

## Reihe 8

Mess-,  
Steuerungs- und  
Regelungstechnik

Nr. 1263

Dipl.-Ing. Matthias Joost,  
Süderwalsede

## Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme



Berichte des Instituts für elektrische  
Antriebe, Leistungselektronik und  
Bauelemente der Universität Bremen



# Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme

Vom Fachbereich für Physik und Elektrotechnik  
der Universität Bremen

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
DOKTOR-INGENIEUR (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

von  
Dipl.-Ing. Matthias Joost  
aus Süderwalsede

Referent:	Prof. Dr.-Ing. Bernd Orlik
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Jan Wenske
Eingereicht am:	07. 11. 2017
Tag des Promotionskolloquiums:	24. 04. 2018



# Fortschritt-Berichte VDI

Reihe 8

Mess-, Steuerungs-  
und Regelungstechnik

Dipl.-Ing. Matthias Joost,  
Süderwalsede

Nr. 1263

## Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme



Berichte des Instituts für elektrische  
Antriebe, Leistungselektronik und  
Bauelemente der Universität Bremen

Joost, Matthias

## **Regelung elastisch gekoppelter Mehrmassensysteme**

Fortschr.-Ber. VDI Reihe 08 Nr. 1263. Düsseldorf: VDI Verlag 2018.

184 Seiten, 96 Bilder, 14 Tabellen.

ISBN 978-3-18-526308-8 ISSN 0178-9546,

€ 67,00/VDI-Mitgliederpreis € 50,30.

**Für die Dokumentation:** Mehrmassensystem – Modellvereinfachung – Robuste Regelung – Reibung – Belastungsreduktion

Elastisch gekoppelte Mehrmassensysteme bilden einen häufig vorkommenden Anwendungsfall. Ungenau bekannte Parameter und Einflüsse erschweren die Regelung. Daher sind robuste Regler erforderlich. Diese Regler sollten jedoch möglichst einfach gehalten werden, um den Entwurf zu vereinfachen und den Rechenaufwand zu minimieren. Stark wechselnde Torsionsbelastungen können zudem die Lebensdauer dieser Systeme wesentlich beeinträchtigen. In dieser Arbeit werden daher zum einen auf Basis reduzierter Ersatzsysteme entworfene H -optimale Zustandsregler und Verfahren untersucht. Zum anderen wird ein belastungsreduzierender Drehmomentenregler mit adaptiver Begrenzung vorgestellt, der es erlaubt, die auftretenden Torsions- bzw. Stoßbelastungen wesentlich zu verringern.

### **Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter [www.dnb.de](http://www.dnb.de) abrufbar.

### **Bibliographic information published by the Deutsche Bibliothek**

(German National Library)

The Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliographie (German National Bibliography); detailed bibliographic data is available via Internet at [www.dnb.de](http://www.dnb.de).

Dissertation Universität Bremen

© VDI Verlag GmbH · Düsseldorf 2018

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Fotokopie, Mikrokopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, im Internet und das der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 0178-9546

ISBN 978-3-18-526308-8



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für elektrische Antriebe, Leistungselektronik und Bauelemente (IALB) der Universität Bremen.

An erster Stelle möchte ich hier meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernd Orlik, für die Möglichkeit zur Anfertigung dieser Dissertation, für das entgegengebrachte Vertrauen, seine beständige Unterstützung sowie die wertvollen Denkanstöße danken. Ohne ihn wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Meinem Korreferenten, Herrn Prof. Dr.-Ing. Jan Wenske, danke für sein Interesse an dieser Arbeit, für die anregenden Diskussionen und interessanten Hinweise.

Frau Elke Krüger danke ich für ihre Unterstützung und die Durchsicht dieser Arbeit.

Ebenfalls möchte ich allen Kolleginnen und Kollegen, sowie Studierenden am Institut für die gute und konstruktive Zusammenarbeit, ihre Hilfsbereitschaft, sowie die vielen hilfreichen Diskussionen danken.

Mein besonderer Dank gilt meinen Eltern, die es mir ermöglicht haben, diesen Weg zu gehen und dieses Ziel zu erreichen.





# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort.....</b>	<b>III</b>
<b>Formelzeichen und Abkürzungen .....</b>	<b>VII</b>
<b>Einleitung .....</b>	<b>1</b>
<b>1 Problemstellung und Stand der Forschung.....</b>	<b>2</b>
<b>2 Modellbildung für die robuste Regelung.....</b>	<b>6</b>
2.1 Reibung.....	6
2.2 Lose .....	10
2.3 Struktur des Mehrmassensystems .....	11
<b>3 Robuste Regelung.....</b>	<b>13</b>
3.1 Grundsätzliche Forderungen an eine Regelung.....	13
3.2 Beschreibung der Modellunsicherheiten .....	15
3.3 Robustheitskriterien .....	16
3.4 Frequenzabhängige Formulierung der Forderungen an die Regelung.....	19
3.5 Mixed-Sensitivity Ansatz .....	21
3.6 $H_{\infty}$ -Reglerentwurf .....	23
3.7 Reglerberechnung.....	26
3.8 Eliminierung des internen Zustandsbeobachters .....	30
<b>4 Modellbildung für den <math>H_{\infty}</math>-Reglerentwurf.....</b>	<b>32</b>
4.1 Vollständiges, lineares Steckenmodell.....	32
4.2 Reduziertes Entwurfsmodell .....	36
4.3 Simulation zum Modellvergleich.....	43
<b>5 Versuchsergebnisse mit der <math>H_{\infty}</math>-Regelung am Prüfstand .....</b>	<b>51</b>
5.1 Beschreibung des Prüfstands .....	51
5.2 $H_{\infty}$ -Regler mit direkter Zustandsrückführung.....	53
5.3 $H_{\infty}$ -Regler mit zusätzlichem Beobachter .....	70
<b>6 Simulationsergebnisse der Regelung an einem Fünfmassensystem.....</b>	<b>87</b>
6.1 $H_{\infty}$ -Regler mit direkter Zustandsrückführung.....	88
6.2 $H_{\infty}$ -Regler mit zusätzlichem Beobachter .....	95

<b>7</b>	<b>Reibungskompensation für die robuste Regelung niedriger Ordnung von Mehrmassensystemen.....</b>	<b>102</b>
7.1	Modellierung der Reibung .....	102
7.2	Prinzip der verwendeten Reibungskompensation .....	103
7.3	$H_{\infty}$ -Regler mit Reibungskompensation .....	104
7.4	$H_{\infty}$ -Regler mit weiter vereinfachter Reibungskompensation.....	106
7.5	$H_{\infty}$ -Regelung mit Beschleunigungsmessung für die Reibungskompensation	108
<b>8</b>	<b><math>H_{\infty}</math>-optimale robuste PI-Kaskadenregelung.....</b>	<b>113</b>
8.1	Genetische Algorithmen .....	115
8.2	Differentielle Evolution .....	120
8.3	Partikelschwarmoptimierung .....	123
<b>9</b>	<b>Übersicht über die bisher erzielten Ergebnisse .....</b>	<b>126</b>
<b>10</b>	<b>Modellbildung für die belastungs- reduzierende Regelung.....</b>	<b>128</b>
<b>11</b>	<b>Reglerentwurf .....</b>	<b>131</b>
11.1	Ruckregelung.....	131
11.2	Berücksichtigung der Stellgrößenbeschränkung .....	133
11.3	Simulationsergebnisse .....	137
11.4	Experimentelle Ergebnisse am Prüfstand .....	143
<b>12</b>	<b>Regelung mit Beobachter .....</b>	<b>148</b>
12.1	Simulationsergebnisse der Regelung mit Beobachter.....	150
12.2	Versuchsergebnisse am Prüfstand .....	154
<b>13</b>	<b>Anwendung der Regelung bei Windenergieanlagen .....</b>	<b>159</b>
13.1	Beschreibung des Prüfstands .....	159
13.2	Beobachter für das Torsionsmoment auf Basis eines Einmassensystems ....	160
13.3	Experimentelle Ergebnisse .....	163
<b>14</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>167</b>
<b>15</b>	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>170</b>

# Formelzeichen und Abkürzungen

$\underline{A}$	Systemmatrix
$\underline{B}$	Eingangsvektor bzw. -matrix
$\underline{C}$	Ausgangsvektor bzw. -matrix
$\underline{C}_m$	Ausgangsvektor bzw. -matrix der gemessenen Größen
$C_i$	Federkonstante der Feder $i$
$C_{Ni}$	normierte Federkonstante der Feder $i$
$\underline{D}$	Durchgriffsvektor bzw. -matrix
$D_i$	Dämpfungskonstante der Feder $i$
$\underline{E}$	Störeingangsvektor bzw. -matrix
$F$	Gewichtungsfaktor für das Verfahren der differentiellen Evolution bzw. Vorfilter einer Zustandsrückführung
$F(s)$	Führungsübertragungsfunktion
$G(s)$	Übertragungsfunktion des Entwurfsmodells
$G^0(s)$	Übertragungsfunktion des realen Systems
$\underline{H}$	Hamiltonmatrix
$\underline{I}$	Einheitsmatrix
$K$	Rückführvektor bzw. -matrix
$K_P$	Verstärkungsfaktor des Proportionalanteils eines PI-Reglers
$K_I$	Verstärkungsfaktor des Integralanteils eines PI-Reglers
$\underline{L}$	Korrekturvektor bzw. -matrix eines Beobachters
$N$	Normalkraft
$\underline{P}(s)$	verallgemeinertes Mehrgrößensystem zum Reglerentwurf
$R(s)$	Übertragungsfunktion des Reglers
$R_G$	Gleitreibungskraft
$R_{H \max}$	maximale Haftreibungskraft
$R_L$	linear geschwindigkeitsabhängige Reibungskraft
$S(s)$	Störübertragungsfunktion
$T_i$	Zeitkonstante Nr. $i$
$W_i(s)$	frequenzabhängige Gewichtungsfunktion Nr. $i$
$\underline{X}_\infty$	Lösung der Matrix-Riccati-Gleichung (3.49)
$\underline{Y}_\infty$	Lösung der Matrix-Riccati-Gleichung (3.50)
$a$	kontanter Faktor für die Reibungskompensation
$b$	multiplikativer Faktor für die Reibungskompensation
$c_1, c_2$	Parameter für das Verfahren der Partikelschwarmoptimierung
$e$	Regelabweichung
$k_i$	Komponenten des Rückführvektor bzw. -matrix
$m$	Drehmoment
$m(s)$	Messstörung

$m_a$	Antriebsdrehmoment
$m_0$	Nenndrehmoment
$m_L$	Lastdrehmoment
$m_R$	Reibungsdrehmoment
$m_T$	Torsionsdrehmoment
$\dot{m}_T$	Zeitliche Ableitung des Torsionsdrehmomentes
$\ddot{m}_T$	Zweite Zeitliche Ableitung des Torsionsdrehmomentes
$m_w$	Widerstandsdrehmoment
$n_0$	Nenndrehzahl
$\vec{p}_i$	Aktuell beste Position eines Partikels für das Verfahren der Partikelschwarmoptimierung
$\vec{p}_g$	Aktuell beste Position in der Nachbarschaft eines Partikels für das Verfahren der Partikelschwarmoptimierung
$r1, r2$	Zufallszahlen für das Verfahren der Partikelschwarmoptimierung
$r_L$	Proportionalitätsfaktor der linearen Reibung
$u$	Stellgröße
$\ddot{u}$	Übersetzungsverhältnis
$u_c$	Zusätzliche Stellgröße zur Reibungskompensation
$\vec{u}$	Vektor der Eingangsgrößen
$\vec{u}_i$	Rekombinierter Parametervektor („Individuum“) für das Verfahren der differentiellen Evolution
$v$	Geschwindigkeit
$\vec{v}_i$	modifizierter Parametervektor („mutiertes Individuum“) für das Verfahren der differentiellen Evolution bzw. Geschwindigkeit eines Partikels für das Verfahren der Partikelschwarmoptimierung
$w$	Führungsgröße bzw. Parameter für das Verfahren der Partikelschwarmoptimierung
$\vec{x}$	Zustandsvektor
$\vec{x}_i$	Parametervektor („Individuum“) für das Verfahren der differentiellen Evolution bzw. Position eines Partikels für das Verfahren der Partikelschwarmoptimierung
$\vec{x}^*$	Aktuell bester Parametervektor („bestes Individuum“) für das Verfahren der differentiellen Evolution
$y$	Ausgangsgröße
$\vec{y}$	Vektor der Ausgangsgrößen
$\vec{y}_m$	Vektor der gemessenen Größen
$z$	Störgröße

$\gamma_a(s)$	Schranke für die additive Modellunsicherheit
$\gamma_m(s)$	Schranke für die multiplikative Modellunsicherheit
$\Delta_a(s)$	additiven Modellunsicherheit
$\Delta_m(s)$	multiplikative Modellunsicherheit
$\Delta\varepsilon$	Positions- bzw. Winkeldifferenz
$\Delta\varepsilon_{max}$	maximale Positions- bzw. Winkeldifferenz
$\varepsilon$	Position bzw. Verdrehwinkel
$\varepsilon_N$	normierte Position bzw. Verdrehwinkel
$\varepsilon_0$	Nenn- bzw. Betzugsposition/ -verdrehwinkel
$\varepsilon_{modell}$	Position bzw. Verdrehwinkel des Modells ohne nichtlineare Reibung
$\varepsilon_{sys}$	Position bzw. Verdrehwinkel des realen Systems
$\Theta_i$	Massenträgheit der Masse $i$
$\lambda$	Eigenwerte einer Matrix
$\mu_G$	Gleitreibungskoeffizient
$\mu_H$	Haftreibungskoeffizient
$\mu_L$	linearer Reibungskoeffizient
$\bar{\sigma}(\underline{A})$	größter Singulärwert der Matrix $\underline{A}$
$\varphi$	Losewinkel
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit
$\omega_N$	normierte Winkelgeschwindigkeit
$\omega_{res}$	Resonanzfrequenz bzw. –winkelgeschwindigkeit
$\dot{\omega}$	Winkelbeschleunigung
$\hat{X}$	beobachteter bzw. geschätzter Wert einer allg. Größe $X$
$X_{ers}$	Größe $X$ in einem Ersatzmodell
DFG	Deutsche Forschungsgemeinschaft
MA/FR	Ersatzmodelltyp (durch Verschieben der mittleren Massen auf die Antriebsseite und Anpassung der Ersatzfederkonstante an die niedrigste Resonanzfrequenz des Originalsystems gebildet)
ML/FR	Ersatzmodelltyp (durch Verschieben der mittleren Massen auf die Lastseite und Anpassung der Ersatzfederkonstante an die niedrigste Resonanzfrequenz des Originalsystems gebildet)
MV/FR	Ersatzmodelltyp (durch Verteilender mittleren Massen und Anpassung der Ersatzfederkonstante an die niedrigste Resonanzfrequenz des Originalsystems gebildet)

MA/FZ	Ersatzmodelltyp (durch Verschieben der mittleren Massen auf die Antriebsseite und Bestimmung der Ersatzfederkonstante durch Zusammenfassen der Federkonstanten des Originalsystems)
ML/FZ	Ersatzmodelltyp (durch Verschieben der mittleren Massen auf die Lastseite und Bestimmung der Ersatzfederkonstante durch Zusammenfassen der Federkonstanten des Originalsystems)
MV/FZ	Ersatzmodelltyp (durch Verteilender mittleren Massen und Bestimmung der Ersatzfederkonstante durch Zusammenfassen der Federkonstanten des Originalsystems)
PT <sub>1</sub>	Verzögerungsglied erster Ordnung
PT <sub>2</sub>	Verzögerungsglied zweiter Ordnung