorithmen zu entwickeln, die es erlauben den Kraftverlauf und den Impulsort gleichzeitig zu identifizieren und dies mit einer deutlich geringeren Anzahl an Messsensoren als andere Rekonstruktionsverfahren. Die Eigenschaften der äußeren Kräfte werden verwendet, um ein Impuls-Dictionary zu erstellen und so das schlecht gestellte inverse Problem in eine dünnbesetzte Rekonstruktionsaufgabe zu transformieren. Die dünnbesetzte Lösung, mit nur wenigen Elementen ungleich Null, erhält man durch Minimierung des sogenannten Basis-Pursuit-Denoising (BPDN) Problems. In Simulation und Experiment wird gezeigt, dass die vorgeschlagene Rekonstruktionsstrategie in der Lage ist, den Impulsort und die Kraftamplitude sehr genau zu bestimmen, selbst auf Basis verrauschter Messdaten.

## Abstract

The knowledge of the real external operational loads is of great interest in many fields of structural analysis, such as structural health monitoring (SHM) systems or assessment of damage after extreme events. For these purposes impact loads are of particular concern as impacts can cause degradation of the material and breakdown of the structure.

Impact identification refers to the inverse problem of estimating an input to a dynamic system when the system output and the system dynamics are usually the knowns. In order to develop more suitable reconstruction strategies and to obtain more accurate impact estimates, the characteristics of an impact are used in this contribution to develop a more suitable impact identification strategy, which allows identifying the time history and the impact location simultaneously by employing significantly fewer sensors compared to other reconstruction approaches. The properties of the impact are used to create an impact dictionary and thus to transform the ill-posed problem into a sparse recovery task. The sparse solution is acquired by solving a minimization problem known as basis pursuit denoising (BPDN).

In a simulation study and in an experimental investigation as well, it is demonstrated that the proposed estimation strategy is able to identify the impact location and the impact magnitude very precisely even in the present of noisy measurements.

## 1. Einleitung

Für Structural Health Monitoring Systeme ist die Kenntnis über die Höhe solcher stoßartiger Belastungen in Kombination mit der Lastposition wichtig, um Aussagen über das Auftreten und das Ausmaß von Schäden treffen zu können. Da allerdings die Position einer Impulslast meistens unbekannt ist, ist es nicht möglich diese Kräfte direkt mittels eines Kraftsensors zu messen. Daher müssen diese Lasten bei realen Anwendungen aufgrund von gemessenen Strukturantworten rekonstruiert werden. Solche Strukturantworten können z.B. Beschleunigungen, Geschwindigkeiten oder Dehnungen sein, die als Wirkung auf eine Impulslast resultieren. Die Rekonstruktion von Lasten im Allgemeinen aus dynamischen Messwerten führt auf eine inverse Problemstellung. Hierbei handelt es sich zumeist um ein schlechtgestelltes Problem im mathematischen Sinne, was bedeutet, dass die Existenz, die Eindeutigkeit oder die Stabilität der Lösung nicht gewährleistet werden kann [1]-[4]. Falls allerdings eine Invertierung des Systems möglich ist, wird die Struktur zu ihrem eigenen Kraftsensor [3].

In den letzten Jahrzehnten wurden einige Studien durchgeführt, um Lösungen für das schlechtgestellte Problem der Kraftrekonstruktion im Allgemeinen [1]-[3], aber auch der Impulslastrekonstruktion im Speziellen, zu finden [4]-[10]. Generell besteht die Rekonstruktion



aus zwei aufeinanderfolgenden Schritten: 1) Örtliche Lokalisation der Impulslast und 2) Rekonstruktion des Kraftverlaufes bzw. der Kraftspitze. Zur Lokalisierung der Lastposition können z.B. die durch den Impuls induzierten Spannungswellen in einer kombinierten Zeit-Frequenz-Analyse herangezogen werden [7]. Um den Kraftverlauf zu erhalten, muss in den meisten Fällen die Faltungsgleichung der Systemdynamiken nach der Eingangsgröße aufgelöst werden, was einer Entfaltung des Systems gleichkommt. Die Entfaltung kann sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich durchgeführt werden (siehe z.B. [8]). Für eine Entfaltung sind ein mathematisches Modell der Strukturdynamiken und in der Regel Regularisierungstechniken notwendig. Solche Techniken basieren oft auf der Minimierung der kleinsten Fehlerquadrate.

Der Vollständigkeit halber soll an dieser Stelle auch auf andere Verfahren der Impulslastrekonstruktion verwiesen werden, welche alternative Ansätze nutzen, um die gesuchten Größen zu bestimmen, wie z.B. Neuronale Netze [9], Systemoptimierung und -identifizierung [5] oder genetische Algorithmen (GA) [10].

Bei der hier vorgestellten Rekonstruktionsmethode werden die Impulseigenschaften ausgenutzt, um das schlechtgestellte inverse Problem der Kraftidentifikation in ein dünnbesetztes, unterbestimmtes, lineares Gleichungssystem zu überführen. Dieses kann dann mit Hilfe des sogenannten Basis-Pursuit-Denoising Algorithmus gelöst werden. Das Manuskript ist wie folgt strukturiert: In Abschnitt 2 wird das Problem der Kraftrekonstruktion beschrieben und dargestellt, wie man es in ein dünnbesetztes Gleichungssystem überführt. Abschnitt 3 zeigt, wie man dieses dünnbesetzte Gleichungssystem lösen kann. In einer Simulationsstudie und einer experimentellen Untersuchung an einer Plattenstruktur in Abschnitt 4 und 5 wird die Funktionsfähigkeit der vorgestellten Rekonstruktionsstrategie demonstriert. Abschließend wird in Abschnitt 6 ein Fazit zur vorgestellten Impulslastrekonstruktionsmethode gezogen.

## 2. Problemstellung

Die Schwingungsantworten einer mechanischen Struktur, die aufgrund von äußeren Anregungen resultieren, kann für lineare Systeme durch folgendes Faltungsintegral beschrieben werden:

$$\mathbf{y}(t) = \int_0^t \mathbf{h}(t - \tau) \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (1)$$

Die Matrix  $\mathbf{h}(t) \in R^{r \times f}$  beschreibt dabei die Systemdynamiken und besteht aus den Impulsantwortfunktionen  $h_{i,j}(t)$ , die die jeweilige Übertragung eines externen  $\delta$ -Impulses an der

Position  $j=1,2,\dots,f$ , zur einer Strukturantwort an der Position  $i=1,2,\dots,r$  beschreibt. Gleichung (1) beschreibt das zeitkontinuierliche Strukturverhalten. Für digital abgetastete Messsignale wird das Faltungsintegral in eine Faltungssumme überführt,

$$\mathbf{y}_k = \sum_{i=0}^k \mathbf{h}_i \cdot \mathbf{u}_{k-i} \quad (2)$$

womit man die Beschreibung des Systems für den zeitdiskreten Fall  $t = k\Delta t$  ( $k=0,1,2,\dots,n$ ) erhält. Die Impulsantwort wird nun durch die sogenannten Markov-Parameter  $\mathbf{h}_i \in \mathbb{R}^{r \times f}$  beschrieben.

Mithilfe der Gleichungen (1) und (2) können also bei bekannten Systemdynamiken (beschrieben durch die Impulsantwortfunktion) und bekannten externen Kräften die Schwingungsantworten bestimmt werden. Allerdings sind in unserem Fall nur die Schwingungsantworten durch Messungen bekannt und die äußere Krafteinwirkung ist unbekannt. Die Rekonstruktion der Kräfte auf Basis von bekannten bzw. gemessenen Strukturantworten und Strukturdynamiken führt somit auf ein mathematisch inverses Entfaltungsproblem.

Bei vielen praktischen Anwendungen wirken auf die Struktur nicht zeitlich und räumlich beliebige externe Kräfte. Vielmehr sind meistens einige Charakteristiken der Kräfte bekannt und sollten im Rekonstruktionsprozess berücksichtigt werden.

Möchte man Impulslasten rekonstruieren, ist über die äußere Kraft bekannt, dass die Kraft nur für einen kurzen Zeitpunkt und räumlich begrenzt wirkt. Der charakteristische Kraftverlauf ist in Bild 1 zu sehen (links: schematisch, rechts: aus Messungen).

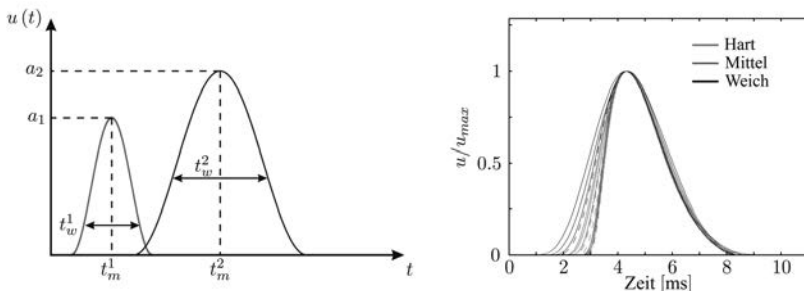


Bild 1: Kraftverlauf einer Impulslast: Links: Schematische Darstellung; Rechts: Normierte Messungen bei unterschiedlicher Nachgiebigkeit der kollidierenden Körper

Solch ein pulsförmiger Kraftverlauf wird üblicherweise als Halbsinus oder Gaußglocke modelliert. Dabei sind in der Regel drei Parameter ausreichend um diese Funktion zu beschreiben: Die zeitliche Impulsweite  $t_w \in [t_w^{\min}, t_w^{\max}]$ , den Zeitpunkt des maximalen Wertes  $t_m \in [0, t_m^{\max}]$  und den Spitzenwert  $a_{t_m, t_w} \in \mathbb{R}$  selbst. Normiert man die Formfunktion des Kraftverlaufs wird der Spitzenwert  $a_{t_m, t_w}$  ein multiplikativer Skalierungsfaktor:

$\hat{u}(t, t_m, t_w) a_{t_m, t_w}$ . Also müssen diese Parameter, neben dem unbekannten Impulsort, auf Basis der gemessenen Strukturantworten rekonstruiert werden.

Unter Verwendung dieser Parameter kann allerdings ein sogenanntes Impuls-Dictionary erstellt werden. Es enthält alle Kraftverläufe, die sich aus allen potenziellen Parameterkombination und allen potenziellen Impulsorten ergeben. Hierzu muss das Intervall  $[0, t_m^{\max}]$  entsprechend der Abtastrate  $t_m = l\Delta t$  ( $l = 0, 1, 2, \dots, m$ ) diskretisiert werden. Das Intervall  $[t_w^{\min}, t_w^{\max}]$ , welches die möglichen „Impulsbreiten“ beschreibt, muss ebenfalls in einer geeigneten Weise diskretisiert werden

$$t_w = t_w^{\min} + (p-1)t_w^p \quad \text{mit} \quad (p = 1, 2, \dots, q), \quad (3)$$

wobei  $t_w^p$  die Unterteilung des Intervalls angibt.

Werden jetzt alle Impulsverläufe für alle möglichen Parameterkombination an allen möglichen Impulsorten  $j$  überlagert, entspricht dies der tatsächlichen Impulslast, wenn Spitzenwerte  $a_{t_m, t_w}^j$ , außer derjenigen der zur tatsächlichen Parameterkombination  $(p^*, j^*)$  gehört, gleich Null sind. Mathematisch kann dies durch das Kronecker-Delta  $\Delta_{\bullet, \bullet}$  ( $\Delta_{i,k} = 1$  für  $i = k$  und  $\Delta_{i,k} = 0$  für  $i \neq k$ ) ausgedrückt werden:

$$\hat{u}_{\text{sup}, k, j, p}^j = \sum_{p=1}^q \sum_{l=0}^m \hat{u}_{k, j, p}^j \Delta_{p^*, p} \Delta_{l^*, l} a_{l, p}^j \quad (4)$$

Setzt man diese überlagerte Kraft in Gleichung (2) ein, erhält man:

$$\mathbf{y}_k = \sum_{i=0}^k \mathbf{h}_i \cdot \sum_{l=0}^m \sum_{p=1}^q \hat{\mathbf{u}}_{k-i, l, p} \Delta_{p^*, p} \Delta_{l^*, l} \cdot \mathbf{a}_{l, p} \quad (5)$$

In der quadratischen Matrix  $\hat{\mathbf{u}}_{k,l,p} \in \mathbb{R}^{f \times f}$  aus Gleichung (5) sind die Kraftverläufe für alle  $f$  potenziellen Impulsorte enthalten. Der dazugehörige Amplitudenvektor darf hier nur einen Eintrag ungleich Null haben. Dieser muss zum tatsächlichen Impulsort passen. Umformen der Gleichung (5) führt auf:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H} \cdot \sum_{p=1}^q \hat{\mathbf{U}}_p \mathbf{A}_p \quad (6)$$

Dabei ist  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{r \times n}$  der Vektor der Messwerte,  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{r \times n \times f \times n}$  die Transfermatrix,  $\hat{\mathbf{U}}_p \in \mathbb{R}^{f \times n \times f \times m}$  die Dictionary-Matrix und  $\mathbf{A}_p \in \mathbb{R}^{f \times m}$  der Amplitudenvektor:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0 \\ \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_0 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{h}_n & \mathbf{h}_{n-1} & \cdots & \mathbf{h}_0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{U}}_p = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_{0,0,p} & \hat{\mathbf{u}}_{0,1,p} & \cdots & \hat{\mathbf{u}}_{0,m,p} \\ \hat{\mathbf{u}}_{1,0,p} & \hat{\mathbf{u}}_{1,1,p} & \ddots & \hat{\mathbf{u}}_{1,m,p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\mathbf{u}}_{n,0,p} & \hat{\mathbf{u}}_{n,1,p} & \cdots & \hat{\mathbf{u}}_{n,m,p} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{0,p} \\ \mathbf{a}_{1,p} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{m,p} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Aufgrund der Eigenschaften des Kronecker-Deltas, ist eine Transformation von Gleichung (5) nach Gleichung (6) nur möglich wenn  $\mathbf{A}_p$  für  $p \neq p^*$  der Nullvektor ist und  $\mathbf{A}_{p^*}$  nur für  $l = l^*$  ein Element ungleich Null besitzt. Gleichung (6) kann nun weiter transformiert werden zu:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_1 & \hat{\mathbf{U}}_2 & \cdots & \hat{\mathbf{U}}_q \end{bmatrix}}_{=\mathbf{U}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & \cdots & \mathbf{A}_q \end{bmatrix}^T}_{=\mathbf{A}} \quad (8)$$

$$= \mathbf{H} \cdot \mathbf{U} \cdot \mathbf{A} \quad (9)$$

Die Matrix  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{f \cdot n \times f \cdot m \cdot q}$  kann jetzt als komplettes Impuls-Dictionary betrachtet werden, welches alle potenziellen Impulse in einer normierten Darstellung enthält und  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{f \cdot m \cdot q}$  als der zugehörige Amplitudenvektor. Die Matrizen  $\mathbf{U}$  und  $\mathbf{H}$  können zu einer neuen Übergangsmatrix  $\tilde{\mathbf{H}} \in \mathbb{R}^{r \cdot n \times f \cdot m \cdot q}$  vereint werden, sodass man folgendes lineares Gleichungssystem erhält:

$$\mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{A} \quad \text{mit} \quad \tilde{\mathbf{H}} := \mathbf{H} \cdot \mathbf{U} \quad (10)$$

Es ist allerdings zu erkennen, dass das Gleichungssystem aus (10), in der Regel unterbestimmt ist, da die neue Übergangsmatrix  $\tilde{\mathbf{H}}$  im Allgemeinen viel mehr Spalten ( $N := f \cdot m \cdot q$ ) als Zeilen ( $M := r \cdot n$ ) haben kann. Durch die in diesem Abschnitt getroffenen Annahmen ist über den Lösungsvektor  $\mathbf{A}$  bekannt, dass er sehr dünn besetzt ist. Diese Eigenschaft wird im nächsten Abschnitt dazu verwendet, eine Lösung für das unterbestimmte Gleichungssystem aus Gl. (10) zu finden.

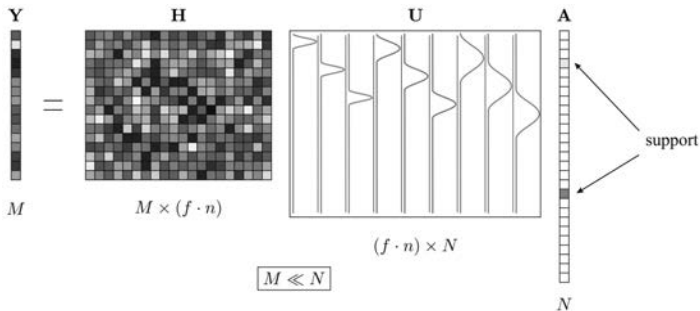


Bild 2: Durch Vormultiplizieren eines Impuls-Dictionaries wird Impulsrekonstruktion zum Problem der Bestimmung eines dünnbesetzten Lösungsvektors

### 3. Dünnbesetzte Lösungen

Ein dünnbesetzter Vektor ist dadurch definiert, dass er nur sehr wenige Einträge hat, die von Null verschieden sind. Die Bestimmung einer dünnbesetzten Lösung für ein mathematisch unterbestimmtes Gleichungssystem, kann interpretiert werden als die Wahl der einfachsten Lösung aus vielen möglichen Lösungen. Die Anzahl der Elemente eines Vektors  $\mathbf{A}$ , welche ungleich Null sind, kann durch die  $l_0$ -Norm ausgedrückt werden:

$$\|\mathbf{A}\|_0 := |\text{supp}(\mathbf{A})| \quad (11)$$

Wobei  $\text{supp}(\mathbf{A}) = \{i : A_i \neq 0\}$  den sogenannten *Support* von  $\mathbf{A}$  und  $|\cdot|$  die Anzahl der Elemente der Menge angibt. Um nun die Lösung mit den wenigstens Elementen ungleich Null zu finden, müsste folgendes Minimierungsproblem gelöst werden:

$$\hat{\mathbf{A}} = \arg \min_{\mathbf{A} \in \mathbb{R}^N} \|\mathbf{A}\|_0 \quad \text{unter der Nebenbedingung} \quad \mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{A} \quad (12)$$

Die Lösung des Problems aus Gl. (12) erfordert allerdings eine kombinatorische Optimierung (NP-schwer), welche sich praktisch nicht rechnerisch lösen lässt. Wenn man jedoch voraussetzt, dass die gesuchte Lösung dünnbesetzt ist, ist z.B. in [11] und [12] gezeigt, dass man die  $l_0$ -Norm durch die  $l_1$ -Norm ersetzen kann und fast die identischen Lösungen erhält.

$$\hat{\mathbf{A}} = \arg \min_{\mathbf{A} \in \mathbb{R}^N} \|\mathbf{A}\|_1 \quad \text{unter der Nebenbedingung} \quad \mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{A} \quad (13)$$

Da  $l_1$ -regularisierte Optimierungsprobleme ein konvexes Problem darstellt, können lineare Optimierungstechniken angewendet werden, um Gl. (13) zu lösen. In den letzten Jahren gab es enorme Entwicklungen in der angewandten Mathematik, was das Lösen von unbestimm-

ten Gleichungssystemen mittels  $l_1$ -Minimierung angeht. Vorangetrieben wurden diese Entwicklungen vornehmlich im Bereich des Compressive Sensing (CS). Daraus gingen auch einige Lösungsverfahren für das Optimierungsproblem aus Gl. (13) hervor (z.B. [13]). Für üblicherweise verrauschte Messdaten muss das lineare Gleichungssystem aus Gl. (10) noch additiv mit einem Rauschterm überlagert werden:

$$\mathbf{Y}_\omega = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{A} + \mathbf{w} \quad (14)$$

Aufgrund des Rauschens muss auch das Optimierungsproblem aus Gl. (13) angepasst werden, um störende Einflüsse zu kompensieren:

$$\hat{\mathbf{A}} = \arg \min_{\mathbf{A} \in \mathbb{R}^N} \left\| \mathbf{Y}_\omega - \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{A} \right\|_2^2 + \lambda \left\| \mathbf{A} \right\|_1 \quad (15)$$

Das modifizierte Optimierungsproblem aus Gl. (15) kombiniert eine Minimierung der kleinsten Fehlerquadrate mit einem  $l_1$ -Strafterm für Lösungen mit zu vielen Elementen ungleich Null. Der Kompromiss zwischen einer dünnbesetzten Lösung und der Übereinstimmung von  $\mathbf{Y}_\omega$  und  $\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{A}$  wird durch den Parameter  $\lambda$  realisiert. Das Optimierungsproblem aus Gl. (15) wird als *Basis-Pursuit-Denoising* (BPDN) [14] bezeichnet und kann mit dem sogenannten *In-Crowd* Algorithmus [15] gelöst werden. Hierbei handelt es sich um einen der schnellsten Lösungsalgorithmen des BPDNs für sehr große, sehr dünnbesetzte Gleichungssysteme. Eine detaillierte Beschreibung inklusive der einzelnen Rechenschritte kann in [15] gefunden werden.

Der aus dem BPDN geschätzte Amplitudenvektor  $\hat{\mathbf{A}}$  hat nur wenige Elemente die von Null verschieden sind. Diese Elemente ungleich Null bezeichnet man als Support des Vektors  $\hat{\mathbf{A}}$ . Betrachtet man diese Stellen und die dazugehörigen Spalten im Impuls-Dictionary, ist es möglich Aussagen über den Impulsort und den Kraftspitzenwert zu machen. Den rekonstruierten Kraftverlauf  $\hat{\mathbf{F}} \in \mathbb{R}^{f \cdot n}$  für alle potenziellen Krafteingangspositionen erhält man aus:

$$\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{U}\hat{\mathbf{A}} \quad (16)$$

#### 4. Simulation

Im ersten Schritt soll die Funktionsfähigkeit des vorgestellten Impulsrekonstruktionsverfahrens anhand einer Simulationsstudie gezeigt werden. Die untersuchte Struktur ist eine an allen Seiten freie, quadratische Aluminiumplatte mit einer Dicke von 2 mm. Das für die Rekonstruktion benötigte Strukturmodell wird durch ein Finite-Elemente-Modell beschrieben. Das Modell ist aus quadratischen Schalenelementen zusammengesetzt und hat 144 Knoten

(mit jeweils 6 Freiheitsgraden, siehe Bild 3). Sowohl in der Simulation, als auch im folgenden Abschnitt über die experimentellen Untersuchungen, werden Beschleunigungssignale senkrecht zur Platte für die Rekonstruktion verwendet. Bei der Simulation werden die berechneten Schwingungsantworten durch weißes Rauschen überlagert, um Messrauschen zu simulieren.

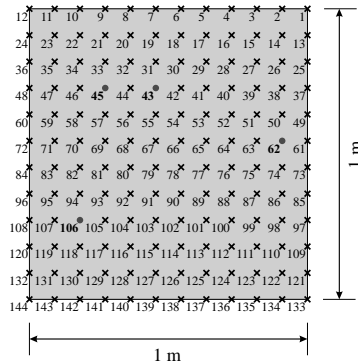


Bild 3: Knotennummerierung des Finiten-Element-Modells der Platte; An Knoten 43, 45, 62 und 106 werden die Beschleunigungen senkrecht zur Platte gemessen.

Impulslasten werden an verschiedenen Knotenpunkten der Platte senkrecht zur Oberfläche aufgebracht. Die darauf resultierende Beschleunigungsantwort wird an lediglich vier Positionen bestimmt (Knoten 43, 45, 62 und 106). Das verwendete Impuls-Dictionary ist aus 13 zeitlich verschiedenen Impulsbreiten zusammengesetzt ( $q = 13$ ). Um den Einfluss von nicht Ungenauigkeiten widerzuspiegeln, ist die tatsächliche Impulsbreite  $t_w^{true}$  nicht enthalten. Die Abweichung zu dem am nächsten liegenden Impuls beträgt  $(t_w^{dic} - t_w^{true}) / t_w^{true} = 3\%$ . Bild 4 zeigt die simulierten Rekonstruktionsergebnisse. Im linken Teil der Abbildung werden der exakte und der rekonstruierte Kraftverlauf am Knoten der Impulsanregung gegenübergestellt. Der rechte Teil zeigt, dass an allen anderen Knoten der geschätzte Kraftverlauf gleich Null ist. So kann der Impuls lokalisiert werden. Der Amplitudenschätzfehler liegt zwischen 5,2% und 7,1%.

## 5. Experiment

Der experimentelle Versuchstand wurde analog zu der Struktur aus den Simulationsstudien aufgebaut, sodass das gleiche Finite-Elemente-Modell genutzt werden kann, um die Struk-

turdynamik zu beschreiben. Hier werden fünf Beschleunigungssensoren auf der Plattenrückseite befestigt. Die Platte wird mit einem Modalhammer impulsartig angeregt. Da der Modalhammer einen eingebauten Kraftsensor besitzt, kann später die gemessene Kraft mit der rekonstruierten Kraft verglichen werden. Bild 5 zeigt drei exemplarische Rekonstruktionsergebnisse für Impulslasten, an verschiedenen Stellen der Platte. Der maximale Lokalisationsfehler beträgt hier 2,86cm. Für eine Bewertung dieses Fehlers, sollte allerdings die Breite der Modalhammerspitze von 2cm bedacht werden. Der maximale Amplitudenschätzfehler beträgt 9,3% und ist somit leicht erhöht gegenüber den Simulationsergebnissen.

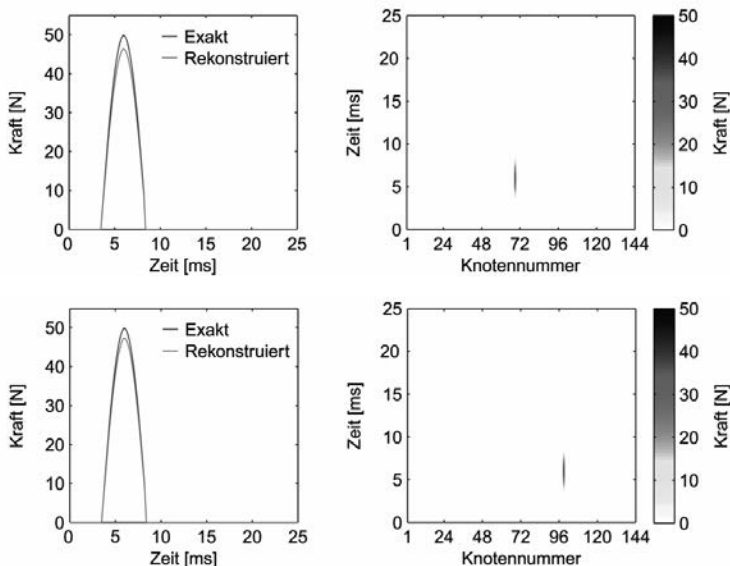


Bild 4: Rekonstruktionsergebnisse für Impulslasten an Knoten 69 (oben) und 99 (unten)

## 6. Fazit

In diesem Artikel wurde eine neuartige Vorgehensweise zur gleichzeitigen Lokalisation und Rekonstruktion des Kraftverlaufes von Impulslasten vorgestellt. Dabei wurden die Eigenschaften der Impulslast genutzt, um das inverse Kraftidentifikationsproblem in ein dünnbesetztes Gleichungssystem zu überführen. Es wurde gezeigt, dass das Verfahren in allen Fällen den Ort der Impulslast zuverlässig bestimmt. Mit gewissen Abstrichen wird auch der Kraftverlauf sehr gut identifiziert. Die größten Vorteile des Verfahrens liegen in der deutlich



reduzierten Anzahl an benötigten Messsensoren und der Fähigkeit auch gute Ergebnisse bei verrauschten Messdaten zu liefern.

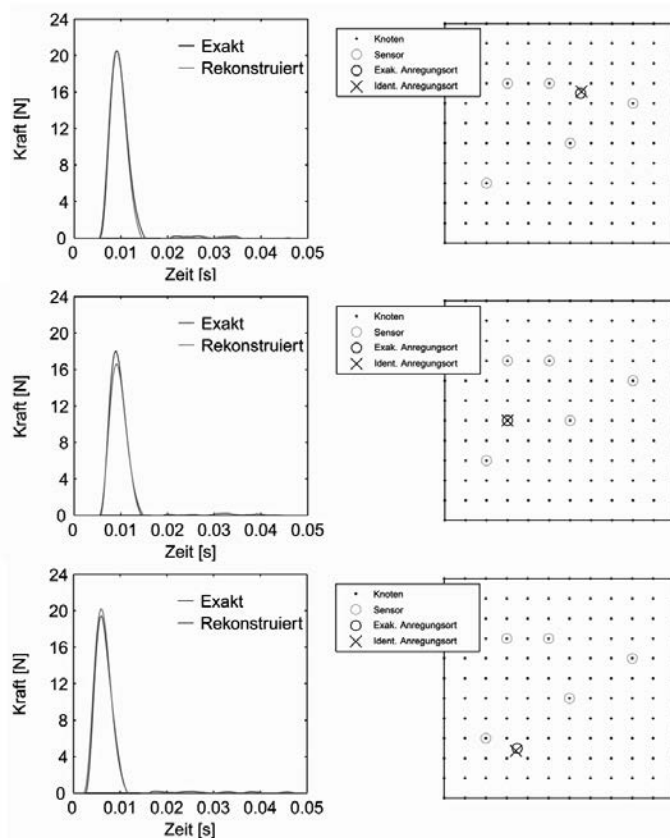


Bild 5: Drei exemplarische Rekonstruktionsergebnisse des experimentellen Versuchs.

Links: Vergleich des Kraftverlaufs, Rechts: Vergleich des Lokalisationsergebnisses

## 6. Literatur

- [1] Stevens, K.: Force identification problems – an overview. Proceedings of the 1987 SEM Spring Conference on Experimental Mechanics, Houston, USA, 1987, S. 838–844.

- [2] Jacquelin, E., Bennani, A. and Hamelin, P.: Force reconstruction: analysis and regularization of a deconvolution problem. *Journal of Sound and Vibration*, 265(1), 2003, S. 81-107.
- [3] Klinkov, M. and Fritzen, C.-P.: An Updated Comparison of the Force Reconstruction Methods. *Key Engineering Materials*, 347, 2007, SS. 461-466.
- [4] Inoue, H., Harrigan, J. J. and Reid, S. R.: Review of inverse analysis for indirect measurement of impact force. *Applied Mechanics Reviews*, 54(6), 2001, S. 503-524.
- [5] Park, J., Ha S. and Chang, F. K.: Monitoring Impact Events Using a System-Identification Method. *AIAA Journal*, 47(9), 2009, S. 2011-2021.
- [6] Torres-Arredondo, M. A. and Fritzen, C.-P.: Impact Monitoring in Smart Structures Based on Gaussian Processes. *Proceedings of the 4th International Symposium on NDT in Aerospace*, Augsburg, Germany, 2012.
- [7] Gaul, L. and Hurlbaas, S.: Identification of the impact location on a plate using wavelets. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 12(6), 1998, S. 783-795.
- [8] Doyle, J.: An experimental method for determining the dynamic contact law. *Experimental Mechanics*, 24(1), 1984, S. 10-16.
- [9] Jones, R.T., Sirkis, J.S. and Friebele, E.J.: Detection of impact location and magnitude for isotropic plates using neural networks. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 8(1), 1997, S. 90-99.
- [10] Yan, G. and Zhou, L.: Impact load identification of composite structure using genetic algorithms. *Journal of Sound and Vibration*, 319(3-5), 2009, S. 869-884.
- [11] Donoho, D. L., and Elad, M.: Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via  $l_1$  minimization. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 100(5), 2003, S. 2197-2202.
- [12] Donoho, D. L.: Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 52(4), 2006, S. 1289-1306.
- [13] Kim, S. J., Koh, K., Lustig, M., Boyd, S. and Gorinevsky, D.: An Interior-Point Method for Large-Scale  $l_1$ -Regularized Least Squares. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 1(4), 2007, S. 606-617.
- [14] Chen, S., Donoho, D. and Saunders, M.: Atomic Decomposition by Basis Pursuit. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 20(1), 1998, S. 33-61.
- [15] Gill, P., Wang, A. and Molnar, A.: The In-Crowd Algorithm for Fast Basis Pursuit Denoising. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59(10), 2011, S. 4595-4605.

# Statistische Analyse von Schwingungs- und Prozesssensordaten zur Zustandsbewertung – Perspektive modularer Sensorlösungen in der Industrie 4.0

Dipl.-Ing. **Nikolai Helwig**, ZeMA – Zentrum für Mechatronik und Automatisierungstechnik, Saarbrücken;  
Prof. Dr. rer. nat. **Andreas Schütze**, Lehrstuhl für Messtechnik, Universität des Saarlandes, Saarbrücken

## Kurzfassung

In dem Beitrag wird ein Ansatz zur automatisierten statistischen Analyse von Schwingungs- und Prozesssensordaten zur Zustandsbewertung von zyklusbasierten Industrieprozessen vorgestellt. Am Applikationsbeispiel eines hydraulischen Systems wird gezeigt, dass neben typischen Schadens- und Verschleißmechanismen von mechanischen Komponenten auch Sensorfehler zuverlässig erkannt und ihr Schweregrad quantifiziert werden kann. Daneben wird das BMBF-Forschungsprojekt *MoSeS-Pro* vorgestellt, im Rahmen dessen ein modularer Sensorbaukasten primär basierend auf periodischen Messgrößen entwickelt wird, der neben der Zustandsbewertung von Produktionsanlagen auch in den Bereichen Qualitätssicherung, Prozesssteuerung und Inbetriebnahme eingesetzt werden kann.

## Abstract

In this work, we propose a method for automated statistical analysis of vibration and process sensor data for condition assessment of cyclically operated industrial systems. The evaluation of an application example in the field of hydraulic systems shows, that typical damage and wear processes of mechanical components as well as sensor faults can be quantitatively identified. Furthermore, the actual research project *MoSeS-Pro* funded by BMBF is presented, developing a modular sensor kit primary based on periodic measurands which can be deployed in condition assessment of production facilities as well as in quality assurance, process control, and commissioning.

## 1. Einleitung

Bei den Instandhaltungskonzepten tritt präventive oder gar reaktive Wartung immer mehr in den Hintergrund, während sich die zustandsbasierte, „intelligente“ Wartung in den letzten Jahren weitgehend etabliert hat, um eine hohe Anlagenverfügbarkeit in der Produktion zu gewährleisten [1]. Mit einer zunehmenden Variabilität der Produktionsprozesse und der For-

derung nach Losgröße 1 [2] werden sich die Anforderungen an die Zustandsüberwachung und -bewertung von Produktionsanlagen und –teilsystemen nochmals deutlich erhöhen, um zeit- und ressourceneffizient bei minimalem Ausschuss produzieren zu können. Hierbei muss jedoch sichergestellt werden, dass das Condition Monitoring System und jeder zusätzliche Sensor nicht nur eine weitere potentielle Fehlerquelle darstellen, sondern einen tatsächlichen Mehrwert für die Robustheit und Zuverlässigkeit des Gesamtsystems bieten, indem alle relevanten Größen online erfasst und ausgewertet werden.

Ab einer gewissen Komplexität des zu überwachenden Systems ist eine Modellierung anhand eines physikalischen Modells nicht mehr praktikabel, da die Abhängigkeiten zwischen Teilsystemen sowie der Einfluss möglicher Störgrößen nicht ausreichend genau und langzeitstabil abgebildet werden können. An dieser Stelle kommen rein datengetriebene Verfahren zum Zug, die durch das Lösen eines Optimierungsproblems basierend auf den Sensordaten die Erkennung verschiedener bekannter Zustände diskret (Klassifikation) oder kontinuierlich (Regression) erlauben. Somit können beispielsweise Fehlerszenarien, die in der Vergangenheit aufgetreten sind, bei einem erneuten Auftreten direkt zugeordnet werden. Voraussetzung hierfür ist jedoch, dass die Zustände in den Trainingsdaten bekannt sein müssen. Neben diesen überwachten Lernverfahren existieren zudem unüberwachte Methoden, bei denen die Klassenzugehörigkeit nicht vorgegeben, bzw. unbekannt ist. Mit diesen werden ähnliche Signalmuster zu einem Cluster zusammengefasst und unterschiedliche Muster separiert. Allerdings ist nicht gewährleistet, dass ebenfalls die Zielgröße damit abgebildet werden kann, wenn eine dominante Störgröße überlagert ist.

In der Praxis bietet sich für die Zustandsüberwachung und -bewertung eine Kombination beider Verfahren mit einer Anomalie-Erkennung basierend auf unüberwachten Lernverfahren und einer Detektion bekannter Schadens- und Verschleißprozesse basierend auf überwachten Verfahren an.

Aktuell findet in industriellen Anwendungen primär die Schwingungsanalyse mittels Schwellwertentscheidung (z.B. ISO 10816) zur Zustandsbewertung Verwendung [1,3], allerdings birgt eine ganzheitliche Betrachtung durch Einbeziehen von Prozesssensordaten sowie die Auswertung mit maschinellen Lernverfahren großes Potential, wie in einem hydraulischen Anwendungsbeispiel gezeigt wird.

## 2. Analysekonzept

Voraussetzung für die folgende Analyse ist, dass die zu überwachende Anlage einen zumindest teilweise sich wiederholenden konstanten Prozesszyklus durchläuft, sodass vergleichbare Betriebsbedingungen (Lastbereich, Drehzahl, Ventilstellung, etc.) vorliegen. Dies kann

auch im Falle großer Variantenvielfalt bei Produktionsprozessen auf Maschinenebene angenommen werden. Gleichzeitig wird eine synchronisierte Datenaufnahme der Sensoren in Bezug auf den Zyklus benötigt, um durchgängig die Zeitabschnitte der Sensordaten einem Prozessschritt des Zyklus (z.B. Lastsprung, Ventilschalten) zuordnen zu können. Die Strukturierung der Sensordaten erfolgt hierbei in Form von Matrizen, geordnet nach Zyklen und Datenpunkten innerhalb des Zyklus (Abb. 1). Die Auswertung erfolgt im Wesentlichen in den Schritten Merkmalsextraktion, Merkmalsselektion und Klassifikation:

- Bei der **Merkmalsextraktion** wird grundsätzlich unterschieden, ob Merkmale aus dem Zeit- oder Frequenzbereich zu generieren sind. Im Falle von Zeitbereichsmerkmalen werden die verfügbaren Sensoren iteriert, in die charakteristischen Zyklusbereiche unterteilt und formbeschreibende Merkmale (z.B. Anstiegszeiten bei Lastsprüngen, Extremwerte) sowie statistische Kennwerte (Median, statistische Momente) berechnet. Dieses Vorgehen wird für die Prozesssensordaten verwendet und erlaubt eine Verdichtung der Sensordaten um ca. Faktor 30 - 40. Für die hochabgetasteten Vibrationsdaten sind die ersten beiden Schritte identisch, jedoch erfolgt danach eine Fourier-Transformation in den Frequenzbereich, sowie eine Rasterung des Amplitudenspektrums in äquidistante Frequenzintervalle (typischerweise 256 Hz), in denen jeweils Median, statistische Momente und Extremwerte extrahiert werden. Im Vergleich lässt sich hierbei nochmals eine deutlich höhere Verdichtung der Daten (etwa Faktor 500) erzielen.

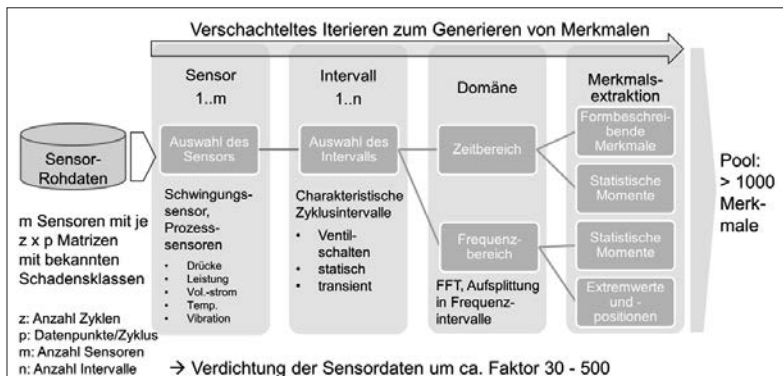


Bild 1: Merkmalsextraktion: Generieren des Merkmalspools

- Im nächsten Schritt erfolgt die **Merkmalsselektion**, bei der von den generierten Merkmalen diejenigen ausgewählt werden, die am besten zur Beschreibung der Ziel-

größe geeignet sind. Neben einer weiteren Datenreduktion und einem reduzierten Rechenaufwand der darauffolgenden Schritte wirkt dies dem Overfitting, also einer Überanpassung des statistischen Modells an die Trainingsdaten, entgegen [4]. In der Literatur findet sich eine Vielzahl von Merkmalsselektionsverfahren, die sich in die Kategorien Filter-, Embedded- und Wrapper-Methoden unterteilen lassen [5]. Aufgrund der großen Anzahl von Merkmalen von über 1.000 (Prozessdaten), bzw. über 3.000 (Vibrationsdaten), wird die univariate Filter-Methode [5] verwendet, da sie die schnellste Selektionsmethode ist, jedoch den Nachteil hat, dass Relationen zwischen den Merkmalen (etwa Korrelation) nicht berücksichtigt werden, was sich negativ auf die Stabilität des nachgelagerten Klassifikators auswirken kann [6]. Konkret erfolgt ein Ranking der Merkmale anhand des Korrelationskoeffizienten (Pearson/Spearman) zur Zielgröße, wobei die 20-50 Merkmale mit den betragsgrößten Korrelationskoeffizienten ausgewählt werden.

- Im letzten Schritt erfolgen die **Dimensionsreduktion** mittels linearer Diskriminanzanalyse (LDA) sowie die **Klassifikation**. Die LDA ist ein multivariates Verfahren, der in der Trainingsphase neben den hochdimensionalen Merkmalsvektoren der Zyklen die jeweilige Klassenzugehörigkeit übergeben wird. Daraus wird ein Projektionsvektor berechnet, mit dem sich die hochdimensionalen Merkmalsvektoren in eine niedrigdimensionale (typischerweise zweidimensionale) Darstellung mittels Diskriminanzfunktionen (DF) überführt lassen, in der sich die verschiedenen Klassen optimal voneinander separieren lassen. Konkret bedeutet dies, dass die Streuung der projizierten Merkmalsdaten innerhalb einer Klasse minimiert und gleichzeitig die Streuung von unterschiedlichen Klassen maximiert wird [7]. Die Klassifizierung neuer und unbekannter Zyklen erfolgt dann mittels einer einfachen Linearkombination vom Merkmals- und Projektionsvektor mit anschließender Betrachtung der Abstände zu den Referenz-, bzw. Trainingsdaten (Mahalanobis Distanz oder k-nächste-Nachbarn).

Häufig ist die lineare Abbildung ausreichend für eine optimale Klassentrennung. Bei anspruchsvollen Datensätzen kann zudem ein zusätzlicher Vorverarbeitungsschritt vor der Merkmalsextraktion (z.B. Logarithmieren, Normieren) oder eine Klassenbeschreibung mit spezifischer Zuordnung von Ziel- und Störgrößen, sofern bekannt, Vorteile bringen. Daneben sind auch anstelle der LDA deutlich aufwendigere nichtlineare Klassifizierungsverfahren (Neuronale Netze, Support Vector Machines) denkbar, wobei für jede individuelle Applikation eine Kosten-Nutzen-Abschätzung sinnvoll ist.

### 3. Zustandsbewertung hydraulischer Systeme mittels Prozess- und Vibrationsdaten

#### 3.1 Erkennung mechanischer Verschleiß- und Schadensgrößen

Der Fokus bisheriger Untersuchungen lag in der Zustandsanalyse von hydraulischen Systemen, die aufgrund ihrer Leistungsdichte sowie hohen generierbaren Kräften auch zukünftig in mobilen und industriellen Anwendungen unverzichtbar sein werden. Gemeinsam mit dem Unternehmen Hydac Filter Systems (Sulzbach, Deutschland) wurde ein generisches Hydraulikaggregat entwickelt, mit dem systematisch der Einfluss von typischen, experimentell simulierten Schadensszenarien und Verschleißerscheinungen charakterisiert werden kann (Abb. 2). Untersucht wurden (a) eine reduzierte Kühlleistung durch die Verschmutzung der Kontaktfläche des Wärmetauschers, (b) ein verzögertes Schaltverhalten eines Wegeventils, wie sie beispielsweise durch erhöhte Partikelkontamination des Fluids verursacht werden kann, (c) eine interne Leckage der Innenzahnradpumpe sowie (d) der reduzierte Vordruck des Hydrospeichers aufgrund von Gasleckage.

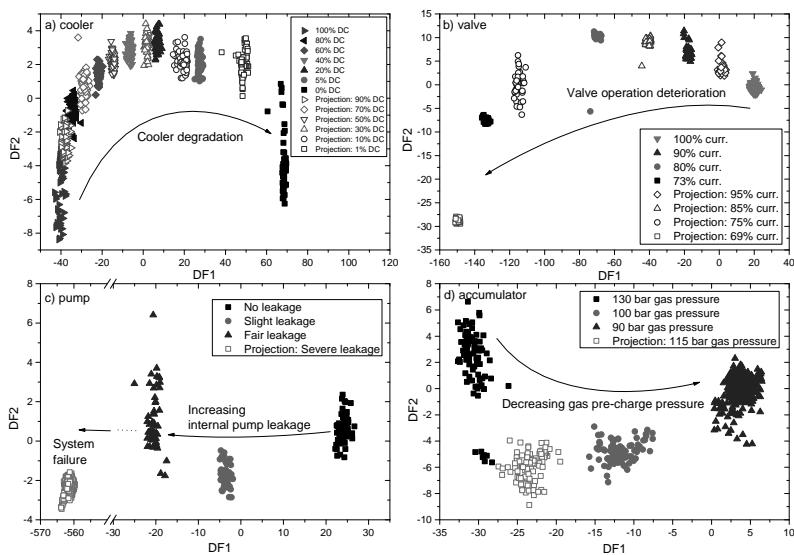


Bild 2: Schadensverläufe typischer Schadens- und Verschleißmechanismen in hydraulischen Systemen: (a) Verringerung der Kühleffizienz, (b) Schaltverhalten des Wegeventils, (c) interne Leckage der Förderpumpe, (d) verringerter Vordruck des Hydrospeichers aufgrund von Gasleckage [8].

Basierend auf den Prozesssensordaten von insgesamt 17 Sensoren, also Drücken ( $f_s=100$  Hz), Leistung ( $f_s=100$  Hz), Volumenströmen ( $f_s=10$  Hz), Vibrationseffektivwert ( $f_s=1$  Hz) und Temperaturen ( $f_s=1$  Hz) sowie daraus generierten virtuellen Sensoren (Wirkungsgrad, Kühlleistung und -effizienz), konnte anhand des in Kapitel 2 gezeigten Schemas automatisiert für die untersuchten Zielgrößen ein statistisches Modell erstellt werden, das eine Quantifizierung des Schadensausmaßes in Richtung der ersten Diskriminanzfunktion (DF 1) erlaubt und gleichzeitig robust gegenüber typischen Störgrößen wie Öltemperaturvariation sowie freier Luft im Fluid ist. Durch die Projektion von Zwischenstufen des Schweregrades, die nicht für das Training verwendet wurden (dargestellt als Datenpunkte ohne Füllung), konnte gezeigt werden, dass unbekannte, neue Zustände richtig zugeordnet werden [8].

Neben den Prozesssensoren wurde zudem die Hauptpumpe des Aggregats mit einem dreiachsigen MEMS-Beschleunigungssensor (STMicroelectronics LIS352AR) ausgestattet, deren Beschleunigungsachsen jeweils zyklussynchron mit 8.192 Hz abgetastet wurden. In einer Charakterisierungsmessung wurden jeweils drei Schweregrade von fünf Schadensszenarien überlagert (vgl. Tabelle 1), sodass insgesamt 243 Zustandskombinationen durchlaufen werden, die jeweils nach den drei Schweregraden eines Schadenstyps basierend auf den Daten eines Zyklus klassifiziert wurden. Somit bilden die übrigen überlagerten Schadenstypen Störgrößen, die die Klassifikation erheblich erschweren, gleichzeitig aber auch die Robustheit erhöhen, indem bei der Merkmalsselektion Quereinflüsse systematisch unterdrückt werden. Prinzipiell zeigt sich, dass die Klassifikationsrate basierend auf den Prozesssensordaten im Zeitbereich verglichen mit den Beschleunigungsmerkmalen im Frequenzbereich durchschnittlich deutlich höher ist (Tabelle 1). Jedoch liefern die spektralen Vibrationsmerkmale bei der Ventilschaltüberwachung vergleichbare und bei der Erkennung von freier Luft im Fluid sogar deutlich bessere Ergebnisse. Somit ist die Zustandsbewertung mittels Prozesssensoren nicht pauschal vorzuziehen, vielmehr ergänzen sich beide Methoden und erlauben durch eine Kombination eine erhöhte Zuverlässigkeit der Überwachung.



Tabelle 1: Vergleich der Klassifikationsrate zwischen Prozesssensor- und Vibrationsdaten (10-Fold Kreuzvalidierung, Mahalanobis Klassifikation, 20 Merkmale, Periodendauer der Klassifizierung 60 s)

Schadensfall (je 3 zu trennende Schweregrade)	Klassifikationsrate Prozesssensordaten	Klassifikationsrate Vibrationsdaten
Reduzierte Kühlleistung	99,7 %	95,6 %
Verzögertes Ventilschalten	99,8 %	99,5 %
Interne Pumpenleckage	87,3 %	71,1 %
Gasleckage Hydrospeicher	89,3 %	75,6 %
Freie Luft im Fluid	64,7 %	73,4 %
Mittelwert	88,2 %	83,0 %

Im folgenden Beispiel wird die Schaltüberwachung des Ventils anhand des Vibrationsspektrums der Hauptpumpe während des Schaltvorgangs gezeigt: Im Differenz-Amplitudenspektrum (Abb. 3a) ist zu erkennen, dass speziell bei den Resonanzfrequenzen der Pumpe deutliche Änderungen zu verzeichnen sind, die mit dem Ventilzustand korrelieren. Extrahiert man aus dem Spektrum die 50 höchstkorrelierten Merkmale und bildet sie mittels LDA auf zwei Dimensionen ab, erhält man die Projektion der Trainingsdaten in Abb. 3b. Hierbei ist zu erkennen, dass sich der Ventilzustand in Richtung der ersten Diskriminanzfunktion verschlechtert. Zudem ist eine Interpolation von projizierten Zwischenzuständen möglich. DF 1 lässt sich wiederum direkt linear auf die Zeitkonstante des Drucksprungs beim Ventilschalten abbilden (Abb. 3c), sodass DF 1 als physikalische Größe interpretierbar ist.

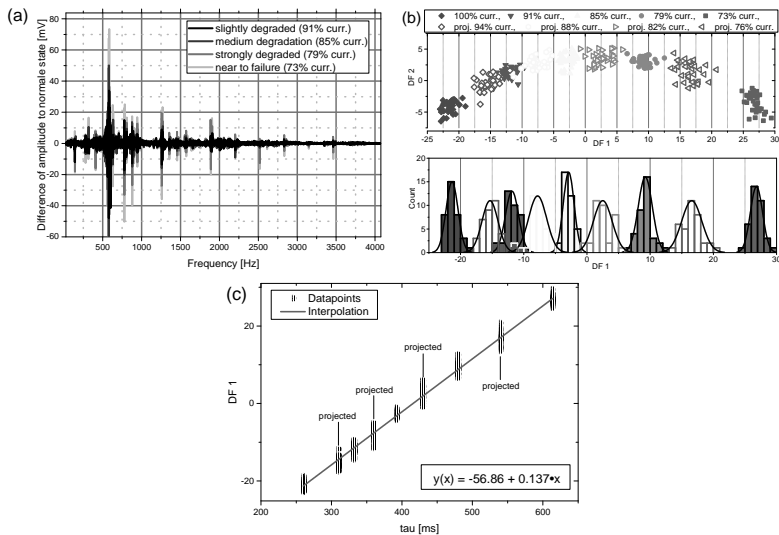


Bild 3: Ventilschaltüberwachung anhand der Vibrationsmerkmale der Hauptpumpe:

(a) Amplitudendifferenzen des Vibrationspektrums zwischen Normalzustand (100 %) und Schadenszuständen des Wegeventils, (b) LDA Projektion der 50 höchstkorrelierten Merkmale mit Trainings- (100, 91, 85, 79, 73 %) und Validierungsklassen (94, 88, 82, 76 %), (c) linearer Fit von DF 1 und der Zeitkonstante des Schaltvorgangs. [9]

### 3.2 Sensor-Selbstüberwachung

Mit einer zunehmenden Komplexität der zu überwachenden Anlage steigt auch die Wahrscheinlichkeit von (Teil-)Ausfällen von Komponenten. Am Beispiel von Windenergieanlagen verdeutlicht Tchakoua [3], dass ungeplante Stillstände nicht primär durch Probleme im Bereich der Mechanik, sondern in 54 % der untersuchten Fälle durch Elektronik, Steuerung und Sensoren verursacht werden. Dadurch ergibt sich die Notwendigkeit, die Validität der Sensordaten zu überprüfen, um Fehlklassifikationen der Zielzustände zu vermeiden und die Robustheit allgemein zu erhöhen. Während schwerwiegende Fehler wie Kabelbruch oder ein Ausfall des Sensorelements anhand einer Schwellwertentscheidung vergleichsweise einfach zu detektierten sind, stellen Fehlfunktionen wie beispielsweise ein konstanter Offset, Drift,

ein erhöhtes Signal-Rausch-Verhältnis oder Signalausreißer des Sensors eine wesentlich größere Herausforderung dar.

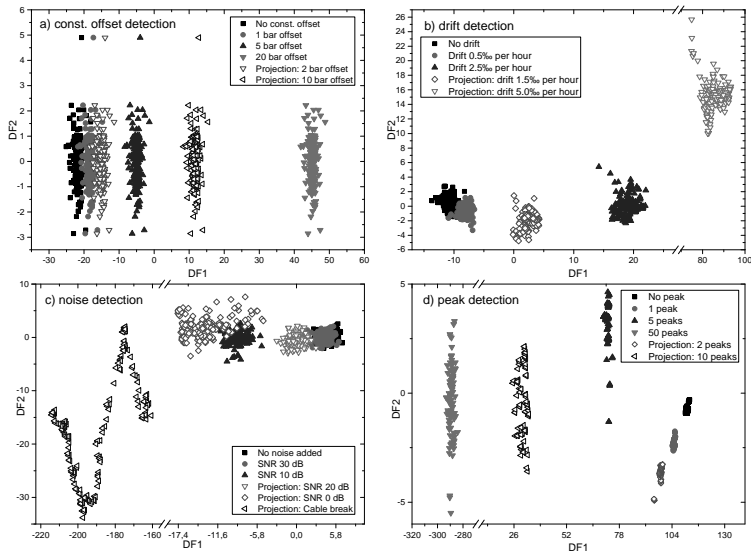


Bild 4: Detektion und Quantifizierung der Sensorfehler (a) konstanter Offset, (b) überlagerter Drift, (c) überlagertes Rauschen und (d) Signalausreißer durch Ausnutzung von Signalrelationen des Sensornetzes. [8]

Am Beispiel des Hydraulikprüfstands konnte gezeigt werden, dass durch die Nutzung von Merkmalen, die die Relationen der 17 Prozesssensordaten untereinander beschreiben (Mittelwert-Verhältnisse, Korrelationen sowie deren Zeitreihenverläufe), die Fehlfunktionen von einzelnen Sensoren schon erkannt werden können, bevor sie zu einer verringerten Klassifikationsrate führen (Abb. 4). Hierbei wurde ein Messverlauf des Hydraulikprüfstands verwendet, bei dem der Signalverlauf eines Sensors per Software manipuliert wurde, um die Fehlfunktionen mit verschiedenen Schweregraden zu simulieren. Mithilfe der Selektion der höchstkorrelierten Merkmale sowie der LDA-Projektion konnte wie zuvor auch hier eine Quantifizierung mittels DF 1 durchgeführt werden, sowie eine Interpolation von Zwischenzuständen. Daneben kann das Verfahren genutzt werden, um weitere Anomalien zu erkennen, demonstriert an der Projektion eines simulierten Kabelbruchs (konstantes Signal mit überlagertem gleichverteilten weißen Rauschen) bei der Signal-Rausch-Verhältnis Erkennung in Abbildung 4c. Im Falle einer erkannten Fehlfunktion eines Sensors anhand der Entscheidung

basierend auf dem Sensornetz kann der betroffene Sensor isoliert und seine Daten aus dem Referenzdatensatz ausgeschlossen werden. Im Anschluss werden die verbleibenden Merkmale ausgewählt, die beim Ranking anhand der Filtermethode die höchste Signifikanz aufweisen und zum Training der LDA ausgewählt. Dieser Ansatz wurde mit dem Hydraulikdatensatz evaluiert: Sukzessive wurden die Merkmale des höchstkorrelierten Sensors ausgeschlossen, das System mit den verbleibenden Sensordaten trainiert und die Klassifikationsrate für die Zielschadensfälle evaluiert (Abb. 5). Es zeigt sich, dass verschiedene Prozesssensoren im Hydraulikaggregat inhärente Korrelationen aufweisen, die mit diesem Ansatz systematisch ausgenutzt werden, sodass der Ausfall von bis zu 5 der insgesamt 17 Sensoren ohne signifikanten Rückgang der Detektionsrate kompensiert werden kann [8]. Somit kann sich das System selbstständig überwachen und im Fehlerfall den schadhafte Sensor eingrenzen, isolieren, und in einem Notlaufmodus auf die besten verbleibenden Merkmale zurückgreifen, um seine Funktion in einer Art Notlaufmodus fortzuführen, bis eine Instandsetzung durchgeführt werden kann.

#### 4. Modulare Sensorsysteme für Industrie 4.0

Für komplexe und vernetzte Produktionsanlagen ergeben sich weitreichende Anforderungen an die Sensorsysteme: Diese sollen entlang der gesamten Wertschöpfungskette eingesetzt werden können (vgl. [10]) und hierbei die Ressourceneffizienz steigern, Störeinflüsse beherrschen, zu einem selbstorganisierten Instandhaltungsmanagement beitragen und gleichzeitig die Resilienz und Flexibilität erhöhen [11].

Der Ansatz eines universell einsetzbaren Sensorbaukastens für die Industrie 4.0 wird in dem Forschungsprojekt MoSeS-Pro [12] am Beispiel von Montage-, Prüf-, Handhabungs- und Verpackungsprozessen untersucht. Angestrebt wird ein Baukastensystem aus Elektronikmodulen mit hoher Signalverarbeitungskapazität basierend auf FPGA/DSP Technolo-

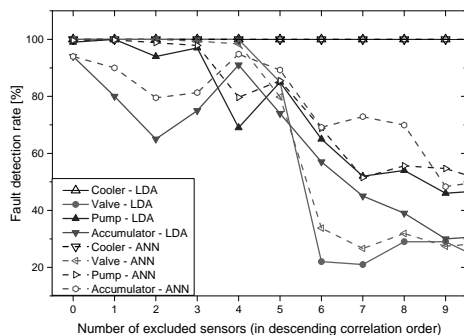


Bild 5: Resilienzverhalten: Detektionsrate vs. Anzahl der ausgeschlossenen höchstkorrelierten Sensoren nach Schadenstyp bei Verwendung der LDA sowie eines künstlichen neuronalen Netzes (ANN, mehrlagiges Perzeptron mit 10 verdeckten Schichten) [8].

gien sowie Sensorelementen, die primär auf magnetoresistiven Messverfahren (hierbei speziell TMR) basieren und somit ein breites Applikationsspektrum hauptsächlich periodischer Messgrößen, etwa Strom, Winkel und Weg, bei einer hohen Orts- und Zeitauflösung [13] abdecken. Um eine hohe Zuverlässigkeit zu gewährleisten, werden die MR-Sensorelemente auf der untersten Schicht der Systemarchitektur mit einer Self-X Funktion (Selbstüberwachung, -justierung und -korrektur) versehen [14]. Daneben sollen weitere Sensorprinzipien wie Mikrofonie und bildgebende Verfahren sowie Messgrößen wie Temperatur, Ölqualität und Druck eingebunden werden, um ein umfassendes Bild über die zu überwachende Anlage und Umgebungseinflüsse zu erhalten.

Je nach Applikation und Messgröße werden passende Softwaremodule mit den Elektronikmodulen kombiniert, um entweder im Zeit- oder Frequenzbereich Merkmale zu extrahieren und somit durch den Bezug zum Produktionsprozess aus einem einfachen Sensorelement einen adaptiven „virtuellen Multisensor“ zu generieren, der die Zustandsüberwachung mehrerer unterschiedlicher Zielgrößen erlaubt. Durch den Einsatz multivariater statistischer Verfahren auf übergeordneter Ebene wird aufgrund vorangegangener Erfahrungen erwartet, dass auf Basis des Sensornetzwerks bekannte Schadensfälle selbst bei Überlagerungen von Störgrößen gezielt angelernt und neu auftretende Störfälle mittels Clustering-Verfahren [7] identifiziert werden können.

Neben der statistischen Analyse soll zudem eine modellbasierte Überwachung von elektrischen Antrieben mittels des Direct Flux Control (DFC) Verfahrens [15] auf Sensorebene implementiert werden, welche eine umfassende Zustandsbewertung basierend nur auf einer Strom- und Spannungsmessung erlaubt. Eine hohe Flexibilität und vereinfachte Inbetriebnahme wird durch eine drahtlose Echtzeit-Datenübertragung in Kombination mit Energy-Harvesting-Ansätzen ergänzend zur leitungsgebundenen Signalübertragung gewährleistet. Nach einer Laborerprobung soll das modulare Sensorsystem im Rahmen des Projekts umfassend in der Produktion bei den industriellen Partnern evaluiert werden.

## 5. Zusammenfassung und Ausblick

Am Beispiel eines Hydrauliksystems konnte gezeigt werden, dass die vorgestellte automatisierte statistische Analyse, mit der Prozess- und Schwingungssensordaten im Kontext des Maschinenprozesses ausgewertet werden, ein großes Potential für die Zustandsbewertung birgt. Typische Schadens- und Verschleißmechanismen, etwa Ventilschaltverzögerungen, interne Pumpenleckage und Vordruckverlust des Hydrospeichers, konnten selbst bei dominanten Störgrößen zuverlässig erkannt und quantifiziert werden. Daneben ermöglicht das Vorgehen eine Identifikation fehlerhafter Sensoren durch die Betrachtung der Signalrelatio-

nen zueinander und eine Kompensation von bis zu 5 ausgefallenen signifikanten Prozesssensoren, wodurch sich die Robustheit wesentlich erhöht. Die bisherigen Erkenntnisse fließen in die Entwicklung eines modularen Sensorsystems für die Industrie 4.0 ein, das in verschiedenen industriellen Anwendungsszenarien, etwa der Qualitätssicherung, Inbetriebnahme, Prozesssteuerung und der Zustandsüberwachung evaluiert werden soll.

## **6. Danksagung**

Das Forschungsprojekt MoSeS-Pro wird vom BMBF im Rahmen des Programms „Sensorbasierte Elektroniksysteme für die Industrie 4.0 – SElekt I4.0“ (FKZ 16ES0419K) gefördert.

## 7. Literatur

- [1] Higgs, P., Parkin, R., Jackson, M., Al-Habaibeh, A., Zorriassatine, F. u. Coy, J.: A Survey on Condition Monitoring Systems in Industry, ASME 7th Biennial Conference on Engineering Systems, 2004.
- [2] Bundesministerium für Wirtschaft und Energie (Hrsg.): Industrie 4.0 und Digitale Wirtschaft - Impulse für Wachstum, Beschäftigung und Innovation, April 2015.
- [3] Tchakoua, P., et al.: Wind Turbine Condition Monitoring: State-of-the-Art Review, New Trends, and Future Challenges, *Energies* 2014, 7, 2595-2630; doi:10.3390/en7042595.
- [4] Dijun, L., Ding, C. u. Huang, H.: Linear Discriminant Analysis: New Formulations and Overfit Analysis, AAAI, 2011.
- [5] Stańczyk, U.: Feature Evaluation by Filter, Wrapper, and Embedded Approaches, Feature Selection for Data and Pattern Recognition, Volume 584 Studies in Computational Intelligence pp 29-44, Springer-Verlag, 2015.
- [6] Bharath, H., Malik, J. u. Ramanan, D.: Discriminative decorrelation for clustering and classification, *Computer Vision—ECCV 2012*, Springer Verlag, 2012.
- [7] Marques de Sá, J.P.: *Pattern Recognition - Concepts, Methods and Applications*, Springer Verlag, 2001.
- [8] Helwig, N., Pignanelli, E. u. Schütze, A.: Detecting and Compensating Sensor Faults in a Hydraulic Condition Monitoring System, *Proc. SENSOR 2015 - 17th International Conference on Sensors and Measurement Technology*, DOI 0.5162/sensor2015/D8.1.
- [9] Helwig, N., Klein, S. u. Schütze, A.: Identification and Quantification of Hydraulic System Faults based on Multivariate Statistics using Spectral Vibration Features, *EU-ROSENSORS 2015*, Freiburg, Germany, 2015, published in *Procedia Engineering*, doi: 10.1016/j.proeng.2015.08.835.
- [10] VDI/VDE-Gesellschaft Mess- und Automatisierungstechnik (Hrsg.): Statusreport - Referenzarchitekturmodell Industrie 4.0 (RAMI4.0), April 2015.
- [11] Promotorengruppe Kommunikation der Forschungsunion Wirtschaft – Wissenschaft (Hrsg.): Umsetzungsempfehlungen für das Zukunftsprojekt Industrie 4.0, Abschlussbericht des Arbeitskreises Industrie 4.0, Oktober 2012.
- [12] Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF): Modulare Sensorsysteme für Echtzeit-Prozesssteuerung und smarte Zustandsbewertung (MoSeS-Pro), Projektsteckbrief, Stand November 2015.
- [13] Jander, A., Smith, C. u. Schneider, R.: Magnetoresistive sensors for nondestructive evaluation, *Nondestructive Evaluation for Health Monitoring and Diagnostics*, International Society for Optics and Photonics, 2005.

- [14] Iswandy, K. u. König, A.: Automated Design of Dependable Intelligent Sensory Systems with Self-x Properties, Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems, 15th International Conference, Kaiserslautern, Germany, September 12-14, 2011, Proceedings, Springer-Verlag, 2011.
- [15] Thiemann, P., Mantala, C., Mueller, T. u. Strothmann, R.: Direct Flux Control (DFC): A New Sensorless Control Method for PMSM, Universities' Power Engineering Conference (UPEC), Proceedings of 2011 46th International, Soest, Germany, 2011.



# Schadenserkennung anhand Spektralanalyse bei Windenergieanlagen

Dr. **Patrick Bangert**<sup>1</sup>, algorithmica technologies GmbH, Bremen;  
Dr. **Daniel Brenner**, Dr. **Dietmar Tilch**<sup>2</sup>,  
Bosch Rexroth Monitoring Systems GmbH, Dresden;  
**Markus Morschheuser**<sup>3</sup>, Freese AG, Bremen

## Kurzfassung

Am Beispiel einer Windenergieanlage wird hier gezeigt, dass es möglich ist einen bestimmten Schadenstyp von einer kontinuierlichen Schwingungsmessung abzuleiten und zeitlich ca. 5 Tage im Voraus präzise zu prognostizieren. Das zugrundeliegende physikalische System wird durch die Messung dargestellt und mit maschinellem Lernen in eine nicht-lineare Differentialgleichung verarbeitet, die die Dynamik korrekt abbildet und daher eine Berechnung eines zukünftigen Zustandes erlaubt.

## Abstract

Here we show that it is possible to determine a specific damage type from a continuous vibration measurement and predict that damage up to 5 days in advance of its occurrence by way of a wind energy plant as an example. The underlying physical system is represented by the vibration measurements and these are used to determine a non-linear differential equation using machine learning methods that describes the dynamic correctly and allow the computation of a future state of the system.

## 1. Einleitung

Viele Probleme technischer Geräte äußern sich in einem auffälligen Schwingungsverhalten an bestimmten Punkten. Bringt man dort einen Schwingungssensor an und misst man die Schwingungen, dann stellt sich die Frage, ob man anhand der Messung das zugrunde liegende Problem vor dem zu erwartenden Schadenseintritt identifizieren kann. In diesem Arti-

---

<sup>1</sup> Die hier vorgestellten Methoden wurden von der algorithmica technologies GmbH entwickelt.

<sup>2</sup> Alle empirischen Daten für diesen Artikel stammen von der Bosch Rexroth Monitoring Systems GmbH. Die Resultate wurden ebenfalls durch sie überprüft.

<sup>3</sup> Die Vermarktung der Prognosetechnologien im Bereich Windenergie und Produktionsanlagen im Flugzeugbau übernimmt die Freese AG.

kel wird umrissen, wie man die Korrelation Schwingungsmessung zu Ausgangsproblem so herstellen kann, dass eine Reaktion möglich ist, bevor der eigentliche Schaden eintritt. Als Beispiel werden Rotorblätter von Windenergieanlagen herangezogen. Konkret werden wir ein Problem betrachten, dass als "Stegablösung" im Rotorblatt bekannt ist. Hierbei löst sich ein großes, klebetechnisch verbundenes Strukturbauteil rasch fortschreitend von der Blattohülle ab und verursacht somit einen großen Schaden, der bis zum Verlust des betroffenen Rotorblattes führen kann. Der Vollständigkeit halber sein angeführt, dass das verwendete System mit derselben angewandten Methodik auch Fehler in Lagern, im Getriebe, dem Generator dem Ölkreislauf und weiteren Komponenten von Windenergieanlagen vor dem Eintritt eines Schadens erkennen kann.

Das Grundproblem der Instandhaltung ist das reaktive Paradigma. Man wartet bis etwas passiert und repariert es dann. Man arbeitet also immer auf Zuruf und dann unter großen Zeitdruck. Der Kunde bezahlt zudem nicht nur die eigentlich notwendigen (1) Reparaturkosten, sondern auch die (2) Kollateralschäden, die oft ein Vielfaches der eigentlichen Reparatur ausmachen. Selbstverständlich muss der Kunde auch den (3) Produktionsausfall verschmerzen. Hinzu kommt der Faktor der (4) Unplanbarkeit: Es müssen Ersatzteile entweder vorgehalten oder eilig bestellt werden, Personal muss eilig zur Windenergieanlage gebracht werden (Off-shore ist das ein erheblicher Kostenfaktor), Reparaturen in Eile werden generell schlechter geplant und stellen ein höheres Ausfallrisiko für die Zukunft dar usw.

Durch eine Schadensprognose erhält man die Möglichkeit, einen Paradigmenwechsel zu vollziehen — hin zur präventiven Instandhaltung. Wenn man heute weiß, dass in sieben Tagen eine Windenergieanlage ausfallen wird, so kann man die Reparatur heute planen, die Anlage morgen abschalten und reparieren. Der Kunde bezahlt dann nur die normalen Reparaturkosten. Die Kollateralschäden entstehen gar nicht, da der Schaden nie eintritt. Der Produktionsausfall ist beschränkt auf die normale Reparaturdauer und daher wesentlich geringer. Die Faktoren der Unplanbarkeit sind wesentlich reduziert und treten in vielen Fällen gar nicht mehr auf.

Eine solche Prognose kann für viele verschiedene technische Probleme erstellt werden. Im Folgenden wird erklärt, wie es im Falle einer Schwingungsmessung an einer Windenergieanlage umgesetzt werden kann.

## 2. Schwingungsspektren

Als Daten einer Schwingungsmessung liegt uns ein Schwingungsspektrum vor. Man definiert also zunächst einen Frequenzbereich  $[f_a, f_b]$  und teilt diesen in gleichgroße Abschnitte auf. Da man in der Spektralanalyse häufig mit Fouriertransformationen arbeitet und diese mit dem FFT Algorithmus behandelt werden, bietet es sich an, eine Potenz von 2 als Anzahl der Frequenzen zu wählen. Übliche Größen für die Anzahl an Frequenzen sind:  $2^{10}=1024$ ,  $2^{11}=2048$ ,  $2^{12}=4096$ ,  $2^{13}=8192$ . Eine niedrige Anzahl würde zu einer zu groben Auflösung führen und eine höhere Anzahl zu einer zu großen Datenmenge.

Für jede Frequenz misst man nun regelmäßig die Stärke, sprich Amplitude, der Schwingung. Die Spektralanalyse geht normalerweise davon aus, dass die Zeitdifferenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Spektren immer gleich ist. Es ist unverhältnismäßig aufwendig, diese Annahme außer Acht zu lassen. Wie oft genau man messen sollte, hängt von den physikalischen Gegebenheiten bzw. von der Geschwindigkeit des Schadensmechanismus ab: Es muss also von Fall zu Fall entschieden werden.

Aus der Analyse der Emissionsspektren chemischer Elemente ist bekannt, dass man aus der Anwesenheit/Abwesenheit von Spektrallinien, deren Höhe und Breite und derer Kombinationen auf die chemische Zusammensetzung der Materie mit großer Genauigkeit schließen kann. Diese Analyse ist nach dem Stand der Technik noch nicht völlig automatisierbar, d.h. um eine chemische Zusammensetzung von einem Spektrum zu ermitteln, muss man dem Computer gewisse einschränkende Annahmen mitteilen wie z. B., dass bestimmte Elemente in dem Testobjekt nicht vorkommen können. Dennoch ist eine weitestgehende automatische Analyse möglich. Sie basiert (1) auf einer mathematischen Datenbereinigung, (2) auf einer mathematischen Bestimmung der Spektrallinienform (Höhe, Breite, Fläche) und (3) auf Fachwissen, welche Elemente welche Spektrallinien hervorrufen.

Die Analyse von Schwingungsspektren wird durch zwei Faktoren erschwert. Zum einen ist die Messung sehr viel ungenauer als eine optische Spektralmessung, insbesondere im Bezug auf Hintergrundgeräusche und Störfaktoren. Schwingungen werden notwendigerweise im laufenden Betrieb unter allen möglichen Bedingungen ermittelt, wobei optische Messungen normalerweise unter streng kontrollierten Laborbedingungen gemessen werden. Zum zweiten fehlt in den meisten Fällen ein ausreichend aufbereitetes Fachwissen über die Korrelation zwischen Schwingungen und technischen Problemen bzw. dem Normalzustand. Selbst der Begriff "Normalzustand" ist bei einem schwingenden Gerät eigentlich ein Sammelbegriff für eine Vielzahl von Betriebszuständen, die alle unterschiedlich schwingen. Dar-

über hinaus ändert sich natürlich das Schwingungsverhalten in Abhängigkeit von Hersteller, Typ, Alter usw. des Geräts.

Ist es überhaupt möglich? Ja. Im Folgenden wird an einem Beispiel aus einer Windenergieanlage gezeigt, wie es gehen kann und dass es in diesen Fällen möglich ist.

### 3. Entrauschen des Spektrums

Zunächst sammelt man Spektren über einen Zeitraum, der aus diversen Normalzuständen und aus verschiedenen interessanten Problemzuständen besteht. Diese Spektren müssen nun bereinigt werden, indem man das Rauschen und die Hintergrundgeräusche löscht. Es gibt prinzipiell zwei Wege ein Spektrum zu entuschen.

Der erste Weg eine Messung zu entuschen, ist der mathematische und einfachere Weg. Die Messungen / Zeitdaten werden gefiltert, d.h. die Spektren werden per FFT in den Frequenzbereich transformiert, und nun löscht man die niedrigen Frequenzen (Hochpassfilter) und die hohen Frequenzen (Tiefpassfilter) und multipliziert alles in der Mitte mit einem Faktor  $w < 1$  (Wiener Filter) und transformiert das Spektrum per iFFT wieder zurück in den Amplitudenbereich. Wie viele der niedrigen und hohen Frequenzen gelöscht werden müssen, hängt vom Gerät bzw. seiner Umgebung ab. Man kann dies visuell abschätzen, indem man sich einige transformierte Spektren aus Normalzuständen ansieht und beobachtet, ab welchen Frequenzen am Rande des Spektrums die Kurve nach oben geht. Diese Kanäle sollten gelöscht werden. Der Wiener Filter ist ein allgemeiner Rauschfilter basierend auf der Annahme, dass die Störgeräusche normalverteilt sind. Da das natürlich in der Realität nie genau der Fall ist, benötigt man die beiden anderen Filter ebenfalls. Der Faktor  $w$  ist das geschätzte Verhältnis von der Amplitude des gewünschten Signals zu der Gesamtamplitude: Ist also das Signal ca. 85% von der Messung und die anderen ca. 15% sind Rauschen, so ist  $w=0.85$ . Dieser Faktor wird normalerweise optisch anhand der Spektren aus dem Normalzustand ermittelt.

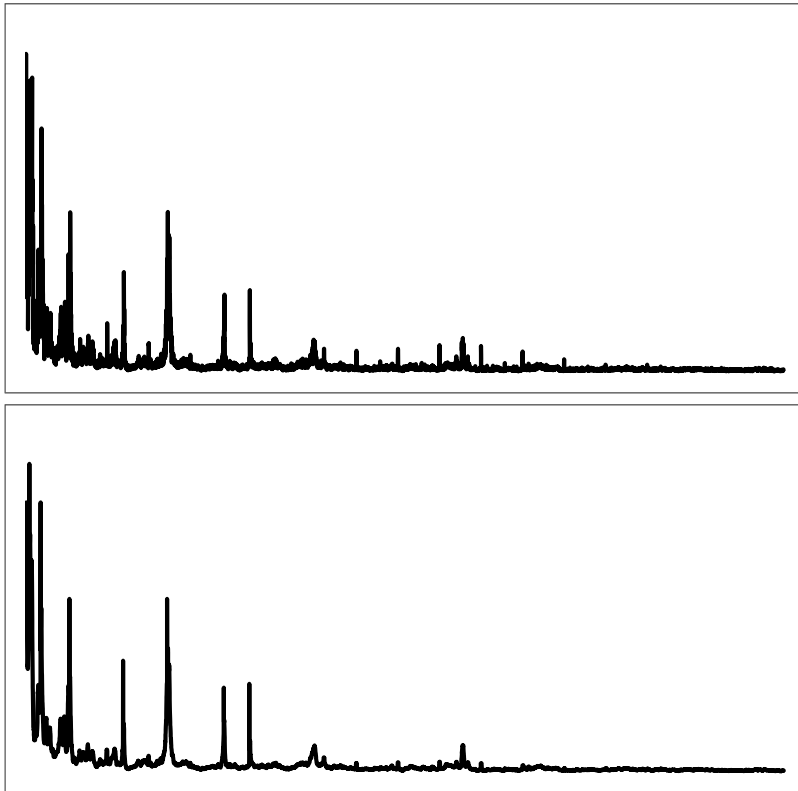


Bild 1: Oben ein Rohspektrum und unten ein gefiltertes Spektrum wie im Text beschrieben. Deutlich zu sehen sind die deutlicheren Linien und das reduzierte Rauschen.

Der zweite Weg, ein Spektrum zu entrauschen ist, das Hintergrundgeräusch bzw. das Spektrum des Geräusches zu kennen und von Spektrum einfach zu subtrahieren. Dazu muss man aber an einem geeigneten Punkt im physikalischen System eine zweite Schwingungsmessung installieren, die nicht das Gerät, sondern den Hintergrund überwacht. Man kann die Subtraktion dann direkt machen oder beide Spektren speichern und die Subtraktion erst in einer Analysephase vornehmen. Da nicht alle Geräusche auf diese Weise zu beseitigen sind, sollte man die oben beschriebene mathematische Analyse auch hier anwenden, allerdings mit anderen Werten.

Selbstverständlich ist der zweite Weg der bessere. Er verlangt allerdings ein gewisses Investment in Hardware, Software und Aufwand. Wenn man es nachträglich installiert, muss man einige Zeit warten, bis wieder genug Daten vorrätig sind, um eine aussagekräftige Analyse machen zu können. Je nachdem wie häufig die Fehler auftauchen, ist diese Dauer möglicherweise sehr lang.

Lohnt sich das? Ja. In Bild 1 ist der Unterschied zwischen einem Rohspektrum und einem mathematisch entrauschten Spektrum zu sehen. Erst jetzt kann man verantwortungsvoll die Höhe, Breite und Fläche einer Spektrallinie bestimmen.

#### **4. Merkmale des Spektrums**

Auf Grund des Rauschens ist in Schwingungsspektren die Höhe der Spektrallinie nur sehr ungenau bekannt. Das führt zu der Konsequenz, dass man die Abwesenheit einer Linie (Höhe gleich oder sehr nahe Null) eigentlich empirisch nicht feststellen kann. Auch eine sehr hohe Linie hat keine genau bestimmbare Höhe. Die Linienhöhe unterliegt daher einer großen Unschärfe, die empirisch zu ermitteln ist. Man ermittelt diese Unschärfe, indem man viele technisch gleiche Normalzustände vergleicht und annimmt, die Linienhöhen wären alle in Realität gleich hoch gewesen. Es ergibt sich eine Verteilung an Abweichungen um einen Durchschnitt. Diese Verteilung sollte in aller Regel die grobe Form einer Normalverteilung haben, und dann kann man als Unschärfe je nach Abschätzung ein Vielfaches der Standardabweichung heranziehen. Angebracht ist ein Faktor von 2 oder 3, da man dadurch fast alle Fälle inkludiert. Man sollte natürlich auch pragmatisch wählen; nämlich so, dass die Unschärfe nicht so groß ist, dass die Linienhöhe generell zur Unbekannten wird.

Aus dem Spektrum aus Abbildung 1 kann man ca. neun Linien deutlich erkennen und deren Höhe, Breite und Fläche sowie deren Ort bestimmen. Ist die Höhe größer als eine Mindesthöhe, so ist die Linie „vorhanden“ und ansonsten ist sie das nicht. Die Fläche ist in aller Regel von Höhe und Breite ableitbar und stellt demnach keine wirklich unabhängige Variable dar. Wir haben somit drei Kennzahlen pro Linie. Eine Datenreduktion eines Spektrums bestehend aus vielen Kanälen ist auch notwendig, um höhere Analysen zu betreiben.

Beim optischen Spektrum würde man nun auf Tabellen von bekannten Spektrallinien zurückgreifen können aus denen man dann schnell die Substanzen herauslesen könnte, die im Material enthalten sind und dann auch deren relative Häufigkeiten berechnen könnte. In unserem Fall fehlt diese Information.

## 5. Spektralevolution

Da die Korrelation zwischen Schadensmechanismus und Spektrallinien von Faktoren wie Hersteller und Alter des Gerätes abhängt, machen wir uns gar nicht die Mühe, das fehlende Fachwissen in der bekannten Tabellenform zu ermitteln, das wäre sehr aufwendig. Stattdessen bemühen wir die Zeitreihenanalyse aus dem Bereich des maschinellen Lernens.

Zunächst wollen wir nicht ein Spektrum, sondern die Gesamtheit aller Spektren über einen möglichst langen Zeitraum analysieren. Wir extrahieren die Merkmale, wie besprochen, aus jedem Einzelspektrum und erhalten als Resultat eine zeitliche Evolution aller Merkmale. Einzelne Linien treten auf, verschwinden wieder, werden stärker oder breiter und auch wieder schwächer. Die Evolutionskette zeigt man bekanntlicher Weise am Besten in einem Spektrogramm auf, siehe Abbildung 2.

Zusätzlich zu diesem empirischen Wissen sammeln wir nun noch die Uhrzeitangaben aller Schadensereignisse in diesem Zeitraum und klassifizieren sie nach Schadensart.

Was wir nun brauchen, ist eine numerische Größe pro Schadensart, die allein anhand der Spektralmerkmale ausgerechnet werden kann und die einen Grenzwert immer dann und nur dann überschreitet, wenn der relevante Schadensmechanismus wirkt. Dies ist üblicher Weise durch eine lineare Funktion mit entsprechenden Koeffizienten, sprich eine Regressionsgerade, zu machen. Das ist eine Standardaufgabe in der Mathematik und wird hier nicht weiter besprochen.

Der Kunstgriff ist es, diese Schadenssignale zu prognostizieren, d.h. heute zu sagen, dass das Signal übermorgen den Grenzwert schneiden wird, und deshalb die Anlage schon morgen abzustellen.

## 6. Prognose

Zur Prognose haben wir nun ein zeitliches Signal pro Schadensart, berechnet aus den einzelnen Spektralmerkmalen. Es ist also eine deutliche Komprimierung der empirischen Messdaten. Hierdurch mitteln sich diverse Störfaktoren aus der Analyse heraus und das Resultat

ist stabil und robust. Ein Schadensmechanismus hat immer ein „Gedächtnis,“ d.h. sein gegenwärtiger Zustand hängt nicht nur von der jüngsten Vergangenheit (dem unmittelbar vorigen Moment), sondern auch von einer längeren Vergangenheit ab. Das bedeutet, dass die Variable der Zeit eine aktive Rolle in der Prognose spielen muss.

Da wir maschinelles Lernen aus pragmatischen Gründen benutzen möchten und nun eine Zeitreihe prognostizieren möchten, die von einer längeren Vergangenheit abhängt, bedeutet dies, dass wir rekurrente neuronale Netzwerke benötigen. Insbesondere wählen wir das Echo State Network (ESN), da es die richtigen mathematischen Eigenschaften für diese Aufgabe besitzt [1].

Die Forschung zeigt exzellente Resultate in der Nutzung von ESNs in der Prognose von diversen Zeitreihen. Selbst nach einigen Dekaden der Forschung in neuronalen Netzwerken allgemein und einigen Jahren in ESNs speziell, ist die Parametrisierung der Topologie und Lernalgorithmen immer noch eine alchemistische „schwarze“ Kunst, die nur durch Erfahrung zu beherrschen ist. Ist das ESN allerdings einmal, entweder durch Erfahrung oder durch Probieren, erfolgreich ermittelt, so liefert es zuverlässige Prognosen für die Zeitreihe, auf die es trainiert wurde.

Wenn es einen solchen Aufwand benötigt, warum heißt es dann maschinelles Lernen? Ähnlich wie das menschliche Lernen üblicherweise einen Lehrer braucht, so braucht auch das maschinelle Lernen einen Lehrer. Die Lehrtätigkeit beschränkt sich hier auf das Einstellen von Parametern. Das eigentliche Lernen erfolgt dann tatsächlich maschinell.

ESNs haben die gute Eigenschaft, dass sie „updatefähig“ sind. Wird also neues empirisches Wissen durch weitere Messungen gesammelt, so kann dieses Wissen in die Koeffizientenstruktur des ESN eingebracht werden, ohne ein komplettes Neutraining zu benötigen. Dieser Vorgang kann vollautomatisiert mit derselben Parametrisierung ablaufen wie das ursprüngliche Training. Das ESN ist somit immer aktuell, ohne menschlichen Aufwand.



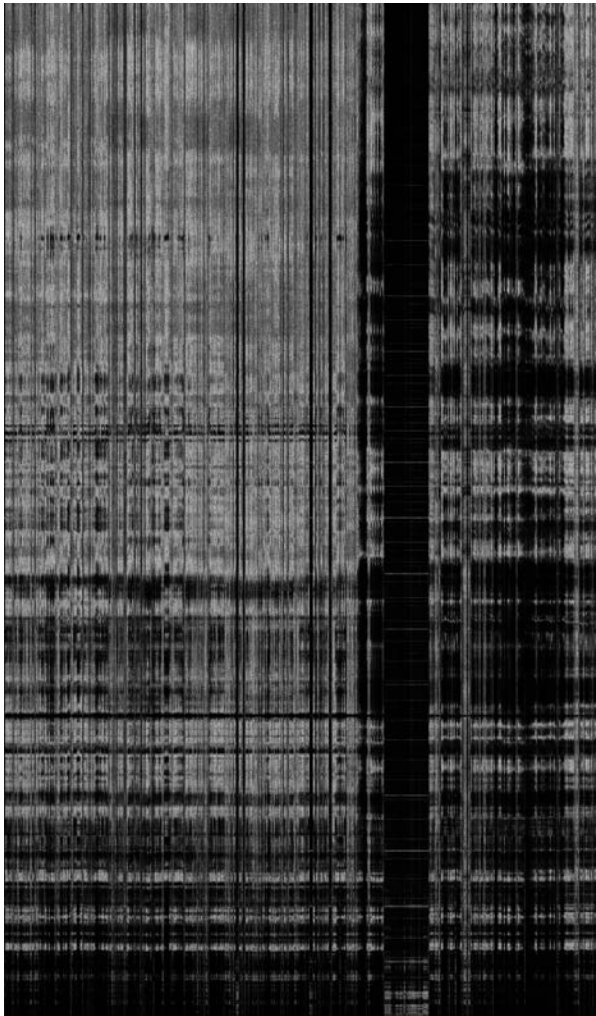


Bild 2: Ein Spektrogramm in dem auf der vertikalen Achse die Frequenzen von niedriger bis hoher Frequenz dargestellt sind. Die Farben stellen die Amplituden dar. Die horizontale Achse ist die Zeit, in diesem Fall über ca. 6 Monate. Leicht zu erkennen ist eine Außerbetriebsphase zu Anfang des dritten Drittels der Zeit und eine deutliche Zustandsveränderung hin zu mehr Schwingungen kurz davor.

Für Details über ESNs und deren Trainingsmethoden verweisen wir auf [1], da die Theorie den Rahmen eines Artikels sprengen würde.

## 7. Resultate

Für diese Studie wurden vier Windenergieanlagen (WEA) ausgesucht. Jede Anlage hatte in dem ausgewählten Zeitraum genau einen Schaden und alle vier Schäden waren von derselben Art, d.h. eine Stegablösung im Rotorblatt. Es galt also einen Schadensmechanismus zu erlernen. Von zwei WEA war bekannt, wann der Schaden auftrat. Anhand der Messdaten und Schadenszeiten dieser zwei WEA wurde das Modell erstellt. Es wurde dann auf die Daten der beiden anderen WEA angewendet und war in der Lage, den Schaden mit einer Vorlaufzeit von ca. 5 Tagen korrekt zu prognostizieren.

Außer Spektraldaten von Schwingungssensoren wurden keine weiteren Messwerte zur Analyse herangezogen. Die Analysten hatten für die Modellerstellung nur die Information, wann der Schaden bei zwei WEA stattfand; keinerlei Details über die Art des Schadens waren bekannt.

Die Prognose zeigte sich korrekt und zuverlässig, indem sie die bekannten Schäden fünf Tage vor dem Eintritt der Schäden korrekt prognostizierte. Ferner wurden auch keine nicht vorhandenen Schäden fehlerhafter Weise prognostiziert. Das Verfahren ist somit praxistauglich. Der große Vorteil gegenüber herkömmlichen Methoden ist der hohe Automatisierungsgrad nach der erstmaligen Einrichtung, da sich das Modell selbst aktuell hält und vollautomatisiert Prognosen heraus gibt. Nun kann der Paradigmenwechsel von reaktiver zu präventiver Instandhaltung stattfinden, mit dem der Betreiber der Anlage unnötige Schadenskosten einsparen kann.

- [1] Bangert, Patrick (2012): Optimization for Industrial Problems. Springer Verlag.

# **Anwendung eines skalierbaren, automatischen Modalhammers und eines 3D Scanning-Laser-Doppler-Vibrometers an Turbinenschaufeln**

## **Application of a Scalable Automatic Modal Hammer and a 3D Scanning Laser Doppler Vibrometer on Turbine Blades**

Prof. Dr. **Peter Blaschke**, M.Eng. **Tarun Teja Mallareddy**,  
B.Eng. **Daniel J. Alarcón**, Technische Hochschule Wildau, Wildau

### **Abstract**

Gas turbine blades are components that typically work at very high rotational speeds. The kinetic energy of this rotation can excite undesired vibration modes on these blades unless a careful design is chosen. A detailed modelling of the vibrational characteristics is needed for any aerospace component and these models must be correlated and validated through experimental vibration testing.

The evolution of the testing methods has run in parallel to the needs for a higher accurateness during the last decades. The use of 3D Scanning Laser Doppler Vibrometer (3D SLDV) techniques represents now the highest degree of precision in experimental modal testing. However, excitation techniques have not evolved in the same way. The state-of-the-art research in turbine blades still relies on electrodynamic or piezoelectric shakers or in handheld or semi-automatic modal hammers. While both methods have their advantages and disadvantages, there is still none that can combine a high precision level with practicality and ease of use.

An innovative, scalable automatic modal hammer, developed at the Technische Hochschule Wildau on the basis of a stepper motor, is used to dynamically excite a turbine blade up to 20 kHz. The vibration response of this component is acquired by means of a 3D SLDV system. The quantitative increase in the measurements' quality and the qualitative increase in testing practicality are thoroughly discussed on this paper.

### **1. Introduction**

Aircraft jet engine turbine blades are important components, which continuously work for long periods of time under very high rotation regimes and temperature conditions. The causes of

blade failure are manifold; they include vibration, fatigue, foreign object damage, corrosion, erosion, sulphidation and creep [1]. Nowadays their service failure is rare because structural failures are detected at the incipient stage and appropriate action is taken [2]. Among all kinds of structural failures, the most common one is an excessive resonant response, which leads to extreme and unavoidable excitation levels at the turbine blades. Two kinds of blading vibration can be identified; forced vibration and flutter. Both phenomena occur at different engine regimes and under different conditions; therefore, their prediction is not straightforward. High cycle fatigue (HCF) is a problem derived out of the forced vibration or flutter phenomena. While the vibrational stresses may not be high, the maximum stress at resonance can increase dramatically [3].

Knowledge of these resonant frequencies is very useful in avoiding excessive excitations and therefore reducing the risk of HCF [4]. Modal analysis on finite element (FE) models is a straightforward practice that allows rapidly obtaining the vibrational modes of any component, even under operating conditions. These sophisticated models are used to predict the sensitivity of design changes in the overall vibrational behavior of the component. However, one major issue in dynamic simulation is the accuracy of FE models. These models typically take the material linearity and uniform damping distribution for granted. Unfortunately, in almost any industrial structure these assumptions are not entirely fulfilled.

One solution for this problem is a continuous validation process of simulation models with experimental data in order to improve simulation results, as proposed by Blaschke & Schneider, 2013 [5]. This experimental data can be collected in variety of means, being experimental modal analysis of wide application in the industry. During the last 10-20 years, modal testing instrumentation has lived radical changes, which nowadays allow a proper data collection that makes this continuous validation process feasible.

Non-contacting response measurement techniques, such as Laser Doppler Vibrometry (LDV) are of common use, especially on its 1-point and 2D scanning typologies in measurements in which the turbine blade is clamped to a holding block. However, 3D Scanning Laser Doppler Vibrometry (3D SLDV) represents nowadays the state-of-the-art in vibration response measurements due to its yet unparalleled precision and capabilities. While only flap (out-of-plane) modes can be investigated with 1-point and 2D SLDV techniques, the edgewise (in-plane), simultaneous vibrational components of these modes can be investigated only

through the application of 3D SLDV. Both components are needed for the utmost precision for the correlation of the mode shapes and modal parameters with FE software.

Mechanic and dynamic parameters in non-linear materials depend on the excitation force amplitude, and thus, the highest degree of excitation adjustability and repeatability is needed. Several excitation techniques are applied in the industry, each one with its advantages and drawbacks: semi-automatic modal hammers, electrodynamic/piezoelectric shakers and shaker-based, non-contact magnetic exciters.

The automatic alternatives currently available in the market fail to allow a fine-tuned and truly repeatable impacting force adjustment. In most cases, the experimental repeatability will be an issue due to the fact that the human factor is not fully eliminated during the hammer positioning and force adjustment or re-adjustment throughout the measurement.

The electrodynamic shakers are useful for testing lower frequencies but even the smallest and most optimized shakers lose their effectiveness at frequencies below 10 kHz, when they have to be replaced by piezoelectric shakers. This last kind of shakers can excite higher frequencies but with a lesser vibrational amplitude, which might be a problem during frequency checks, where vibrational data is compared to deformation data recorded at a strain gauge installed over the blade surface. One of the traditional disadvantages of shakers, the fact that changes have to be done in the structure, is not of importance in this kind of testing. Some turbine blades' holding blocks are already equipped with threaded holes that allow the attachment of shakers. Nevertheless, it is a known fact that both kinds of shakers need an extensive knowledge of their operational capabilities, advantages and limitations; which hinders their application in more industry-oriented research applications. Non-contact magnetic exciters, such as those described in [6] are based in electrodynamic shakers and thus, they suffer of the aforementioned disadvantages.

The next sections of this paper describe an evolution on impact modal testing of turbine blades. A fully automated, scalable modal hammer is presented in the following chapter. This novel device has been synchronized with a 3D SLDV system for a highly precise but also highly practical modal test on a turbine blade. Aspects like testing precision; testing time and practicality are discussed in the following chapters.

## 2. Materials and Methods

Any experimental modal test will share some common traits that always remain despite the evolution in excitation and acquisition techniques: the tested structure, an input force signal and an output response signal. In this paper, the synchronization of a custom-designed scalable modal hammer, which provides the input impulse force; and a 3D SLDV system, which measures the output response, is proposed. An overview of the experimental setup is shown in figure 1. Each component is described in the following paragraphs.

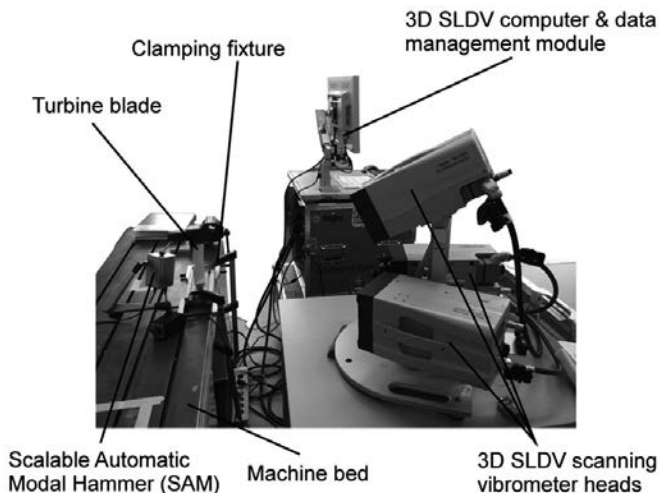


Fig. 1: Overview of the experimental setup used in this study at the Laboratory for Machine Dynamics and NVH at the TH Wildau.

The turbine blade was available at the TH Wildau as a demonstrator for CAD modelling, this way it has not been in service during the last years. As it is not a commercial turbine blade, no confidentiality issues arise at the time of displaying pictures of it in this paper, and it allows a thorough testing without project time constraints. A holding block for this blade was unavailable at the time of testing, so a clamping fixture was designed in order to properly hold the blade for its testing (figure 2). The tested blade was uniformly sprayed with a non-aqueous white color developer (ARDROX 9D1B, Chemetall GmbH, Frankfurt a.M., Germany) of common use in the industry. Experience has shown that, for this particular blade, the power level of the reflected laser beams to the laser head photo detector is very weak and noisy if the developer is not sprayed on the surface before the test.

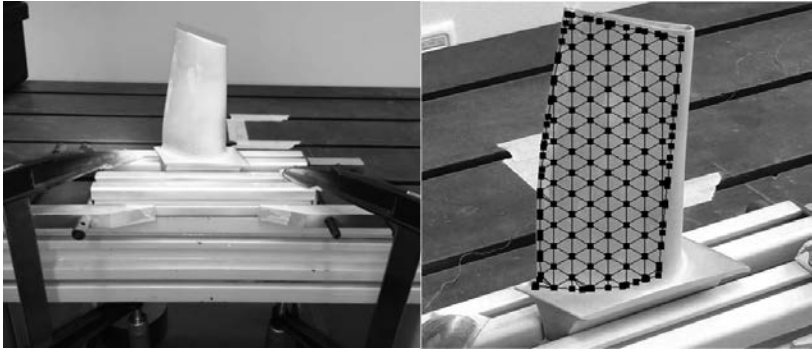


Fig. 2: Left: analyzed turbine blade clamped by a custom fixture. The fixture consists of two short, rigid aluminum construction profiles firmly compressed against the blade with help of two parallel screw clamps. The fixture is, at the same time, clamped against a heavy machine bed with two workshop clamps. A holding block was unavailable at the time of this study. Right: display of the mesh of 175 degrees of freedom (DOFs) used on this research.



Fig. 3: Scalable automatic modal hammer (SAM) in operation, built on a hydraulic arm with magnetic stand. The impact point is set at the back side of the trailing edge tip of the blade and results in an impulse of the out-of-plane direction.

The input force for the modal test is provided by means of a patented, scalable, fully-automatic modal hammer (SAM after its acronym in German language, by NV-TECH-Design, Steinheim a.d. Murr, Germany) as seen on figure 3. The used version presents several improvements with respect to the SAM version presented in [7]. The SAM represents a clear step forward with respect of the existing commercial automatic or semi-automatic modal hammers. In this case, the hammer sensor tip, model 086E80 (PCB Piezotronics Inc., Depew, NY, USA), is assembled on a small stepper motor and the hammer tip rotation movement is digitally controlled via the stepper motor software. Unlike other commercial automatic hammers, which tend to be controlled analogically by external units and power switches, the SAM only requires a few lines of source code, which is written for the hammering operation and downloaded from the PC into the stepper motor through USB [8]. This fact allows an extremely fine rotation tuning, allowing a resolution of up to  $\pm 0,007^\circ$  per microstep [8], although the SAM has been successfully applied to this research with a resolution of  $0.45^\circ$  per microstep. The hammer acceleration is fine-tuned in the same fashion and it is not affected by the hammer positioning; unlike some magnet-driven automatic hammers, which rely on the force of gravity to impact the structure and therefore require the hammer to operate by free falling.

The output signals have been acquired with a 3D Scanning Laser Doppler Vibrometer (3D SLDV) system model PSV-500-3D-H (Polytec GmbH, Waldbronn, Germany), property of the Laboratory for Machine Dynamics and NVH at the Technische Hochschule Wildau and pictured on figure 1. This system allows to simultaneously measuring the three components of the vibration vectors using three LDV heads. The advantages of this system in front of other scanning LDV devices have been widely described in [9] or [10], to name a few. The aim of this paper is not to endorse the advantages of 3D SLDV, but to demonstrate that a very precise modal test can be achieved in complex structures, like turbine blades, through the full automatization of a modal test by combining the SAM with a state-of-the-art 3D SLDV system.

Previous pre-tests have shown that the trailing edge tip is the most sensitive blade region, with the highest vibrational amplitude; therefore it is chosen as the impact region. Special care has been taken to place many DOFs at the trailing edge of the blade, as it is a region typically excited by many modes. As shown on figure 2, a mesh with 175 degrees of freedom (DOFs) has been chosen to better display the local modes appearing at higher frequency ranges and better observe the in-plane phenomena occurring in some of them. Without an



automatic hammer, the testing time for so many DOFs would be of several hours and difficulties related with operator fatigue would appear. In this case, with the application of the SAM, only a few averages are needed to properly calculate the frequency response function (FRF) for each DOF, keeping the testing time on the half an hour range.

By using the PSV Scanning Vibrometer Software from Polytec GmbH, the sampling frequency has been set at 61.5 kHz, which results in a measured bandwidth of 25 kHz. With 12800 FFT lines, the measurement resolution is of 1.95 Hz and thus, each measurement block is 0.512 seconds long. No function windows are applied to avoid distorting in any way the input and output time signals. The laser velocity range is fixed at 100 mm/s with a fast tracking filter. It was already known beforehand that some DOFs close to the impact point would present velocity peaks higher than 100 mm/s. For this reason the laser auto-ranging option is activated. At the end of the measurement, the over-ranged DOFs close to the impact point are repeatedly measured by the 3D SLDV system with increasingly higher velocity ranges until the acquired signal is inside the velocity range. This results in "optimal" measurement for all the DOFs on the mesh, as described by the 3D SLDV acquisition software; although this procedure increases the testing time in a few minutes.

For this experimental setup, pictured in figure 3, the SAM was set with an inwards acceleration of 500 microsteps/s<sup>2</sup> and 310 microsteps rotation (this is, approximately, 35° between the hammer tip starting position and the impact point at the blade), which results in an impact force of 30 N in this case. The waiting time in-between impacts is set at 1 second, which is more than enough to let the blade freely vibrate until its motion completely fades out. A positive slope pre-trigger of 5% power threshold and starting at 5% of the measurement time is set on the input signal. As previously mentioned, three averages are demonstrated enough to achieve satisfactory results by using the SAM.

After the measurements, time data is analyzed with the program PSV and a curve-fitting is performed on the data in order to extract the modal parameters with assistance of the vModal program from Maul-Theet GmbH, Berlin, Germany.

### 3. Results and Discussion

The overall measurement time is, for this case, of 35 minutes. 10 minutes are spent on re-scanning the over-ranged points as described on the previous section. The testing engineer role is limited to the setting of the SAM, 3D SLDV and data acquisition working parameters;

and has no role during the measurement. Both SAM and 3D SLDV system work synchronously, fully automatically during the whole measurement time; thus completely removing the human factor out of the modal test.

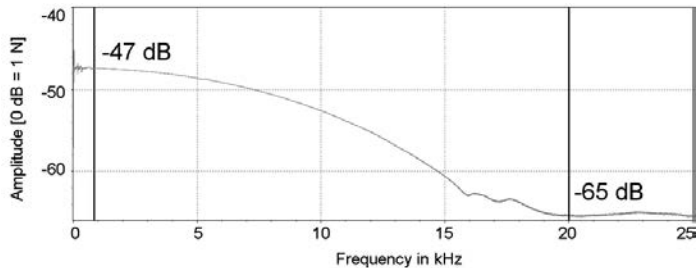


Fig. 4: Typical auto-spectrum of the input signals recorded on this experiment. Note that the roll-off is of -18 dB for the entire range of interest.

In this study, the input auto-spectrum roll-off is consistently of less than -20 dB for the frequency range up to 20-25 kHz, which is the range of interest on this study; as the modal testing literature suggests [11] and as shown in figure 4.

As it was expected, the application of a 3D SLDV system results in a higher degree of knowledge of the vibrational components of the turbine blade in comparison to the 2D SLDV techniques. For example, the in-plane components of the main flap operational deflection shapes (ODSs) can only be fully characterized by using 3D SLDV (see figure 5). The shape at 170 Hz was well characterized by a 2D SLDV system, because, as displayed on figure 6, this ODS has a very dominant out-of-plane component.

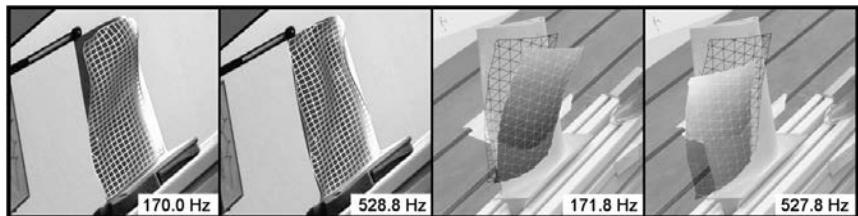


Fig. 5: Left: first two ODSs of the tested turbine blade obtained by 2D SLDV. Right: idem, obtained by 3D SLDV.

However, in the case of the shape at 527 Hz, which has very dominant in-plane components, the shape remains practically undetected by the 2D SLDV system. The ODS seen on figure 5 left, at 528.8 Hz is not informative and could be easily confused for a noisy measurement. This is a very clear example of why 3D SLDV is needed for a truly accurate characterization of this kind of complex structures.

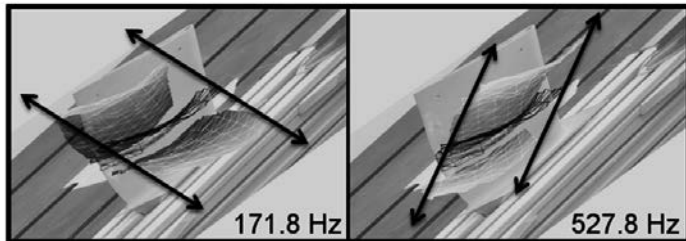


Fig. 6: Extreme points of the ODSs of the tested turbine blade obtained by 3D SLDV, viewed from an in-plane perspective. Note that almost all vibration at 171.8 Hz is out of plane (Z direction), while the vibration at 527.8 Hz has a strong in-plane (XY plane) component, only detectable by means of 3D SLDV or 3-axis sensors

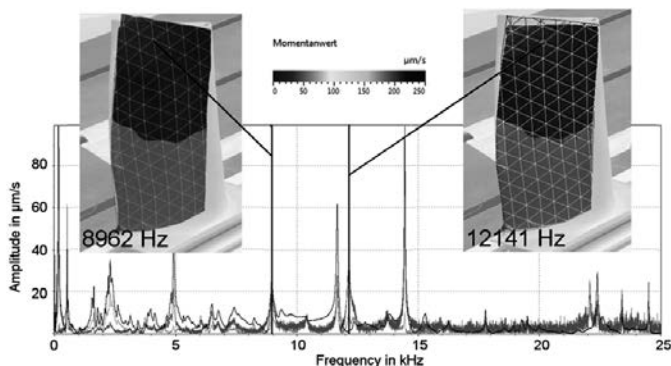


Fig. 7: Output FFT signals of the out-of-plane and in-plane components of the tested turbine blade at the indicated DOF. The Z component is depicted in black, the X and Y components are shown in grey. The peak values of both X and Y components are around 35  $\mu\text{m/s}$  at the stated frequencies. If the out-of-plane axis (Z) is locked out, the observed vibration evokes the so-called “breathing” modes.

The use of this 3D SLDV system allowed analyzing the in-plane component of regular bending or torsion modes. In some cases, as shown in figure 7, the in-plane component of some high-frequency modes is on the 35  $\mu\text{m/s}$  range.

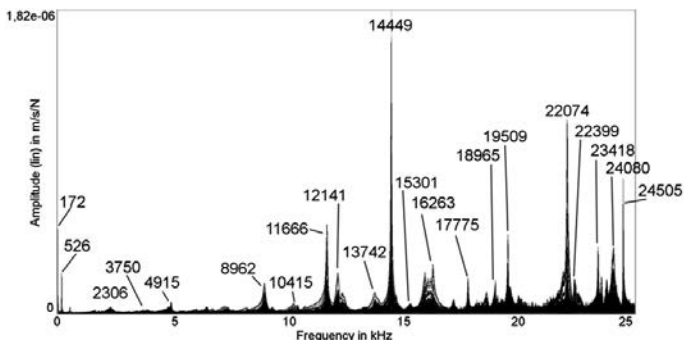


Fig. 8: Overlay of all 525 FRFs obtained during the modal test. All candidate peaks have both out-of-plane and in-plane vibration.

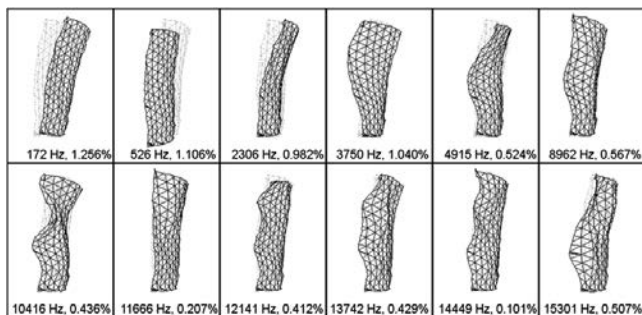


Fig. 9: Eigenfrequencies, damping ratios and mode shapes of the turbine blade analyzed on this study. Only the first 18 modes are shown in this figure.

In order to extract the modal parameters, a single degree of freedom, generally damped hand-fit curve-fitting procedure has been performed on the obtained FRFs. The dataset contained 525 FRFs (figure 8): those from 1 to 175 belonging to the X component, those from 176 to 350 belonging to the Y component and those from 351 to 525 belonging to the Z component. The hand-fit is performed only on the last group of FRFs for the following reasons: 1) a careful observation of the data suggests that out-of-plane FRFs are less noisy

and easier to hand-fit, and 2) there are no purely in-plane modes in this study that need a special attention exclusively in the in-plane direction. The results of the curve-fitting can be observed in figure 9 along with their respective eigenfrequencies and damping factors.

#### 4. Conclusions and Further Work

This study can be considered as a sample of what is the current state of the art at the Laboratory for Machine Dynamics and NVH at the TH Wildau and the future possibilities this testing procedure can offer to the R&D of turbine blades or any other aerospace or automotive component. It has been demonstrated in the previous sections that it is currently possible to perform highly precise modal tests at the Technische Hochschule Wildau. The application of the SAM in this complex, highly-damped structure has proven to be successful. The combination of cutting-edge techniques for both the excitation and the acquisition allow modal tests performed in a very short time span. The systematic testing of a batch of turbine blades by means of these techniques allows to further drop the workforce costs by dropping the testing time per component.

The research presented in this paper can be subject to further improvement. The most straightforward improvement is the application of a real turbine blade holding block, which is to be used in any further research and development. A variation in the lower frequency flap modes is expected in this case. The measurement time can be further optimized by fine-tuning the SAM waiting time between impacts and the length of the measured time block. After a coarse estimation, it is thought that around 0.75 seconds could be saved in each impact, which would have led to an approximate reduction of 7-10 minutes on this same test setup only. Less noisy data, especially, for the in-plane components; could be obtained by further tweaking the sampling frequency (which can reach up to 100 kHz in this system) and number of FFT lines.

#### 5. Acknowledgements

The purchase of the equipment used on this research has been granted by the Ministry for Economy, Research and Culture of the State of Brandenburg under the program "Großgeräte der Länder" by the appointment of the Deutsche Forschungsgemeinschaft.

The authors would like to thank our colleague Dipl.-Ing. Robert Paeschke for the valuable discussions and inputs throughout the development of this work, and to Prof. Dipl.-Ing. Thomas Mirre, who kindly supplied the turbine blade to carry on the described study.

## Literature

- [1] Meher-Homji, C.B., Gabriles, G.: Gas turbine blade failures – Causes, Avoidance and Troubleshooting. Proceedings of the 27<sup>th</sup> Turbomachinery Symposium (1998), 129-180.
- [2] Carter, T.J.: Common failures in gas turbine blades. Engineering Failure Analysis, Volume 12, Issue 2 (1995), 237-247.
- [3] Meher-Homji, C.B., Gabriles, G.: Gas turbine blade failures – Causes, Avoidance and Troubleshooting. Proceedings of the 27<sup>th</sup> Turbomachinery Symposium (1998), 129-180.
- [4] Verhees, M.L.J.: Experimental Modal Analysis of a Turbine Blade. Technische Universiteit Eindhoven traineeship report 2004.
- [5] Blaschke, P., Schneider, T.: Reactionless Test to Identify Dynamic Young's Modulus and Damping of Isotropic Plastic Materials. Topics in Modal Analysis – Proceedings of the XXXI International Modal Analysis Conference, Volume 7, 511-516, Springer New York 2014.
- [6] Sodano, H.A., Non-Contact Eddy Current Excitation Method for Vibration Testing. Experimental Mechanics, Volume 46, 627-635, Springer New York 2006.
- [7] Blaschke, P. et al.: Brake Pad Design Against Brake Squeal, Presentation at the European Modal Analysis Users' Group Meeting (2015)
- [8] NV-TECH Skalierbarer automatischer Modalhammer (SAM) – Installations- und Bedienungsanleitung (2015), p. 23.
- [9] Schell, J. et al.: Three Dimensional Vibration Testing in Automotive Applications Utilizing a New Non-Contact Scanning Methods, SAE Technical Paper #2006-01-1095. SAE World Congress & Exhibition (2006).
- [10] Oliver, D.E., Schüssler, M.: Automated Robot-Based 3D Vibration Measurement System. Journal of Sound and Vibration, April 2006, 12-15.
- [11] Brown, D.L., Peres, M.A.: Modal Excitation. Presentation at the XXVI International Modal Analysis Conference (2008), p. 12.

# Experimentelle Modalanalyse eines gekoppelten hydraulisch-mechanischen Systems

Dr. **G. Mikota**, Johannes Kepler Universität Linz, Linz;  
Dr. **R. Haas**, Linz Center of Mechatronics GmbH, Linz;  
Dipl.-Ing. **E. Lukachev**, Dipl.-Ing. **W. Berger**,  
Linz Center of Mechatronics GmbH, Linz

## Kurzfassung

Für einen hydraulischen Zylinderantrieb bestehend aus einem Ventilblock, einer geknickten Rohrleitung und einem Hydraulikzylinder wird eine experimentelle Modalanalyse durchgeführt. Die Anregung bildet ein Volumenstrompuls durch ein schnelles Schaltventil; Druckpulsationen und mechanische Schwingungen werden gemessen. Die Übertragungsfunktionen zwischen Volumenstrom und Druck bzw. Schwinggeschwindigkeit werden zur Identifikation von Eigenfrequenzen, Dämpfungsmaßen und gekoppelten hydraulisch-mechanischen Eigenformen verwendet.

## Abstract

For a hydraulic cylinder drive consisting of a valve block, a bent pipeline, and a hydraulic cylinder, an experimental modal analysis is performed. The excitation is constituted by a flow rate pulse through a fast switching valve; pressure pulsations and mechanical vibrations are measured. Frequency response functions between flow rate and pressure or velocity are used to identify natural frequencies, damping ratios, and coupled hydraulic-mechanical mode shapes.

## 1. Einleitung

Hydraulische Zylinderantriebe zur präzisen Positionierung schwerer Lasten werden traditionell durch Servoventile angesteuert. Aufgrund der damit verbundenen hohen Kosten und der Verschmutzungsanfälligkeit servohydraulischer Systeme gibt es seit einigen Jahren alternative Lösungsvorschläge, bei denen Schaltventile zum Einsatz kommen [1 und 2]. Eine Variante besteht in der Verwendung von Ventilen mit Schaltzeiten von wenigen Millisekunden; die pulsformige Ansteuerung solcher Ventile ermöglicht die Verschiebung kleiner Fluidvolumen und eine dementsprechend feine Positionierung. Die aufgeprägten Volumenstrompulse führen jedoch zu Druckpulsationen im Hydrauliksystem, zu mechanischen Schwingungen

der Leitungen und Gehäuse und letztlich auch zu starkem Lärm. Für die praktische Einsetzbarkeit dieses Schaltverfahrens sind Maßnahmen zur Lärmreduktion erforderlich; als Grundlage dafür benötigt man ein geeignetes Modell des schwingungsfähigen hydraulisch-mechanischen Systems.

Zwischen Ventilblock und Hydraulikzylinder befindet sich aus praktischen Gründen häufig eine Rohrleitung. Eine solche Anordnung wird auch in der vorliegenden Arbeit verwendet. Im Betrieb mit Volumenstrompulsen zeigt sich eine Abhängigkeit der Druckpulsationen von der mechanischen Abstützung der Rohrleitung. Die Wechselwirkung zwischen Fluid und Struktur bei wasserführenden Rohrleitungen wird in [3] mit Hilfe einer Kombination von Charakteristikenverfahren und Finite Elemente Methoden untersucht; wesentliche Kopplungseffekte treten an Abzweigungsstellen sowie durch die Querdehnung des Rohres unter Innendruck auf. Eine Transfermatrixmethode zur Berechnung verzweigter Rohrleitungen wird in [4] beschrieben und durch Messungen der Schwinggeschwindigkeit im Frequenzbereich validiert. Rechnerische Modalanalysen fluidgefüllter hydraulischer Rohrleitungen mit Hilfe von Finiten Elementen liegen für Leitungsabschnitte aus der Flughydraulik und das Leitungssystem einer Stanzmaschine vor [5 und 6]. Über experimentelle Modalanalysen an wassergefüllten Rohrleitungen wird zwar berichtet [7]; die zugehörigen Messungen beschränken sich aber auf mechanische Schwingungen und berücksichtigen keine Druckpulsationen. Umgekehrt beruht die in [8] beschriebene experimentelle Modalanalyse hydraulischer Netzwerke ausschließlich auf Druckmessungen.

Im Gegensatz zu wasserführenden Leitungen werden bei hydraulischen Rohrleitungen laminare Strömungsverhältnisse angestrebt, um hohe Druckverluste zu vermeiden. Die dynamische Modellierung der laminaren Rohrströmung in [9] führt zu frequenzabhängigen Geschwindigkeitsprofilen über dem Durchmesser. Unter der Voraussetzung starrer Rohre können solche Rohrströmungen durch Mehrfreiheitsgradmodelle mit Volumenstromeingang und Druckausgang approximiert werden [10]. Diese Modelle berücksichtigen Volumenstromeingänge in allen Gitterpunkten, was sowohl eine Kombination mehrerer Rohrleitungen als auch eine Kopplung mit mechanischen Schwingungen ermöglicht.

In der vorliegenden Arbeit wird ein Zylinderantrieb untersucht, der aus einem Ventilblock mit mehreren schnellen Schaltventilen, einer geknickten Rohrleitung und einem Hydraulikzylinder zur Positionierung einer Masse besteht. Mit Hilfe der oben beschriebenen Mehrfreiheitsgradmodelle erhält man eine vibroakustische Approximation für die gekoppelten Schwingungen der Rohrleitung. Die Fluidvolumen an beiden Enden der Rohrleitung, das mechanische Teilsystem aus Kolben, Kolbenstange und damit verbundener Masse sowie das Fluidvolu-



men auf der Ringseite des Zylinders können durch konzentrierte Parameter an das vibroakustische Modell angebunden werden.

Im Zusammenhang mit Luftschall ist die experimentelle Modalanalyse vibroakustischer Systeme in [11] ausführlich dargestellt. Die vorliegende Arbeit erläutert eine entsprechende Vorgehensweise für den gekoppelten hydraulisch-mechanischen Zylinderantrieb. Die Anregung bildet ein Volumenstrompuls durch ein schnelles Schaltventil; Druckpulsationen und mechanische Schwingungen werden gemessen. Die Übertragungsfunktionen zwischen Volumenstrom und Druck bzw. Schwinggeschwindigkeit werden zur Identifikation modaler Parameter verwendet. Anhand der Eigenschwingungsformen wird die Entstehung der hydraulisch-mechanischen Kopplung entlang der Rohrleitung untersucht.

## 2. Versuchsaufbau

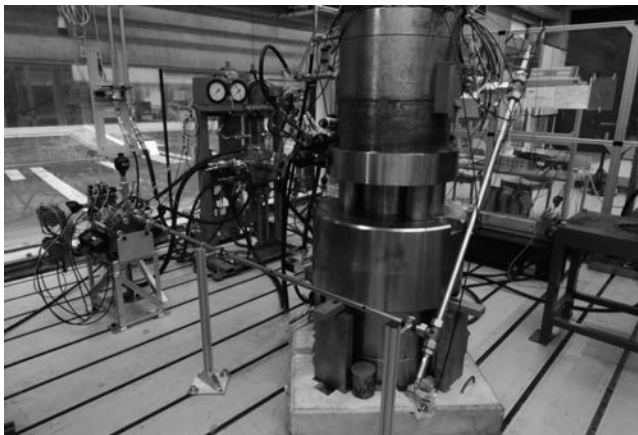


Bild 1: Zylinderantrieb mit geknickter Rohrleitung

Die Versuchsanordnung zur Feinpositionierung mit Hilfe schneller Schaltventile ist in Bild 1 dargestellt. Ein massiver Ventilblock enthält vier 2/2 Wegeventile mit Schaltzeiten von 2 ms. Die Rohrleitung zum Hydraulikzylinder ist entlang ihres horizontalen Teils an zwei Stellen schwach abgestützt und am Übergang zum schrägen Teil um 90° geknickt. Eine zweite 90°-Umlenkung mündet in einen Verbindungsblock zum Hydraulikzylinder.

Bild 2 zeigt den Versuchsaufbau anhand eines Hydraulikschaltplans. An der Ringseite des Hydraulikzylinders liegt der Versorgungsdruck  $p_S \approx 200$  bar; ein lokaler Speicher dient zum Ausgleich von Druckschwankungen. Die Kolbenseite des Zylinders kann über die Schaltven-



Speicher wird als Druckrandbedingung betrachtet. Die Messungen umfassen also zwei hydraulische und zwei mechanische Teilsysteme, die untereinander gekoppelt sind.

### 3. Modellstruktur

Ausgehend von [9] erhält man für die laminare Strömung in einem starren, beidseitig verschlossenen Rohr eine transzendente Übertragungsfunktion zwischen dem an der axialen Position  $x_k$  injizierten Volumenstrom und dem an der axialen Position  $x_j$  resultierenden Druck. Wird die modale Zerlegung dieser Übertragungsfunktion nach einer endlichen Anzahl von Gliedern abgebrochen und das Rohr in einer passenden Anzahl von Punkten diskretisiert [10], so folgt das Mehrfreiheitsgradmodell

$$\mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{p}}_r + \mathbf{C}_r \dot{\mathbf{p}}_r + \mathbf{K}_r \mathbf{p}_r = \mathbf{q}_r \quad (1)$$

für die Rohrströmung, wobei  $\mathbf{p}_r$  den Druckvektor und  $\mathbf{q}_r$  den Vektor der injizierten Volumenströme bezeichnet. Die Strömung in der Rohrleitung zwischen Ventilblock und Zylinder wird durch ein solches Modell approximiert. Da die Volumen  $V_{V12}$  und  $V_{V34}$  durch eine kurze Bohrung verbunden sind, werden sie als zusammenhängende hydraulische Kapazität betrachtet. Diese und die hydraulische Kapazität auf der Kolbenseite des Zylinders können in einer erweiterten Massenmatrix  $\mathbf{M}_{f1}$  berücksichtigt werden; mit  $\mathbf{C}_{f1} = \mathbf{C}_r$  und  $\mathbf{K}_{f1} = \mathbf{K}_r$  ergibt sich die Approximation

$$\mathbf{M}_{f1} \ddot{\mathbf{p}}_1 + \mathbf{C}_{f1} \dot{\mathbf{p}}_1 + \mathbf{K}_{f1} \mathbf{p}_1 = \mathbf{q}_1 \quad (2)$$

für das hydraulische Teilsystem entlang der Rohrleitung bis zur Kolbenseite des Zylinders. Das mechanische Teilsystem entlang der Rohrleitung genügt der Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}_{s1} \ddot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{C}_{s1} \dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{K}_{s1} \mathbf{v}_1 = \dot{\mathbf{f}}_1 \quad (3)$$

Kolben, Kolbenstange und damit verbundene Masse werden nach Bild 2 als starrer Körper mit

$$m \ddot{v} + d_f \dot{v} = \dot{f}_2 \quad (4)$$

modelliert. Für das hydraulische Teilsystem auf der Ringseite des Zylinders beschreibt das Einfreiheitsgradmodell

$$m_{f2} \ddot{p}_B + c_{f2} \dot{p}_B + k_{f2} p_B = \dot{q}_2 \quad (5)$$

die Schwingungen des Fluids zwischen Zylinder und Druckrandbedingung beim Speicher. Kopplungen zwischen den einzelnen Teilsystemen ergeben sich an den Trennflächen. Drücke aus dem hydraulischen Teilsystem erzeugen Kräfte auf das mechanische Teilsystem; Geschwindigkeiten des mechanischen Teilsystems erzeugen Volumenströme in das hydraulische Teilsystem. Gemäß [11] wird die Kopplung zwischen hydraulischem und mechanischem Teilsystem entlang der Rohrleitung durch eine Kopplungsmatrix  $\mathbf{K}_c$  beschrieben. Die

Kopplung zwischen Fluid und Kolben in der kolbenseitigen Zylinderkammer wird durch eine Matrix  $\mathbf{K}_A$  ausgedrückt; diese Matrix enthält die Kolbenfläche  $A_A$  an der passenden Stelle. Der Kolben ist über die Fläche  $A_B$  an das Fluid in der ringseitigen Zylinderkammer gekoppelt. Mit (2), (3), (4) und (5) erhält man die Bewegungsgleichung des gekoppelten hydraulisch-mechanischen Systems als

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{f1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m_{f2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{s1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_1 \\ \dot{p}_B \\ \dot{\mathbf{v}}_1 \\ \dot{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{f1} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_c^T & \mathbf{K}_A^T \\ \mathbf{0} & c_{f2} & \mathbf{0} & -A_B \\ -\mathbf{K}_c & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{s1} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{K}_A & A_B & \mathbf{0} & d_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ p_B \\ \mathbf{v}_1 \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{f1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & k_{f2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{s1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ p_B \\ \mathbf{v}_1 \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ q_2 \\ \mathbf{f}_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Dabei ist zu beachten, dass die Dämpfungsmatrix schiefsymmetrische Anteile hat. Die Rechtseigenvektoren stellen dann zwar die Eigenschwingungsformen dar, unterscheiden sich aber von den Linkseigenvektoren. Dies hätte beispielsweise Konsequenzen bei der Konstruktion nicht gemessener Übertragungsfunktionen.

#### 4. Versuchsdurchführung

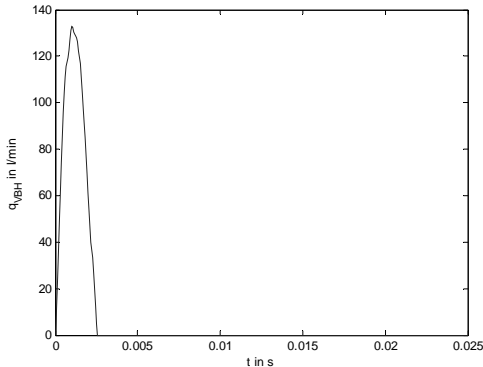


Bild 3: Volumenstromanregung durch Ventil  $V_3$

Durch das pulsformige Öffnen des Ventils  $V_3$  wird ein Volumenstromverlauf  $q_{VBH}$  erzeugt, der mit dem impulsförmigen Kraftverlauf eines Modalhammers vergleichbar ist. Der Volumenstrom kann jedoch nicht direkt gemessen werden; er wird aus der Position  $y$  des Ventilschiebers, den Drücken  $p_S$  und  $p_{VBH}$  sowie den Nenngößen  $y_N$ ,  $p_N$  und  $q_N$  des Ventils über die Blendengleichung

$$q_{VBH} = q_N \cdot (y/y_N) \cdot \sqrt{(p_S - p_{VBH})/p_N} \quad (7)$$

rekonstruiert. Dabei ist zu bedenken, dass die Schaltventile etwa 50% Überdeckung haben und die gemessene Position des Ventilschiebers erst ab einer Reaktion von  $p_{VBH}$  herangezogen werden darf. Bild 3 zeigt den zeitlichen Verlauf des Volumenstrompulses; der zugehörige Druck  $p_2$  und die zugehörige Beschleunigung  $a_{6Z}$  sind in den Bildern 4 und 5 dargestellt.

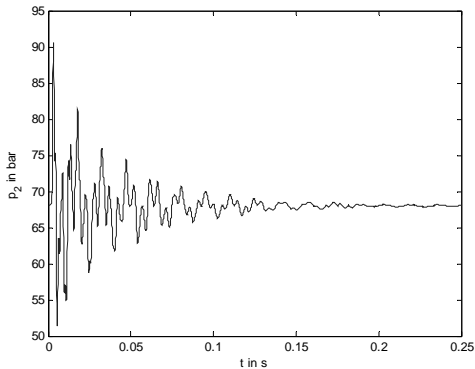


Bild 4: Antwort des Drucks  $p_2$

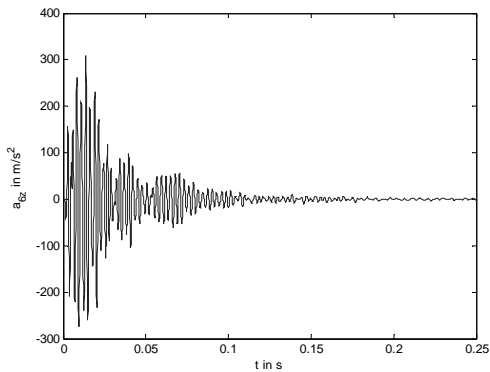


Bild 5: Antwort der Beschleunigung  $a_{6Z}$

Die Abtastrate für die Druck- und Beschleunigungsmessungen beträgt 16 kHz. Für die Position des Ventilschiebers steht ein mit 10 kHz abgetastetes Signal zur Verfügung, dessen zeitliche Auflösung nachträglich durch lineare Interpolation auf 16 kHz erhöht wird. Die Diskrete Fouriertransformation der gemessenen Signale wird mit Matlab durchgeführt; daraus

werden Übertragungsfunktionen zwischen Volumenstrom und Druck bzw. Schwinggeschwindigkeit berechnet.

## 5. Übertragungsfunktionen

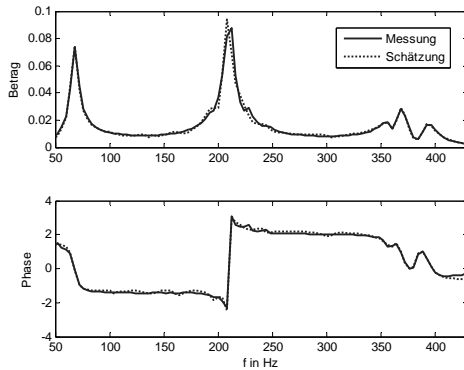


Bild 6: Übertragungsfunktionen zwischen Volumenstromanregung  $q_{VBH}$  und Druck  $p_2$

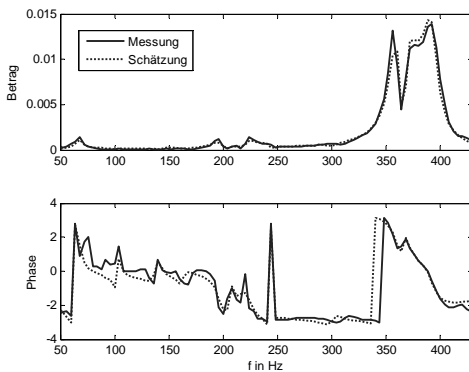


Bild 7: Übertragungsfunktionen zwischen Volumenstromanregung  $q_{VBH}$  und Schwinggeschwindigkeit  $v_{6z}$

Die Übertragungsfunktionen zwischen Volumenstrom und Druck bzw. Schwinggeschwindigkeit werden mit Hilfe der Matlab Structural Dynamics Toolbox auf Basis eines Mehrfreiheitsgradmodells geschätzt. Bild 6 zeigt die gemessene und die geschätzte Übertragungsfunktion

zwischen der Volumenstromanregung und dem Druck  $p_2$ . Bei 67 Hz und 208 Hz treten typisch hydraulische Resonanzen auf; sie entsprechen in etwa der ersten und zweiten Eigenfrequenz der geknickten Rohrleitung, wenn man die Bohrungsvolumen  $V_{V12}$  und  $V_{V34}$  hinzufügt und das Fluidvolumen auf der Kolbenseite des Zylinders als Druckrandbedingung betrachtet. Zwischen 350 und 400 Hz wäre die dritte Eigenfrequenz zu erwarten; stattdessen findet man drei schwächere Resonanzen eng nebeneinander. Dieser Effekt ist durch die Rohrströmung alleine nicht zu erklären. Bild 7 zeigt die gemessene und die geschätzte Übertragungsfunktion zwischen der Volumenstromanregung und der horizontalen Schwinggeschwindigkeit an der Stelle  $a_6$ . Die Resonanz bei 67 Hz ist schwach, jene bei 208 Hz kaum zu erkennen. Die Resonanzen zwischen 350 und 400 Hz sind in Bild 7 am stärksten ausgeprägt. Man kann also vermuten, dass das Schwingungsverhalten des Gesamtsystems in diesem Frequenzbereich vom mechanischen Teilsystem entlang der Rohrleitung maßgeblich beeinflusst wird; genaueren Aufschluss darüber geben die Eigenschwingungsformen, die Informationen von allen Messpunkten enthalten.

## 6. Eigenschwingungsformen

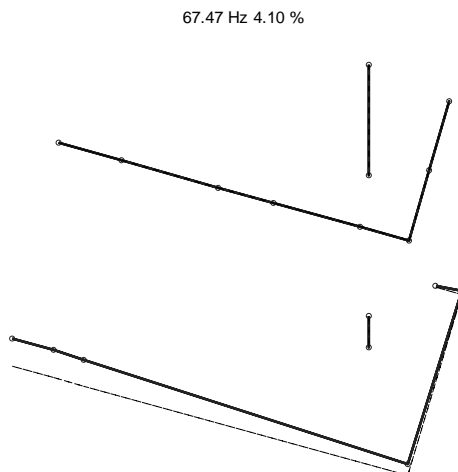


Bild 8: Gekoppelte hydraulisch-mechanische Eigenschwingungsform bei 67 Hz; oben: Schwinggeschwindigkeit, unten: Druck

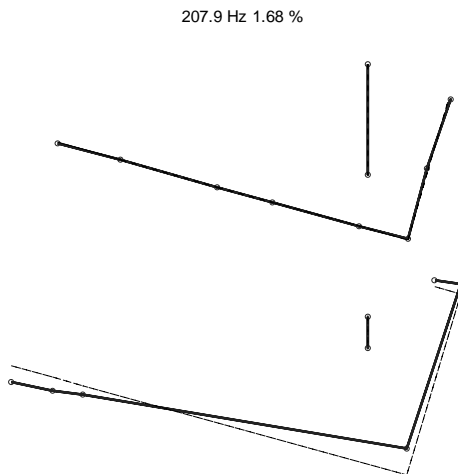


Bild 9: Gekoppelte hydraulisch-mechanische Eigenschwingungsform bei 208 Hz; oben: Schwinggeschwindigkeit, unten: Druck

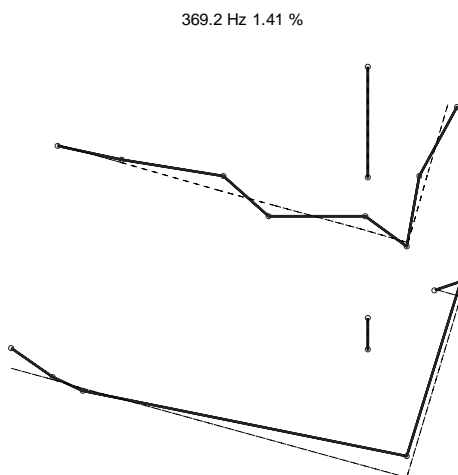


Bild 10: Gekoppelte hydraulisch-mechanische Eigenschwingungsform bei 369 Hz; oben: Schwinggeschwindigkeit, unten: Druck



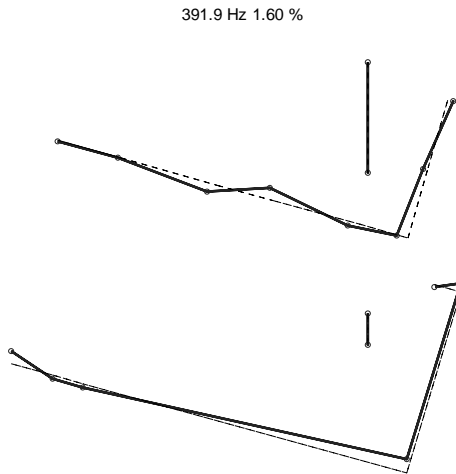


Bild 11: Gekoppelte hydraulisch-mechanische Eigenschwingungsform bei 392 Hz; oben: Schwinggeschwindigkeit, unten: Druck

Gemeinsam mit den geschätzten Übertragungsfunktionen liefert die Matlab Structural Dynamics Toolbox Eigenfrequenzen, Dämpfungsmaße und Eigenschwingungsformen des gekoppelten Systems. In den Bildern 8 bis 11 sind der mechanische und der hydraulische Teil einer Eigenschwingungsform jeweils übereinander dargestellt; gemäß den in (6) gewählten Zustandsgrößen zeigt der untere Teil des Bildes Druckausschläge in vertikaler Richtung. Bei 67 und 208 Hz sind die erste und zweite hydraulische Eigenschwingungsform der geknickten Rohrleitung zu erkennen; die mechanischen Teilsysteme sind weitgehend unbeteiligt. Bei 369 Hz tritt eine Biegeschwingung der Rohrleitung auf, die mit der dritten hydraulischen Eigenschwingungsform gekoppelt ist. Eine ähnliche Eigenschwingungsform zeigt sich bei 392 Hz; im Vergleich zu 369 Hz liegen die mechanischen Schwingungen in Gegenphase. Bei 392 Hz kommt es auch zu axialen mechanischen Schwingungen im horizontalen Teil der Rohrleitung. Die Änderung des Rohrleitungsvolumens bei axialen mechanischen Schwingungen regt hydraulische Schwingungen in der Rohrleitung an, wodurch eine starke Rückwirkung des mechanischen auf das hydraulische Teilsystem entsteht. Im Vergleich zur Rohrleitung sind die Schwingungsausschläge von Kolben, Kolbenstange und damit verbundener Masse sowie die Druckschwankungen auf der Ringseite des Zylinders stets gering.

## 7. Zusammenfassung und Ausblick

Das Schwingungsverhalten eines hydraulischen Zylinderantriebs wurde mit Hilfe einer experimentellen Modalanalyse des gekoppelten hydraulisch-mechanischen Systems untersucht. Ausgewählte Eigenschwingungsformen im Frequenzbereich von 68 bis 394 Hz wurden zur Interpretation der Kopplung zwischen hydraulischen und mechanischen Teilsystemen verwendet. Dabei zeigte sich, dass eine Rückkopplung aus dem mechanischen System zu einer drastischen Reduktion der hydraulischen Resonanzüberhöhung führen kann. Dieser Effekt stellt neue Möglichkeiten zur Lärmreduktion bei schaltenden hydraulischen Antrieben in Aussicht.

## 8. Literaturangaben

- [1] Scheidl, R. u. Kogler, H.: Hydraulische Schaltverfahren: Stand der Technik und Herausforderungen. O+P Journal (2013) 2 S. 6-18
- [2] Scheidl, R., Linjama, M. u. Schmidt, S.: Is the Future of Fluid Power Digital? Proc. IMechE, Part I, Journal of Systems and Control Engineering 226 (6) (2012) S. 724-727
- [3] Lavooij, C. S. W. u. Tijsseling, A. S.: Fluid-structure interaction in liquid-filled piping systems. Journal of Fluids and Structures (1991) 5 S. 573-595
- [4] Liu, G., Li, S., Li, Y. u. Chen, H.: Vibration analysis of pipelines with arbitrary branches by absorbing transfer matrix method. JSV 332 (2013) S. 6519-6536
- [5] Li, X., Wang, S. u. Liang, R.: Modal Analysis of Two Typical Fluid-filled Pipes in Aircraft. International Conference on Fluid Power and Mechatronics, 2011 S. 462-466
- [6] Makaryants, G. M., Prokofiev, A. B. u. Shakhmatov, E. V.: Vibroacoustics Analysis of Punching Machine Hydraulic Piping. Procedia Engineering 106 (2015) S. 17-26
- [7] Yigang, C., Qi, Z., Jingchao, S. u. Schichao, Y.: Experimental modal analysis of metallic pipeline conveying fluid. 5. national congress on pressure vessels and piping, San Diego, CA, USA (1987) S. 87-90
- [8] Mikota, G.: Experimentelle Modalanalyse hydraulischer Netzwerke. VDI-Schwingungstagung 2004, VDI-Berichte 1825
- [9] D'Souza, A. F. u. Oldenburger, R.: Dynamic response of fluid lines. Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering 86 (1964) S. 589-598
- [10] Mikota, G.: Modal analysis of hydraulic pipelines. Journal of Sound and Vibration 332 (2013) S. 3794-3805
- [11] Wyckaert, K., Augusztinovicz, F. u. Sas, P.: Vibro-acoustical modal analysis: reciprocity, model symmetry, and model validity. The Journal of the Acoustical Society of America 100 (5) (1996) S. 3172-3181

## Modalanalyse und Systemidentifikation einer Antriebswelle am PKW

M. Eng. **Malte Kraft**, Prof. Dr.-Ing. **Iris Groß**,  
Hochschule Bonn Rhein Sieg, Sankt Augustin;  
Dipl.-Ing. **Sigi Peez**, GKN Driveline International GmbH, Lohmar

### Kurzfassung

Die akustischen Anforderungen an den PKW nehmen zu, da Nebengeräusche im Antriebsstrang bei Elektroantrieben zukünftig nicht mehr durch den Verbrennungsmotor maskiert werden. Antriebswellen werden üblicherweise so ausgelegt, dass die erste Biegeeigenfrequenz über 200Hz und damit oberhalb der Anregung der zweiten Ordnung eines Vierzylindermotors liegt.

Längswellen zur Drehmomentübertragung im Allradfahrzeugen werden aufgrund ihrer Länge oft zwei- oder dreiteilig konstruiert und über Kardan- oder Gleichlaufgelenke miteinander verbunden und in Zwischenlagern gehalten, um Eigenfrequenzen unterhalb von 200 Hz zu vermeiden. Sie werden u.a. durch Zahneingriffe in den Getrieben oder Stöße zu höherfrequenten Schwingungen angeregt, was zu akustischen Problemen führen kann [1]. Die Schwingungseigenschaften von mehrteiligen Antriebswellen können durch Simulation nicht gut vorhergesagt werden, da das Verhalten der spielbehafteten Verbindungselemente und Lagerstellen im Modell kaum abgebildet werden kann.

Für die bei akustischen Problemen notwendigen modalanalytischen Versuche ist die Zugänglichkeit der Antriebswelle am Fahrzeug selbst durch Verkleidungen stark eingeschränkt. Durch die hier vorgestellte Untersuchung wurde ermittelt, inwiefern Eigenfrequenzen und Eigenmoden von mehrteiligen Antriebswellen bereits durch Messungen an wenigen, leicht zugänglichen Stellen hinreichend erfasst werden können, um Schwingungs- und Resonanzprobleme mit einem zu rechtfertigen Versuchsaufwand abzu prüfen. Dabei wurde auch analysiert, wie die Ergebnisse von den Anregungsarten (Modalhammer oder verschiedene Typen von Shakeranregungen) abhängen.

Hierzu wurden Modalanalysen an zusammengesetzten Antriebswellen durchgeführt und dabei für verschiedene Anregungsorte die Antwortfunktionen über die Messstellen hinweg erfasst und die aufgetretenen Moden visualisiert. Um zu beurteilen, ob eine Anregung über Zwischenelemente hinweg möglich ist, wurde über das Modal Assurance Criterion diejenigen Moden, die über jeweils eine lokale Anregung am einzelnen Teilstück der mehrteiligen

Längswelle gewonnen bzw. identifiziert wurden, mit den Mode-Ergebnissen verglichen, bei denen nur ein ausgewählter Punkt der gesamten Längswelle angeregt wurde.

Ergebnisse: Starrkörpermoden der Teilstücke, d.h., eine Schwingung innerhalb der Lager, wobei die Verbindungsstellen Gelenke darstellen, konnten über die gesamte Welle hin angeregt werden, indem nur ein einziger geschickt gewählter Punkt angeregt wurde. Bei höherfrequenten Biegemoden war dies nur eingeschränkt möglich. Die Kohärenz zwischen Eingangs- und Ausgangssignal nahm erwartungsgemäß mit großer Entfernung bzw. bei Vorhandensein von Zwischenelementen stark ab.

Für ebenfalls detektierte Atmungsmoden ist eine Anregung über die Zwischenelemente hinweg nicht möglich.

Das Verhalten der Verbindungselemente und der Lagerstellen hängt aufgrund deren nichtlinearen Charakteristik von Amplitude und Frequenz und damit auch von der Anregungsart ab.

## 1 Einleitung

Die akustischen Anforderungen an den PKW nehmen aktuell zu, da Nebengeräusche im Antriebsstrang bei Elektroantrieben zukünftig nicht mehr durch den Verbrennungsmotor maskiert werden. Aufgabe einer NVH-Untersuchung (Noise, Vibration and Harshness) ist es, Fahrzeuge hinsichtlich ihres Schwingungsverhaltens zu analysieren und zu optimieren. Die Kenntnis der Eigenformen und –frequenzen erlaubt die gezielte Einwirkung darauf.

Antriebswellen werden üblicherweise so ausgelegt, dass die erste Biegeeigenfrequenz über 200Hz und damit oberhalb der Anregung der zweiten Ordnung eines Vierzylindermotors liegt. Die erste Biegeeigenfrequenz ist insbesondere von der Länge der Welle beziehungsweise den Lagerabständen abhängig.

Die vorliegende Forschungsarbeit beschäftigt sich mit der Längswelle zur Drehmomentübertragung, die bei Allradfahrzeugen den Motor mit dem Hinterradachsgetriebe verbindet. Diese werden aufgrund ihrer Länge oft zwei- oder dreiteilig konstruiert und über Kardan- oder Gleichlaufgelenke miteinander verbunden und in Zwischenlagern gehalten, um niederfrequente Biegeschwingungen zu vermeiden.

In Bild 1 ist die untersuchte Längswelle in ihrem prinzipiellen Aufbau dargestellt

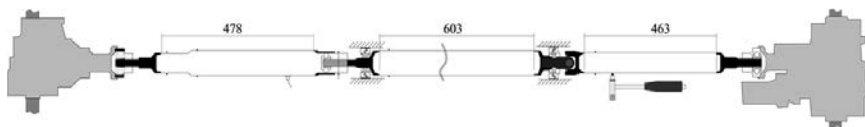


Bild 1: Aufbau einer Längswelle mit Lagerstellen und Verbindungselementen

Vermeehrt stellen dabei Geräusche im Frequenzbereich oberhalb der ersten Biegeeigenfrequenz Probleme dar. Sie werden beispielsweise durch stoßartige Anregungen, Zahneingriffe in den Getrieben oder höhere Motorordnungen angeregt.

Die Schwingungseigenschaften von mehrteiligen Antriebswellen können nicht allein durch Simulation vorhergesagt werden, da das Verhalten der spielbehafteten Verbindungselemente und Lagerstellen im Modell noch nicht genügend genau abgebildet werden kann.

Für die bei akustischen Problemen notwendigen modalanalytischen Versuche ist die Zugänglichkeit der Antriebswelle am Fahrzeug selbst durch Verkleidungen stark eingeschränkt. Es stellt sich daher die Frage, welche Versuchsmethodik geeignet ist, mögliche Schwingungs- und Resonanzprobleme mit einem zu rechtfertigen Versuchsaufwand abzutesten.

Verglichen werden sollen die experimentelle Modalanalyse mit Anregung durch Modalhammer oder Shaker mit der Betriebsschwingungsanalyse, bei der der Antriebsstrang durch die im Betrieb vorhandenen Anregungen erregt wird. Die Betriebsschwingungsanalyse ist zwar weniger reproduzierbar aber realitätsnäher; zudem könnten sich durch die Rotation der Antriebswelle rotordynamische Effekte auf die Eigenfrequenzen ergeben.

Eine Hauptfragestellung ist der Einfluss der Verbindungsstellen auf das Schwingungsverhalten der mehrteiligen Längswelle – inwiefern können durch Anregung auf einer Teilwelle Antworten auf der gesamten Welle ermittelt und strukturübergreifende Eigenformen identifiziert werden – welche Eigenformen wiederum stellen nur ein lokales Phänomen auf einem einzelnen Abschnitt dar. Als Fazit sollen für zukünftige Versuche Zeitaufwand und praktischer Nutzen der verschiedenen Verfahren gegeneinander abgewogen werden.

## **2 Auswahl zu untersuchender Verfahren und Versuchsplanung**

An der Längswelle des Antriebsstrangs werden Messungen zur Identifizierung der modalen Parameter Eigenfrequenzen, Eigenformen und Dämpfung im Frequenzbereich bis 1 kHz durchgeführt.

Als Anregungsarten kommen Modalhammer und Shaker (Schrittsinus, Chirp, Rauschen) als Messverfahren kommen Beschleunigungssensoren und Laser-Doppler-Vibrometer zum Einsatz. Die Frequenzgangbestimmung erfolgt über die Leistungsdichtespektren als Mittelung über mehrere Einzelmessungen mit der Kohärenz als Gütemaß.

Zur Bestimmung der modalen Parameter aus der Frequenzgangmatrix wird zuerst die Anzahl der Moden im zu untersuchenden Frequenzband mit einer Mode Indicator Function (MIF) bestimmt und anschließend das mathematische Modell mit entsprechenden Freiheitsgraden an den gemessenen Frequenzgang angepasst. Zur Parameteridentifikation wurden MDOF-Verfahren im Frequenzbereich angewendet.

Im Rahmen der Forschungsarbeit wurden zuerst die ausgebauten Wellenelemente untersucht, da deren Daten am ehesten mit Simulationsdaten abgeglichen werden können. (Hierauf wird im Folgenden nicht weiter eingegangen). Sodann wurde die Welle im Fahrzeug untersucht. In einem ersten Schritt fand Anregung und Messung der Systemantwort stets nur innerhalb eines Teilstückes („lokale Struktur“ genannt) statt. Danach wurde die Welle als Gesamtstruktur einer Modalanalyse unterzogen; die Anregung erfolgte über nur einen gut zugänglichen Punkt. Als letzter Versuchsteil erfolgte eine Betriebsschwingungsanalyse, um deren Aussage mit den vorher gewonnenen Daten zu vergleichen.

### 3 Experimentelle Modalanalyse der eingebauten Längswelle

#### 3.1 Modalanalyse an einzelnen Teilstücken im eingebauten Zustand

Für die Untersuchung wurden auf der dreiteiligen Längswelle 34 Messpunkte festgelegt. Gemessen wird die Schwingung in z-Richtung des Fahrzeugs, d.h. vertikal zum Boden. Anregung und Antwortmessung erfolgen stets nur auf ein und demselben Teilstück.

Mit dem Modalhammer wird die Struktur impulsartig angeregt. Die Schwingungsantwort wird mit einem piezoelektrischen Beschleunigungsaufnehmer gemessen.



Bild 2: Anbindung des Beschleunigungssensors und Erregung mit Modalhammer

In Tabelle 1-3 sind die ermittelten modalen Parameter der Längswelle dargestellt.

Tabelle 1: Modale Parameter der ersten Teilstruktur bei Impulsanregung

<i>Mode</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>Frequenz / Hz</i>	25,9	31,7	225	234	261	373	430	619	974
<i>Dämpfung / Hz</i>	2,45	0,659	4,94	0,844	6,78	7,43	20,6	19,4	2,4

Tabelle 2: Modale Parameter der zweiten Teilstruktur bei Impulsanregung

<i>Mode</i>	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>Frequenz / Hz</i>	25,8	32,1	224	234	263	372	619	754
<i>Dämpfung / Hz</i>	2,11	2,56	7,73	0,217	4,25	8,14	21,8	14,8

Tabelle 3: Modale Parameter der dritten Teilstruktur bei Impulsanregung

<i>Mode</i>	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>Frequenz / Hz</i>	28,6	31,2	237	259	372	618	745	1270
<i>Dämpfung / Hz</i>	0,85	2,28	5,42	6,76	10,8	12	21,2	0,602

Bei den durchgeführten Untersuchungen stellt sich heraus, dass die meisten Eigenfrequenzen der einzelnen Teilstücke auch auf den anderen Teilstücken bei nahezu gleicher Frequenz wiederzuentdecken sind. Als Beispiel sei hier die Mode bei 261 Hz auf dem vorderen Teilstück genannt. Dies lässt die Vermutung zu, dass es sich bei den meisten gefundenen Moden nicht um lokale Schwingungen handelt, sondern um eine gekoppelte Bewegung aller Teilstrukturen.

Es gibt aber Ausnahmen: Die Mode bei 225 Hz wurde nur auf dem vorderen und mittleren Teilstück identifiziert. Die Moden bei 430 Hz und 974 Hz wurden nur auf dem vorderen Teilstück und die Mode bei 1270 Hz wurde nur auf dem hinteren Teilstück identifiziert.

Hier nicht aufgeführte vergleichende Versuche mit Shaker-Anregung ergaben im Übrigen nur sehr gering abweichende Resultate bei deutlich höherem Versuchsaufwand.

### 3.2 Messung der Längswelle als Gesamtstruktur

Aus den Ergebnissen der vorherigen Untersuchungen ergibt sich die Frage, ob und wie sich die Schwingungen über die Gelenke hinweg auf die nachfolgenden Wellenteile übertragen und ob somit eine Erregung der gesamten Welle von einem Teilstück aus möglich ist und die

sich einstellenden Schwingungen mit dem zuvor an den einzelnen Teilstücken dokumentierten Verhalten übereinstimmen.

Zuerst wird die Welle mit dem Modalhammer an einem sehr gut zugänglichen Messpunkt (Punkt 33) am hinteren Wellenbereich angeregt und die Strukturantwort an den Punkten 1, 2, . . . , 34 gemessen. Aus den bestimmten Frequenzgängen werden die modalen Parameter mittels ME'scope identifiziert. In Tabelle 4 sind die identifizierten Parameter gezeigt. Über das Modal Assurance Criterion [1] werden die Eigenformen mit denen aus 3.1 verglichen. Da manche Frequenzen nur auf bestimmten Wellenabschnitten auftraten, ergeben sich Leerstellen beim MAC. Auf einen MAC-Vergleich mit dem mittleren Wellenteil („Struktur II“) wurde verzichtet, da für diese Versuchsreihe hier nicht alle Messpunkte zugänglich waren sondern die mittleren durch gleichzeitigen Einbau einer Drehmomentmessnabe (wegen anderer gleichzeitiger Versuchsaufgaben erforderlich) verdeckt waren.

Tabelle 4: Modale Parameter der globalen Struktur bei Impulsanregung

<i>Mode</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<i>Frequenz / Hz</i>	27,6	32,4	226	234	264	374	418	623	754	976	1270
<i>Dämpfung / Hz</i>	1,42	2,05	5,57	0,564	7,28	11,2	28,8	15,9	15	2,48	0,548
<i>MAC Struktur I</i>	0,82	0,78	0,96	0,97	0,97	0,83	0,95	0,90	-	0,641	-
<i>MAC Struktur III</i>	0,89	0,9	-	0,72	0,88	0,91	-	0,8	0,88	-	0,92

In Bild 3 sind die zugehörigen Eigenformen gezeigt. Sie werden mit normierter maximaler Auslenkung im vorher beschriebenen Koordinatensystem dargestellt. Das heißt, dass sich auf der linken Seite der Antrieb und auf der rechten Seite das Differential befindet. Der Verlauf der Eigenformen im Bereich der nicht messbaren Bereiche in der Nähe der Mittellager und der Drehmomentmessnabe (Mitte der Struktur II) werden interpoliert mit einer gestrichelten Linie gezeichnet. Die verbindenden Verschiebe- und Kardangelenke sind als schwarze Punkte dargestellt. Die Interpolation erfolgt nach rein mathematischen Gesichtspunkten - die tatsächlich zu vermutenden Verhältnisse im Übergangsbereich werden anschließend noch diskutiert.



Dargestellt sind die identifizierten Biegemoden. Die beiden identifizierten Atmungsmoden bei 968 Hz und 1260 Hz werden nicht dargestellt.

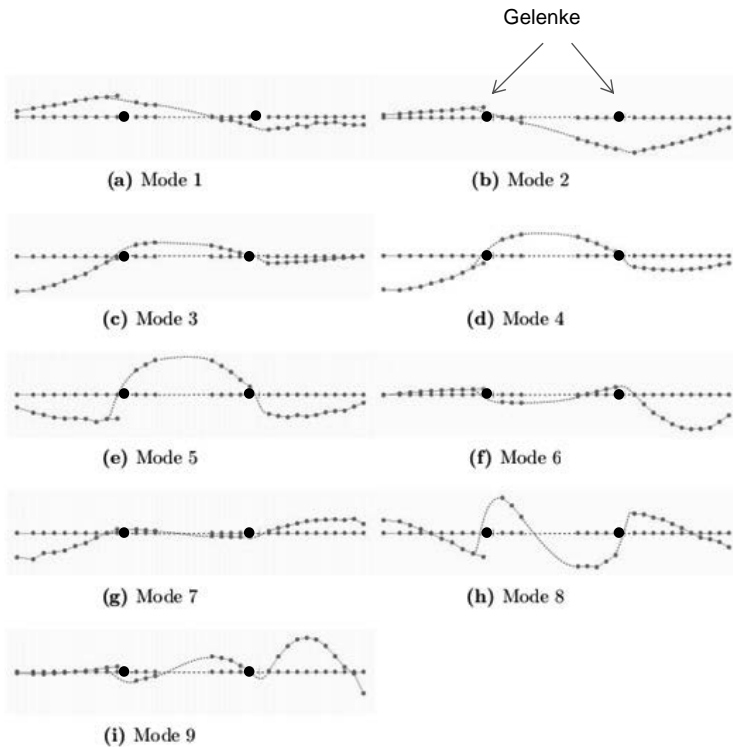


Bild 3: Eigenformen der globalen Struktur

Mode 1 und 2 zeigen das lokal beobachtete Starrkörperverhalten. Die Eigenfrequenzen liegen sehr nahe beieinander und die Eigenformen sind tendenziell ähnlich.

Mode 3 und 4 schwingen eher im vorderen Wellenteil und zeigen eine stetige Schwingungsform über die Gelenke hinweg. Auch hier zeigen sich zwei ähnliche Eigenformen bei nahe beieinander liegenden Frequenzen. Auffällig ist, dass die Dämpfung bei einer der Moden deutlich geringer ist, wie auch zuvor bei den Starrkörpermoden.

Die doppelten Moden 1, 2 bzw. 3, 4 rühren vermutlich daher, dass der gesamte Aufbau nicht rotationssymmetrisch ist. Sowohl die Lagerung als auch die Verbindungsgelenke können in

verschiedene Ebenen leicht unterschiedliche Eigenschaften aufweisen und so vor allem auch die Dämpfung beeinflussen.

In Mode 5 schwingt der mittlere Teil am stärksten. An den Übergängen zwischen den einzelnen Wellenteilstücken liegen  $180^\circ$  Phasensprünge vor. Durch Interpolation der Eigenform kann man versuchen, Rückschlüsse auf das Verhalten der Gelenke zu ziehen: die Phasensprünge könnten durch eine Kippbewegung im Lager entstehen. Mode 6 zeigt einen stark ausgeprägten lokalen Charakter im hinteren Wellenteil, so dass in den beiden anderen Wellenteilen kaum Bewegung stattfindet. In Mode 7 findet die Bewegung hauptsächlich in den äußeren Wellenteilen statt.

Bei Mode 8 ist zu erkennen, dass eine Interpolation der Eigenform auf die Position der Gelenke zu unrealistisch starken Biegungen des mittleren Wellenteilstücks führt. Es wird vermutet, dass bei hohen Frequenzen und damit verbundenen geringen Amplituden im Verschiebe-Gelenk eine Relativbewegung stattfindet. Ein Erklärungsansatz ist, dass die Gelenke in diesem Frequenzbereich nicht mehr als starr betrachtet werden können, sondern auch eine Elastizität aufweisen und dadurch die beiden im Gelenk verbundenen Wellenenden gegeneinander schwingen können.

### 3.3. Atmungsschwingung

Wie bereits erwähnt, wurden bei der Modalanalyse an einzelnen Teilstücken auch Modes identifiziert, die nur an einem einzelnen Wellenabschnitt vorkommen und die zugleich eine sehr geringe modale Dämpfung aufweisen, insbesondere Mode 8 auf der dritten Teilstruktur bei 1270 Hz. Diese Mode konnte in einer ergänzenden Modalanalyse, bei welchem mehrere Punkte auf dem Umfang gemessen wurden, als Atmungsschwingung, also Ovalisierungsbewegung der Welle identifiziert werden. Die Modalanalyse wurde mittels ME'scope durchgeführt. Die folgende Abbildung zeigt diese Ovalisierungsbewegung des dritten Wellenabschnitts.

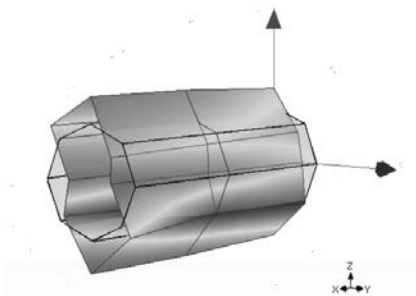


Bild 4: Atmungsmode von Struktur III bei 1270 Hz

3.4 Betriebsschwingungsanalyse

Die Betriebsschwingungsanalyse wird auf einem Rollenprüfstand durchgeführt. Der Versuchsaufbau ist so zu optimieren, dass die Betriebsschwingungsformen / Operating Deflection Shapes (ODS) ohne aufwendige Skalierung nach den Messungen ermittelt werden können [3].

Da die Radialschwingungen bei rotierender Welle nicht mit den verfügbaren Beschleunigungssensoren gemessen werden können, müssen die Schwingungen über ein Laser-Doppler-Vibrometer (LDV) gemessen werden. Zur Ermittlung der Phasenbeziehung sollen die Schwingungen auf einer nicht rotierenden Komponente des Antriebsstrangs über einen Beschleunigungsaufnehmer gemessen werden [4]. Zur Ermittlung der ODS in einem breiten Frequenzband werden rampenförmige Drehzahlhochläufe von 1000 – 4500 min<sup>-1</sup> auf dem Prüfstand gefahren und die Schwingungen nacheinander an den Messpunkten gemessen. Zum Vergleich sind die identifizierten Resonanzfrequenzen der Betriebsschwingungsanalyse und die Eigenfrequenzen der experimentellen Modalanalyse im Stillstand in Tabelle 5 zusammengestellt. Die Zuordnung geschieht auf Basis der Frequenzen und Schwingformen.

Tabelle 5: Resonanzen bei Motorhochlauf

Resonanz	1	2	3	4	5
Frequenz / Hz (Betriebsschwingungsanalyse)	225	270	324	368	430
zugeordnete Eigenfrequenz / Hz (Modalanalyse)	225	258	-	369	(427)

Wie zu erkennen ist, stimmen die Resonanzfrequenzen und die Eigenfrequenzen mit geringer Abweichung überein. Die Abweichung der zweiten Resonanz (270 Hz) zur identifizierten

Eigenfrequenz (258 Hz) kann auf die zusätzliche Masse einer Drehmomentmessnabe die bei der Durchführung der Modalanalyse noch montiert war zurückzuführen sein. Dennoch weichen die Frequenzen auch hier nur um circa 5 % voneinander ab. Es ist somit ersichtlich, dass die ermittelten Eigenfrequenzen bis 430 Hz mit dem Resonanzverhalten im Betrieb sehr gut übereinstimmen.

In Bild 5 sind die ODS und die im Stillstand ermittelten Eigenformen gegenübergestellt. Dabei ist zu beachten, dass für die Modalhammerversuche die mittleren Messpunkte auf Struktur II nicht zugänglich waren, da sie durch die dort montierte Drehmomentmessnabe verdeckt waren

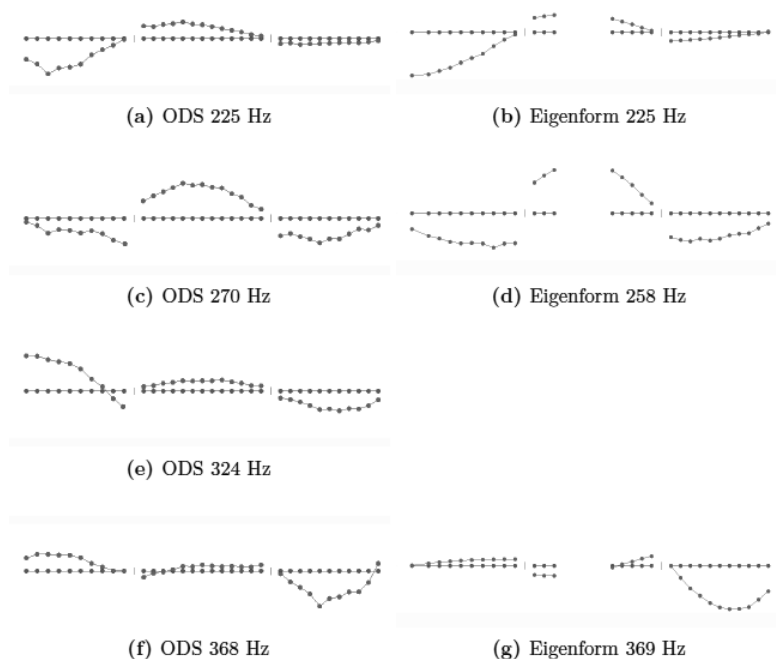


Bild 5: Vergleich der ODS mit den identifizierten Eigenformen im Stillstand

Die Übereinstimmung der Betriebsschwingungen mit den experimentell ermittelten Moden im Stillstand ist sehr gut. Sie stimmen in ihrer Frequenz überein und auch die sich einstellenden Schwingungsformen im Betrieb ähneln den Eigenformen. Besonders wichtig für die NVH-Entwicklung ist die gute Übereinstimmung der Schwingungsbäuche, so dass eine optimale Position für Dämpfungsmaßnahmen im Betrieb aus den Eigenformen im Stillstand abgeleitet

werden kann. Lediglich die Resonanz bei 324 Hz lässt sich mit keiner identifizierten Eigenfrequenz im Stillstand verbinden. Sie zeigt auf der Antriebsseite einen Schwingungsbauch, d.h., eine starke Schwingung im Antriebsbereich wird hier anscheinend in die Längswelle übertragen.

## 4 Interpretation der Ergebnisse und Fazit

### 4.1 Interpretation der Moden und des Verhaltens der Gelenke

Bei niedrigen Frequenzen (ca. 25 Hz) dominiert das Starrkörperverhalten: die Wellenteilstücke zeigen geringe Verformung, die Gelenkverbindung ist starr anzusehen (die Relativbewegung im Gelenk ist im Verhältnis zur Schwingungsamplitude klein).

Moden mit höheren Frequenzen sind mit geringeren Amplituden verbunden. Es findet in und um die Gelenke eine Relativbewegung statt. Diese kann bei niedrigeren Frequenzen noch als Kippen interpretiert werden, bei höheren Frequenzen können sich die im Gelenk verbundenen Wellenenden auch ganz gegenläufig bewegen, so dass das Gelenk eher als elastische Verbindung zu sehen ist. Ähnliches gilt für die Lager: für hohe Frequenzen und kleine Amplituden ist die Lagerung nicht als starr anzusehen sondern stellt selbst eher ein Federelement dar. Dennoch setzen sich die Bewegungen über die Verbindungsstellen und Lager hinweg fort – mit Ausnahme der Atmungsschwingungen, die auf einen einzelnen Wellenabschnitt begrenzt eine Ovalisierungsbewegung dieses Abschnittes darstellen. Eine geringe Dämpfung ist damit stets verbunden

### 4.2 Vergleichende Bewertung der Anregungsmethoden

Abschließend werden die Vor- und Nachteile der experimentellen Modalanalyse und der Betriebsschwingungsanalyse, bezogen auf den Anwendungsfall PKW-Längswelle, gegenübergestellt.

#### experimentelle Modalanalyse

- + Kontrolle der Anregungsparameter (Frequenz/Amplitude)
- + Aufwand
- + Dämpfungsbestimmung
- Keine Aussage über im Betrieb angeregte Moden

#### Betriebsschwingungsanalyse

- + reales Anregungsspektrum
- + Messung von Peaks durch Anregungsüberhöhung
- experimenteller Aufwand (Vorbereitung und Messung)
- eingeschränktes Erregungsfrequenzband

Bild 6: Vergleich experimentelle Modalanalyse und Betriebsschwingungsanalyse

Der größte Vorteil der experimentellen Modalanalyse ist ihre Flexibilität im Blick auf das anregbare Frequenzspektrum. Beim Einsatz eines Shakers wird die niedrigste und höchste erregbare Frequenz allein von seinen Leistungsdaten begrenzt. Das Anregungsspektrum kann frei vorgegeben werden.

Der zeitliche Aufwand ist abhängig von der Zielstellung, die einmalige Versuchsvorbereitung ist jedoch deutlich weniger aufwendig als bei der Betriebsschwingungsanalyse. Ein weiterer Vorteil ist die Ermittlung von Dämpfungsparametern. Somit kann die Ausschwingzeit bei stoßartiger Anregung abgeschätzt werden.

Der Nachteil der experimentellen Modalanalyse in diesem Fall ist die fehlende Aussage über die sich im Betrieb einstellenden Schwingungen, da das Anregungsspektrum nicht bekannt ist. Die Betriebsschwingungsanalyse kann ein betriebsrelevantes Schwingungsverhalten wiedergeben, welches aus dem Anregungsspektrum und dem dynamischen Verhalten der Welle resultiert.

Das angeregte Frequenzband ist im vorliegenden Aufbau auf dem Rollenprüfstand aber auf die Anregungsordnungen des Motors limitiert. Höhere Frequenzen, wie sie eventuell durch Stoßvorgänge angeregt werden, bleiben außen vor.

Allerdings ist der zeitliche Aufwand, insbesondere die Versuchsvorbereitung höher als bei der Modalanalyse. Die Versuchsvorbereitung (Anbringen von Reflexfolie und Referenzsensoren, Positionieren und Fixieren des Fahrzeugs auf dem Rollenprüfstand) umfasst zusammen mit der Einstellung der Messhardware ungefähr 5 Stunden. Daher wird die Anregung mit Impulshammer das Standardverfahren bleiben.

### 4.3 Fazit und Ausblick

Der Hauptanteil der identifizierten Moden hat strukturübergreifenden Charakter. Auf einigen Wellenabschnitten konnten Atmungsmoden identifiziert werden.

Die Resonanzfrequenzen im Betrieb stimmen mit Eigenfrequenzen im Stillstand gut überein. Um die Ergebnisse weiter interpretieren zu können, wäre eine Untersuchung der Relativbewegung in den Gelenken und Lagerstellen hilfreich; beginnend mit einer statischen Überprüfung des nicht linearen Kraft-Weg-Zusammenhanges. Damit könnte dann auch die Übertragbarkeit auf andere Konfigurationen besser abgeschätzt werden, da die Gelenke und Lagerstellen mit ihrem Spiel und ihrer wegabhängigen Steifigkeit die eigentlichen Unbekannten in der Struktur darstellen. Diese weiterführenden Untersuchungen können dann im Zusammenspiel mit den vorliegenden Messungen als Grundlage der Optimierung von FE-Modellen dienen.

## 5 Literaturhinweise

- [1] Genuit, K.: Sound-Engineering im Automobilbereich: Methoden zur Messung und Auswertung von Geräuschen und Schwingungen. Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
- [2] Allemang, R. J.: „The Modal Assurance Criterion – Twenty years of Use and Abuse“. In: Sound and Vibration 37 (2003), S. 14–21.
- [3] Bae, W. et al.: „Scaling the Operating Deflection Shapes Obtained from Scanning Laser Doppler Vibrometer“. In: Journal of Nondestructive Evaluation 30.2 (2011), S. 91–98.
- [4] Richardson, M.; Schwarz, B.: „Measurements Required for Displaying Operating Deflection Shapes“. In: Proceedings of the 22nd International Modal Analysis Conference. Jan. 2004, S. 701–707.





# Überwachung von Flugschwingungsversuchen mit operationeller Modalanalyse

Dr.-Ing. **Jan Schwochow**, Dr.-Ing. **Marc Böswald**,  
M.Sc **Goran Jelcic**, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.,  
Institut für Aeroelastik, Göttingen

## Kurzfassung

Die Entwicklung neuer Flugzeugkonstruktionen erfordert eine Untersuchung der aeroelastischen Stabilität, um das Phänomen des Flatterns – eine selbsterregte Schwingung der Flugzeugstruktur bei bestimmten Flugzustandsbedingungen – zu vermeiden. Für die gekoppelte Simulation zwischen strukturdynamischen Modellen und instationären aerodynamischen Kräften müssen die zugrundeliegenden Modellierungen bezüglich ihrer Gültigkeit durch den Vergleich von numerischen und experimentellen Ergebnissen validiert werden. Neben dem sogenannten Standschwingungsversuch sind auch vergleichende Schwingungsmessungen im Flug während der Flugerprobung erforderlich, um die reale Antwort des aeroelastischen Systems mit den vorhergesagten numerischen Ergebnissen vergleichen zu können. Aufgrund fehlender Erregerkraftinformationen eignen sich hierfür insbesondere Methoden der operationellen Modalanalyse (OMA), die fortlaufend das Schwingungsverhalten des Flugzeugs während der Erprobungsflüge analysieren können, wenn eine ausreichende stochastische Anregung des Flugzeugs durch atmosphärische Turbulenz sichergestellt werden kann. Im vorliegenden Beitrag werden zwei automatisch arbeitende Identifikationsverfahren – die *Stochastic-Subspace-Identification* Methode (SSI) und das *polyreference-Least-Square-Complex-Frequency-Domain* Verfahren (pLSCF) – hinsichtlich ihrer Eignung für den sogenannten Flugschwingungsversuch verglichen. Um die Genauigkeit der identifizierten modalen Parameter überprüfen zu können, werden simulierte Messdaten einer bekannten Flugzeugstruktur für den Vergleich verwendet.

## 1. Einleitung

Beim dem Phänomen des Flatterns handelt es sich um eine dynamische aeroelastische Instabilität, welche durch die Interaktion von Schwingungen der Flugzeugstruktur und den dadurch induzierten instationären Luftkräften hervorgerufen wird. Letztere können durch ihren oszillierenden Charakter bei bestimmten Kombinationen von Anströmgeschwindigkeiten und Flughöhen so in Bewegungsrichtung wirken, dass es zu einer selbsterregten Schwin-

gung kommt. Dabei sind die einzelnen Schwingungsformen über die Luftkräfte miteinander verkoppelt. Die Entwicklung neuer Flugzeugkonstruktionen erfordert daher eine Untersuchung der aeroelastischen Stabilität. Da die rein numerische Analyse eine gekoppelte Simulation zwischen strukturdynamischen Modellen und instationären aerodynamischen Kräften einschließt, ist deren Durchführung sehr komplex, sodass für eine zielorientierte Untersuchung Vereinfachungen vorgenommen werden müssen. Daher sind die zugrundeliegenden Modellierungen bezüglich ihrer Gültigkeit durch den Vergleich von numerischen und experimentellen Ergebnissen zu validieren.

Hierfür wird zunächst der so genannte *Ground Vibration Test* (GVT), der am Prototyp eines neuen Flugzeugmusters durchgeführt, um die modalen Parameter, bestehend aus Eigenfrequenzen, Dämpfungsmaße, modalen Massen und Schwingungsformen, der Flugzeugstruktur am Boden zu messen. Anschließend sind auch vergleichende Schwingungsmessungen im Flug während der Flugerprobung erforderlich, um die Gültigkeit der Ergebnisse der Flatteranalysen mit den Messungen am aeroelastischen System demonstrieren zu können. Neben der Identifikation der Eigenfrequenzen muss dabei besonderes Augenmerk auf eine möglichst genaue Bestimmung der Dämpfung von Schwingungsformen als Maß für die Flatterstabilität gelegt werden, die sich mit zunehmender Fluggeschwindigkeit ändert, weil sich der Einfluss der angreifenden Luftkräfte über den Staudruck erhöht. Absinkende Dämpfung mit Annäherung an Null deutet auf einen bevorstehenden Flatterfall hin. Das Eintreten eines solchen ungedämpften Zustands muss durch eine Trendvorsage frühzeitig erkannt werden und zuverlässig vorausgesagt werden. Aus praktischer Sicht muss ein *Flight Vibration Test* (FVT) immer dann durchgeführt werden, wenn ein neuer Flugzeugtyp oder eine Modifikation eines vorhandenen Musters erprobt werden soll. Die schrittweise Demonstration ausreichender Dämpfungseigenschaften für einen Bereich von Fluggeschwindigkeiten und Flughöhen nennt man Eröffnung der Flugenveloppe. Da sich die Dämpfungseigenschaften nahe der Stabilitätsgrenze häufig sehr stark und schnell ändern können, sind effiziente und zuverlässige Flugversuchsmethoden notwendig, um die Risiken zu minimieren und die Kosten für aufwendige Flugtests zu reduzieren.

Ein Überblick der Flugversuchsmethoden findet sich in [1], während in [2] die Durchführung eines FVT beispielhaft beschrieben wird, wobei sich der Flugversuchingenieur auf die Überwachung einzelner kritischer Schwingungsformen beschränkt. Hier verspricht die Anwendung der automatischen Operationellen Modalanalyse (OMA) eine deutliche Verbesserung, indem ein automatisierter Algorithmus die modalen Parameter zuverlässig selbstständig identifizieren kann und somit ein quantitatives Stabilitätsmaß ohne Benutzerinteraktion bereitgestellt wird. Eine Methode zur Vorhersage von Flattern von Windkanal-

modellen wird in [3] vorgestellt, wobei hier die Turbulenz in der Strömung als Anregung dient. Im vorliegenden Beitrag werden zwei automatisch arbeitende Identifikationsverfahren – die *Stochastic-Subspace-Identification* Methode (SSI-OMA) ([4],[5],[6]) und das *polyreference-Least-Square-Complex-Frequency-Domain* Verfahren (pLSCF-OMA) ([7],[8]) – hinsichtlich ihrer Eignung für die Überwachung im FVT verglichen. Da die Messung der Systemanregung im Flugversuch nur sehr schwierig durchführbar ist, finden entgegen der Methoden aus der experimentellen Modalanalyse (EMA) nur gemessene Beschleunigungsantworten bei der Systemidentifikation Verwendung. Während das SSI-OMA-Verfahren direkt die gemessenen Zeitdaten verarbeitet, um eine möglichst schnelle Berechnung des sogenannten Stabilisierungsdiagramms zu ermöglichen, wertet das pLSCF-OMA-Verfahren spektrale Daten aus. Eine vorherige Fourier-Transformation nach dem Verfahren von *Welch* [9] wird damit erforderlich, um Auto-/Kreuzleistungsspektren bereitzustellen.

Nach einem kurzen Überblick der theoretischen Grundlagen werden beide Methoden auf ein analytisches aeroelastisches Beispiel angewendet. Dabei handelt es sich um die Modellierung eines Segelflugzeugs aus [10]. Mit dem gleichen Modell werden Simulationen im Zeitbereich mit dem in [11] beschriebenen Matrizen-Exponentialfunktion-Verfahren durchgeführt, wobei das Flugzeug durch stochastische Böen angeregt wird, deren spektraler Inhalt dem *vonKarman* Spektrum [12] entspricht. Die Beschleunigungsantworten an nur wenigen physikalischen Freiheitsgraden werden für ansteigende Fluggeschwindigkeit berechnet und mit beiden Identifikationsmethoden ausgewertet.

## 2. Darstellung des Aeroelastischen Systems im Zustandsraum

Im Allgemeinen werden heute mechanische Strukturen mit der Finite-Elemente Methode (FEM) mathematisch modelliert, wobei für strukturdynamische Anwendungen Annahmen für die Steifigkeits- und Massenverteilungen  $[M]$  und  $[K]$  sowie für die Dämpfungseigenschaften  $[Da]$  getroffen werden müssen. Für die aeroelastische Modellbildung sind die instationären Luftkräfte  $[Ae]$  zu berücksichtigen, die von der Bewegung  $\{u(t)\}$ , Bewegungsgeschwindigkeit  $\{\dot{u}(t)\}$  und –beschleunigung  $\{\ddot{u}(t)\}$  abhängen und zusätzlich durch die Fluggeschwindigkeit  $V_\infty$ , Machzahl  $M_\infty$  und Luftdichte  $\rho_\infty$  bestimmt sind. Die Bewegungsgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{u}(t)\} + [Da]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} - \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 [Ae(\{\ddot{u}\}, \{\dot{u}\}, \{u\}, M_\infty)] &= \{f(t)\} \\ \{y(t)\} &= [C_s]\{\ddot{u}(t)\} + [C_v]\{\dot{u}(t)\} + [C_d]\{u(t)\} \end{aligned} \quad (1)$$

Der zeitabhängige Lastvektor  $\{f(t)\}$  setzt sich aus einer Kombination von Inertial- und Aerodynamiklasten zusammen, die abhängig von Flugmanövern und Böen sind, die das Flugzeug durchfliegt. Die zweite Zeile in Gl. (1) gibt den Zusammenhang zwischen den inneren physikalischen Freiheitsgraden und den Systemausgängen  $\{y(t)\}$  wieder, die gemessen werden können. Für die Darstellung der Luftkräfte im subsonischen Geschwindigkeitsbereich wird häufig die *Doublet-Lattice Methode* (DLM) nach [13] eingesetzt, die für aufgeprägte harmonische Verformungsbewegungen die aerodynamischen Drücke im Frequenzbereich liefert. Durch Auswertung von Impulsantworten im Laplace-Bereich mit der Laplace Variablen  $s = \sigma + i\omega$  können diese auch in den Zeitbereich transformiert werden, z.B. um transiente Vorgänge simulieren zu können. Dabei wird eine Approximation der über die DLM vorgegebenen frequenzabhängigen Luftkräfte über gebrochen rationale Polynome nach [14] vorgenommen:

$$\int_0^{\infty} [Ae(t)] e^{-st} dt \approx [Ae_0] + [Ae_1]s + [Ae_2]s^2 + \sum_{j=1}^{n_s} [Ae_{2+j}] \frac{s}{s + \gamma_j} \quad (2)$$

Die Phasenverschiebung zwischen vorgegebener Bewegung der Flugzeugstruktur und induzierter Luftkraft wird durch die Einführung von rein reellen Verzögerungsgliedern  $\gamma$  (Lag-Terme) vorgenommen, deren Anzahl  $n_\gamma$  vorzugeben ist. Nach einigen Umformungen, wie in [15] dargestellt, können die Differentialgleichungen des aeroelastischen Systems aus Gl.(1) im Zustandsraum formuliert werden, wobei der Zustandsvektor  $\left[\{u\}^T \{\dot{u}\}^T\right]$  um die aerodynamischen Zustände  $\left[\{x_{ai}\}^T\right]$  erweitert werden muss:

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{\ddot{u}\} \\ \{\dot{x}_{a1}\} \\ \{\dot{x}_{a2}\} \end{Bmatrix}}_{\{\dot{x}\}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & [I] & 0 & 0 \\ -[\bar{M}]^{-1}[\bar{K}] & -[\bar{M}]^{-1}[\bar{D}a] & q_\infty[\bar{M}]^{-1}[Ae_3] & q_\infty[\bar{M}]^{-1}[Ae_4] \\ 0 & [I] & -\left(\frac{V_\infty}{b}\right)\gamma_1[I] & 0 \\ 0 & [I] & 0 & -\left(\frac{V_\infty}{b}\right)\gamma_2[I] \end{bmatrix}}_{[\bar{A}_c]} \underbrace{\begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{\dot{u}\} \\ \{x_{a1}\} \\ \{x_{a2}\} \end{Bmatrix}}_{\{x\}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -[\bar{M}]^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{[\bar{B}_c]} \{f(t)\} \\ \{y\} &= \underbrace{\begin{bmatrix} [C_d] - [C_a][\bar{M}]^{-1}[\bar{K}] & [C_v] - [C_a][\bar{M}]^{-1}[\bar{K}] & 0 \end{bmatrix}}_{[\bar{C}]} \{x\} + \underbrace{\begin{bmatrix} -[C_a][\bar{M}]^{-1} \end{bmatrix}}_{[\bar{D}]} \{f(t)\} \\ [\bar{M}] &= [M] - q_\infty [Ae_2] \left(\frac{b}{V_\infty}\right)^2, \quad [\bar{D}a] = [Da] - q_\infty [Ae_1] \left(\frac{b}{V_\infty}\right), \quad [\bar{K}] = [K] - q_\infty [Ae_0], \quad q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Eine vorgegebene Referenzflügelteiefe ist durch den Parameter  $b$  festgelegt. Die Struktur entspricht dabei der in der Regelungstechnik verbreiteten Zustandsraumdarstellung eines kontinuierlichen zeitinvarianten linearen Systems (*linear time-invariant* LTI-System) mit Zustandsvektor  $\{x\}$ , Systemmatrix  $[A_c]$ , Eingangsmatrix  $[B_c]$ , Messmatrix  $[C]$  und Durchgangsmatrix  $[D]$ . Da üblicherweise im Flugversuch nur Beschleunigungen gemessen werden, ist die Messmatrix in Gl. (3) nur für diese Antwortmessung aufgestellt. Die Stabilität des Systems für ansteigende Fluggeschwindigkeit kann schnell überprüft werden, indem das folgende Eigenwertproblem zu lösen ist:

$$([A_c(p_\infty, M_\infty, V_\infty)] - \lambda_i [I]) \{\psi\}_i = 0. \quad (3)$$

Als Ergebnis dieser Flatteranalyse ergeben sich die gedämpften Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaße aus:

$$f_i(V_\infty) = \frac{\text{Im}(\lambda_i(V_\infty))}{2\pi}, \quad \zeta_i(V_\infty) = -\frac{\text{Re}(\lambda_i(V_\infty))}{\sqrt{\text{Re}(\lambda_i(V_\infty))^2 + \text{Im}(\lambda_i(V_\infty))^2}}. \quad (3)$$

Unter Annahme eines zeitlich veränderlichen Lastvektors können mit dem LTI-System aus Gl.(3) transiente Vorgänge im Zeitbereich sukzessiv mit der Matrizen-Exponentialfunktion nach [11] simuliert werden. Dazu wird das kontinuierliche System in ein zeitdiskretes mit festgelegter Abtastrate  $\Delta t$  umgewandelt:

$$[A] = e^{[A_c](\Delta t)}, \quad [B] = ([A] - [I])[A_c]^{-1}[B_c]. \quad (3)$$

Mess- und Durchgangsmatrix bleiben dabei unverändert. Auf diese Weise können die Antworten des aeroelastischen Systems z.B. auf eine Böenerregung berechnet werden, wie in Abschnitt 5 gezeigt wird.

### 3. Theoretische Grundlagen der operationellen Modalanalyse

Für die experimentelle Systemidentifikation werden die Beschleunigungsantworten im Flug an einer geringen Anzahl von Freiheitsgraden gemessen. Es folgt eine kurze Darstellung der Theorie beider im diesem Beitrag verwendeten Methoden pLSCF-OMA und SSI-OMA.

#### 3.1. Frequenzbereichsverfahren pLSCF-OMA

Die Auto-/Kreuzleistungsspektren der Ausgangssignale  $[S_{yy}]$  können mit den Frequenzgangsfunktionen  $[H_{yy}]$  und dem Eingangsautospektrum  $[S_{xx}]$  beschrieben werden:

$$[S_{yy}(s)] = [H_{yy}(s)][S_{xx}(s)][H_{yy}(s)]^H. \quad (3)$$

Unter der Annahme, dass das Eingangssignal als weißes Rauschen vorliegt, ergibt sich ein konstantes Autoleistungsspektrum  $[S_{xx}]$ , das sich nicht auf die Systempole auswirkt. Nach einigen algebraischen Umformungen lassen sich die Ausgangsspektren in die Systempole  $\lambda_r, \lambda_r^*, -\lambda_r, -\lambda_r^*$ , Eigenvektoren  $\{\psi\}_r$  und Referenzvektoren  $\{L\}_r$  zerlegen:

$$[S_{yy}(s)] = \sum_{r=1}^m \frac{\{\psi\}_r \{L\}_r^T}{s - \lambda_r} + \frac{\{\psi\}_r^* \{L\}_r^{*T}}{s - \lambda_r^*} + \frac{\{L\}_r \{\psi\}_r^T}{s^* - \lambda_r} + \frac{\{L\}_r^* \{\psi\}_r^{*T}}{s^* - \lambda_r^*}. \quad (3)$$

Im Vergleich zur Approximation von FRFs bei der EMA ergibt sich damit eine doppelte Anzahl von Polstellen. Bei der pLSCF-Methode wird die Frequenzbeschreibung des zeitdiskreten Systems im sogenannten  $z$ -Bereich mit  $z = e^{-i\omega\Delta t}$  verwendet. Die Kreuzleistungsspektren werden über gebrochene rationale Polynome approximiert:

$$[S_{yy}(i\omega)] = \sum_{r=0}^m [a_k] z^r \cdot \left( \sum_{r=0}^m b_k z^r \right)^{-1} \quad (4)$$

Mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate werden die Koeffizienten  $b_k$  des gemeinsamen Nennerpolynoms angenähert, wobei numerisch sehr stabile Schätzungen für die Polstellen unabhängig von der vorgegebenen Modellordnung und des numerischen Rauschens entstehen. Mit den so identifizierten physikalischen Polstellen können anschließend die Koeffizienten  $a_k$  der Zählerpolynome durch Approximation der gemessenen Kreuzleistungsspektren bestimmt werden. Die detaillierte Darstellung der Theorie sowie einer rechenzeitoptimierten Implementierung des Algorithmus finden sich in [7] bzw. [8].

### 3.2. Zeitbereichsverfahren SSI-OMA

Auch bei der SSI-Methode muss als Anregungssignal weißes Rauschen angenommen werden. Das untersuchte System kann als diskretes Zustandsraummodell mit den unbekannten Rauscheingängen  $\{v\}_k, \{w\}_k$  gemäß Gl.(3) beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \{x\}_{k+1} &= [A]\{x\}_k + \{w\}_k \\ \{y\}_k &= [C]\{x\}_k + \{v\}_k \end{aligned} \quad (4)$$

Ausgehend von einem Anfangszustand  $\{x\}_0$  ist die Systemantwort an jedem nachfolgenden Zeitschritt  $t = k\Delta t$  über die System- und Messmatrix berechenbar:

$$\{y\}_k = \sum_{i=1}^k [C][A]^{i-1} \{x\}_{i-1} + \{v\}_k. \quad (4)$$

Beide Matrizen sind zunächst unbekannt und sollen über die gemessenen Systemantworten  $\{y\}_k$  berechnet werden. Dazu werden die diskreten Zeitverläufe in einer *Hankel*-Matrix so

angeordnet, dass sie in einen Vergangenheits-  $[Y^-]$  und Zukunftsanteil  $[Y^+]$  aufgespalten sind. Durch  $QR$ -Zerlegung lässt sich eine Kovarianzmatrix  $[R_{21}]$  zwischen Vergangenheit und Zukunft erzeugen, die sogenannte *Subspace-Matrix*:

$$\begin{bmatrix} [Y^-] \\ [Y^+] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{11}] & 0 \\ [R_{21}] & [R_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [Q_1] \\ [Q_2] \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Die Beobachtungsmatrix  $[O]$  der Zustandsraumdarstellung in Gl.(4) ergibt sich über Singulärwertzerlegung (SVD) der Kovarianzmatrix  $[R_{21}]$ , die jedoch einen Rangabfall aufweist. Für eine vorgegebene Modellordnung, bei der die  $p$  größten Singulärwerte berücksichtigt sind, entsteht folgende Approximation:

$$[R_{21}] \approx [U_1][S_1][V_1]^T = \underbrace{[U_1][S_1]^{1/2}}_{[O]} \underbrace{[S_1]^{1/2}[V_1]^T}_{[X]}. \quad (4)$$

Die Beobachtungsmatrix lässt sich nun in zwei Submatrizen  $[O_1]$  und  $[O_2]$  für aufeinander folgende Zeitschritte aufteilen. Durch Multiplikation mit der Systemmatrix  $[A]$  wird die erste in die zweite überführt, so dass sie über die Pseudo-Inverse bestimmbar ist:

$$[A] = [O_1]^+ [O_2] \quad \text{mit} \quad [O_1] = \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A] \\ \vdots \\ [C][A]^{p-1} \end{bmatrix}, \quad [O_2] = \begin{bmatrix} [C][A] \\ [C][A]^2 \\ \vdots \\ [C][A]^p \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Die Ausgangsmatrix  $[C]$  ist bereits in der ersten Zeile von  $[O_1]$  enthalten. Nun werden die diskreten Eigenwerte  $\mu_i$  und Eigenvektoren  $\{\psi\}_i$  der Systemmatrix  $[A]$  berechnet. Nach der Umrechnung in kontinuierliche Polstellen  $\lambda_i$ , erhält man die Eigenfrequenzen  $f_i$  und die Dämpfungsmaße  $\zeta_i$  sowie die Schwingungsformen  $\{\phi\}_i$  aus:

$$\lambda_i = \frac{\ln(\mu_i)}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad f_i = \frac{|\lambda_i|}{2\pi}, \quad \zeta_i = -\frac{\text{Re}(\lambda_i)}{|\lambda_i|}, \quad \{\phi\}_i = [C]\{\psi\}_i. \quad (4)$$

Diese Auswertung wird für eine Anzahl von vorgegebenen Modellordnungen wiederholt, so dass ein Stabilitätsdiagramm erstellt werden kann, auf dessen Basis die physikalischen Polstellen automatisch zu identifizieren sind. Für eine schnelle und effektive Berechnung kommt dabei der *Fast Multi-Order SSI Algorithmus* nach [5] zum Einsatz.

#### 4. Automatische Auswertung des Stabilisierungsdiagramms

Beide vorgestellten Identifikationsalgorithmen benötigen eine Vorgabe der Modellordnung, um die Polstellen zu berechnen. Die Anzahl der Schwingungsformen einer mechanischen Struktur in einem ausgewählten Frequenzbereich ist im Allgemeinen aber nicht bekannt. Daher wählt der Versuchingenieur üblicherweise einen Bereich von Modellordnungen von sehr gering bis deutlich überbestimmt aus und lässt sich den Verlauf der identifizierten Polstellen im sogenannten Stabilitätsdiagramm am Bildschirm anzeigen. Er hat nun die Aufgabe, durch manuelle Auswahl die physikalischen Polstellen festzulegen. Die Erfahrung hat gezeigt, dass sich die physikalischen Polstellen über der Modellordnung in einem sehr engen Frequenzband anordnen, während mathematische Polstellen im Stabilitätsdiagramm springen. Gleichzeitig stabilisieren sich auch die dazugehörigen identifizierten Dämpfungen und Schwingungsformen. Das Vorgehen des Versuchingenieurs soll nun durch einen schnellen Algorithmus nachempfunden werden. Um die Änderung aller modalen Parameter gleichzeitig über der Modellordnung automatisch auszuwerten, bietet sich das *Modal Assurance Criterion* (MAC) für Schwingungsformen an, das mit den komplexen Polstellen gewichtet wird. Dieses erweiterte sogenannte MACXP-Kriterium wurde in [16] hergeleitet:

$$\text{MACXP}(\phi_i, \phi_j) = \frac{\left( \frac{|\phi_i^* \phi_j|}{|\bar{\lambda}_i + \lambda_j|} + \frac{|\phi_i^T \phi_j|}{|\lambda_i + \bar{\lambda}_j|} \right)^2}{\left( \frac{\phi_i^* \phi_i}{2|\text{Re}\lambda_i|} + \frac{|\phi_i^T \phi_i|}{2|\lambda_i|} \right) \left( \frac{\phi_j^* \phi_j}{2|\text{Re}\lambda_j|} + \frac{|\phi_j^T \phi_j|}{2|\lambda_j|} \right)} \quad (5)$$

Bei der Auswahl der physikalischen Polstellen wird folgende Strategie verfolgt:

1. Start der Auswertung bei der vom Nutzer vorgegebenen maximalen Modellordnung.  
Hier wird davon ausgegangen, dass alle identifizierbaren Schwingungsformen enthalten sind, die Ordnung soll also deutlich überbestimmt sein.
2. Zuordnung der identifizierten Polstellen und Schwingungsformen der nächst niedrigeren Modellordnung über das betragsmäßig größte MACXP-Kriterium.
3. Sukkzessive Analyse aller Modellordnungen.
4. Physikalische Polstellen erscheinen bei mindestens fünf aufeinanderfolgenden Modellordnungen mit einem MACXP-Wert  $> 0.9$ .

Mit dieser Strategie sind 150 Antwortsignale der FE-Modellierung des Beispielflugzeugs aus Abschnitt 6 auf eine Random-Erregung über 60 Sekunden mit dem *SSI-OMA* Verfahren ausgewertet worden. Die Zeitsimulation erfolgte mit einer Abtastrate von 100Hz in modaler Formulierung mit 27 Schwingungsformen, davon 6 Starrkörperformen, wobei keine Strukturdämpfung berücksichtigt wurde. Die Modellordnung im Zustandsraum beträgt also 54. Für



die Auswertung wurde die *Hankel*-Matrix in Gl.(4) mit 3 Zeitschritten aufgebaut, so dass sie 5996x900 Elemente enthält. Gemäß Gl.(4) ist ein maximaler normierter Singulärwert von 0.4 vorgegeben. In Bild 1 ist auf der linken Seite das SSI-Stabilitätsdiagramm mit allen Polstellen dargestellt, während rechts die Bereinigung nach der vorgestellten Strategie erfolgt ist. Tatsächlich stabilisieren sich mit Ausnahme der Starrkörperformen nahezu alle Polstellen oberhalb einer Modellordnung von 54 mit einem MACXP-Wert von 0.99, so dass von einer robusten Funktionalität ausgegangen werden kann. SSI-OMA benötigt für die Berechnung mit dem Programmsystem *MATLAB* auf einem tragbaren Rechner mit *Intel Core-I7* Prozessor inklusive automatischer Polstellenauswahl ca. 1.3 Sekunden.

Natürlich kann diese Auswertungsmethode auch für die Analyse von Stabilitätsdiagrammen angewendet werden, die mit dem oLSCF-OMA Verfahren erzeugt worden sind.

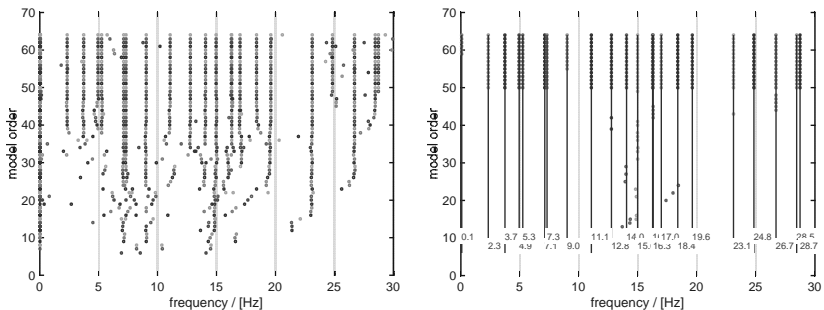


Bild 1: SSI-Stabilitätsdiagramm (links) und die automatisch bereinigte Version (rechts)

## 5. Simulation der Böenanstregung des aeroelastischen Systems

Für den Einsatz der vorgestellten Verfahren während des FVT soll davon ausgegangen werden, dass das Flugzeug kontinuierlich durch die Turbulenz in der durchflogenen Atmosphäre angeregt wird (Bild 2). Der spektrale Inhalt dieser kontinuierlichen Böenanstregung wird durch das *vonKarman* Spektrum [12] repräsentiert, das von der Fluggeschwindigkeit  $v_\infty$  und einer Referenzturbulenzlänge  $L_g$  abhängig ist:

$$\Phi_w(\omega) = L_g \left( 1 + 2(p+1) \left( k \frac{L}{v_\infty} \omega \right)^2 \right) \left( 2\pi v_\infty \left( 1 + \left( k \frac{L}{v_\infty} \omega \right)^2 \right)^{\frac{p+3}{2}} \right)^{-1}, \quad p = \frac{1}{3}, k = 1.339 \quad (6)$$

Im Allgemeinen wird für die untere Erdatmosphäre nach [12]  $L_g = 2500\text{ft}$  angenommen, so dass sich für eine Fluggeschwindigkeit zwischen 10m/s und 100m/s eine spektrale Verteilung gemäß Bild 2 links ergibt.

In [17] wird gezeigt, wie die Böenanzregung als Eingangsmatrix für eine Zustandsraummodellierung des aeroelastischen Systems nach Gl.(3) mathematisch formuliert werden kann. Als Eingangsparameter verbleibt lediglich die zeitlich veränderliche vertikale Störgeschwindigkeit  $w_g(t)$ . Die Böenanzregung soll dabei als stationärer Zufallsprozess mit Gaußscher Verteilung betrachtet werden, so dass er sich als Superposition von unendlich vielen einzelnen sinusförmigen Anteilen darstellen lässt. Jeder Anteil hat eine durch das Spektrum vorgegebene Amplitude, während die Phasenwinkel  $\varphi_m$  untereinander zufällig sein soll. Diese Superposition kann mathematisch mit

$$w_g(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\Phi_w(\omega_m)} \Delta\omega \cos(\omega_m t + \varphi_m) \quad (7)$$

ausgedrückt werden. Auf diese Weise kann man den zeitlichen Verlauf der Böengeschwindigkeit mit einem vorgegebenen spektralen Inhalt  $\Phi_m$  erzeugen, der als Anregung für die Zeitsimulation dient.

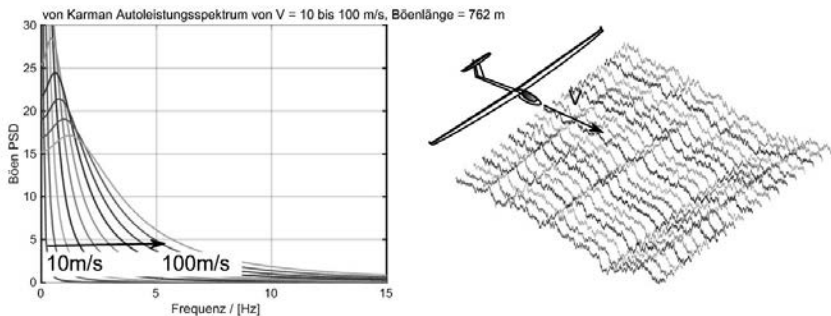


Bild 2: vonKarman Autoleistungsspektrum beim Durchfliegen eines Böenfelds

## 6. Anwendungsbeispiel

Bei der Umsetzung der beiden vorgestellten Algorithmen im Programmsystem *MATLAB* wurde besonderer Wert auf eine außerordentlich schnelle Rechenzeit gelegt. Die Modalanalyse benötigt für die Auswertung von mehr als 100 Antwortsignalen inklusive der automatischen Auswertung des Stabilitätsdiagramms weniger als 3 Sekunden, sodass eine Schwingungsüberwachung nahezu in Echtzeit möglich ist.

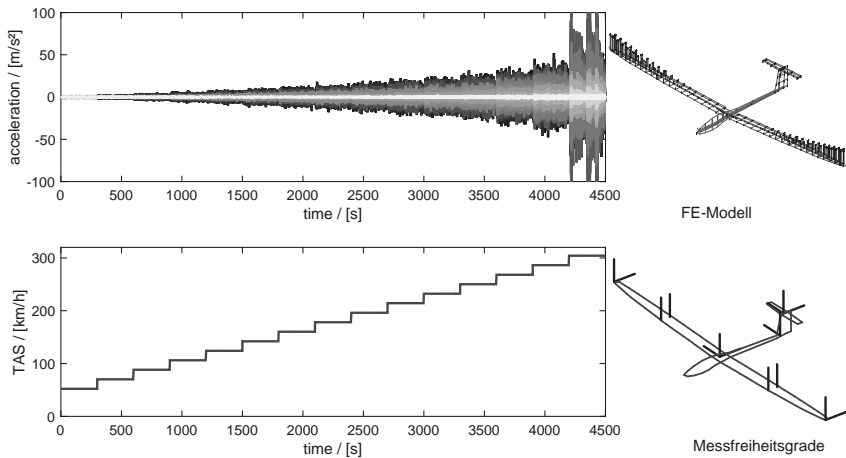


Bild 3: Simulierte Böenantwortsignale für ansteigende Fluggeschwindigkeit

Das Beispielflugzeug für die nachfolgende Anwendung ist aus [10] übernommen. Die relevanten Schwingungsformen sind dort im Anhang zusammengestellt. Es ist eine FE-Modellierung sowie ein aerodynamisches Gitter für die DLM-Methode dargestellt verfügbar, so dass das aeroelastische Zustandsraummodell nach Gl.(3) aufgestellt werden kann. An 16 Messfreiheitsgraden, wie in Bild 3 definiert, werden die Beschleunigungsantworten auf eine kontinuierliche Böenanregung berechnet. Dabei wird die Fluggeschwindigkeit (*True Airspeed* TAS) von 52km/h bis zur kritischen Flattergeschwindigkeit von 304km/h in Schritten für jeweils 300s gesteigert. Oberhalb dieser Grenze wird das Flugzeug instabil, was in Bild 3 bereits an den sprunghaft ansteigenden Antwortamplituden erkennbar ist. Eine Simulation im Zeitbereich ist ab diesem Punkt aufgrund unbegrenzter Amplituden nicht mehr möglich.

Die berechneten Antwortverläufe werden nun mit den beiden vorgestellten automatischen Modalanalyseverfahren analysiert. Dazu wird das Auswertungsfenster entsprechend der Geschwindigkeitsschritte mit 300s vorgewählt. Um den Verlauf der Dämpfung zu überwachen, müssen Schritt für Schritt die neuen Identifikationsergebnisse den bereits vorhandenen zugeordnet werden, was üblicherweise über den höchsten MAC-Wert zweier Schwingungsformen erfolgen kann. Durch den zunehmenden Einfluss der Luftkräfte wird das aeroelastische System jedoch während des Fluges variiert, so dass sich alle modalen Parameter leicht verändern können. Gleichzeitig ist die Anzahl der Messfreiheitsgrade vergleichsweise gering, so dass auch hier das Unterscheidungskriterium MAC weniger gut greift. Als ein robustes Werkzeug für die automatische Zuordnung hat sich auch hier das

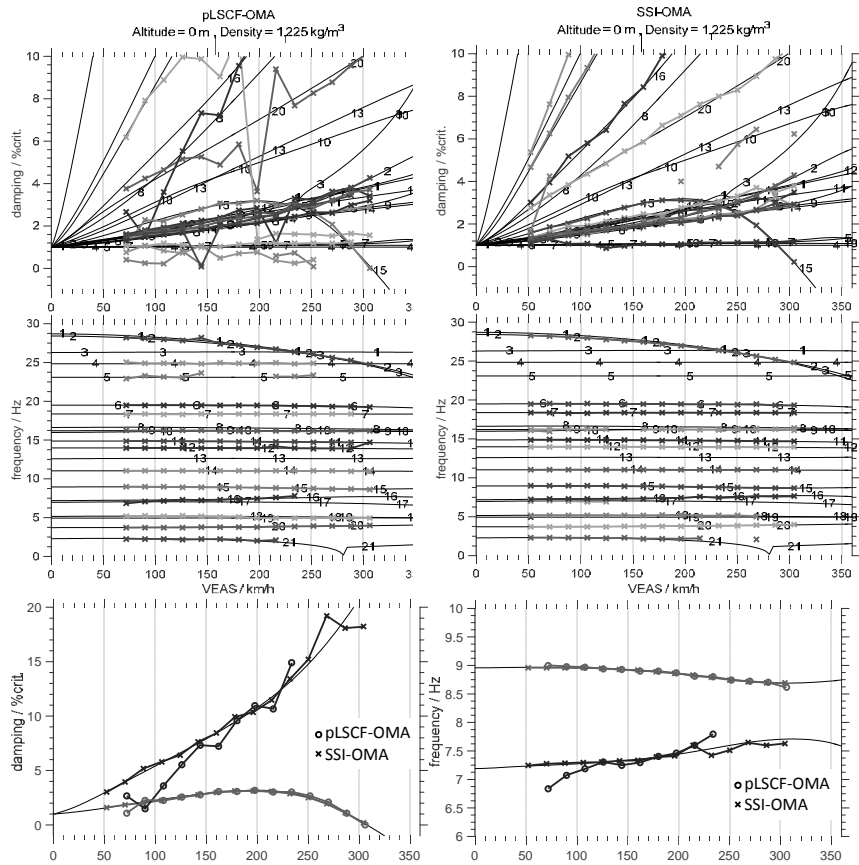


Bild 4: Vergleich Dämpfung und Frequenz über der Geschwindigkeit für Flatterrechnung und pLSCF-OMA (links) bzw. SSI-OMA (rechts)

Um die Genauigkeit der automatischen Modalanalyse zu überprüfen, wird zunächst eine Stabilitätsanalyse der Zustandsraummatrix nach Gl.(3) durchgeführt. Die Ergebnisse für Frequenz und Dämpfung sind in beiden oberen Diagrammen von Bild 4 als schwarze Linien eingetragen. Es ist ersichtlich, dass oberhalb von 308km/h das Flugzeug durch eine Koppelung von Flügel- und Rumpfbiegeschwingung instabil wird. Genauere Informationen zum Kopplungsmechanismus finden sich in [10]. Die farbigen Kurven mit Markern zeigen die Identifikationsergebnisse, auf der linken Seite mit pLSCF-OMA und rechts mit SSI-OMA. In

beiden Fällen wird die instabile Schwingungsform 15 mit zunächst ansteigender und oberhalb 200km/h abfallender Dämpfung korrekt identifiziert. Aus beiden Frequenzdiagrammen ist zu erkennen, dass bis ca. 20Hz alle Schwingungsformen identifiziert werden. Oberhalb dieser Grenze scheint die Anregung durch das *vonKarman* Spektrum zu schwach zu sein. Im unteren Teil von Bild 4 sind die identifizierten Dämpfungen und Frequenzen der beiden am Flattern beteiligten Schwingungsformen vergrößert dargestellt. Charakteristisch für eine Flatterkopplung ist, dass die Dämpfung des einen Freiheitsgrads (Rumpfbiegeform) abfällt, während die des anderen (Flügelbiegeform) sehr deutlich ansteigt. Der Flatterpunkt bei 308km/h wird von beiden Verfahren genau getroffen, so dass eine Trendvorhersage bei Annäherung an diese kritische Flattergeschwindigkeit auf Basis der Messdaten möglich ist. Andererseits kann die Flügelbiegeform nur bis zu einer Dämpfung von 15%<sub>krit.</sub> von beiden Identifikationsverfahren zuverlässig beobachtet werden. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass bei pLSCF-OMA die identifizierten Dämpfungen deutlich stärker als bei SSI-OMA streuen, die Eigenfrequenzen des aeroelastischen Systems jedoch von beiden Verfahren sehr gut identifiziert werden können.

## 7. Zusammenfassung

Ein vollautomatischer OMA-Prozess wurde für eine aeroelastische Anwendung präsentiert, bei der die Schwingungseigenschaften eines Flugzeugs im Flug im Hinblick auf die Flatterstabilität untersucht werden können. Mit den vorgestellten aeroelastischen Simulationen konnte anhand eines analytischen Beispiels demonstriert werden, dass eine Anregung des fliegenden Flugzeugs durch die atmosphärische Turbulenz bis ca. 20Hz so möglich ist, dass gemessene Beschleunigungsantworten mit dem Frequenzbereichsverfahren pLSCF-OMA und dem Zeitbereichsverfahren SSI-OMA analysiert werden können. Für eine zuverlässige Auswertung sollte ein Testabschnitt für ca. 5 Minuten mit möglichst konstanter Flugeschwindigkeit und Flughöhe durchflogen werden. Somit stehen dem Flugversuchingenieur zwei automatisch arbeitende Werkzeuge zur Verfügung, die mit einer Rechenzeit von nur wenigen Sekunden kontinuierlich die Eigenfrequenzen, Dämpfungen und Schwingungsformen bereitstellen, so dass eine Überwachung des aeroelastischen Systems unter sich langsam ändernden Flugzuständen nahezu in Echtzeit möglich ist.

## 8. Literatur

- [1] Meijer, J.J.: Introduction to Flight Test Engineering - Aeroelasticity. RTO AGARDograph 300 Vol.14 (2005)
- [2] Schwochow, J. und Zöger, M.: Flight vibration testing - we always did it this way. 24<sup>th</sup> SFTE-EC Symposium, 11.-13. Juni, Braunschweig (2013)
- [3] Zeng, J., Sunil L. Kukreja, S.L.: Flutter Prediction for Flight/Wind-Tunnel Flutter Test under Atmospheric Turbulence Excitation. Journal of Aircraft, Vol.50 No.6 (2013)
- [4] Van Overschee, P., De Moor, B.: Subspace identification for linear systems: Theory, implementation, applications. Kluwer Academic Publishers (1996)
- [5] Doehler, M., Mevel, L.: Fast Multi-Order Stochastic Subspace Identification. INRIA Research Report RR-7429 (2010)
- [6] Schwochow, J., Jelcic, G.: Automatic Operational Modal Analysis for Aeroelastic Applications. 6th International Operational Modal Analysis Conference IOMAC, 12-14 May, Gijón, Spain (2015)
- [7] Peeters, B., Lowet, G., van der Auweraer, H., Jan Leuridan, J.: A new procedure for modal parameter estimation. Sound and Vibration, January (2004)
- [8] Jelcic, G., Schwochow, J., Govers, Y., Böswald, M., Hebler, A.: Real-time assessment of flutter stability based on automated output-only modal analysis. International Conference on Noise and Vibration Engineering ISMA, Leuven, Belgium (2014)
- [9] Welch, P.D.: The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms, IEEE Transactions on Audio Electroacoustics, AU-15 (1967) S.70–73
- [10] Schwochow, J.: Die aeroelastische Stabilitätsanalyse - ein praxisnaher Ansatz zur intervalltheoretischen Betrachtung von Modellierungsunsicherheiten am Flugzeug. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Forschungsbericht 2012-21, Diss. (2012)
- [11] Skudridakis, Perrin: Manöver- und Böenlastermittlung mittels der Matrizen-Exponentialfunktion. Luftfahrttechnisches Handbuch LTH BM 45 000-00 (1998)
- [12] Hoblit, F.M.: Gust Loads on Aircraft: Concepts and Applications. AIAA Education Series (1988)
- [13] Rodden, W.P., Albano, E.: A Doublet-Lattice Method for Calculating Lift Distributions on oscillating Surfaces in subsonic Flows. AIAA Journal Vol.7 No.2 (1969) S. 279-285
- [14] Roger, K. L.: Airplane Math Modeling Methods for Active Control Design. Structural Aspects of Active Controls, AGARD-CP-228 (1977)
- [15] Gupta, K.K.: Development and Application of an Integrated Multidisciplinary Analysis Capability. International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 40 (1997)

- [16] Vacher, P., Jacquier, B., Bucharles, A.: Extensions of the MAC criterion to complex modes. International Conference on Noise and Vibration Engineering ISMA 2010, Leuven, Belgium (2010)
- [17] Karpel, M., Moulin, B., Chen, P.C.: Dynamic Response of Aeroservoelastic Systems to Gust Excitation. Journal of Aircraft Vol.42 No.5 (2005) S.1264-1272





# Berechnung eines Drehschwingungsdämpfers mit temperaturabhängigen Eigenschaften durch nichtlineare Systemsimulation im Zeit- und Frequenzbereich

Dr.-Ing. **Uwe Schreiber**, TraceTronic GmbH, Dresden;  
**Andreas Abel**, ITI GmbH, Dresden

## Kurzfassung

Temperaturabhängige Materialeigenschaften von Schwingungsdämpfern stellen oft eine besondere Herausforderung bei der Auslegung von Antriebssträngen mit Verbrennungsmotoren dar. Der Berechnungsingenieur muss - hier auch unter Berücksichtigung der Änderung von z.B. Steifigkeit und Dämpfung mit der Temperatur - alle Komponenten im Gesamtsystem so dimensionieren, dass sowohl veränderliche transiente Lasten, als auch stationärer Betrieb sicher und schwingungsarm möglich sind. Dies erfordert eine ganzheitliche Betrachtung aller mechanischen und thermischen Wechselwirkungen im System.

Der vorliegende Beitrag zeigt, dass Netzwerkmodellierung und nichtlineare Netzwerkanalyse Lösungsmöglichkeiten für diese Aufgabe bieten, die typischerweise vorliegende Daten zur Geometrie, Kennlinien oder Formeln zur Beschreibung des nichtlinearen Verhaltens und Datenbanken für Stoffeigenschaften nutzen. Die Ansätze sind gleichzeitig universell und auf alle Antriebskomponenten mit temperaturvariablen Eigenschaften übertragbar.

Am Beispiel eines Dieselmotors mit viskosem Torsionsdämpfer werden die Methoden demonstriert. Besonderes Augenmerk liegt auf dem stationären Temperaturverhalten im Dämpfer sowie auf dem Wechselspiel zwischen der Temperatur und den Eigenschaften des Dämpfers. Die Modelle sind in einem kommerziellen Simulationswerkzeug erstellt und erlauben dort die Untersuchung sowohl stationären als auch transienten Verhaltens mit ein und demselben Modell.

## Abstract

Temperature-dependent material properties in torsional dampers often pose a particular challenge for the dimensioning of a combustion engine powertrain. The CAE engineer needs to consider the variation of e.g. stiffness and damping with temperature and must dimension all components such, that the powertrain runs safely and with low vibrations under transient

as well as steady-state loads. This requires a holistic analysis of all mechanical and thermal effects and interactions in the system.

This paper demonstrates that network modeling approaches provide effective solutions to this task, using typically available geometry data, characteristic curves or formulas for nonlinearities and data bases for material properties. The methods presented here are universal and can be applied to all driveline components with temperature-dependent characteristics.

A Diesel engine with a viscous torsional damper illustrates the modeling and analysis approach of such nonlinear systems. Special attention is paid to steady-state temperature behavior in the damper as well as interactions between temperature and properties of the damper's components. The models are simulated and analyzed using a commercial simulation tool. Different operations of the drive can be studied by running transient and steady-state simulations in one and the same model.

## 1. Einführung

In modernen Verbrennungsmotoren führen Downsizing, reduzierte Zylinderzahl und Betrieb mit Zylinderabschaltung zu Wechsellastmomenten mit stärkeren Ungleichförmigkeiten, was zu einer zunehmenden Drehschwingungsanregung im gesamten Triebstrang führt. Eine Möglichkeit, diese zu reduzieren, ist die Verwendung von viskosen Torsionsdämpfern. Diese sind typischerweise auf der Kurbelwelle des Motors montiert und reduzieren die Drehschwingungen bereits nahe an deren Quelle. Die zunehmende Einleitung von Drehungleichförmigkeiten am Motor steigert jedoch auch die Belastung der Torsionsdämpfer. Damit wird eine geeignete Dämpferauslegung immer wichtiger. Insbesondere die Erwärmung des Dämpfers im Betrieb spielt hier eine Rolle, da sich die Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften über der Temperatur ändern können. Mit der Steifigkeit ändern sich zugehörige Eigenfrequenzen und damit die Abstimmung des Dämpfers, eine veränderliche Dämpfung beeinflusst die Fähigkeit des Torsionsdämpfers, Schwingungsenergie zu absorbieren. In diesem Beitrag wird gezeigt, dass sich die stark nichtlineare Beziehung zwischen dem mechanischen und dem thermischen Verhalten eines Torsionsdämpfers effizient in stationären Rechnungen zur Bewertung der Dämpferauslegung berücksichtigen lässt.

## 2. Theoretische Grundlagen

Methoden der Netzwerkmodellierung sind weit verbreitet in der Modellierung physikalischer Systeme in unterschiedlichsten Domänen (Mechanik, Fluidik, Thermik, Elektrik, u.a.). Sie

sind geeignet für die Beschreibung physikalischer Systeme mit konzentrierten Parametern. Die Wechselwirkung von Elementen in Netzwerkmodellen ist nicht kausal, d.h. es gibt keine von vornherein festgelegte Wirkrichtung zwischen einzelnen physikalischen Größen im Modell.

Mit der hier benutzten Software SimulationX von ITI [3] wurde ein Werkzeug geschaffen, in dem auf ein und demselben Netzwerkmodell sowohl transiente Berechnungen im Zeitbereich als auch stationäre Rechnungen im Frequenzbereich durchgeführt werden können. Dies erlaubt eine wesentliche Steigerung der Effizienz bei Modellierungs- und Simulationsaufgaben, die beide Bereiche abdecken müssen. Das physikalische System wird dabei als ein beliebig vermaschtes Netz aus einzelnen Modellelementen mit konzentrierten Parametern beschrieben. Mathematisch entstehen damit Systeme von gewöhnlichen Differenzialgleichungen bzw. Algebro-Differenzialgleichungen. Diese Herangehensweise eignet sich sowohl für die Modellierung von Antriebssystemen, als auch beliebiger anderer physikalischer Systeme mit konzentrierten Parametern. Die sich ergebenden Gleichungen können in allgemeiner Form wie folgt notiert werden:

$$0 = f(\underline{x}(t), \dot{\underline{x}}(t), \underline{p}) \quad (1)$$

Hierbei sind  $\underline{x}(t)$  der Vektor der Zustandsgrößen,  $\dot{\underline{x}}(t)$  die zugehörigen zeitlichen Ableitungen,  $\underline{p}$  der Vektor aller Parameter und  $t$  die Zeit. Im Gegensatz zu klassischen Werkzeugen zur Drehschwingungsanalyse, die in der Regel nur das Verhalten der mechanischen Systembestandteile betrachten, werden hier alle relevanten Zustandsgrößen des Systems mit einbezogen. Das gilt insbesondere für das hier zu betrachtende thermische Verhalten, aber ebenso z.B. für elektromagnetische Wechselwirkungen oder den dynamischen Einfluss von Reglern auf das Gesamtsystemverhalten.

Die klassischen Methoden zur Berechnung stationären Verhaltens im Frequenzbereich benutzen lineare Integraltransformationen wie Laplace- und Fourier-Transformation, um Zeitbereichsbeschreibungen von Systemen und Signalen in den Frequenzbereich zu übertragen. So wird aus (1) eine lineare Differenzialgleichung in Matrizenform in  $\underline{x}(t)$  und  $\dot{\underline{x}}(t)$ . Da diese Transformationen linear sind, lassen sich aber auch nur lineare Systeme auf diese Weise transformieren [2].

Die Übertragung von Signalen in den Frequenzbereich für eine stationäre Rechnung benutzt die Korrespondenzen für harmonische Signale

$$\underline{x}(t) \leftrightarrow \underline{\hat{x}}(\omega) \text{ and } \dot{\underline{x}}(t) \leftrightarrow j\omega \underline{\hat{x}}(\omega) \quad (2)$$

Dabei ist  $\underline{\hat{x}}$  ein komplexwertiger Vektor, der Amplitude und Phasenwinkel des entsprechenden Signals bei der Frequenz  $\omega$  beschreibt. Für ein lineares System werden die Systemgleichungen im Zeitbereich (1) in ein System algebraischer Matrizengleichungen im Frequenzbereich übertragen, die für beliebige Frequenzen  $\omega$  einfach zu lösen sind. Diese Übertragung in ein algebraisches Gleichungssystem macht die Stärke der klassischen Berechnungsmethoden im Frequenzbereich aus.

Ist das Zeitbereichsmodell nichtlinear, besteht leider keine solche elegante Möglichkeit, es in den Frequenzbereich zu transformieren und dort mit einfachen Mitteln zu lösen. Jedoch ist es weiterhin möglich, das Differenzialgleichungssystem aus dem Zeitbereich in ein System algebraischer Gleichungen zu übertragen und damit stationäre Ergebnisse zu berechnen. Ausgangspunkt für diesen Lösungsweg ist die Annahme, dass eine harmonische stationäre Lösung existiert (ansonsten würde man diese Berechnung ja nicht durchführen). Damit kann das Zeitsignal  $\underline{x}(t)$  genähert als Fourier-Reihe dargestellt werden, die nach einer bestimmten Anzahl von Gliedern abgebrochen wird:

$$\underline{x}(t) = \underline{x}_p \frac{t}{T} + \underline{\hat{x}}[0] + \text{Re}\left\{\sum_{k=1}^N \underline{\hat{x}}[k] \cdot \exp(j\omega_0 k t)\right\} \quad (3)$$

In Übereinstimmung mit (2) repräsentieren die Vektoren  $\underline{\hat{x}}[k]$  die Amplituden und Phasen der Spektralkomponenten von  $\underline{\hat{x}}(\omega)$  bei den Frequenzen  $\omega = \omega_0 k$ .  $\underline{x}_p$  beschreibt die Periodizität im Systemverhalten, d.h. um wieviel sich die entsprechende Größe während einer Fundamentalperiode des Gesamtsystems ändert. Hier findet sich beispielsweise die Information, dass Winkel auf der Kurbelwelle in 4-Takt-Verbrennungsmotor um  $4\pi$  pro Taktzyklus anwachsen. Setzt man nun (3) in (1) ein, so entsteht ein nichtlineares, aber rein algebraisches Gleichungssystem in  $\underline{\hat{x}}[k]$ . Ein Lösungsverfahren für solche Systeme ist die harmonische Balance, die die Amplituden und Phasen der einzelnen Ordnungen  $k$  bis zur Ordnung  $N$ , so „ausbalanciert“, dass das Gleichungssystem erfüllt wird.

Ohne an dieser Stelle die Details zum Lösungsverfahren weiter zu vertiefen (weiteres ist z.B. in [1] zu finden), sei jedoch darauf hingewiesen, dass die harmonische Balance die Frequenzkomponenten einer stationären harmonischen Lösung eines *nichtlinearen* Systems im Frequenzbereich berechnen kann, ohne dass dafür das gesamte System in den Frequenzbereich transformiert werden muss. Das Verfahren der harmonischen Balance ist in der Software SimulationX von ITI umgesetzt.

Dass hier die Nichtlinearität direkt berücksichtigt wird, ist auch ein Vorteil gegenüber Verfahren, die linearisiert rechnen und sich durch iterative Parameteranpassung der Lösung des nichtlinearen Systems annähern. Solche Verfahren liefern typischerweise nur eine Näherungslösung und benötigen eine hohe Zahl von Simulationsläufen. Im Gegensatz dazu ist das Ergebnis der harmonischen Balance exakt im Rahmen der vorgegebenen Fehler-schranken und erfordert nur einen Berechnungslauf.

### 3. Temperaturabhängigkeit von Steifigkeit und Dämpfung

In vielen Fällen – speziell bei viskoelastischen Materialien – sind die Werte von Steifigkeit und Dämpfung exponentiell von der Temperatur abhängig. Stellt man diese logarithmisch über einer linearen Temperaturachse dar, so entstehen geradlinige Verläufe. Bild 1 zeigt beispielhaft Steifigkeit (4) und Dämpfung (5) eines viskosen Torsionsdämpfers als Funktion der Temperatur.

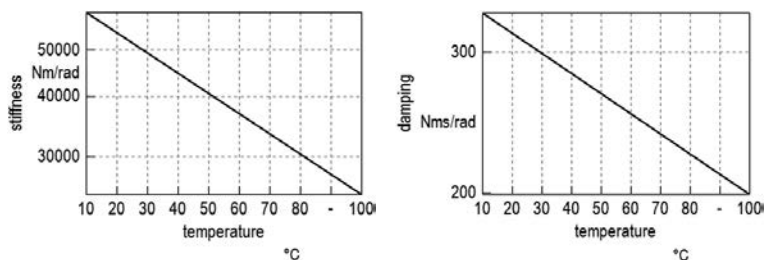


Bild 1: Steifigkeit und Dämpfung eines viskosen Dämpfers als Funktion der Temperatur

$$k = 65910 \cdot e^{-0.009692 T} \quad (4)$$

$$b = 356 \cdot e^{-0.005812 T} \quad (5)$$

Derartiges Verhalten kann auch bei anderen Materialien beobachtet werden. Bild 2 zeigt Steifigkeit und Dämpfung für eine hochelastische Kupplung aus Naturkautschuk mit einer Shore-Härte von 60.

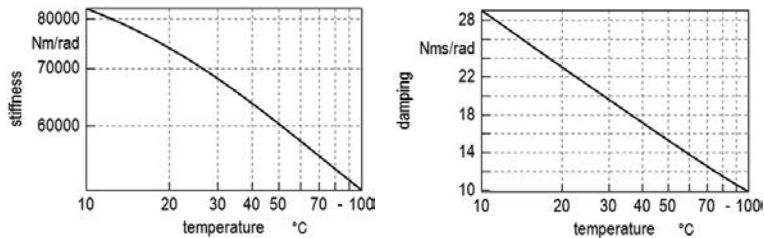


Bild 2: Steifigkeit und Dämpfung einer Kupplung aus Naturkautschuk mit Shore-Härte 60 als Funktion der Temperatur

In beiden Beispielen ist zu sehen, dass sich sowohl Steifigkeit als auch Dämpfung im Betriebsbereich der Komponente stark ändern. Wird diese gezielt zur Drehschwingungsdämpfung eingesetzt, so resultieren daraus signifikante Änderungen des Eigenschwing- und Dämpfungsverhaltens in Abhängigkeit der aktuellen Temperatur. Dies muss bei der Auslegung des Gesamtsystems mit in Betracht gezogen werden.

#### 4. Simulationsmodelle

Bild 3 zeigt die Modellstruktur zur Analyse der Drehschwingungen im Antriebsstrang unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit im SimulationX. Der zum Triebstrang gehörige Modellteil beginnt links oben mit dem Ring des Torsionsdämpfers (Element *ring*) und endet rechts oben mit dem Schwungrad des Verbrennungsmotors (Element *flywheel*). Steifigkeit und Dämpfung des Öls im Dämpfer werden über ein Modellelement Feder-Dämpfer (*viscousDamper*) beschrieben. Da SimulationX die Verwendung von Formeln und Ausdrücken für Parameter erlaubt, wurden die Beziehungen (4) und (5) direkt als Funktionen der Temperatur in die Parameter des Elements eingetragen. Die Temperatur des Öls, die die tatsächliche Steifigkeit und Dämpfung am aktuellen Betriebspunkt bestimmt, wird über ein thermisches Modell (linke Seite in Bild 3) dynamisch ermittelt und als Signal dem Dämpferelement zur Berechnung der aktuellen Parameter übergeben.



durch Wärmeübertrag zur Kurbelwelle und per Konvektion über die umgebende Luft abgeleitet wird. Dies wird über die Elemente mit Namen *airflow* modelliert. Diese Elemente beschreiben eine erzwungene Konvektion, bei der sich die Fließgeschwindigkeit der umgebenden Luft in Abhängigkeit von der Drehgeschwindigkeit des Motors ändert.

Die Elemente des thermischen Netzwerkes sind bequem über ihre Geometrie und die thermischen Eigenschaften der verwendeten Materialien zu parametrieren. Letztere sind in einer Datenbank hinterlegt (siehe Bild 4).

Configuration | Parameters | Contact Resistance | Results | Generation

Geometrical configuration... kind: Cylindrical layer

Configuration | Parameters | Contact Resistance | Results | Generation

Lambda from kindLambda1: Database

Solid kindSolid1: Carbon steel, AISI 1010

Thermal Conductivity lambda1: 63.9 W/(m·K)

Length l: 20 mm

Opening Angle phi: 0 rad

Inside Radius ri: 120.5 mm

Outside Radius ro1: 121 mm

Outside Radius ro2: 126 mm

Bild 4: Benutzerfreundliche Parametrierung thermischer Widerstände über Geometrie und eine Materialdatenbank im SimulationX

## 5. Simulationsergebnisse

Dieser Abschnitt konzentriert sich auf die Betrachtung der Berechnungsergebnisse für die stationäre Simulation des Modells im Frequenzbereich. Bild 5 zeigt die in den Dämpfer eingeleiteten Wärmeverluste und die sich daraufhin einstellenden stationären Temperaturen. Der schwarz dargestellte Verlauf repräsentiert die gesamte eingebrachte Leistung im stationären Betrieb. Die gestrichelten Verläufe zeigen die Dämpfungsverluste einzelner signifikant beitragender Ordnungen im Triebstrang. Sowohl im Leistungs- als auch im Temperaturdiagramm finden sich außerdem grau gezeichnete Verläufe, die die Ergebnisse ohne Berücksichtigung der Änderung der dynamischen Eigenschaften mit der Temperatur darstellen. Man erkennt, dass für verhältnismäßig große Dämpfungen (was beim hier analysierten Torsionsdämpfer der Fall ist) die Einflüsse von Nichtlinearitäten und Temperaturabhängigkeit



wenig signifikant sind und nur eine geringe Abweichung zur Analyse ohne Temperatureinfluss sichtbar ist.

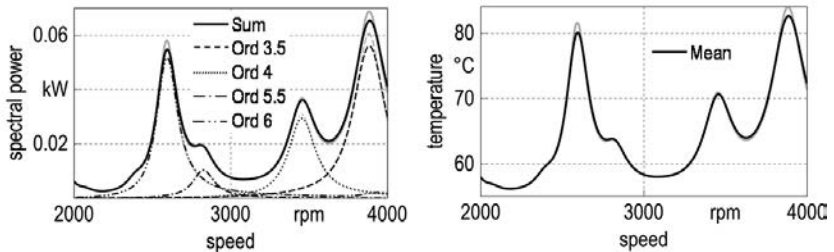


Bild 5: Dämpfungsverlustleistung und Temperatur im stationären Betrieb als Funktion der Motordrehzahl bei großer Dämpfung im Torsionsdämpfer

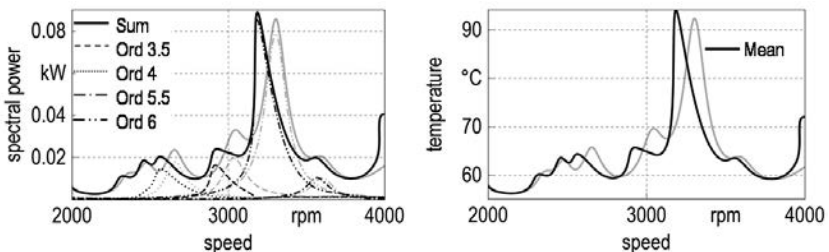


Bild 6: Dämpfungsverlustleistung und Temperatur im stationären Betrieb als Funktion der Motordrehzahl bei geringerer Dämpfung im Torsionsdämpfer

Betrachtet man allerdings den Fall einer geringeren Dämpfung im Torsionsdämpfer, zeigt sich ein deutlich größerer Einfluss des temperaturabhängigen Verhaltens. Bild 6 illustriert den Einfluss der sich mit der Erwärmung des Dämpfers verringernden Steifigkeit. Durch das Absinken der Steifigkeit mit zunehmendem Leistungseintrag und damit steigender Temperatur sinken auch die zugehörigen Eigenfrequenzen ab. Das kann man gut an den zu niedrigeren Drehzahlen hin geneigten Spitzen im Leistungs- und Temperaturverlauf erkennen. Auch hier liefern die grau dargestellten Verläufe den Vergleich zu einer Rechnung ohne Berücksichtigung des thermischen Verhaltens. Je stärker sich das Material erwärmt, umso mehr verschiebt sich der Frequenzgang in Richtung niedriger Drehzahlen.

Darüber hinaus können die Wechselwirkungen zwischen mechanischem und thermischem Verhalten auch zu einer deutlichen Zunahme der Amplituden führen. Höhere Temperaturen

machen das Material weicher, was in größeren Verformungen und damit ggf. auch zu größeren Verlustleistungen im Dämpfer resultiert. Das führt dann wiederum zu höheren Temperaturen. Solche Effekte können zur Zerstörung des Bauteils beitragen, wie man es vereinzelt bei hochelastischen Kupplungen beobachten kann.

## 6. Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde gezeigt, dass die Berücksichtigung von Temperatureinflüssen in Antriebsstrangkomponenten wichtig ist für eine realistische Berechnung des sich einstellenden Verhaltens. Die Berücksichtigung derartiger Abhängigkeiten führt auf nichtlineare Modelle. Diese können mit Mitteln der klassischen stationären Rechnung im Frequenzbereich, die auch in der Drehschwingungsanalyse oft zur Anwendung kommt, nicht behandelt werden. Die Methode der harmonischen Balance, wie Sie im Simulationswerkzeug SimulationX implementiert wurde, bietet hier einen Lösungsansatz. Neben der eigentlichen Möglichkeit der Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen thermischen und mechanischen Eigenschaften von Komponenten wie z.B. Torsionsdämpfern erlaubt sie darüber hinaus die Ermittlung einer genauen Lösung in nur einem Berechnungsdurchlauf ohne ein iteratives Herantasten an eine approximative Lösung. Das kommt sowohl der Ergebnisgenauigkeit als auch der Berechnungseffizienz zugute.

## Literatur

- [1] Abel, A., Nähring, T.: Frequency-Domain Analysis Methods for Modelica Models. Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Modelica Conference, Vol. 2, Bielefeld, 2008. pp. 383-391.
- [2] Abel, A., Schreiber, U., Werner, E.: Bridging the Gap between Steady-State and Transient Simulation for Torsional Vibrations under Ice Impact. Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Conference on Computer and IT Applications in the Maritime Industries – COMPIT'13, Cortona, 2013. pp. 402-412.
- [3] SimulationX Bedienungshandbuch, ITI GmbH Dresden, 2015.

# Bottom-Up-Strategie zur Validierung des FE-Modells einer Abgasanlage unter besonderer Berücksichtigung der Systemdämpfung

Dr.-Ing. **Katrin Baumann**, **Alexander Hennig**,  
M. Sc., Dr.-Ing. **Carsten Schedlinski**, ICS Engineering GmbH, Dreieich;  
Dipl.-Ing. (FH) **Marc Hiller**, Continental Automotive GmbH, Grünstadt;  
Dipl.-Ing. **Ekkehard Rieder**, AUDI AG, Ingolstadt

## 1. Kurzfassung

Die Qualität eines Finite-Element (FE)-Modells bestimmt maßgeblich die Güte und Aussagekraft der damit durchgeführten Analysen. Die Validierung von FE-Modellen für Dynamiksimulationen umfasst üblicherweise die Beurteilung der Güte anhand der Ergebnisse einer experimentellen Modalanalyse (EMA) mit Hilfe der MAC-Matrix sowie den relativen Frequenzabweichungen sowie gegebenenfalls die Optimierung von Masse bzw. Masseverteilung und Steifigkeiten des FE-Modells in einer computergestützten Modellanpassung (CMA) mit dem Ziel, eine bessere Übereinstimmung mit den gemessenen Eigenfrequenzen und Eigenformen zu erreichen.

In diesem Beitrag wird die schrittweise Validierung ausgehend von Einzelkomponenten über Zusammenbauten bis hin zum Gesamtsystem („Bottom-Up-Strategie“) am Beispiel einer Pkw-Abgasanlage (AGA) vorgestellt. Das bisherige Verfahren zur Optimierung von Masse und Steifigkeit wird dabei in jedem Schritt konsequent um die Anpassung der Strukturdämpfung des Modells erweitert, wobei als neu in das Verfahren integriertes Gütekriterium die Abweichung der berechneten von den gemessenen Übertragungsfunktionen über die Halbwertsbreite der einander zugeordneten Eigenfrequenzen genutzt wird. Es wird gezeigt, dass mit dieser erweiterten Bottom-Up-Strategie eine gute Abbildung der untersuchten Komponenten und Zusammenbauten unter Berücksichtigung einer realitätsnahen Strukturdämpfung erzielt werden kann.

## 2. Einleitung

Im Rahmen der Entwicklung werden heute vielfach Finite-Element-Analysen (FEA) eingesetzt. Dabei bestimmt die Qualität des Finite-Element-Modells (FE-Modells) maßgeblich die Güte und Aussagekraft der damit durchgeführten Vorhersagen. Aus diesem Grund ist eine Modellvalidierung anhand des realen Bauteils, d. h. eine systematische Beurteilung der Mo-

dellgüte sowie gegebenenfalls eine Anpassung der Modelleigenschaften an experimentell erfasste Bauteileigenschaften, unabdingbar.

Die klassische computerunterstützte Modellanpassung (CMA) umfasst dabei im Bereich der Dynamik die Optimierung der Masse bzw. Masseverteilung sowie die Optimierung der Steifigkeiten mit dem Ziel, das dynamische Verhalten des FE-Modells hinsichtlich der Eigenfrequenzen sowie Eigenformen möglichst gut mit den entsprechenden Ergebnissen aus einer experimentellen Modalanalyse (EMA) am realen Bauteil in Übereinstimmung zu bringen, [2-4]. Die validierten Modelle besitzen in der Praxis nicht nur eine große Bedeutung in Bezug auf die optimale Abbildung des getesteten Werkstückes, wie es zum Beispiel für FE-Modelle von Prüfständen, [2] und [3], oder auch für Triebwerksmodelle in der Luftfahrt im Rahmen der Zulassung, [4], erforderlich ist. Unabhängig von der vernachlässigten produktionsseitigen Streuung der Eigenschaften dienen sie als Prototyp-Modelle ebenfalls zur Auslegung und Bewertung von Weiterentwicklungen. Daneben kann die CMA aber auch methodische Ziele verfolgen wie beispielsweise die Entwicklung geeigneter Modellierungsstrategien, die Lokalisierung kritischer Modellbereiche oder die Identifikation von Steifigkeiten in Lagern, Dichtungen oder komplexen Strukturverbindungen, [1] und [4].

Im Hinblick auf die zunehmende Bedeutung von Akustik und Schwingungskomfort im Zusammenspiel mit Leichtbaumaterialien und Verbundwerkstoffen, d. h. Materialien mit hoher und/oder lokal unterschiedlicher Dämpfung, steigen die Anforderungen an eine realitätsnahe Abbildung des Dämpfungsverhaltens durch das FE-Modell. Die Modellierung mittels einer globalen modalen Dämpfung von Struktur und gegebenenfalls Fluid wird dabei der realen Dämpfung komplexer Strukturen aus verschiedenen Werkstoffen und mit Fügestellen in den meisten Fällen nicht gerecht, so dass eine lokale Erfassung und Optimierung der Dämpfung in den einzelnen Komponenten sowie in den Schnittstellen erforderlich wird, [1] und [5].

Im vorliegenden Fall soll das FE-Modell einer Pkw-Abgasanlage (AGA) hinsichtlich seiner dynamischen Eigenschaften und unter besonderer Berücksichtigung der Dämpfung validiert werden, wobei die Entwicklung einer geeigneten Modellierungsstrategie insbesondere für die Fügestellen und die stark gedämpften Komponenten im Vordergrund steht. Die Erfahrung zeigt, dass eine Validierung für derart komplexe Strukturen und FE-Modelle nur anhand des Gesamtsystems praktisch keine Aussicht auf Erfolg besitzt, [1]. Aus diesem Grund wird das Gesamtsystem entsprechend der in [4] vorgestellten Strategie schrittweise in einem Bottom-Up-Prozess, ausgehend von Einzelkomponenten über Zusammenbauten aus diesen bis hin zum Gesamtsystem, optimiert. Dabei wird der klassische Validierungsprozess zur Anpassung von Masse und Steifigkeit konsequent in jedem Schritt um das in [5] beschriebene Ver-

fahren zur Identifikation von lokalen Dämpfungen ergänzt und um eine Bewertung anhand der Übereinstimmung von gemessenen und berechneten Übertragungsfunktionen erweitert. Diese Bottom-Up-Strategie bietet den Vorteil, die Eigenschaften (Masse, Steifigkeit, Dämpfung) der Komponenten sowie der Fügestellen lokal und unabhängig voneinander identifizieren zu können.

### 3. Bottom-Up-Strategie für die Abgasanlage

Für die Anwendung der Bottom-Up-Strategie wird der Gesamtaufbau zunächst in geeignete Komponenten und Teilzusammenbauten untergliedert. Im Falle der Abgasanlage entsprechend Bild 1 sind dies auf der Komponentenebene

- der Konverter 1,
- das Entkopplungselement,
- der vordere Teil mit dem Konverter 2 und
- der hintere Teil mit beiden Schalldämpfern

sowie auf der Baugruppenebene

- der Zusammenbau I aus hinterem und vorderem Teil mit der Verbindungsschelle (umrahmt) und
- der Gesamtaufbau.

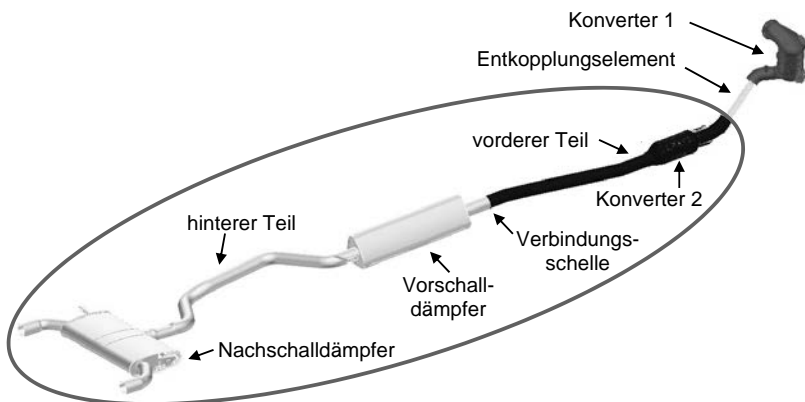


Bild 1: Zerlegung der Abgasanlage in Teilstrukturen

Jede einzelne Komponente und jede Baugruppe wird zunächst einer experimentellen Modalanalyse (EMA) unterzogen. Dabei werden Frequenzgänge experimentell ermittelt und anschließend daraus die Eigenfrequenzen und die dazugehörigen Eigenformen identifiziert.

Die Validierung erfolgt anschließend schrittweise ausgehend von den Komponenten über den Zusammenbau I bis hin zum Gesamtsystem. Diese Bottom-Up-Strategie bietet mehrere Vorteile:

- Strukturelle Modellierungsschwächen kommen bereits in den einzelnen Komponenten zum Tragen, so dass sie häufig sehr gut lokalisiert und durch eine veränderte Modellierung ursächlich behoben werden können.
- Die Anzahl der Parameter pro Validierungsvorgang kann gering gehalten werden, was die Konvergenz und Eindeutigkeit des Optimierungsprozesses verbessert sowie das Finden physikalisch sinnvoller Optimierungsergebnisse begünstigt, [1] und [4].
- Bei der Validierung der Zusammenbauten kann das Hauptaugenmerk auf die Schnittstellen zwischen den Teilstrukturen gerichtet werden, wo i. A. die größten Modellierungsunsicherheiten bestehen. Diese separierte Betrachtung der Fügestellen erlaubt die Ableitung verbesserter grundsätzlicher Modellierungsansätze und die Identifikation individueller Fügestellenparameter (Steifigkeit und Dämpfung).

#### 4. Anpassung von Masse und Steifigkeiten auf Komponentenebene

Im ersten Validierungsschritt wird zunächst für jede einzelne Komponente die Übereinstimmung der Eigenfrequenzen und Eigenformen des FE-Modells mit den aus der experimentellen Modalanalyse ermittelten Eigenfrequenzen und Eigenformen überprüft und ggf. durch Anpassung der Masse bzw. Massenverteilung sowie der lokalen Steifigkeiten verbessert. Als Bewertungskriterium dienen dabei der MAC-Wert als Maß für die lineare Abhängigkeit zweier (Eigen-)Vektoren  $x_{EMA}$  und  $x_{FEA}$

$$MAC = \frac{(x_{EMA}^H x_{FEA})^2}{(x_{EMA}^H x_{EMA})(x_{FEA}^H x_{FEA})} \quad (1)$$

sowie die relative Frequenzabweichung

$$\Delta f_{rel} = \frac{f_{FEA} - f_{EMA}}{f_{EMA}} \quad (2)$$

zwischen einander zugeordneten Eigenformen bzw. Eigenfrequenzen  $f_{EMA}$  und  $f_{FEA}$ . Die Zuordnung erfolgt normalerweise über den höchsten MAC-Wert und kann einfach und schnell z. B. mit Hilfe der hauseigenen Software **ICS.sysval**, [6], berechnet werden.

Bild 2 und Tabelle 1 zeigen exemplarisch die Ausgangskorrelation, d. h. die MAC-Matrix sowie die MAC-Werte und Frequenzabweichungen für die einander zugeordneten Eigenformen, für den hinteren Teil der Abgasanlage. Die Zuordnung der ersten sechs Eigenformen aus der Experimentellen Modalanalyse (EMA) und der FE-Analyse (FEA) gelingt bereits mit einem hohen bis sehr hohen MAC-Wert, enthält aber leider noch zwei größere Frequenzabweichungen von über 4 %.

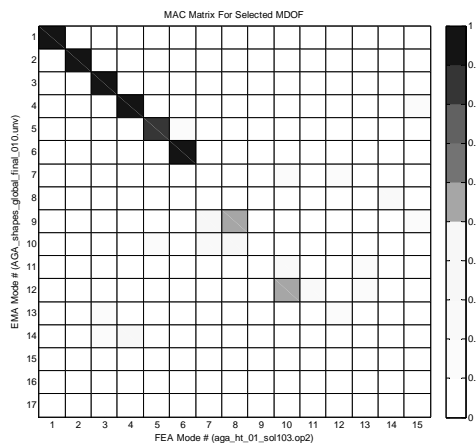


Bild 2: MAC-Matrix für den hinteren Teil der Abgasanlage vor der Modellanpassung

Tabelle 1: Korrelation für den hinteren Teil der Abgasanlage vor der Modellanpassung

Nr.	EMA	FEA	EMA [Hz]	FEA [Hz]	Abw. [%]	MAC [%]
1	1	7	12,67	12,88	1,70	96,98
2	2	8	22,72	23,99	5,59	93,55
3	3	9	33,74	35,29	4,59	95,65
4	4	10	49,52	50,06	1,10	95,99
5	5	11	61,37	61,28	-0,14	83,27
6	6	12	69,94	70,27	0,46	92,92
7	9	14	173,35	169,54	-2,19	57,83
8	12	16	282,53	260,21	-7,90	52,64

30 % obere Grenze für Frequenzabweichungen

50 % untere Grenze für MAC-Werte

Die nun anschließende Modellanpassung umfasst zunächst eine Überprüfung und gegebenenfalls eine Korrektur der Massenverhältnisse. Für das Beispiel des hinteren Teils der Abgasanlage stimmt die Gesamtmasse des FE-Modells bereits hinreichend gut mit der gewogenen Masse des realen Bauteils überein. Sollte eine größere Abweichung vorliegen, kann die Masse des FE-Modells entweder global oder in Teilbereichen über die Dichte der Materialien oder aber auch über (zusätzliche) Massenelemente für massive Anschlussstücke o. ä. eingestellt werden.

Im Anschluss werden die lokalen Steifigkeiten des FE-Modells über die Schalendicke oder den Elastizitätsmodul (E-Modul) des verwendeten Materials optimiert. Dafür werden vorzugsweise Modellbereiche als Anpassungsparameter ausgewählt, die einer gewissen Modellierungsunsicherheit unterliegen und/oder auf deren Änderung die Eigenformen und Eigenfrequenzen sensitiv reagieren. Im Falle des hinteren Teils der Abgasanlage sind die bereits zugeordneten Moden die globalen Schwingformen (Biegemoden), die später das Schwingungsverhalten des Gesamtaufbaus maßgeblich beeinflussen. Da die Ausprägung der Biegemoden primär durch die Steifigkeit des Rohres zwischen den beiden Schalldämpfern bestimmt wird, wird hier als Anpassungsparameter die Steifigkeit, d. h. der E-Modul des Rohres zwischen den beiden Schalldämpfern gewählt. Die nicht zugeordneten Moden sind größtenteils lokale Schwingformen der Schalldämpfer, deren Einfluss auf das dynamische Verhalten des Gesamtaufbaus begrenzt ist. Daher ist die Abbildung dieser Moden durch das FE-Modell nicht zwingend erforderlich.

Die eigentliche Anpassung erfolgt computerunterstützt mit der Software **ICS.sysval**, die einzelne MSC.Nastran-Optimierungsrechnungen (Solution 200), [7], steuert. Das **ICS.sysval**-Interface erlaubt dabei die Einbindung von Messdaten, die alternative Benutzung von Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Auslenkungen sowie die Integration bestehender FE-Modelle, [5] und [6].

Die Beurteilung der erreichten Modellgüte wird wie zu Beginn anhand der MAC-Werte und relativen Frequenzabweichungen vorgenommen. Bild 3 und Tabelle 2 zeigen die Korrelation für den hinteren Teil der Abgasanlage nach der Validierung. Die MAC-Werte konnten durch die vorgenommenen Modellanpassungen leicht bzw. in einem Fall signifikant verbessert werden und die relativen Frequenzabweichungen liegen für die ersten sechs Eigenfrequenzen nun unterhalb von 3 %. Dies entspricht einer als gut zu bewertenden Korrelation.



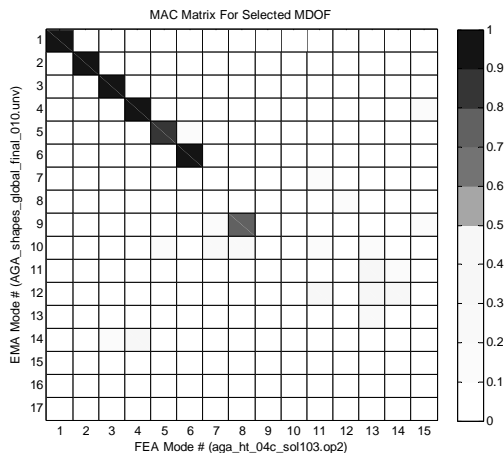


Bild 3: MAC-Matrix für den hinteren Teil der Abgasanlage nach der Modellanpassung

Tabelle 2: Korrelation für den hinteren Teil der Abgasanlage nach der Modellanpassung

Nr.	EMA	FEA	EMA [Hz]	FEA [Hz]	Abw. [%]	MAC [%]
1	1	1	12,67	12,45	-1,71	96,97
2	2	2	22,72	23,38	2,87	94,07
3	3	3	33,74	34,20	1,37	96,42
4	4	4	49,52	49,87	0,71	96,18
5	5	5	61,37	60,23	-1,86	88,67
6	6	6	69,94	68,60	-1,91	94,34
7	9	8	173,35	167,25	-3,52	73,13

30 % obere Grenze für Frequenzabweichungen

50 % untere Grenze für MAC-Werte

5. Anpassung der Dämpfung auf Komponentenebene

Nach erfolgreicher Anpassung der Massen und Steifigkeiten wird der Validierungsprozess nun konsequent auf die Dämpfungen erweitert. Dafür muss die Dämpfung im FE-Modell zunächst lokal als Strukturdämpfung für verschiedene Materialien oder Teilbereiche des Modells (oder auch als diskrete viskose Dämpfung beispielsweise für Fügstellen) definiert werden, [5].

Die Bewertung des FE-Modells hinsichtlich der Dämpfung erfolgt anhand der relativen Abweichungen der berechneten (FEA) von allen *M* gemessenen (EMA) Übertragungsfunktionen.

nen  $H_{m,FEA}$  bzw.  $H_{m,EMA}$ . Dabei werden die Übertragungsfunktionen aber nur über die Halbwertsbreite der  $N$  einander zugeordneten Eigenfrequenzen  $f_{n,FEA}$  und  $f_{n,EMA}$  betrachtet; die nicht zugeordneten Eigenfrequenzen bleiben unberücksichtigt. Die neu in das Validierungsverfahren integrierte Fehlerfunktion beträgt

$$E_n = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{1}{\Delta f_{HWn}} \sum_{f_n=f_{HWnu}}^{f_{HWno}} \left( \frac{|H_{m,EMA}(f_{n,EMA}) - H_{m,FEA}(f_{n,FEA})|}{|H_{m,EMA}(f_{n,EMA})|} \right)^2 \quad (3)$$

mit der Halbwertsbreite

$$\Delta f_{HWn} = 2D_{n,EMA}f_{n,EMA} = f_{HWno} - f_{HWnu}, \quad (4)$$

wobei  $f_{HWnu}$  und  $f_{HWno}$  die untere bzw. obere Grenzfrequenz der Halbwertsbreite  $\Delta f_{HWn}$  zur  $n$ -ten Test-Eigenfrequenz  $f_{n,EMA}$  darstellen. Die Halbwertsbreite wird mit Hilfe der aus der experimentellen Modalanalyse identifizierten modalen Dämpfung  $D_{n,EMA}$  ermittelt und nicht nur auf die gemessenen, sondern auch auf die berechneten Übertragungsfunktionen angewendet, da deren Dämpfung (noch) unbekannt ist.

Durch die Anpassung der Dämpfung werden die in den Übertragungsfunktionen (FRFs) sichtbaren Eigenfrequenzspitzen des FE-Modells in ihrer Höhe und Breite den bei der experimentellen Modalanalyse aufgezeichneten FRFs angenähert.

Die Umsetzung der Dämpfungsvalidierung erfolgt wiederum computerunterstützt mit Hilfe von **ICS.sysval**, [6], und **MSC.Nastran-Optimierungsrechnungen** (Solution 200), [5] und [7]. Die Optimierung geht dabei i. d. R. zur Überprüfung der Konvergenz von mehreren Startwerten aus, die anhand von Erfahrungswerten und Grenzwerten manuell vorgegeben werden. Durch Katalogisierung bisheriger identifizierter Dämpfungen lässt sich leicht eine Datenbank für Werkstoff- und Fügestellendämpfungen aufbauen, auf die bei zukünftigen Modellierungen zurückgegriffen werden kann.

Für das Beispiel des hinteren Teils der Abgasanlage wurden als Anpassungsparameter die jeweiligen Strukturdämpfungen der Materialien definiert; dies sind zum einen das Metall der Hülle der Schalldämpfer und des Rohres und zum anderen die Dämmwolle in den Schalldämpfern. Bild 4 stellt schließlich die einzelnen Fehlersummen vor (jeweils der linke Balken) und nach (jeweils der rechte Balken) der Dämpfungsanpassung für jedes Paar einander zugeordneter Eigenfrequenzen sowie für deren Gesamtsumme (Balkenpaar ganz rechts) dar. Bild 5 zeigt beispielhaft einen gemessenen Frequenzgang sowie das Pendant des FE-Modells vor und nach der Dämpfungsanpassung. Die Verringerung der Fehlersummen durch

die Dämpfungsanpassung sowie die Verbesserung der Übereinstimmung der Frequenzgänge in den zugeordneten Eigenfrequenzspitzen sind gut erkennbar.

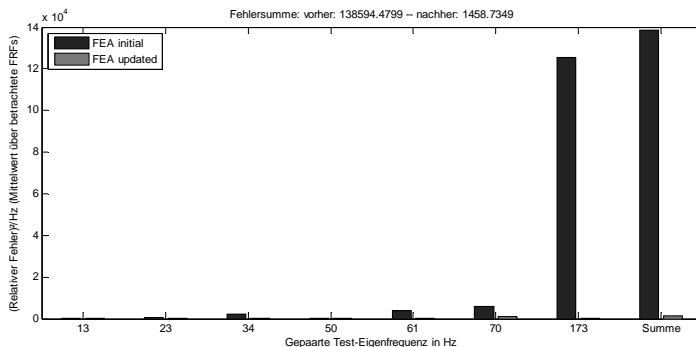


Bild 4: Fehlerrsumme vor (FEA initial, jeweils links) und nach (FEA updated, jeweils rechts) Dämpfungsanpassung für hinteren Teil der Abgasanlage

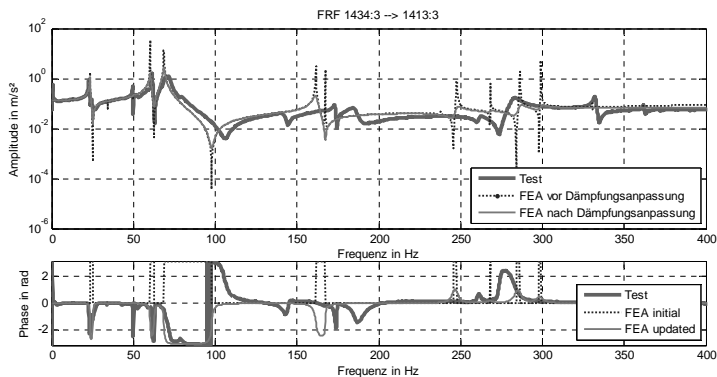


Bild 5: Beispiel für Übertragungsfunktionen vor (FEA initial) und nach (FEA updated) Dämpfungsanpassung des hinteren Teils der Abgasanlage

## 6. Anpassung der Steifigkeit und Dämpfung der Schnittstelle auf Baugruppenebene

Nach der erfolgreichen Modellvalidierung aller Komponenten hinsichtlich Masse, Steifigkeit und Dämpfung können nun die Fügestellen innerhalb der Baugruppen schrittweise – beginnend mit dem kleinsten Zusammenbau – validiert werden. Das Vorgehen erfolgt dabei ganz analog zu den Komponenten: Zunächst wird entsprechend Abschnitt 4 die Gesamtmasse überprüft und gegebenenfalls korrigiert sowie die Steifigkeit der Schnittstelle anhand der Kor-

relation (MAC-Werte und relative Frequenzabweichungen) für die Baugruppe beurteilt und – falls erforderlich – computerunterstützt angepasst. Anschließend wird die Schnittstellen-dämpfung anhand der Abweichungen der FRFs bewertet und verbessert, vergleiche Abschnitt 5.

Im Falle des Zusammenbaus I der Abgasanlage, bestehend aus dem hinteren und dem vorderen Teil (umrahmt in Bild 1), wird die Schnittstelle durch eine ausmodellierte Verbindungsschelle repräsentiert. Als Anpassungsparameter werden daher der E-Modul für die Steifigkeit und die Strukturdämpfung des Schellenmaterials verwendet. Aber auch andere Modellierungen für Fügestellen, beispielsweise Feder- und viskose Dämpferelemente für Schraubverbindungen, sind je nach Anwendungsfall geeignet und mit der computerunterstützten Modellanpassung (CMA) behandelbar.

Bild 6 und Tabelle 3 zeigen die MAC-Matrix und die Korrelationstabelle nach der Steifigkeitsanpassung für die Schelle. Im Zusammenbau I können insgesamt 12 globale Eigenformen einander mit hohem bzw. sehr hohem MAC-Wert zugeordnet werden. Die relativen Frequenzabweichungen betragen für die ersten acht Eigenfrequenzen unter 3 %. Im Bild 7 sind eine beispielhafte Übertragungsfunktion aus dem Test sowie vor und nach der Dämpfungsanpassung des FE-Modells dargestellt. Die Dämpfungsanpassung nähert dabei die Eigenfrequenzspitzen aus der FE-Analyse deutlich der gemessenen Übertragungsfunktion an.

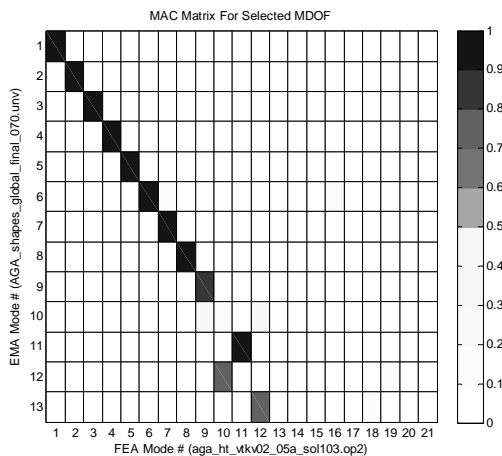


Bild 6: MAC-Matrix des Zusammenbaus I nach Modellanpassung

Tabelle 3: Korrelation des Zusammenbaus I nach Modellanpassung

Nr.	EMA	FEA	EMA [Hz]	FEA [Hz]	Abw. [%]	MAC [%]
1	1	1	7,53	7,46	-0,88	97,81
2	2	2	10,55	10,62	0,71	95,68
3	3	3	23,70	23,77	0,28	94,23
4	4	4	31,79	32,01	0,71	91,12
5	5	5	42,28	41,75	-1,25	95,02
6	6	6	53,48	53,77	0,55	93,27
7	7	7	61,71	60,37	-2,17	95,81
8	8	8	69,33	70,14	1,17	94,46
9	9	9	128,42	136,66	6,41	83,50
10	11	11	162,16	169,27	4,38	90,63
11	12	10	173,73	166,22	-4,32	77,50
12	13	12	195,36	184,26	-5,69	72,69

30 % obere Grenze für Frequenzabweichungen

50 % untere Grenze für MAC-Werte

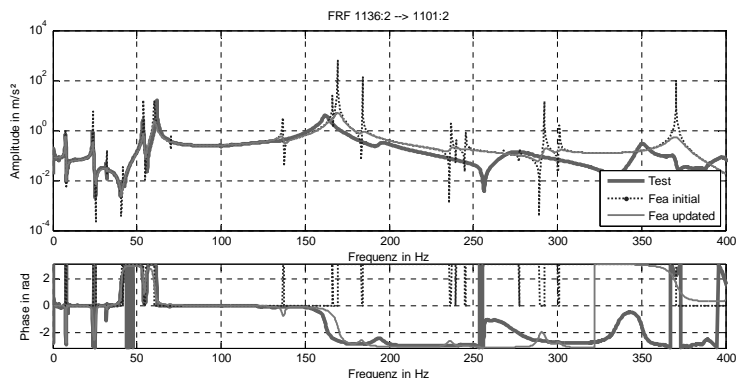


Bild 7: Übertragungsfunktionen vor (FEA initial) und nach (FEA updated) Modellanpassung für den Zusammenbau I

## 7. Fazit

Es wurde gezeigt, dass mit der vorgestellten Bottom-Up-Strategie eine gute Abbildung der untersuchten AGA-Komponenten und des Zusammenbaus I durch das FE-Modell erreicht werden konnte. Insbesondere die Erweiterung des bisherigen Verfahrens der Massen- und Steifigkeitsanpassung um die Dämpfungsanpassung führt zu einer deutlich verbesserten Abbildung der Übertragungsfunktionen durch das FE-Modell. Dieser neue Verfahrensschritt

zur Dämpfungsanpassung ist dabei insbesondere für nichtmetallische Werkstoffe – wie hier beispielsweise in den Katalysatorkeramiken – sowie in den Fügstellen von großer Bedeutung.

Das validierte FE-Modell für den Zusammenbau I bildet nun die gemessenen Eigenfrequenzen, Eigenformen und Frequenzgänge bei realitätsnaher Dämpfung mit deutlich verbesserter Qualität ab. Im weiteren Projektverlauf wird aktuell die Modellierung und Validierung des Entkopplungselementes sowie des Gesamtaufbaus vorangetrieben. Bei dem mehrschichtig und flexibel aufgebauten Entkopplungselement steht dabei auch die Entwicklung einer geeigneten grundsätzlichen Modellierungsstrategie im Blickpunkt.

Hinsichtlich der methodischen Weiterentwicklung des Werkzeuges „FE-Analyse zur Vorabrechnung“ können die entwickelten Modellierungsstrategien sowie die identifizierten Werkstoffdämpfungen sowie Fügstellensteifigkeiten und -dämpfungen in einer Wissensdatenbank katalogisiert sowie an weiteren oder neuen Baureihen überprüft und stetig verbessert werden. Hierdurch kann sukzessive eine Verbesserung des Vorabberechnungsprozesses für Folgeentwicklungen erreicht werden.

## **Danksagung**

Vorliegende Inhalte und Bilder werden mit freundlicher Genehmigung der Firma Volkswagen AG veröffentlicht.

## Literatur

- [1] Schedlinski, C.; Läer, B.: *Strategien zur Modellvalidierung – Perspektiven für den Automobilbau*. Tagungsband VPC.plus 2014, Hanau, 2014.
- [2] Schedlinski, C.: *Finite-Elemente-Modellvalidierung für einen großen Rotorprüfstand*. VDI-Tagung "Schwingungsanalyse und Identifikation", Leonberg, 06.-07. März 2013, VDI-Berichte Bd. 2191, S. 125-136.
- [3] Schedlinski, C.: *Finite Element model validation of a large spinning facility*. Tagungsband ISMA 2012, Leuven, Belgien, 2012, S. 2119-2132.
- [4] Schedlinski, C.; Dufour, K-H. und Paysan, G.: *Anwendung einer Strategie zur Validierung komplexer Finite Elemente Modelle auf das Gesamtmodell eines modernen Flugzeugtriebwerks*. VDI-Tagung "Schwingungsanalyse und Identifikation", Leonberg, 23.-24. März 2010, VDI-Berichte Bd. 2093, S. 3-12.
- [5] F. Wagner et al.: *Computerunterstützte Dämpfungsidentifikation einer Rohkarosserie mit Anbauteilen auf Basis gemessener Frequenzgänge*. VDI-Berichte Nr. 2003, 2007, S. 179-193.
- [6] Schedlinski, C.: **ICS.sysval** Produktbeschreibung.  
<http://ics-engineering.com/de/leistungen/modellvalidierung>, 26.10.2015.
- [7] MSC.Nastran™: *Design Sensitivity and Optimization User's Guide, Version 2013*.





## Aufbau globaler Dämpfungsmatrizen aus modalen Dämpfungsmaßen von Substrukturtests

Dr.-Ing. **Marc Böswald**, M.Sc. **Martin Höser**, Dr.-Ing. **Yves Govers**,  
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Aeroelastik,  
Göttingen

### Kurzfassung

Die Entwicklung leistungsfähiger Systeme und Strukturen der Luft- und Raumfahrt ist ohne den Einsatz numerischer Modelle heute undenkbar. So wird z.B. das Systemverhalten in kritischen Betriebszuständen simuliert und gemäß Anforderungen optimiert. Auch wenn der Detaillierungsgrad moderner numerischer Modelle stetig zunimmt, bleibt die Modellierung der Dämpfungseigenschaften in der Regel unberücksichtigt. Gründe hierfür sind fehlendes Verständnis für die Ursachen von Dämpfung und Unkenntnis der Stellen, an denen Energie dissipiert. Jedoch ist Dämpfung ein sensibler Parameter für die Antwortamplituden dynamisch angeregter Strukturen; weniger infolge transienter, stoßartiger Belastungen, aber umso mehr bei breitbandiger, stationärer Anregung.

Stand der Technik ist es, modale Dämpfungsmaße für Strukturen aufgrund ihrer Konstruktionsmerkmale entweder abzuschätzen oder aus Schwingungsexperimenten zu identifizieren. Die Verwendung modaler Dämpfungsmaße führt jedoch nicht zu den in Experimenten zu beobachtenden komplexen Eigenwerten und komplexen Eigenformen. Diese ergeben erst sich im Falle nicht-proportionaler Dämpfung, die man z.B. erhält, wenn lokale Dämpfungseffekte modelliert werden. Das ist jedoch häufig nicht möglich, weil die Lokalisierung bzw. die Ursachen für Dämpfung nicht feststellbar sind.

Werden zusammengesetzte Strukturen betrachtet, die aus mehreren Substrukturen aufgebaut sind, kann für jede Substruktur eine separate Dämpfungsmatrix mit bekannten Dämpfungsansätzen wie z.B. Rayleigh-Dämpfung oder Strukturdämpfung aufgebaut werden. Werden diese Substruktur-Dämpfungsmatrizen zu einer globalen, nicht-proportionalen Dämpfungsmatrix gekoppelt, können Dämpfungsmaße aus komplexen Eigenwerten der Gesamtstruktur analytisch berechnet werden. Dieser Ansatz entstammt [1]. Er wurde u.a. in [2] für den Aufbau einer nicht-proportionalen Dämpfungsmatrix einer einfachen Laborstruktur verwendet. In [3] wird die Eignung dieses Ansatzes zur Modellierung der globalen Dämpfung großer Raumfahrtstrukturen untersucht, jedoch ohne experimentelle Validierung. Diese wird in diesem Beitrag anhand der Anwendung auf eine Laborstruktur gezeigt, deren Dämpfungsmaße mit verschiedenen Ansätzen zur Modellierung von Substrukturdämpfung analy-

tisch berechnet und mit experimentellen Dämpfungsmaßen verglichen werden. Neben der Genauigkeit der Dämpfungsvorhersage für die Gesamtstruktur werden Anwendungsaspekte des Verfahrens diskutiert.

## 1. Globale Dämpfungsmodelle für strukturdynamische Analysen

Das Eigenwertproblem eines ungedämpften, diskreten Mehr-Freiheitsgrad-Systems kann in folgender Form notiert werden:

$$(\lambda^2 [M] + [K])\{\phi\} = \{0\} \rightarrow \lambda_{r,r+n} = \pm j\omega_r, \{\phi_r\}, \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Aus dem ungedämpften Eigenwertproblem eines Systems mit  $n$  Freiheitsgraden können die Eigenkreisfrequenzen  $\omega_r$  und die reellen Eigenvektoren  $\{\phi_r\}$  bestimmt werden.

Durch Dämpfung wird die Energie, die einem System z.B. durch die Arbeit eingepprägter Kräfte zugeführt wurde, in Wärmeenergie umgewandelt. Dämpfung kann aus unterschiedlichen Mechanismen resultieren. Zunächst lässt sich Materialdämpfung von Fügestellendämpfung unterscheiden. Die Materialdämpfung umfasst Energie dissipierende Vorgänge in elastischen Werkstoffen z.B. hervorgerufen durch Versetzungsbewegungen in Metallgefügen oder relative Bewegung von Makromolekülen in Elastomeren. Die Fügestellendämpfung umfasst die Energieverluste beim Lasttransfer zwischen Komponenten bzw. Substrukturen einer zusammengesetzten Struktur. Diese Vorgänge können häufig nur mit Hilfe der Kontaktmechanik beschrieben werden und sind von vielen weiteren Parametern abhängig, wie z.B. der Vorspannkraft einer Verbindungsstelle, der Rauigkeit der Kontaktoberflächen, Schmierzustand der Kontaktpartner, Materialpaarung, etc.

In diesem Beitrag wird nicht die Fügestellendämpfung adressiert. Vielmehr ist die Voraussetzung zur Modellierung von Fügestellendämpfung, dass eine sinnvolle Modellierung der Materialdämpfung in den Substrukturen einer zusammengesetzten Struktur vorliegt. Dazu werden die im Folgenden beschriebenen globalen Dämpfungsmodelle verwendet, die sich zur Modellierung von Materialdämpfung eignen.

### 1.1 Allgemeine nicht-proportionale viskose Dämpfung

Dieses Dämpfungsmodell eignet sich z.B. um den Einfluss weniger diskreter Dämpfer in einem System abzubilden. Dazu muss der Einbauort der Dämpfer bekannt sein, sowie deren jeweilige Dämpfungskonstanten für viskose Dämpfung. Dadurch entsteht eine im Allgemeinen schwach besetzte, nicht-proportionale viskose Dämpfungsmatrix  $[D]$ . Das Eigenwertproblem eines nicht-proportional gedämpften Systems kann in folgender Form geschrieben werden:

$$\left(\lambda^2[M] + \lambda[D] + [K]\right)\{\psi\} = \{0\} \rightarrow \lambda_{r,r+n} = -D_r\omega_r \pm j\omega_r\sqrt{1-D_r^2}, \{\psi_{r+n}\} = \{\psi_r^*\}, r=1,2,\dots,n \quad (2)$$

Lösen des gedämpften Eigenwertproblems liefert  $n$  Paare konjugiert komplexer Eigenwerte  $\lambda_r$  und  $n$  Paare konjugiert komplexer Eigenvektoren  $\{\psi_r\}$ . Aus den komplexen Eigenwerten  $\lambda_r$  können die Eigenkreisfrequenzen  $\omega_r$  und die modalen viskosen Dämpfungsmaße  $D_r$  bestimmt werden. In der Regel wird das gedämpfte Eigenwertproblem im Zustandsraum gelöst. Hierfür stehen verschiedene Methoden zur Verfügung, wie z.B. die Komplexe Hessenberg Methode oder die modale Hessenberg Methode. Letztere ist auch im Falle schlechter numerischer Kondition der Systemmatrizen stabil anwendbar ist, siehe z.B. [4].

Auch bei Systemen ohne diskrete Dämpfer sind Schwingungen generell gedämpft. Da die Ursachen für die Dämpfung dann jedoch nicht bekannt sind, ist das Modell der allgemeinen nicht-proportionalen viskosen Dämpfung für praktische Anwendungen nur bedingt einsetzbar. Daher sind im Folgenden weitere Dämpfungsmodelle aufgeführt, mit deren Hilfe sich die Auswirkung von Dämpfung äquivalent beschreiben lassen.

## 1.2 Rayleigh-Dämpfung

Bei der Rayleigh-Dämpfung wird eine viskose Dämpfungsmatrix aus zwei Anteilen generiert. Ein Anteil ist proportional zur Steifigkeitsmatrix, der andere proportional zur Massenmatrix.

$$[D] = g_{m,v}[M] + g_{s,v}[K] \quad (3)$$

Da die proportionale Dämpfungsmatrix durch die reellen Eigenvektoren des ungedämpften Eigenwertproblems diagonalisiert werden kann, muss im Falle von Rayleigh-Dämpfung nicht das gedämpfte Eigenwertproblem gelöst werden. Die modalen viskosen Dämpfungsmaße  $D_r$  der reellen Eigenvektoren  $\{\phi_r\}$  lassen sich aus den Hauptdiagonalelementen der modalen Dämpfungsmatrix  $d_r$  und den modalen Massen  $m_r$  bestimmen.

$$m_r = \{\phi_r\}^T [M] \{\phi_r\} \quad , \quad d_r = \{\phi_r\}^T [D] \{\phi_r\} \quad \rightarrow \quad D_r = \frac{d_r}{2m_r\omega_r} \quad (4)$$

Des Weiteren lässt sich eine Abhängigkeit der Dämpfungsmaße  $D_r$  von den Parametern  $g_{s,v}$  und  $g_{m,v}$  sowie von den Eigenkreisfrequenzen  $\omega_r$  des Systems herleiten.

$$D_r = \frac{\{\phi_r\}^T [D] \{\phi_r\}}{2m_r\omega_r} \quad \rightarrow \quad D_r = \frac{1}{2} \left( g_{s,v}\omega_r + g_{m,v} \frac{1}{\omega_r} \right) \quad (5)$$

Daraus wird ersichtlich, dass die Auswirkung von Rayleigh-Dämpfung nicht gleichbleibend über dem gesamten betrachteten Frequenzbereich ist. Vielmehr ist der massenproportionale

Anteil der Rayleigh-Dämpfung bei niedrigen Frequenzen dominant, während der steifigkeitsproportionale Anteil bei höheren Frequenzen stark zunimmt.

### 1.3 Strukturdämpfung

Während bei der Rayleigh-Dämpfung die Dämpfungsmaße der Eigenformen als Funktion der Eigenkreisfrequenzen veränderlich sind, versucht die Strukturdämpfung eine über dem betrachteten Frequenzbereich gleichbleibende Dämpfung zu beschreiben. Dabei wird dem Verhalten duktiler, elastischer Werkstoffe Rechnung getragen, bei denen die Energiedissipation pro Schwingungsperiode als nahezu unabhängig von der Anregungsfrequenz identifiziert wird. Solches Verhalten kann angenähert werden, indem der Parameter  $g_{s,v}$  der Rayleigh-Dämpfung derart ersetzt wird, dass ein von der Frequenz unabhängiges Dämpfungsmaß erzeugt wird, welches bei einer Anregungsfrequenz  $\Omega$  äquivalent zur viskosen, steifigkeitsproportionalen Dämpfung ist:

$$[D] = j \cdot g_{s,s} [K] \rightarrow g_{s,s} = \frac{g_{s,v}}{\Omega} \rightarrow D_r = \frac{1}{2} g_{s,v} \frac{\omega_r}{\Omega} \xrightarrow{\Omega=\omega_r} D_r = \frac{1}{2} g_{s,v} = \text{const.} \quad (6)$$

Die Strukturdämpfungsmatrix ist komplex aber proportional zur Steifigkeitsmatrix. Daher muss auch in diesem Fall nicht das gedämpfte Eigenwertproblem gelöst werden. Die modalen Dämpfungsmaße der reellen Eigenvektoren können aus der Beziehung von Gleichung (6) bestimmt werden. Die Definition der Strukturdämpfung erfolgt phänomenologisch im Frequenzbereich. Die Bewegungsgleichung eines Systems mit Strukturdämpfung lässt sich zwar in den Zeitbereich überführen, liefert dort aber nicht-kausale Dämpfungskräfte. Daher bleibt die Anwendung der Strukturdämpfung auf den Frequenzbereich beschränkt.

## 2. Anwendungsbeispiel AIRMOD

Nachdem im vorigen Abschnitt verschiedene Dämpfungsmodelle vorgestellt wurden, soll in diesem Abschnitt die Anwendung dieser Dämpfungsmodelle auf einzelne Substrukturen einer zusammengesetzten Struktur diskutiert werden. Dabei ist das Ziel, eine möglichst gute Vorhersage der Dämpfungsmaße der zusammengesetzten Struktur durch die Synthese der Substrukturdämpfungsmatrizen zu erhalten. Hierfür wird die Laborstruktur AIRMOD des DLR Instituts für Aeroelastik in Göttingen verwendet, siehe z.B. [5]. Es handelt sich um einen Nachbau des GARTEUR SM-AG 19 Benchmarks, siehe Bild 1, welche bereits vielfach für strukturdynamische Validierungsexperimente in der Luft- und Raumfahrttechnik eingesetzt wurde. AIRMOD hat eine Spannweite von 2 m, eine Länge von ca. 1,5 m und eine Höhe von 0,46 m. Die Struktur ist aus Aluminium gefertigt und besitzt eine Gesamtmasse von 44,3 kg. Für die Unterteilung in Substrukturen wurde die Verbindung von Flügel und Rumpf gelöst

und anschließend die Substrukturen separat betrachtet, d.h. „Rumpf und Leitwerk“ als eine Substruktur und „Flügel mit Winglets“ als weitere Substruktur.

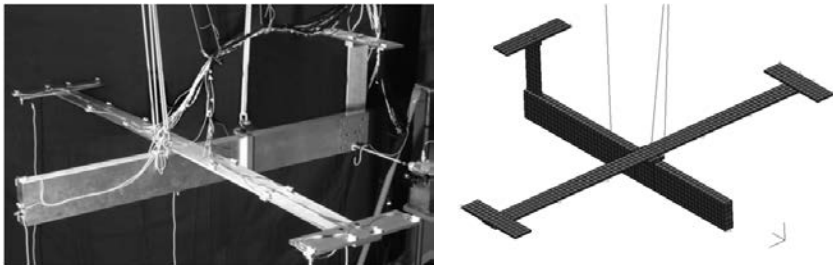


Bild 1: AIRMOD (d.h. AIRcraft MOdel) - reale Struktur (links) und FE Modell (rechts)

## 2.1 Finite Elemente Modell

Das Finite Element Modell von AIRMOD wurde mit MSC.Nastran erstellt. Die Einzelkomponenten aus Aluminium wurden mit CHEXA Volumenelementen modelliert. Die Nachgiebigkeit der durch Passstifte fixierten und verschraubten Verbindungsstellen wurde durch CELAS1 Federelemente zwischen koinzidenten Knoten der zu verbindenden Bauteile äquivalent nachgebildet. Dabei wurden in unterschiedlichen Raumrichtungen unterschiedliche Federkonstanten verwendet. Die Gummiseile der Aufhängung für den Modaltest wurden mit CBAR Elementen modelliert. Nichtstrukturelle Massen, wie z.B. Sensoren und Zusatzmassen an den Winglets, wurden durch CONM2 Massenelemente eingebunden. In Konvergenzstudien wurde die Qualität der räumlichen Diskretisierung für den hier betrachteten Frequenzbereich bis 400 Hz validiert. Das FE-Modell der Gesamtstruktur ist in Bild 1 gezeigt. Es besteht aus 1990 Elementen, 10075 Knoten bzw. 30222 Freiheitsgraden.

## 2.2 Substruktur Modaltests

Für die Modellierung der Dämpfungseigenschaften werden die Dämpfungsmodelle aus Abschnitt 1 auf jede Substruktur separat angewendet. Hierfür müssen modale Dämpfungsmaße dieser Substrukturen experimentell bestimmt werden. Die jeweiligen Modaltests der Substrukturen wurden nicht mit freien Randbedingungen durchgeführt. Um auf modaler Basis sinnvolle Dämpfungsvorhersagen zu erreichen, ist es erforderlich, dass die Eigenformen der Substrukturen repräsentativ für deren Beteiligung an den Eigenformen der Gesamtstruktur sind. Da an den Verbindungsstellen der Substrukturen Reaktionskräfte auftreten, wurden die Substrukturtests jeweils mit fester Einspannung an der Verbindungsstelle durchgeführt. Der Aufbau ist in Bild 2 zu erkennen. Auf der linken Seite ist die auf einem seismischen Fundament aufgespannte Substruktur aus „Rumpf und Leitwerk“ zu sehen, während und auf der

rechten Seite die an der Verbindungsstelle eingespannte Substruktur aus „Flügel mit Winglets“ gezeigt wird. Die modalen Parameter wurden mit Hilfe einer kommerziellen Software für Experimentelle Modalanalyse identifiziert. Hierfür wurden mit Hilfe von Beschleunigungssensoren und einem Impulshammer jeweils vier Spalten der Frequenzgangmatrix gemessen und anschließend der Modalanalyse zugeführt. Eine Übersicht über die Ergebnisse der Modaltests der Substrukturen mit eingespannten Randbedingungen ist in Tabelle 1 gegeben. Diese Ergebnisse repräsentieren die besten Teilergebnisse der Modalanalysen einzelner Spalten der Frequenzgangmatrix. Neben den modalen Parametern Eigenfrequenz, Dämpfungsmaß und generalisierter Masse sind auch Qualitätsindikatoren MPC (Modal Phase Co-linearity) und MPD (Mean Phase Deviation) zur Bewertung der Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse angegeben. Diese Indikatoren zeigen die Komplexität der identifizierten Eigenvektoren an. Die Definition der Indikatoren kann [6] entnommen werden. Mit Hilfe der Dämpfungsmaße aus den Modaltests der Substrukturen werden die Parameter von Substrukturdämpfungsmatrizen justiert.

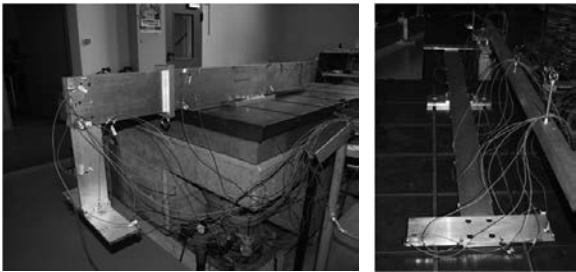


Bild 2: Modaltests der Substrukturen fest eingespannt an der Verbindungsstelle

Tabelle 1: Ergebnisse der Modaltests der Substrukturen mit fester Einspannung

Substruktur: Flügel + Winglet						Substruktur: Rumpf + Leitwerk					
Mode	Freq.	Damp.	MPC	MPD	gen. Masse	Mode	Freq.	Damp.	MPC	MPD	gen. Masse
Nr.	[Hz]	[%]	[%]	[°]	[kg m²]	Nr.	[Hz]	[%]	[%]	[°]	[kg m²]
1	5,15	0,26	98,33	5,49	5,49	1	25,08	0,48	99,98	0,79	3,37
2	5,18	0,09	99,54	5,04	1,97	2	43,16	0,47	99,99	0,69	3,08
3	33,33	0,16	100	0,12	0,67	3	49,34	2,24	99,75	2,89	6,72
4	33,4	0,23	99,99	0,63	0,58	4	68,11	0,41	100	0,34	0,53
5	43,93	0,27	99,43	4,16	1,59	5	97,69	0,42	99,98	0,76	3,7
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
18	343,38	0,5	99,97	1,05	1,12	11	321,45	0,5	99,94	1,42	5,14

## 2.3 Modaltest der zusammengesetzten Struktur

Um die Qualität der Dämpfungsvorhersage bewerten zu können, wurde ein Modaltest an der zusammengesetzten Struktur AIRMOD durchgeführt, siehe Bild 3 links. Hierfür wurde die Struktur an weichen Gummiseilen hängend getestet, um weitestgehend freie Randbedingungen zu schaffen. Ziel dieser Aufhängung ist die deutliche Trennung der Eigenfrequenzen der Starrkörperbewegungen von den Eigenfrequenzen der elastischen Schwingungen. Dabei wird ein Faktor 2 bis 3 angestrebt, um dadurch eine Verfälschung der modalen Parameter der elastischen Eigenschwingungsformen durch Lagerungseffekte zu vermeiden. Auch hier wurden Beschleunigungsfrequenzgänge mit Hilfe von Impulsanregung gemessen und anschließend mit kommerzieller Software für experimentelle Modalanalyse ausgewertet. Dabei wurden insgesamt 50 Sensorpositionen verwendet (18 an der Substruktur „Rumpf und Leitwerk“, 32 an der Substruktur „Flügel mit Winglets“). Die Sensorpunkte sind in Bild 3 rechts zu erkennen. Die Anregungsorte sind mit Kreisen gekennzeichnet. Die Ergebnisse des Modaltests der zusammengesetzten Struktur sind Tabelle 2 aufgeführt. Man erkennt, dass vier Eigenfrequenzen der Starrkörperbewegungen identifiziert wurden und dass diese um den Faktor 5,6 kleiner sind als die Eigenfrequenzen der elastischen Schwingungen.

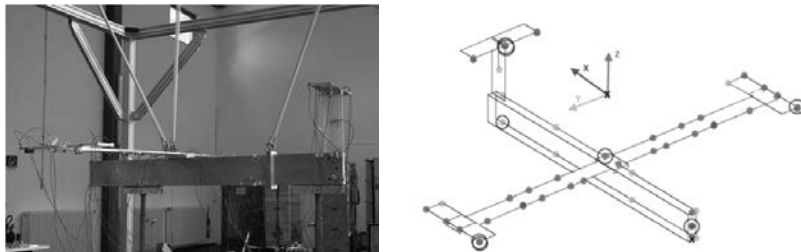


Bild 3: Modaltests der zusammengesetzten AIRMOD Struktur in freien Randbedingungen

Tabelle 2: Ergebnisse des Modaltests der zusammengesetzten Struktur

zusammengesetzte Struktur					
Mode Nr.	Freq. [Hz]	Damp. [%]	MPC [%]	MPD [°]	gen. Masse [kg m <sup>2</sup> ]
1	0,42	1,01	93,94	15,69	21,07
2	0,7	2,16	99,68	3,2	3,77
3	0,87	3,53	98,26	12,73	24,17
4	0,98	6,33	99,47	3,07	17,61
5	5,52	0,36	100	0,31	4,48
6	15,15	0,3	100	0,17	4,37
7	32,73	0,28	99,75	2,87	1,03
8	33,09	0,35	99,85	2,2	0,93
:	:	:	:	:	:
29	343,79	0,17	99,22	5,12	3,6
30	355,68	0,29	99,75	2,9	10,43

## 2.4 Korrelation von FE Modell mit Modaltest auf Substrukturebene

Rayleigh-Dämpfung und Strukturdämpfung verwenden die Steifigkeitsmatrix zum Aufbau einer Dämpfungsmatrix. Diese Dämpfungsmodelle werden hier für jede Substruktur separat angewendet. Da die Qualität der Dämpfungsmodellierung für die Gesamtstruktur stark von Fehlern in den Steifigkeitsmatrizen der Substrukturen beeinflusst wird, soll an dieser Stelle eine Korrelation der Ergebnisse der Modaltests der Substrukturen mit den zugehörigen Substruktur FE-Modellen durchgeführt werden.

Aus Platzgründen können hier nur die Ergebnisse der Korrelation für eine Substruktur gezeigt werden. In diesem Fall wird die Korrelation für die Substruktur „Rumpf und Leitwerk“ gezeigt, da bei dieser Substruktur die größeren Abweichungen zu finden sind. Bei den im Folgenden gezeigten Ergebnissen wurde im FE Modell die Testinstrumentierung mit kleinen Massen an den Sensorpositionen berücksichtigt. Des Weiteren wurden Parameter der äquivalenten Steifigkeiten der Schraubenverbindungen justiert um die Korrelation zu verbessern. In Bild 4 ist die MAC Matrix zwischen den experimentellen Eigenformen (EMA) und den Eigenformen des FE Modells gezeigt. Die Zahlenwerte in den Elementen der MAC Matrix zeigen das Maß der Korrelation an. Man erkennt Nebendiagonalelemente aufgrund der begrenzten Anzahl von Sensoren (18 Sensoren, 11 Moden) und der ungleichförmigen Massenverteilung an Rumpf und Leitwerk. Im Bereich der Moden 8 und 9 ist außerdem ein Wechsel der Reihenfolge der Moden zu erkennen. Unter Berücksichtigung des geringen Frequenzunterschiedes dieser beiden Moden von ca. 4% bleibt dieser Effekt in der weiteren Bearbeitung unberücksichtigt.



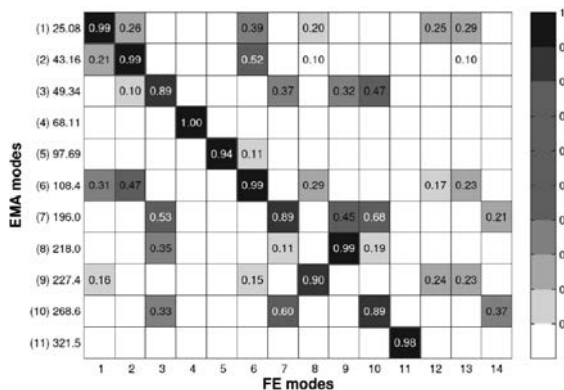


Bild 4: MAC Korrelation von FE Modell und Modaltest für Substruktur Rumpf und Leitwerk

### 3. Dämpfungsmodellierung in Substrukturen

Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, dass durch Justierung von äquivalenten Steifigkeitsparametern der Schraubenverbindungen eine hinreichend gute Korrelation erreicht werden konnte. Das gilt für beide Substrukturen, auch wenn die Korrelation exemplarisch nur für eine Substruktur gezeigt wurde.

Dieser Abschnitt widmet sich nun der Dämpfungsmodellierung auf Substrukturebene sowie der Bewertung der Dämpfungsvorhersage für die zusammengesetzte Struktur. Aufgrund der guten Korrelation beider Substrukturen wird erwartet, dass auch eine sinnvolle Dämpfungsmodellierung mit steifigkeitsproportionalem Anteil erzielt werden kann.

#### 3.1 Rayleigh-Dämpfung

Für beide Substrukturen müssen die Parameter  $g_{m,v}$  und  $g_{s,v}$  für die Rayleigh Dämpfung gemäß Gleichung (3) derart eingestellt werden, dass die modalen Dämpfungsmaße aus dem Modaltest der Substruktur hinreichend gut wiedergegeben werden. Hierfür kann die einfache Beziehung aus Gleichung (5) zwischen dem Dämpfungsmaß  $D_r$ , der Eigenkreisfrequenz  $\omega_r$  und den beiden Rayleigh-Dämpfungsparametern  $g_{m,v}$  und  $g_{s,v}$  für alle Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaße aus den Modaltests der Substrukturen formuliert werden. Diese 11 bzw. 18 Gleichungen können in einem linearen Gleichungssystem angeordnet werden, welches dann im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate nach den Rayleigh-Dämpfungsparametern aufgelöst wird. Hierfür ist kein iteratives Vorgehen erforderlich. Diese Prozedur wurde für beide Substrukturen angewendet. Die analytischen Dämpfungsmaße der Substrukturen können mit den Dämpfungsmaßen aus den Modaltests der Substrukturen verglichen werden. Die Er-

gebnisse sind in Bild 5 zusammen mit den Ergebnissen für die Strukturdämpfung gezeigt. Es wird darauf hingewiesen, dass einige Ergebnisse aus dem Modaltest der Substruktur „Flügel mit Winglets“ aufgrund unzureichender Qualität der modalen Identifikation nicht verwendet wurden (Kennzeichnung „removed“).

### 3.2 Strukturdämpfung

Für beide Substrukturen muss der Strukturdämpfungsparameter  $g_{s,s}$  gemäß Gleichung (6) derart eingestellt werden, dass die modalen Dämpfungsmaße aus dem Modaltest der Substruktur hinreichend gut wiedergegeben werden. Hierfür kann die einfache Beziehung aus Gleichung (6) zwischen dem Dämpfungsmaß  $D_r$  und dem Strukturdämpfungsparameter  $g_{s,v}$  für alle Dämpfungsmaße aus den Modaltests der Substrukturen aufgeschrieben werden. Diese 11 bzw. 18 Gleichungen können in einem linearen Gleichungssystem angeordnet werden, welches dann im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate nach dem Strukturdämpfungsparameter aufgelöst wird. Auch in diesem Fall ist kein iteratives Vorgehen erforderlich. Diese Prozedur wurde für beide Substrukturen angewendet und die analytischen Dämpfungsmaße der Substrukturen können mit den Dämpfungsmaßen aus den Modaltests der Substrukturen verglichen werden. Die Ergebnisse sind in Bild 5 zusammen mit den Ergebnissen für die Rayleigh-Dämpfung gezeigt.

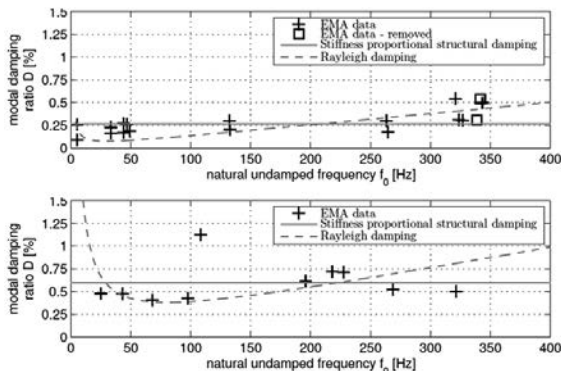


Bild 5: Dämpfungsmodellierung für Substrukturen: Strukturdämpfung (—), Rayleigh-Dämpfung (---), Modaltest (+), oben: Substruktur Flügel mit Winglets, unten: Substruktur Rumpf und Leitwerk

#### 4 Dämpfungsvorhersage für die zusammengesetzte Struktur

In den vorigen Abschnitten wurden für die Substrukturen mit zwei verschiedenen Ansätzen Dämpfungsmatrizen erzeugt. Diese Substrukturmatrizen werden jetzt gekoppelt, um dadurch die zusammengesetzte Struktur abzubilden. Die Kopplung der Substrukturen folgt dabei dem in Bild 6 gezeigten Schema. Dabei wird nicht nur eine Massen- und Steifigkeitsmatrix aufgebaut, sondern auch eine globale Dämpfungsmatrix, die im Allgemeinen nicht-proportional ist. Die Berücksichtigung der elastischen Aufhängung der Struktur ist in Bild 6 schematisch dargestellt, indem in der globalen Steifigkeitsmatrix an entsprechenden Freiheitsgraden beider Substrukturen Einträge hinzugefügt werden.

Zur Bewertung der Dämpfungsvorhersage der Gesamtstruktur werden hier die Ergebnisse der Eigenwertanalyse der nicht-proportional gedämpften, zusammengesetzten Struktur betrachtet. Die aus den analytischen, komplexen Eigenwerten entnommenen Dämpfungsmaße, siehe Gleichung (2), werden mit den experimentellen Dämpfungsmaßen aus dem Modaltest der zusammengesetzten Struktur verglichen. Die Ergebnisse, die mit beiden Dämpfungsmodellen erzielt wurden, sind in Bild 7 zusammengefasst.

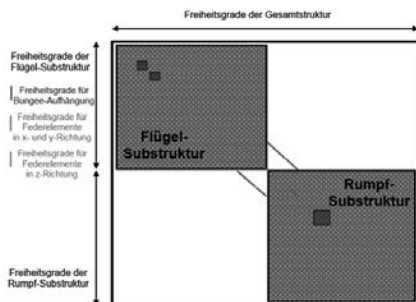


Bild 6: Kopplungsschema der Substrukturen zur zusammengesetzten Struktur

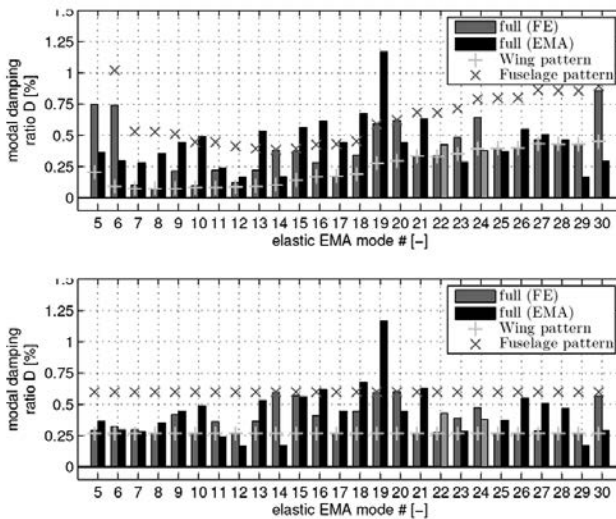


Bild 7: Dämpfungsvorhersage für zusammengesetzte Struktur  
oben: Rayleigh-Dämpfung, unten: Strukturdämpfung

#### 4.1 Rayleigh-Dämpfung

Im oberen Diagramm von Bild 7 werden die Ergebnisse der Dämpfungsvorhersage mit Rayleigh-Substruktur-Dämpfungsmatrizen gezeigt. Die schwarzen Balken zeigen die Referenzlösung an, d.h. die aus dem Modaltest identifizierten Dämpfungsmaße der zusammengesetzten Struktur unter freien Randbedingungen. Die grauen Balken zeigen die aus der Eigenwertanalyse des FE-Modells stammenden Dämpfungsmaße. Die Kreuze (X) markieren die theoretischen Dämpfungsmaße, welche sich jeweils durch Rayleigh-Dämpfung der Gesamtstruktur mit den Parametern der Substruktur „Rumpf und Leitwerk“ ergeben würden. Die Plus (+) zeigen die theoretischen Dämpfungsmaße der Gesamtstruktur unter Verwendung der Rayleigh-Dämpfungsparameter der Substruktur „Flügel mit Winglets“. Wie man an der Höhe der grauen Balken erkennt, stellen die theoretischen Dämpfungsmaße der Substrukturen Ober- und Untergrenzen für die Dämpfungsmaße der zusammengesetzten Struktur dar. Wenn bei bestimmten Eigenformen der Wert des analytischen Dämpfungsmaßes der zusammengesetzten Struktur (d.h. grauer Balken) zum Beispiel mit einem Plus (d.h. Substruktur „Flügel mit Winglets“) übereinstimmt, dann lässt sich für diese Eigenformen der Gesamtstruktur folgern, dass beinahe ausschließlich die Substruktur „Flügel mit Winglets“ an

der Eigenform beteiligt ist. Entsprechendes gilt auch für die Kreuze und die Substruktur „Rumpf und Leitwerk“. Anhand der Höhe der grauen Balken im oberen Diagramm von Bild 7 kann die typische Abhängigkeit der Dämpfungsmaße bei Massen- und steifigkeitsproportionaler Dämpfung immer noch erkannt werden. Das zeigt sich gerade anhand der zu hohen analytischen Dämpfungsmaße der unteren Eigenformen. Auch die relativ hohe Dämpfung der oberen Eigenformen ist zu erkennen. Ebenfalls ist ersichtlich, dass die einschränkende funktionale Abhängigkeit der Dämpfungsmaße von der Eigenfrequenz, welche aus Gleichung (5) hervorgeht, nicht mehr zwingend gegeben ist.

#### 4.2 Strukturdämpfung

Dem gleichen Schema folgend sind im unteren Diagramm von Bild 7 die Ergebnisse der Dämpfungsvorhersage unter Verwendung der Strukturdämpfung auf Substrukturebene angegeben. Für eine Erklärung der Diagramminhalte wird auf den vorigen Abschnitt verwiesen. Auch bei der Strukturdämpfung sind die Ober- und Untergrenzen der Dämpfungsmaße der zusammengesetzten Struktur durch die theoretischen Dämpfungsmaße der einzelnen Substrukturen gegeben. Diese werden weder über- noch unterschritten. Wie bei der Rayleigh-Dämpfung, kann auch hier festgestellt werden, dass bei Eigenformen, deren Dämpfungsmaße mittig im Bereich zwischen Ober- und Untergrenze zu finden sind (z.B. bei Eigenformen 9, 16, 18, etc.) beide Substrukturen deutlich an der Eigenform der zusammengesetzten Struktur beteiligt sind. Liegt das Dämpfungsmaß einer Eigenform dicht bei einer der theoretischen Grenzen, ist meist nur eine der Substrukturen an der Eigenform beteiligt. Auch unter Verwendung der Strukturdämpfung auf Substrukturebene kann festgestellt werden, dass die formale Einschränkung gleicher Dämpfungsmaße für alle Eigenformen hier nicht mehr gilt.

#### 5. Model Updating zur Verbesserung der Parameter der globalen Dämpfungsmatrix

Die vorgestellten Dämpfungsmodelle können die experimentell ermittelten Dämpfungsmaße zwar brauchbar vorhersagen, aber keines der Dämpfungsmodelle lieferte auf Anhieb zufriedenstellende Ergebnisse. Rayleigh-Dämpfung zeigt Abweichungen im unteren und oberen Frequenzbereich. Strukturdämpfung hat für AIRMOD zwar brauchbare Ergebnisse geliefert, kann aber für Simulationen im Zeitbereich nicht verwendet werden. Verbesserungen in der Dämpfungsvorhersage sind also durchaus möglich.

Wird Rayleigh-Dämpfung oder Strukturdämpfung für die Substrukturen gewählt, dann lässt sich die globale, nicht-proportionale Dämpfungsmatrix durch wenige Parameter beschreiben, d.h.  $g_{s,v}$  und  $g_{m,v}$  für jede Substruktur im Falle von Rayleigh-Dämpfung oder  $g_{s,s}$  für jede Substruktur im Falle von Strukturdämpfung. Sind experimentelle Modaldaten für die zusammengesetzte Struktur verfügbar, ist es möglich, diese wenigen Parameter der globalen, nicht-proportionalen Dämpfungsmatrix z.B. mit Hilfe von gradientenbasierten Parameteroptimie-

rungsverfahren derart anzupassen, dass eine noch bessere Beschreibung des globalen Dämpfungsverhaltens der zusammengesetzten Struktur gelingt. Dafür wurden in [7] die Sensitivitäten komplexer Eigenwerte bzgl. dieser Parameter globaler, nicht-proportionaler Dämpfungsmatrizen hergeleitet. Die Optimierung der Dämpfungsparameter wird dort anhand eines numerischen Beispiels demonstriert. In [2] wird Model Updating mit komplexen Eigenwerten und Eigenvektoren für eine einfache, nicht-proportional gedämpfte Laborstruktur gezeigt. Dabei werden die Parameter der nicht-proportionalen Dämpfungsmatrix nicht direkt angepasst, sondern die Parameter der Steifigkeits- und Massenmatrix von Substrukturen, aus denen in jedem Iterationsschritt eine neue Dämpfungsmatrix erstellt wird.

## 6. Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

In diesem Beitrag wurde ein Ansatz zur Modellierung globalen Dämpfungsverhaltens für zusammengesetzte Strukturen untersucht. Dabei wurden die bekannten Dämpfungsmodelle wie Rayleigh-Dämpfung und Strukturdämpfung auf Substrukturebene angewendet. Die globale Dämpfungsmatrix der zusammengesetzten Struktur ist dann im Allgemeinen nicht-proportional. Beim Anwendungsbeispiel AIRMOD konnte gezeigt werden, dass die strenge Frequenzabhängigkeit der Dämpfungsmaße bei Rayleigh-Dämpfung zwar aufgebrochen wird, im niedrigen und im hohen Frequenzbereich aber dennoch die typischen hohen Dämpfungsmaße entstehen. Bei Verwendung von Strukturdämpfung erhält man brauchbare Dämpfungsvorhersagen für die zusammengesetzte Struktur, auch wenn die Dämpfungsmaße für die jeweiligen Substrukturen nicht perfekt abgebildet werden. Auch für dieses Dämpfungsmodell gilt die Einschränkung gleicher Dämpfungsmaße der Eigenformen dann nicht mehr.

Die Untersuchung der Komplexität der Eigenformen wurde hier nicht vorgestellt. Es zeigt sich, dass bei Verwendung des hier vorgestellten Ansatzes innerhalb einer Substruktur keine Komplexität der Eigenvektoren generiert wird. Jedoch sind leichte Unterschiede in den Phasenwinkeln von Freiheitsgraden unterschiedlicher Substrukturen zu erkennen. Dieser Effekt kann auch in experimentellen Eigenvektoren realer, zusammengesetzter Strukturen beobachtet werden. Die Modellierung von Fügestellendämpfung ist in diesem Beitrag nicht adressiert, sollte sich aber durch Koppellemente zwischen Substrukturdämpfungsmatrizen gemäß Bild 6 einbringen lassen. Daher kann der hier vorgestellte Ansatz als eine Vorbereitung für die Berücksichtigung von Fügestellendämpfung angesehen werden. Gemäß der Vorgehensweise zur Modellvalidierung aus [8], könnten die Parameter der Fügestellendämpfung aus verschiedenen Sub-Assemblies der Gesamtstruktur mit Hilfe der in [7] hergeleiteten

Eigenwertsensitivitäten angepasst werden. Das ist Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten am DLR Institut für Aeroelastik.

## 7. Literatur

- [1] Clough, R.W., Penzien, J.: Dynamics of Structures, Second Edition, McGraw Hill, 1993
- [2] Link, M.: Using Complex Modes for Model Updating of Structures with Non-Proportional Damping, Proc. of ISMA 2006, pp. 2593-2606, Leuven, Belgium, 2006
- [3] Rittweger, A., Dieker, S., Abdoli, K., Albus, J.: Coupled Dynamic Loads Analysis with different Component Damping of the Substructures, Proc. of the 59<sup>th</sup> International Astronautical Congress, Vol. 8, pp. 5386-5398, Int. Astronautical Federation, 2008
- [4] MSC Software Corporation (Hrsg.): MD NASTRAN 2010 Dynamic Analysis User's Guide, verfügbar zum Download im Internet unter [www.mscsoftware.com](http://www.mscsoftware.com)
- [5] Govers, Y.: Parameter identification of structural dynamic models by inverse statistical analysis, Dissertation Universität Kassel, erschienen als DLR Forschungsbericht FB 2012-18, ISSN 1434-8454, 2012
- [6] Heylen, W., Lammens, S., Sas, P.: Modal Analysis Theory and Testing, Second Edition, Katholieke Universiteit Leuven, Departement Werktuigkunde, 2007
- [7] Höser, M., Böswald, M., Govers, Y.: Validating global structural damping models for dynamic analyses, Vortragsband des Deutschen Luft- und Raumfahrt Kongress (DLRK), DGLR Jahrestagung, Rostock, September 2015
- [8] Böswald, M., Link, M., Schedlinski, C.: Computational Model Updating and Validation of Aero-Engine Finite Element Models based on Vibration Test Data, Proc. of the International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, IFASD 2005, Munich, 2005





# Vergleich verschiedener Ansätze zur Identifikation instationärer Eigenfrequenzen

Prof. Dr.-Ing. **Armin Lenzen**, M.Sc. **Max Vollmering**,  
HTWK - Leipzig University of Applied Sciences

## Kurzfassung

In diesem Aufsatz werden drei *Methoden* aus verschiedenen Disziplinen der Ingenieurwissenschaften zur Identifikation von Eigenfrequenzen eines ambient erregten, instationären, mechanischen Systems aufgezeigt und miteinander verglichen. Hierbei handelt es sich um die Methoden der 1)Kurzzeit-Fourier-Transformation („short-time Fourier transform“ – STFT) aus der Signalverarbeitung, 2)der Stochastischen Subspace-Identifikation („Stochastic Subspace Identificaiton based on Covariance Data“ – SSI-Cov) – einer Methode der Systemidentifikation – und 3)dem „Frequency-Tracking“ mit Hilfe von „Extended Kalman-Filter“ (EKF), welches in der Schätztheorie entwickelt wurde.

## Einleitung

Die Eigenschaften technischer Konstruktionen variieren entsprechend der Umgebungs- und Betriebseinflüsse [1]. Deshalb kann es erforderlich werden instationäres Systemverhalten von im Betrieb befindlichen mechanischen Systemen zu berücksichtigen. Ein hierzu vielfach untersuchtes Beispiel stellt die Variation der Eigenfrequenzen von Brücken unter wechselnden Umgebungs- und Betriebseinflüssen dar [3][4].

Zur Identifikation instationärer Eigenfrequenzen großer Strukturen sind die Grenzen der Versuchs-, Mess- und Rechentechnik zu beachten. Dabei sind in Versuchen an großen Konstruktionen, wie beispielsweise weitgespannten Brücken, aktive Versuchslasten (z.B. Impulsanregungen) nur schwer anwendbar. Aus diesem Grund sind ambiente Versuchslasten (z.B. Wind, Verkehr, Wellen, Erschütterungen) vorteilhaft anwendbar. Weiterhin müssen Störgrößen, wie beispielsweise das Rauschen in elektrischen Leitungen und Quantisierungsrauschen, berücksichtigt werden.

Vor dem aufgezeigten Hintergrund begründet sich der Bedarf nach Methoden, welche es ermöglichen die Eigenfrequenzen eines ambient erregten, instationären, mechanischen Systems kontinuierlich zu beobachten. In der vorliegenden Arbeit wird nicht die Modellbildung mechanischer Systeme diskutiert, sondern der Vergleich von Methoden zum kontinuierlichen

Monitoring der Eigenfrequenzen im Betrieb befindlicher technischer Konstruktionen auf Basis gemessener Strukturantworten (z.B. Schwingbeschleunigungen). Hierzu zeigen die Autoren die Theorien, Annahmen und Voraussetzungen der oben genannten Methoden nach den verschiedenen Ansätzen auf und erklären diese, wobei auch mögliche Algorithmen, ihre numerische Umsetzung und numerische Probleme berücksichtigt werden. Dabei veranschaulichen die Ergebnisse simulierter Versuche, unter Verwendung von an der HTWK Leipzig entwickelten Programmen, Vor- und Nachteile der Ansätze im Hinblick auf die Identifikation instationärer Eigenfrequenzen.

## 1 Signalanalyse: Kurzzeit-Fourier-Transformation

Die Kurzzeit-Fourier-Transformation ist eine Fourier-Analyse basierte Methode, welches den zeitvarianten Frequenzgehalt eines Signals aufzeigt. Hierzu wird ein gemessenes diskretes Signal  $y$  mit einer gewählten Fensterfunktion  $w$  in Zeitbereiche unterteilt, deren Frequenzgehalt mittels diskreter Fourier-Transformation (i.d.R. FFT) bestimmt wird [1]:

$$Y(m, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y[n]w[n-m]e^{-j\omega n}$$

Die Wahl der Fensterfunktion, wie beispielsweise Rechteckfunktion, Hanning-fenster, muss entsprechend der Anforderungen (z.B. SNR) geschehen.

Da die Kurzzeit-Fourier-Transformation hinlänglich bekannt ist, soll diese hier nicht weiter beschrieben werden.

## 2 Systemidentifikation: Stochastische Subspace-Identifikation

### 2.1 Überblick Systemidentifikation

Während die Methoden der Signalanalyse darauf abzielen gemessene Signale direkt zu untersuchen, sollen mit Methoden der Systemidentifikation Modelle auf Basis bekannter bzw. gemessener Input/Output Daten erstellt werden, wodurch vorteilhaft Eigenfrequenzen bestimmt werden können. Das Prinzip verdeutlicht Abb. 1. Darin repräsentiert  $H$  die unbekannte mechanische Struktur. An dieser Struktur kann lediglich die Antwort des mechanischen Systems  $y$ , beispielsweise mit Hilfe von Schwingbeschleunigungen, gemessen werden. Die stochastische Anregung bzw. das Prozessrauschen  $w$  (z.B. Wind, Verkehr, Wellen) und das Messfehlerrauschen  $v$  (z.B. Rauschen in el. Leitungen, Quantisierungsrauschen) sind unbekannt.

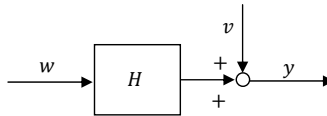


Bild 1: Mehrkanalige Übertragung

Darauf aufbauend ist das Ziel der Systemidentifikation eine mathematische Beschreibung des Modells  $H$  zu bestimmen. Dies kann nicht parametrisiert oder parametrisiert auf Basis von Übertragungsfunktionen, ARMA-Modellen, Zustandsraummodellen, etc. erfolgen. Hier fokussieren sich die Autoren auf Zustandsraumdarstellung, da mit diesen Mehrgrößensysteme vorteilhaft untersucht werden können und Eigenfrequenzen leicht extrahierbar sind. Zur numerischen Bestimmung von Zustandsraummodellen auf Basis gemessener (bekannter) Input/Output Daten existiert eine Vielzahl von Methoden der Systemidentifikation: 1), 'Method of Ho-Kalman', 2), 'Numerical Algorithms for State Subspace System Identification' (N4SID), 3), 'Orthogonal Decomposition Technique' (ORT), 4), 'Multivariable Output Error State Space algorithm' (MOESP), 5), 'Data Driven Stochastic Subspace Identification', 6), 'Stochastic Subspace Identification based on Covariance Data', 7), 'Canonical Correlation Analysis' (CCA), etc. [5][6][7][8][9][10].

Im Folgenden wird die 'Stochastic Subspace Identification based on Covariance Data' nach [7][8] vorgestellt, da mit dieser Methode numerisch stabil Eigenfrequenzen gewonnen werden können.

## 2.2 Stochastische Subspace Identifikation basierend auf Kovarianzparametern

Die stochastische Subspace Identifikation nach [7] basiert auf gemessenen Systemantworten  $y$ , beispielsweise Strukturantworten (Schwingbeschleunigungen, Schwinggeschwindigkeiten, etc.) einer Brücke. Mit Hilfe der gemessenen Signale  $y$  müssen Kovarianzmatrizen  $R_y(l) = E\{y_k y_{k+l}^T\}$  geschätzt werden [8] ( $E\{a\}$  ist der Erwartungswert einer Zufallsvariable  $a$ ). Eine Sequenz geschätzter Kovarianzparameter  $R_y(l)$  mit  $l = 0, 1, 2 \dots$  wird im Anschluss daran in einer besonderen Matrixstruktur, einer Block-Hankel-Matrix  $H_m$ , angeordnet ( $m$  ist die Anzahl der Blockzeilen und -spalten):

$$H_m = \begin{bmatrix} R_y(1) & R_y(2) & \dots & R_y(m) \\ R_y(2) & R_y(3) & & \\ \vdots & & \ddots & \\ R_y(m) & & & R_y(2m-1) \end{bmatrix}$$

Indem diese Block-Hankel-Matrix zerlegt wird, kann ein Tripel  $(A, N, C)$  bestimmt werden, welches die Kovarianzparameter  $R_y(l)$  parametrisiert.

$$R_y(l) = \begin{cases} CA^{l-1}N & l > 0 \\ R_y(0) & l = 0 \\ N^*(A^*)^{l-1}C^* & l < 0 \end{cases}$$

Dies wird erreicht, indem die Block-Hankel-Matrix  $H_m$  in die Blockstrukturen  $O_m$  und  $C_m$  mit vollem Rang, welche auch als erweiterte Beobachtbarkeits- und Steuerbarkeitsmatrizen bezeichnet werden, zerlegt wird:  $H_m = O_m C_m$ .

$$O_m = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{m-1} \end{bmatrix}, \quad C_m = \begin{bmatrix} N & AN & \dots & A^{m-1}N \end{bmatrix}$$

Nach [8] haben die Matrizen  $H_m$ ,  $O_m$  und  $C_m$  den selben endlichen Rang  $n$ . Dieser wird mittels Singulärwertzerlegung bestimmt.

$$W_1 H_m W_2 = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} = W_1 O_m C_m W_2$$

Indem der Rang  $n$  bestimmt wird, können die Matrizen  $O_m = W_1^{-1} U_1 \Sigma_1^{1/2}$  und  $C_m = \Sigma_1^{1/2} V_1 W_2^{-1}$  berechnet werden. Zur Bestimmung des Rangs  $n$  wird klassisch eine große Differenz der Singulärwerte  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \gg \sigma_{n+1} \geq \dots$  gesucht um den Signalraum  $(U_1, \Sigma_1, V_1)$  vom Rausraum  $(U_2, \Sigma_2, V_2)$  zu unterscheiden. Da in Labor- und Großversuchen diese Differenz i.d.R. schwieriger erkennbar ist, werden üblicherweise Stabilisationsdiagramme angewandt um dennoch die Modellordnung zu bestimmen. Der Identifikationsprozess kann dabei mit verschiedenen Methoden, welche die Wichtungsmatrizen  $W_1$  und  $W_2$  definieren, optimiert werden; beispielsweise: ‚Unweighted Principal Component‘ (UPC), ‚Principal Component‘ (PC), ‚Canonical Variate Analysis‘ (CVA), ‚Canonical Correlation Analysis‘ (CCA) [7][8].

Sind die Matrizen  $O_m$  und  $C_m$  berechnet, so kann das Tripel  $(A, N, C)$  bestimmt werden: Während  $N$  und  $C$  direkt aus den ersten Parts der Blockstrukturen  $O_m$  und  $C_m$  extrahiert werden können, muss zur Berechnung von  $A$  eine Moore-Penrose-Pseudoinverse (markiert mit  $x^\dagger$ ) angewendet werden.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{m-2} \end{bmatrix}}_{O_{m-1}} A = \underbrace{\begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{m-1} \end{bmatrix}}_{O_m^\dagger} \quad \rightarrow \quad A = O_{m-1}^\dagger O_m^\dagger = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{m-2} \end{bmatrix}^\dagger \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{m-1} \end{bmatrix}$$

Nach der Bestimmung von  $A$ ,  $N$  und  $C$ , sind die Kovarianzparameter  $R_y(l) = CA^{l-1}N$ ,  $l = 1, 2, \dots$  faktorisiert. Zur Verifikation eignet es sich, die gemessenen mit den geschätzten (mit  $A$ ,  $N$  und  $C$ , s.o.) Kovarianzparametern zu vergleichen.

Die Bestimmung der Faktorisierung von Kovarianzparametern wird auch als Output-Only bezeichnet. Hiermit kann lediglich die Dynamik des Systems bestimmt werden. Eine Verfeinerung des Modells (z.B. nach [7][8][11]) würde den Rahmen und die Zielsetzung dieses Aufsatzes sprengen, sodass im Anschluss direkt beschrieben wird wie Eigenfrequenzen auf Basis faktorisierter Kovarianzparameter bestimmt werden können.

### 2.3 Identifikation von Eigenfrequenzen auf Basis faktorisierter Kovarianzparameter

Mit Hilfe der identifizierten Parameter  $A$  und  $C$  können die Eigenfrequenzen der untersuchten mechanischen Struktur berechnet werden [12][11][13]. Dazu muss eine Eigenwertzerlegung durchgeführt  $A = X_\Lambda \Lambda X_\Lambda^{-1}$  werden. Mit den bestimmten Eigenwerten  $\lambda_k$  der Diagonalmatrix  $\Lambda$  werden im Anschluss Eigenkreisfrequenzen  $\omega_k$  bzw. Eigenfrequenzen  $f_k$  des untersuchten mechanischen Systems bestimmt. Weiterhin sind, unter Anwendung der Eigenvektoren  $x_{\lambda,k}$  aus  $X_\Lambda = [x_{\lambda,1} \ \dots \ x_{\lambda,n}]$ , Eigenformen  $\varphi_k$  ersichtlich.

$$\omega_k = \left| \frac{\ln \lambda_k}{\Delta t} \right|, \quad f_k = \frac{\omega_k}{2\pi}, \quad \varphi_k = C x_{\lambda,k}, \quad \Phi = [\varphi_1 \ \dots \ \varphi_n] = C X_\Lambda$$

## 3 Schätztheorie: ‚Frequency Tracking‘ mit ‚Extended Kalman Filter‘

### 3.1 Einführung Schätztheorie

Während im vorigen Abschnitt die Grundzüge der Parametrisierung eines Modell  $H$  auf Basis gemessener Strukturantworten  $y$  gezeigt wurde, wird hier ein Filter  $K: y \rightarrow \hat{s}$  entworfen und anschließend genutzt ein Signal  $\hat{s}$  zu schätzen.

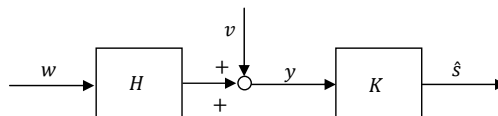


Bild 2: Schätztheorie

Wie in Abschn. 2.1 gezeigt kann lediglich der Systemausgang  $y$  (z.B. Strukturantworten eines mechanischen Systems) gemessen werden. Auch hier ist das System  $H$ , das Prozessrauschen  $w$  und das Messfehlerrauschen  $v$  unbekannt.

Das Signal  $\hat{s}$  kann beliebig gewählt werden [14]. Beispielsweise kann in  $\hat{s}$  ein optimiertes  $y$  berechnet werden, dessen Rauschen minimiert wird. Aufgrund der vielfältigen Anwendbarkeit, ist in dieser Arbeit die Idee mit  $\hat{s}$  Eigenfrequenzen  $f$  der mechanischen Struktur  $H$  anhand  $\hat{f}$  zu schätzen. Dieses Vorgehen, bei dem kontinuierlich die Frequenzen eines Signals geschätzt werden, wird auch als ‚Frequency Tracking‘ bezeichnet.

Zur Herleitung und Entwurf eines Schätzers  $K$  existieren viele verschiedene Ansätze und es ist hierzu eine Vielzahl von Literatur vorhanden (z.B. [14][15][16]). Zur Herleitung unseres Ansatzes ‚Frequency Tracking‘ wird in dieser Arbeit ein Filteransatz, der sogenannte ‚Extended Kalman Filter‘, verwendet, da dieser numerisch stabil arbeitet. Weiterhin können andere Filteransätze verwendet werden (z.B. ‚Unscented Kalman Filter‘, ‚Partikelfilter‘), welche hier nicht beschrieben werden sollen:

Im Folgenden wird zunächst allgemein das ‚Extended Kalman Filter‘ beschrieben und darauf aufbauend eine Anwendung, das sog. ‚Frequency-Tracking‘, gezeigt.

### 3.2 Extended Kalman Filter

Das klassische Kalman-Filter ist ein optimaler Zustandsschätzer, d.h. das geschätzte Signal  $\hat{s}$  (s. Abb. 2) wird als nicht messbarer Zustand  $\hat{x}$  gewählt. Das Kalman-Filter basiert auf der Annahme eines linearen Modells  $H$  und gewählter Kovarianzparameter  $Q = E\{ww^T\}$ ,  $R = E\{vv^T\}$  und  $S = E\{yw^T\}$ . Da zur Definition eines Modells, welches instationäre Eigenfrequenzen einer mechanischen Struktur  $H$  berücksichtigt, der lineare Ansatz nicht ausreicht, wird hier die Verallgemeinerung, das sogenannte ‚Extended Kalman Filter‘, verwendet. Dieses nutzt die Möglichkeit des Kalman-filters aus ein zeitinvariantes System  $H(t)$  mit den Zustandsraumparametern  $A(t)$  und  $C(t)$  beschreiben zu können. Der wesentliche Unterschied zwischen dem Kalman-Filter und dessen allgemeinerer Definition besteht darin, dass im allgemeinen Fall die zeitvarianten Parameter  $A_i$  und  $C_i$  ( $t = i \cdot \Delta t$ ) anhand nichtlinearer Vektorfunktionen  $a_i(x)$  und  $c_i(x)$  bestimmt werden [15]. Die zeitvarianten Parameter  $A_i$  und  $C_i$  werden beispielsweise anhand einer Jacobi-Matrix berechnet:

$$A_i = \left. \frac{\partial a_i(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{||i}} , \quad C_i = \left. \frac{\partial c_i(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{||i-1}}$$

Hierbei können auch Ansätze höherer Ordnung verwendet werden (z.B. Hesse-Matrix). Da die wahren Zustände  $x$  eines Zustandsraummodells i.d.R. nicht messbar sind, wird hier deren Schätzung  $\hat{x}$  verwendet. Die Berechnung der zeitvarianten Systemparameter  $A_i$  und  $C_i$

folgt den nichtlinearen Vektorfunktionen  $a_i(x_i)$  und  $c_i(x_i)$ , welche ein Zustandsraummodell darstellen. Dieses muss vor der Verwendung des Schätzers definiert werden:

$$x_{i+1} = a_i(x_i) + w_i$$

$$y_i = c_i(x_i) + v_i$$

Analog zum Kalman-Filter ist das Ziel der Filterung mit dem ‚Extended Kalman-Filter‘ den Zustand  $x_i$  mit  $\hat{x}_i$  zu schätzen. Der Prozess der Schätzung kann dabei nach [15] wie folgt zusammengefasst werden:

#### 1. Prädiktion

$$\hat{x}_{i+1|i} = a_i(\hat{x}_{i|i}), \quad P_{i+1|i} = A_i P_{i|i} A_i^* + Q_i$$

#### 2. Update

$$\hat{x}_{i|i} = \hat{x}_{i|i-1} + K_{f,i} [y_i - c_i(\hat{x}_{i|i-1})], \quad K_{f,i} = P_{i|i-1} C_i^* (C_i P_{i|i-1} C_i^* + R_i)^{-1}, \quad P_{i|i} = (I - K_{f,i} C_i) P_{i|i-1}$$

Um diese Gleichungen anzuwenden, müssen vor der Anwendung des Schätzers drei wichtige Elemente a priori definiert werden: 1) Die Arbeitsweise des Filters über die Vektorfunktionen  $a_i(x)$  und  $c_i(x)$ , 2) Eine Sequenz von Kovarianzparametern  $Q_i$  und  $R_i$  (für alle  $i$  gilt hier  $S_i = 0$ ) und 3) Die Initialwerte  $\hat{x}_{0|0}$  und  $P_{0|0}$ .

### 3.3 Frequency Tracking

Mit der Wahl der nichtlinearen Vektorfunktionen  $a_i(x_i)$  und  $c_i(x_i)$  wird dem ‚Extended Kalman Filter‘ eine Arbeitsweise zugewiesen. In dieser Arbeit sollen Eigenfrequenzen einer mechanischen Struktur kontinuierlich geschätzt werden. Dazu wird hier ein Ansatz entwickelt nach dem geschätzte Eigenfrequenzen  $\hat{f}$  als Teil des geschätzten Zustandsraumvektors  $\hat{x}$  kontinuierlich mitbestimmt werden. Die im Weiteren folgende Herleitung hierzu beginnt mit der Definition einer allgemeinen kontinuierlichen Zustandsraumdarstellung einer mechanischen Struktur. Diese Darstellung ist angelehnt an die weitverbreitete Darstellung eines modellierten, mechanischen Systems in Zustandsraumdarstellung [11]:

$$\dot{z}(t) = A z(t) + w_c(t)$$

$$y(t) = C z(t) + v_c(t)$$

Da in diesem wissenschaftlichen Beitrag Eigenfrequenzen untersucht werden sollen, wird diese Darstellung in eine ausgezeichnete Form überführt. Dazu kommt eine Zustandsraumtransformation mit  $x = X_A^{-1} z$ ,  $A = X_A^{-1} A X_A$ ,  $\Phi = C X_A$  zur Anwendung, wobei die Transformati-

onismatrix  $X_A$  mit einer Eigenwertzerlegung  $A = X_A \Lambda X_A^{-1}$  ermittelt werden kann (s. Abschn. 2.3).

$$\dot{x}(t) = \Lambda x(t) + X_A^{-1} w_c(t)$$

$$y(t) = \Phi x(t) + v_c(t)$$

Hier sind die Eigenformen  $\Phi = [\varphi_1 \ \cdots \ \varphi_{2N}]$  ersichtlich. Im Vergleich zu Abschnitt 2.3 wird zudem deutlich, dass hier aufgrund der komplex-konjugiert auftretenden Eigenformen  $n = 2N$  gewählt wurde. Damit sind die Eigenfrequenzen  $f_k$  und die Lehr'schen Dämpfungsmaße  $\zeta_k$  in den Eigenwerten  $\lambda_k$  der Diagonalmatrix  $\Lambda$  für  $k = 1, 3, \dots, 2N - 1$  erkennbar.

$$\lambda_{k,k+1} = -\zeta_k 2\pi f_k \pm j \cdot 2\pi f_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} = f_k \left( -\zeta_k 2\pi \pm j \cdot 2\pi \sqrt{1 - \zeta_k^2} \right)$$

Für die numerische Anwendung wird dieser Ansatz in ein zeitdiskretes System überführt.

$$x_{i+1} = e^{\Lambda \Delta t} x_i + w_i$$

$$y_i = \Phi x_i + v_i$$

Neben der Beschreibung des mechanischen Systems muss ein Ansatz der zeitlichen Entwicklung der Eigenfrequenzen  $f(t)$  bestimmt werden. Hierzu wird analog zu [17][18] der Ansatz  $f_{i+1} = (I - E)f_i + w_{f,i}$  gewählt ( $t = i \cdot \Delta t$ ). Darin ist der sogenannte 'slew factor'  $\varepsilon$  definiert und als Diagonalmatrix in  $E$  aufgeschrieben (ein 'slew factor'  $\varepsilon_k$  je Eigenfrequenz  $f_k$ ). Der 'slew factor' ist nach [18] ein a priori gewählter Wert, der die Abweichung einer Frequenz je Zeitschritt angibt. Weiterhin wird hier die Kovarianz der Frequenzstörung  $w_f$  mit  $Q_f = E\{w_f w_f^T\}$  definiert. Beide Parameter ( $\varepsilon$  und  $Q_f$ ) müssen immer in Abstimmung zueinander gewählt werden [18].

Auf Basis der definierten Grundlagen kann jetzt die Vektorfunktion  $a_i(x_i)$  zur Schätzung der Eigenfrequenzen aufgestellt werden. Dazu wird die Steuergleichung des mechanischen Systems  $x_{i+1} = e^{\Lambda \Delta t} x_i + w_i$  mit dem Ansatz der instationären Eigenfrequenzen  $f_{i+1} = (I - E)f_i + w_{f,i}$  kombiniert. Mit der Erweiterung des Zustandsvektors  $x$  um  $f$  ändert sich die Notation einer nichtlinearen Vektorfunktion zu  $a_i(x_i, f_i)$ . Es folgt:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ f_{i+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} e^{\Lambda \Delta t} & 0 \\ 0 & I - E \end{bmatrix}}_{a_i(x_i, f_i)} \begin{bmatrix} x_i \\ f_i \end{bmatrix} + w_{g,i}, \quad a_i(x_i, f_i) = \begin{bmatrix} e^{\lambda_{1,1} \Delta t} x_{1,i} \\ \vdots \\ e^{\lambda_{2N,2N} \Delta t} x_{2N,i} \\ (1 - \varepsilon_1) f_{1,i} \\ \vdots \\ (1 - \varepsilon_N) f_{N,i} \end{bmatrix}$$



Um einen ‚Extended Kalman Filter‘ beschreiben zu können, muss im nächsten Schritt die Jacobi-Matrix  $A_i$  abgeleitet werden. An dieser Stelle ist anzumerken, dass diese unbedingt analytisch gelöst werden sollte, da eine numerische Lösung sehr fehleranfällig ist. Die Lösung lautet:

$$A_i = \frac{\partial a_i(x_i, f_i)}{\partial (x_i, f_i)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial e^{\Lambda \Delta t} x_i}{\partial x_i} & \frac{\partial e^{\Lambda \Delta t} x_i}{\partial f_i} \\ \frac{\partial (I - E) f_i}{\partial x_i} & \frac{\partial (I - E) f_i}{\partial f_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\Lambda \Delta t} & \Psi \\ 0 & I - E \end{bmatrix}$$

Diese Lösung folgt den folgenden partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial e^{\Lambda \Delta t} x_i}{\partial x_i} = e^{\Lambda \Delta t}, \quad \frac{\partial (I - E) f_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial e^{\Lambda \Delta t} x_i}{\partial f_i} = \Psi, \quad \frac{\partial (I - E) f_i}{\partial f_i} = I - E$$

Dabei wird die Matrix  $\Psi$  für  $k = 1, 3, \dots, 2N - 1$  definiert. Hier ist es sehr wichtig zwischen dem  $i$ -ten diskreten Zeitschritt und der  $k$ -ten Eigenform zu unterscheiden.

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \psi_{2N-1} \end{bmatrix}, \quad \psi_k = \begin{bmatrix} x_{k,i} c_k e^{\lambda_k \Delta t} \\ x_{k+1,i} c_{k+1} e^{\lambda_{k+1} \Delta t} \end{bmatrix}, \quad c_{k,k+1} = -\zeta_k 2\pi \pm j \cdot 2\pi \sqrt{1 - \zeta_k^2}$$

Zuletzt wird noch der Ansatz der Beobachtungsfunktion  $c_i(x_i, f_i)$  definiert. Da hier eine lineare Grundgleichung  $y_i = \Phi x_i + v_i$  zugrunde liegt, ist eine konstante Jacobi-Matrix direkt ablesbar.

$$y_i = \underbrace{[\Phi \quad 0]}_{c_i(x_i, f_i)} \begin{bmatrix} x_i \\ f_i \end{bmatrix} + v_i, \quad C_i = \frac{\partial c_i(x_i, f_i)}{\partial (x_i, f_i)} = [\Phi \quad 0]$$

Zusammenfassend festgestellt werden, dass mit dem Ansatz ‚Frequency Tracking‘ die Vektorfunktionen  $a_i(x_i, f_i)$  und  $c_i(x_i, f_i)$  definiert werden konnten. Weiterhin wurden die Jacobi-Matrizen  $A_i$  und  $C_i$  abgeleitet. Anzumerken ist, dass durch den gewählten Ansatz zwei zusätzliche Parameter, der sog. ‚slew factor‘  $\varepsilon$  und die Kovarianz  $Q_f$ , im Filterprozess zusätzlich berücksichtigt werden müssen. Zudem wird der ‚Frequency Tracker‘ mit Eigenformen  $\varphi_k$ , zugehörigen Dämpfungen  $\zeta_k$  und Initialwerten der Eigenfrequenzen  $f_{k,0}$  aufgebaut, welche beispielsweise mittels vorangehender stochastischer Systemidentifikation bestimmt werden können.

## 4 Experimentelle Untersuchung

### 4.1 Versuchsaufbau

Auf Basis der beschriebenen theoretischen Ausführungen wurden Simulationsversuche an der HTWK Leipzig durchgeführt. Hiermit sollten an einem nachvollziehbaren Beispiel die Möglichkeiten der drei vorgestellten Methoden zum Monitoring einer instationären Eigenfrequenz aufgezeigt werden. In den Versuchen kam ein simulierter Versuchskragarm ( $E = 2,1 \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}$ ,  $I = 17,7 \cdot 10^{-8} m^4$ ,  $l = 2,4 m$ ) als Ein-Massen-System mit  $m \approx 7,24 kg$  ( $\frac{Ns^2}{m}$ ),  $k_0 = \frac{1}{\delta} = 3 \frac{EI}{l^3} \approx 8,07 \cdot 10^3 \frac{N}{m}$  und  $d = 10 \frac{Ns}{m}$  zum Einsatz (s. Abb. 3).

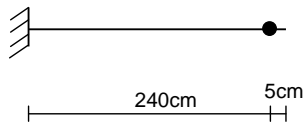


Bild 3: Versuchskragarm

Da hier instationäres Systemverhalten untersucht werden sollte, wurde die Steifigkeit zeitvariant mit  $k(t) = k_0 \cdot \Delta k(t)$  modelliert. Die dimensionslose Funktion der Steifigkeitsveränderung  $\Delta k(t)$  wurde dabei als Summe einer linearen und einer sinusförmigen Funktion gewählt:

$$\Delta k(t) = 1 - 0,075 \cdot \frac{t}{24h} + 0,05 \cdot \sin\left(\frac{t}{24h} \cdot 2\pi\right)$$

Nach diesem Ansatz folgt eine instationäre Eigenfrequenz  $f(t)$ , welche in Abbildung 4 dargestellt wird. Hier berücksichtigen die Autoren einen Zeitraum von 24h um das Monitoring einer instationären Eigenfrequenz zu simulieren.

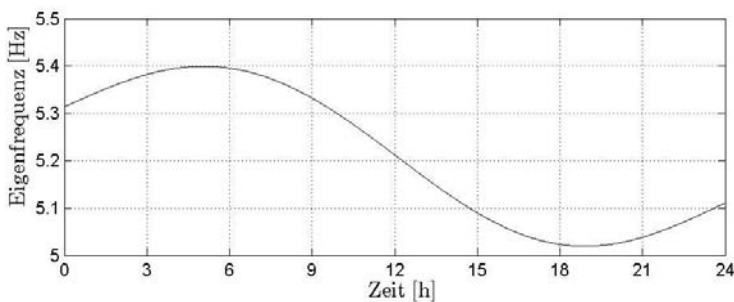


Bild 4: Modellierte instationäre Eigenfrequenz

Auf Basis des definierten Ein-Massen-Systems folgte der Aufbau eines zeitkontinuierlichen Zustandsraummodells. Da hier ausschließlich ambiante (stochastische) Erregungen genutzt werden sollten (s. Abschn. 1), ist der deterministische Eingang  $u$  eliminiert:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_c(t)x(t) + w_c(t) \\ y(t) &= C_c(t)x(t) + v_c(t) \\ A_c(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k(t)}{m} & -\frac{d}{m} \end{bmatrix}, \quad C_c(t) = 10^3 \begin{bmatrix} -\frac{k(t)}{m} & -\frac{d}{m} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Zur Berechnung eines Systemausgangs  $y$  in  $[mm^2/s]$  wurde zu jedem diskreten Zeitschritt  $\Delta t$  ein zeitvariantes, zeitdiskretes, lineares Zustandsraummodell mit der Zero-Order-Hold-Methode erzeugt. Dazu kam hier eine Zeit-Diskretisierung  $\Delta t = 1/50 \text{ s}$ ,  $t = i \cdot \Delta t$  zum Einsatz.

$$\begin{aligned}x_{i+1} &= A_i x_i + w_i \\ y_i &= C_i x_i + v_i \\ A_i &= e^{A_c(t)\Delta t}, \quad C_i = C_c(t)\end{aligned}$$

Das mit  $(A_i, C_i)$  modellierte, mechanische System wurden mit weißen Rauschprozessen  $w$  und  $v$  mit  $E\{ww^T\} = Q = 10^{-4}I_2$  und  $E\{vv^T\} = R = 10^{-6}$  angeregt ( $I_2$  ist eine Einheitsmatrix). Die so erzeugte Strukturantwort  $y$  stellt die simulierte Messung der mechanischen Struktur dar und war die Ausgangsbasis für den im Folgenden beschriebenen Methodenvergleich: Zunächst werden die Identifikationsergebnisse nach den drei beschriebenen Methoden aufgezeigt. Im Anschluss daran werden die Ergebnisse miteinander verglichen und diskutiert.

## 4.2 Ergebnisse Kurzzeit-Fourier-Transformation

Für die Kurzzeit-Fourier-Transformation kam ein Hamming-Fenster zum Einsatz, welches aus  $2^{10}$  diskreten Punkten ( $\approx 20,5\text{s}$ ) bestand. Das Hamming-Fenster wurde für jede neue Berechnung um  $2^9$  Punkte verschoben, d.h. ein Overlap  $D = 0,5$  verdoppelte in etwa die Anzahl der Fourier-Analysen. Das Ergebnis der Berechnung ist in Abb.5 und 6 ersichtlich. Darin kennzeichnet die gestrichelte, schwarze Linie die modellierte („wahre“) Frequenz.

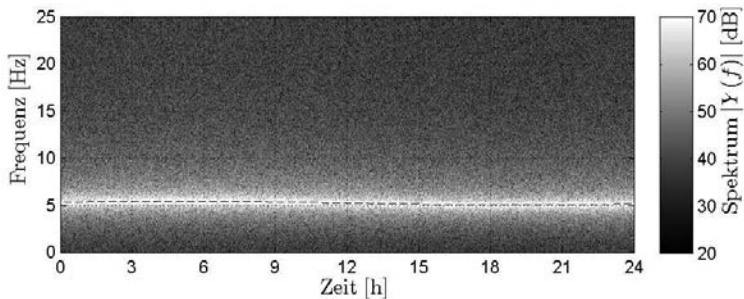


Bild 5: Kurzzeit-Fourier-Transformation

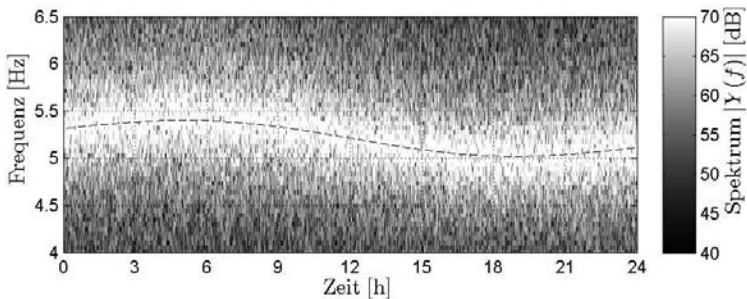


Bild 6: Frequenzausschnitt Kurzzeit-Fourier-Transformation

### 4.3 Ergebnisse Stochastische Subspace Identifikation

Analog zu voriger Methode wurden für die stochastische Systemidentifikation Zeitfenster mit  $2^{10}$  diskreten Punkten gewählt. Auch hier kam ein Overlap  $D = 0,5$  zur Anwendung. Für jedes Zeitfenster konnten so Kovarianzmatrizen  $R_y(l)$  berechnet und zur Identifikation genutzt werden. In den verwendeten Block-Hankel-Matrizen erwies sich eine Blockzeilen- und Blockspaltenanzahl  $m = 2^8$  als zielführend. Hier kam der Ansatz 'Canonical Correlation Analysis' nach [8] (s. Abschn. 2.2) zum Einsatz und es wurde eine konstante Modellordnung  $n = 2$  gewählt. Die Berechnung einer Eigenfrequenz je Zeitfenster folgte der oben beschriebenen Identifikationstechnik (s. Abschn. 2.3). In Abb. 7 ist das Ergebnis dieser Berechnung zu sehen. In dieser Abbildung ist die berechnete Eigenfrequenz in der zeitlichen Mitte des jeweils untersuchten Signalausschnittes als grauer Punkt und die modellierte („wahre“) Eigenfrequenz ist als gestichelte, schwarze Linie dargestellt.

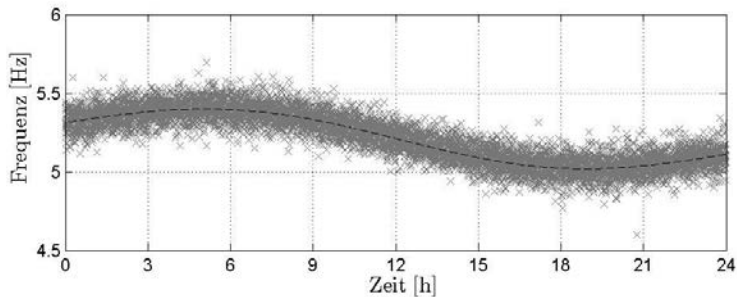


Bild 7: Stochastische Subspace Identifikation

#### 4.4 Ergebnisse Frequency Tracking

Zur Anwendung eines ‚Extended Kalman Filter‘ als ‚Frequency Tracker‘ verwendeten die Autoren die in Abschn. 3 gezeigte Theorie. Hierzu kamen für die Kalman-Filterung die Parameter  $Q = I_2$  und  $R = 10^{-6}$  und die Initialwerte  $\hat{x}_{0|0} = 0$  (Nullvektor),  $P_{0|0} = 0_3$  zum Einsatz ( $0_3$  ist eine Nullmatrix,  $I_2$  ist eine Einheitsmatrix).

Für das ‚Frequency Tracking‘ sind, wie oben gezeigt, zusätzliche Parameter notwendig. Hierzu wurde  $\varepsilon = 10^{-5}$ ,  $Q_f = 0,5$  und der Anfangswert  $f_0 = 5,3\text{Hz}$  gewählt. Weiterhin wurde zum Aufbau des ‚Frequency Trackers‘ mit  $(\zeta, \varphi)$ , dem ersten Ergebnis der Stochastischen Subspace Identifikation, gearbeitet.

Zur Verifikation der Rechnung wird zunächst in Abb. 8 ein Vergleich zwischen gemessener und mit ‚Extended Kalman Filter‘ geschätzter Strukturantwort (Prädiktion) gezeigt. In dieser Abbildung ist die gemessene Strukturantwort  $y$  in grau und das geschätzte Signal  $c(x, f)$  in schwarz dargestellt. Für den geschätztem Verlauf wurde simultan die Eigenfrequenz des mechanischen Systems als Signal  $\hat{f}_i$  geschätzt. Das Ergebnis hierzu ist in Abb. 9 und 10 dargestellt, auch hier ist die modellierte („wahre“) Frequenz als gestrichelte, schwarze Linie dargestellt.

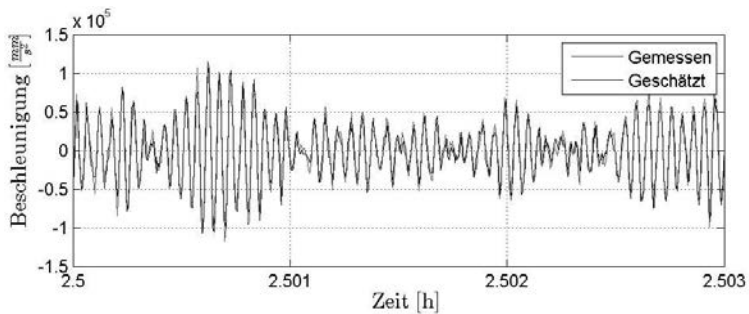


Bild 8: Vergleich Messung und Prädiktion Kalman-Filterung

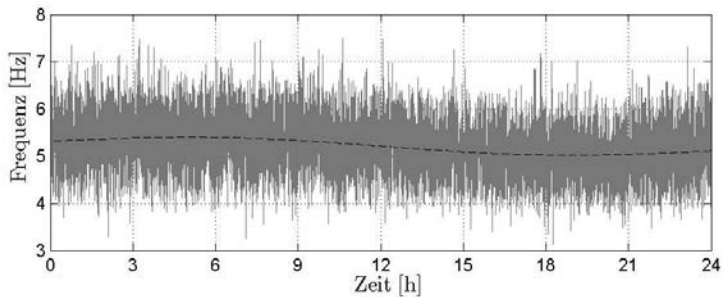


Bild 9: Frequency-Tracking

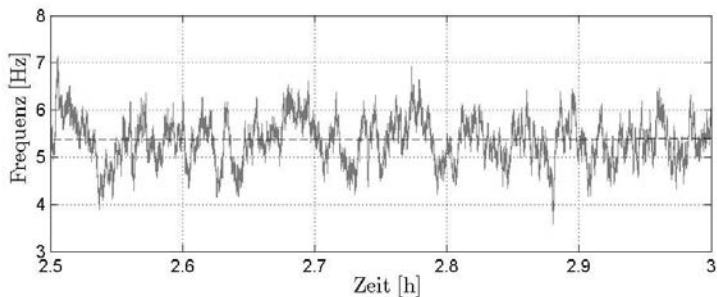


Bild 10: Zeitausschnitt Frequency-Tracking

#### 4.5 Gegenüberstellung der Ergebnisse und Diskussion

Die Ergebnisse der drei vorgestellten Methoden zur Identifikation von Eigenfrequenzen wurden für den durchgeführten simulierten Versuch in Abb. 11 übereinander dargestellt.

Das Ergebnis der Kurzzeit-Fourier-Transformation (Abb. 6 und 11 oben) zeigt, dass der veränderliche Frequenzgehalt des Signals  $y$  erfasst werden konnte. Weiterhin ist hier sehr deutlich das Messrauschen (s. Abschn. 4.1) ersichtlich, das die Lokalisierung der Eigenfrequenz erschwert. Während die numerische Stabilität der Kurzzeit-Fourier-Transformation sehr vorteilhaft ist (Anwendung der FFT), so ist nachteilig, dass die Eigenfrequenz nicht direkt berechnet wird.

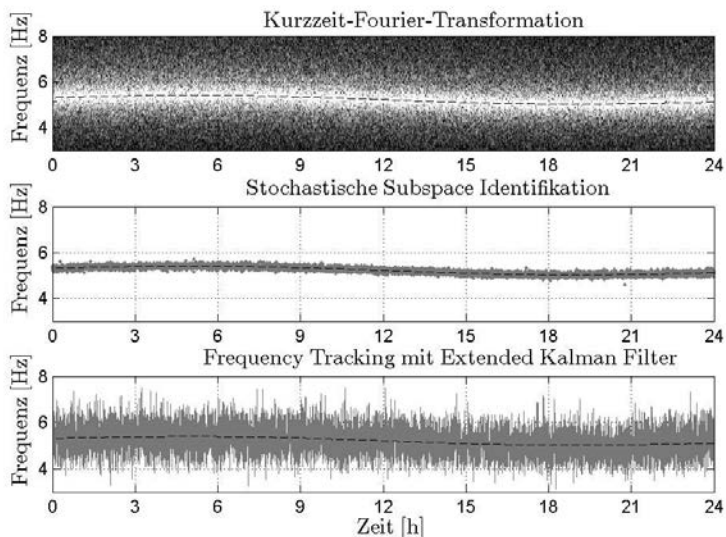


Bild 11: Ergebnisvergleich zur Identifikation einer instationären Eigenfrequenz

Im Gegensatz zur vorigen Methode wird mit der stochastischen Subspace Identifikation jeweils eine Eigenfrequenz für das jeweilige untersuchte Zeitfenster direkt berechnet. Wie die Ergebnisse der stochastischen Subspace Identifikation (Abb. 7 und 11 Mitte) zeigen, wird die Eigenfrequenz mit geringer Streuung geschätzt. Entgegen der scheinbaren Überlegenheit der stochastischen Subspace Identifikation gegenüber den anderen beiden vorgestellten Methoden, muss hier festgehalten werden, dass in den simulierten Versuchen eine Idealbasis für die stochastische Systemidentifikation geschaffen wurde: Der Rang der Block-Hankel-Matrix ist hier eindeutig anhand einer Differenz in den Singulärwerten ersichtlich (s. Abschn. 2.2), sodass eine konstante Modellordnung gewählt werden konnte. Dieser Idealzustand ist bei Messungen an realen technischen Objekten mit mehreren Eigenfrequenzen nicht gegeben. Bei Messungen an diesen mechanischen Strukturen müssen Stabilisationsdiagramme

zur Wahl der Modellordnung genutzt werden und zudem muss z.T. eine Modellreduktion durchgeführt werden. Entsprechend dieser Randbedingungen ist das hier gezeigte sehr gute Identifikationsergebnis in Frage zu stellen.

Das Ergebnis der Frequenzschätzung mit ‚Extended Kalman Filter‘ (Abb. 9 und 11 unten) wirkt zunächst nachteilig, da im Vergleich zur stochastischen Subspace Identifikation eine deutlich größere Streubreite der Ergebnisse ersichtlich ist. Dies ist erstaunlich, da das Messsignal gut geschätzt werden kann (s. Abb. 8). Daher ist hier zu vermuten, dass der entwickelte Ansatz ‚Frequency Tracking‘ in Abschn. 3.3 verbessert werden kann.

In der Detailuntersuchung des ‚Frequency-Tracking‘ mit ‚Extended Kalman Filter‘ ist festzustellen, dass deutlich mehr Datenpunkte im Vergleich zur stochastischen Systemidentifikation vorhanden sind: Während mit der gezeigten stochastischen Systemidentifikation eine Frequenz je Zeitfenster ( $2^{10}$  Datenpunkte) berechnet wird, so wird mit der Methode des ‚Frequency-Tracking‘ mit ‚Extended Kalman Filter‘ ein Signal der Eigenfrequenz geschätzt, d.h. zu jedem Zeitschritt  $\Delta t$  wird eine Frequenz berechnet. Da hier ein Signal der Eigenfrequenz geschätzt wird, so ist die  $2^9$ -fache Anzahl an Frequenzschätzungen im Vergleich zur stochastischen Subspace Identifikation vorhanden ( $2^9$  aufgrund des Overlap  $D = 0,5$ ).

Auf Basis der gezeigten Ergebnisse ist eine statistische Auswertung der Ergebnisse der stochastischen Systemidentifikation und des ‚Frequency-Tracking‘ sinnvoll. Für das ‚Frequency-Tracking‘ bedeutet eine  $2^9$ -fache Anzahl von Datenpunkten eine deutlichere Verbesserung des Ergebnisses. Eine statistische Auswertung der Kurzzeit-Fourier-Transformation ist nicht sinnvoll, da keine exakten Frequenzdaten vorhanden sind. Da eine statistische Untersuchung den Rahmen dieses wissenschaftlichen Beitrags übersteigen würde, wurde die diese nicht weiter untersucht.

## Zusammenfassung

In der vorliegenden wissenschaftlichen Arbeit wurden drei grundlegend verschiedene Ansätze zur Identifikation instationärer Eigenfrequenzen aufgezeigt: 1) Kurzzeit-Fourier-Transformation (Signalanalyse), 2) Stochastische Subspace Identifikation (Systemidentifikation) und 3) ‚Frequency-Tracking‘ mit ‚Extended Kalman Filter‘ (Schätztheorie). Die Theorien der jeweiligen Methoden wurden aufgezeigt und erklärt. Zum Schluss wurde anhand eines simulierten Versuches eine Anwendung der aufgezeigten Theorien im Sinne des Monitoring einer Eigenfrequenz dargestellt.



Zusammenfassend ist festzustellen, dass keine der drei Methoden eindeutig zu bevorzugen ist. So haben alle drei Vorzüge und Nachteile:

Die Kurzzeit-Fourier-Transformation ist numerisch stabil, da sie auf der Fast Fourier Transformation beruht. Nachteilig an dieser Methode dagegen ist, dass keine exakte Frequenz errechnet wird (nur ein Bereich). Zudem hat ein Messrauschen einen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis.

Mit der stochastischen Subspace Identifikation kann die Eigenfrequenz einer mechanischen Struktur für ein gewähltes Zeitfenster genau berechnet werden. Allerdings können für Untersuchungen an realen technischen Objekten die Wahl der Modellordnung und eine mögliche Modellreduktion problematisch werden.

Das ‚Frequency-Tracking‘ zielt auf die Schätzung eines Frequenzsignals ab. Obwohl in den durchgeführten Versuchen der gemessene Verlauf der Strukturantwort gut geschätzt werden konnte (Prädiktion), streuten die Ergebnisse der Frequenzschätzung sehr. Diese Methode ist trotzdem als vorteilhaft einzuschätzen, da im Sinne einer statistischen Auswertung deutlich mehr Datenpunkte im Vergleich zur stochastischen Systemidentifikation zur Verfügung stehen.

## Referenzen

- [1] H. Waller, R. Schmidt. Schwingungslehre für Ingenieure: Grundlagen, Simulation und Anwendung. Springer Berlin Heidelberg, 1995.
- [2] A. Cunha, E. Caetano, F. Magalhães, C. Moutinho. Recent perspectives in dynamic testing and monitoring of bridges. Structural Control and Health Monitoring, Vol.20, Is.6, S.853-877, John Wiley & Sons, Ltd., 2012.
- [3] B. Peeters, G. De Roeck. One-year monitoring of the Z24-Bridge: environmental effects versus damage events. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol.30, Is.2, S.1096-9845, John Wiley & Sons, Ltd., 2001.
- [4] H. Sohn, M. Dzwonczyk, E. G. Straser, A. S. Kiremidjian, K. H. Law, T. Meng. An experimental study of temperature effect on modal parameters of the Alamosa Canyon Bridge. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.28, Is.8, S.879-897, John Wiley & Sons, Ltd., 1999.
- [5] P. Faurre, Stochastic realization algorithms, System Identification: Advances and Case Studies, Vol. 126, S.1-25, 1976.

- [6] P. van Overschee, B. de Moor, N4SID: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems, *Automatica*, Vol. 30, Is. 1, Special Issue on Statistical Signal Processing and Control, S. 75-93, 1994.
- [7] P. van Overschee, L.R. de Moor. Subspace identification for linear systems: Theory, Implementation, Applications. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [8] T. Katayama. Subspace Methods for System Identification. Communications and Control Engineering. Springer, 2005.
- [9] T. Katayama, Realization of stochastic systems with exogenous inputs and subspace identification methods, *Automatica*, Vol. 35, Is. 10, S. 1635-1652, 1999.
- [10] M. Verhaegen, P. Dewilde. Subspace Model Identification Part 1. The Output-Error State-Space Model Identification Class of Algorithms. *International Journal of Control*, Vol. 56, Is.5, S.1187–1210, 1992.
- [11] A. Lenzen, M. Vollmering. A New Technique for Damage Localisation Using Estimates in Krein Spaces. *Proceedings of the 6th International Operational Modal Analysis Conference*, 2015.
- [12] R. Brincker, P. Andersen. Understanding stochastic subspace identification. *Proceedings of the 24th IMAC*, St. Louis, 2006.
- [13] C. Ebert. Systemidentifikation zur Modellierung mechanischer Strukturen: Markovparameter zur experimentellen Schadenserfassung, Dissertation, Universität Siegen, 2013.
- [14] B. Hassibi, A. Sayed, T. Kailath. Indefinite-Quadratic Estimation and Control: A Unified Approach to  $H^2$  and  $H^\infty$  Theories, *SIAM Studies in Applied Mathematics*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999.
- [15] T. Kailath, A. Sayed, B. Hassibi, *Linear Estimation*, Prentice Hall, 2000.
- [16] D. Simon, *Optimal State Estimation: Kalman, H<sub>∞</sub>, and Nonlinear Approaches*, Wiley, 2006.
- [17] B.F. La Scala, R.R. Bitmead, B.G. Quinn. An extended Kalman filter frequency tracker for high-noise environments. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 44, Is. 2, S.431-434, 1996.
- [18] B.F. La Scala, R.R. Bitmead. Design of an Extended Kalman Filter Frequency Tracker. *IEEE Transactions of Signal Processing*, Vol. 44, Is. 3, S. 525-527, 1996.

## Ermüdungstests an Triebwerksbaugruppen unter speziellen modalen Bedingungen

Dipl.-Ing. **Sven Ritzmann**, Dipl. Ing. **Moritz Meyeringh**,  
Rolls-Royce MTOC GmbH

### Kurzfassung

Das Rolls-Royce Mechanical Test Operations Centre (MTOC) führt eine Vielzahl verschiedener Tests an Triebwerksbauteilen durch. Im Vibrationsbereich werden dazu vor allem Betriebsfestigkeits- und Modaltests durchgeführt. Neben den standardmäßigen Ermüdungstests (High Cycle Fatigue- / HCF-Tests) an Triebwerksbauteilen werden auch Bauteile unter speziellen Einspannbedingungen für kritische Modenformen analysiert und getestet. Für dynamische Tests stehen neben elektro-dynamischen Shakern, Piezoshaker auch Luftstromerreg器 (Airjet und Chopped Airjet) zur Verfügung.

Im Vortrag werden an 3 Beispielen spezielle Testaufbauten vorgestellt. Die Testbedingungen dazu stellen hohe Anforderungen an das Design des Testaufbaus und die verwendete Technologie zur Anregung der Strukturbauteile. Ohne im Detail auf die Ergebnisse einzugehen, werden die Herausforderungen dieser Tests erläutert. Wesentlich dabei ist auch das Zusammenwirken von Strukturanalyse und –test, sowie die Anpassung der Modelle durch die Parameter, die beim Test ermittelt werden konnten. Alle 3 Beispiele sind wichtige Erfahrungen für zukünftige MTOC Projekte.

### Testzentrum - Rolls-Royce MTOC



Bild 1: MTOC Testbereiche Vibration – Materiallabor – Schleuderteststände

Das Rolls-Royce Mechanical Test Operation Centre (MTOC) ist das neue innovative Rolls-Royce Test Zentrum. Für die Komponenten von Gasturbinen werden zur Entwicklung, Produktion und den Serviceeinsatz verschiedene mechanische und strukturelle Untersuchungen durchgeführt.

Das MTOC Vibrationsteam hat zur Aufgabe verschiedene struktur-dynamische Untersuchungen durchzuführen. Für die Vibrationstests stehen verschiedene Anregungssysteme zur Verfügung, die auch für die nachfolgenden Beispiele verwendet wurden. Durch die Testsysteme kann ein Frequenzbereich bis 40 kHz abgedeckt werden. Vibrationstestsysteme sind:

- Elektro-dynamische Schwingererreg – Shaker
- Piezo-Shaker (MTOC Entwicklung)
- Luftstromerreg – Airjet mit konstantem Luftstrom
- Luftstromerreg als Chopped Airjet System

Nachfolgend soll das Copped Airjet System kurz vorgestellt werden.

#### Chopped Airjet System - CAJ

Bei dieser Anregungsmethode wird ein konstanter Luftstrom auf einen gelochten Rotor gelenkt. Über ein Regelsystem kann die Anregungsfrequenz über die Motordrehzahl und die Anzahl der Löcher geregelt werden. Die Amplitude wird über den Druck, bzw. Massenstrom (gespeist aus einem 10 bar Druckkessel) geregelt.

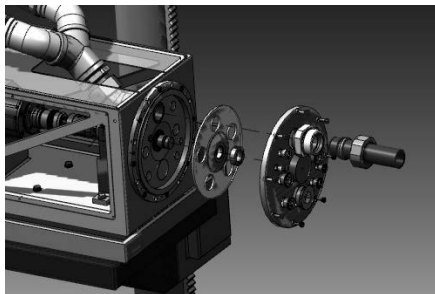


Bild 2: Explosionsdarstellung des Copped Airjet Systems

Die Charakteristik der Anregung zeigt sich, anders als bei harmonischer Anregung, durch diskrete Impulse. Trotz der dadurch breitbandigeren Frequenzanregung zeigt die Antwortschwingung vergleichbar einer Sinusanregung nur geringfügig stärker ausgeprägte höherharmonische Schwingungsanteile.

Der HCF-Test selbst wird über ein eigens für das CAJ entwickeltes Regelungssystem mit Phasenregelung als Resonanzverweilen durchgeführt. Dadurch können auch längere Tests automatisch gefahren und mit Hilfe von definierbaren Abbruchkriterien (z.B. Frequenzabfall) gestoppt werden.

## **Strukturmodelle und Strukturtests – Einführung**

Für die behördliche Zulassung von Triebwerken werden neben einer Vielzahl von Abnahmetests auch mathematische Modelle verwendet. Für die umfangreichen Berechnungen und Analysen für die Triebwerksfunktionen haben Strukturmodelle eine große Bedeutung. Die Modellierung einer Triebwerksstruktur als Strukturmodell bedarf einer Validierung des Modells durch experimentelle Modalanalysen der realen Struktur.

Diese Validierung von Strukturmodellen erfolgt über die schrittweise Validierung von Komponenten und Baugruppen, Sub-Baugruppen bis zum Modell des Gesamtsystems des Triebwerks. Der wesentliche Problempunkt der Strukturmodelle ist die Nachbildung des nichtlinearen Verhaltens der Strukturen unter den Einsatz-Lastbedingungen. Um die Lastbedingungen bezüglich der Betriebsfestigkeit richtig zu bewerten, bedarf es Modellanpassungen. So verändern die Vibrationslasten nicht nur die Dämpfungen, sondern auch Modenfrequenzen und –formen. Nur wenn die modalen Bedingungen beim Strukturtest mit den Modellparametern korrelieren, können Testergebnisse und Analyseergebnisse für die Evaluierung der Betriebsfestigkeiten verwendet werden.

Die folgenden Beispiele beziehen sich auf Strukturtests und Modelle auf Komponentenlevel. Dabei gilt, bevor die eigentlichen Strukturtests starten, müssen die Testaufbauten untersucht und mit den Modelleigenschaften korreliert werden. Schon hier ist die gute Zusammenarbeit zwischen Berechnungs- und Testingenieur der Schlüssel zum Erfolg.

Die Strukturtests unter Lastbedingungen stellen dann eine neue Herausforderung dar. Um die speziellen Testanforderungen unter speziellen Einspannbedingungen erfüllen zu können, werden die verschiedensten Test- und Untersuchungsmethoden und natürlich der erfahrenen Testingenieur benötigt. Oft kann der Testaufbau als eine Entwicklung angesehen werden. Im Folgenden soll dies beschrieben und illustriert werden.

## **Modale Untersuchungen und Ermüdungstests an einer elastisch eingebauten Triebwerkskomponente**

Um an dem Stator-Bauteil nach Bild 3 eine Mode-Shape-Analyse, eine Bestimmung der Modenfrequenzen und der Modenformen durchzuführen, musste für diesen Testaufbau eine geeignete Anregungsmethode ausgewählt werden. Klassische Anregungen mit Shaker oder Lautsprecher sind nicht erfolgreich, da die elastische Aufhängung zu hohe Dämpfungen mit zunehmender Frequenz hervorruft.

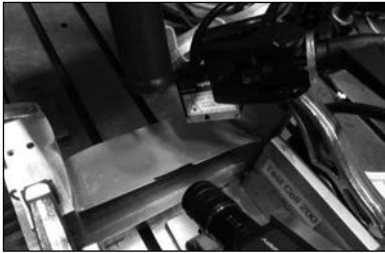


Bild 3: Mit Silikon elastisch eingebaute Komponente im Test – Chopped Airjet System

#### Modale Untersuchung des Bauteils

Die Lösung war ein motorisch angetriebener Modalhammer, der mit hoher Wiederholgenauigkeit die Schockimpulse für das Abscannen der Struktur nach Bild 4 erzeugte. Die Analysesoftware des Scanning-Vibrometers führt dann eine Betriebsschwingungsanalyse durch, deren Ergebnis für Mode 2 auch in Bild 4 dargestellt ist.

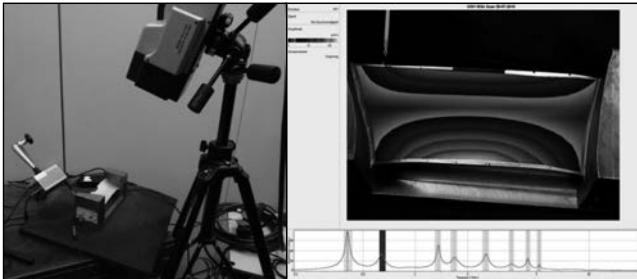


Bild 4: Testaufbau mit automatischem Modalhammer und Scanning-Laser-Vibrometer sowie der Ergebnisdarstellung

Da der Modalhammer die Messung des Kraftsignals ermöglicht, können die Test-Daten in eine Modalanalysesoftware exportiert werden. Das errechnete modale Modell ermittelt neben den Modenfrequenzen auch die zugehörigen Dämpfungswerte.

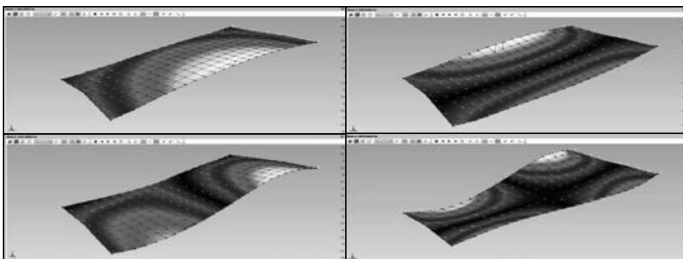


Bild 5: Ergebnissen Modalanalyse - Modenform Mode 1-4

Die Validierung der Moden und Überprüfung der Übertragungsfunktionen ist ein wichtiger Schritt für die Korrelation mit dem Strukturmodell. Die Ermittlung der Dämpfungswerte ermöglicht bessere Modellrechnungen bezüglich der Belastungsgrenzen. Die ermittelten Belastungsgrenzen wurden dann mit den nachfolgenden Ermüdungstests (HCF Tests) für den ersten Mode überprüft.

#### HCF Test am elastisch eingebauten Bauteil

Im Testaufbau nach Bild 3 wurde nun das Bauteil mittels Chopped Airjet System (CAJ) getestet. Hier kommt der Vorteil der Luftanregung wieder zum Tragen, da sonst der erste Mode bei 400 Hz nicht mit den geforderten Lasten erregbar wäre.

Der HCF Test nach Bild 6 startet mit einem AF Level (Amplitude x Frequenz) von 0,4 mHz, was bei ca. 400 Hz eine Amplitude von 1 mm (0-peak) bedeutet. Die Amplitude wird nach 10 Millionen Zyklen dann um jeweils 0,1 mHz (0,25 mm) erhöht, bis der Frequenzverlauf einen Riß anzeigt. Das Regelsystem überwacht den Frequenzverlauf und stoppt den Test nach dem definierten prozentualen Abfall der Frequenz, wie in Bild 6 dargestellt.

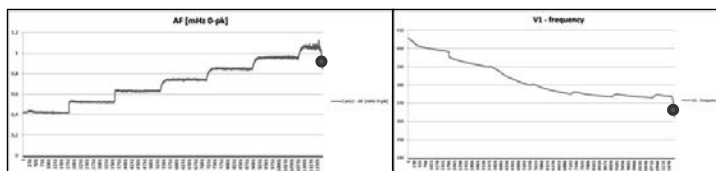


Bild 6: Belastungsdiagramm und Frequenzverlauf

Durch die parallele Messung weiterer Parameter, wie der Auslenkung an der elastischen Einspannung und einer Überprüfung der Modenform durch den Einsatz eines Stroboskops, erhält man weitere Daten für die Anpassung des Strukturmodells. Der letzte wichtige Punkt ist die Position des Risses. Die Verteilung der Spannung sollte bezüglich Maximum mit der Rissposition übereinstimmen. Hier ermöglicht das Strukturmodell die Spannungsberechnungen, die messtechnisch nur sehr schwierig lokal nachzuweisen wären. Test und Analyse gemeinsam bei guter Teamarbeit haben hier gute Ergebnisse ermöglicht.

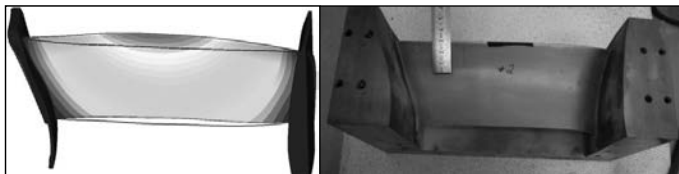


Bild 7: Strukturmodell mit Mode 1 und Stator-Bauteil mit Rissposition

## Schadenssimulation unter Beachtung des modalen Verhaltens

In diesem zweiten Beispiel soll ein spezielles Verhalten einer Triebwerksrohrleitung nachgebildet werden. Dabei war der Testauftrag in zwei Teilen auszuführen. Als erstes sollte ein Testaufbau entwickelt werden, der die im Triebwerkstest und im Strukturmodell ermittelten Testparameter und den aufgetretenen Schadensfall repliziert. Nachfolgend sollte dann am selben Aufbau, unter gleichen bzw. verschärften Bedingungen die Designüberarbeitung erfolgreich verifiziert werden.

### Testanforderungen und Ablauf

Die wichtigste Forderung war die Einhaltung der Modenform der Rohrleitung wie in Bild 8 dargestellt. Die Entwicklung eines geeigneten Testaufbaus erforderte letztendlich die Nutzung von Originalteilen als Interfacebaugruppen wie in Bild 10 dargestellt. Als Anregungssystem wurde ein speziell abgestimmter Piezoshaker nach Bild 9 verwendet.

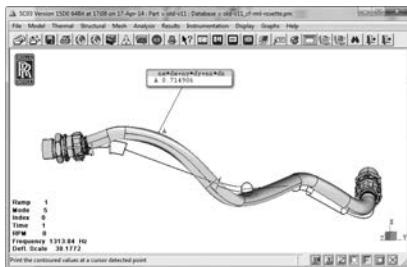


Bild 8: Strukturmodell mit Modenform Mode 5

Als Bezug zur Modellrechnung und den zuvor erfolgten Tests am Triebwerk wurden für alle Tests Dehnmessstreifen (DMS) an identischer Stelle appliziert.

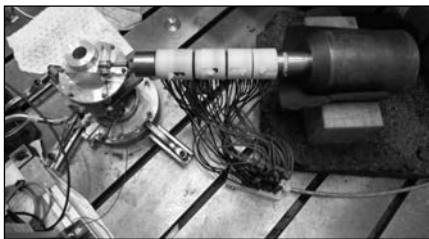


Bild 9: Piezoshaker als Zweimassenschwinger mit Ankopplung an den Testaufbau

Für die Tests wurden die folgenden Validierungsschritte festgelegt:

1. Modalanalyse am kompletten Testaufbau zum Nachweis der Modenfrequenz und –form
2. Statische Validierung der DMS Messung durch definierte Verschiebung
3. Dynamische Validierung der DMS Messung bei Resonanz mit definierter Auslenkung



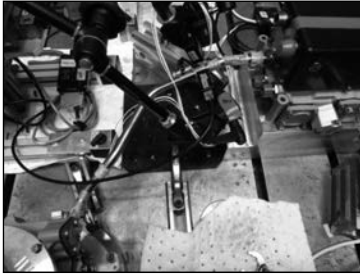


Bild 10: Testaufbau HCF Test mit Rohrleitung mit DMS und Laserabstandsmessung

Nach erfolgreicher Validierung des Modes bei 1650 Hz erfolgte der erste HCF Test im Testaufbau nach Bild 10 mit einem Vektor der maximalen Auslenkung von ca. 0.2 mm (ca. 21.000 m/s<sup>2</sup>) zur Replizierung des Schadensfalls. Dies konnte erfolgreich verifiziert werden.

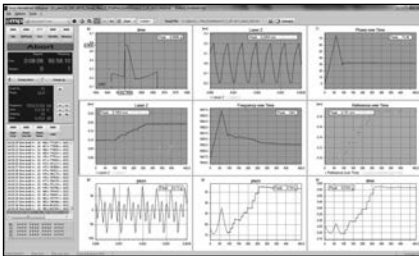


Bild 11: Vibration Controller Setup HCF Test 2 nach 8 min Testzeit

Nach erfolgter Umsetzung der Designänderung und dem Abschluss der Strukturberechnungen konnte der abschließende HCF Test durchgeführt werden. Das Bild 12 zeigt den Test am Regelsystem nach 8 Minuten. Anregung, Frequenz und Phase sind stabil und bleiben dies bis zum Ablauf der Testzeit. Ein stabiles Verhalten des Testaufbaus ohne weitere Veränderungen ist ein guter Indikator für ein schadensfreies Verhalten des Prüflings.

### HCF-Test einer quasi frei-frei gelagerten karbonfaserverstärkte Platte

Für die Validierung von FE-Berechnungen von Triebwerksbauteilen mittels Lebensdauertests ist eine frei-frei Lagerung keinen Unsicherheiten aus seinen Randbedingungen unterlegen. Ein solcher Vibrationstest würde damit die zuverlässigere Methode zur Validierung gegenüber der standardisierten fest-freien Lagerung darstellen.

Bezüglich der faserverstärkten Kunststoffplatte, an deren Beispiel der „frei-freie Vibrations-test“ vorgestellt wird, werden demnach Modellierungsvereinfachungen für die Randbedingungen, die einen störenden Einfluss auf die Lebensdauerberechnung haben können, vermieden werden. Dieser Theorie steht die Umsetzung eines Testaufbaus entgegen, der theo-

retisch und praktisch keinen bzw. nur einen minimalen Einfluss auf das Schwingverhalten der Platte haben darf.

### Testaufgabe

Als Testobjekt stehen karbonfaserverstärkte Kunststoffplatten mit den Abmaßen 120 x 400 x 5 mm zur Verfügung. Als die zu testende Eigenfrequenz ist die erste Biegeeigenform bei ca. 135 Hz ausgewählt worden. Entsprechenden FE-Berechnungen zufolge tritt die höchste Beanspruchung an den Außenkanten um den Mittelpunkt herum auf.

Für den frei-freien Vibrationstest der gewählten Eigenform muss ein Testaufbau entwickelt werden, der im Folgenden genauer beschrieben wird. Der Test selbst wurde als konstanter HCF-Test definiert, bei dem die Amplitude konstant gehalten werden muss bis ein Versagenskriterium erfüllt oder die definierte maximale Zyklenzahl von  $10e7$  (~ 20 Std.) erreicht ist. Unter Berücksichtigung von Lebensdauerkurven sind darüber hinaus drei verschiedene Lastbedingungen (Amplituden) gefordert, deren Größe vorab untersucht werden muss.

Da derzeit keine Messgröße für Faserverbunde bekannt ist, die ein zuverlässiges Testabbruchkriterium vergleichbar dem Frequenzabfall bei metallischen Bauteilen liefert, zählt die Temperaturüberwachung bei HCF-Tests an Faserverbundwerkstoffen als Standard.

Daher werden für die Überwachung dieses Vibrationstests zusätzlich zu den Standardgrößen von HCF-Tests, Amplitude und Frequenz, die auch für die Schwingungsregelung notwendig sind, Temperaturprofile aufgezeichnet um eventuelles Versagen anhand von „Hot-spots“ zu erkennen.

### Entwicklung des Testaufbaus

Die quasi frei-freie Lagerung der karbonfaserverstärkten Platte ergibt sich naturgemäß aus der Fixierung der Knotenlinien der zu testenden Eigenform (siehe Bild 12).

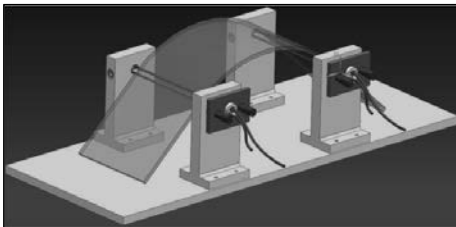


Bild 12: Erstes Konzept zur Fixierung der Knotenlinien für die erste Biegeeigenform

Hinsichtlich möglicher Probleme bei einem HCF-Test ist eine dämpfungsfreie Fixierung der Knotenlinien anzustreben, um sowohl höchstmögliche Amplituden zu erreichen, als auch reibungs- und verschleißfreie Testbedingungen voraussetzen zu können. Eine Schwierigkeit die auch in der folgenden praktischen Testdurchführung eine große Bedeutung bekommt, ist

die räumliche Verschiebung der Knotenlinie, die durch den Aufbau kompensiert werden muss. In Bild 13 ist diesbezüglich eine mögliche Verschiebung der Knotenlinie dargestellt.

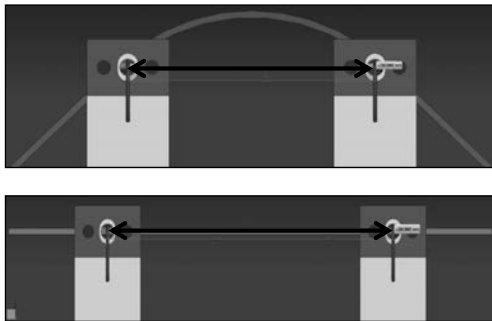


Bild 13: Mögliche Verschiebung der Knotenlinie bei einer beliebig gewählten Auslenkung

Um axiale Beweglichkeit der Lagerung zuzulassen, sind daher zusätzlich Lineargleitlager vorgesehen worden (siehe Bild 14).

Da in vorangegangenen Tests eine elastische Anbindung über Stahlseile gewählt worden ist, die Tests selbst aber nicht zu den gewünschten Ergebnissen führten, ist zusätzlich ein Konzept zur starren Anbindung der Knotenlinien entwickelt worden. Generell muss der Testaufbau trotz der theoretischen Konzeptionierung variabel gestaltet werden um im Nachhinein Änderungen, die sich aus der praktischen Anwendung erfordern, zu ermöglichen.

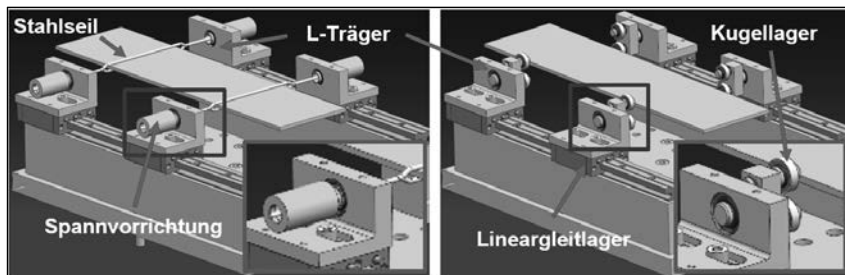


Bild 14: Konzepte zur Realisierung einer elastischen (links) über Stahlseile und einer starren Anbindung (rechts) über Kugellagerschalen

Für die elastische Anbindung der Knotenlinien ist eine Spannvorrichtung zur Einstellung der Zugbelastung der Stahlseile an jedem der einzelnen L-Träger vorgesehen. Dabei wird die Belastung der Stahlseile (oben und unten) einer Knotenlinie gleichzeitig eingestellt.

Bei der starren Anbindung sind die beiden Kugellagerschalen, die die Platte in der Knotenlinie halten sollen, an den vier Stützstellen ebenfalls drehbar gelagert um die Bewegungsform geringstmöglich zu bedämpfen.

### Methode der Anregung

Voruntersuchungen zur Methode der Anregung haben schnell gezeigt, dass eine Fußpunkterregung mit einem Piezo-/EM-Shaker eine starre Ankopplung der Platte voraussetzt. Diesbezüglich zeigten Testaufbauten mit einer elastischen Anbindung über Stahlseile einen schwingungsdämpfenden Charakter.

Da eine direkte Kopplung des Shakers an die Platte von vornherein ausgeschlossen worden ist, ist für weitere Voruntersuchungen das Chopped Airjet (CAJ) verwendet worden. Der ausschlaggebende Vorteil dieser Methodik ist die quasi-berührungslose direkte Anregung.

### Verhalten im Test

Zunächst ist der Testaufbau mit der starren Anbindung der Knotenlinie untersucht worden. Hier zeigt sich sehr schnell, dass die Lineargleitlager mit den L-Trägern eine zu hohe Massenträgheit besitzen um die axiale Verschiebung der Knotenlinien zu kompensieren und als dass sich ein stationärer Schwingungszustand mit ausreichend großer Amplitude einstellen könnte. Des Weiteren wird vermutet, dass das Spiel zwischen Platte und stützenden Kugellagerschalen ebenfalls ein Einschwingen verhindert.

Im Gegensatz dazu zeigt die elastische Anbindung der Knotenlinien auf Antrieb gute Ergebnisse. Allerdings sind durch die Verwendung von Stahlseilen unter hoher Spannung mit direktem Kontakt zu der Platte bereits nach den ersten Minuten der Testerprobung Verschleißerscheinungen an den Kanten der Platte sichtbar geworden. Daraufhin ist jedes Stahlseil zusätzlich mit einer Kunststoffhülse (aus PEEK) versehen worden.

Um die verschiedenen Lastbedingungen für den HCF-Test zu erproben, ist an einer Versuchsplatte ein sogenannter inkrementeller HCF-Test gestartet worden. Dabei wird wie bereits erwähnt die Amplitude in definierten Schritten und Zeit erhöht bis ein Versagenskriterium erfüllt ist. Aus dem Ergebnis sollen sich die verschiedenen Lastbedingungen für alle weiteren Tests ableiten lassen. Hierbei zeigt sich, dass der Testaufbau deutliche Stabilitätsprobleme bei höheren Amplituden ( $> 40$  mm pk-pk) erfährt. Im gesamten folgenden Testverlauf ist die Stabilität der Schwingung die größte zu bewältigende Schwierigkeit sobald die Amplitude eine kritische Größe erreicht hat.

Vor Erreichen der kritischen Amplitude kann eine ruhige stationäre Schwingung in der Eigenfrequenz eingestellt werden. Die Verschiebung der Knotenlinie wird durch die Stahlseile aufgefangen, so dass die Lineargleitlager zu Testbeginn lediglich die richtige Positionierung der Stahlseile in den Knotenlinien einstellen.

Oberhalb der kritischen Amplitude zeigt sich, dass ein stabiles Schwingungsverhalten im Wesentlichen von vier Einflussfaktoren abhängig ist:

- Symmetrie des Testaufbaus,
- Zugbelastung der Stahlseile,
- Orientierung der L-Träger und
- Verschleiß des Testaufbaus.

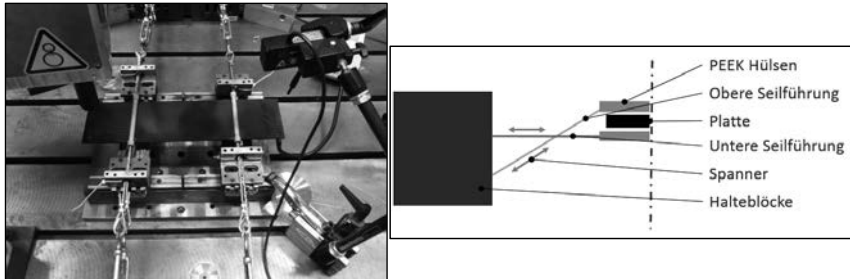


Bild 15: Finaler Testaufbau und das entsprechende Schemata der Stahlseilführung

Als Folge dieser Einflussgrößen ergibt sich der folgende Testaufbau (Bild 15), der ausreichend hohe Amplituden für diesen HCF-Test ermöglicht hat, um ein Versagen der Platte zu erreichen.

Speziell die ersten drei der oben genannten Größen haben einen großen Einfluss als Startvoraussetzung auf das Schwingverhalten der Platte. Der Verschleiß als Begleiterscheinung, aufgrund der enormen Kräfte, die auf den Testaufbau bei Amplituden bis zu 70 mm (pk-pk) wirken, betrifft vor allem die Stahlseile, PEEK Hülse und L-Träger.

Für die Beeinträchtigung der Schwingungsstabilität gibt es mehrere Anzeichen. So wandert die Platte z.B. bei einseitig zu geringer Seilspannung aus dem Testaufbau trotz auch hoher Amplituden. Bei unsymmetrischem Testaufbau dagegen ist die Platte um die Vertikalachse rotiert, so dass sich die Amplitude reduzierte. In anderen Situationen hat die Platte angefangen unkontrolliert, parallel zur Seilführung, auszuschlagen.

Trotz der verschiedenartigen Probleme, die im Test auftreten konnten, sind die Platten zumindest unter der höchsten Lastbedingung bis zum Versagen gefahren worden. Risse und Delamination treten wie durch die FE-Berechnungen vorhergesagt an den Außenkanten um den Mittelpunkt auf. Die Risse treten durchweg nur auf einer Seite der Platten in den oberen Laminatschichten auf. Sobald ein Riss aufgetreten ist, konnte der Test nicht erneut gestartet werden.

Abschließend ist für die Bereiche der maximalen Bauteilbeanspruchung exemplarisch in Bild 16 das Temperaturprofil einer unbeschädigten Platte gezeigt.

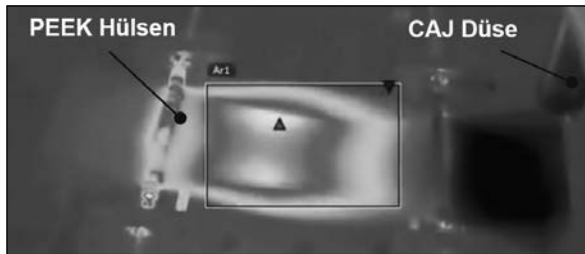


Bild 16: Temperaturprofil einer unbeschädigten Platte im Test

Dabei ist zu beobachten, dass der Bereich der maximalen Temperatur auf einer Seite durch die Abkühlung mit dem CAJ und auf der anderen Seite durch Verschleiß, bzw. Reibungswärme in den Hülsen beeinflusst wird.

## Diskussion und Ausblick

### Modale Untersuchungen und Ermüdungstests an einer elastisch eingebauten Triebwerkskomponente

Für elastisch eingebaute Triebwerkskomponenten haben sich der automatische Modalhammer und das Chopped Airjet System als Anregungsarten mehrfach erfolgreich bewährt. Der HCF Test, der in dieser Form das erste Mal durchgeführt werden konnte, ist erfolgreich absolviert worden. Das abgeschätzte Fehlerlevel von 0,8 mHz wurde bei allen Bauteilen erreicht und übertroffen. Die Korrekturen des Strukturmodells mit den Dämpfungswerten und den Messungen beim HCF Test können für zukünftige Entwicklungen benutzt werden.

Der automatische Modalhammer wurde für diesen Test erstmals eingesetzt und hat sich danach schon mehrfach als Anregung für Frequenz-Checks oder modale Untersuchungen an höher gedämpften Bauteilen sehr erfolgreich bewährt.

### Schadenssimulation unter Beachtung des modalen Verhaltens

Die Beschreibung der Entwicklung des Testaufbaus wäre eigentlich ein separater Vortrag. Auch als erfahrener Testingenieur hat man bei diesem Projekt sehr viele neue Erkenntnisse gewinnen können. Da das modale Verhalten dieser Rohrleitung vom „normalen“ Verhalten stark abweicht, galt es dafür die Gründe zu ermitteln und im Testaufbau umzusetzen. Nur so war es möglich die Testanforderungen zu erfüllen und die Parameter für den Schwingungsmodus und die Dehnungsmessung einzuhalten. Der Schlüssel zur Nachbildung des Schwingungsverhaltens der Rohrleitung war die Nutzung der Interfacebaugruppen und die darauf abgestimmte Schwingungsanregung durch den Piezo-Shaker.

Diese Erkenntnissen und vor allem die Validierung des Testaufbaus mit Strukturmodell und Triebwerksmessung werden in Folgende Projekte einfließen.

#### HCF-Test einer quasi frei-frei gelagerten karbonfaserverstärkte Platte

Generell besteht bei der Durchführung von HCF-Tests mit quasi frei-freier Lagerung das Problem, dass die Anzahl der Stellgrößen wie bei einem hier verwendeten Testaufbau nicht ausreichen. Zwar ist dieser Aufbau auch manuell gut einzustellen, jedoch bedarf es einer enorm großen Erfahrung mit den Eigenheiten des Aufbaus und das entsprechende Fingerspitzengefühl. Demzufolge wäre eine wie auch immer geartete Quantifizierung der Stellgrößen (z.B. durch DMS, Kraftmessdose, o.ä.) eine erhebliche Verbesserung auch für die Reproduzierbarkeit der Randbedingungen (bzw. Anbindung der Knotenlinien).

Aufgrund der Tatsache, dass proportional zur Amplitude auch die Verschiebung der Knotenlinien zunimmt und dass die schwerwiegenden Stabilitätsprobleme erst bei höheren Amplituden signifikant werden, lässt die Annahme einer Verbesserung der Durchführbarkeit bei höheren Testfrequenzen (und kleineren Amplituden) zu. Dazu werden in nächster Zeit bei Rolls-Royce MTOC weitere Tests mit deutlich höheren Anregungsfrequenzen durchgeführt.





# Automatische Schwingungsüberwachung von aeroelastischen Systemen

MSc. **Goran Jelacic**, Dr.-Ing. **Jan Schwochow**,  
Dr.-Ing. **Yves Govers**, Dr.-Ing. **Marc Böswald**,  
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt –  
Institut für Aeroelastik, Göttingen

## 1. Kurzfassung

Die Schwingungen linear elastischer Strukturen lassen sich durch wenige modale Parameter bestehend aus Eigenfrequenzen, Eigenschwingungsformen, Dämpfungsmaße und modalen Massen beschreiben. Diese modalen Parameter werden unmittelbar vor dem Erstflug eines Prototyps für ein neu entwickeltes Flugzeug in einem *Ground Vibration Test* (GVT) identifiziert. Im Flug verändern sich die modalen Parameter aufgrund der einwirkenden instationären aerodynamischen Kräfte in Abhängigkeit der Flughöhe und -geschwindigkeit. Unter besonderen Bedingungen kann das aeroelastische System instabil werden, indem die schwingende Struktur Energie aus dem Strömungsfeld bezieht und die Schwingungsamplituden anwachsen. Dieses Phänomen nennt sich Flattern.

Eine echtzeitfähige modale Identifikation kann kontinuierlich den Schwingungszustand des aeroelastischen Systems in Abhängigkeit geeigneter Parameter beobachten. Weisen die Änderungen der bereits ermittelten modalen Parameter (insbesondere der Dämpfung) darauf hin, dass ein zulässiger Grenzwert überschritten werden kann, können geeignete Maßnahmen eingeleitet werden.

Im vorliegenden Beitrag wird eine Echtzeit-Analyse von gemessenen Beschleunigungen schwingender Strukturen zur Überwachung der Eigenfrequenzen, Dämpfungsmaße und Schwingungsformen vorgestellt. Eine auf kurze Rechenzeit optimierte *MATLAB* Implementierung in Verbindung mit *DEWEtron* oder *National Instruments* Messanlagen wird präsentiert. Die Methoden der experimentellen und operationellen Modalanalyse werden hinsichtlich effizienter und schneller Algorithmen erklärt, welche Ergebnisse in nur wenigen Sekunden bereitstellen. Die identifizierten modalen Parameter werden in Abhängigkeit des Flugzustands über Machzahl und Flughöhe dargestellt, um den Trend der Flatterstabilität vorhersagen zu können.

## 2. System identification of dynamical systems

The goal of parametric system identification is the estimation of a reduced set of parameters that describe the behavior of the system excited by a certain input signal. Identification algorithms operate under different assumptions and conditions, an important distinction is whether there is knowledge of the system's input signal. In the framework of *operational modal analysis (OMA)* the excitation signal is not known, otherwise transfer functions can be estimated and the methods of *experimental modal analysis (EMA)* are applied.

### 2.1. Theory

Several algorithms handle large and noisy data sets from modal analysis tests containing multiple sensors and multiple exciters; for the purpose of this text, two different approaches to the problem are presented: SSI (stochastic subspace identification) and LSCF (least-squares complex frequency method).

The SSI algorithm family estimates the state-space system matrices of a linear time-invariant system by various least-square procedures and standard linear algebra decompositions where time data directly or its covariance functions are processed. The specific algorithm mentioned here is the classical data-driven stochastic realization algorithm. The LSCF algorithm family identifies a dynamic system's modal parameters in the frequency domain by estimating polynomial coefficients of an underlying LTI system minimizing a certain error function. The LSCF family consists of different implementations, each with different asymptotic properties in the least-squares, total least-squares, generalized total least-squares and maximum likelihood senses. There are further distinctions about how poles and modal participation factors are obtained. A detailed explanation of how these two algorithms operate can be found in [3] and [4]. For the purpose of this text, Fig. 1 illustrates broadly which steps constitute a complete modal analysis of a dynamical system:

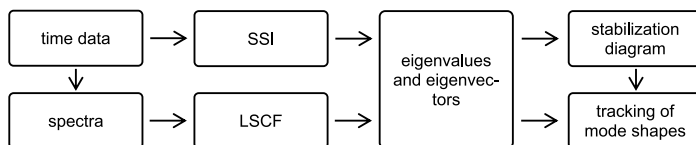


Fig. 1: Analysis steps from time to modal data

Time data can be fed directly into a time-domain algorithm or spectra can be calculated from it for frequency-domain algorithms. Extensive signal processing is performed to ensure data

quality and consistency. Measurements are rarely optimal from the point of view of modal analysis due to many other practical concerns (acquisition time in primis).

The output of the identification algorithms are the complex eigenvalues and eigenvectors of the system (or some other representation of it like state matrices), i.e. its natural frequencies, damping coefficients and mode shapes. Due to errors, stochastic variance and nonlinear effects, modal parameters are estimated with a certain degree of uncertainty, therefore the identification is repeated for a number of different interpolation orders to construct a diagram showing which identified eigenvalues do not vary (possibly the physical ones). If an iterative algorithm is used, then this step is repeated until convergence criteria are satisfied. When the system's dynamic parameters are expected to vary, for example in the case of an aircraft in flight, the modes of vibration are additionally tracked as function of environmental parameters, such as flight speed or altitude, as discussed in section 4.3.

## 2.2. Time complexity

An online monitoring program would need to perform a long chain of analyses within seconds and leave room for other processes initiated by the user. The requirement of online monitoring capability necessitates efficient data processing at the algorithm level before raw CPU power is even considered.

Acquired data is first prepared using appropriate signal processing methods: time-domain identification algorithms process time data directly, frequency-domain identification algorithms require spectra the calculation of cross-power spectral densities for *OMA* or frequency response functions for *EMA*. This step is detailed in section 4.1;

The main concern is system identification, which typically requires much more CPU time than signal processing and is much less automated or standardized. Identification algorithms generally perform numerous computationally intensive matrix decompositions, which are then repeated various times to build the stabilization diagram, followed by mode tracking – times the number of iterations until convergence. It is reminded that matrix operations and decompositions require approximately  $\mathcal{O}(n^3)$  operations compared to only  $\mathcal{O}(n \log n)$  for the FFT algorithm [2]. The computational time complexity of SSI with large model orders and bandwidths and of iterative and poly-reference LSCF methods restrains their applicability in real-time automated modal analysis. In particular in the application detailed here in section 3, SSI presents a bottleneck in the LQ-decomposition of the system's subspace matrix (eq(9)[3]), LSCF in the calculation of the system's polynomial coefficients (eq(8-9-10)[4]), both of which are attenuated by a careful selection of identification parameters. Overall performance of the identification process is most sensitive to the model order required to construct the stabiliza-

tion diagram or to identify the system. Time complexity for LSCF is discussed in great detail in [4], highlighting the influence of various parameters.

### 3. Flight test

Operational modal analysis during testing of an aircraft in flight is a challenging problem, therefore an example flight test is provided to discuss the capabilities of the online vibration monitoring system: modal parameters are extracted using the methods mentioned above and then tracked as function of an environmental parameter (in this case altitude or speed). To meet the requirement of a fast and responsive system, comprehensive and efficient data analysis software was developed.

#### 3.1. Overview of the experiment

HALO is the high-altitude and long range research aircraft for the German atmospheric research community, a commercial business jet adapted to provide an optimal platform for airborne atmospheric science and Earth observation through a well-equipped flying laboratory. The HALO aircraft is equipped with a large belly pod for atmospheric experiments, which requires a ventral fin for adequate yaw stability. The ventral fin might influence the unsteady aerodynamics induced by vibration modes of the overall empennage, therefore adequate flutter stability of the aircraft has to be validated.

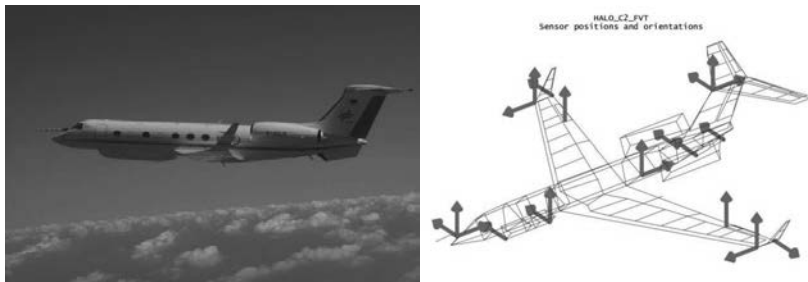


Fig. 2: HALO aircraft and sensor plan of the installed accelerometers

The aircraft was instrumented with 23 accelerometers along three axes as depicted in Fig. 2. No external exciter system and no telemetry were available, thus requiring the flight test engineer to be onboard during test flights to perform vibration monitoring. The number of valid sensors is considerably smaller than a GVT's and noise sources and extraneous excitations deviate from a flat spectrum considerably. The aircraft could be well excited by rudder kicks and aileron jerks. Accelerations, flight speed and altitude were sampled at 200 Hz; a complete flight lasts less than three hours. A typical flight profile of a HALO mission can be seen

in the right half of Fig. 7. For the presented example, full data acquisition, including software interfaces, is simulated by playback of the acquired data.

### 3.2. Overview of the system's architecture

The online monitoring program (OLM) is written entirely in MATLAB using object-oriented programming; this is mandated by the necessity of existing tool integration and by the convenience of a widespread scientific language. The backbone of the OLM must interface with data acquisition hardware and provide sensor data and metadata to MATLAB for processing. A diagram of the system's architecture is presented below

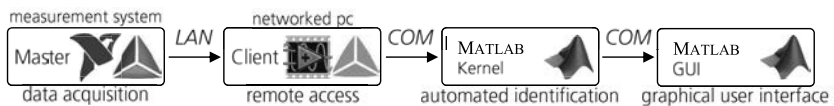


Fig. 3: Diagram of the automated system identification's data flow

The sensors are controlled by a *DeweSoft* or *National Instrument* data acquisition system, networked PCs running a client application transfer the measured data into MATLAB using a *COM* interface; data is then processed automatically by the *OLM* kernel, while a second, separate MATLAB instance is available for any further post-processing initiated by the user. A fully functional graphical user interface and toolbox provide rich options to explore data and results. The *OLM* is structured as a collection of MATLAB objects acquiring, processing and displaying data by utilizing the functions developed internally for modal analysis, in order to benefit from the latest scientific developments, from high-quality data visualization for scientific publishing and from a larger pool of users for testing and debugging. This ensures that its various components are continually improved as part of a common DLR toolset.

Acquired data is collected blockwise into a *first-in-first-out* buffer containing hundreds of thousands of samples per channel. A full analysis is performed each time a new data block is added to the data buffer (a data block is the number of samples between each refresh as set by the user – usually every 2 seconds).

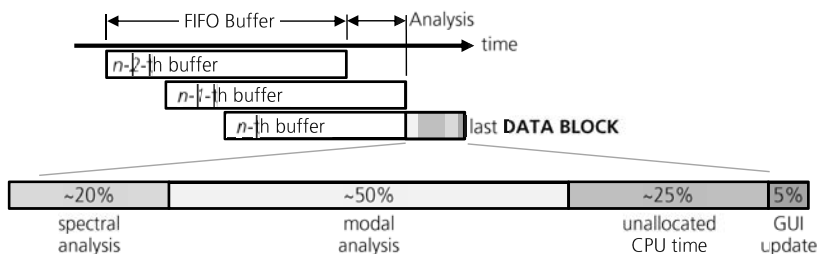


Fig. 4: Data collection and CPU time repartition for each analysis step

Computational time complexity is critical as modal analysis requires handling and processing huge amounts of data using long chains of algorithms, thus the *OLM* favors low CPU load over memory efficiency and does not employ parallel processing or any additional toolbox for compatibility and cost. The *OLM*'s kernel is therefore almost entirely vectorized and features minimal use of loops and conditional statements. MATLAB uses multithreading for matrix division, fast Fourier transform, eigenvalue and singular value decompositions, thus offering a considerable speedup for the most computationally intensive and common operations. Some specific object methods have been overloaded, the program employs faster implementations of common, built-in and undocumented MATLAB functions.

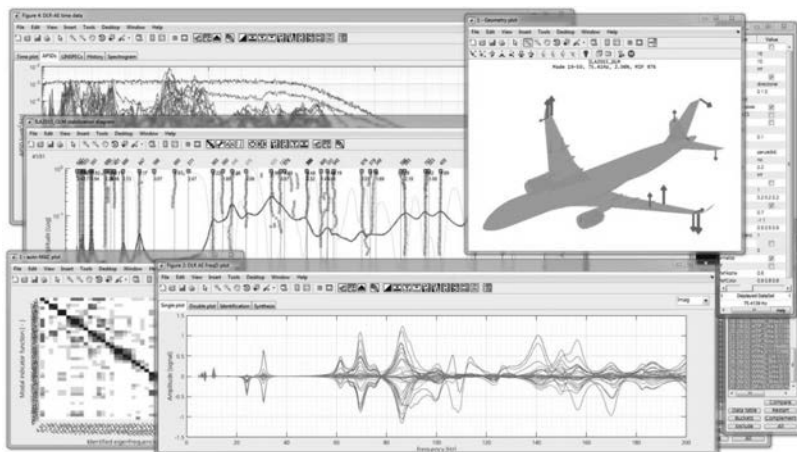


Fig. 5: Graphical user interface of the developed analysis software

Overall performance of the *OLM* is benchmarked for many typical practical cases using a year 2013 *i7 Intel* notebook with SSD and 8GB RAM. The typical use case for the *OLM* is collecting signals from dozens of sensors in a large buffer and presenting new results every couple of seconds leaving room for the user to perform additional analyses – it must be able to run satisfactorily on a notebook computer used during measurement campaigns and onboard aircraft. For this application, the overall performance of the *OLM* allows estimation of modal parameters in the order of seconds.

#### 4. Stability monitoring during flight tests

Vibration monitoring during a *flight vibration test* can offer the pilot or flight test engineer additional information about the aeroelastic phenomena affecting the aircraft, for example foreseeing the onset of flutter or detecting anomalous vibrations. The amount of data that must be collected is determined by the requirements on frequency resolution and stochastic variance of spectra for a certain frequency range of interest [1]. If the eigenfrequencies of interest are low, which is the norm for aeronautic applications, long acquisition times (in the order of hundreds of seconds) become an inevitable necessity of modal analysis in order to get an acceptable data quality.

##### 4.1. Signal Processing

The acquired signals are first analyzed by estimating cross-power spectra and sample moments of the data buffer to identify errors and extraneous noise contaminating the aeroelastic system's response. During a measurement campaign some runs are inevitably discarded because of signal drop-out, mechanical failure and spurious signals.

Time data for SSI is accurately filtered to reduce the bandwidth (imposed by the data acquisition system) to the frequency range of interest for modal analysis, as it negatively impacts performance and accuracy of the algorithm; the cutoff frequency must be set where no significant system response is expected. The LSCF algorithm requires spectra as input for system identification: in the operational modal analysis framework, the cross-power spectral densities of the sensor's data are estimated with a combination of noise-reducing techniques, if the excitation is known, the methods of experimental modal analysis are applied.

##### 4.2. System Identification

The identification algorithms estimate the eigenvalues and eigenvectors for various model orders to construct a stabilization chart using data provided by the acquisition step.

SSI is an intrinsically data-driven algorithm that can provide clear stabilization diagrams and estimates mode shapes directly. LSCF is extremely fast and can estimate the eigenvalues within the frequency range prescribed by the user; it is paired with another algorithm that estimates the corresponding mode shapes using a least-squares approach. Iterative versions can refine the initial estimate of the modal parameters relatively quickly, but require additional processing time. The eigenfrequencies, damping and mode shapes are estimated with each new data block (usually every two seconds). The system selects the modal parameters according to various stability or convergence criteria to construct a modal model of the aeroelastic system at a certain flight condition.

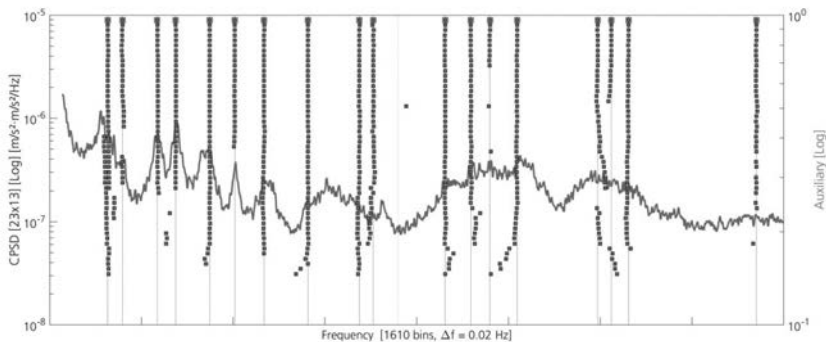


Fig. 6: HALO FVT stabilization chart at level flight

Fig. 6 shows a stabilization diagram obtained using 65536 time samples, or about five and a half minutes of data acquisition, to estimate 299 cross-power spectral density functions using 13 reference sensors. In this timeframe the altitude is kept constant. The modal parameters of the 18 identified modes have been estimated using the LSCF algorithm up to order 60; the stabilization chart has not been cleaned. The total processing time is 1 second.

### 4.3. Tracking of modes

The stabilization diagram provides a snapshot of the modal parameters of the systems in the current data buffer: as the influence of aeroelastic effects grows, the modal parameters of the system slowly vary as function of environmental parameters. The tracking algorithm evaluates the degree of linearity between successive mode shape sets and assesses concurrently the quality of the identified modes using a strategy similar to the one described in [3]. Eigenvalues and eigenvectors identified over different model orders or instants belonging to the



same physical mode are iteratively flagged as related and recognized (or manually picked), after which stochastic, lone and badly identified modes are removed.

The complete analysis of one data run (23 channels with almost two million samples each) requires less than two minutes. Fig. 7 is obtained from 208 overlapping data blocks of 65536 samples each, taken from the data recorded during one complete flight, using the same settings as for the stabilization chart shown in Fig. 6. The identified mode shapes (as shown in Fig. 8) are visually inspected to recognize the main modes of vibration and to mark spurious modes.

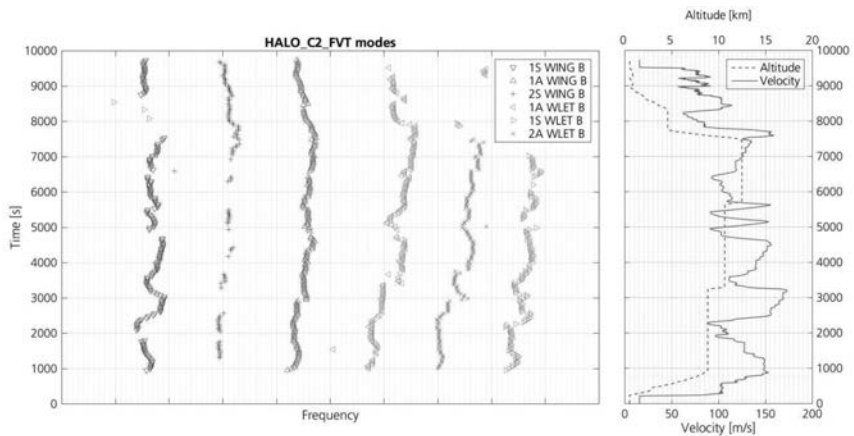


Fig. 7: Evolution of tracked modes with varying flight conditions

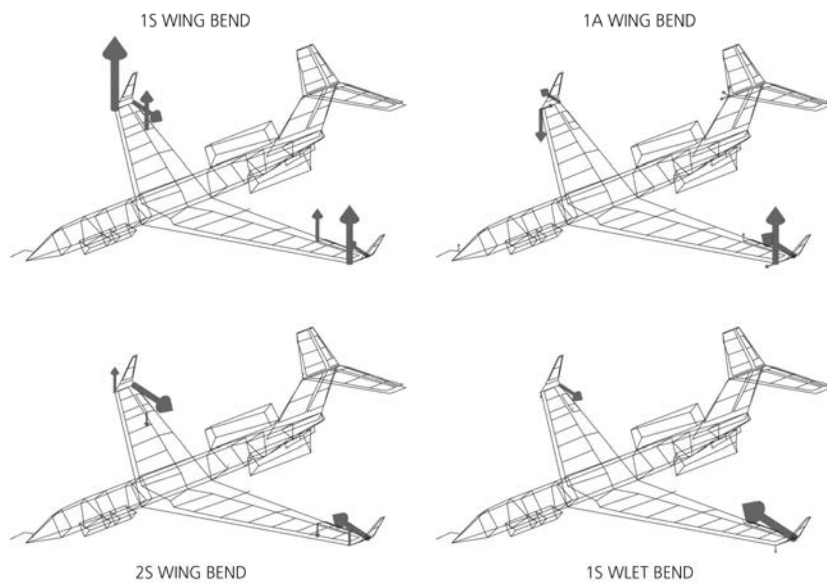


Fig. 8: The first identified HALO mode shapes using OMA during flight vibration testing

The acquisition of vibration data took place concurrently with other experiments, therefore the steady-state flying conditions do not satisfy the duration required for appropriate modal analysis. Only 13 out of 23 accelerometers are viable as references for the estimation of cross-power spectral densities. The accelerometers' placement was constrained by other sensors or by the plane's structure; their placement and quantity affect the number of modes that can be recognized. Antisymmetric eigenmodes are badly excited by atmospheric turbulence and the excitation using flight controls is impulsive and widely spaced. The roughness of the curves in Fig. 7 is an effect of the strongly variable flight conditions; repeating the whole analysis using different parameters yields the same curve profiles with very little variance. The interruptions in the curves are due to modes discarded because of low quality.

## 5. Conclusion

An analysis software capable of online vibration monitoring has been developed and its capabilities presented in this text. The software's performance is based on efficient implementations of the well-known time-domain SSI and frequency-domain LSCF algorithm families. It is shown that a MATLAB implementation of the data processing and analysis program with fully-functioning graphical user interface can be successfully employed in the monitoring of an aeroelastic system, in this case during flight vibration testing, in combination with popular data acquisition hardware and software. Its application is the monitoring of a structure where fast estimation of modal parameters is required, for example wind gallery experiments as shown in [4]. The methods of operational and experimental modal analysis using time-domain and frequency-domain identification algorithms can be employed flexibly. The code has been tested on simple beams, wind gallery models, an aircraft model, a sailplane, a helicopter rotor testbed and on a full-scale aircraft ground vibration test data.

## 6. Future developments

The intended future work in monitoring aeroelastic experiments will include more sophisticated evaluation to analyze the damping trends and to predict flutter. In this framework, some possible developments are faster maximum-likelihood estimators, algorithms with better tolerance to noisy data, different mode tracking algorithms. The scope of the analysis software is being expanded to include the study of nonlinearities and transients and its usability improved. A flight vibration test for aeroelastic research is scheduled for April 2016, where the automatic onboard operational modal analysis will be demonstrated.

## 7. Literatur

- [1] A. Brandt: Noise and vibration Analysis – signal analysis and experimental procedures, Wiley (2011)
- [2] G. H. Golub, C. F. van Loan: Matrix computations, 3<sup>rd</sup> edition, Johns Hopkins University Press (1996)
- [3] J. Schwochow, G. Jelcic: *Automatic operational modal analysis for aeroelastic applications*, IOMAC Conference, May 12<sup>th</sup>-14<sup>th</sup> Gijon, Spain (2015)
- [4] G. Jelcic, J. Schwochow, Y. Govers, A. Hebler, M. Böswald: *Fast online monitoring and system identification for the application in the field of aeroelasticity*, ICoEV Conference, September 7<sup>th</sup>-10<sup>th</sup> Ljubljana, Slovenia (2015)

# **Dynamisches Schwingverhalten von schnelldrehenden, scheibenförmigen Werkzeugen**

## **Änderung der Eigenschaften vom statischen in den dynamischen Zustand und deren praxisnahe Betrachtung der Betriebsschwingungen**

**Dr. Christian Pelshenke, Dr. Peter Dültgen, Ralph Keßler,**  
Forschungsgemeinschaft Werkzeuge und Werkstoffe e.V., Remscheid

### **Kurzfassung**

Scheibenförmige Werkzeuge zur Bearbeitung von beispielsweise Beton, Naturstein, Holz, Verbundwerkstoffen, Lebensmitteln oder auch Papieren und vielen anderen, ganz unterschiedlichen Materialien sind hoch effizient und in Wertschöpfungsprozessen oft anzutreffen. Axiale Schwingungen der möglichst dünnen Werkzeuge mit gleichzeitig möglichst großen Durchmessern für große Schnitttiefen im Prozess verschlechtern nicht nur das Arbeitsergebnis, sondern reduzieren auch Standzeiten. Im kritischsten Fall treten Resonanzen auf.

Eigenfrequenzen lassen sich fertigungstechnisch durch einzubringende Eigenspannungen verschieben. Im statischen Fall können so Eigenfrequenzen des Werkzeuges von den auftretenden Erregerfrequenzen separiert werden. Im dynamischen Fall verschieben sich die Eigenfrequenzen des Werkzeugs aufgrund einer Versteifung durch die Rotation des Werkzeugs mehr oder weniger undefiniert. Hieraus entsteht die Forderung, Eigenfrequenzen und Schwingungsmoden an rotierenden Objekten zu messen.

Raumfest, statisch gemessenen Eigenfrequenzen spalten im Campbell-Diagramm in eine vorwärts und rückwärts laufenden Welle auf und dienen nicht hinlänglich zur Bestimmung der kritischen Drehzahlen, da die Identifizierung der rücklaufenden Welle unter Umständen nicht erfolgen kann. Dieses trifft gerade für hochdynamische und hochkomplexe Systeme zu. Hier bietet sich an, das Messgitter eines Laserdoppler-Systems synchron mit dem Messobjekt mitrotieren zu lassen. Dadurch werden werkzeugfeste Messdaten erzielt, aus denen die entsprechenden, veränderten und realen Betriebsschwingungen unter Einsatzdrehzahl bestimmt werden können.

## Abstract

Disc-shaped tools, for example for cutting concrete, natural stone, wood, composite materials, foodstuff, paper and many more quite different materials, are highly efficient and can often be found in value-added processes. Axial vibrations of the tools, which are designed as thin as possible and at the same time with a diameter which is as large as possible to allow for deep cuts, do not only worsen the work results, but also reduce the tool life. In the most critical case, resonances will occur.

By certain manufacturing methods, natural frequencies can be changed by producing internal stresses. In a static case, natural frequencies of the tool can be separated from the occurring exciter frequencies. In a dynamic case, the natural frequencies of the tool change in a more or less undefined way due to an improved stiffness caused by the rotation of the tool. As a result, the requirement to measure the natural frequencies and the vibration modes of rotating objects arises.

In the Campbell diagram, fixed, statically measured natural frequencies split into a forwards and a backwards running wave and do not sufficiently serve to determine the critical rotation speeds, as the backwards running wave may possibly not be identified. This especially applies to highly dynamic and highly complex systems.

In this case, it is useful to have the measuring element of a laser doppler system run synchronously with the object to be measured. By this, you get tool-related measured data from which the corresponding changed and actual operational vibration at operational speed can be determined.

## 1. Problemstellung

Scheibenförmige Werkzeuge, wie beispielsweise Kreissägewerkzeuge für die Holzbearbeitung (vgl. Bild 1), aber auch beispielsweise Trennschleifscheiben für die Gesteinsbearbeitung oder Kreismesser für die Papierbearbeitung, stellen im Einsatz hochdynamische Systeme dar, welche hohe Dämpfungseigenschaften aufweisen sollten [3].

Allen diesen Werkzeugen ist eines gemeinsam: Aufgrund des ungünstigen Durchmesser-zu-Dicken-Verhältnisses sind sie hoch sensibel gegen axiale Auslenkungen. Diese Auslenkungen unter Werkzeugrotation treten in der Praxis grundsätzlich beispielsweise durch Planlaufabweichungen des Werkzeuggrundkörpers, durch Unwuchten oder durch Schneidstoffe auf, welche nicht in der Flucht liegen. Zusätzlich können über die Antriebsspindel Anregungen vom Antriebsaggregat in den Prozess übertragen werden [4, 7].



Bild 1: Scheibenförmige Werkzeuge für unterschiedlichste Trennprozesse, hier Kreissägewerkzeuge für die Holzbearbeitung

Als geometrisch bestimmter Körper haben die Werkzeuge individuelle Eigenfrequenzen. Fallen die auftretenden Erregerfrequenzen mit diesen Eigenfrequenzen zusammen kommt es zur Resonanz. Diese Resonanzen vermindern nicht nur die Qualität des Schnittergebnisses, sondern wirken sich auch negativ auf die Standzeiten der Werkzeuge aus. Im Extremfall können Werkzeugbrüche auftreten. Diese verursachen neben den Werkzeugkosten auch unproduktive Nebenzeiten und sind aufgrund der hohen Dynamik im Prozess und einer fehlenden Kapselung (aus der geforderten Zugänglichkeit von Werkstücken heraus) stark gefährdend für Bediener [4].

Eigenfrequenzen können und werden in der Praxis zum Beispiel durch eingebrachte, konzentrische Eigenspannungsvariationen gezielt verschoben. Dieses kann thermisch oder mechanisch durch einen Walzvorgang erfolgen. Diese eingebrachten Eigenspannungen überlagern sich dann mit Eigenspannungen, die durch den Fertigungsprozess auf das Werkzeug übertragen werden [5].

Eigenspannungen können röntgenographisch über ein Beugungsverfahren bestimmt werden. Resultierende Betriebsschwingungen können über unterschiedliche Verfahren bestimmt werden. Das kann zum Beispiel optisch über ein Laserdopplerverfahren, über Lasertriangulation oder ebenfalls berührungslos über induktive Wegaufnehmer erfolgen.

Aufgrund der hohen Umdrehungszahlen der Werkzeuge, die beim Trennschleifprozess für Naturstein bei bis zu 3.000 Umdrehungen pro Minute und in der Holzbearbeitung bei 6.000 Umdrehungen pro Minute liegen können, verändern sich die physikalischen Gegebenheiten

vom statischen zum dynamischen Fall gravierend. Aufgrund der Drehzahl findet eine zusätzliche Versteifung der dünnen, scheibenförmigen Werkzeuge statt, welches eine Versteifung und damit eine Eigenfrequenzerhöhung zur Folge hat. Die Dämpfung des Werkzeugsystems gestaltet sich dabei ebenfalls eigenfrequenz- und drehzahlabhängig [6].

Laborfeste Messungen der dynamischen Betriebsschwingungen gestalten sich schwierig, da Schwingungsbäuche und Knotenlinien sich unter der Messstelle mit Werkzeugdrehfrequenz her bewegen. Dadurch spalten bestimmte Eigenfrequenzen scheinbar in zwei drehzahlabhängige Eigenfrequenzen auf [6].

## 2. Statisch

Im Labor können axialer Planlauf, Eigenfrequenzen und Dämpfungsverhalten und somit die individuellen Abklingkonstanten bestimmt werden. Hierzu wird auf einem Prüfstand mit einer Welle mit hinreichend guter Rundlauftoleranz das Versuchswerkzeug aufgebracht und entsprechend angeregt. Die Anregung kann dabei einmalig und impulsförmig durch einen definierten Kugelschlag oder kontinuierlich über ein Lautsprechersystem mit bekannter Frequenzcharakteristik erfolgen. Zur Betriebsschwingungsanalyse mittels Laserdopplervibrometrie (LDV) wird ein vorher definiertes Messgitter optisch auf das Versuchswerkzeug projiziert (vgl. Bild 2), welches in der Messung seriell abgefahren wird. Über eine geeignete Mess- und Auswertesoftware können die Eigenfrequenzen und Schwingungsmoden errechnet und visualisiert werden. Einflüsse durch die dämpfungsabhängige Verschiebung der gemessenen Frequenzen sind in der Praxis dabei so gering, dass sie vernachlässigbar sind [6].

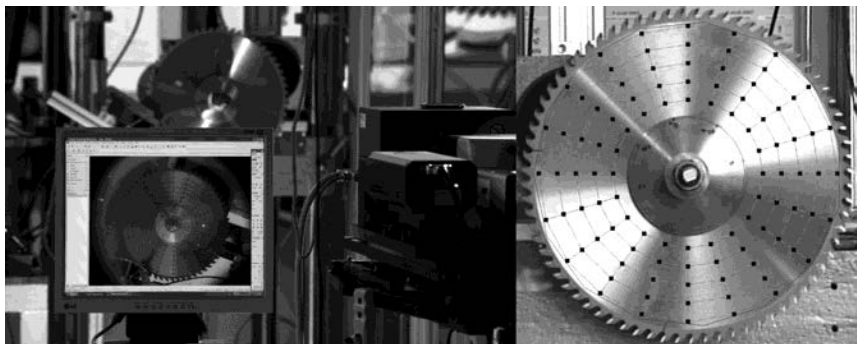


Bild 2: Laserdopplervibrometer (links) mit definierbarem Messgitter (rechts) zur Betriebschwingungsanalyse



Eine Korrelation zwischen eingebrachtem Spannungszustand und der Verschiebung der Eigenfrequenzen kann hergeleitet werden. In der Forschungsstelle wurde bereits in den 1950er Jahren ein Analogiemessverfahren zur röntgenographischen Spannungsanalyse entwickelt [2]. Ziel war es dabei, der herstellenden Industrie ein praktikables Bewertungsverfahren an die Hand zu geben, welches ohne ionisierende Strahlung und großen messtechnischen Aufwand umzusetzen ist. Dabei wird am äußeren Blattumfang eine definierte Auslenkung in axialer Richtung aufgebracht. Die Reaktion des Blattes im Stillstand in 90° Versatz liefert das erforderliche Maß für den Spannungszustand. Grundsätzlich liefert dieser (Eigen-) Spannungswert in „Millimeter Auslenkung“ einen empirischen Erfahrungswert, der in der Herstellung und Qualitätsüberwachung der scheibenförmigen Werkzeuge in der Industrie Anwendung findet.

Um die Auswirkung des eingebrachten Spannungszustands zu validieren, wird nach einmaliger, impulsförmiger Anregung in axialer Richtung die Schwingung des Versuchswerkzeugs aufgenommen. Dabei wird das Abklingverhalten der axialen Schwingungen beispielsweise mittels LDV erfasst. Aus diesem Messsignal kann dann nach einer FFT wieder auf die vorliegenden Eigenfrequenzen geschlossen werden. Über entsprechende FFT-Filter (Bandpassfilter) können so dann die frequenzabhängigen Abklingkonstanten  $D_i$  aus Gl. (1) bestimmt werden (vgl. Bild 3, links).

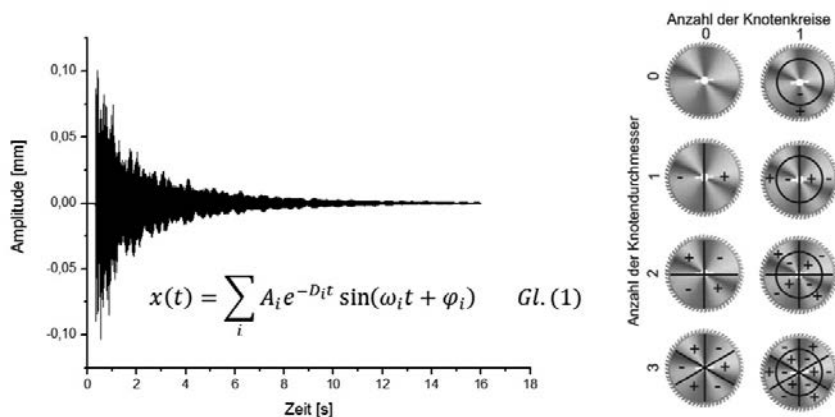


Bild 3: Abklingssignal nach einmaliger, axialer Anregung (links) und Schwingungsformen (rechts)

Die auftretenden Schwingformen können mit Knotenkreisen und Knotendurchmessern beschrieben werden (siehe Bild 3, rechts). Dabei bilden die in der Abbildung eingezeichneten Knotenlinien und Knotendurchmesser die Bereiche mit keiner Amplitude, das „+“, bzw. das „-“ bezeichnet die Bereiche, die entweder aus der Eben heraus- bzw. hineinschwingen.

### 3. Dynamisch

Eine theoretische Betrachtung der dynamischen Eigenfrequenzaufspaltung wurde in [1] über die Kirchhoffsche Plattentheorie hergeleitet. Dabei werden Berechnungsformeln für jeweils eine raumfest gemessenen vorwärts- ( $f_o$ ) und rückwärtslaufende ( $f_u$ ) Welle angegeben, welche die drehzahlabhängige Verschiebung der Eigenfrequenzen angibt. In dem Bild 4 ist die Frequenz  $f$  über die Drehzahl  $f_n$  aufgetragen. Man erkennt den aufgespaltenen Frequenzgang für die raumfeste Messung, linkes Teilbild. Im rechten Teilbild ist ein Holzkreissägeblatt nach dem Einsatz dargestellt. Aufgrund der auftretenden Schwingungen im Resonanzbereich bilden sich am Werkzeug Schwingungsbäuche aus, welche an dem Werkstück derart stark reiben, dass auf dem Werkzeug Anlauffarben entstanden sind.

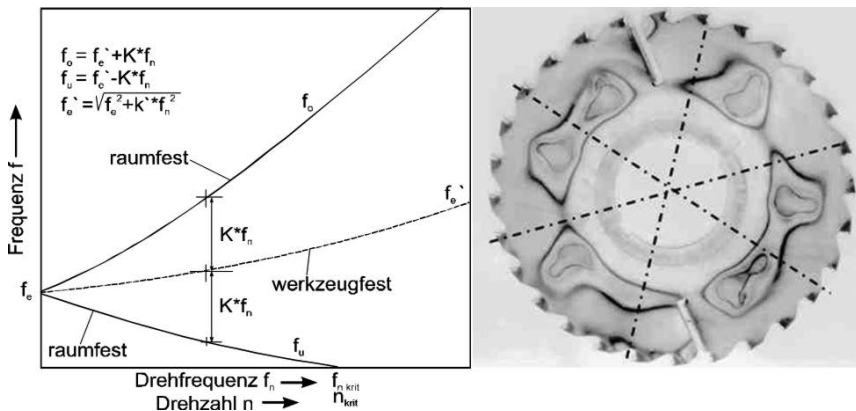


Bild 4: Frequenzaufspaltung unter Werkzeugrotation nach [1] (links), Schwingform 0/3 eines realen Kreissägewerkzeugs (rechts)

Bartsch gibt dabei die folgenden Berechnungsformeln an [1]:

$$f_o' = f_o + K f_n \quad \text{Gl. (2)}$$

$$f_u' = f_o - K f_n \quad \text{Gl. (3)}$$

$$f_o' = \sqrt{f_o^2 + k' f_n^2} \quad \text{Gl. (4)}$$

Hierbei bezeichnet  $f'_o$  die obere, vorwärtslaufende Welle,  $f'_u$  die untere, rückwärtslaufende Welle,  $f_e$  die statische Eigenfrequenz,  $f'_e$  die drehzahlabhängige Eigenfrequenz,  $f_n$  die Werkzeugdrehzahlfrequenz,  $K$  die Knotenlinienanzahl und  $k'$  eine individuelle Modenkonstante.

Bei der Betrachtung sind nur die Betriebsschwingungen mit Knotendurchmessern relevant. Durch die Rotation des Werkzeugs und dem damit verbundenen Durchlaufen der Knotenlinie unter der raumfesten Messstelle wird der Schwingung eine werkzeugdrehzahlabhängige Modulation aufgezwungen. Dabei passiert die Knotenlinie pro Umlauf die raumfeste Messstelle zweimal, somit wird mit der doppelten Umlauffrequenz aufmoduliert [6]. Für Schwingungen mit Knotenkreisen trifft dieses nicht zu.

Diese im raumfesten Messsystem erfassbare Aufspaltung spiegelt sich in einer Verdoppelung der Schwingform und Eigenfrequenzen wider, welche für alle Knotenlinienanzahlen aus einer vorwärts- und einer rückwärtslaufenden Welle resultiert. Die Höhe der Aufspaltung ist hingegen abhängig von der Anzahl der Knotenlinien  $K$ . Zudem wächst die Aufspaltung mit der Drehfrequenz  $f_n$  an (Gl. (2) und Gl. (3)). Eine Mitführung des vorher definierten Messgitters eliminiert dieses Artefakt und gibt die tatsächliche, werkzeugfeste Eigenfrequenz  $f'_e$  wieder [8].

Der tatsächliche Verlauf im werkzeugfesten System wird von Bartsch mit  $f'_e$  angegeben [1]. In der Berechnungsformel Gl. (4) findet neben der Werkzeugdrehzahl  $f_n$  auch der Faktor  $k'$  Eingang, welcher sich wie in Gl. (5) dargestellt zusammensetzt:

$$k' = \frac{1-\nu}{4} \cdot K^2 + \frac{3+\nu}{4} \cdot K \quad \text{Gl. (5)}$$

Mittels einer werkzeugfesten Messung unter Drehzahl kann der Wert für  $\nu$  und damit  $k'$  bestimmt werden. Der Zahlenwert von  $\nu$  ist für jede Schwingmode verschieden und muss für jede Mode einzeln bestimmt werden. Er ist zudem abhängig von den elastischen Materialkonstanten des Werkzeuges und seiner Geometrie, scheint aber unabhängig von den eingebrachten Eigenspannungen.

Das Bild 5 zeigt auf der linken Seite das Campbell-Diagramm für eine raumfeste Messung, bei der die jeweiligen Messstellen raumfest liegen und sich das Werkzeug mit seinen Schwingformen darunter herdreht. Die rechte Seite in Bild 5 zeigt die drehzahlabhängigen Eigenfrequenzen mit einem drehfrequenzabhängigen Mitführen des Messgitters, also werkzeugfest gemessen, bei der keine Aufspaltung stattfindet [8]. Bei beiden Diagrammen sind zusätzlich die Ordnungen der Drehzahl eingezeichnet. Diese entspringen dem Koordinatenursprung, laufen linear und bilden mögliche Erregerfrequenzen.

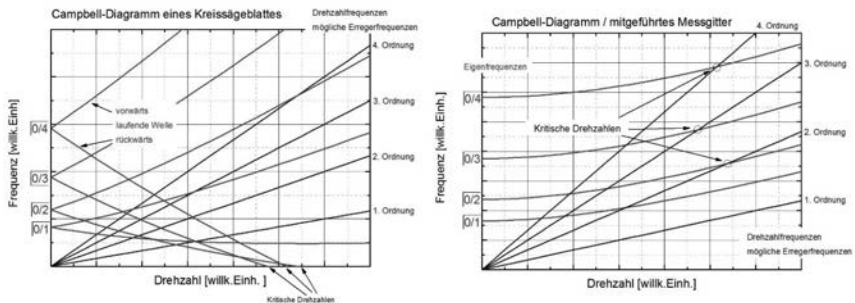


Bild 5: Drehzahlabhängige Frequenzänderungen raumfest (links) und werkzeugfest (rechts)

Kritische Betriebszustände können grundsätzlich dort auftreten, wo Erregerfrequenzen mit den Eigenfrequenzen des Werkzeuges übereinstimmen. Starke Resonanzen treten jeweils an den Schnittpunkten der  $n$ -ten Drehzahlordnung (Erregerfrequenz) mit der Frequenz der Mode mit  $n$  Knotendurchmessern auf. An dieser Stelle schneidet im raumfesten System der untere Ast (rückwärtslaufende Welle) der aufgespaltenen Eigenfrequenz die Abszisse. Dieses kann so interpretiert werden, dass diese Frequenz *Null* wird und sich so im raumfesten System eine stehende Welle mit meist großen Amplituden ausbildet, welches dann zur Resonanzkatastrophe führt. Diese Stellen werden als kritische Drehzahlen bezeichnet (vgl. Bild 5).

In dem in Bild 6 dargestellten, gemessenen Campbell-Diagramm sind drei derartige kritische Betriebszustände zu entnehmen. Die erste kritische Drehzahl liegt bei etwa  $5.500 \text{ min}^{-1}$ . Man erkennt den Schnittpunkt der 3. Drehzahlordnung ( $n = 3$ , in der Abbildung durchgezogene schwarze Linie) mit der drehzahlabhängigen Eigenfrequenz  $f_e$  mit drei Knotenlinien ( $K = 3$ , Mode 0/3), startend bei  $f_e = 225 \text{ Hz}$ , bei einer Werkzeugdrehzahl von ca.  $5.500 \text{ min}^{-1}$  (in der Abbildung gestrichelte Linie), bei dem die so genannte erste kritische Drehzahl auftritt. Weitere kritische Drehzahlen sind in der Abbildung bei ca.  $6.000 \text{ min}^{-1}$  (Schnittpunkt 2. Ordnung,  $n = 2$ , mit Mode 0/2) und bei  $6.200 \text{ min}^{-1}$  (Schnittpunkt 4. Ordnung,  $n = 4$ , mit der Mode 0/4) zu erkennen.

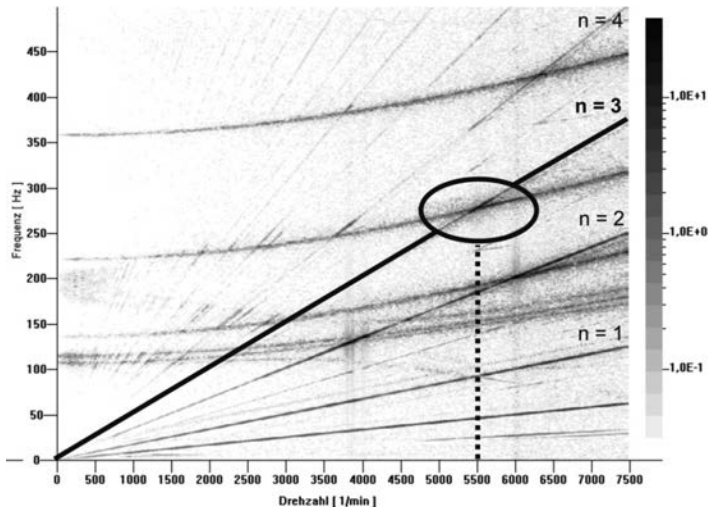


Bild 6: Gemessenes Campbell-Diagramm eines "ungespannten" Werkzeuges

Dem Campbell-Diagramm in Bild 6 kann weiter die Drehzahlabhängigkeit der Eigenfrequenzen entnommen werden und damit der Parameter  $k'$ . Aus dem Quadrieren der Gl. (4) folgt die individuelle Modenkonstante als Steigung beim Auftragen gegen  $f_n^2$  (vgl. Gl. 6):

$$f_e'^2 = f_e^2 + k' f_n^2 \quad \text{Gl. (6)}$$

Mit diesem Parameter  $k'$  kann dann der drehzahlabhängige Verlauf der Eigenfrequenzen der Moden mit Knotendurchmessern gemäß Gl. (4) für beliebig gespannte Blätter, aber mit gleicher geometrischer Form und Materialzusammensetzung, berechnet werden. Hierzu müssen lediglich die statischen Eigenfrequenzen  $f_e$  bekannt sein, wenn zuvor über eine werkzeugfeste Messung für jede Mode die drehzahlabhängige Eigenfrequenz  $f_e'$  gemessen wurde und das  $k'$  entsprechend bestimmt wurde. Diese Parameter sind dann für jedes baugleiche Kreissägewerkzeug zu verwenden.

Die gute Übereinstimmung der errechneten Werte mit den experimentell ermittelten Werten zeigt der Vergleich in Bild 7, rechts. Ein Kreissägewerkzeug wurde im ungespannten Zustand vermessen und die individuellen Modenkonstanten  $k'$  für jede Mode bestimmt. Danach wurde ein baugleiches Kreissägeblatt entsprechend gespannt und Eigenspannungen eingebracht.

Dieses erfolgte durch mechanisches Walzen von zwei konzentrischen Walzringen bei einem Radius von  $0,5 \times \text{Werkzeugradius}$  und einem Radius von  $0,65 \times \text{Werkzeugradius}$ . Die eingebrachten Spannungen veränderten sich deutlich, ebenso wurden Eigenfrequenzen deutlich verschoben.

Die kritischen Drehzahlen wurden dann aus den Gleichungen (7) bis (9) hergeleitet.

$$f_u' = 0 \quad \text{Gl. (7)}$$

$$f_e' = K f_n \quad \text{Gl. (8)}$$

$$f_n = \sqrt{\frac{f_e^2}{K^2 - k'}} \quad \text{Gl. (9)}$$

Hieraus lassen sich für alle (Eigen-) Spannungszustände die kritischen Betriebszustände berechnen. Die berechneten Werte sind in dem Bild 7 den zusätzlich messtechnisch aufgenommenen Daten gegenübergestellt. In dem rechten Teildiagramm sind die berechneten Frequenzen als offene Kreise und die gemessenen Eigenfrequenzen als geschlossene Dreiecke dargestellt. Es liegt eine gute Übereinstimmung vor.

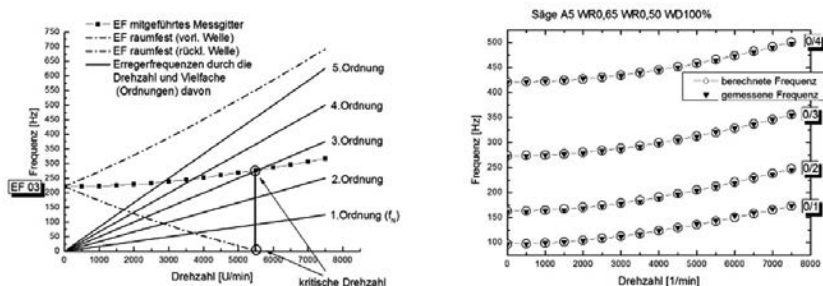


Bild 7: Beispiel Mode 0/3 ( $n = 3$ ), raumfest und mitgeführtes Messgitter (links) und Vergleich von berechneten und gemessenen dynamischen Frequenzen (rechts)

#### 4. Einflüsse

In den untersuchten Kreisägeblättern wurden konzentrische Eigenspannungsvariationen mechanisch durch einen oder mehrere Walzvorgänge eingebracht und deren Auswirkung auf die Verschiebung der Eigenfrequenzen und deren Einfluss auf das dynamische Verhalten der Werkzeuge ermittelt. Variiert wurden dabei jeweils die Walzkreisradien und die Walzdrücke und damit die Walzkraften.

In dem Bild 8 ist die Verschiebung der Eigenfrequenzen für unterschiedliche Walzkreisradien ( $WR$ ) und Walzkräfte aufgetragen. Der Walzkreisradius bestimmt maßgeblich die Verschiebung der Frequenzen. Ein Radius von  $0,8 \times \text{Werkzeugradius}$  ändert die Eigenfrequenzen nur geringfügig, erst ein Radius von  $0,65 \times \text{Werkzeugradius}$  erzeugt höhere Verschiebungen, die bei einem Radius von  $0,5 \times \text{Werkzeugradius}$  noch deutlicher ausfallen. Höhere Walzkräfte verstärken jeweils die Effekte.

Die Eigenfrequenzen der Moden 0/0 und 0/1 werden tendenziell nach unten verschoben (Bild 8, links), die Moden mit Knotendurchmessern größer 1 nach oben (Bild 8, rechts).

Die Walzkräfte können allerdings nicht beliebig erhöht, bzw. die Walzradien nicht beliebig verringert werden, da ab einer Grenzspannung das Werkzeug „überspannt“ wird, d.h. das Kreissägeblatt verbiegt sich dauerhaft schüsselartig und wird dadurch unbrauchbar. Die hier verwendeten Walzkräfte und Radien bilden die Grenze des technisch realisierbaren ab. Bereits ein etwas kleinerer Walzradius ( $0,45 \times \text{Werkzeugradius}$ ) mit mittlerem Walzdruck aufgetragen „überspannte“ das Werkzeug entsprechend.

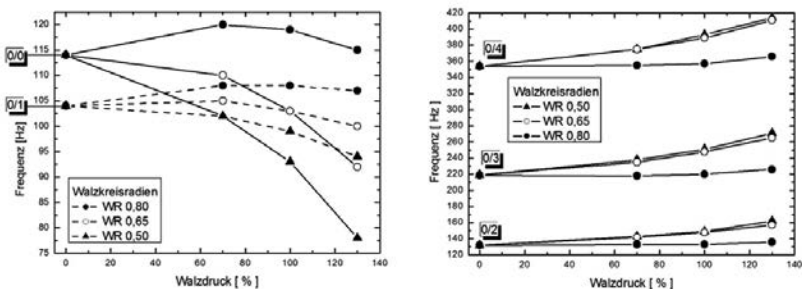


Bild 8: Frequenzverschiebung in Abhängigkeit von Walzdruck und Walzkreisradius

Bei dem dynamischen Verhalten der Werkzeuge ist der Einfluss auf mögliche kritische Betriebszustände von maßgeblicher Relevanz. Die jeweils erste kritische Drehzahl der Werkzeuge konnte von  $5.500 \text{ min}^{-1}$  durch zweimaliges Walzen ( $0,5 \times \text{Werkzeugradius}$  und  $0,65 \times \text{Werkzeugradius}$ ) mit mittleren Walzkräften auf maximal  $6.900 \text{ min}^{-1}$  verschoben werden (Bild 9, rechts).

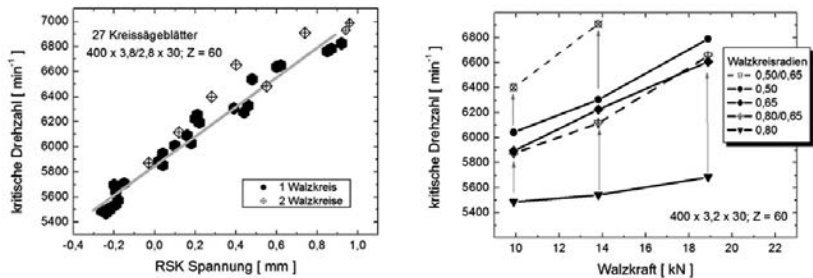


Bild 9: Kritische Drehzahl in Abhängigkeit der eingebrachten (Eigen-) Spannung (rechts), kritischen Drehzahlen in Abhängigkeit von Walzkraft und Walzradius (links)

Höhere Walzkraften führten wiederum zum „Überspannen“ des Werkzeuges. Der in der Industrie durchsetzte, empirische Erfahrungswert von eingebrachter Blattspannung (RSK-Spannung) korreliert direkt mit der kritischen Drehzahl, je größer die Spannung desto weiter wird die kritische Drehzahl verschoben (Bild 9, links). Die maximal erreichbare Spannung liegt etwa bei 1 „mm Auslenkung“.

Das IGF-Vorhaben 17950 N der Forschungsvereinigung Forschungsgemeinschaft Werkzeuge und Werkstoffe e.V. (FGW), Papenberger Straße 49, 42859 Remscheid wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der Industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert.



Bundesministerium  
für Wirtschaft  
und Energie



## 5. Literaturangaben

- [1] Bartsch, U.: Schwingungs- und Dämpfungsverhalten ungedämpfter und gedämpfter Kreissägeblätter. Dissertation IWF. TU Braunschweig 1981
- [2] Barz, E.: Untersuchungen an Kreissägeblättern für Holz, Fehler- und Spannungsprüfverfahren. Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen, Westdeutscher Verlag, Köln und Opladen 1953
- [3] Denkena, B.; Pelshenke, C.; Möhring H.-C.; Rosen, S.; Kayapinar, H.; Brehmeier S.: Systeme zur Schwingungsdämpfung von Trennschleifscheiben. DIHW - Diamant Hochleistungswerkzeuge, Dr. Harnsich Verlags GmbH, Nürnberg, Ausgabe IV / 2011, S. 40-47
- [4] Münz, U.V.; Leopold, J.; Pelshenke, C.: Randzonengeometrie und dynamisches Verhalten von PKD-Kreissägeblättern. Diamond business Heft 7, Ausgabe 4, 2003, S. 41-55
- [5] Pelshenke, C.; Glatzel, T.: Untersuchungen der Auswirkung von Schleifbearbeitung und Spannvorgang auf das Einsatzverhalten von Kreissägeblättern beim Einsatz von CBN Schleifstoffen. Schlussbericht zum IGF-Vorhaben (AiF 13226N), 2005
- [6] Pelshenke, C.; Denkena, B.; Bockhorst, J.; Reithmeier, E.; Fahlbusch, Th.; Rahlves, M.: Schnittverlauf beim Trennschleifen von Naturstein.  
Teil 1. In: dihw – Diamant Hochleistungswerkzeuge II, 2009, S. 48 – 57,  
Teil 2. In: dihw – Diamant Hochleistungswerkzeuge III, 2009, S. 44 – 51,  
Teil 3. In: dihw – Diamant Hochleistungswerkzeuge IV, 2009, S. 24 – 31.
- [7] Pelshenke, C.; Denkena, B.; Bockhorst, J.; Reithmeier, E.; Fahlbusch, T.; Rahlves, M.: Steigerung der Wirtschaftlichkeit beim Trennschleifen von Naturstein durch Erhöhung des Zeitspanvolumens. DIHW - Diamant Hochleistungswerkzeuge, Dr. Harnsich Verlags GmbH, Nürnberg, Ausgabe I / 2010, S. 48-53
- [8] Pelshenke, C.: Zeit, dass sich was dreht - Rotierende Werkzeuge dynamisch gemessen; A Turn for the Better - Dynamic Gauging of Rotation Tools. InFocus, Magazin für optische Messsysteme, Ausgabe 01, 2011, Seite 16-17



# Ein Beitrag zur Auslegung robuster Mehrmassendämpfer für Werkzeugmaschinen

Prof. Dr.-Ing. **Christian Brecher**, Dipl.-Ing. **Simon Schmidt**,  
Dipl.-Ing. **Birk Brockmann**,  
Werkzeugmaschinenlabor WZL der RWTH Aachen, Aachen

## Kurzfassung

Schwingungen im spannenden Bearbeitungsprozess können nicht vermieden werden. Allein die Rotation z. B. eines Fräswerkzeuges führt zu einer harmonischen Fremderregung der Werkzeugmaschine in der Drehfrequenz. Neben derartigen Fremderregungen sind auch selbsterregte Schwingungen – wie das klassische „Rattern“ – eine große Herausforderung für produzierende Unternehmen. Hilfsmassendämpfer (HMD) sind eine Möglichkeit sowohl fremd- als auch selbsterregte Schwingungen zu reduzieren. Der meist einfache Aufbau eines HMD führt zu sehr geringen Kosten in der Umsetzung. Allerdings ist der passive HMD in der Regel nur auf eine einzige kritische Resonanzstelle abgestimmt. Verändert nun die Maschine ihre dynamischen Eigenschaften, beispielsweise infolge der kürzeren Auskragung des Z-Schiebers einer Portalmaschine oder eines Bohrwerkes, so kann der HMD nicht mehr seine optimale Wirkung entfalten. Der sogenannte Mehrmassendämpfer (MMD) setzt im Vergleich zum HMD mehrere, aufeinander abgestimmte Einzelmassen ein. Durch die Verteilung der Einzelmassen wird die Robustheit des Zusatzsystems bezüglich einer Veränderung oder Fehleinschätzung der dynamischen Eigenschaften der Maschine gesteigert, sodass der Wirkbereich und damit der Nutzen des Zusatzsystems effektiver und praxistauglicher wird.

Die in dieser Arbeit vorgestellte Auslegung für MMDs nutzt anders als bisherige Ansätze die Finite Elemente Methode (FEM) zur physikalischen Berechnung des Schwingungsverhaltens der Maschine. Somit wird die Genauigkeit der Auslegung durch eine exaktere Approximation der Maschinenstruktur erhöht. Neben der Schwingungsamplitudenreduktion infolge einer Fremderregung wird in diesem Beitrag insbesondere auf die Stabilität des Bearbeitungsprozesses und damit auf selbsterregte Schwingungen (z. B. regeneratives Rattern) eingegangen. Mit der vorgestellten neuartigen Auslegungsmethode sollen selbsterregte Schwingungen nachhaltig vermieden werden.

## 1. Einleitung und Stand der Technik

Die während der spanenden Bearbeitung auftretenden Kräfte – allen voran die Schnittkräfte – führen aufgrund der endlichen Steifigkeit der im Kraftfluss liegenden Komponenten zu Verlagerungen des Tool Center Points (TCP) der Maschine. Neben rein statischen Kräften treten immer auch dynamische Erregungskräfte während der Bearbeitung auf, woraus sogenannte fremd- als auch selbsterregte Schwingungen am TCP resultieren können.

Als fremderregte Schwingungen sind erzwungene Schwingungen zu verstehen, welche mit der Erregungsfrequenz oszillieren. Typische Beispiele sind die Zahneingriffsstöße in Fräsprozessen oder Unwuchten des drehenden Werkzeugs oder Werkstücks. Neben diesen periodischen Fremderregungen werden auch impulsförmige Kraftanregungen der Maschinenstruktur als Fremderregung bezeichnet. So führen beispielsweise über das Maschinenfundament eingeleitete Erschütterungen zu einer impulsförmigen Fremderregung infolge der die Maschine in ihrer Eigenfrequenz frei ausschwingt. [1]

Selbsterregte Schwingungen beziehen ihre Schwingungsenergie nicht aus einer äußeren Störquelle, sondern aus dem Bearbeitungsprozess selbst. Sie lassen sich also als Folge einer instabilen Prozess-Maschine-Interaktion (PMI) während der spanenden Bearbeitung verstehen. Ist diese PMI instabil, führen nur kleine Störquellen zu rasch ansteigenden Schwingungsamplituden, welche schnell ein mechanisch kritisches Niveau erreichen können. Im Unterschied zur Fremderregung spricht man dann vom sogenannten Regenerativ effekt oder „Rattern“. [1]

In beiden Fällen, Fremd- und Selbsterregung, sind die im Kraftfluss liegenden Komponenten der Werkzeugmaschine entscheidend für die Ausprägung der Schwingungen. Daher muss es das Ziel der Konstrukteure sein, möglichst steife, ausreichend gedämpfte, aber auch leichte Komponenten zu entwickeln. Diese konträren Anforderungen führen zwangsläufig zu Kompromissen, welche je nach Maschinenkonzept zu einem unzureichenden Maschinenverhalten führen können.

Da das dynamische Maschinenverhalten auch heute noch schwer durch Simulationen vorhergesagt werden kann [2], wird die Suche nach der optimalen Konstruktion weiter erschwert. Verlässliche Aussagen über das dynamische Maschinenverhalten, insbesondere mit Hinblick auf die Quantität, sind in der Maschinenkonzeptphase nur mit immensem Aufwand möglich und daher zielgerichtete Optimierungsmaßnahmen durch den Konstrukteur nur schwer durchführbar. Ist der Prototyp der Maschine einmal in Betrieb genommen, können auftretende dynamische Schwingungsprobleme nur noch mit hohem wirtschaftlichem Aufwand konstruktiv gelöst werden. [3]

Neben konstruktiven Optimierungsmaßnahmen kann das Schwingungsniveau während der Bearbeitung auch durch eine Optimierung der Prozessparameter (z. B. Schnitttiefe, Schnittgeschwindigkeit, Werkzeugart) beeinflusst werden. Über sogenannte Stabilitätsdiagramme können zudem Schnittparameter gefunden werden, welche eine stabile Bearbeitung erlauben und so auch selbsterregte Schwingungen vermeiden. Stabilitätsdiagramme lassen sich sowohl experimentell als auch simulativ ermitteln. Abhängig von der Erfahrung des Versuchsingenieurs können experimentelle Stabilitätsdiagramme nur unter großem Zeitaufwand ermittelt werden. Auch die Versuchsreihen für die Optimierung der Schnittkräfte können zuweilen nur mit großem Aufwand durchgeführt werden. [1]

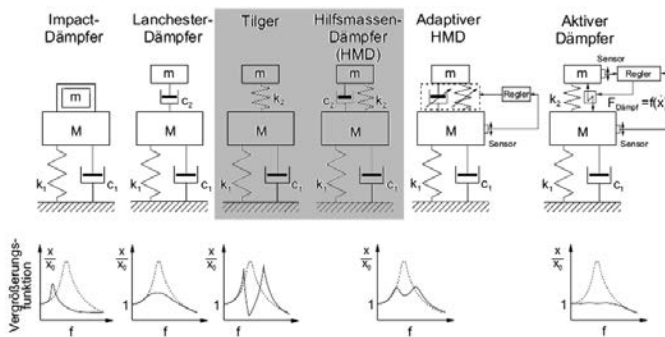


Bild 1: Passive, adaptive und aktive dynamische Zusatzsysteme. (Quelle [3])

Dynamische Zusatzsysteme sind eine weitere Option, die PMI positiv zu beeinflussen und somit die im Prozess auftretenden Schwingungsamplituden zu reduzieren. Prinzipiell werden drei Arten von dynamischen Zusatzsystemen unterschieden: passive, semiaktive und aktive Zusatzsysteme, vgl. Abbildung 1.

Passive Zusatzsysteme, dissipieren die unerwünschte Schwingungsenergie z. B. durch eine Transformation in thermische Energie. Ein weitläufig bekanntes passives Zusatzsystem ist der Hilfsmassendämpfer (HMD) welcher aus einer Hilfsmasse besteht, die an das schwingende System über ein Koppellement mit definierter Steifigkeit und Dämpfung angebunden ist. Durch die Relativbewegung zwischen Hilfsmasse und dem schwingendem System wird in dem Koppellement die Schwingungsenergie dissipiert. Semiaktive oder adaptive Systeme dissipieren ebenfalls die vorhandene Schwingungsenergie zumeist über das Koppellement. Allerdings können die Eigenschaften des Koppellementes bei semiaktiven Systemen angepasst und bei Bedarf sogar gesteuert oder geregelt werden. [3]

Anders als die passiv wirkenden Systeme bringen aktive Zusatzsysteme zusätzliche, dynamisch korrelierende Dämpfungskräfte über entsprechende Aktoren in das schwingende System ein. Diese Dämpfungskräfte wirken den unerwünschten Schwingungskräften entgegen und reduzieren so die Schwingungsamplitude. Somit sind aktive Systeme als geregelte mechatronische Systeme zu verstehen, welche aus Sensoren, sowie mindestens einem Aktor und Regler bestehen. Da aktive Systeme geregelt sind, können sie selbst instabil werden. Der Entwicklungsingenieur muss hier entsprechenden Aufwand bezüglich einer robusten Regelung betreiben. Insbesondere muss der Regler auch unter sich ändernden Randbedingungen weiterhin robust funktionieren. [3]

Eben dieser Entwicklungsaufwand aktiver (und teilweise auch semiaktiver) Systeme ist aktuell noch die entscheidende Hemmschwelle für den Einsatz in der industriellen Praxis. Lediglich die passiven Zusatzsysteme, allen voran der passive HMD, lassen sich schon heute in der Werkzeugmaschine finden, wenngleich ihr Einsatz selten publik gemacht wird [4]. Nach wie vor herrscht die Meinung vor, dass ein erfahrener Konstrukteur auch dynamische Schwachstellen vorhersehen und konstruktiv eliminieren kann. Doch zeigt gerade der zielgerichtete Einsatz von HMDs z.B. in [5], dass ein Verständnis über das dynamische Verhalten der Werkzeugmaschine vorliegt und dieses gezielt beeinflusst werden kann.

Die Auslegung von klassischen HMD wird heute hauptsächlich mittels analytischer Gleichungen durchgeführt. Grundlage der analytischen Auslegung ist stets ein analytisches Substitutionsmodell der kritischen Eigenform der Werkzeugmaschine. Die physikalischen Eigenschaften dieses Substitutionsmodells (Masse, Steifigkeit und Dämpfung) liefern die Eingangsvariablen für die mathematische Berechnung der optimalen HMD-Eigenschaften [6]. In [3] wird eine praxisnahe Vorgehensweise zur Auslegung von Hilfsmassendämpfern mit Hilfe der von HARTOG in [6] entwickelten Formeln vorgeschlagen.

Ausgehend von der Festlegung einer maximal zulässigen Resonanzüberhöhung nach Montage des HMD

$$\left( \frac{x}{x_{stat}} \right)_{opt} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}}, \text{ mit } \mu = \frac{m}{M} \quad (1.1)$$

kann das nötige Massenverhältnis  $\mu$  bestimmt werden. Anschließend ergibt sich daraus die optimale Verstimmung  $f_{opt}$ , Gleichung (1.2). Diese gibt das optimale Frequenzverhältnis zwischen der Eigenfrequenz des Hilfsmassendämpfers  $\omega_{HMD}$  sowie des zu bedämpfenden Schwingsystems  $\omega_{System}$  an. Aus der Verstimmung folgt die zur Auslegung des HMD nötige Steifigkeit  $k_{HMD,opt}$

$$f_{opt} = \frac{\omega_{HMD}}{\omega_{System}} = \frac{1}{1 + \mu} \Rightarrow k_{HMD,opt} = m \left( \frac{\omega_{System}}{1 + \mu} \right)^2. \quad (1.2)$$

Der optimale Dämpfungskoeffizient berechnet sich über Gleichung (1.3):

$$c_{HMD,opt} = 2m\omega_{System} \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}}. \quad (1.3)$$

Bei der analytischen Auslegung gewöhnlicher Hilfsmassendämpfer sind optimale Dämpfung, Hilfsmasse und Auslegungsfrequenz direkt voneinander abhängig. Weicht die Dämpfung zu stark vom ermittelten Optimalwert ab, so verliert der HMD an Wirkung. Somit ist die Wahl der Dämpfung nicht frei, was je nach Situation und verfügbaren Dämpferelementen die Anwendbarkeit eines HMD einschränken kann. In der Praxis ist die Materialstreuungsbreite der üblicherweise verwendeten Kautschuk-Dämpfungsmatten so hoch, dass nach Inbetriebnahme eine manuelle, iterative Optimierung der Steifigkeit und/oder Dämpfung des montierten HMD durch Anpassung der Matten erfolgen muss, um die gewünschte Schwingungsdämpfung zu erzielen.

Insbesondere bei Werkzeugmaschinen mit stark eingeschränkten Bauräumen und Freigängen zwischen den einzelnen Komponenten gestaltet sich die Anbringung von Hilfsmassendämpfern schwierig. Außerdem werden HMD meist auf einen räumlichen Freiheitsgrad hin ausgelegt und sind lediglich in einem engen Frequenzbereich um die Auslegungsfrequenz herum wirksam. Daneben beeinflusst auch die Güte des Substitutionsmodells und damit die Fähigkeit der exakten Abbildung des dynamischen Verhaltens der Werkzeugmaschine im Bereich der kritischen Eigenform wesentlich die Auslegungsergebnisse und folglich die Wirksamkeit des HMDs. Zuletzt liefern aktuelle Auslegungsansätze keine Möglichkeit, die optimale Hilfsmasse im Falle der Fremd- und Selbsterregung zu berechnen. Diese beiden Schwingungsarten werden in der praktischen Umsetzung von HMDs nur selten unterschieden, so dass die angewandten Auslegungsansätze für den HMD häufig falsch sind. Dies führt erneut zu der Notwendigkeit einer iterativen Feinabstimmung bis z. B. die selbsterregten Schwingungen tatsächlich abgestellt sind. Einen neuartigen Ansatz liefert hier [7]. Dieser Ansatz erweitert das analytische Substitutionsmodell zu einem Mehrmassensystem, weshalb eine bessere Annäherung des dynamischen Maschinenverhaltens im Bereich der kritischen Resonanzstelle ermöglicht wird. Zusätzlich können erst durch diese Erweiterung zu einem Mehrmassensystem die Auslegungsgleichungen derart erweitert werden, dass exakt eine optimale Hilfsmasse insbesondere für den Fall der Selbsterregung berechnet werden kann.

## 2. Das Konzept des mehrstufigen Mehrmassendämpfers

Die Idee einer rein analytischen Auslegung von mehrstufigen passiven Zusatzsystemen wurde erstmals in [8] vorgestellt. Das Konzept des Mehrstufigen Mehrmassendämpfers (MMD) besteht im Wesentlichen aus einer geeigneten Zusammenfassung einzelner HMDs. Um die Robustheit des Schwingungsdämpfersystems zu erhöhen, werden die Einzelmassen des MMD nicht nur bezüglich der Bedämpfung einer Frequenz ausgelegt. Vielmehr werden die Auslegungsfrequenzen der einzelnen HMD gezielt gestaffelt, um die neu entstehenden Resonanzstellen sukzessive zu unterdrücken. Das Prinzip ist in Abbildung 2 dargestellt.

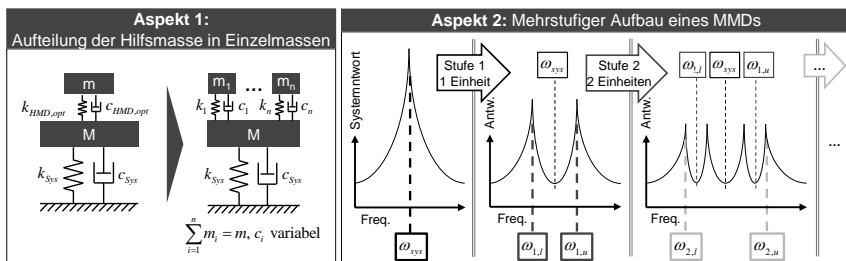


Bild 2: Konzept des mehrstufigen Mehrmassendämpfers. (nach [8])

Durch die Auslegung eines Hilfsmassendämpfers auf eine Resonanzfrequenz des Grundsystems wird die ursprüngliche Resonanz zu niedrigeren Frequenzen hin verschoben. Gleichzeitig entsteht durch den Hilfsmassendämpfer eine neue Resonanzstelle bei einer höheren Frequenz. Die Aufteilung der ursprünglichen Resonanzfrequenz wird im Folgenden als Frequenzspreizung bezeichnet und kann über die folgende quadratische Gleichung [6] vorhergesagt werden:

$$\left( \frac{\omega}{\omega_{sys}} \right)^2 = \left( 1 + \frac{\mu}{2} \right) \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}}. \quad (2.1)$$

Wie aus Gleichung (2.1) erkennbar ist, hängt die Bandbreite der Spreizung allein vom Massenverhältnis zwischen Dämpfer und Grundsystem sowie der Resonanzfrequenz ab.

Wie in Abbildung 2 rechts dargestellt, kann nun auf die jeweils äußersten Resonanzstellen eine nächste Stufe von Dämpfereinheiten ausgelegt werden, sodass ein mehrstufiges HMD-System entsteht, welches im Vergleich zu einem herkömmlichen HMD bei gleicher Masse eine größere Gesamt-Frequenzspreizung (Bandbreite zwischen niedrigster und größter neuer Resonanzfrequenz) aufweist [8]. Durch die Aufteilung der Einzelmasse einer Dämpferein-



heit einer Stufe des MMD in parallel geschaltete Einzelmassen ist es weiterhin möglich, die unweigerlichen Ungenauigkeiten in der Realisierung der geforderten optimalen Anbindungssteifigkeiten und die dadurch entstehenden Leistungseinbußen durch eine Streuung abzuschwächen. Außerdem kann die Auslegung invers durchgeführt werden, um die mechanischen Eigenschaften (Steifigkeit und Dämpfung) von für den Anwendungsfall geeigneten Koppellementen zur Montage der Einzelmassen bei der Auslegung zu berücksichtigen. Dies erfordert i.d.R. eine vorhergehende messtechnische Untersuchung der Koppellemente. Die Anzahl der Einzelmassen pro Stufe des MMD richtet sich dann nach der Höhe der zu bedämpfenden Frequenz, der Gesamtmasse des MMD, sowie den verfügbaren Steifigkeiten und Dämpfungen. Eine detaillierte Beschreibung der Methodik ist nicht Fokus dieses Beitrages und erfolgt im Rahmen einer anderen Veröffentlichung.

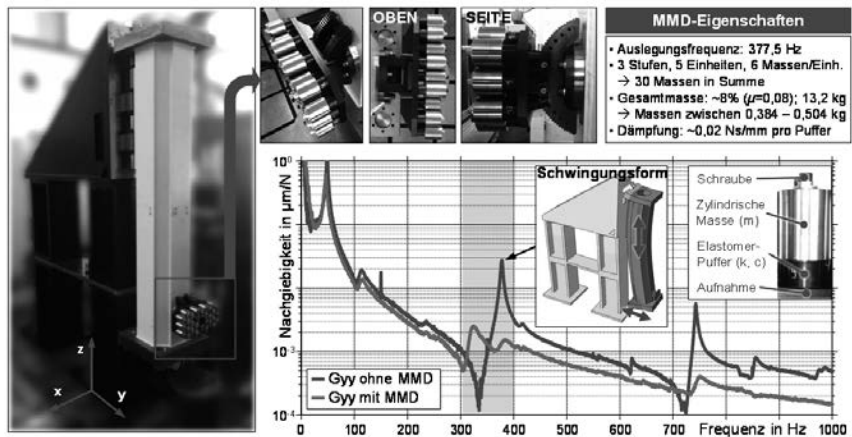


Bild 3: Praktische Umsetzung eines 30-massigen MMD zur Amplitudenreduktion bei Fremdanregung.

Die praktische Realisierbarkeit und Wirksamkeit von Mehrmassendämpfern konnte bereits mithilfe einer eigens konstruierten MMD-Aufnahme unter Verwendung von Elastomer-Puffern als Anbindungssystem zylindrischer Einzelmassen gezeigt werden. In Abbildung 3 ist exemplarisch ein dreistufiger MMD mit 6 Einzelmassen pro Dämpfereinheit (in Summe also 30 Massen) zur Amplitudenreduktion bei einer Fremdanregung des im Bild links dargestellten Z-Schieber-Prüfstandes eingesetzt worden. Eine Betrachtung der optimalen Auslegung

von MMDs bei selbsterregten Schwingungen ist bisher nicht geschehen und wird im Folgenden durchgeführt.

### 3. Die Nutzung von Mehrmassendämpfern zur Reduktion der Ratterneigung

Wie in Kapitel 1 bereits angedeutet, entsteht Rattern bei der spanenden Bearbeitung infolge der PMI. Klassisch betrachtet kann die PMI als regelungstechnischer Wirkkreis modelliert werden, mit dem dynamischen, gerichteten Steifigkeitsverhalten der Maschine im Vorwärtspfad und den prozesstechnologischen Parametern im Rückwärtspfad. Das ebenfalls aus der Regelungstechnik bekannte Nyquist-Kriterium eignet sich zur Prüfung der Stabilität dieses Wirkkreises und somit zur Vorhersage von Rattern. Nach dem Nyquist-Kriterium kann bei einem vorhandenen negativen Realteil des komplexen Nachgiebigkeitsfrequenzganges der Werkzeugmaschine und bei zusätzlich ungünstigen Prozessparametern ein instabiler Bearbeitungsprozess, also Rattern, die Folge sein. Somit muss es bei selbsterregten Schwingungen das Ziel bei der Auslegung eines MMDs sein, den negativen Realteil möglichst vollständig zu eliminieren. Dieser Grundgedanke lehnt sich an die Ausführungen in [7] an. Dort wird eine Gleichung hergeleitet, welche genau die Hilfsmasse für einen HMD berechnet, für die der Realteil auf Werte stets größer gleich Null im kritischen Frequenzbereich angehoben wird. Weiterhin unterscheidet sich die HMD-Auslegung bei selbsterregten Schwingungen dadurch, dass die optimale Verstimmung sich nach SIMS [9] von derjenigen bei Fremderregung – vgl. Gleichung (1.2) – unterscheidet. Ob und wie dieser Ansatz auch auf MMDs übertragen werden kann, wird in diesem Beitrag diskutiert.

Als Demonstrationsobjekt der dynamischen Wirkweise von HMDs im Vergleich zu MMDs dient das in Abbildung 4 oben dargestellte, stark vereinfachte FE-Modell eines Fahrständers nach Vorbild einer klassischen dreiachsigen Fahrständermaschine, im Folgenden als „die DummyWZM“ bezeichnet. Trotz der starken Vereinfachungen weist das Simulationsmodell ein realistisches dynamisches Verhalten auf, wie im Bild mittig anhand des Nachgiebigkeitsfrequenzganges in y-Richtung dargestellt. Im dort gelb hinterlegten Frequenzbereich weist die Maschine eine potentiell kritische Resonanz bei einer Kippschwingung des Ständers in y-Richtung auf, mit einem stark ins Negative abfallenden Realteil, sowohl am TCP als auch am möglichen Anbindungspunkt für einen HMD (AP1). Die Analytik nach [7] ist nur bei direkten Frequenzgängen anwendbar. Da uns der Realteil am TCP interessiert, eine HMD-Montage jedoch an AP1 (oder AP2) erfolgen soll, wird das in Abbildung 4 unten skizzierte Vorgehen zur Bestimmung der optimalen HMD-Masse und der folgenden Auslegung angewandt. Im Falle eines linearen Übertragungsverhaltens zwischen den Punkten AP1 und TCP für die betrachtete Frequenz kann der (in diesem Fall kleinere) Realteil am TCP berücksichtigt wer-

den, sodass der negative Realteil am AP nicht bis auf null angehoben werden muss (hier:  $\Delta_{AP1, TCP} \approx 0,01$ ). Die mit diesem Vorgehen berechnete optimale Hilfsmasse  $m_{HMD, opt}$  beträgt im betrachteten Fall 171 kg ( $\mu = 0,1687$ ).

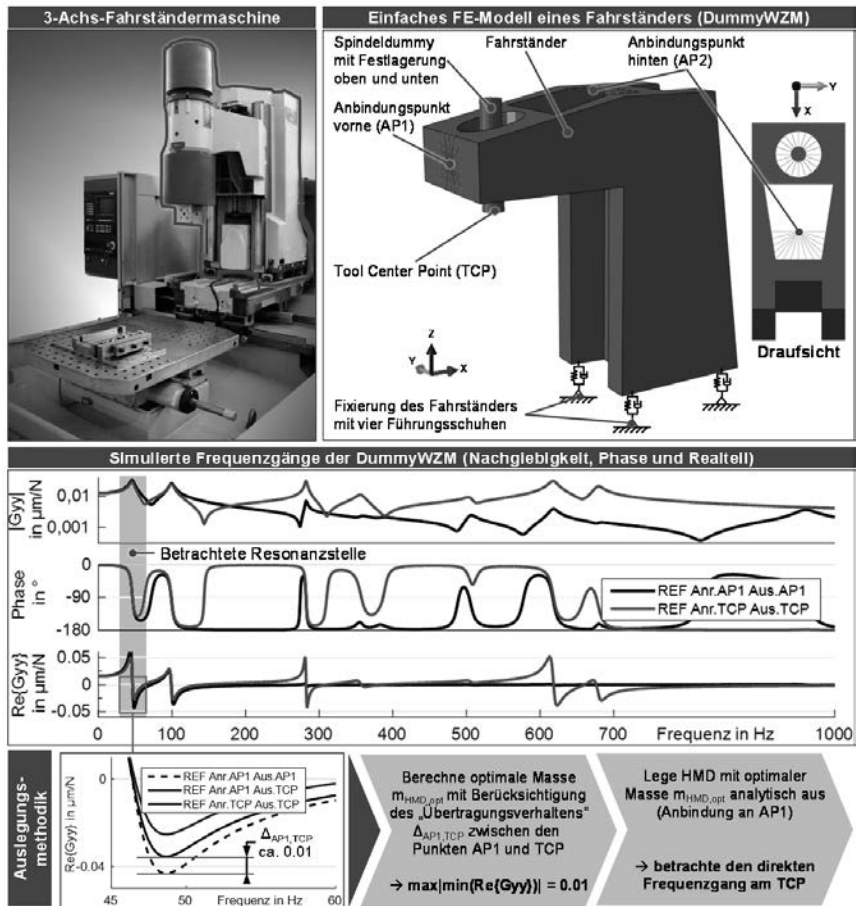


Bild 4: FE-Simulationsmodell „DummyWZM“ und Methodik der HMD-Auslegung zur Ratterunterdrückung.

Um zu bewerten, inwiefern die gleiche optimale Masse und optimale Verstimmung nach SIMS auch für MMD zweckführend ist, werden im Folgenden verschiedene Auslegungen anhand der DummyWZM simuliert und diskutiert. Nachdem die optimale HMD-Masse wie oben beschrieben bestimmt wurde, wurden sowohl klassische HMD als auch verschiedene MMD am Anbindungspunkt AP1 im FE-Modell eingebunden (über Feder-/Dämpferelemente und Punktmassen) und mittels simulierter Nachgiebigkeitsfrequenzgänge bewertet.

#### 4. Simulationsergebnisse

In Abbildung 5 ist links der nach der oben beschriebenen Methodik optimal ausgelegte HMD dargestellt. Erkennbar ist der nahezu lineare Offset der Realteile zwischen AP1 und TCP, wobei eine vollständige Anhebung des minimalen Realteils auf positive Werte (blaue Linie) am TCP nahezu aber aufgrund der indirekten Auslegung nicht exakt erzielt werden konnte. In der mittleren Spalte von Abbildung 5 sind neben dem HMD als Referenz drei MMD mit 3, 6 und 10 Stufen mit je einer Dämpfermasse dargestellt, wobei die nach Gleichung (1.3) optimale Dämpfung des HMD  $c_{HMD,opt}$  auf alle Massen gleichverteilt wurde, sodass alle Dämpfungssysteme die gleiche Gesamtmasse und Gesamtdämpfung aufweisen.

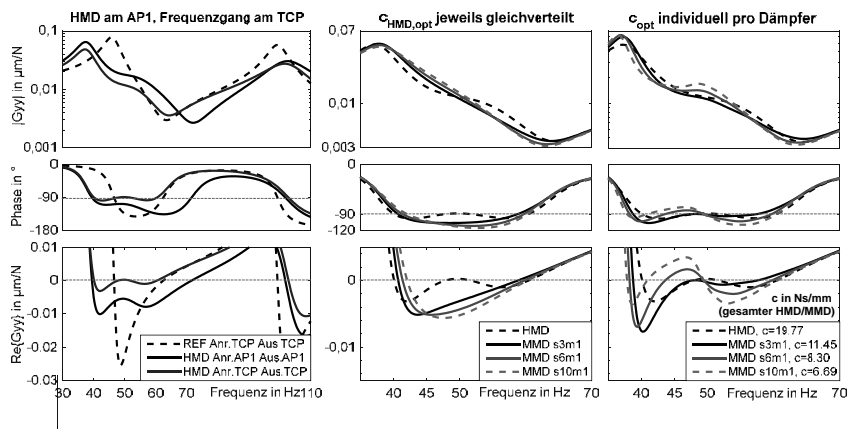


Bild 5: MMD mit optimaler Verstimmung nach SIMS (Selbsterregung), verschiedene Dämpfungsermittlungen.

Im Vergleich mit dem HMD ist klar erkennbar, dass alle MMD eine schlechtere Realteilanhebung aufweisen. Auch eine individuelle Berechnung von  $c_{opt}$  für jede Einzelmasse der MMD (rechte Spalte) bringt nur im Einzelfall vergleichbare Leistungen hinsichtlich des Realteils. Da

die Leistungsfähigkeit von MMD zur Amplitudenreduktion bereits messtechnisch nachgewiesen werden konnte, sind die unbefriedigenden Ergebnisse vermutlich auf die optimale Verstimmung zurückzuführen, wie auch die folgenden Ergebnisse nahelegen.

Statt für jede Dämpfereinheit der mehrstufigen MMD die optimale Verstimmung nach SIMS anzuwenden, wurde in den in Abbildung 6 dargestellten Ergebnissen stattdessen die optimale Verstimmung nach HARTOG berechnet. Bereits ab zwei Stufen erzielen MMD mit HMD vergleichbare Leistungen. Bei einer Steigerung der Stufenzahl zur Verbreiterung der gedämpften Bandbreite erzielen MMD mit individuell berechnetem  $c_{opt}$  bei signifikant geringeren gesamten Dämpfungswerten durchweg bessere Ergebnisse als der HMD (mittlere Spalte, oben). Bei gleichverteiltem  $c_{HMD,opt}$  stellt sich eine leistungsreduzierende Überdämpfung des System ein (mittlere Spalte, unten). Die Robustheit der MMD gegenüber Abweichungen sowohl in der Gesamtdämpfung des Systems als auch bei Verwendung unterschiedlicher Gesamtmassen ist ausgezeichnet (rechte Spalte). Ein zehnstufiger MMD erzielt mit ca. 10% der Dämpfung ein vergleichbares Ergebnis wie der HMD. Eine Reduktion oder Erhöhung der Gesamtmasse hat lediglich eine Skalierung der wirksamen Bandbreite des MMD ohne Nachteile in der Realteilanhebung zur Folge. Zusammenfassend ist in der linken Spalte ein sechsstufiger MMD (rot) dargestellt, der eine bessere Amplitudenreduktion als ein auf Amplitude ausgelegter HMD (blau) aufweist, bei gleichzeitig besserer Realteilanhebung ohne negative Realteile im Vergleich zu dem auf Realteil ausgelegten HMD (schwarz).

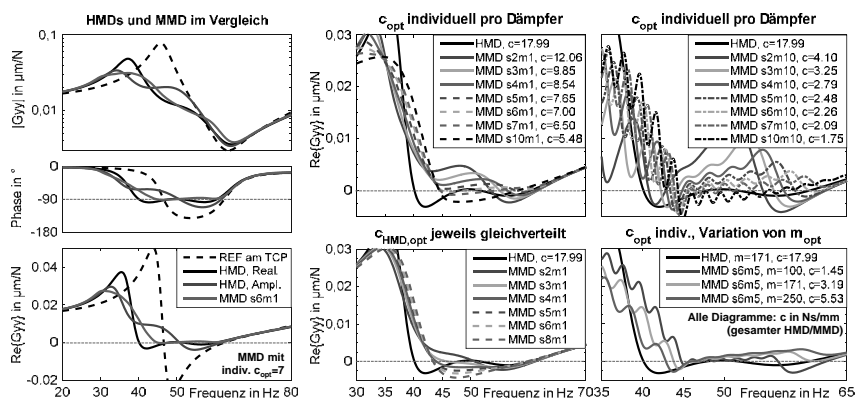


Bild 6: MMD mit optimaler Verstimmung nach HARTOG (Fremderregung) für den Einsatz bei Selbsterregung.

## 5. Zusammenfassung und Ausblick

Eine direkte Übertragung der Analytik der HMD-Auslegung bei Selbsterregung auf das MMD-Konzept scheint nicht zweckführend. Die optimale Verstimmung nach SIMS führt zu kleineren höherfrequenten Resonanzamplituden, wodurch die Folgestufen des MMD unwirksam werden. Bei individuell optimaler Dämpfung der Einzelmassen von MMD und optimaler Verstimmung nach HARTOG ist deren Leistungsfähigkeit jedoch hinsichtlich der Realteilanhebung sehr vielversprechend. Die Robustheit von MMD bei Variation der Gesamtdämpfung und Gesamtmasse ist ebenfalls sehr ausgeprägt. Grundsätzlich sind MMD mit im Vergleich zu HMD sehr geringer Gesamtdämpfung effektiv und somit leicht realisierbar.

Zukünftige Forschungen werden sich mit den analytischen Zusammenhängen bezüglich der für MMD optimalen Einzeldämpfungen und optimalen Verstimmungen befassen. Weiterhin werden kombinierte MMD-Systeme mit Auslegungen in verschiedenen Raumrichtungen bzw. Frequenzen auf ihre Wechselwirkungen und Robustheit hin untersucht.

## 6. Danksagung

Die diesem Artikel zugrunde liegende Arbeit wurde größtenteils durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) unter dem Zeichen BR 2905/57-1 „Optimale Positionierung und Auslegung von Mehrmassendämpfern innerhalb eines kombinierten Topologie-optimierungsverfahrens“ gefördert. Die Autoren möchten daher der DFG für die Förderung des Forschungsvorhabens danken.

## Literatur

- [1] Weck, M.; Brecher, C.: Werkzeugmaschinen 5 – Messtechnische Untersuchung und Beurteilung, dynamische Stabilität. Springer Verlag, Berlin, 2006
- [2] Brecher, C.; Wagner, M.; Fey, M.: Dämpfung in Profilführungen – Modellierung und Validierung unter Schmierstoffeinfluss und konstruktiv bedingten Faktoren. In: wt Werkstatttechnik online, 104. Jg., Nr. 5, 2014, S. 295-300
- [3] Weck, M.; Brecher, C.: Werkzeugmaschinen 2 – Konstruktion und Berechnung. Springer Verlag, Berlin, 2006
- [4] Brecher, C.; Brockmann, B.; Daniels, M.; Wennemer, M.: Herausforderungen bei der messtechnischen Untersuchung von Werkzeugmaschinen. In: ZWF, 109. Jg., Nr. 12, 2014, S. 885-888
- [5] Yang, Y.; Munoa, J.; Altintas, Y.: Optimization of multiple tuned mass dampers to suppress machine tool chatter. In: Int. J. Mach. Tool Manu., 50. Jg., 2010, S. 834-842
- [6] Den Hartog, J. P.: Mechanical Vibrations. Dover Publications, New York, 1985
- [7] Brecher, C.; Bäuml, S.; Brockmann, B.: Hilfsmassendämpfer für Werkzeugmaschinen – Optimierte Auslegung passiver Hilfsmassendämpfer zur Stabilisierung von Bearbeitungsprozessen. In: wt Werkstatttechnik online, 103. Jg., Nr. 5, 2013, S. 395-401
- [8] Brecher, C.; Schmidt, S.; Fey, M.: On the integration of tuned multi-mass dampers into a topology optimization method for machine tool structural dynamics. Tagungsband zum 11. World Congress for Structural and Multidisciplinary Optimisation, 07.-12.Juni, 2015, Sydney, Australien
- [9] Sims, N.D.: Vibration absorbers for chatter suppression: a new analytical tuning methodology, In: J. Sound Vib., 301. Jg., 2007, S. 592-607





## Laufzeugdynamik

### Schwingungsanalyse des Kurbeltriebs bei Motoren mit hohen Druckgradienten

Dr.-Ing. **D. Hrdina**, MAHLE GmbH, Stuttgart;

Dr.-Ing. **F. Felbinger**, Adam Opel AG, Rüsselsheim;

Dr.-Ing. **G. Ochse**, Prof. Dr.-Ing. **A. Rienäcker**, iaf-mt Universität Kassel;

Prof. Dr.-Ing. **M. Bargende**, IVK Universität Stuttgart

#### Kurzfassung

Die Entwicklung moderner Dieselmotoren führt zum Anstieg der Mitteldrücke und Druckgradienten, was sich nachteilig auf die akustischen Emissionen des Motors auswirkt. Die Verbrennungsabläufe sind insbesondere im Teillastbereich häufig durch schnelle Umsatzraten mit hohen Druckgradienten, begleitet von Störgeräuschen wie z.B. Dieselnageln, gekennzeichnet. Im Rahmen eines Forschungsvorhabens wurde das akustische Verhalten des Kurbeltriebs unter definierten Anregungsbedingungen aus dem Verbrennungsprozesses untersucht. Der Fokus liegt auf der messtechnischen und simulatorischen Untersuchung des inneren Körperschallleitweges hinsichtlich seines Schwingungsverhaltens. Zu diesem Zweck werden die Komponenten und Baugruppen des Laufzeugs zuerst einer Modalanalyse unterzogen, die Aufschluss über das Eigenschwingverhalten des Systems gibt. Zur umfassenden akustischen Untersuchung des Aggregats im Hinblick auf Körper und Luftschallemissionen unter sich ändernden Randbedingungen sowohl der Mechanik als auch der Verbrennung wurde auf eine Kombination verschiedener Messsysteme zurückgegriffen. Erst die Verknüpfung der Messdaten aus Brennraumdruckindizierung, Körperschallmessung, Pleuelldehnungsmessung und Luftschallmessung unter Verwendung verschiedener Analysemethoden (FFT- als auch Zeit-Frequenz- Analysen) ist in der Lage ein Gesamtbild des Übertragungsverhaltens von der Verbrennungsanregung bis hin zum wahrgenommenen und in die Struktur des Fahrzeugs eingeleiteten Schalls darzustellen. Im Rahmen der Parametervariation werden Untersuchungen mit unterschiedlichen Druckgradienten bzw. konstruktive Änderungen (z. B. Pleuelsteifigkeit, Pleuellagerspiel) durchgeführt. Insbesondere für den Fall des erhöhten Lagerspiel des Pleuels konnte eine generelle Anhebung der Pegel im oberen Frequenzbereich ( $> 2 \text{ kHz}$ ) beobachtet werden. In den Untersuchungen mit variablem Brennraumdruckgradienten konnte gezeigt werden, dass mit zunehmenden Druckanstiegsraten

auch die Anregung im gesamten Frequenzbereich bis 5 kHz zunimmt. Die Analyse des inneren Körperschallleitweges zeigt im Bereich der 800 Hz und 3,1 kHz Terz Eigenformen der Laufzeugstruktur.

## Abstract

The development of modern Diesel engines leads to increased mean pressures and pressure rise rates, which has a negative impact on the acoustic emissions of an engine. Especially under part load conditions, the combustion process is characterized by fast fuel conversion rates that cause accordingly high pressure gradients. These combustion processes are leading to interfering noise (e.g. Diesel knocking). As part of a research project, the vibrational behavior of the crank train under acoustic aspects and with defined excitation conditions from the combustion was investigated. The focus was on the experimental analysis and simulation of the vibrations in the inner structure-borne noise path. Therefore, a modal analysis was conducted on the crank train components to determine their modal parameters. For a complete acoustic analysis of the engine with respect to structure-borne and air-borne noise emissions under transient boundary conditions of the mechanical components as well as the combustion itself, a combination of different measurement technologies has been applied. Only by analyzing and linking the acquired data from pressure indication, vibration, conrod strain and noise measurements and by applying different methodologies of frequency or time-frequency analysis, fundamental correlations between excitation by combustion and the resulting noise can be achieved. Variations of the pressure rise rate as well as design related parameters such as conrod shaft stiffness or the big end bearing clearance were investigated. For the case of an increased bearing clearance an influence resulting in higher signal levels above 2 kHz could be observed. The investigations on different pressure rise rates have shown that with increasing rise rates also the excitation increases in the whole frequency range of up to 5 kHz. Frequencies at 800 Hz and 3,1 kHz have shown significant vibrational reaction of the crank train.

## 1. Motivation

Moderne Verbrennungsmotoren mit Direkteinspritzung weisen in bestimmten Betriebspunkten schnelle Umsatzraten, begleitet von hohen Druckgradienten auf. Hierbei führen die Verbrennungsabläufe zu Störgeräuschen (z.B. Dieselnageln), deren Ursachen bereits Gegenstand intensiver Forschung waren [5]. Diese Untersuchungen haben bisher zu keiner signifikanten Verbesserung des Nagelgeräusches durch detaillierte Bauteiloptimierung geführt. Mögliche Ursachen der Geräuscentwicklung sind Längsschwingungen des Pleuels,

die ab einer bestimmten Höhe des Druckgradienten auftreten [1] sowie Kolbenbewegungen in Motorquer- und Längsrichtung (Sekundär- und Tertiärbewegung) [2]. Das Nagelgeräusch von Motoren mit Selbstzündung ist damit nicht ausschließlich in Abhängigkeit vom Einspritz- und Verbrennungsverlauf und damit im Zielkonflikt mit Verbrauch und Abgasemissionen zu sehen, sondern auch unter Einbeziehung der strukturdynamischen Interaktion des gesamten Laufzeugs, bestehend aus Kolben, Kolbenbolzen, Zylinder, Pleuel und Grundlagergasse [6]. Hierbei wird das Systemverhalten durch Nichtlinearitäten beeinflusst, die maßgeblich von den Lastübertragungsmechanismen in den Schmierfilmen zwischen den Strukturelementen bestimmt werden; beispielhaft sind die tribologischen Kontaktpaarungen Kolben-Zylinder sowie die Pleuel- und Grundlager zu nennen [7]. Aus physikalisch/mechanischer Sicht führt das Problem auf die Analyse der strukturdynamischen Eigenschaften eines hydrodynamisch geschmierten mehrkörperdynamischen Systems und deren Auswirkung auf Anregung und Weiterleitung in den inneren und äußeren Körperschallleitwegen. Die Komplexität des Problems wird hierbei bestimmt durch die elastischen Eigenschaften der Strukturelemente, deren Trägheitseffekte sowie durch die stark nichtlinearen Feder- und Dämpfungscharakteristik an den Koppelstellen zwischen den Übertragungselementen. Neben Konstruktionsparametern und äußerer Anregung durch den Verbrennungsdruck sind in einer Systemanalyse auch fertigungs- und montagebedingte Randbedingungen, wie Form-/Lagetoleranzen und Bauteilverzüge zu beachten. Von besonderer akustischer Relevanz bei gekoppelten Systemen ist das elastohydrodynamische Lastübertragungsverhalten, wenn sich periodisch Phasen mit hoher hydrodynamischer Dämpfung – bei einem rein hydrodynamischen Schmierfilm zwischen den Elementen – mit Phasen direkter Festkörperkontakte abwechseln. Hierbei wird die Lastübertragungscharakteristik partiell durch einen elastohydrodynamischen Schmierfilmdruck und partiell durch direkten Festkörperkontakt bestimmt.

## 2. Versuchsmotor und akustischer Motorprüfstand

Als Versuchsträger diente ein 2,2 l 4-Zylinder Pkw-Dieselmotor vom Typ OM646 der Fa. Daimler mit Abgasturboaufladung und Ladeluftkühlung. Es handelt sich um einen direktinspritzenden Motor mit einem Common-Rail-System der zweiten Generation. Der maximale Einspritzdruck, mit dem der Kraftstoff über Magnetinjektoren in den Brennraum eingebracht wird, liegt bei 1.600 bar. Für die Untersuchungen im befeuerten Betrieb wurde der Motor mit einem ETK-Steuergerät ausgestattet. Der Versuchsträger wurde für die schwingungstechnischen und akustischen Untersuchungen als Vollmotor auf einem reflexionsarmen Akustikmotorprüfstand aufgebaut. Die untere Grenzfrequenz des Prüfstandraums liegt bei 120 Hz, so dass sehr gute Bedingungen für alle akustischen Untersuchungen herrschen. Zur Bestim-

mung der Gaskräfte als primäre Anregungsquelle im Laufzeug wurde im Zylinder 3 eine Brennraumdruckindizierung durchgeführt. Die aufgenommenen Messwerte dienten zudem als Eingangsgröße für die Simulationsmodelle. Die Schwingungsmessung am Pleuel erfolgte über am Pleuelschaft applizierte Dehnmessstreifen (DMS). Dieses Messprinzip hat den Vorteil, dass kinematisch bedingte Beschleunigungen des Pleuels im Gegensatz zu einer Messung mit Beschleunigungsaufnehmern nicht mit gemessen werden und so eine detaillierte Analyse der auftretenden Schwingungen im Pleuel möglich ist. Darüber hinaus wurden Beschleunigungsaufnehmer an den Lagerdeckeln der Kurbelwellenhauptlager, den Motor- und Getriebelagern und der Deckebene angebracht sowie Nah- und Fernfeldmikrofone im Prüfstand positioniert. Zur Übertragung der DMS-Signale des Pleuelschafts wurde eine Schwingenkonstruktion entwickelt, die für eine sichere Führung der Kabel von den DMS zur Messelektronik sorgt, Bild 1.

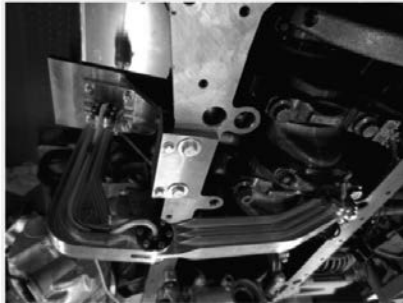


Bild 1: Kabelführungsgetriebe in der Einbausituation

Dabei befindet sich ein Lagerpunkt auf einer zusätzlichen Trägerplatte an der Außenseite des Kurbelgehäuses, während die Ankopplung der Schwinge an das Pleuel nicht, wie bei den meisten anderen Lösungen, in der Pleuelmitte über eine Brücke erfolgt, sondern nur an einer Pleuelschraube. Hintergrund dieser Auslegung ist der Wunsch nach möglichst geringer massenbedingter Rückwirkung auf das Pleuel, um das Schwingungsverhalten nicht zu beeinflussen. Dazu wurden alle Schwingenkomponenten einer numerischen Modalanalyse unterzogen, um Eigenfrequenzen des Schwingensystems in kritischen Bereichen auszuschließen. Zudem sind alle Schwingenkomponenten durch die Gestaltung und die Wahl einer hochfesten Aluminiumlegierung gewichts- und festigkeitsoptimiert. Die gesamte Schwingenkonstruktion hat ohne Kabel eine Gesamtmasse von nur 210 g und ist damit für die auftretenden Belastungen durch die kinematisch bedingten Trägheitskräfte sicher ausgelegt. Eine Telemetrielösung wurde auf Grund der zu übertragenden hohen Datenraten und letzt-

endlich auch aus Kostengründen nicht verfolgt. Zudem wurden vorbereitend experimentelle Modalanalysen der Laufzeugkomponenten sowie Messungen der Kolbensekundärbewegung durchgeführt.

### 3. Modellaufbau und Validierung

Im Programmsystem FIRST [8] [9], ein auf EHD-Kontakte spezialisiertes MKS-Tool der IST GmbH Aachen, wurde ein Simulationsmodell aufgebaut, das mit unterschiedlichen Randbedingungen und Modellierungstiefen das Verhalten und die Wechselwirkungen der Komponenten des Laufzeugs abbildet. Neben der Strukturgeometrie werden die Konturen und Verzüge von Kolben und Zylinder sowie die gemessene Brennraumdruckverläufe berücksichtigt. Das Modell umfasst die elastischen Komponenten Kurbelgehäuse und Kurbelwelle, sowie im später ausgewerteten Zylinder 3 die Bauteile Pleuel, Bolzen und Kolben. In den übrigen Zylindern wurden auf Grund der geringeren Rechenzeit Starrkörper zur Abbildung der Komponenten Kolben, Bolzen und Pleuel verwendet. Die Kopplung der elastischen Komponenten erfolgte absteigend vom Kolben bis zu den Hauptlagern 3 und 4 über EHD-Lagerungen, die übrigen drei Hauptlager wurden ebenfalls aus Gründen der Rechenzeit vereinfacht mittels Impedanzlager abgebildet. Die Software löst die Newton'sche Bewegungsgleichung im Zeitbereich unter Berücksichtigung der nichtlinearen Schmierfilminteraktion auf Basis der Reynolds'schen DGL. Um eine hohe Modellgüte zu gewährleisten, wurden die Eigenformen und Eigenfrequenzen der elastischen Strukturen mit Hilfe der experimentellen Modalanalyse validiert. Die Eigenfrequenzen zeigen für alle Komponenten sehr gute Übereinstimmungen. Als zentrales Element des inneren Körperschallleitweges wurde für das Pleuel das modale Vergleichskriterium MAC (Modal Assurance Criterion) [3] herangezogen, um die Eigenformen aus Messung und Simulation zu bewerten. Bild 2 zeigt, dass bis zu einem Frequenzbereich von 7kHz (Mode 6) sehr gute Übereinstimmungen zu finden sind.

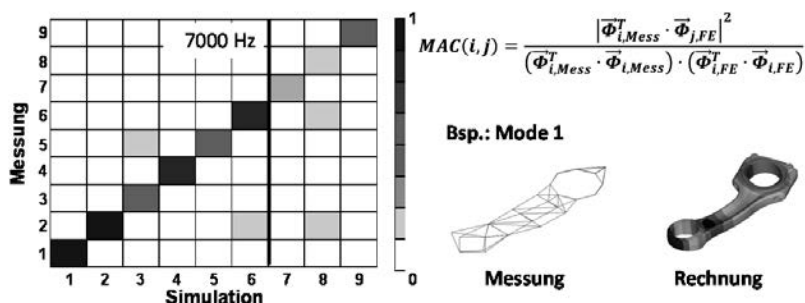


Bild 2: MAC-Analyse des Pleuels

Neben den Einzelkomponenten wurde auch das gesamte Simulationsmodell an Hand experimenteller Ergebnisse des Vollmotors validiert. So zeigten sich neben den Dehnungen am Pleuelschaft auch für die Kolbensekundärbewegung gute Übereinstimmungen, Bild 3.

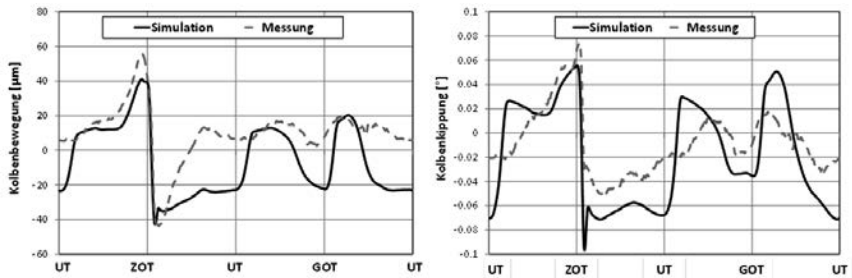


Bild 3: Kolbensekundärbewegung und -kipfung

Während die Anlagewechsel und das allg. Bewegungsverhalten gut zwischen Simulation und Messung übereinstimmen, sind die maximalen Amplituden in der Simulation, mit Ausnahme im Bereich des ZOT, größer als in der Messung. Eine Analyse des Versuchsmotors zeigte, dass die Simulation im Bereich des UT ein größeres Laufspiel aufweist. Ein möglicher Einflussfaktor liegt bei den allgemeinen Fertigungstoleranzen des Versuchsträgers im Vergleich zu den nominalen Spielen und berechneten thermischen Verzügen im Simulationsmodell. Eine höhere Übereinstimmung der Spiele ist mit Hilfe von Temperaturmessdaten der Zylinder, des Kolbens und der Gleitlageroberflächen zu erwarten, was Gegenstand zukünftiger Untersuchungen ist. Der Einfluss des verwendeten Kabelführungsgetriebes auf die Kolbensekundärbewegung wurde in der Simulation untersucht und ist gering.

#### 4. Ergebnisse

In den durchgeführten Untersuchungen zeigt der Brennraumdruckgradient den größten Einfluss auf das Verhalten des Laufzeugs auf. Aus diesem Grund konzentriert sich die nachfolgende Ergebnisdarstellung auf diese Ergebnisse.

Wie in Bild 4 zu sehen ist, führt die Steigerung des Brennraumdruckgradienten zu einem höheren maximalen Brennraumdruck und in Folge der dafür notwendigen Verschiebung der Einspritzung in Richtung „früh“ zu einer entsprechenden Lage des Druckmaximums Richtung ZOT.

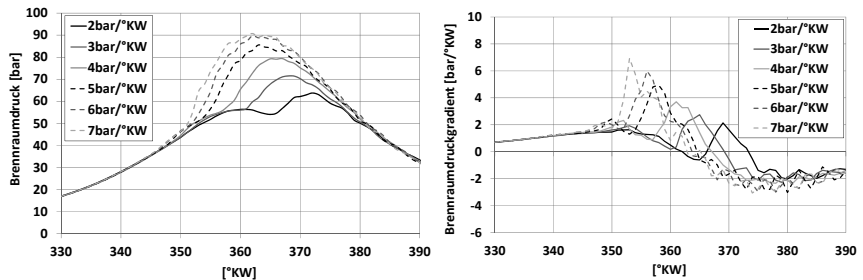


Bild 4: Brennraumdruck und -gradient Zylinder 3, Betriebspunkt:  $n=1500\text{min}^{-1}$ ,  $MD=69\text{Nm}$

In der Analyse der Beschleunigungen am Pleuel und Hauptlager im Terzspektrum (Bild 5) zeigt der Vergleich zwischen Messung und Simulation eine gute qualitative Übereinstimmung des Kurvenverlaufs bis 2 kHz, wobei speziell am Pleuel die Unterschiede bis ca. 1 kHz sehr gering sind.

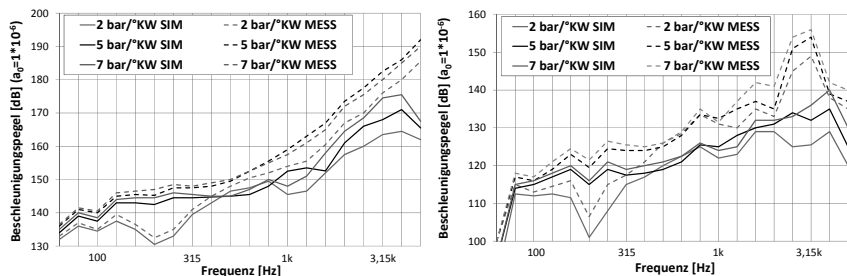


Bild 5: Vergleich zwischen Messung und Simulation der Beschleunigungspegel am Pleuelschaft (oben) und Hauptlager 3 in Hubrichtung (unten)

Bei höheren Frequenzen werden die Abweichungen größer, wobei der qualitative Verlauf weiter gut korreliert. Grundsätzlich lässt sich zeigen, dass das Simulationsmodell auch auf veränderte Anregungsbedingungen den Messwerten entsprechend reagiert und die Pleuel- und Hauptlagerreaktionen qualitativ und quantitativ auch dabei eine gute Übereinstimmung zeigen. Damit ist selbst für den hinsichtlich der Analyse komplexesten Fall der Druckgradientenvariation ein hoher Übereinstimmungsgrad zwischen Modell und Messung gewährleistet. In den Untersuchungen zeigt sich, dass ein Großteil der gefundenen Schwingungen am Hauptlagerdeckel in ihren Frequenzen bis hin zum Brennraumdruck zurückverfolgt werden können, Bild 4 und Bild 5. Dies deutet generell auf einen relativ starren Körperschallleitweg hin. Am Pleuelschaft und Hauptlagerdeckel sind aber auch Pegelerhöhungen im Bereich der

800 Hz-terz und 3,15 kHz-terz nachzuweisen, die nicht aus dem Brennraumdruckspektrum herrühren. Die starke Amplitudenüberhöhung bei 3,15 kHz kann entlang des Körperschalleitwegs in der Simulation ab der Kolbenbolzenlagerung nachgewiesen werden und nimmt auf dem Weg zum Hauptlagerdeckel leicht ab. Dies deutet auf eine Anregung einer Struktureigenform im Bereich Kolben/Bolzen/Pleuel hin. Die Amplitudenerhöhung um 800 Hz ist am Hauptlagerdeckel am deutlichsten erkennbar, wirkt sich aber in der Simulation bis zum Pleuel aus, was mit der Anregung einer Eigenform im Bereich der Kurbelwelle/Hauptlagergasse korreliert.

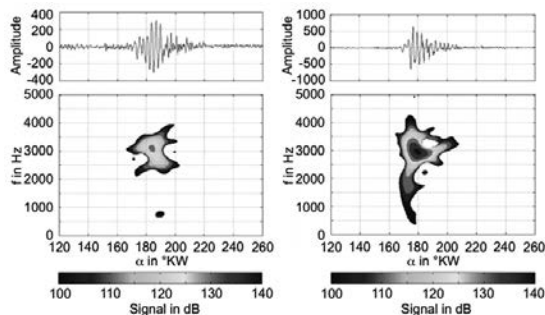


Bild 6: Zeit-Frequenz-Analyse (Wigner-Ville) der Beschleunigung am Hauptlager 3 in Hubrichtung (li.: 2bar/°KW; re.: 7bar/°KW)

Betrachtet man das Beschleunigungssignal am Hauptlager 3 in einer Zeit-Frequenz-Analyse [4], Bild 6, so werden die beiden beobachteten Pegelerhöhungen ebenfalls sichtbar. Der direkte Zusammenhang mit der Anregung durch den Brennraumdruck wird durch die Winkellage der Pegelmaxima deutlich. Bei der Steigerung des Druckgradienten (Bild 6, rechte Diagramme) verschiebt sich der maximale Pegelwert analog zur Lage des maximalen Brennraumdrucks in Richtung ZOT. Zudem sind keine weiteren pegelbeeinflussenden Anteile im Bereich des ZOT zu erkennen.



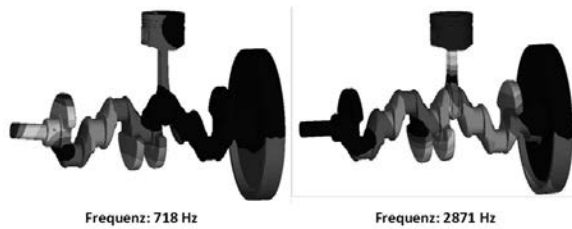


Bild 7: Eigenformen der Laufzeugstruktur

Der Vergleich mit den Modal-Daten der gesamten Laufzeugstruktur ohne Lagergasse in Bild 7 zeigt um 720 Hz eine Eigenform mit hohen Schwingungsanteilen im Bereich der Hauptlager 1 bis 3. bzw. um 3,15 kHz eine Eigenform mit hohem Schwingungsanteil im Pleuelschaft unter starker Beteiligung der Massen von Kolben und Bolzen. Zur Absicherung der Ergebnisinterpretation wurde im Simulationsmodell das elastische Pleuelmodell starr definiert und eine Vergleichsrechnung im Betriebspunkt  $n = 1.500 \text{ min}^{-1}$ ,  $M_d = 69 \text{ Nm}$ ,  $dp/d\alpha = 0.7 \text{ MPa}^\circ\text{KW}$  durchgeführt. Bild 8 zeigt, dass die Pegel mit starrem Pleuel generell oberhalb des elastischen Pleuels liegen, wobei der qualitative Kurvenverlauf nahezu identisch ist.

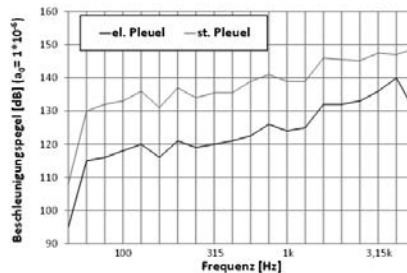


Bild 8: Beschleunigungspegel am Hauptlager 3 in Hubrichtung bei Berechnung mit starrem (grau) bzw. elastischem (schwarz) Pleuel

Für beide Berechnungsansätze zeigt sich eine Amplitudenerhöhung bei 800 Hz, was die Interpretation der Pleuellagereigenform bestätigt, da keinerlei Einfluss des starren Pleuels zu beobachten ist. Die Amplitudenerhöhung bei 3,15 kHz ist hingegen nur in der elastischen Variante zu finden, was klar für eine Anregung einer Eigenform mit starker Beteiligung des Pleuels spricht und damit die oben getroffene Aussage stützt. Die zuvor geschilderten Zusammenhänge zeigen allerdings nur das Verhalten bei der Variation des Druckgradienten in einem Betriebspunkt. Dabei stellt sich der Frequenzbereich der 3,15 kHz-Terz als entschei-

dend heraus. Dehnt man die Untersuchungen nun auch auf Betriebspunkte mit niedriger und höherer Last sowie andere Drehzahlen aus, ergibt sich ein weiterer wichtiger Zusammenhang. Dabei lässt sich feststellen, dass der Druckgradient nur ein hinreichendes Kriterium zur Begrenzung der akustischen Emissionen bzw. der Auffälligkeit im Betrieb darstellt, da je nach Last unter Umständen ein niedrigerer Druckgradient bei niedrigerer Last höhere Pegel verursachen kann. Daraus folgt, dass mit steigender Last bei einer konstanten Drehzahl auch höhere Druckgradienten zulässig sind, ohne eine negative Wirkung auf die Anregung bei 3,15 kHz zu haben. Dieses Verhalten spiegelt sich insbesondere gut in den Hauptlagern und den zugehörigen Körperschallsignalen wider, hier im Vergleich bei 1.500 min<sup>-1</sup> und Lasten von 23 Nm, 69 Nm und 112 Nm und jeweils bei einem Druckgradienten von 2 bar/°KW und 7 bar/°KW, Bild 9.

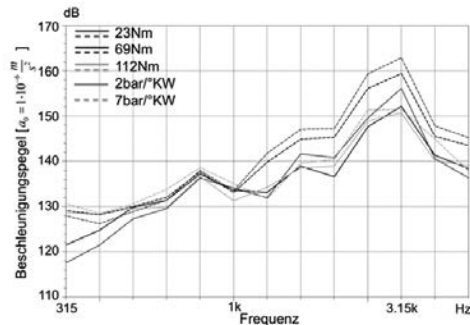


Bild 9: Vergleich der Beschleunigungspegel am Hauptlager 3 in Hubrichtung bei 1.500 min<sup>-1</sup> unter Lastvariation und  $dp/d\alpha$  min und  $dp/d\alpha$  max

Die Anregung des Körperschalls an den Hauptlagern bei 3,15 kHz sinkt sichtbar mit zunehmender Last bei gleichem Druckgradienten und Drehzahl. Die Aussagen aus [5] und [6], die sich auf einen generellen Grenzwert des Druckgradienten bei etwa 3,5 bar/°KW aussprechen, sind unter Umständen je nach Aggregat nicht allgemein für das ganze Kennfeld bzw. den Bereich niedriger Drehzahlen und Lasten gültig, sondern es muss ein betriebspunktabhängiger Druckgradient für die akustische Auslegung berücksichtigt werden. Der bereits dargestellte Zusammenhang zwischen der Lage und der Dauer der Verbrennung in Abhängigkeit des eingestellten Druckgradienten mit zunehmend früherer Lage bei steigendem  $dp/d\alpha$  ergibt in Kombination mit der Last eine gegenläufige Tendenz. Mit zunehmender Last verschiebt sich die Schwerpunktlage der Verbrennung aufgrund der längeren Verbrennung unter höherer Umsatzmenge und höheren Spitzendrücken entsprechend in Richtung

spät. Zwar sind die niederfrequenten Anteile des Signals abhängig von der Last, d.h. sie steigen mit zunehmender Last und Spitzendruck, über den Druckgradienten wird jedoch in erster Linie der Pegel im Frequenzbereich um 3,15 kHz angeregt, insbesondere in der Motorhoch- und -querrichtung. Bei Betrachtung der Kohärenz zwischen Körper- und Luftschallsignalen, Bild 10, wird bei 1,2 kHz (entspricht der typischen Frequenz für axiale Schwingungen der Lagergasse, s.a. [7]) und 3,15 kHz ein Wert  $>0,8$  erreicht, was allgemein als Grenzwert für eine vorhandene Abhängigkeit zwischen den beiden Größen gilt.

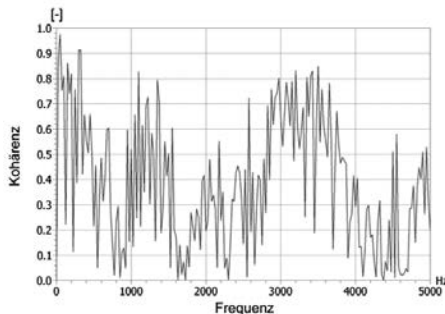


Bild 10: Kohärenzverlauf zwischen dem Körperschall am Hauptlager 3 in Hochrichtung und dem Luftschall an der Position Nahfeld linke Motorseite

Im Luftschall ist darüber hinaus im Frequenzbereich um 2 kHz ein dominanter Pegel zu erkennen (Bild 11), der sich jedoch nicht auf den inneren Schallleitweg zurückführen lässt. Die Kohärenzwerte liegen hier bei  $<0,5$ , so dass keine Abhängigkeit herzuleiten ist.

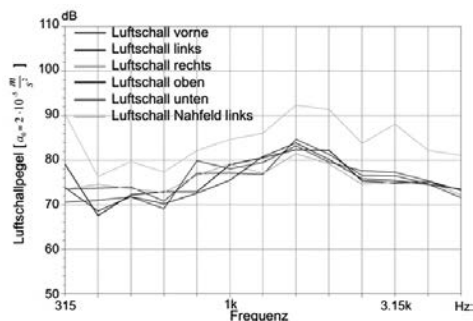


Bild 11: Luftschallpegel für den Betriebspunkt  $n = 1.500 \text{ min}^{-1}$ ,  $MD = 69 \text{ Nm}$

## 5. Zusammenfassung

Mit den Arbeiten der beiden Forschungsstellen konnten mess- und simulationstechnisch genaue Analysen des inneren Körperschallleitweges durchgeführt werden. Hierfür wurde ein komplexes Simulationsmodell aufgebaut und durch den Abgleich mit experimentell ermittelten Daten validiert. So lieferte ein Vergleich der gemessenen und berechneten Eigenformen und Eigenfrequenzen eine gute Übereinstimmung, ebenso für die Dehnungen am Pleuelschaft, der Hauptlagerbeschleunigungen und der Kolbensekundärbewegung. Auf experimenteller Seite wurden die Laufzeugkomponenten des Versuchsmotors einer Modalanalyse unterzogen und der Versuchsmotor auf einem Akustikprüfstand unter unterschiedlichen Randbedingungen untersucht, sowie eine Messung der Kolbensekundärbewegung zur Validierung des Simulationsmodells durchgeführt. Die Untersuchungen des inneren Körperschallleitweges zeigen, dass die gemessenen Beschleunigungen an den Hauptlagerdeckeln in ihren spektralen Anteilen in weiten Bereichen bis zum Anregungsspektrum der Verbrennung zurückverfolgt werden können. Signifikante Unterschiede zeigen sich jedoch in den 800 Hz- und 3,15 kHz-Terzen, die sich direkt mit Eigenformen des Kurbeltriebs als Baugruppe korrelieren lassen. Während bei 800 Hz eine Eigenform mit starken Schwingungsanteilen der Ausgleichsmassen der Kurbelwelle zu finden ist, kommt es bei 3,15 kHz zu einer starken Schwingung des oberen Pleuelschafts mit Anteilen von Bolzen und Kolben. Dieses Systemverhalten war bei allen untersuchten Varianten zu erkennen, wobei die Amplitudenhöhe bei 3,15 kHz stark durch den Druckgradienten bzw. die Last beeinflusst wurde. Damit wurde ein Simulationsmodell entwickelt und validiert, das in der Lage ist, auch sehr detaillierte strukturdynamische Effekte im inneren Körperschallleitweg abzubilden und auf Änderungen der Randbedingungen zu reagieren. Mit Hilfe dieses Ansatzes ergeben sich neue Potentiale im Hinblick auf die Vorhersagefähigkeit des akustischen Übertragungsverhaltens über den inneren Körperschallleitweg und die Rolle der nichtlinearen Kontaktpaarungen über die Ölfilme der Gleitlager. Der Brennraumdruckgradient lässt sich sehr direkt über die Voreinspritzmengen und -zeitpunkte steuern. Durch die Erweiterung des oftmals in der Literatur genannten Grenzwertes für  $dp/d\alpha$  bei etwa 3,5 bar/°KW durch eine betriebspunktspezifische Betrachtung können weitere Verbesserungen im akustischen Verhalten erreicht werden. Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen eindeutig, dass die Lastabhängigkeit des kritischen Druckgradienten in Verbindung mit den für eine Aggregatentwicklung vorgegebenen Akustikrandbedingungen abgestimmt werden muss. Es konnte gezeigt werden, dass mit abnehmender Last ein tendenziell geringerer Wert für  $dp/d\alpha$  als Grenzwert anzusetzen ist. Eine akustische Optimierung sollte daher einen „betriebspunktabhängigen maximalen Druckgradienten“ bei der Steuergerätebedatung und der Festlegung der Einspritzparameter berücksichtigen. Insbe-

sondere im Hinblick auf die Entwicklungstendenzen zu höheren Spitzendrücken, neuen Verbrennungsverfahren und die Verwendung niedrigviskoser Öle ist daher auch die Abbildung der strukturdynamischen Interaktion von hohem Interesse. Für eine weitere Optimierung der Vorhersagegenauigkeit des Simulationsmodells konnten die thermischen Randbedingungen in den Kontaktstellen identifiziert werden. Für weitere Forschungstätigkeiten wird daher im experimentellen Bereich der Schwerpunkt auf einer Kombination der hier genannten Messverfahren mit einer zusätzlichen hochauflösenden Temperaturmessung der beteiligten Komponenten zur Abbildung der realen Warmverzüge liegen müssen.

## 6. Danksagung

Dieser Beitrag ist das wissenschaftliche Ergebnis einer Forschungsaufgabe, die von der Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e.V. (FVV, Frankfurt) gestellt und am Institut für Verbrennungsmotoren und Kraftfahrwesen (IVK) der Universität Stuttgart unter der Leitung von Prof. Michael Bargende und am Institut für Maschinenelemente und Tribologie (IMK) der Universität Kassel unter der Leitung von Prof. Gunter Knoll und Prof. Adrian Rienäcker bearbeitet wurde. Wir bedanken uns beim BMWi und der AiF für die finanzielle Förderung. Das Vorhaben wurde von einem Arbeitskreis der FVV unter Leitung von Dr. Harald Stoffels, Ford Köln, begleitet. Diesem Arbeitskreis sind wir zu großem Dank verpflichtet.

## 7. Literatur

- [1] Wachtmeister, G.; Woschni, G.; Zeilinger, K.: Einfluss hoher Druckanstiegs-  
geschwindigkeiten auf die Verformung der Triebwerksbauteile und die Beanspru-  
chung des Pleuellagers. MTZ 50. 1989, Nr.4, S.183-189.
- [2] Künzel, R.: Untersuchung der Kolbenbewegung in Motorquer- und Motorlängs-  
richtung. Dissertation : Universität Stuttgart, 1996.
- [3] Dresig, D.; Holzweißig, F.: Maschinendynamik, 10. Auflage, Springer 2011,  
S.389-391.
- [4] Gühmann, C.; Tschöke, H.; Decker, M.; Hintz, K.: "Analyse des Einspritz- und Ver-  
brennungsgeräusches eines Dieselmotors mit modernen Methoden der Signal-  
verarbeitung zur Regelung und Diagnose. Abschlussbericht über das FVV-Vorhaben  
Nr. 1070 (Geräuschgeregelter Dieselmotor)", in FVV-Heft R558, Informationstagung  
Motoren, Frühjahr 2012, Bad Neuenahr.
- [5] Göhringer, V.: Beitrag zur experimentellen Bestimmung des Strukturübertragungs-  
maßes von Dieselmotoren, Dissertation: Universität Stuttgart, 2008
- [6] Stoffels, H.: Dynamic effects of the power-conversion module in a reciprocating en-  
gine, Arch Appl Mech 79, 2009, S. 881-892
- [7] Philipp, U.: Messtechnische Untersuchung zum akustischen Verhalten der Kurbel-  
wellenhauptlager von Verbrennungsmotoren, Dissertation: Universität Stuttgart, 1999
- [8] Schönen, R.: Strukturdynamische Mehrkörpersimulation des Verbrennungsmotors mit  
elastohydrodynamischer Grundlagerkopplung, Dissertation: Universität Kassel, 2001
- [9] Keßler, K.; Knoll, G.; Träbing C.: "Kurbelgehäusedynamik" Abschlussbericht über das  
FVV-Vorhaben Nr. 692, FVV-Heft 716, Frankfurt a. M., 2001

# Nichtlineares Resonanzverhalten der Axialschwingung eines Elektromotors

M. Eng. **Viktor Unruh**, B. Eng. **Vadim Helmelt**, Prof. Dr.-Ing. **Iris Groß**,  
Hochschule Bonn-Rhein-Sieg, Sankt Augustin

## Kurzfassung

Im Rahmen eines Masterprojektes wurde das Schwingungsverhalten an einem Elektromotor, welcher stets nach längerem Dauerbetrieb ein lautes Geräusch entwickelt, untersucht.

Als Ursache für die Geräuschentwicklung wurde die axiale Schwingung des Rotorpaketes in den Rillenkugellagern identifiziert. In dem untersuchten Motor werden die Rillenkugellager mit einer Federvorspannung verbaut, wodurch sich ein definierter Druckwinkel einstellt. Aufgrund von Erwärmung im Dauerbetrieb und disfunktionaler Ausgleichsmöglichkeiten nimmt die Vorspannung und damit der Druckwinkel mit der Laufzeit ab. Der sinkende Druckwinkel führt zur Abnahme der Steifigkeit in axiale Richtung und damit zur Abnahme der Eigenfrequenz des schwingenden Systems. Erreicht die Eigenfrequenz des Systems die Antriebsfrequenz des Motors, so tritt der Resonanzfall ein, sodass dieser auch akustisch wahrnehmbar ist.

Es konnte nachgewiesen werden, dass die Änderung der axialen Eigenfrequenz aufgrund geänderter Druckwinkel auch mit der Änderung der Überrollungsfrequenzen von Innen- und Außenring korreliert.

Darüber hinaus wurde ein nichtlineares Verhalten der Axialschwingung beobachtet und in der amplitudenabhängigen Steifigkeit des Kugellagerkontaktes begründet.

## 1. Einleitung

Beim Betrieb von elektrischen Maschinen sind Vibrationen und Geräusche unvermeidbar. Die Hersteller solcher Antriebe sind daran interessiert, die Intensitäten der Vibrationen während des Betriebes in bestimmten Grenzen zu halten, um einerseits Schäden an den Motor-komponenten vorzubeugen oder auch die Lärmbelästigung durch den Antrieb zu begrenzen. Dabei führen steigende Vibrationsamplituden oft auch zu steigenden Lärm-pegeln. Als Ursache für die Vibration eines Elektromotors ist sehr häufig die Unwucht des Rotors verantwortlich. Aber auch kleinste Schäden in den Wälzlagern können mit der Zeit zur enormen Geräus-

schentwicklung führen. Je nach Einsatzgebiet des Elektromotors kann die Lärmbelastigung durch den Antrieb dann auf die Umgebung sehr störend wirken.

Es können jedoch auch Vibrationen auftreten, die nicht direkt einer der beiden genannten Ursachen zugeordnet werden können. In solchen Fällen empfiehlt es sich als ersten Schritt eine Schwingungsanalyse durchzuführen und dann die genaue Ursache der Vibration zu identifizieren. Bei einer erfolgreichen Identifikation können anschließend gezielte Maßnahmen ergriffen werden, um die Vibration einzudämmen.

Im Rahmen eines Masterprojektes wurde ein störendes Geräuschverhalten mit unbekannter Ursache an einem Elektromotors für Haushaltsgeräte im Betrieb untersucht und schließlich die Geräuscentstehung identifiziert.

### 1.1 Problemstellung

Nach längerem Betrieb des Elektromotors (ca. 20-30 min.) mit einer konstanten Drehzahl von ca. 20.000 U/min tritt reproduzierbar ein akustisch wahrnehmbares Brummen im mittelfrequenten Bereich auf, welches schnell lauter wird und typischerweise nach einiger Zeit wieder schlagartig verstummt, sodass sich plötzlich ein anderes Klangbild des Motors ergibt. Die Ursache für die Geräuscentwicklung und das plötzliche Verschwinden des Geräusches sind unbekannt. Man kann allerdings durch Vibrationsmessungen am Motorgehäuse feststellen, dass das laute Geräusch vom Lagerschild, der das Motorlager trägt, abgestrahlt wird. Das in axiale Richtung gemessene Beschleunigungsspektrum korreliert mit dem akustischen Phänomen.

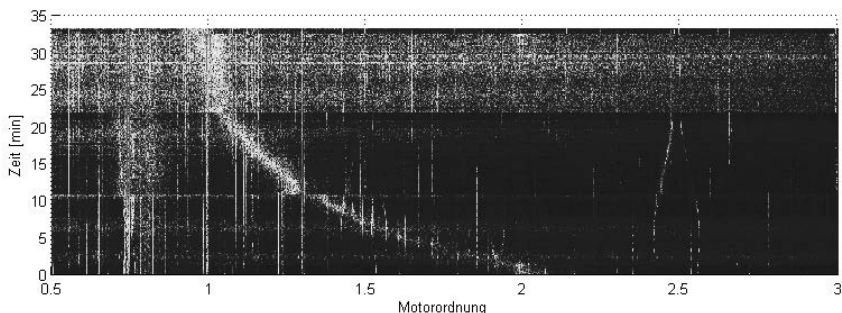


Bild 1: Axiales Körperschallspektrum (gemessen auf dem Lagerschild abtriebsseitig)

Bild 1 zeigt die Entwicklung des am Lagerschild gemessenen axialen Körperschallspektrums des Motors über die Zeit hinweg. Der Motor wurde dabei mit konstanter Drehzahl betrieben. Darin ist zu erkennen, dass trotz konstanter Motordrehzahl Frequenzwanderungen auftreten.



Man erkennt beim Start eine Resonanzfrequenz bei der 2. Motorordnung, die mit der Zeit kontinuierlich abnimmt. Erreicht diese den Bereich der Antriebsfrequenz des Motors (1. Motorordnung), so ist akustisch deutlich ein brummendes Geräusch zu vernehmen. Ab der 33. Minute verschwindet die Resonanz schlagartig. In der akustischen Wahrnehmung erscheint das Geräusch wie abgeschaltet.

Dieser „Befund“ war Ausgangspunkt für die folgende Erforschung der Zusammenhänge.

## 1.2 Aufbau des Motors

Bei der zu untersuchenden Maschine handelt es sich um einen permanentmagneterregten Synchronmotor in klassischer Bauweise, dessen Motorleistung über eine Riemenscheibe und einen Riemen auf die anzutreibende Komponente übertragen wird (Bild 2): Im Stator befinden sich in Blechpaketen eingelassene elektromagnetische Spulen, die über einen Frequenzumrichter mit Drehstrom beaufschlagt werden und das Stator Drehfeld erzeugen. Auf der Rotorwelle befinden sich sechs Permanentmagnete in einem Blechpaket; sie erzeugen das Läufermagnetfeld. Durch die magnetische Wechselwirkung der beiden Magnetfelder rotiert der Rotor im Betrieb synchron mit dem Drehfeld des Stators. Das Statorgehäuse des Motors mit den Lagerschilden besteht aus Aluminium und die Rotorwelle aus Stahl.

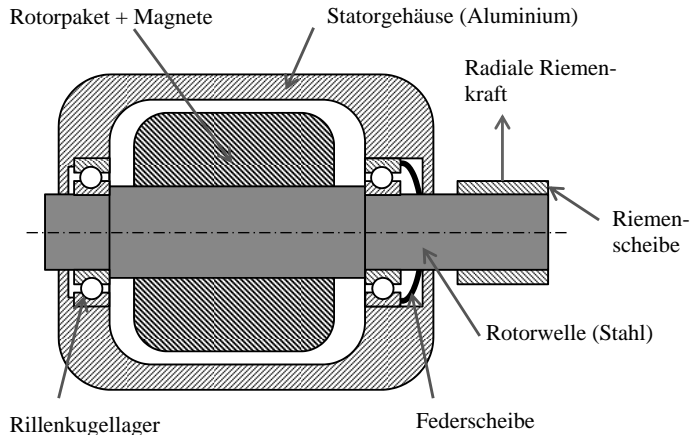


Bild 2: Schematische Darstellung des Motoraufbaus (nicht maßstabsgetreu)

Die Motorwelle wird durch zwei Rillenkugellager gelagert. Auf den Außenring des rechten Rillenkugellagers (6202) wird mithilfe einer Federscheibe eine definierte axiale Vorspannkraft

aufgebracht. Damit ergibt sich eine angestellte Lagerung (x-Anordnung) mit einer axialen Vorspannung. Der rechte Außenring hat Spielpassung.

### 1.3 Grundlagen zu Rillenkugellagern

Rillenkugellager dienen zur Lagerung von rotierenden Wellen und Achsen. Sie nehmen dabei die radialen und axialen Kräfte der rotierenden Teile auf und übertragen diese z.B. auf das Gehäuse bzw. Lagerschilde. Das Rillenkugellager besteht aus zwei Laufringen (Innenring und Außenring) und mehreren Wälzkörpern, die von einem Käfig über den Umfang verteilt in ihren Positionen gehalten werden. Als Wälzkörper dienen hierbei Kugeln.

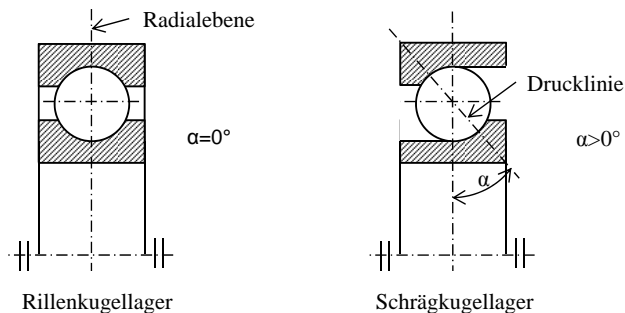


Bild 3: Drucklinie bei verschiedenen Lagertypen

Wirkt eine axiale Kraft auf den Außenring oder auf die Welle, so verschieben sich Außenring und Innenring minimal zueinander. Entsprechend der axialen Lagerverschiebung und der wirkenden Axialkraft stellt sich der Druckwinkel  $\alpha$  des Lagers ein. Der Druckwinkel  $\alpha$  ist dabei der Winkel zwischen der Radialebene und der Drucklinie [1]. Im unbelasteten Zustand beträgt der Druckwinkel bei einem Rillenkugellager  $\alpha = 0^\circ$  während ein Schrägkugellager einen Druckwinkel von  $\alpha > 0^\circ$  aufweist (Bild 3).

In Bild 4 ist der **Zusammenhang zwischen dem Druckwinkel  $\alpha$  und der Axialkraft  $F_a$**  für ein Rillenkugellager dargestellt. Die Axialkraft  $F_a$  [N] wird dabei ins Verhältnis mit der statischen Tragzahl  $C_{0r}$  [N] des Lagers gesetzt. Wie hier zu erkennen ist, nimmt der Druckwinkel mit steigender Axialkraft zu. Des Weiteren wird auch die axiale Steifigkeit des Lagers erhöht. Mittels axialer Vorspannung wird beim Rillenkugellager eine saubere Abrollbewegung sichergestellt; zugleich nimmt jedoch die Lagerbelastung zu. Bei der Lagerauslegung muss

deshalb sowohl eine optimale Steifigkeit als auch die benötigte Drehzahl und die Lebensdauer des Lagers berücksichtigt werden. [2]

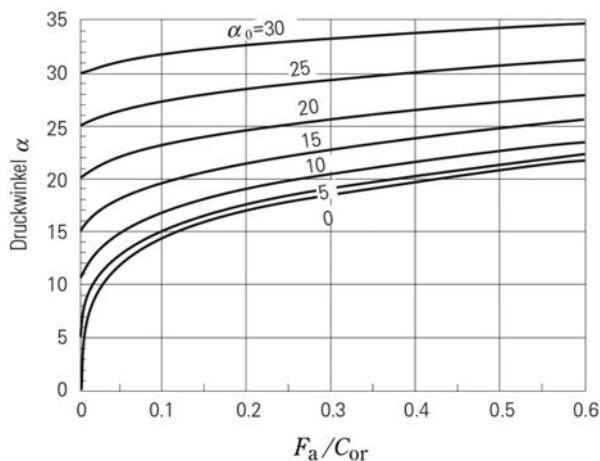


Bild 4: Abhängigkeit des Druckwinkels zur Axialkraft [3]

In der Schadensanalyse von Wälzlagern ist es von Interesse, wie häufig eine bestimmte Stelle im Außenring bzw. auf dem Innenring von einem Wälzkörper überrollt wird. Diese Überrollfrequenzen hängen von den Geometrieverhältnissen aber auch vom Druckwinkel  $\alpha$  ab. Sie werden für einen feststehenden Außenring über folgende Formeln berechnet:

$$\text{Überrollfrequenz Außenring [Hz]} \quad f_a = \frac{1}{2} \cdot f_n \cdot z \cdot \left(1 - \frac{D_W}{D_T} \cdot \cos(\alpha)\right) \quad \text{Gl. 1}$$

$$\text{Überrollfrequenz Innenring [Hz]} \quad f_i = \frac{1}{2} \cdot f_n \cdot z \cdot \left(1 + \frac{D_W}{D_T} \cdot \cos(\alpha)\right) \quad \text{Gl. 2}$$

mit Druckwinkel  $\alpha$ , der Drehzahlfrequenz  $f_n$ , der Anzahl der Wälzkörper  $z$ , dem Wälzkörperdurchmesser  $D_W$  und dem Teilkreisdurchmesser  $D_T$  (d.h. auf die Mitte der Kugeln gemessener Durchmesser) [2].

Mit steigendem Druckwinkel  $\alpha$  sinkt also die Überrollfrequenz des Außenrings während die Überrollfrequenz des Innenrings steigt. Der Druckwinkel  $\alpha$  lässt sich durch eine definierte axiale Vorspannung einstellen und bleibt im Idealfall während des Betriebs konstant.

## 2. Hypothese zum auftretenden Problem

Es wird vermutet, dass es sich bei der problematischen Eigenfrequenz um eine Schwingung der Welle in den Lagern in axialer Richtung handelt. Wird das System als klassisches Feder-Masse-System betrachtet, so stellt der gesamte Rotor die Masse und die Rillenkugellager die Federn dar. Die Eigenfrequenz  $f$  eines Feder-Masse-Systems wird durch die Steifigkeit  $c$  und der Masse  $m$  bestimmt:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}} \quad \text{Gl. 3}$$

Beim der auftretenden Vibration wurde allerdings eine Eigenfrequenzverschiebung während des Betriebes festgestellt. Nach der Modellvorstellung des Masse-Feder-Systems kann sich die Eigenfrequenz nur verschieben, wenn entweder Masse  $m$  des Rotors oder Steifigkeit  $c$  des Lagers variieren. Die Veränderung der Masse  $m$  des Rotors kann ausgeschlossen werden, da diese während des Betriebs konstant bleibt. Die Resonanz-verschiebung kann daher nur durch eine Veränderung der axialen Lagersteifigkeiten im Betrieb hervorgerufen werden. Die Ursache dafür könnte in der Erwärmung des Elektro-motors und der damit verbundenen unterschiedlichen Wärmeausdehnungen der Motor-komponenten liegen. Eigentlich sollte die definierte Federvorspannkraft in Verbindung mit einer Spielpassung des Außenrings für einen Ausgleich sorgen, was aber aufgrund zu hoher Reibung im Lagersitz nicht erfolgt. Das Auseinanderrücken der Außenringe bewirkt dann in den Rillenkugellagern eine Veränderung des Druckwinkels und damit eine Veränderung der axialen Lagersteifigkeit. Diese führt wiederum zur Verschiebung der Eigenfrequenz des Systems.

Die Axialschwingung des Rotors in den Lagern ist als nichtlineares System zu betrachten, da eine stärkere Schwingung in axiale Richtung Einfluss auf den Kontaktwinkel zwischen Kugel und Lagerring nimmt und der Kontaktwinkel wiederum die Steifigkeit beeinflusst. Somit kann der plötzliche Resonanzeinbruch durch einen sog. Amplitudensprung erklärt werden (Bild 5). Die Amplitude  $\hat{x}$  steigt dabei mit zunehmendem Frequenzverhältnis  $\eta$  an und fällt anschließend schlagartig ab.

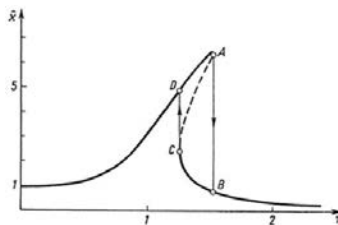


Bild 5: Sprungeffekt bei Nichtlinearer Schwingung [4]

### 3. Versuche und Berechnungen

Um die oben beschriebene Hypothese zu belegen, werden nun Versuche und Berechnungen durchgeführt und die Aussage der Ergebnisse mit denen der Hypothese verglichen.

#### 3.1 Untersuchung zum Zusammenhang Temperatur – Eigenfrequenz

In einem ersten Versuch wird der Einfluss der Motorerwärmung auf die Eigenfrequenz des schwingenden Rotors in axiale Richtung untersucht.

Der Motor wird mit einer Drehzahl von ca. 20.000 U/min betrieben, sodass sich dieser selbst erwärmt. Der Betrieb geschieht dabei unter Last, d.h. der Riemen ist auf der Riemenscheibe und der anzutreibenden Komponente mit vorgesehener Spannung montiert. In regelmäßigen Zeitabständen (10 min.) wird der Betrieb unterbrochen und mit einem Impulshammer die Rotorwelle in axialer Richtung angeregt. Mit einem Laser-Doppler-Vibrometer wird dabei die Impulsantwort gemessen bzw. die Eigenfrequenz der axialen Rotorschwingung ermittelt. Gleichzeitig wird die Temperatur auf der Motorwelle gemessen.

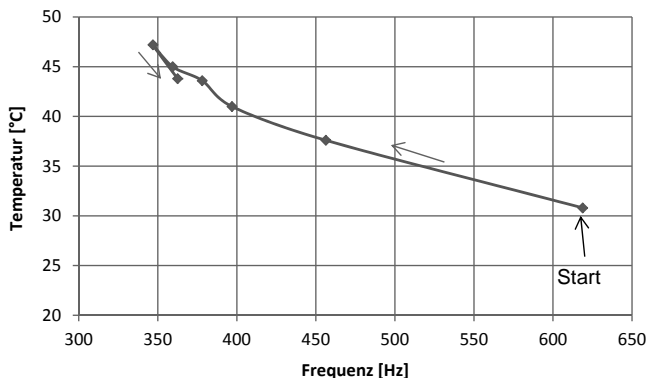


Bild 6: Zusammenhang Temperatur-Eigenfrequenz

Bild 6 zeigt, wie nach dem Start des Motors die Temperatur steigt und die axiale Eigenfrequenz abfällt. Die Eigenfrequenz nähert sich dabei der 1. Motorordnung (ca. 330 Hz) an. Für den letzten Versuchspunkt wurde der Motor abgestellt und eine Abkühlung abgewartet. Man sieht dass mit sinkender Temperatur die Eigenfrequenz wieder ansteigt.

Das Ergebnis belegt deutlich die Temperaturabhängigkeit der axialen Eigenfrequenz.

### 3.2 Berechnung zum Zusammenhang Längendehnung und Lagerverschiebung

Der vermutete Wirkzusammenhang sei nochmals kurz dargestellt: die Erwärmung von Alu-Gehäuse und Stahlwelle führt zu unterschiedlicher Wärmedehnung. In Folge bewegen sich die Außenringe auseinander, der Druckwinkel sinkt und damit die Steifigkeit. Um die Plausibilität dieser Theorie zu prüfen, werden im Folgenden die axiale Längenausdehnungen aufgrund Erwärmung und die axiale Lagerverschiebung aufgrund von Vorspannkräften rechnerisch ermittelt und miteinander verglichen.

#### Berechnung der Längenausdehnung

Das Motorgehäuse besteht aus zwei Lagerschilden aus Aluminium, zwischen welchen sich das 30mm breite Statorpaket aus Elektroblech befindet. Die Motorwelle besteht aus Stahl. Die relative Längenänderung findet auf einer Ausgangslänge von  $L = 104 \text{ mm}$  statt (=Lagerabstand abzüglich der Elektroblechpakete). Es wird von einer Erwärmung von Raumtemperatur auf  $50^\circ\text{C}$  für Gehäuse und Welle gleichermaßen ausgegangen ( $\Delta T = 30^\circ\text{C}$ ). Mit den Standardwerten für die Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_K$  der Materialien ergibt sich nach  $\Delta L = \alpha_K \cdot L \cdot \Delta T$  eine axiale Längendehnung für das Gehäuse von  $62,9 \text{ }\mu\text{m}$  und für die Motorwelle von  $36,6 \text{ }\mu\text{m}$ . Zwischen Gehäuse und Motorwelle ergibt sich somit eine Differenz von  $\Delta L = 26,4 \text{ }\mu\text{m}$ . Das Gehäuse aus Aluminium dehnt sich dabei stärker aus als die Motorwelle aus Stahl.

#### Berechnung der axialen Lagerverschiebung beim vorgespannten Lager 6202

Bei einem unbelasteten Rillenkugellager herrscht ein Druckwinkel  $\alpha$  von  $0^\circ$ . Wird das Lager mittels Federscheibe mit  $130 \text{ N}$  vorgespannt, so ergibt sich nach Bild 4 ein Druckwinkel  $\alpha$  von  $10,5^\circ$  (mit einer statischen Tragzahl  $C_{or}$  von  $3750 \text{ N}$  ergibt sich ein Quotient  $F_a / C_{or}$  von  $0,0347$ ). Nach [3] wird die axiale Lagerverschiebung  $\delta_a$  bestimmt durch:

$$\delta_a = \frac{0,00044}{\sin \alpha} \left( \frac{Q^2}{D_W} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{mm}) \quad \text{mit} \quad Q = \frac{F_a}{Z \cdot \sin \alpha} \quad \text{Gl. 4}$$

Bei einer Wälzkörperanzahl von  $Z = 8$  und einem Wälzkörperdurchmesser von  $D_r = 5,953 \text{ mm}$  beträgt die axiale Lagerverschiebung  $\delta_a = 26,6 \text{ }\mu\text{m}$ .

Man erkennt, dass die Längenänderung durch die Erwärmung ebenfalls in dieser Größenordnung liegt. Genau betrachtet verteilt sich die Entspannungsbewegung auf das vordere und hintere Lager, d.h. die axiale Vorspannung wird der Berechnung nach nicht gänzlich abgebaut wegen ihrer nichtlinearen Kennlinie aber sehr stark reduziert.

Ein genauerer Abgleich der Zusammenhänge ist aufgrund der vielen zu treffenden vereinfachten Annahmen bezüglich der Temperaturverteilung und der Aufteilung der Längenänderungen nicht sinnvoll.

Setzt man voraus, dass der Außenring am Lagersitz haftet, so kompensiert die Wärmeausdehnung teilweise die eingestellte axiale Lagerverschiebung. Dabei wird der Außenring mit der stärkeren Wärmedehnung des Gehäuses über den Innenring geschoben. Während der Erwärmung des Motors verringert sich somit der Druckwinkel  $\alpha$  und damit auch die axiale Steifigkeit  $c$ .

Für das Haften des Außenrings am Lagersitz wird die radial wirkende Riemen Spannung verantwortlich gemacht. Diese sorgt für eine hohe Reibkraft zwischen Lagersitz und Außenring, sodass die Kraft der Federscheibe nicht ausreicht um den Außenring nachzudrücken. Würde man den Riemen nach dem Betrieb von der Riemenscheibe lösen, könnte die Federscheibe wieder ungehindert den Außenring in die vorgesehene Position nachdrücken und den ursprünglichen Druckwinkel wieder einstellen. Die Eigenfrequenz des Systems müsste wieder auf den Anfangswert springen. Dies wird im Folgenden geprüft.

### 3.3 Untersuchung zum Frequenzsprung

In diesem Versuch soll untersucht werden, ob ein Frequenzsprung durch Ablösen des Riemens erfolgt oder nicht. Dazu wird der Motor so lange betrieben, bis die axiale Eigenfrequenz den Bereich der 1. Motorordnung erreicht. Nun wird der Betrieb abgebrochen und der Riemen von der Riemenscheibe der Rotorwelle gelöst. Mit einem Gummihammer werden einige Schläge auf das Lagerschild im Bereich des Lagersitzes gegeben. Durch die Erschütterungen soll erreicht werden, dass sich der Außenring vom Lagersitz löst. Anschließend wird der Riemen wieder montiert und der Betrieb des Motors fortgesetzt.

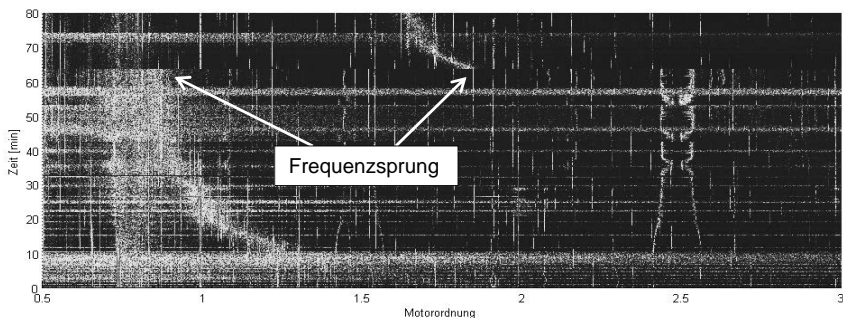


Bild 7: Axiales Körperschallspektrum mit erkennbarem Frequenzsprung

In Bild 7 ist im Betrieb das Absinken der axialen Eigenfrequenz in Richtung der 1. Motorordnung zu erkennen. Nach ca. 65 min. springt die Eigenfrequenz jedoch wieder schlagartig hoch. Beim weiteren Betrieb fällt sie dann wieder ab. Dieses Ergebnis zeigt deutlich, dass durch das Lösen des Riemens und die Erschütterungen (nach 65 min.) tatsächlich die Eigenfrequenz des Systems schlagartig auf den Ausgangszustand zurückspringt.

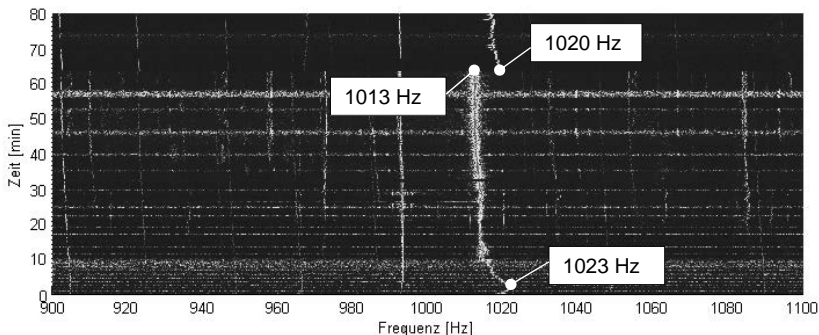


Bild 8: Überrollfrequenz des Außenrings

Betrachtet man gleichzeitig die gemessene Überrollfrequenz des Außenrings, so ist auch hier ein Absinken der Frequenz und anschließend ein sprunghafter Anstieg zu erkennen. Nach Gl. 1 ist die Überrollfrequenz nur vom Druckwinkel abhängig, vorausgesetzt die Lagergeometrien und die Antriebsfrequenz bleiben konstant. An drei Punkten wird nun aus den Überrollfrequenzen der Druckwinkel im Lager nach Gl. 1 berechnet:

Tabelle 1: Berechnete Druckwinkel im Lager 6202

Außenringfrequenz (Wälzlager 6202)	Druckwinkel $\alpha$
1023 Hz	15,5°
1012 Hz	1,8°
1020 Hz	13,2°

Beim Vergleich der Druckwinkel (Tabelle 1) ist deutlich zu erkennen, wie nach dem Ablösen des Riemens der Druckwinkel nahezu wieder den ursprünglichen Wert einnimmt. Die Feder Scheibe kann nun den Außenring wieder nachdrücken und somit den Druckwinkel neu einstellen.



Diese Messung zeigt nochmals deutlich, dass die axiale Eigenfrequenz des Systems mit dem Druckwinkel im Rillenkugellager korreliert. Nimmt der Druckwinkel im Betrieb ab, so sinkt auch die Eigenfrequenz. Als Ursache für das Absinken des Druckwinkels wird die radial wirkende Riemenspannung im Lagersitz verantwortlich gemacht, die das Nachdrücken durch die Federscheibe verhindert.

### 3.4 Bestimmung des axialen Übertragungsverhalten

Um das axiale Übertragungsverhalten des schwingenden Systems Motorwelle-Wälzlager zu bestimmen, wird die Motorwelle axial mit einem elektrodynamischen Schwingungserreger angeregt. Als Anregungssignal dient ein Sinussweep von 100 - 1000 Hz mit einer konstanten Beschleunigung von 0,1g (die erkennbaren Überschwinger haben keinen Einfluss auf die Aussage). Die Frequenzantwort wird mit Hilfe eines Beschleunigungssensors auf dem Motorgehäuse gemessen.

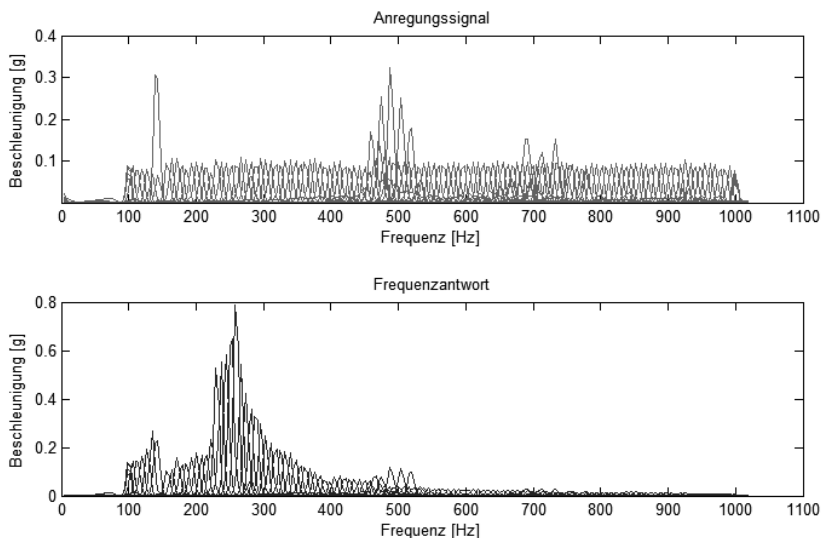


Bild 9: Nichtlineares Übertragungsverhalten der Axialschwingung

In Bild 9 sind die Schwingungsamplituden des Anregungssignals und der Frequenzantwort über die Frequenz aufgetragen. Im Bereich von 200 - 300 Hz tritt in der Frequenzantwort eine Resonanz auf. Bei ca. 225 Hz nimmt die Amplitude der Frequenzantwort sprunghaft zu

und erreicht bei 258 Hz den maximalen Wert. Mit steigender Frequenz fällt die Amplitude anschließend hyperbelartig ab.

Während des Betriebs bewegt sich die Eigenfrequenz jedoch von rechts nach links. Betrachtet man die Frequenzantwort in dieser Richtung, so nimmt die Amplitude bis zur Resonanz stetig zu und nimmt anschließend sprunghaft ab. Bei der Axialschwingung handelt es sich somit um ein nichtlineares Übertragungsverhalten.

Es entsteht dadurch, dass bei größeren Amplituden ein größerer Druckwinkel erreicht wird. Damit stellt sich der Resonanzvorgang folgendermaßen dar: Zu Beginn des Betriebes herrscht ein großer Druckwinkel, das Lager ist „zu steif“ um eine Resonanz zuzulassen – die Eigenfrequenz liegt deutlich über der Antriebsfrequenz. Die Außenringe wandern auseinander, der Druckwinkel sinkt und damit die Steifigkeit, bis die Resonanz eintritt. Dieser Druckwinkel wird in der Resonanz eine Zeitlang gehalten – größere Amplituden kompensieren dabei das fortschreitende Auseinanderrücken der Außenringe, bis dies irgendwann nicht mehr möglich ist – dabei bricht das Resonanzphänomen schlagartig in sich zusammen; kleine Amplituden bei geringen Druckwinkeln und geringen Steifigkeiten sind die Folge.

#### 4. Literaturhinweise

- [1] Wittel, H.; Muhs, D.; Jannasch, D.; Voßiek, J.: Roloff/Matek Maschinenelemente – Normung, Berechnung, Gestaltung, Vieweg+ Teubner Verlag, 2011
- [2] Schlecht, B.: Maschinenelemente 2: Getriebe - Verzahnung und Lagerung, Pearson Studium, 2010
- [3] NSK, Hauptkatalog – Wälzlager
- [4] Magnus, K.; Popp, K.; Sextro, W.: Schwingungen, Vieweg+ Teubner Verlag, 2008

# Untersuchungen zu flussinduzierten Vibrationen in modellhaften Leitungsgeometrien

Dr.rer.nat. **Carsten Marzok**, Dr.-Ing. **Dirk Schaffer**,  
Carl Zeiss SMT GmbH, Oberkochen

## Kurzfassung

In photolithographischen Anwendungen der Halbleiterindustrie gelten höchste Anforderungen an die zulässigen Schwingungen innerhalb und außerhalb der Lithographiemaschinen. Beiträge zu diesen Vibrationen werden in Flüssigkeitsleitungen (Prozessmedien, Kühlmedien etc.) durch Wechselwirkung des jeweiligen Mediums mit den Leitungswänden erzeugt. In diesem Bericht werden Untersuchungen zur Schwingungsreduktion am Beispiel modellhafter Leitungsgeometrien vorgestellt. Mit unterschiedlichen Herangehensweisen ausgelegte Detaillierungen derselben Grundform werden basierend auf vergleichenden Messungen gegenübergestellt. Dabei wurde das Messverfahren so ausgelegt, dass direkte Rückschlüsse auf die wirkenden Kräfte möglich sind. Mit den Ergebnissen lassen sich künftig die relevanten Optimierungsparameter identifizieren.

## 1. Einleitung

Optimales Betriebsschwingungsverhalten stellt bei photolithographischen Anwendungen im Halbleiterbereich wegen der extremen Anforderungen an die Leistungsfähigkeit von Lithografieobjektiven wie auch an die zur Qualifizierung nötigen Messmaschinen eine zentrale schwingungstechnische Herausforderung dar. Beiträge zu diesen Vibrationen werden in Flüssigkeitsleitungen (Prozessmedien, Kühlmedien etc.) durch Wechselwirkung des jeweiligen Mediums mit den Leitungswänden erzeugt (nachfolgend abgekürzt mit FIV= flussinduzierte Vibrationen). Als Quellen derartiger Störungen kommen unterschiedliche Prozesse wie Wirbelablösungen an Störstellen (sog. Kármánsche Wirbelstraßen), Anregung „akustischer“ Moden, Anregung von Strukturmoden, Reibung an rauen Leitungswänden etc. in Betracht.

Im vorliegenden Bericht werden hierzu vergleichende Messungen an drei unterschiedlichen Rohrleitungsgeometrien vorgestellt. Der Test hatte dabei zum Ziel, das flussinduzierte Vibrationsverhalten der drei Prüflinge untereinander zu vergleichen und dadurch die Verbesserungen von zwei auf unterschiedliche Weise optimierten Geometrien gegenüber einer Referenz-

renzprobe zu bestimmen. Es stand dabei nicht die konkret optimierte Geometrie im Vordergrund, sondern das Verfahren, mit dem im Rahmen der Auslegung die verbesserten Geometrien erzeugt wurden. Während in einem Fall eine heuristische Optimierung hinsichtlich möglichst weicher, kantenfreier Übergänge erfolgte, wurde im zweiten Fall ein spezielles numerisches, auf RANS basierendes Verfahren (RANS = Reynold-averaged Navier-Stokes) zur Optimierung genutzt. Prinzipiell können zahlreiche physikalische Größen zur Optimierung herangezogen werden; mit diesen Tests sollten erste Schritte zur Identifikation der für FIV relevanten Größen erfolgen, um langfristig eine verbesserte Auslegung auch komplexerer Geometrien zu ermöglichen.

Beide optimierte Geometrien zeigen ein erheblich verbessertes FIV-Verhalten gegenüber der Referenzprobe. Dabei ist der numerisch optimierte Prüfling 3, abhängig vom betrachteten Fluss, nur geringfügig besser als der heuristisch optimierte Prüfling 2, nicht jedoch beim eigentlich optimierten Fluss von 140l/h. Die Hauptflussrichtung zeigt bei allen drei Prüflingen erwartungsgemäß die jeweils höchste Anregung.

## 2. Details zu den Prüflingen

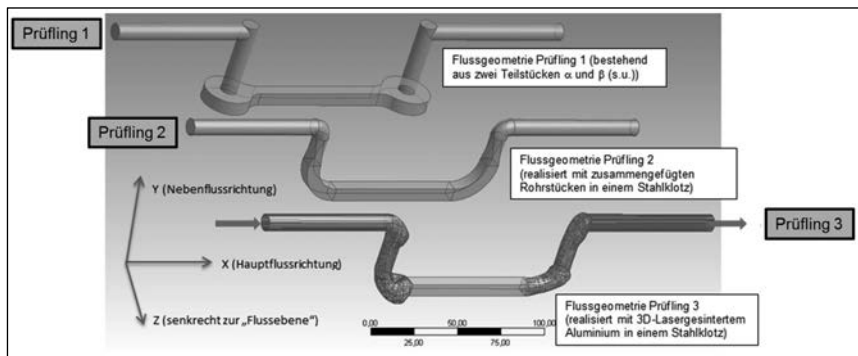


Bild 1: Prüfling 1: 90°-Winkel durch Bohrungen, „Verwirbelungsbecken“; Prüfling 2: heuristische Optimierung (möglichst viele Verrundungen, weiche Übergänge), Prüfling 3: mit RANS-Methoden optimiert für bestimmten Fluss auf möglichst geringe Rückströmung.

Die drei verwendeten Rohrgeometrien sind in Bild 1 gegenübergestellt. Es handelt sich jeweils um vier 90°-Winkel, wie sie etwa zur Führung von Flüssigkeiten in unterschiedlichen

Ebenen nötig sein können. Während die 90°-Winkel von Prüfling 1 durch einfache Bohrungen mit teilweise angeschlossenen „Verwirbelungsbecken“ als „Beruhigungszonen“ ausgestaltet sind, wurde bei Prüfling 2 mit Schwerpunkt auf möglichst viele Verrundungen und weiche Übergänge optimiert. Prüfling 3 wurde, wie oben erwähnt, rechnerbasiert für eine Strömungsrichtung und einen bestimmten Fluss (140 l/h) hinsichtlich geringer Rückströmung optimiert.

Das verwendete Koordinatensystem bezieht sich auf die Flussrichtungen innerhalb der Prüflinge: X: „Hauptflussrichtung“ des Zu- und Abflusses. Y: „Nebenflussrichtung“, d.h. die Flussrichtung nach einer 90°-Kurve. Z: senkrecht zur von X- und Y-Achse aufgespannten „Fluss-ebene“.

### 3. Bestimmung der Fluidkräfte

Die Bestimmung der Fluidkräfte basiert auf der Grundidee, zunächst mit Beschleunigungsaufnehmern die durch das fließende Fluid erzeugten Schwingungen in Form von Beschleunigungsspektren aufzunehmen, um diese dann durch eine geeignete Übertragungsfunktion in Kraftspektren zu überführen. Um dieses Verfahren möglichst einfach zu gestalten, wurden die jeweiligen Rohrgeometrien in massive Grundkörper eingepasst. Die Grundkörper sollten so steif ausgeführt sein, dass die Übertragungsfunktion in jeder Richtung einfach durch die inverse Masse  $1/M$  des jeweiligen Prüflings dargestellt werden kann. Mit diesem Verfahren lassen sich jedoch keine Aussagen zu genauen Entstehungsorten der im Einzelfall dominanten FIV-Erregung im Prüfling machen, da mit dieser Rechnung impliziert wird, dass sämtliche Kräfte im Schwerpunkt des Prüflings erzeugt werden.

Grundsätzlich lassen sich die in den FIV-Messungen aufgenommenen spektralen Leistungsdichten der Beschleunigung  $PSD_{acc,xyz}(f)$  ( $[PSD_{acc,xyz}(f)] = 1 \text{ (m/s}^2\text{)}^2\text{/Hz}$ ) bei Bedarf natürlich auch mit der quadrierten Magnitude einer geeigneten frequenzabhängigen Übertragungsfunktion  $FRF_{xyz}(f)$  ( $[FRF_{xyz}(f)] = 1 \text{ (m/s}^2\text{)/N}$ ) umskalieren:

Formel 1

$$PSD_{force,xyz} = \frac{PSD_{acc,xyz}}{[Mag(FRF_{acc,xyz})]^2}, \quad ([PSD_{force,xyz}(f)] = 1 \text{ N}^2\text{/Hz}).$$

Dies war letztlich bei den Prüflingen 2 und 3 nötig, da diese oberhalb von 400Hz bereits signifikante Abweichungen des Starrkörperverhaltens aufwiesen, während die Untersuchungen auf den Frequenzbereich bis 1000Hz abzielte.

#### 4. Testaufbau



Bild 2: Links: Messaufbau mit in weichen Gummiseilen frei-frei aufgehängtem Prüfling (inkl. lange Adapterrohre). Im Hintergrund ist das Fluidreservoir zu sehen; ein weiteres Reservoir steht in der Etage oberhalb des Labors, das den statischen Vordruck aufbaut; der Sollfluss wird durch ein Ventil eingestellt und mittels Durchflussmesser überwacht. Rechts: Möglichst schwerpunktnahe Anbringung der in Triax-Konfiguration aufgebauten hochempfindlichen Beschleunigungssensoren am Prüfling.

Die Prüflinge wurden mit Hilfe von Gummiseilen weich aufgehängt („frei-frei“-Bedingung). Zusätzlich wurden sie direkt bzw. über je zwei ca. 1m lange gerade Adapterrohre an die Zu-/Ablaufschläuche angeschlossen. Die Rohre sollten mögliche lokale Verwirbelungen aus den gekrümmten Zu-/Ablaufschläuchen bzw. aus den Übergängen von Schlauch zu Rohr abklingen zu lassen, bevor das Medium in den Prüfling tritt. Die zusätzliche Längenvariation durch die Zuleitungen sollte zudem bei der Identifikation möglicher akustischer Resonanzen des Gesamtaufbaus helfen. Die erwarteten Beschleunigungen waren sehr gering, daher wurden empfindliche, rauscharme Sensoren verwendet (3 Stück PCB 393-B04 (1000 mV/g)).

## 5. Überprüfung des Übertragungsverhaltens

Um das in Abschnitt 3 beschriebene einfachste Verfahren der Massenskalisierung anwenden zu können, müssen sich die Prüflinge im interessierenden Frequenzbereich starr verhalten. Dies wurde durch Bestimmung des Übertragungsverhaltens in drei Raumrichtungen mittels Hammeranregung in Richtung des Schwerpunktes überprüft.

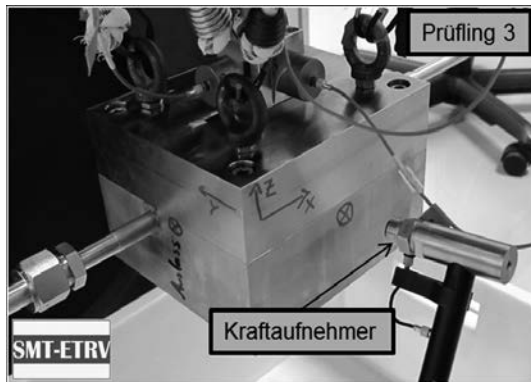


Bild 3: Bestimmung des Übertragungsverhaltens mit Hammeranregung in Richtung des Schwerpunktes des Systems.

Bis ca. 50Hz gibt es einen signifikanten Einfluss der Entkopplungsresonanzen; alle Bewertungen von Fluidkräften wurden daher erst oberhalb davon unternommen. Prüfling 1 zeigt ein starres Verhalten bis ca. 1000Hz mit geringen Abweichungen von <20% oberhalb von 700Hz (Bild 4). Prüflinge 2 und 3 hingegen zeigen deutliche Abweichungen vom starren Verhalten für Frequenzen oberhalb ca. 400Hz (Bild 5). Hier fand entsprechend die frequenzabhängige Skalierungsvorschrift aus Formel 1 Verwendung.

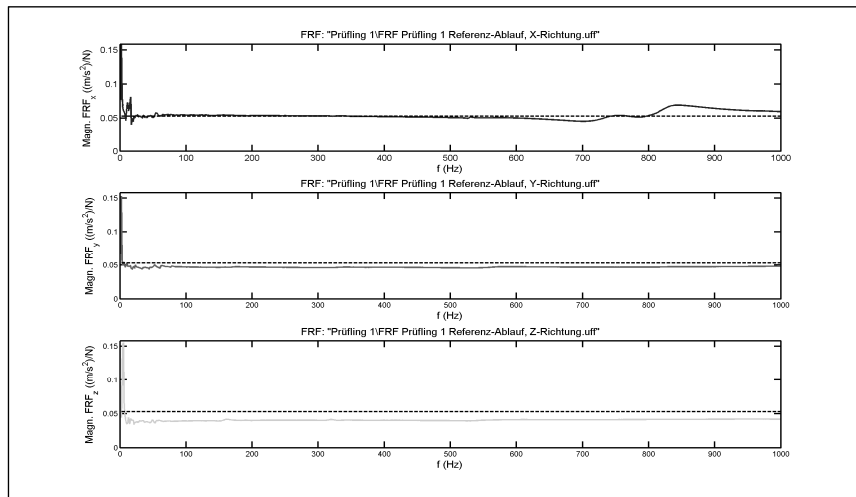


Bild 4: Magnitude des Übertragungsverhaltens von Prüfling 1. Das aus der inversen Masse erwartete Übertragungsverhalten ist gestrichelt dargestellt.

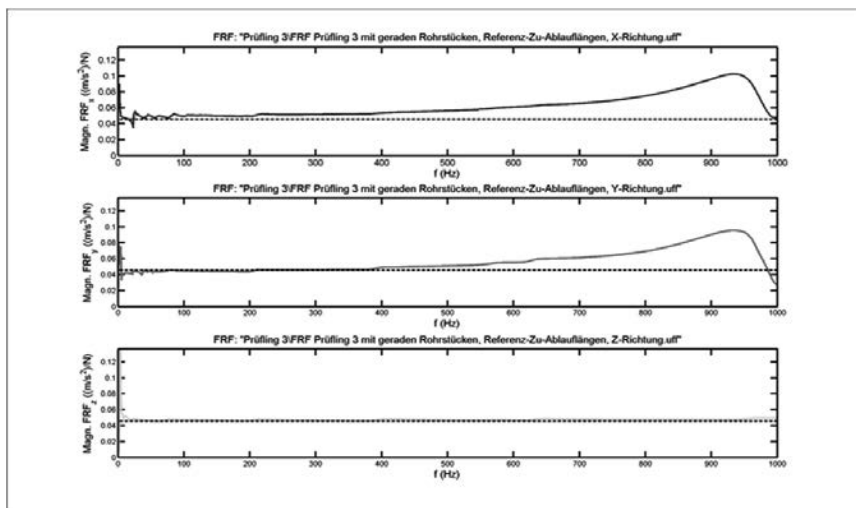


Bild 5: Magnitude des Übertragungsverhaltens von Prüfling 3 als Beispiel für Abweichungen vom starren Verhalten. Ab etwa 400Hz wirkt sich eine flexible Mode des Prüflings erheblich aus.



## 6. Vergleich der spektralen Leistungsdichten der Fluidkräfte

In Bild 6 sind die nach oben beschriebenem Verfahren berechneten spektralen Leistungsdichten der Fluidkräfte für Prüfling 1 (Referenz Zu-/Abläufe, lange Rohre) dargestellt. Auffällig sind die deutlichen Peaks, die bis zur dritten Harmonischen beobachtbar sind; die Positionen der Peak verschieben sich mit dem eingestellten Fluss. Das Verhältnis der Besetzungen der Harmonischen relativ zur Grundschiwingung bleibt dabei weitgehend konstant. Neben den Peaks nehmen die Kräfte aber zusätzlich auch breitbandig mit dem Fluss zu; insgesamt sind bei Prüfling 1 die Kräfte jedoch durch die Peaks dominiert, wie aus hier nicht explizit dargestellten kumulierten Kraftspektren ersichtlich ist.

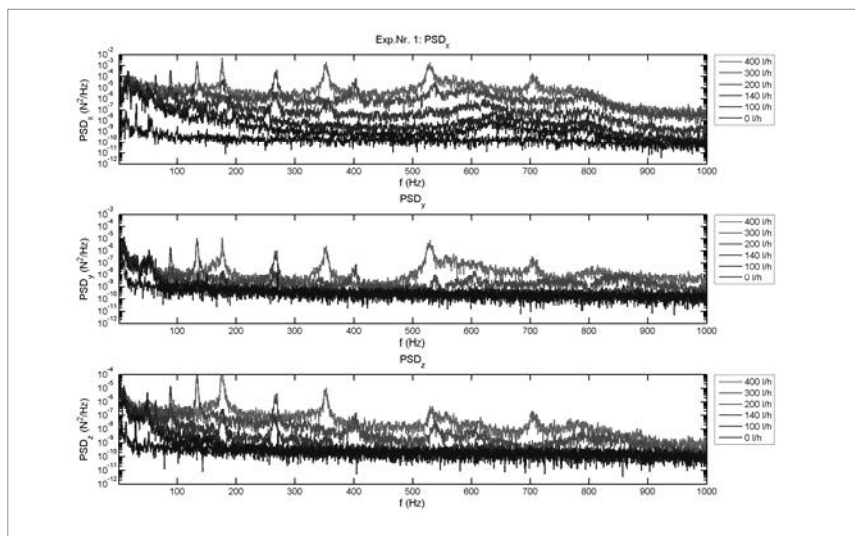


Bild 6: PSD der Wasserkräfte, Prüfling 1, Referenz Zu-/Abläufe, lange Rohre.

Genauere Analyse der Resonanzpositionen für Prüfling 1 zeigt, dass sich die Frequenzen linear mit dem Fluss verschieben (Bild 7). Zudem entsprechen die einzelnen Resonanzen genauen Harmonischen der in blau dargestellten Grundfrequenz.

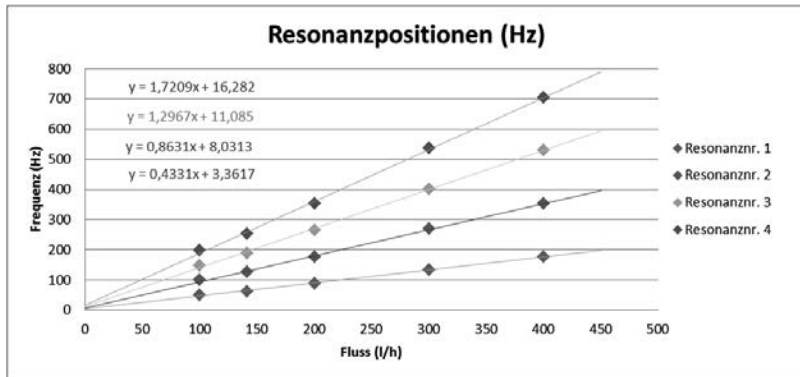


Bild 7: Flussabhängigkeit der Resonanzpositionen an Prüfling 1.

Die Beobachtung einer linearen Frequenzverschiebung mit dem Fluss ist mit einer Kármánschen Wirbelstraße verträglich. Bei dieser ist die Wirbelablösefrequenz an einer Störstelle der Strömung proportional zur Strömungsgeschwindigkeit. Der im Experiment vorgegebene Fluss ist wiederum proportional zur Strömungsgeschwindigkeit. Als Orte für die Wirbelentstehung sind bei Prüfling 1 die harten Übergänge bzw. scharfen Kanten von Zuleitung zu den „Beruhigungsbecken“ zu vermuten. Die Flussabhängigkeiten der Peakwerte der einzelnen Resonanzspitzen lassen sich gut durch Potenzgesetze beschreiben (Bild 8). Für die unterschiedlichen Resonanzen ergeben sich dabei sehr ähnliche Exponenten. Dies erlaubt die Interpretation, dass über den gesamten untersuchten Flussbereich ein einziger dominanter Prozess für die Entstehung der Peaks verantwortlich ist, etwa eine einzelne ungünstige Kante oder Struktur.

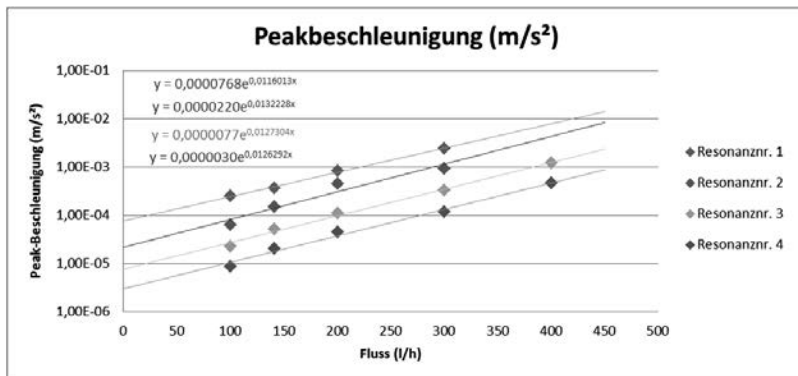


Bild 8: Peakbeschleunigungen der unterschiedlichen Resonanzspitzen für Prüfling 1 mit jeweils phänomenologisch angepassten Potenzgesetzen.

Es folgt nun die Diskussion der spektralen Kräfteleistungsdichten der Prüflinge 2 und 3.

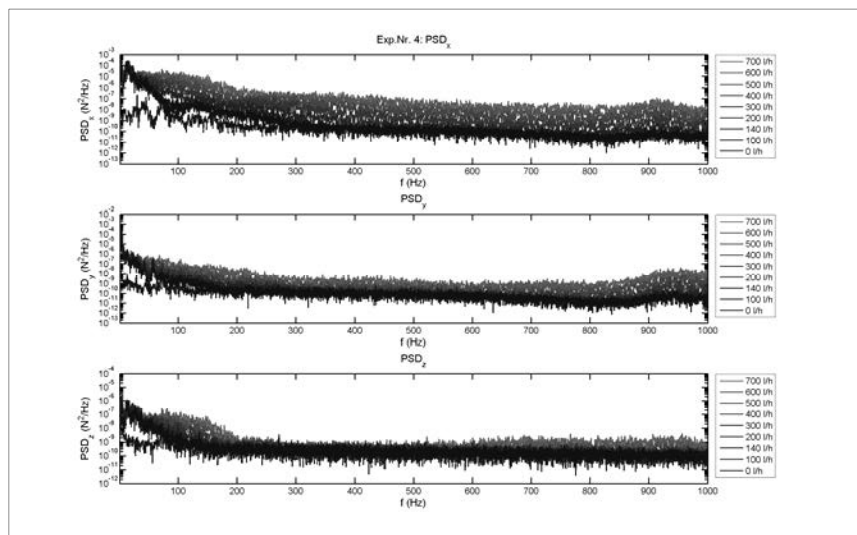


Bild 9: PSD der Fluidkräfte, Prüfling 2, Referenz Zu-/Ablauf, ohne Adapterrohre.

Im Kräftepektrum von Prüfling 2 (Bild 9) ist auffällig, dass es keine scharfen, flussabhängigen Peaks gibt. Darüber hinaus ist das Anregungsniveau ebenfalls erheblich niedriger. Analog zu Prüfling 1 ist die X-Richtung am stärksten angeregt, die Z-Richtung weist die niedrigste An-

regung auf. Die Modulation bei Frequenzen >900Hz lässt sich zurückführen auf eine nicht optimal bestimmte Übertragungsfunktion, da das Messergebnis durch die flexible Resonanz sehr von dem genauen Anregungspunkt abhängt. Bei Messungen mit langen Adapterrohren zeigten sich zusätzliche breite Peaks im Bereich 500Hz bzw. 700Hz (ohne Abbildung), die jedoch bei Wegnahme der Adapterrohre wieder verschwanden. Es handelt sich hierbei höchstwahrscheinlich um Strukturmoden dieser Rohre. Akustische Moden sind als Ursache für die breiten Resonanzen unwahrscheinlich, da es dann anstelle des Verschwindens der Resonanzen zu einer Frequenzverschiebung hätte kommen müssen.

Das Spektrum des Prüflings 3 verhält sich in ähnlicher Weise (Bild 10); es ist im Wesentlichen flach und frei von scharfe Resonanzspitzen. Auch hier ist X am stärksten angeregt, gefolgt von Y und Z. Während Y weitgehend breitbandig mit dem Fluss ansteigt, gibt es bei X ein Minimum der Flussabhängigkeit bei ca. 250Hz, während Z oberhalb von 300Hz kaum durch Flussteigerung zunimmt.

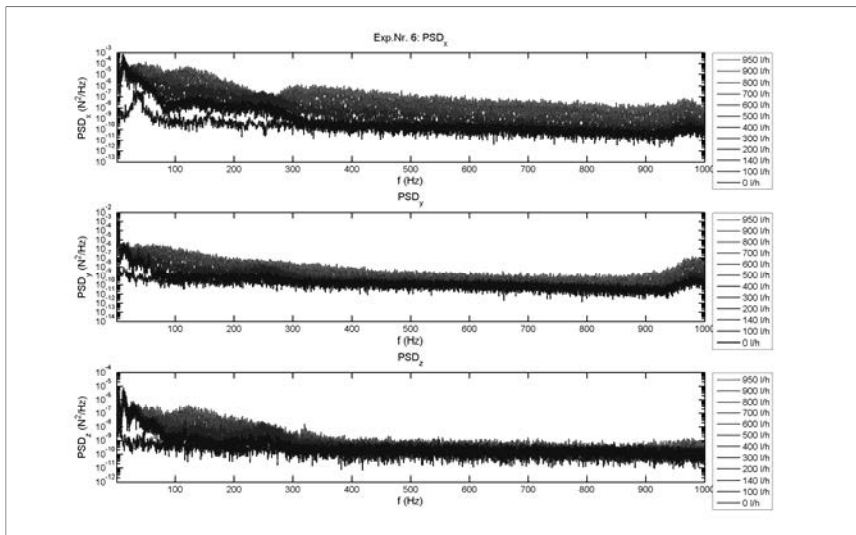


Bild 10: PSD der Fluidkräfte, Prüfling 3, Referenz Zu-/Ablauf, ohne Adapterrohre.

Prüfling 3 ist unter der Randbedingung einer vorgegebenen Flussrichtung optimiert worden. Eine besonders ausgeprägte Direktionalität konnte jedoch bei „Verpolung“ des Prüflings im Test nicht festgestellt werden (ohne Abbildung).

## 7. Vergleich der kumulierten Kraftspektren

In Bild 11 ist die kumulierte RMS-Kraft im Bereich 50Hz-1000Hz über alle Prüflinge und Testkonfigurationen dargestellt. Anhand der logarithmischen y-Skalierung erkennt man, dass sich die Flussabhängigkeiten für Flüsse oberhalb von 100 l/h für die verschiedenen Richtungen durch Potenzgesetze beschreiben lassen. Prüflinge 2 und 3 haben hierbei deutlich niedrigere (und zudem sehr ähnliche) Exponenten; im logarithmischen Plot verlaufen die Kurven fast parallel zueinander. Dies erlaubt die Interpretation, dass die in den beiden Prüflingen für die Entstehung der Fluidkräfte ursächlichen Prozesse dieselben sind.

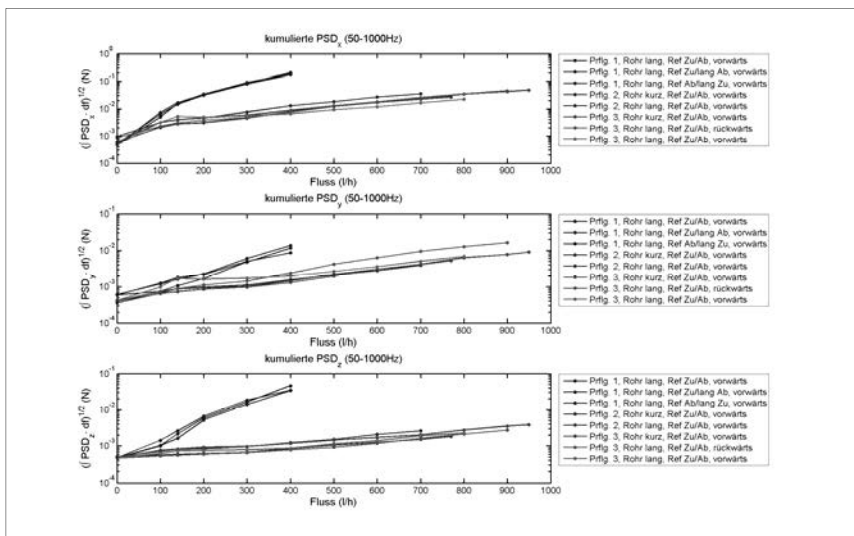


Bild 11: Durch Integration der spektralen Leistungsdichten im Bereich 50Hz-1000Hz erhaltenen RMS-Kräfte für alle Tests (log. y-Skalierung).

Vergleicht man gezielt nur die RMS-Kräfte bei dem für die rechnergestützte Optimierung von Prüfling 3 verwendeten Flusswert von 140 l/h (Bild 12), so zeigt hier Prüfling 2 ein zwar nicht erheblich, aber dennoch niedrigeres Kraftniveau. Hieraus lässt sich direkt ablesen, dass der bei der rechnergestützten Optimierung verwendete Parameter Rückströmung zwar zielführend eingesetzt werden kann, jedoch noch keine optimalen Ergebnisse liefert. Weitere Analysen, insbesondere zusätzliche Simulationen sind nun nötig, um besser geeignete FIV-Parameter zu erhalten.

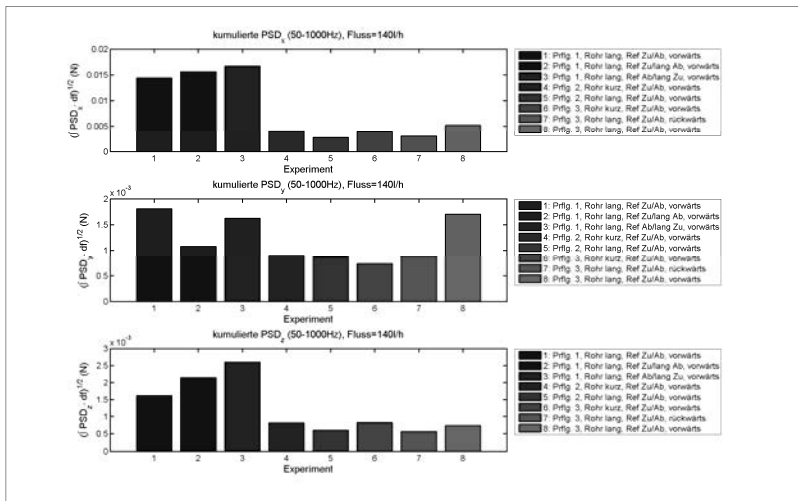


Bild 12: Vergleich der kumulierten Kräfte für den Designfluss von Prüfling 3 (140 l/h).

## 8. Bewertung und Ausblick

Die experimentellen Befunde lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- heuristische Verrundungen und weiche Übergänge sind bereits sehr zielführend;
- Strömungsoptimierung bezogen auf Minimierung der Rückströmung mittels RANS ist gegenüber der einfachen Optimierung bei einzelnen Flusswerten besser, jedoch gerade nicht beim eigentlich optimierten Flusswert von 140 l/h;
- damit ist noch kein optimaler Optimierungsparameter gefunden.

Es sind nun folgende Analysen zur Identifikation wirkungsvollerer Optimierungsparameter für die effektive Auslegung mittels RANS-Methoden nötig:

„Rückfütterung“ der Messergebnisse in weitere Simulationen mit folgenden Fragestellungen:

- In welchen fluiddynamischen Größen unterscheiden sich die Prüflinge 2 & 3?
- Welche davon korrelieren mit dem beobachteten Dynamikverhalten?



